

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVRSITE DU 20 AOUT 1955- SIKKDA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMNT DES SCIENCES DE LA MATIERE

MEMOIRE

PRESENTE POUR OBTENIR LE DIPLOME DE

MAGISTER

Spécialité: Physique

Option: Energétique

**Transfert de chaleur en régime variable dans un
matériau à changement de phase**

Par

ARFI OUALID

Soutenu le 09/12 / 2013

Devant le jury :

OMEIRI Djamel	Professeur	Université du 20 Août 1955 Skikda	Président
ATTAF Nadir	Professeur	Université Constantine 1	Examineur
LAOUAR Salah	Maître de Conférences	Université du 20 Août 1955 Skikda	Examineur
MEZAACHE El Hacène	Professeur	Université du 20 Août 1955 Skikda	Rapporteur

Dédicaces

Je dédie ce Modeste travail à :

Mes chers parents pour leur amour, confiance et
encouragement.

Mes frères, mes sœurs, leurs enfants et toute ma
famille.

Mes amis, mes collègues d'étude et de travail.

À tous qui me connaissent de près ou de loin.

Qualid.

Remerciements

*Avant tout, je remercie **ALLAH** qui m'a donné le courage de continuer mes études et de terminer ce travail.*

Cette section traduit sans aucun doute l'instant le plus agréable dans la rédaction de mon mémoire. C'est également le moment privilégié pour mettre en avant toutes les personnes qui, de près ou de loin, directement ou indirectement, ont contribué à l'avancement de mon travail.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur Mezaache El Hacène, professeur à l'université 20 Août 1955 de Skikda, qui fut pour moi un directeur de recherche attentif et disponible malgré ses nombreuses occupations.

Je suis très heureux de pouvoir exprimer toute ma gratitude à Monsieur Omeiri Djamel, professeur à l'université 20 Août 1955 de Skikda, d'avoir accepté d'examiner ce travail et me faire l'honneur de présider mon jury de soutenance.

Je suis extrêmement reconnaissant à Monsieur Attaf Nadir, professeur à l'université Mentouri de Constantine et à monsieur Laouar Salah, Maître de Conférences à l'université 20 Août 1955 de Skikda, pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'avoir accepter d'examiner ce travail malgré leurs nombreuses occupations.

Enfin j'adresse toute mon affection à mes très chers parents, mes frères et sœurs, mes amis et mes collègues d'études. Malgré tout, leur amour, leur soutien, leur confiance me portent et me guident tous les jours.

الانتقال الحراري المتعلق بالزمن داخل مادة متغيرة الطور

ملخص

يهتم هذا العمل بدراسة الانتقال الحراري المتعلق بالزمن داخل جدار مكون إما من طبقة واحدة، أو طبقتين أو ثلاث طبقات و خاضع لتغير في الطور أثناء التصلب. سطحا هذا الجدار خاضعين لتأثير الحمل الحراري. الهدف من هذا العمل هو متابعة تطور ظاهرة تغير الطور أثناء التصلب، وأيضا معرفة دور المواد متغيرة الطور في تحسين تخزين الحرارة أو البرودة قصد لإنقاص من استهلاك الطاقة الكهربائية. تمت نمذجة المواضيع الفيزيائية باستعمال طرق مختلفة حسب تركيبة الجدار بحيث في الحالة الأولى أين لا يظهر تغير في الطور (جدار أحادي الطبقة) اعتمدنا على طريقة شبه تحليلية مبنية على حل النموذج في فضاء لابلاس (Laplace) ثم الانتقال إلى الفضاء الحقيقي عدديا باستعمال سلاسل فورييه (Fourier). في الحالات الأخرى أين يوجد تغير في الطور قمنا باستخدام نموذج رياضي مبني على معادلة الحرارة بشكلها الاونثالي في مناطق الحلول التي يظهر فيها تغير للطور، ونموذج رياضي مبني على معادلة انتقال الحرارة في صيغتها العامة في مناطق الحلول التي تمثل الطبقة الصلبة (لا يوجد تغير في الطور)، الربط بين منطقتي الحلول يتم على مستوى الأسطح المشتركة بينها. من اجل التأكد منا البرنامج الحسابي قمنا بمقارنة نتائجه مع نظيرتها المستخرجة باستخدام الحل التحليلي لنيومان (Newman) لإشكالية ستيفان (Stephan). من بين النتائج المستخرجة في هذا العمل نجد تطور درجة الحرارة والاونثالي عبر الزمن، تطور موضع الحد الفاصل بين المنطقة الصلبة و المنطقة السائلة، أيضا تأثير بعض المقادير اللابعدية كدرجة حرارة المائع الموضوع على اليسار، معامل انتقال الحرارة بالحمل...، على عملية التجمد، إضافة إلى نتائج أخرى تم تمثيلها في هذا العمل.

الكلمات المفتاحية: المواد متغيرة الطور، الطريقة الاونثالية، تجمد- ذوبان، السطح المشترك، منطقة صلبة، منطقة سائلة، التخزين الحراري، التوصيل الحراري المتعلق مع الزمن.

Transfert de chaleur en régime variable dans un matériau à changement de phase

Résumé

Ce travail présente une étude du transfert de chaleur en régime variable dans un mur possédant différentes configurations : monocouche, bicouches et tricouches, soumis à deux conditions convectives, et subissant un changement de phase par solidification.

L'objectif de ce travail est l'étude de la cinétique de la solidification ainsi que le rôle des matériaux à changement de phase pour l'amélioration du stockage du froid ou de la chaleur dans un mur afin de réduire la consommation d'énergie (électrique, fiouls,...).

La solution du problème physique est obtenue en utilisant différentes techniques mathématiques.

Pour le cas d'un mur monocouche sans changement de phase, une méthode semi analytique est utilisée et qui consiste à trouver la solution dans l'espace de Laplace, ensuite la solution physique est obtenue par la recherche de la transformée inverse de Laplace à l'aide des séries de Fourier.

Pour le cas d'un mur avec changement de phase, la modélisation du problème est basée sur l'équation de la conduction thermique unidirectionnelle en considérant les équations de couplage au niveau des interfaces entre les différentes couches et au niveau des surfaces extérieures du mur. Les équations de transfert sont données en représentation enthalpique pour le MCP, et en formulation générale pour les régions solides. La formulation adimensionnelle a permis de dégager les principaux paramètres affectant le transfert. La discrétisation des équations est réalisé en utilisant la méthode des volumes finis, avec un schéma explicite. La solution numérique est obtenue par une méthode itérative basée sur la notion d'enthalpie critique. Les résultats des calculs sont validés par comparaison avec la solution analytique de Newman de problème de Stefan. L'étude de l'influence de la condition convective imposée au deuxième solide, désignant la condition chaude et gouvernée par Bi_c, θ_c a montré que la présence des couches solides affecte le transfert de chaleur par un effet de stockage ou déstockage par énergie sensible. Les grandeurs Bi_c, θ_c , affectent la cinétique et les limites de la solidification. L'action de la température θ_c sur le MCP est fortement dépendante du nombre de Biot Bi_c .

Enfin une étude paramétrique est menée sur un mur tricouches afin de mieux approcher vers la réalité

Mots-clefs : MCP, stockage thermique, conduction thermique instationnaire, formulation enthalpique, Solidification-fusion, interface solide-liquide.

Instationary heat transfer in a phase-change material

Abstract

This work presents a study of instationary heat transfer into a wall with different configurations: monolayer, bilayer and trilayer, subject to two convective conditions and undergoing a phase change solidification.

The objective of this work is the study of the kinetics of solidification and the role of phase change materials to improve the wall thermal storage in order to reduce energy consumption (electric, fuel oil, ...)

The solution of the physical problem is obtained by using various mathematical techniques.

For the case of a monolayer wall without phase change, a semi analytical method is used, which is to find the solution in the Laplace space, then the physical solution is obtained by the inverse Laplace transform using Fourier series.

For the case of a wall with phase change, the problem modeling is based on the unidirectional heat conduction equation by considering coupling equations at interfaces between layers and at the outer surfaces of the wall. The transfer equations are given in enthalpy representation for MCP, and general formulation for solid regions.

The dimensionless formulation has identified the main parameters affecting the transfer. The discretization of the equations is performed using the finite volume method with an explicit scheme. The numerical solution is obtained by an iterative method based on the notion of critical enthalpy. Calculation results are validated by comparison with the analytical solution of Newman for the Stefan problem. The study of the influence of convective conditions imposed on the second solid, representing the hot conditions and governed by Bi_c , θ_c showed that the presence of solid layers affects the heat transfer by storage or destocking sensible heat energy. The quantities Bi_c , θ_c affect the kinetics and limitations of solidification. The action of the temperature θ_c on the MCP is highly dependent on the Biot number Bi_c .

Finally, a parametric study is conducted on a three-layer wall to better approach the reality.

Keywords: MCP, thermal storage, unsteady heat conduction, enthalpy formulation, melting-solidification, solid-liquid interface.

Sommaire :

Introduction générale.....	1
1 CHAPITRE 1 : SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE -----	3
1.1 GÉNÉRALITÉS SUR LE PHÉNOMÈNE DE CHANGEMENT DE PHASE -----	3
1.1.1 MATÉRIEAUX À CHANGEMENT DE PHASE (MCP)-----	3
1.1.2 LE STOCKAGE THERMIQUE-----	4
1.1.2.1 Le stockage par chaleur sensible-----	4
1.1.2.2 Le stockage par chaleur latente-----	6
1.1.3 PHÉNOMÈNE DE SOLIDIFICATION ET LE STOCKAGE DU FROID -----	6
1.1.4 LES PHÉNOMÈNES RÉDUISANT L'EFFICACITÉ DE STOCKAGE PAR CHALEUR LATENTE-----	6
1.1.4.1 La surfusion -----	6
1.1.4.2 L'hystérésis -----	7
1.1.5 LES APPLICATIONS DES MCP-----	8
1.1.5.1 L'intégration de MCP dans le bâtiment-----	8
1.1.5.2 Stockage solaire thermique -----	8
1.2 RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE -----	9
1.2.1 PROPRIÉTÉS DES MATÉRIEAUX À CHANGEMENT DE PHASE -----	9
1.2.2 PHÉNOMÈNE DE CHANGEMENT DE PHASE-----	10
1.2.3 STOCKAGE THERMIQUE EN UTILISANT LES MCP -----	10
1.2.4 UTILISATION DES MCP DANS LE BÂTIMENT-----	11
2 CHAPITRE 2 : ÉTUDE DE TRANSFERT THERMIQUE DANS UN MUR MONOCOUCHE SANS CHANGEMENT DE PHASE-----	13
2.1 INTRODUCTION-----	13
2.2 TECHNIQUES D'INVERSION DE LA TRANSFORMÉE DE LAPLACE -----	13
2.2.1 MÉTHODE DE STEHFEST -----	13
2.2.2 MÉTHODE DE ZAKIAN -----	14
2.2.3 MÉTHODE DE SÉRIES DE FOURIER-----	14
2.2.4 CHOIX D'UNE TECHNIQUE D'INVERSION -----	15
2.3 PROBLÈME PHYSIQUE-----	15
2.3.1 APPLICATION DES TECHNIQUES D'INVERSION -----	17
2.3.1.1 Solution dans l'espace de Laplace -----	17
2.3.1.2 Recherche de la transformée inverse de Laplace en utilisant la méthode de Fourier-----	21
2.3.2 SOLUTION NUMÉRIQUE DU PROBLÈME -----	22
2.4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS-----	24
2.4.1 TEMPÉRATURES IMPOSÉES -----	24
2.4.2 DEUX CONDITIONS CONVECTIVES AVEC DES TEMPÉRATURES AMBIANTES CONSTANTES-----	25
2.4.3 DEUX CONDITIONS CONVECTIVES, L'UNE AVEC TEMPÉRATURE AMBIANTE CONSTANTE ET L'AUTRE FLUCTUANTE -----	26
2.5 CONCLUSION -----	27

3 CHAPITRE 3 : ETUDE DE TRANSFERT THERMIQUE DANS UN MUR MONOCOUCHE AVEC CHANGEMENT DE PHASE----- 28

3.1	INTRODUCTION -----	28
3.2	PRESENTATION DU PROBLEME PHYSIQUE -----	28
3.3	MODELE PHYSIQUE -----	29
3.3.1	FORMULATION MATHEMATIQUE-----	29
3.3.1.1	Condition initiale-----	29
3.3.1.2	Conditions aux limites-----	29
3.3.2	FORMULATION ADIMENSIONNELLE EN VARIABLE ENTHALPIQUE-----	30
3.3.2.1	Les équations adimensionnelles-----	30
3.4	SOLUTIONS NUMERIQUES -----	32
3.4.1	LE MAILLAGE-----	32
3.4.2	DISCRETISATION DES EQUATIONS-----	33
3.4.3	ETUDE DE LA STABILITE-----	33
3.4.4	DETERMINATION DE LA POSITION DU FRONT SOLIDE-LIQUIDE DANS LE MUR MCP-----	34
3.4.5	ALGORITHME DE RESOLUTION-----	36
3.4.6	L'EFFET DE MAILLAGE-----	36
3.5	VALIDATION DE LA METHODE DE CALCUL -----	37
	Validation : MCP avec deux conditions convectives-----	37
3.6	RESULTATS ET DISCUSSIONS -----	39
3.6.1	VARIATION DE LA TEMPERATURE ET DE L'ENTHALPIE-----	39
3.6.1.1	Cas 1 : $\theta_{\infty c}=0$: $T_{\infty c}=T_{\infty f}$ -----	39
3.6.1.2	Cas 2 : $\theta_{\infty c}=0.7$: $(T_c < T_i)$ -----	40
3.6.1.3	Cas 3 : $\theta_{\infty c}=1$: $(T_c = T_i)$ -----	42
3.6.1.4	Cas $\theta_{\infty c}=1.2$: $(T_c > T_i)$ -----	43
3.6.2	EVOLUTION DU FRONT DE SOLIDIFICATION-----	44
3.6.2.1	L'effet de θ_c sur la position du front-----	44
3.6.2.2	L'effet de Bi_c sur la position du front :-----	45
3.6.3	TEMPS DE LA SOLIDIFICATION COMPLETE-----	47
3.6.3.1	L'effet de ste -----	47
3.6.3.2	L'effet de θ_m -----	48
3.6.3.3	L'effet de Bi_c -----	50
3.6.4	LIMITES DE LA SOLIDIFICATION-----	51
3.6.4.1	L'effet de θ_c -----	51
3.6.4.2	L'effet de Ste -----	52
3.6.4.3	L'effet de θ_m -----	53
3.6.4.4	L'effet de Bi_c -----	53
3.7	CONCLUSION -----	54

4 CHAPITRE 4 : ETUDE DE TRANSFERT THERMIQUE DANS UN MUR BICOUCHE AVEC CHANGEMENT DE PHASE----- 55

4.1	INTRODUCTION -----	55
4.2	PRESENTATION DU PROBLEME PHYSIQUE -----	55
4.3	MODELE PHYSIQUE -----	55

4.3.1	FORMULATION MATHEMATIQUE-----	56
4.3.1.1	Conditions initiale : -----	56
4.3.1.2	Conditions aux limites : -----	56
4.3.2	FORMULATION ADIMENSIONNELLE -----	57
4.3.2.1	<i>Grandeurs adimensionnelles</i> -----	57
4.3.2.2	<i>Equations adimensionnelles</i> -----	58
4.3.2.3	Condition initiale -----	59
4.3.2.4	Conditions aux limites -----	59
4.3.3	LE MAILLAGE -----	60
4.3.4	DISCRETISATION DES EQUATIONS -----	60
4.3.5	ETUDE DE LA STABILITE -----	62
4.3.6	ALGORITHME DE RESOLUTION -----	63
4.3.7	L'EFFET DE MAILLAGE -----	63
4.4	VALIDATION NUMERIQUE 'MUR BICOUCHES MCP-SOLIDE SOUMIS A DEUX CONDITIONS	
CONVECTIVES'	-----	64
4.5	RESULTATS ET DISCUSSIONS-----	65
4.5.1	VARIATION DE LA TEMPERATURE ET DE L'ENTHALPIE -----	66
4.5.1.1	Cas 1 : $\theta_{\infty c}=0$: $T_{\infty c}=T_{\infty f}$ -----	66
4.5.1.2	Cas 2 : $\theta_{\infty c}=0.7$: $(T_c < T_i)$ -----	67
4.5.1.3	Cas 3 : $\theta_{\infty c}=1$: $(T_c = T_i)$ -----	68
4.5.1.4	Cas $\theta_{\infty c}=1.2$: $(T_c > T_i)$ -----	70
4.5.2	EVOLUTION DU FRONT DE SOLIDIFICATION -----	71
4.5.2.1	L'effet de θ_c sur la position du front -----	71
4.5.2.2	L'effet de Bi_c sur la position du front : -----	72
4.5.3	TEMPS DE LA SOLIDIFICATION COMPLETE : -----	73
4.5.3.1	L'effet de Ste -----	73
4.5.3.2	L'effet de θ_m -----	74
4.5.3.3	L'effet de Bi_c -----	76
4.5.4	LIMITES DE LA SOLIDIFICATION -----	77
4.5.4.1	L'effet de θ_c -----	77
4.5.4.2	L'effet de θ_m -----	78
4.5.4.3	L'effet de Ste -----	79
4.6	CONCLUSION -----	79
<u>5 CHAPITRE 5 : ETUDE DE TRANSFERT THERMIQUE DANS UN MUR TRICOUCHES AVEC</u>		
<u>CHANGEMENT DE PHASE-----</u>		

5.1	INTRODUCTION-----	80
5.2	PRESENTATION DU PROBLEME PHYSIQUE -----	80
5.3	MODELE PHYSIQUE -----	81
5.3.1	FORMULATION MATHEMATIQUE-----	81
5.3.1.1	Conditions initiales et aux limites -----	82
5.3.2	FORMULATION ADIMENSIONNELLE -----	82
5.3.2.1	Coordonnées spatio-temporelles -----	82
5.3.2.2	Variables physiques : températures et enthalpie -----	82
5.3.2.3	Conditions convectives et état initial -----	83
5.3.2.4	Propriétés physiques MCP, solide 1 et 2 -----	83

5.3.2.5	Grandeurs de références	83
5.3.2.6	Equations de la chaleur	83
5.4	SOLUTIONS NUMERIQUES.....	84
5.4.1	LE MAILLAGE	84
5.4.2	DISCRETISATION DES EQUATIONS	86
5.4.2.1	Solide 1	86
5.4.2.2	Le MCP	86
5.4.2.3	Solide 2	87
5.4.3	ALGORITHME DE RESOLUTION	88
5.4.4	L'EFFET DU MAILLAGE	88
5.5	VALIDATION DU MODELE MATHEMATIQUE	89
5.6	RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	90
5.6.1	EVOLUTION DE LA TEMPERATURE ET DE L'ENTHALPIE	90
5.6.1.1	Cas 1 : $\theta_{\infty c}=0 \equiv T_{\infty c}=T_{\infty f}$	91
5.6.1.2	Cas 2 : $\theta_{\infty c}=0.7 : (T_c < T_i)$	92
5.6.1.3	Cas 3 : $\theta_{\infty c}=1 \equiv (T_c = T_i)$	93
5.6.1.4	Cas 4 : $\theta_{\infty c}=1.2 : (T_c > T_i)$	94
5.6.2	EVOLUTION DU FRONT DE SOLIDIFICATION	96
5.6.2.1	<i>L'effet de θ_c sur la position du front</i>	96
5.6.2.2	<i>L'effet de Bi_c sur la position du front</i>	96
5.6.3	TEMPS DE LA SOLIDIFICATION COMPLETE.....	98
5.6.3.1	L'effet de Ste	98
5.6.3.2	L'effet de θ_m	99
5.6.3.3	L'effet de Bi_c	101
5.6.4	LIMITES DE LA SOLIDIFICATION	102
5.6.4.1	L'effet de θ_c	102
5.6.4.2	L'effet de θ_m	103
5.6.4.3	L'effet de Ste	104
5.6.4.4	L'effet de Bi_c	104
5.7	CONCLUSION	105
	Conclusion générale.....	106
	Références bibliographiques.....	107

Liste des figures :

Figure 1-1 : évolution de la température d'un corps pur homogène avec changement d'état liquide-solide.....	5
Figure 1-2 : Phénomène de surfusion lors du refroidissement.....	7
Figure 1-3 : Phénomène d'hystérésis lors du refroidissement.....	7
Figure 2-1 : Configuration du premier cas	16
Figure 2-2 : Configuration du deuxième cas	16
Figure 2-3 : Configuration du troisième cas.....	17
Figure 2-4 : maillage par la méthode des volumes finis.....	22
Figure 2-5 : évolution de la température au cours du temps (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis	24
Figure 2-6 : profil de température (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis.....	25
Figure 2-7 : évolution de la température au cours de temps (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis	25
Figure 2-8 : profil de la température (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis	26
Figure 2-9 : évolution de la température au cours de temps (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis	26
Figure 2-10 : profil de la température (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis	27
Figure 3-1 : Schématisation du problème physique :	
cas d'un mur MCP : paroi monocouche	28
Figure 3-2 : Maillage : cas d'un mur MCP.....	32
Figure 3-3 : Enthalpie d'un nœud i entre deux instants successifs.....	35
Figure 3-4 : Evolution temporelle de la température de la surface soumise à la condition convective froide pour différents nombres de nœuds.....	37
Figure 3-5 : l'évolution du front de solidification en fonction du temps.....	38
Figure 3-6 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : ($\theta_{\infty c}=0 : T_{\infty c}=T_{\infty f}$).....	40
Figure 3-7 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : $\theta_{\infty c}=0.7 : (T_c < T_i)$	41
Figure 3-8 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : $\theta_{\infty c}=1 : (T_c = T_i)$	43
Figure 3-9 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : $\theta_{\infty c}=1.2 : (T_c > T_i), Bi_c=7, Ste=3$	44
Figure 3-10 : évolution du front de solidification en fonction de θ_c ($\theta_m=0.7, Bi_c=7, Ste=3$)..	45
Figure 3-11 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=1.2$)	46
Figure 3-12 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=0.7$)	46
Figure 3-13 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=0$)	47
Figure 3-14 : Temps de la solidification complète en fonction du nombre de Ste ($\theta_c=1.2, Bi_c=7, \theta_m=0.7$).....	47

Figure 3-15 : Temps de la solidification complète en fonction du nombre de Ste ($\theta_c=0.7, Bi_c=7, \theta_m=0.7$)	48
Figure 3-16 : Temps de la solidification complète en fonction du nombre de Ste ($\theta_c=0, Bi_c=7, \theta_m=0.7$)	48
Figure 3-17 : le temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2, Bi_c=7, Ste=3$).....	49
Figure 3-18 : le temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0.7, Bi_c=7, Ste=3$)	49
Figure 3-19 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0,$ $Bi_c=7, Ste=3$).....	50
Figure 3-20 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=1.2,$ $Ste=3, \theta_m=0.7$)	50
Figure 3-21 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=0.7,$ $Ste=3, \theta_m=0.7$)	51
Figure 3-22 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=0,$ $Ste=3, \theta_m=0.7$)	51
Figure 3-23 : la limite de la solidification en fonction de θ_c ($Ste=3, Bi_c=7, \theta_m=0.7$)	52
Figure 3-24 : la limite de la solidification en fonction de Ste ($\theta_c=1.2, Bi_c=7, \theta_m=0.7$)	52
Figure 3-25 : la limite de la solidification en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2, Bi_c=7,$ $Ste=3$)	53
Figure 3-26 : la limite de la solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=1.2, Ste=3, \theta_m=0.7$).....	53
Figure 4-1 : Schéma descriptif du problème physique : mur bicouches (MCP-Solide)	55
Figure 4-2 : le maillage pour le deuxième cas : mur bicouches	60
Figure 4-3 : Evolution au cours du temps de la température de la surface MCP-Solide pour différents nombres de nœuds.....	64
Figure 4-4 : l'évolution du front de solidification en fonction du temps.....	65
Figure 4-5 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : ($\theta_c=0 :$ $T_c=T_i$)	67
Figure 4-6 température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : ($T_c<T_i$) ($\theta_c=0.7$)	68
Figure 4-7 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : ($T_c=T_i$) ($\theta_c=1$).....	69
Figure 4-8 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : ($T_c>T_i$) ($\theta_c=1.2$)	70
Figure 4-9 : évolution du front de solidification en fonction de θ_c ($\theta_m=0.7, Bi_c=7, Ste=3$)....	71
Figure 4-10 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=1.2$)	72
Figure 4-11 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=0.7$)	72
Figure 4-12 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=0$)	73
Figure 4-13 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_c=1.2, \theta_m=0.7, Bi_c=7$).....	73
Figure 4-14 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_c=0.7, \theta_m=0.7, Bi_c=7$).....	74
Figure 4-15 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_c=0,$ $\theta_m=0.7, Bi_c=7$)	74

Figure 4-16 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)	75
Figure 4-17 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0.7$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)	75
Figure 4-18 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)	76
Figure 4-19 : temps de la solidification complète en fonction Bi_c ($\theta_c=1.2$, $\theta_m=0.7$, $Ste=3$).....	76
Figure 4-20 : temps de la solidification complète en fonction Bi_c ($\theta_c=0.7$, $\theta_m=0.7$, $Ste=3$)	77
Figure 4-21 : temps de la solidification complète en fonction Bi_c ($\theta_c=0$, $\theta_m=0.7$, $Ste=3$)	77
Figure 4-22 : la limite de la solidification en fonction de θ_c ($Ste=3$, $\theta_c=0.7$, $Bi_c=7$)	78
Figure 4-23 : la limite de la solidification en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)	78
Figure 4-24 : la limite de la solidification en fonction de Ste ($\theta_c=1.2$, $\theta_c=0.7$, $Bi_c=7$)	79
Figure 5-1 : Mur tricouches (solide 1-MCP-solide 2)	80
Figure 5-2 : Maillage du mur tricouches.....	85
Figure 5-3 : Evolution en fonction du temps de la température au niveau l'interface MCP- Mur solide 1 pour différents nombres de nœuds	89
Figure 5-4 : l'évolution du front de solidification en fonction du temps.....	90
Figure 5-5: évolution de l'enthalpie ($\theta_{\infty,c} = 0 : T_{\infty,c} = T_{\infty,f}$)	91
Figure 5-6: évolution de la température ($\theta_{\infty,c} = 0 : T_{\infty,c} = T_{\infty,f}$)	92
Figure 5-7 : évolution de l'enthalpie : $\theta_{\infty,c} = 0.7 : (T_c < T_i)$	92
Figure 5-8 : évolution de la température: $\theta_{\infty,c} = 0.7 : (T_c < T_i)$	93
Figure 5-9 : évolution de l'enthalpie ($\theta_{\infty,c} = 1 : T_{\infty,c} = T_i$)	93
Figure 5-10: évolution de la température ($\theta_{\infty,c} = 1 : T_{\infty,c} = T_i$).....	94
Figure 5-11: évolution de l'enthalpie ($\theta_{\infty,c} = 1.2 : T_{\infty,c} > T_i$).....	95
Figure 5-12: évolution de la température ($\theta_{\infty,c} = 1.2 : T_{\infty,c} > T_i$).....	95
Figure 5-13: évolution du front en fonction de τ	96
Figure 5-14: évolution du front en fonction de Bi_c ($\vartheta_c=0.7$).....	97
Figure 5-15: évolution du front en fonction de Bi_c ($\vartheta_c=1.2$)	97
Figure 5-16: évolution du front en fonction de Bi_c ($\vartheta_c=0$).....	98
Figure 5-17 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_m = 0.7$, $\theta_c=1.2$, $Bi_c=4.5$)	98
Figure 5-18 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_m = 0.7$, $\theta_c=0.7$, $Bi_c=4.5$).....	99
Figure 5-19 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_m = 0.7$, $\theta_c=0$, $Bi_c=4.5$).....	99
Figure 5-20 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$)	100
Figure 5-21 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0.7$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$)	100

Liste des Figures

Figure 5-22 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$)	101
Figure 5-23 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c = 1.2$, $\theta_m=0.7$, $Ste=3$)	101
Figure 5-24 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=0.7$, $\theta_m = 0.7$, $Ste=3$).....	102
Figure 5-25 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=0$, $\theta_m = 0.7$, $Ste=3$)	102
Figure 5-26 : la limite de la solidification en fonction de θ_c ($\theta_m = 0.7$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$).....	103
Figure 5-27 : la limite de la solidification en fonction du degré de surchauffe	103
Figure 5-28 : la limite de la solidification en fonction de Ste ($\theta_m = 0.7$).....	104
Figure 5-29 : la limite de la solidification en fonction de Bi_c ($\theta_m = 0.7$)	104

Liste des Tableaux :

Tableau 1.1 : Avantages et inconvénients des différents types de matériaux à changement de phase (Bufalino, 2008)	4
Tableau 2.1 : valeurs des paramètres α_i et k_i	14
Tableau 2.2 : les éléments des matrices.....	21
Tableau 2.3 : propriétés du béton	24
Tableau 4.1 : propriétés du cuivre	65

Nomenclature

Caractères latins :

Les grandeurs dimensionnelles :

c	capacité calorifique du MCP	[J/kg.K]
h	Enthalpie massique	[J/kg]
h_c, h_f	coefficients de convection	[W/m ² K]
j	incrément du temps	
k	conductivité thermique du MCP	[W/m.K]
L_{fm}	chaleur latente de fusion	[J/kg]
L	épaisseur	[m]
n	nombre total de nœuds	
T	température	[K]
t	temps	[s]
x	coordonné spatiale	[m]

Les grandeurs adimensionnelles :

Bi	nombres de Biot
C	capacité calorifique
H	enthalpie adimensionnelle
K	conductivité thermique du MCP
Ste	nombre de Stéfan
V	volume
X	coordonnée spatiale

Caractères grecs :

ρ	masse volumique	[kg/m ³]
α	diffusivité thermique	[m ² /s]
θ	température adimensionnelle	
τ	temps adimensionnel	
$\Delta\tau$	pas de temps adimensionnel	
ΔX	pas d'espace adimensionnel	

Introduction générale

Le transfert thermique dans les matériaux à changement de phase a fait l'objet de nombreux travaux. Plusieurs axes de recherche numériques ou expérimentaux ont été développés. En particulier : recherche sur la caractérisation et les propriétés du MCP, le stockage thermique par MCP et le confort thermique par intégration des MCP dans le bâtiment.

Pour améliorer les propriétés des MCP, habituellement utilisées (les hydrates salins, les paraffines, ...), de nombreux travaux sont réalisés en vue de créer de nouveaux mélanges avec moins d'inconvénients. (**Morisson,2005**) , (**Lopez, 2008**).

Concernant le stockage thermique par MCP, plusieurs travaux ont été réalisés sur les techniques et procédés de stockage de la chaleur ou du froid. (**Bédécarrats, 1995**).

Sur le plan théorique et numérique, nombreuses investigations ont été faites portant sur la modélisation du transfert par changement de phase lors de la solidification ou la fusion au sein d'une capsule de différentes géométries, ou sur le transfert de chaleur dans une cavité contenant un empilement de capsules (**Bédécarrats, 1995**).

Le présent travail est consacré à l'étude numérique du transfert thermique instationnaire dans un mur soumis à deux conditions convectives et subissant un changement de phase par solidification. Ce mur possède différentes structures : monocouche (MCP), bicouches (MCP-solide), tricouches (solide 1-MCP-solide 2). Pour la configuration tricouches, le MCP est au centre et les deux solides à l'extérieur.

Le mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre est une synthèse bibliographique, comprenant deux parties :

La première : généralités sur les phénomènes de changement de phase ; notions sur le stockage thermique avec ses deux types (sensible et latente) ainsi que sur les phénomènes réduisant l'efficacité de stockage par chaleur latente, tels que la surfusion et l'hystérésis ; les matériaux à changement de phase : classification et application dans les équipements industriels, intégration dans le bâtiment.

La deuxième partie est une recherche bibliographique sur les travaux concernant : les propriétés des matériaux à changement de phase, le phénomène de changement de phase en présence et sans la convection naturelle, le stockage thermique par MCP, enfin l'intégration des MCP dans le bâtiment.

Le deuxième chapitre est consacré à la résolution semi-analytique de l'équation de la conduction thermique instationnaire. Cette solution peut être appliquée à l'étude du transfert thermique dans un mur passif (sans changement de phase). La méthode utilisée comprend la recherche de la solution dans l'espace de Laplace, ensuite la

solution physique est obtenue par la recherche de la transformée inverse de Laplace par séries de Fourier. La solution résultante est comparée à celle obtenue numériquement par volumes-finis.

Le troisième chapitre concerne l'étude du transfert thermique lors de la solidification d'un mur monocouche composé d'un matériau à changement de phase. Le mur est initialement à l'état liquide et soumis à deux conditions convectives. Le modèle physique est basé sur une formulation enthalpique. La discrétisation des équations est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis, avec un schéma explicite.

Dans le quatrième chapitre, une nouvelle configuration du mur est abordée. Le mur est composé de deux couches, MCP-solide., soumis aux mêmes conditions convectives précédentes. Pour la modélisation du problème, la couche solide est représentée par l'équation de la chaleur, tandis que le MCP, par une formulation enthalpique. La discrétisation des équations est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis. Ces équations sont couplées au niveau de l'interface solide-MCP.

Pour le cinquième chapitre, le mur est constitué de trois couches, le MCP au centre et les deux solides à l'extérieur. Identiquement, au cas précédent, la modélisation du problème se base sur l'équation de la chaleur pour les deux solides, pour le MCP l'équation de la chaleur est donnée en formulation enthalpique. La discrétisation des équations est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis, avec un schéma explicite. Le couplage entre les différentes régions est réalisé au niveau des interfaces, solide 1-MCP (interface 1), MCP-solide 2 (interface)..

Notons que pour ces trois derniers chapitres portant les murs monocouches, bicouches et tricouches, la solution numérique est validée par comparaison avec la solution analytique de Neuman du problème de Stefan. L'évolution du front de solidification, de la température et de l'enthalpie au cours du temps, ainsi que l'effet de la condition convective chaude imposée au solide 1 : degré de surchauffement, nombre de Biot sur le phénomène de solidification, sont présentés.

1 Chapitre 1 : Synthèse bibliographique

1.1 Généralités sur le phénomène de changement de phase

1.1.1 Matériaux à Changement de Phase (MCP)

Ce sont des matériaux capables de changer d'état physique dans une plage de température restreinte. Dans cet intervalle de température, le changement de phase le plus courant est la fusion/solidification (**Jannot, 2009**).

Les matériaux à changement de phase liquide-solide sont classés en trois grandes catégories (**Ahmad, 2004**):

- Les corps inorganiques: hydrates salins, sels, métaux, alliages.
- Les corps organiques: paraffines, corps non-paraffiniques, polyalcools.
- Eutectiques : des corps inorganiques et/ou organiques.

Les hydrates salins, ce sont des composés obtenus par mélange d'un sel et d'une quantité d'eau en principe parfaitement définie. On prend comme exemple celui obtenu par mélange de chlorure de sodium et d'eau et qui forme l'hydrate ($\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), Sulfate de sodium déca hydrate (sel de Glauber $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$), Chlorure de calcium hexahydrate ($\text{CaCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$),...

Les composés organiques paraffiniques : les paraffines sont des matériaux organiques, constitués par des mélanges d'hydrocarbures saturés qui eux-mêmes sont des alcanes de formule générale $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$.

Les composés organiques non-paraffiniques sont les autres composés que les paraffines, comme les acides gras, les esters, les alcools et les glycols.

Les eutectiques sont des mélanges de deux ou plusieurs corps. Ils ont un comportement similaire au comportement des hydrates salins à fusion congruente.

Les corps inorganiques : hydrates salins	
Avantages	<ol style="list-style-type: none"> 1. Chaleur latente importante 2. Faible coût et facilement disponible 3. Point de fusion net 4. Haute énergie de fusion 5. Non-inflammable 6. Haute conductivité thermique
Inconvénients	<ol style="list-style-type: none"> 1. Phénomène de surfusion important 2. Agents de nucléation indispensables.

Les corps organiques : paraffines et acides gras	
Avantages	<ol style="list-style-type: none"> 1. Disponible dans une large gamme de température 2. Compatible avec les matériaux conventionnels de construction 3. Pas de ségrégation 4. Chimiquement stable 5. Haute énergie de fusion 6. non réactif 7. Recyclable
Inconvénients	<ol style="list-style-type: none"> 1. Faible conductivité thermique à l'état solide. D'importants transferts de chaleur sont nécessaires durant le cycle de solidification 2. Chaleur latente faible 3. Inflammable (nécessite des contenants adéquats) 4. Requier un large rapport surface/volume

Eutectiques : Composé organiques-organiques, inorganiques-organiques, inorganiques-inorganiques	
Avantages	<ol style="list-style-type: none"> 1. Point de fusion nette similaire a une substance pure 2. Chaleur latente légèrement supérieure à celle des composes organiques
Inconvénients	<ol style="list-style-type: none"> 1. Peu de données disponibles sur les propriétés thermiques de ces matériaux 2. Encore peu utilisés au niveau des applications industrielles

Tableau 1.1 : Avantages et inconvénients des différents types de matériaux à changement de phase (**Bufalino, 2008**)

1.1.2 Le stockage thermique

Par définition, le stockage thermique est l'emmagasinement de la chaleur pendant une période où elle est abondante (cas du solaire) ou moins coûteuse (tarifs de nuit pour l'électricité) pour l'utiliser pendant une période durant laquelle elle est rare ou plus chère (**Jannot, 2009**). Ce phénomène a un grand intérêt dans les applications industrielles : gestion de l'énergie thermique produite dans les installations industrielles, ainsi que la gestion de l'électricité produite pendant les heures creuses,

1.1.2.1 Le stockage par chaleur sensible

Tout matériau a une capacité calorifique et peut donc stocker de la chaleur en quantités plus ou moins importantes. Ce stockage par chaleur sensible, dont l'énergie thermique transférée fait varier la température du matériau (Figure 1.1).

Si h est l'enthalpie massique du matériau, la quantité de chaleur Q échangée par le matériau lorsqu'il passe d'un état initial noté i à un état final noté f est :

$$Q = m (h_f - h_i) \text{ [J]}$$

1.1

Où : m est la masse du matériau [kg], h_i est l'enthalpie massique initiale [J kg^{-1}], h_f est l'enthalpie massique finale [J kg^{-1}].

Si la capacité thermique massique du matériau C_p ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) est constante, l'expression de l'enthalpie massique permet d'écrire:

$$Q = m C_p (T_f - T_i) \quad 1.2$$

Où T_i est la température initiale [K], T_f est la température finale [K].

Il est donc utile d'utiliser des matériaux à grande capacité thermique afin d'emmagasiner un maximum d'énergie. Mais ces matériaux doivent avoir d'autres propriétés comme une stabilité à long terme lors des cycles thermiques, la comptabilité avec le récipient de stockage et également un coût raisonnable.

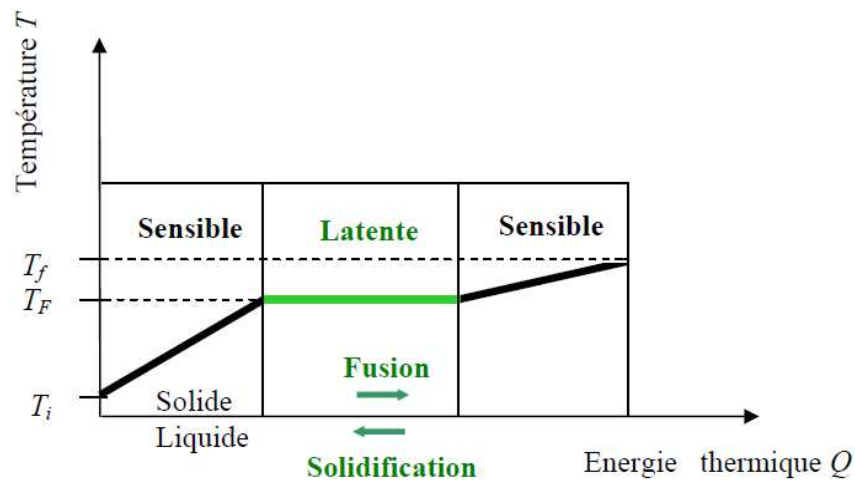


Figure 1-1 : évolution de la température d'un corps pur homogène avec changement d'état liquide-solide.

Le stockage par chaleur sensible dépend du milieu de stockage, et en particulier de son état physique. On définira ainsi:

- le stockage par un fluide (l'eau, l'huile, les sels fondus).
- le stockage par un solide (pierre, métaux,...).

1.1.2.1.1 Le stockage par chaleur sensible par un fluide

L'eau est considérée comme le meilleur milieu pour le stockage aux faibles températures. Elle a la capacité thermique massique la plus grande par rapport aux autres fluides ($4185 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ à $20 \text{ }^\circ\text{C}$). Ainsi, pour une variation de température de 60°C , l'eau peut stocker 250 kJ/kg ou $2.5 \cdot 10^5 \text{ kJ/m}^3$ (Ahmad, 2004). Les liquides utilisés, autres que l'eau, pour le stockage par chaleur sensible sont les sels fondus ou les huiles. Leurs capacités thermiques massiques sont de l'ordre de 25 à 40 % de celle de l'eau. Ils sont privilégiés car ils peuvent supporter des températures assez élevées par rapport à l'eau, de l'ordre de 500°C (Jannot, 2009).

1.1.2.1.2 Le stockage par chaleur sensible par un solide

Les pierres, les métaux, le béton, le sable et la brique sont les matériaux généralement utilisés pour le stockage thermique aux faibles et hautes températures parce qu'ils ne peuvent ni se congeler ni entrer en ébullition. Les difficultés dues à la grande pression de vapeur dans le stockage par l'eau et les autres liquides, conduisent à stocker la chaleur sensible à l'aide d'un solide en éliminant les risques de fuite.

1.1.2.2 Le stockage par chaleur latente

Le stockage thermique par chaleur latente dans les liquides ou les solides peut être un moyen très intéressant en utilisant des matériaux à changement de phase. Ces matériaux présentent l'avantage de stocker une grande quantité d'énergie avec un bon rapport masse/volume (**Benmansour, 2001**). Le stockage par chaleur latente présente deux avantages par rapport à la chaleur sensible (**Jannot, 2009**):

- le stockage par chaleur latente consiste à exploiter la quantité d'énergie engagée lors du changement d'état d'un corps. Ce changement d'état s'opère à température constante, donc il permet de réguler la température d'une ambiance intérieure et d'assurer un confort thermique.
- une autre différence entre le mode de stockage par chaleur sensible et latente est due aux très fortes capacités de stockage thermiques par chaleur latente par rapport à celui par chaleur sensible.

Les températures de fusion (solidification) dépendent des matériaux à changement de phase utilisés. La quantité de chaleur mise lors d'un changement de phase est donnée par :

$$Q = m (h_f - h_i) = m \Delta h_f \tag{1.3}$$

Où Δh_f est l'enthalpie spécifique de fusion.

Pour atteindre la fusion d'un corps initialement à la température T_i , il faut d'abord porter sa température à la température de fusion T_f et l'on écrit :

$$Q = m (h_f - h_i) = m C_p (T_f - T_i) + m \Delta h_f \tag{1.4}$$

1.1.3 Phénomène de solidification et le stockage du froid

A l'opposé de la fusion, la solidification constitue le phénomène inverse, lorsqu'un liquide passe progressivement de l'état liquide à l'état solide en libérant de l'énergie (enthalpie de changement de phase). Cette enthalpie diffuse dans le voisinage de l'interface. Le processus de solidification prend place à température constante.

1.1.4 Les phénomènes réduisant l'efficacité de stockage par chaleur latente

1.1.4.1 La surfusion

Dans certaines conditions, il peut apparaître un retard de la solidification au cours du refroidissement d'un liquide ; le liquide ne se solidifie pas à la température d'équilibre liquide-solide mais à une température plus basse. Ce phénomène est appelé la surfusion. Dès que la solidification apparaît, la température remonte à la température

d'équilibre du changement de phase durant le reste de la transformation (Citherlet, 2006). Ce phénomène réduit l'efficacité thermique des unités de stockage par chaleur latente par rapport à celles par chaleur sensible.

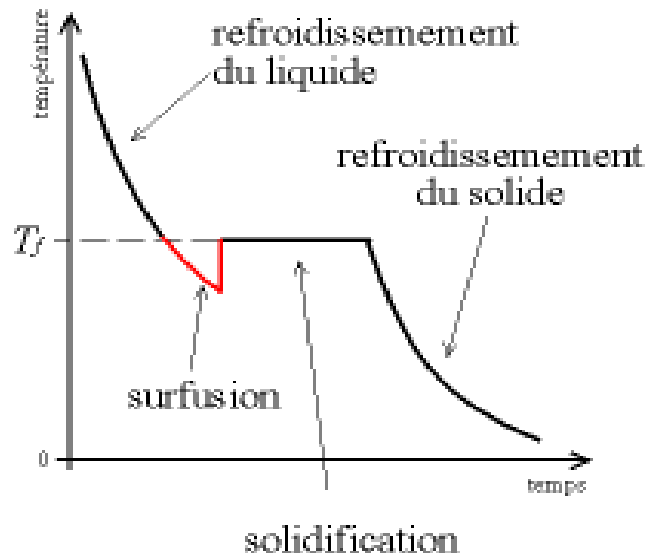


Figure 1-2 : Phénomène de surfusion lors du refroidissement.

1.1.4.2 L'hystérésis

Dans certaines conditions et pour certains matériaux, les températures de transformations d'une phase à l'autre diffèrent selon que l'on chauffe ou que l'on refroidisse. Ce phénomène, appelé hystérésis, provient du retard de la solidification (cristallisation) au cours du refroidissement en phase liquide. Par contre, lorsque la cristallisation apparaît, la température reste stable durant le reste de la transformation. (Citherlet, 2006)

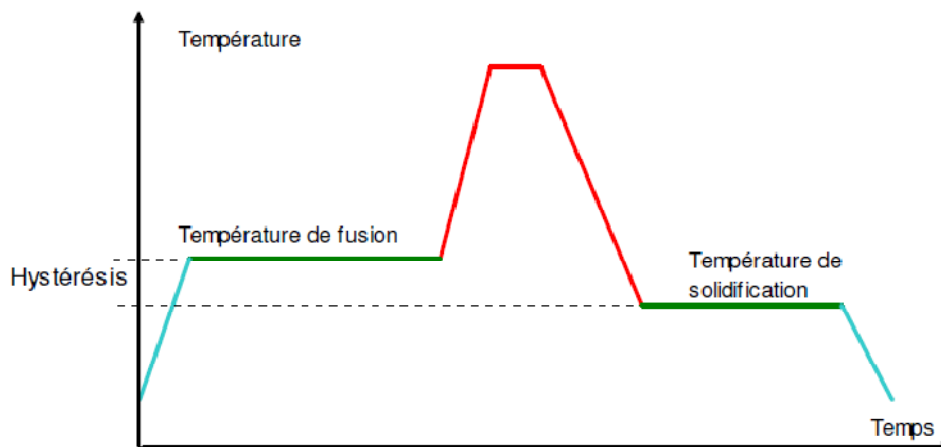


Figure 1-3 : Phénomène d'hystérésis lors du refroidissement

1.1.5 Les applications des MCP

Les matériaux à changement de phase ont de nombreuses applications dans l'industrie, le stockage d'énergie, l'habitat, ...

A titre d'exemple, nous donnons les applications suivantes :

1.1.5.1 L'intégration de MCP dans le bâtiment

Dans le domaine du bâtiment, le confort thermique est très important. Les structures bâties sont équipées de systèmes permettant de réchauffer ou de refroidir le climat intérieur. Dans les bâtiments ayant une maçonnerie traditionnelle, l'inertie thermique est très grande (stockage par chaleur sensible) produisant ainsi une certaine climatisation naturelle. Pour les bâtiments modernes, aux Etats Unis et au Canada en particulier, on utilise une construction de faible coût ayant une faible inertie thermique. La diminution de la capacité thermique du bâtiment peut être compensée en combinant les matériaux de construction avec les MCP. L'utilisation des MCP pour atteindre le confort thermique est réalisée soit par son intégration directe dans le mur ou bien avec d'autres dispositifs.

L'intégration des MCP dans le mur du bâtiment est réalisée par incorporation directe par mélange avec les matériaux de construction, par absorption (imprégnation) du MCP fondu dans les matériaux poreux, par encapsulation ou par revêtements plastiques.

Les MCP destiné au confort thermique doivent satisfaire certaines conditions, parmi lesquelles (**Ahmad, 2004**):

1) La nature du MCP

- la température de fusion du MCP : Les MCP pour cloisons seront ceux qui ont des points de fusion et de solidification aux températures qui réalisent le confort thermique avec le prix le plus faible possible

- sa chaleur latente : devra être la plus élevée possible pour utiliser le moins de matériaux possible.

- les propriétés thermophysiques des matériaux : la conductivité thermique et la capacité thermique massique doivent avoir la valeur la plus grande possible.

2) La répartition des MCP dans la paroi. Ce problème est important. Il dépend des objectifs fixés.

- Si l'on désire éviter les surchauffes de la surface extérieure des murs, on placera le MCP proche de la surface extérieure.

- Si l'on désire réguler la température intérieure, on placera le MCP près de la surface intérieure.

1.1.5.2 Stockage solaire thermique

Le principal problème lié à l'utilisation de l'énergie solaire thermique concerne son stockage : la production d'Eau Chaude Sanitaire (ECS) via la circulation d'eau au-travers de panneaux solaires est directement dépendante de l'ensoleillement. Cet apport énergétique a lieu que l'on a besoin (bénéfique) ou non (perte énergétique par surabondance). L'utilisation de MCP pour le stockage de cette énergie par chaleur latente permettrait de résoudre en partie ce problème. D'une part, la quantité d'énergie stockée dans un ballon de même volume sera plus grande avec un MCP qu'avec de

l'eau seule, il sera donc possible d'accumuler une plus grande quantité de chaleur que celle nécessaire à une seule journée d'occupation. D'autre part, il est possible de stocker cette chaleur sous forme latente sans pour autant élever la température du matériau (en utilisant par exemple un MCP dont la température de fusion se situe aux environs de 60°C ou 70°C). Cette chaleur supplémentaire accumulée sera cédée par la suite au réseau d'Eau Chaude Sanitaire.

1.2 Recherche Bibliographique

Dans cette étude bibliographique, on considère les travaux concernant : les propriétés des matériaux à changement de phase, le phénomène de changement de phase en présence de la convection naturelle et sans celle-ci, aussi, le stockage thermique en utilisant les MCP, et enfin l'intégration des MCP dans le Bâtiment.

1.2.1 Propriétés des Matériaux à changement de phase

Pour améliorer les propriétés des MCP, habituellement utilisées (les hydrates salins, les paraffines, ...), de nombreux travaux ont été menés en vue de créer de nouveaux mélanges avec moins d'inconvénients. Nous distinguons les travaux suivants :

Morisson et al (2005) ont proposé une démarche de conception des systèmes de stockage et ont montré les avantages des composites sel-graphite. Pour des températures de travail (250-350 °C), les sels seraient plus adaptés. Néanmoins, leur faible conductivité thermique ($\sim 1\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$) serait inadmissible dans une application exigeante en termes de puissance. L'idée d'associer la capacité de stockage des MCP avec les propriétés conductrices des métaux ou du graphite est apparue récemment pour des applications à basse température. Dans ce cadre ils ont utilisé une configuration qui consiste en un bloc de MCP traversé par un échangeur à tubes parallèles dans lequel circule le fluide caloporteur (eau/vapeur). Les auteurs ont montré qu'un léger excès de graphite permet d'augmenter significativement la conductivité thermique du MCP, ce qui accroît la cinétique de changement de phase ainsi que le taux de production de vapeur. Ils ont montré aussi que les composites graphite-sel permettent de réduire significativement la longueur totale de conduites du système de stockage tout en satisfaisant les mêmes contraintes de capacité de stockage et de puissance que les sels.

Lopez et al (2008) ont tenté de développer des matériaux composites graphite/sel alliant les propriétés de stockage des sels avec les propriétés de transfert du graphite, ainsi la présentation des influences du graphite et de la microstructure des matériaux graphite/sel sur les propriétés de transition de phase des sels. Après une étude expérimentale quelques résultats trouvés comme l'absence d'influence du graphite sur la chaleur latente des sels eux-mêmes, ainsi que sur leur stabilité thermo-chimique. Elle a mis également deux effets bénéfiques (ou potentiellement bénéfiques) : la réduction presque systématique du degré de surfusion et l'avancement occasionnel de la température de fusion.

Zeraouli et al (2007) ont étudié numériquement les transferts thermiques avec changement de phase lors de la fusion isotherme des corps purs et de la fusion non-isotherme au sein d'un fluide frigoporteur diphasique (mélange de solutions binaires composé de glace et d'une solution à base d'eau et d'éthanol) stocké dans un cylindre centimétrique. Le modèle proposé s'appuie sur la formulation générale de la méthode enthalpique,

Jamil et al (2010) ont déterminé expérimentalement les caractéristiques thermiques d'un mélange de paraffines (tétradécane-hexadécane) à l'aide de la technique DSC (Differential Scanning Calorimetry).

1.2.2 Phénomène de changement de phase

Avec et sans la présence de la convection naturelle.

Ankri1 et Zebbiche (2008) ont étudié numériquement la fusion du gallium dans une enceinte rectangulaire chauffée à l'aide des sources de chaleur continues et réparties le long des parois latérales conductrices en présence de la convection. Pour l'étude de ce problème, les auteurs ont présenté un modèle numérique reposant sur les équations de conservation, traitées par une méthode des volumes finis couplée à une formulation enthalpique (termes sources).

Bouadila et al (2011) ont étudié numériquement le phénomène de la fusion et de la solidification des matériaux à changement de phase contenues dans une enceinte rectangulaire. Ce travail est complété par une application expérimentale qui consiste à la réalisation d'un capteur solaire stockeur.

Dans un nouveau travail, **Bédécarrats et al (1996)** ont étudié expérimentalement le processus de cristallisation des nodules afin de mieux comprendre le phénomène de surfusion, ainsi que le caractère stochastique de cristallisation.

Bilir (2004) a appliqué la méthode enthalpique pour étudier la cinétique de la solidification des nodules de géométries sphérique et cylindrique.

Comme extension au travail de Bilir (2005), Tegggar (2007) a introduit un facteur géométrique, au niveau de l'équation de conduction thermique en représentation enthalpique. Ce modèle général a permis d'étudier pour les différentes géométries (sphérique, cylindrique et rectangulaire), la solidification d'un matériau à changement de phase (*MCP*) contenu dans une capsule destiné au stockage du froid par chaleur latente.

1.2.3 Stockage thermique en utilise les MCP

Plusieurs travaux ont concerné le stockage de la chaleur ou du froid par chaleur latente en utilisant les matériaux à changement de phase. On distingue :

Benmansour et Hamdan (2001) ont étudié numériquement le stockage de l'énergie thermique par chaleur latente à basses températures (0 °C à 100 °C) dans un lit cylindrique rempli de sphères uniformes et contenant chacune un matériau à

changement de phase, traversé par un flux d'air. Un modèle numérique unidimensionnel à deux phases séparées est appliqué.

Bédécarrats et al (1995) ont conçu un procédé industriel de stockage de l'énergie utilisable pour la climatisation ou la réfrigération. En plus du côté expérimental, un programme de simulation est développé.

Choquette et Lacroix (1997) a étudié le stockage d'énergie dans un matériau à changement de phase (MCP). Un modèle mathématique a été développé pour décrire le transfert de chaleur entre un fluide caloporteur (chaud) et un matériau à changement de phase (froid) au cours de la fusion, Le modèle prend en compte le sous-refroidissement et la surchauffe du MCP. Le problème est gouverné par l'équation générale de chaleur en formulation enthalpique, ainsi que la condition à l'interface solide-liquide.

Lamberg et al (2003) ont simulé à l'aide du logiciel FEMLAB le stockage et le déstockage thermique au cours de la fusion et la solidification d'un MCP contenu dans un stockeur rectangulaire. La validation des résultats de la simulation a été obtenue par comparaison avec des données expérimentales et des résultats numériques obtenus en utilisant le méthode enthalpique et la méthode de la capacité thermique apparente.

Medved et Arkar (2007) ont étudié numériquement et expérimentalement le stockage thermique par chaleur latente dans des systèmes de stockage thermique s'appelant les LHTESs. L'objectif est de déterminer une corrélation entre les conditions climatiques et le potentiel de refroidissement libre, ainsi les propriétés optimales des LHTESs pour différents conditions climatiques.

Waqas et Kumar (2011) ont conçu un dispositif expérimental pour l'étude du refroidissement libre des structures particulièrement dans les climats secs et chauds. Ce refroidissement est basé sur le stockage du froid par des matériaux à changements de phase pendant la nuit et sa restitution pendant les heures de la journée.

Tay et al (2012) se sont intéressés à la caractérisation et l'optimisation de l'énergie latente utile qui peut être stockée dans un système de stockage d'énergie thermique constitué de tubes cylindriques contenant un matériau à changement de phase. L'énergie utile stockée à l'intérieur du MCP a été déterminée en utilisant le modèle de calcul 'effectiveness-NTU'. Les résultats trouvés ont montré que la densité de stockage d'énergie utile est affectée par la résistance thermique du système et son facteur de compacité.

1.2.4 Utilisation des MCP dans le Bâtiment

L'utilisation des MCP pour la climatisation de bâtiment peut être réalisée de deux manières, soit par son intégration directe dans le mur, ou bien en utilisant des équipements contenant des MCP.

Halford et Boehm (2006) ont utilisé des matériaux à changement de phase pour être installés au sein de l'isolation du plafond ou au mur pour aider à retarder les heures de pointe de la demande de climatisation. Le mur ou la structure de plafond est modelé comme un mur de trois-couches avec MCP dans la couche centrale.

Deddy et al (2010) ont développé des modèles de simulation dynamique afin de définir des règles de conception thermique de bâtiments permettant d'aboutir à une réduction des consommations dédiées au conditionnement d'air. Pour la simulation dynamique de ce problème, ils ont utilisé le modèle de bâtiment multizone de TRNSYS

Kuznik et al (2006) ont utilisé le logiciel commercial Codymur qui a été adapté pour prendre en compte les MCP pour traiter un modèle physique qui est une structure de maison à ossature bois.

Ravikumar et al (2008) ont étudié le refroidissement naturel des structures en utilisant les matériaux à changement de phase, trois type de plafond sont considérés, le premier type contient que de béton, le deuxième composé de deux couche, béton et un isolant, le troisième est le même que le deuxième avec l'isolant contient un MCP. Le model physique est traité en utilise le logiciel de simulation ANSYS 10.

Arkar et al (2006) ont étudié numériquement et expérimentale l'efficacité du refroidissement libre dans un bâtiment à faible énergie, en utilisant un système de ventilation mécanique avec deux stockeurs d'énergie thermique par chaleur latente (LHTESs). Le logiciel TRNSYS était utilisé pour la simulation numérique.

Zhou et al (2011) ont étudié numériquement la performance thermique d'un système hybride de refroidissement d'espace avec ventilation en nuit, le stockage thermique avec la présence d'un matériau à changement de phase de forme stabilisée (SSPCM), la façade sud d'une chambre de structure d'un bureau

2 Chapitre 2 : Étude de transfert thermique dans un mur monocouche sans changement de phase

2.1 Introduction

Les problèmes du transfert thermique ont différentes possibilités de résolution mathématique que ce soit par des méthodes numériques, analytiques ou semi-analytiques. L'une de ces techniques semi-analytiques est l'utilisation des transformées de Laplace et de Fourier.

Dans cette partie, une étude est menée portant sur l'utilisation de la transformé de Laplace pour résoudre l'équation de conduction thermique instationnaire dans l'espace de Laplace. Ensuite, la solution physique est obtenue numériquement par application de la transformé inverse de Fourier. Une comparaison avec des résultats numériques obtenus par la méthode des volumes est réalisée.

2.2 Techniques d'inversion de la transformée de Laplace

Les techniques de la recherche de la transformée inverse de Laplace utilisées dans ce travail sont : les techniques de Stehfest, Zakian et Fourier

2.2.1 Méthode de Stehfest

Cette technique d'inversion numérique a été introduite en premier temps par Graver (1966). Elle a été largement utilisée dans la littérature d'ingénierie pétrolière. L'approche utilisée dans l'algorithme de Stehfest est (Hassanzadeh, 2007) :

$$f(t) = \frac{\ln 2}{t} \sum_{i=1}^n V_i F\left(\frac{\ln 2}{t} i\right) \quad 2.1$$

Tels que :

f est la fonction dans l'espace réel

F est la transformée de f dans l'espace de Laplace

Les coefficients V_i sont donnés par la relation :

$$V_i = (-1)^{\binom{n}{2} + 1} \sum_{k=\binom{i+1}{2}}^{\min(i, \frac{n}{2})} \frac{k^{\binom{n}{2} + 1} (2k)!}{\binom{n}{2} - k)! k! (i - k)! (2k - 1)!} \quad 2.2$$

Le paramètre n représente le nombre de termes utilisés dans la sommation, il doit être optimisé. L'augmentation de n augmente la précision du résultat jusqu'à un certain

point, puis la précision diminue en raison de l'augmentation des erreurs d'arrondi. Généralement, pour une simple précision, on prend $n=10$, et pour une double précision $n=20$ (Jannot, 2009).

2.2.2 Méthode de Zakian

La méthode de Zakian approche les fonctions dépendent du temps, en utilisant la série infinie. Ainsi, $f(t)$ est calculé comme une somme d'évaluations pesées de $F(s)$ (Huddleston, 1999).

$$f(t) = \frac{2}{t} \sum_{i=1}^n \text{REAL} \left(K_i F \left(\frac{\alpha_i}{t} \right) \right) \quad 2.3$$

Les valeurs des constantes α et k sont données dans le tableau 1. Cette méthode est rapide et facile à mettre en application, et il y'a un seul paramètre libre n à optimiser pour obtenir des solutions précises. La méthode exige l'utilisation de l'arithmétique complexe

i	α_i	k_i
1	12.83767675 +j 1.666063445	-36902.08210 +j 196990.4257
2	12.22613209 +j 5.012718792	+61277.02524 -j 95408.62551
3	10.93430308 +j 8.409673116	-28916.56288 +j 18169.18531
4	8.776434715 +j 11.92185389	+4655.361138 -j 1.901528642
5	5.225453361 +j 15.72952905	-118.7414011 -j 141.3036911

Tableau 2.1 : valeurs des paramètres α_i et k_i

2.2.3 Méthode de séries de Fourier

Dubner et Abate (1968) sont les premiers utilisateurs de cette technique pour la recherche de la transformée inverse de Laplace. La technique est basée sur le choix d'un contour d'intégration dans l'intégrale d'inversion, convertir ce dernier à la transformé de Fourier, ensuite, faire l'approximation de la transformé en utilisant les séries de Fourier, selon la relation suivant (Jannot, 2009) :

$$f(t) = \frac{\exp(ct)}{t_{\max}} \left[\frac{F(c)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\text{Re}[F(C + j\omega_k)] \cos(\omega_k t) - \text{Im}[F(C + j\omega_k)] \sin(\omega_k t)) \right] \quad 2.4$$

Avec

$$\omega_k = \frac{k\pi}{t_{\max}}$$

La somme infinie est dans la pratique calculée pour un nombre fini N de termes. On prendra en général $N > 100$. Cette méthode nécessite le choix de deux paramètres c et t_{\max}

Crump (1976) estime ces deux paramètres, comme suit :

$$c = \frac{\ln(Err)}{2t_{\max}}$$

Pour diminuer l'erreur de troncature, on prend un temps de calcul plus large que celui qui nous intéresse. Pour cela, le pas de temps est calculé à partir de la relation suivante :

$$\Delta t = \frac{1.5t_{\max}}{2^n}$$

n détermine le nombre de valeurs de temps du calcul. On prend juste les valeurs de la fonction qui correspond à $t < t_{\max}$

2.2.4 Choix d'une technique d'inversion

L'avantage des algorithmes de Zakian et Stehfest par rapport à celle de Fourier, est que ces deux méthodes sont simples à programmer. Ainsi, elles n'ont pas de paramètres à déterminer, par contre la méthode de Fourier est difficile à programmer (utilisation des nombres complexes), et aussi elle a besoin de déterminer les paramètres c et t_{\max} pour minimiser l'erreur de troncature. Pour les avantages de la méthode de Fourier, elle est la plus précise par rapport aux deux autres méthodes, et elle est applicable quelque soit le type de la fonction approximée. Contrairement les méthodes de Zakian et Stehfest ne donnent pas de bons résultats quand la fonction approximée a des fluctuations (Hassanzadeh, 2007).

Pour cela, nous avons utilisé la méthode de Fourier pour la recherche de la transformée inverse de Laplace.

2.3 Problème physique

Dans cette partie, on considère un mur simple, à sa température initiale, subitement soumis à l'action de conditions thermiques au niveau de ses deux surfaces. Trois cas

sont considérés. Pour le premier cas, les températures de surfaces sont imposées. Pour les deux autres cas, les conditions de surface sont convectives. Soit, les températures ambiantes sont constantes pour le 2^{ème} cas ; l'une des températures ambiantes est constante et l'autre fluctuante pour le 3^{ème} cas. Ces différents cas sont illustrés par les figures suivantes :



Figure 2-1 : Configuration du premier cas

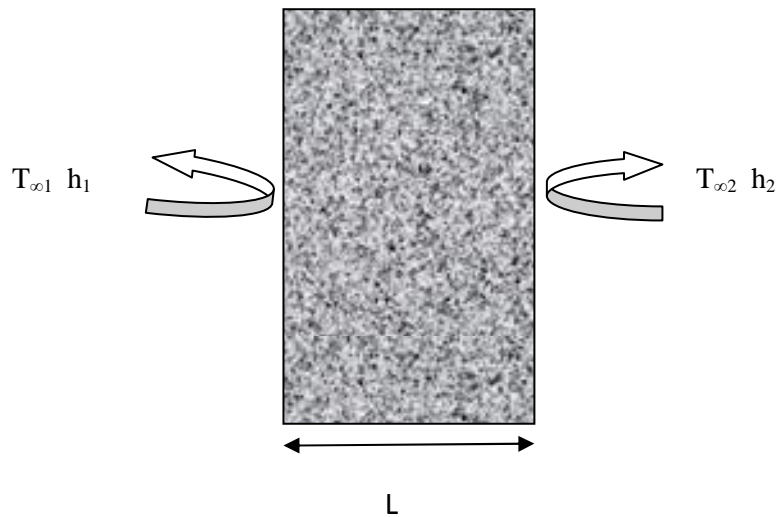


Figure 2-2 : Configuration du deuxième cas (avec $T_{\infty 2}$ constante)

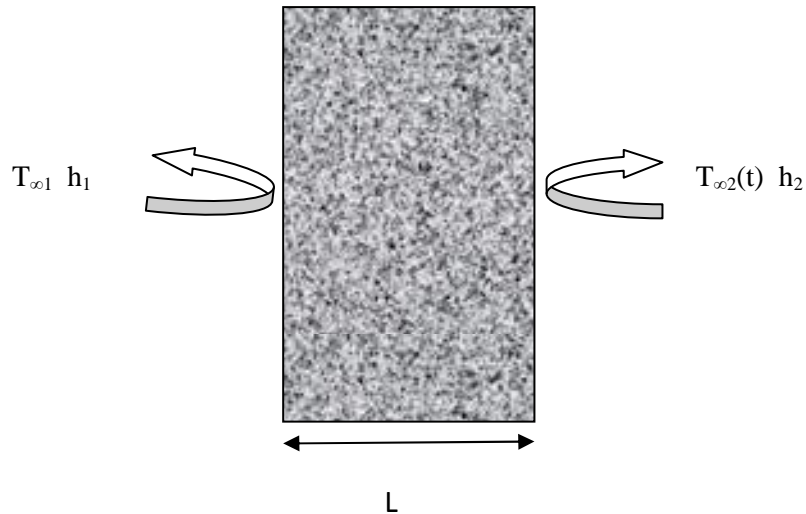


Figure 2-3 : Configuration du troisième cas (avec $T_{\infty 2}$ fluctuante)

2.3.1 Application des techniques d'inversion

2.3.1.1 Solution dans l'espace de Laplace

Les techniques de calcul décrites précédemment sont utilisées pour traiter un problème de conduction thermique dans un conducteur passif sans la présence d'une source de chaleur. Les coefficients d'échange convectifs sont supposés constants. Le problème est gouverné par l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad 2.5$$

Les conditions initiales

$$T(x, 0) = T_i$$

Les conditions aux limites

Premier cas : températures imposées

$$\begin{cases} T(0, t) = T_1 \\ T(L, t) = T_2 \end{cases} \quad 2.6$$

Deuxième cas : conditions convectives avec des températures ambiantes constantes

$$\begin{cases} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1(T_{\infty 1} - T_{s1}) \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2(T_{s2} - T_{\infty 2}) \end{cases} \quad \text{pour } \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad 2.7$$

Troisième cas : conditions convectives, l'une avec température ambiante constante et l'autre fluctuante

$$\begin{cases} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_1(T_{\infty 1} - T_{s1}) \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = h_2(T_{s2} - T_{\infty 2}(t)) \end{cases} \quad \text{pour } \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad 2.8$$

Avec

$$T_{\infty 2}(t) = T'_{\infty 2} + a_2 \sin(\omega_2 t) \quad 2.9$$

Avec le changement de variable suivant:

$$\theta(x, t) = T(x, t) - T_i$$

L'équation (1) devient :

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad 2.10$$

Où :

$$\theta(x, 0) = 0$$

Pour le premier cas, les conditions aux limites s'expriment par :

$$\begin{cases} \theta(0, t) = \theta_1 \\ \theta(L, t) = \theta_2 \end{cases} \quad 2.11$$

Pour le deuxième cas, on a :

$$\begin{cases} -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_1(\theta_{\infty 1} - \theta_{s1}) \\ -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_2(\theta_{s2} - \theta_{\infty 2}) \end{cases} \quad \text{pour } \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad 2.12$$

Pour le troisième cas :

$$\begin{cases} -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_1(\theta_{\infty 1} - \theta_{s1}) \\ -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = h_2(\theta_{s2} - \theta_{\infty 2}(t)) \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad 2.13$$

Transformé de Laplace

On applique la transformé de Laplace selon la variable temps, donc l'équation (6) devient :

$$\frac{d^2 \bar{\theta}}{dx^2} - k^2 \bar{\theta} = 0 \quad 2.14$$

$$\text{Avec } k^2 = \frac{p}{a}$$

p : constante de Laplace

La solution de l'équation 2.14 est de la forme :

$$\bar{\theta}(x, p) = A \exp(-kx) + B \exp(kx) \quad 2.15$$

La transformé des conditions aux limites vers l'espace de Laplace

Pour le premier cas

$$\begin{cases} \bar{\theta}(0, p) = \frac{\theta_1}{p} = \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}(L, p) = \frac{\theta_2}{p} = \bar{\theta}_2 \end{cases} \text{ Pour } \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad 2.16$$

A partir de 2.15 et 2.16

$$\begin{cases} A + B = \frac{\theta_1}{p} = \bar{\theta}_1 \\ \exp(-kL)A + \exp(kL)B = \frac{\theta_2}{p} = \bar{\theta}_2 \end{cases} \quad 2.17$$

Pour le deuxième cas

$$\begin{cases} -\lambda \frac{d\bar{\theta}}{dx} = h_1 \left(\frac{\theta_{\infty 1}}{p} - \bar{\theta}_{s1} \right) \\ -\lambda \frac{d\bar{\theta}}{dx} = h_2 \left(\bar{\theta}_{s2} - \frac{\theta_{\infty 2}}{p} \right) \end{cases} \text{ Pour } \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad 2.18$$

A partir 2.12 et 2.18

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{\lambda}{h_1} k\right) A + \left(1 - \frac{\lambda}{h_1} k\right) B = \frac{\theta_{\infty 1}}{p} \\ \left(1 - \frac{\lambda}{h_2} k\right) \exp(-kL) A + \left(1 + \frac{\lambda}{h_2} k\right) \exp(kL) B = \frac{\theta_{\infty 2}}{p} \end{cases} \quad 2.19$$

Pour le troisième cas

$$\begin{cases} -\lambda \frac{d\bar{\theta}}{dx} = h_1 (L(\theta_{\infty 1}) - \bar{\theta}_{s1}) \\ -\lambda \frac{d\bar{\theta}}{dx} = h_2 (\bar{\theta}_{s2} - L(\theta_{\infty 2}(t))) \end{cases} \text{ Pour } \begin{cases} x = 0 \\ x = L \end{cases} \quad 2.20$$

A partir de 2.12 et 2.20

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{\lambda}{h_1} k\right) A + \left(1 - \frac{\lambda}{h_1} k\right) B = L(\theta_{\infty 1}) \\ \left(1 - \frac{\lambda}{h_2} k\right) \exp(-kL) A + \left(1 + \frac{\lambda}{h_2} k\right) \exp(kL) B = L(\theta_{\infty 2}(t)) \end{cases} \quad 2.21$$

Avec

$$\begin{cases} L(\theta_{\infty 1}) = \frac{\theta_{\infty 1}}{p} \\ L(\theta_{\infty 2}(t)) = \bar{\theta}_{\infty 2} + a_2 \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \end{cases} \quad 2.22$$

Les équations 2.17, 2.19, 2.21 peuvent être mises sous forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}$$

Tels que :

	Premier cas	Deuxième cas	Troisième cas
a_{11}	1	$1 + \frac{\lambda}{h_1} k$	$1 + \frac{\lambda}{h_1} k$
a_{12}	1	$1 - \frac{\lambda}{h_1} k$	$1 - \frac{\lambda}{h_1} k$
a_{21}	$\exp(-kL)$	$(1 - \frac{\lambda}{h_2} k) \exp(-kL)$	$(1 - \frac{\lambda}{h_2} k) \exp(-kL)$
a_{22}	$\exp(kL)$	$(1 + \frac{\lambda}{h_2} k) \exp(kL)$	$(1 + \frac{\lambda}{h_2} k) \exp(kL)$
b_1	$\frac{\theta_1}{p}$	$\frac{\theta_{\infty 1}}{p}$	$\frac{\theta_{\infty 1}}{p}$
b_2	$\frac{\theta_2}{p}$	$\frac{\theta_{\infty 2}}{p}$	$L(\theta_{\infty 2}(t))$

Tableau 2.2 : les éléments des matrices

Donc :

$$A = \frac{\det \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \quad B = \frac{\det \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

2.3.1.2 Recherche de la transformée inverse de Laplace en utilisant la méthode de Fourier

Après avoir obtenue la solution dans l'espace de Laplace, on procède à la recherche de la transformée inverse de Laplace dans l'espace réel, en utilisant la technique d'inversion par séries de Fourier (équation 2.4) :

$$T(t) = T_i + \frac{\exp(ct)}{t_{\max}} \left[\frac{\bar{\theta}(c)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\operatorname{Re}[\bar{\theta}(C + j\omega_k)] \cos(\omega_k t) - \operatorname{Im}[\bar{\theta}(C + j\omega_k)] \sin(\omega_k t)) \right] \quad 2.23$$

Avec :

$$\omega_k = \frac{k\pi}{t_{\max}}$$

On suppose que l'erreur de troncature est de l'ordre de 10^{-3} (Dubner , 1968) Donc :

$$c = \frac{\ln(10^{-3})}{2t_{\max}}$$

Le programme de calcul est exécuté selon l'algorithme suivant :

- détermination de c et t_{\max}
- calcul de ω_k
- calcul de A et B (solution dans l'espace de Laplace)
- détermination de la valeur de T à l'instant t à partir de l'équation 2.23
- fin des calculs si $t=t_{\max}$

2.3.2 Solution numérique du problème

Pour la discrétisation des équations représentant les trois cas précédents, on applique la méthode des volumes finis, selon un schéma explicite. Le domaine, de maillage uniforme, comporte n_i volumes de contrôles, la distance entre deux nœuds est ΔX .

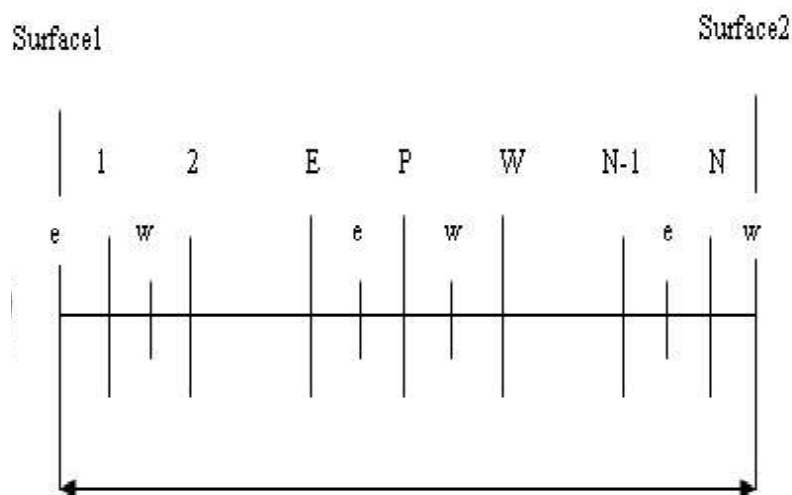


Figure 2-4 : maillage par la méthode des volumes finis

Pour le premier cas : températures imposées

Premier nœud

$$T_1^{j+1} = T_1 \tag{2.24}$$

Nœud intérieur

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{\Delta t}{\rho c_p \Delta x} \left[k \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{\Delta x} - k \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{\Delta x} \right] \tag{2.25}$$

Dernier nœud

$$T_n^{j+1} = T_2 \quad 2.26$$

Deuxième cas : conditions convectives avec températures ambiantes constantes

Premier nœud

$$T_1^{j+1} = T_1^j + \frac{\Delta t}{\rho c_p \Delta x} \left[k \frac{T_2^j - T_1^j}{\Delta x} - h(T_{s1}^j - T_{\infty 1}) \right] \quad 2.27$$

Nœud intérieur

$$T_i^{j+1} = T_i^j + \frac{\Delta t}{\rho c_p \Delta x} \left[k \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{\Delta x} - k \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{\Delta x} \right] \quad 2.28$$

Dernier nœud

$$T_n^{j+1} = T_n^j + \frac{\Delta t}{\rho c_p \Delta x} \left[-h(T_{s2}^j - T_{\infty 2}) - k \frac{T_n^j - T_{n-1}^j}{\Delta x} \right] \quad 2.29$$

Troisième cas : conditions convectives, l'une avec température ambiante constante et l'autre fluctuante

Les mêmes équations du 2^{ème} cas sont utilisées à la seule différence de remplacer $T_{\infty 2}$ par $T_{\infty 2}(t)$.

Etude de la stabilité

La condition de la stabilité numérique pour un schéma explicite exige que la valeur du coefficient de la température adimensionnelle au nœud étudié (i) et à l'instant k (θ_i^k) au niveau de l'équation discrétisée sera supérieure ou égale à zéro. Cette condition concerne l'ensemble des nœuds du mur. Nous considérons le cas le plus général (troisième cas).

Pour les nœuds 1 et N : $1 - \frac{a\Delta t}{\Delta x^2} \geq 0$ ou $\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{a}$

Pour un nœud intérieur i $1 < i < N$: $1 - 2 \frac{a\Delta t}{\Delta x^2} \geq 0$ ou $\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2a}$

Ainsi, la condition sur le pas de temps pour tous les nœuds du mur est :

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{\Delta x^2}{a}, \frac{\Delta x^2}{2a} \right). \text{ Ce qui donne } \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2a}$$

2.4 Résultats et discussions

En premier lieu, nous procédons à une comparaison des résultats des calculs correspondants aux deux méthodes (séries de Fourier et volumes finis) :

Le mur simulé ici est en béton, possédant les propriétés physiques suivantes :

conductivité thermique : k (W/m K)	Capacité calorifique (C_p) (J/kg K)	Masse volumique (ρ) (kg/m ³)
1.4	880	2300

Tableau 2.3 : propriétés du béton (Amir, 1996)

L'épaisseur du mur est $L=0.15$ m

Pour la méthode des volumes finis, le nombre utilisé des nœuds est $n_i=41$

2.4.1 Températures imposées

Le mur initialement à la température $T_i=288$ K, les deux températures imposées sont $T_1=298$ K, $T_2=268$ K, $t_{max}=25000$ s.

Les figures 2.5 (a)-(b), ainsi, 2.6 (a)-(b) montrent que la température prend des valeurs fixes au niveau des deux surfaces extérieures (températures imposées). Pour la partie du mur proche de la surface chaude, la température augmente en premier temps et commence à chuté quand l'effet de la condition froide arrive. Pour la partie proche de la surface froide et à partir du centre du mur, les températures représentant cette région décroissent à cause l'effet de la condition froide et tendent vers des valeurs constantes représentant l'état stationnaire. La comparaison entre les deux figures montre une bonne concordance entre la méthode semi analytique (Laplace - séries de Fourier) et la méthode des volumes finis.

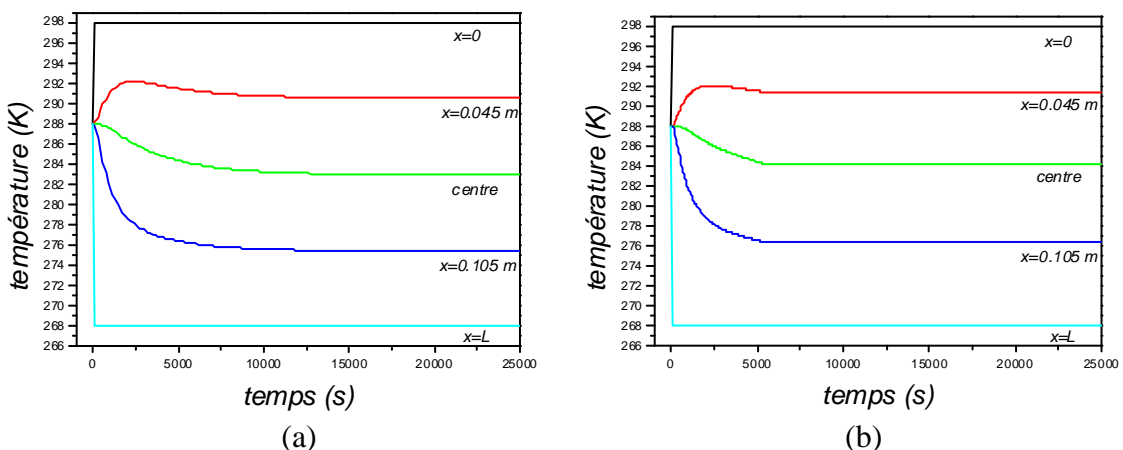


Figure 2-5 : évolution de la température au cours du temps (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis

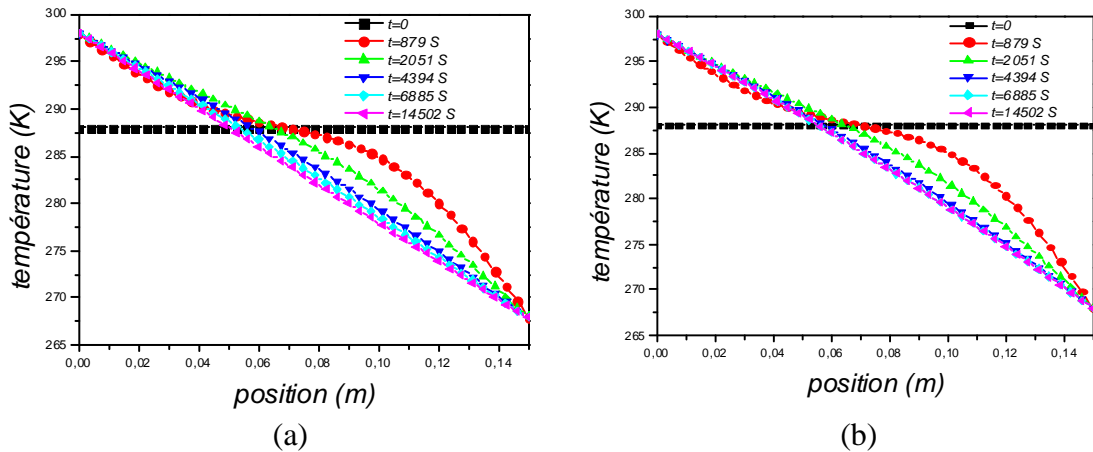


Figure 2-6 : profil de température (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis

2.4.2 Deux conditions convectives avec des températures ambiantes constantes

Le mur initialement à la température $T_i=288K$, la température ambiante chaude $T_{\infty 1}=298K$, la température ambiante froide $T_{\infty 2}=268K$, les deux coefficients d'échanges thermiques des deux milieux ambiants sont les mêmes $h_1=h_2=10 W/m^2K$, $t_{max}=140000 s$.

A partir des figures 2.7 (a)-(b), ainsi que 2.8 (a)-(b), on voit que les températures des surfaces tendent vers des valeurs proches de celles des températures ambiantes. Pour la partie proche du milieu ambiant chaud, la température augmente en premier temps et commence à chuté quand l'effet de la condition froide arrive jusqu'à atteindre l'état stationnaire. Pour la partie proche du milieu ambiant froid les températures chutent jusqu'à atteindre l'état stationnaire. On remarque aussi que les résultats obtenus par les deux méthodes sont très proche.

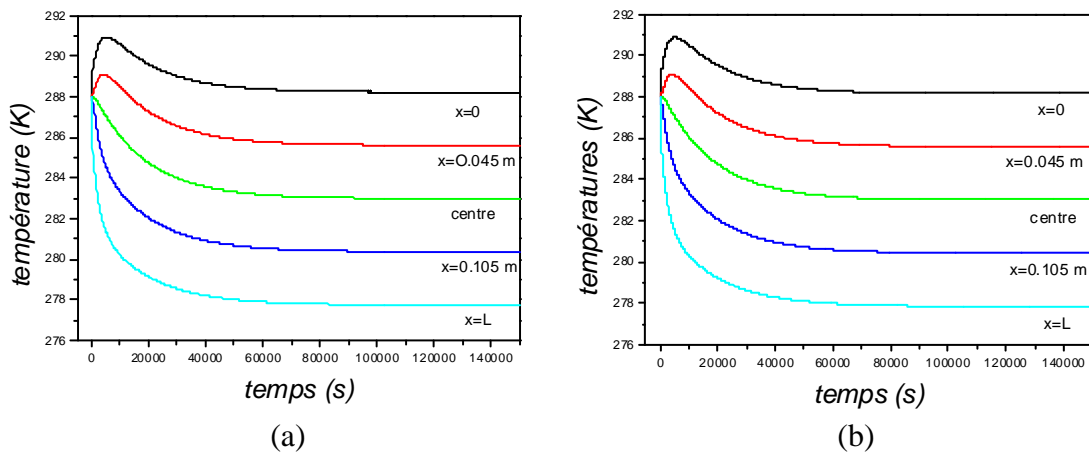


Figure 2-7 : évolution de la température au cours de temps (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis

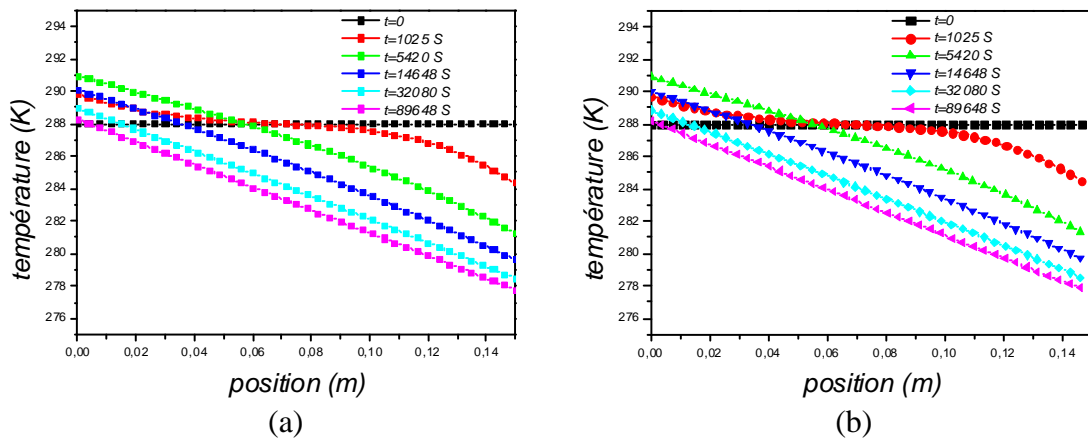


Figure 2-8 : profil de la température (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis

2.4.3 Deux conditions convectives, l'une avec température ambiante constante et l'autre fluctuante

Toujours, le mur initialement à la température $T_i=288$ K, la température ambiante chaude $T_{\infty 1}=298$ K, la température ambiante froide est fluctuante : $T_{\infty 2}=268+5\sin(\omega t)$, ($a_m=5$). On considère une durée de 24 heures donc $\omega=\frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega=7.27 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Les deux coefficients d'échanges convectifs représentant les deux milieux ambiants sont les mêmes $h_1=h_2=80 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

Les Figures 2.9 (a)-(b), ainsi, 2.10 (a)-(b) montrent que l'effet de la température fluctuante atteint tout le mur, donc toutes les températures qui caractérisent le mur subissent des fluctuations.

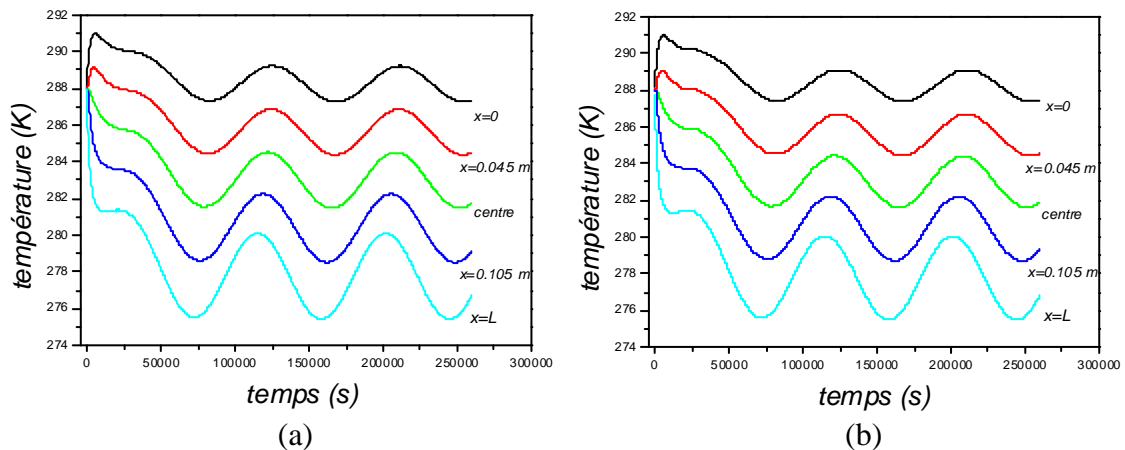


Figure 2-9 : évolution de la température au cours de temps (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis

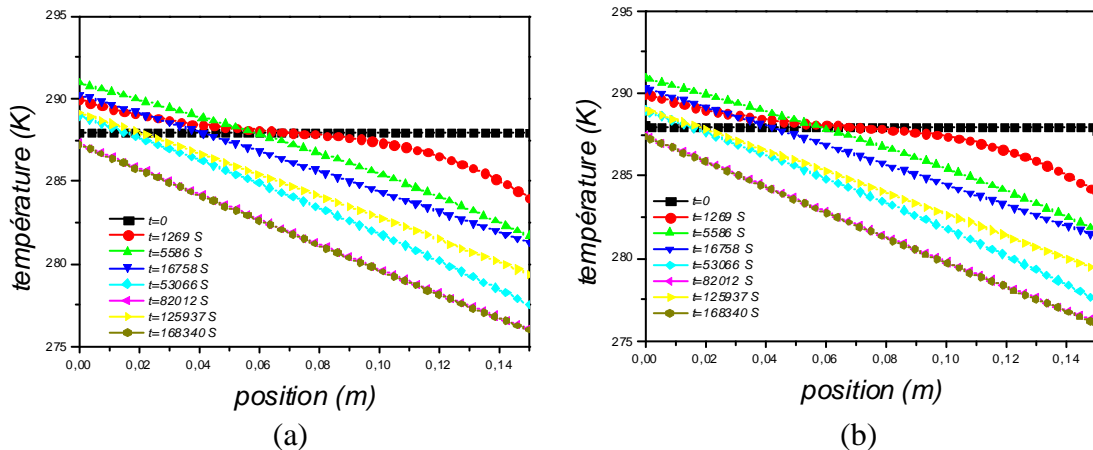


Figure 2-10 : profil de la température (a) méthode semi analytique "Laplace + séries de Fourier", (b) méthode des volumes finis

On constate que les résultats trouvés par la méthode semi-analytique (Laplace /séries de Fourier) et celles trouvés par la méthode des volumes finis sont en concordance (pour les cas étudiés).

2.5 Conclusion

L'étude réalisé dans ce chapitre, solution obtenue par la technique semi analytique, basée sur le calcul numérique de la transformée inverse de Laplace, donne une autre possibilité pour la résolution des problèmes de la conduction thermique, avec une certaine précision qui dépend de la méthode utilisée pour l'inversion. Par exemple, les deux méthodes Stehfest et Zakian n'ont pas la précision de la méthode des séries de Fourier, malgré qu'ils sont plus simple à programmer que cette dernière. Pour l'exemple étudié dans ce travail, la méthode des séries de Fourier apparait qu'elle a une bonne précision. Les résultats s'accordent avec ceux trouvés par la méthode des volumes finis.

3 Chapitre 3 : Étude de transfert thermique dans un mur monocouche avec changement de phase

3.1 Introduction

Cette partie de notre travail, concerne l'étude du transfert de chaleur dans un mur, avec la présence de changement de phase par solidification. Le MCP est initialement à l'état liquide. Ce changement de phase est crée à cause de l'effet d'une condition convective froide imposé sur l'une des surfaces extérieures du mur (surface droite), ou sur ses deux surfaces (droite et gauche). L'objectif est d'étudier la cinétique de la solidification. Le problème physique est formulé par un système mathématique exprimé en formulation enthalpique. La discrétisation des équations est réalisée par la méthode des volumes finis, avec un schéma explicite. La validation est réalisée par comparaison avec la solution analytique de Neuman du problème de Stefan. L'évolution temporelle du front de solidification, de la température et de l'enthalpie, ainsi que l'effet des conditions convectives imposées sont présentées.

3.2 Présentation du problème physique

Nous étudions le transfert de chaleur en présence du changement de phase lors de la solidification d'un matériau à changement de phase (MCP).

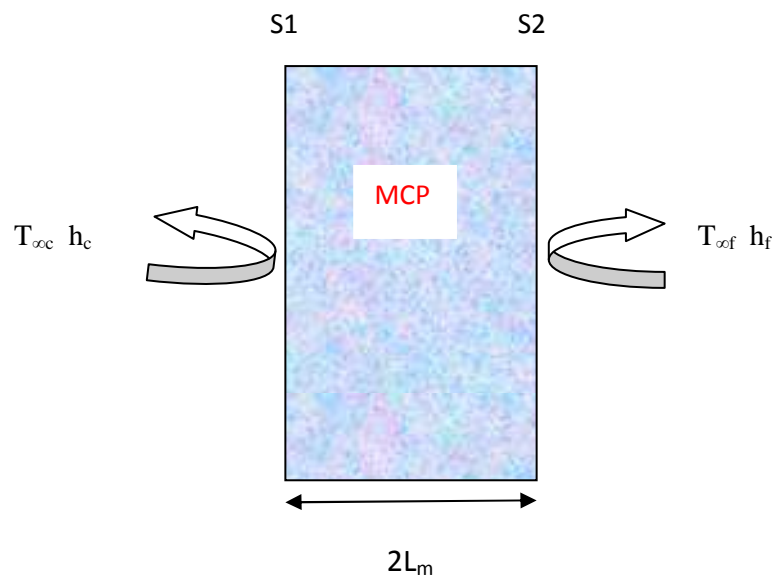


Figure 3-1 : Schématisation du problème physique : cas d'un mur MCP : paroi monocouche

Le mur MCP a une épaisseur $2L_m$ et une température initiale T_i . A l'instant $t=0$: les deux surfaces extérieures du mur sont assujetties à deux conditions convectives. L'une définie par $(h_c, T_{\infty c})$ dont la température du fluide ambiant $T_{\infty c}$ prend différentes valeurs

(chaude ou froide) et l'autre définie par $(h_f, T_{\infty f})$ prend seulement une température ambiante froide $T_{\infty f}$, tels que : $T_{\infty f} < T_m$, afin de réaliser la solidification.

3.3 Modèle physique

Le problème étudié dans cette partie concerne le transfert de chaleur par conduction thermique associé au changement de phase (solidification) sans prendre en considération le phénomène de convection naturelle dans le MCP. Le modèle physique est gouverné par l'équation générale de chaleur appliquée à chacune des phases solide et liquide. L'équation générale de la chaleur se réduit ainsi :

$$\rho c \frac{dT}{dt} - \text{div}(k \vec{\nabla} T) = 0 \quad 3.1$$

Hypothèses simplificatrices

- la déformation de volume due à la variation de température est négligeable.
- absence de source de chaleur.
- absence de la convection naturelle au cours du changement de phase.
- la variation de température est unidimensionnelle.
- L'enveloppe contenant le MCP est supposée de faible épaisseur et d'un matériau de bonne conductivité thermique pour qu'on puisse négliger sa résistance thermique.
- Les propriétés physiques du MCP (conductivité thermique k , capacité calorifique c , densité massique ρ) sont les mêmes dans les phases solide et liquide.
- Les températures des fluides et les coefficients d'échange sont considérés constants.

Ainsi, le problème est complètement formulé.

3.3.1 Formulation mathématique

Equations de la chaleur :

Sous les hypothèses précédentes, le problème est gouverné par le système suivant :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \equiv \begin{cases} \rho_l c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) \\ \rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} T > T_m \\ T < T_m \end{cases} \quad 3.2$$

3.3.1.1 Condition initiale

A l'instant $t=0$, en chaque point du conducteur, la température est exprimée par :

$$T(x, 0) = T_i \quad 3.3$$

3.3.1.2 Conditions aux limites

La condition convective chaude est présentée au niveau de la surface gauche S_1 :

$$x=0: -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_c (T_{\infty,c} - T_1) \quad 3.4$$

La condition convective froide est présentée au niveau de la surface droite S_2 :

$$x=2L_m: -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_f (T_2 - T_{\infty,f}) \quad 3.$$

5

3.3.2 Formulation adimensionnelle en variable enthalpique

Dans ce problème à changement de phase, la présence d'une interface solide-liquide mobile (front de changement de phase) rend difficile la mise en œuvre d'une solution numérique du système d'équations différentielles partielles de transfert de chaleur. La formulation en variable enthalpique vient surmonter ce problème car l'enthalpie représente l'énergie totale par unité de volume sous forme de chaleur sensible et latente.

$$h = \rho \bar{h} \quad 3.6$$

Où \bar{h} est l'enthalpie massique donnée par :

$$\bar{h} = \int_0^T c dT + \omega L_f \quad 3.7$$

Le premier terme quantifie l'énergie sensible (avec c la chaleur spécifique), alors que le second terme représente la chaleur latente où ω est la fraction liquide (égale à 1 pour la phase liquide, et à 0 pour la phase solide). Donc :

$$\frac{dh}{dt} - \text{div}(k \nabla T) = 0 \quad 3.8$$

En utilisant la définition de l'enthalpie, le système représenté par les équations 3.2 se réduit à une seule équation. Comme, la variation est selon une seule direction (x), l'équation 3.8 devient :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad 3.9$$

3.3.2.1 Les équations adimensionnelles

Pour faciliter le traitement numérique, posons les grandeurs adimensionnelles suivantes :

- Coordonnées :

$$(x, t) \mapsto X = \frac{x}{L_m} \quad \tau = \frac{\alpha_{ref}}{L_m^2} t \quad 3.10$$

-Variables physiques : températures et enthalpie

$$(T, T_m, T_\infty) \mapsto \theta = \frac{T - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}} \quad \theta_m = \frac{T_m - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}} \quad \theta_{\infty c} = \frac{T_{\infty c} - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}} \quad \theta_{\infty f} = 0 \quad 3.11$$

$$(h) \mapsto H = \frac{h}{h_{ref}} \quad 3.12$$

Notons que :

$$0 \leq \theta_m \leq 1 : (T_{\infty f} \leq T_m \leq T_i) \quad 3.13$$

$$\theta_{\infty c} \geq 0 : (T_{\infty c} \geq T_{\infty f}) \quad 3.14$$

$$(a) \theta_{\infty c} = 0 : (T_{\infty c} = T_{\infty f}) \quad (b) \theta_{\infty c} < 1 : (T_{\infty c} < T_i) \quad (c) \theta_{\infty c} = 1 : (T_{\infty c} = T_i)$$

$$(d) \theta_{\infty c} > 1 : (T_{\infty c} > T_i)$$

-Conditions convectives

$$(h_f, T_{\infty f}, h_c, T_{\infty c}, L_m, k_{ref}) \mapsto Bi_f = \frac{h_f L_m}{k_{ref}} \quad Bi_c = \frac{h_c L_m}{k_{ref}} \quad 3.15$$

-Etat initial

$$(T_i - T_{\infty f}, L_{fm}) \mapsto Ste = \frac{h_{ref}}{\rho_{ref} L_{fm}} \quad 3.16$$

-Propriétés physiques

$$K = \frac{k}{k_{ref}} \quad C = \frac{c}{c_{ref}} \quad 3.17$$

-Grandeurs de références

$$\rho_{ref} = \rho_s; \quad k_{ref} = k_s; \quad c_{ref} = c_s; \quad \alpha_{ref} = \frac{k_{ref}}{\rho_{ref} c_{ref}}; \quad h_{ref} = \rho_{ref} c_{ref} (T_i - T_{\infty f}) \quad 3.18$$

En se basant sur les grandeurs adimensionnelles définies ci-dessus, les équations du modèle s'écrivent ;

Equations de la chaleur :

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \quad 3.19$$

3.3.2.1.1 Condition initiale

$$\theta(X,0)=1 \tag{3.20}$$

3.3.2.1.2 Conditions aux limites

Surface 1 :

$$X = 0 : K \frac{\partial \theta}{\partial X} = Bi_c (\theta_1 - \theta_{\infty,c}) \tag{3.21}$$

Surface 2 :

$$X = 2 : K \frac{\partial \theta}{\partial X} = -Bi_f \cdot \theta_2 \tag{3.22}$$

Les relations liant la température et l'enthalpie adimensionnelles s'expriment par :

$$H(\theta) = \begin{cases} \theta - \theta_m \\ C(\theta - \theta_m) + \frac{1}{Ste} \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} \theta < \theta_m \\ \theta > \theta_m \end{cases} \tag{3.23}$$

$$\theta = \begin{cases} H + \theta_m \\ \theta_m \\ \left(H - \frac{1}{Ste} \right) / C + \theta_m \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} H < 0 \\ 0 \leq H \leq \frac{1}{Ste} \\ H > \frac{1}{Ste} \end{cases} \tag{3.24}$$

3.4 Solutions numériques

La résolution numérique des équations du modèle physique est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis

3.4.1 Le maillage

Pour la génération de maillage, nous avons choisi un pas d'espace uniforme où l'espace inter-nœuds est ΔX . Chaque nœud représente le centre de ce qu'on appelle volume de contrôle dont les faces de gauche et de droite sont notées respectivement w et e , les nœuds adjacents recevront les notations W et E .

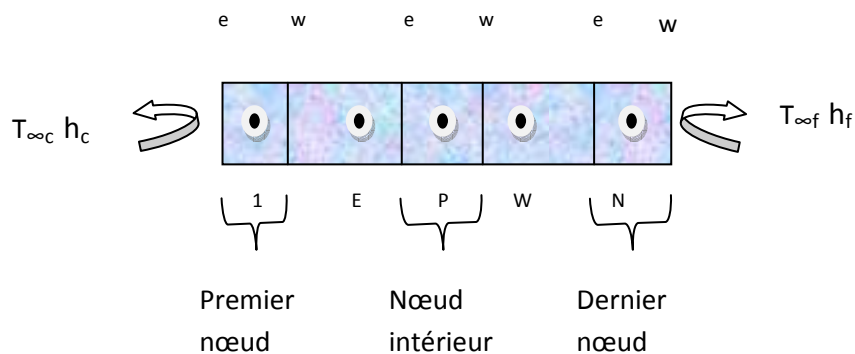


Figure 3-2 : Maillage : cas d'un mur MCP

3.4.2 Discrétisation des équations

Les équations du modèle, exprimées en formulation enthalpique, sont discrétisées par la méthode des volumes finis. La région intérieure du domaine physique comporte N nœuds, espacés d'un pas uniforme ΔX .

Le domaine commence et se termine par des demi-volumes. La discrétisation par rapport à la variable temporelle entre les instants τ et $\tau + \Delta\tau$ est réalisée en utilisant le schéma explicite. Ainsi :

Pour les nœuds intérieurs :

$$H^P(j+1) = H^P(j) + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \left(K_w \frac{\theta^W(j) - \theta^P(j)}{\Delta X} - K_e \frac{\theta^P(j) - \theta^E(j)}{\Delta X} \right) \quad 3.25$$

Pour le premier nœud

$$H^1(j+1) = H^1(j) + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \left(K_w \frac{\theta^2(j) - \theta^1(j)}{\Delta X} - Bi_c (\theta_1(j) - \theta_{\infty,c}) \right) \quad 3.26$$

Pour le dernier nœud

$$H^N(j+1) = H^N(j) + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \left(-Bi_f \theta_2(j) - K_e \frac{\theta^N(j) - \theta^{N-1}(j)}{\Delta X} \right) \quad 3.27$$

3.4.3 Etude de la stabilité

Comme le schéma utilisé pour la discrétisation des équations est explicite, une étude de la stabilité numérique est nécessaire. Par conséquent, la valeur du coefficient de la température adimensionnelle au nœud étudié (i), à l'instant j (θ_i^j) sera supérieure ou égale à zéro (Popa, 2002).

En utilisant (3.21) et en remplaçant $X_w - X_e$ par ΔX :

Pour le premier nœud l'équation discrétisé (3.24) peut s'écrire :

pour

$$\begin{cases} \theta^1(j+1) = \left(1 - \frac{K_w \Delta\tau}{\Delta X^2} \right) \theta^1(j) + \frac{K_w \Delta\tau}{\Delta X^2} \theta^2(j) - \frac{Bi_c \Delta\tau}{\Delta X} (\theta_1(j) - \theta_{\infty,c}) \\ C(\theta^1(j+1)) = \left(C - \frac{K_w \Delta\tau}{\Delta X^2} \right) \theta^1(j) + \frac{K_w \Delta\tau}{\Delta X^2} \theta^2(j) - \frac{Bi_c \Delta\tau}{\Delta X} (\theta_1(j) - \theta_{\infty,c}) \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} \theta < \theta_m \\ \theta > \theta_m \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \left(1 - \frac{K_w \Delta \tau}{\Delta X^2}\right) \geq 0 \text{ et } \left(C - \frac{K_w \Delta \tau}{\Delta X^2}\right) \geq 0 \text{ soit : } \Delta \tau \leq \min\left(\frac{C \Delta X^2}{K_w}, \frac{\Delta X^2}{K_w}\right)$$

Pour un nœud intérieur, l'équation discrétisé (3.24) peut s'écrire :

$$\begin{cases} \theta^p(j+1) = \left[1 - \frac{(K_w + K_e) \Delta \tau}{\Delta X^2}\right] \theta^p(j) + \frac{\Delta \tau}{\Delta X^2} (K_w \theta^W(j) + K_e \theta^E(j)) \\ C \theta^p(j+1) = \left[C - \frac{(K_w + K_e) \Delta \tau}{\Delta X^2}\right] \theta^p(j) + \frac{\Delta \tau}{\Delta X^2} (K_w \theta^W(j) + K_e \theta^E(j)) \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} \theta < \theta_m \\ \theta > \theta_m \end{cases}$$

$$\text{Donc : } 1 - \frac{(K_w + K_e) \Delta \tau}{\Delta X^2} \geq 0 \text{ et } C - \frac{(K_w + K_e) \Delta \tau}{\Delta X^2} \geq 0 \text{ soit : } \Delta \tau \leq \min\left(\frac{C \Delta X^2}{K_e + K_w}, \frac{\Delta X^2}{K_e + K_w}\right)$$

Pour le dernier nœud, l'équation discrétisé (3.24) peut s'écrire :

$$\begin{cases} \theta^N(j+1) = \left[1 - \frac{K_e \Delta \tau}{\Delta X^2}\right] \theta^N(j) + \frac{K_e \Delta \tau}{\Delta X^2} \theta^{N-1}(j) - \frac{Bi_f \Delta \tau}{\Delta X} \cdot \theta_2(j) \\ C \theta^N(j+1) = \left[C - \frac{K_e \Delta \tau}{\Delta X^2}\right] \theta^N(j) + \frac{K_e \Delta \tau}{\Delta X^2} \theta^{N-1}(j) - \frac{Bi_f \Delta \tau}{\Delta X} \cdot \theta_2(j) \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} \theta < \theta_m \\ \theta > \theta_m \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \left(1 - \frac{K_e \Delta \tau}{\Delta X^2}\right) \geq 0 \text{ et } \left(C - \frac{K_e \Delta \tau}{\Delta X^2}\right) \geq 0 \text{ soit : } \Delta \tau \leq \min\left(\frac{C \Delta X^2}{K_e}, \frac{\Delta X^2}{K_e}\right)$$

Devant cette analyse et pour garantir la stabilité numérique de la méthode de résolution,

il faut :

$$\Delta \tau \leq \Delta \tau_{mcp} \text{ avec : } \Delta \tau_{mcp} = \min\left(\frac{C \Delta X^2}{K_{1,w}}, \frac{\Delta X^2}{K_{1,w}}, \frac{C \Delta X^2}{K_{i,e} + K_{i,w}}, \frac{\Delta X^2}{K_{i,e} + K_{i,w}}, \frac{C \Delta X^2}{K_{n,e}}, \frac{\Delta X^2}{K_{n,e}}\right)$$

3.4.4 Détermination de la position du front solide-liquide dans le mur MCP

L'énergie totale contenue dans un volume de contrôle est exprimée par :

$$H_i V_{ei} = \left[(\theta^i - \theta_m) V_s + \left(C (\theta^i - \theta_m) + \frac{1}{Ste} \right) V_l \right] \quad 3.28$$

Où V_{ei} , V_s , V_l sont respectivement le volume adimensionnel du volume fini, le volume de la fraction solide et celle liquide.

Pour un volume de contrôle subissant un changement de phase $\theta^i = \theta_m$, soit :

$$H_i V_{ei} = \left(\frac{1}{Ste}\right) V_l \quad \text{ou} \quad H_i = \left(\frac{1}{Ste}\right) \frac{V_l}{V_{ei}} \quad 3.29$$

Quand le front de solidification atteint le nœud i la valeur d'enthalpie à cet instant est :

$$H_c = \left(\frac{1}{2Ste}\right) \quad 3.30$$

Cette expression est utilisée comme critère de contrôle de la position du front.

Pour l'estimation de l'instant de la solidification d'un nœud i donné, on procède ainsi : considérons deux instants successives $\tau(j)$ et $\tau(j+1)$, si $H^i(j+1) \leq H_c \leq H^i(j)$ alors la solidification se produit à l'instant $\tau_{solidification}$ située dans cet intervalle de temps : $\tau(j) \leq \tau_{solidification} \leq \tau(j+1)$ et qui sera déterminé par interpolation.

On suppose que cette enthalpie varie linéairement pour tout l'intervalle de temps. Le temps de solidification du nœud i s'exprime par :

$$\tau^i = (j + X)\Delta\tau \quad 3.31$$

Où X est estimée par interpolation linéaire sur le domaine du temps

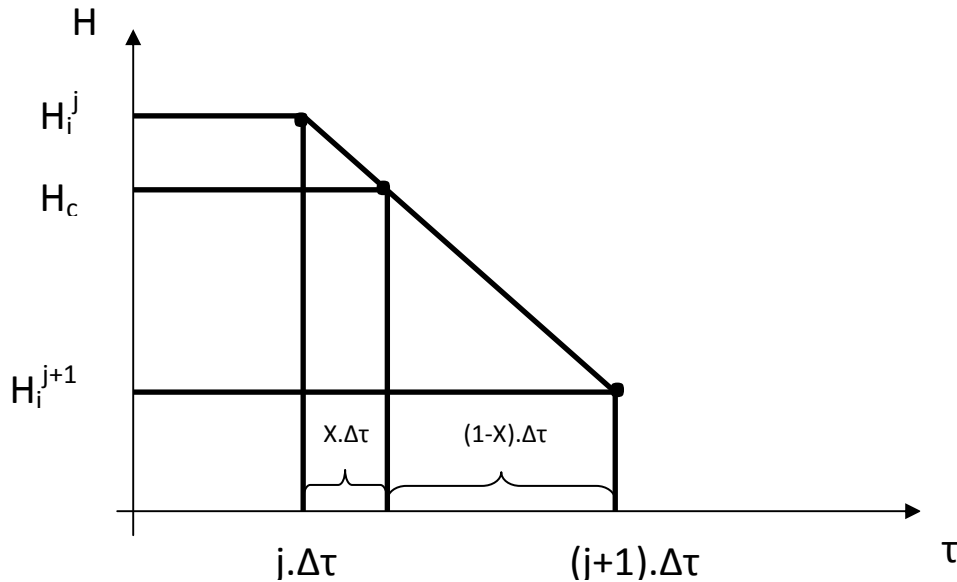


Figure 3-3 : Enthalpie d'un nœud i entre deux instants successifs

$$X = \frac{H_c - H^i(j+1)}{H^i(j) - H^i(j+1)} \quad 3.32$$

Donc

$$\tau^i = \left(j + \frac{H_c - H^i(j+1)}{H^i(j) - H^i(j+1)} \right) \Delta\tau \quad 3.33$$

3.4.5 Algorithme de résolution

-Initialisation du champ de température et de l'enthalpie (θ, H)

-Définition de la valeur critique de l'enthalpie H_c

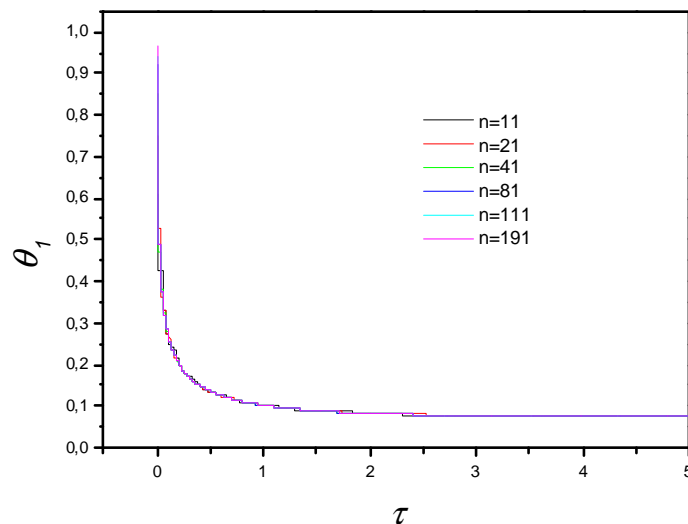
A chaque instant (j), on réalise pour tous les noeuds :

- le calcul des nouvelles valeurs d'enthalpie à partir des équations discrétisées.
- la mise à jour des températures.
- la détermination du temps de la solidification de chaque nœud.
- la sauvegarde des résultats

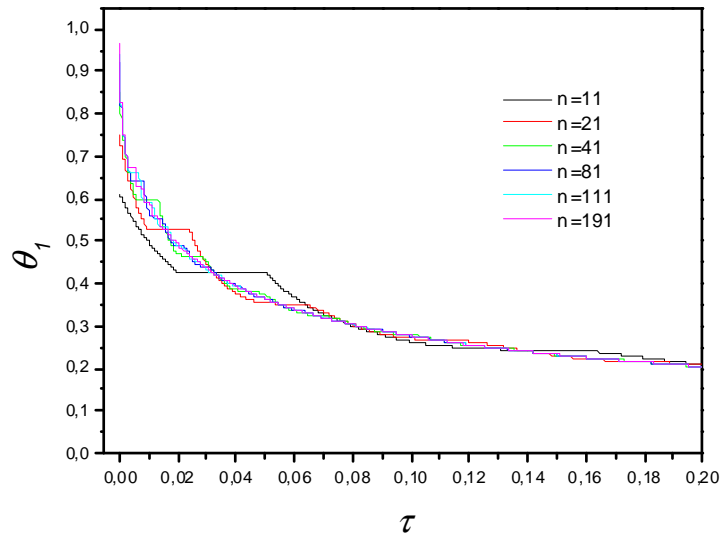
3.4.6 L'effet de maillage

Le nombre de nœuds utilisés est choisi sur la base de la diminution des oscillations de la température au niveau de la surface soumise à la condition convective froide. (figure 3-4).

Afin de mieux observer ces oscillations, on a donné aussi un agrandissement de cette figure.



(a)



(b)

Figure 3-4 : Evolution temporelle de la température de la surface soumise à la condition convective froide pour différents nombres de nœuds

La figure ci-dessus montre bien que les oscillations diminuent avec l'augmentation du nombre de nœuds n . A partir de $n=81$, ces oscillations sont fortement atténuées. Cette valeur sera utilisée dans les simulations numériques.

3.5 Validation de la méthode de calcul

Les résultats obtenus sont comparés avec la solution analytique de Neuman du problème de Stefan.

Validation : MCP avec deux conditions convectives

la validation du présent travail est effectuée par comparaison avec la solution analytique de Neuman du problème de Stefan (Amir, 1996). Le problème de Stefan est défini comme suit : il s'agit de la solidification (ou fusion) d'un mur semi-infini de MCP pur, initialement à la température $T_i=T_m$, avec une température imposée constante à la surface $x=0$. Ce mur est isolé partout ailleurs. Les propriétés thermophysiques sont supposées constantes. La solidification se produit à la température de fusion T_m . L'interface liquide-solide est supposée plane, le transfert de chaleur se fait uniquement par conduction à travers le MCP.

La solution analytique de ce problème est la solution classique de Neumann (Amir, 1996). La position du front de fusion est donnée par:

$$s(t) = 2\lambda\sqrt{\alpha_1 t} \tag{3.34}$$

Où λ est la solution de l'équation transcendante suivante : $\lambda e^{\lambda^2} \operatorname{erf}(\lambda) = Ste/\sqrt{\pi}$

Avec : Ste nombre de Stephan, défini par : $Ste = c_l \Delta T_l / L_f$ $\Delta T_l = T_l - T_m$

Une approximation analytique de la racine λ de l'équation 3.42 est donnée par :

$$\lambda \approx 0.706 \sqrt{Ste} \left[1 - 0.21 (0.5642 Ste)^{0.83 - 0.15 Ste} \right] \quad 3.35$$

Cette approximation engendre une erreur inférieure à 1% pour $0 < Ste < 0.83$

Application dans le cas de la paraffine tétradécane (C₁₄H₃₀)

La couche de MCP est de la paraffine tétradécane, avec une épaisseur de 8 cm. Cette couche, initialement à l'état liquide, a une température initiale égale à sa température de fusion (paraffine), donc $T_i = T_m = 278.5\text{K}$. La surface $x=0$ est soumise à une température constante 268.5K, tandis que l'autre surface $x=8$ cm est supposée isolée thermiquement (adiabatique).

La position du front de solidification en fonction du temps a été déterminée analytiquement à l'aide des équations (3.34) et numériquement à l'aide du présent modèle.

La figure suivante (3.5) montre la position du front en fonction du temps. On remarque que les deux courbes sont presque confondues avec une erreur inférieure à 1%.

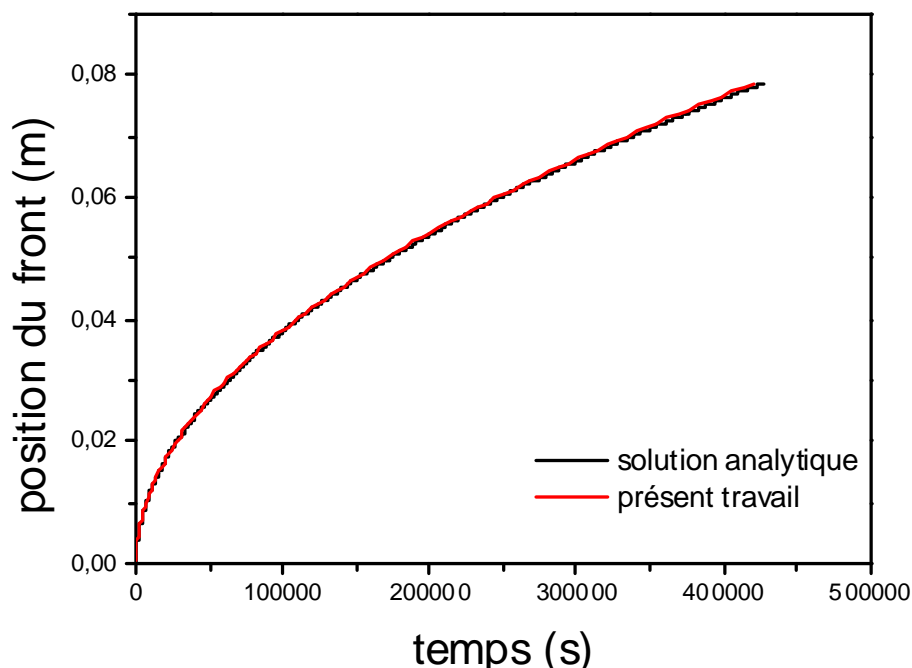


Figure 3-5 : l'évolution du front de solidification en fonction du temps

Après avoir développé l'étude numérique comportant la génération du maillage, la discrétisation des équations, l'étude de la stabilité et la validation du modèle physique, nous présentons les résultats obtenus à partir de notre programme de calcul.

3.6 Résultats et discussions

Dans cette partie, nous considérons un mur simple constitué d'un matériau à changement de phase soumis à deux conditions convectives au niveau de ses deux surfaces. Soit : une condition convective pouvant prendre différentes températures (chaude ou froide) au niveau de surface S1 et une condition convective froide au niveau de la surface S2.

À partir de notre programme de calcul, on produit les résultats suivants : la distribution de la température et de l'enthalpie en fonction des grandeurs physiques adimensionnelles, la position du front, le temps de la solidification complète, les limites de la solidification.

Ces résultats sont obtenus pour les conditions physiques suivantes : $K=1$, $C=1$, $Bi_f=7$, la température de fusion adimensionnelle $\theta_m=0.7$

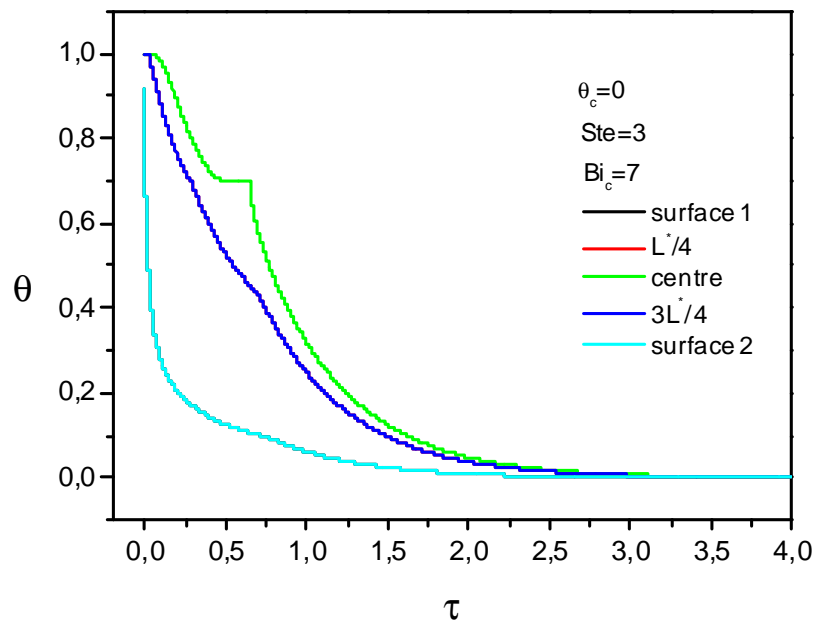
3.6.1 Variation de la température et de l'enthalpie

Le profil de la température et de l'enthalpie dépend de nombreuses grandeurs physiques : température ambiante chaude, température ambiante froide, nombre de Biot, nombre de Stefan, degré de surchauffe, ...

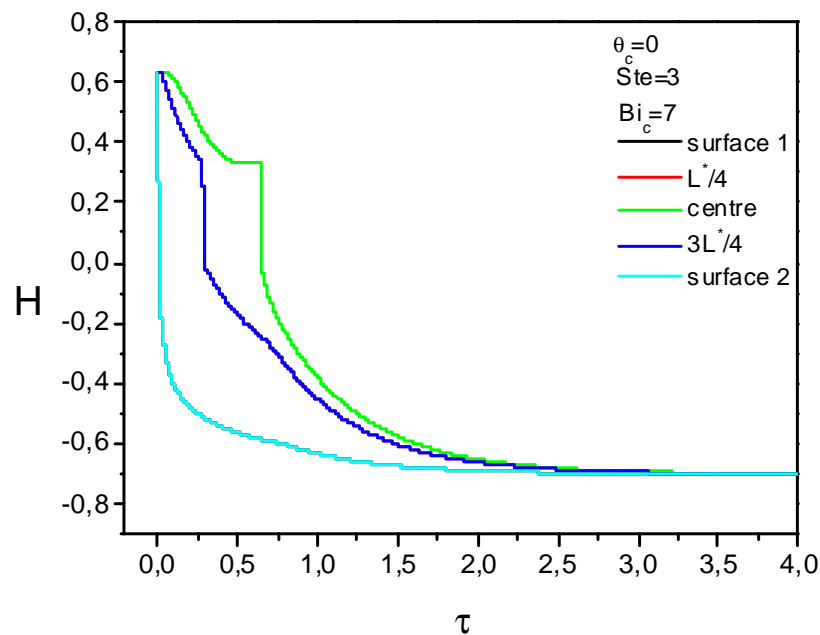
3.6.1.1 Cas 1 : $\theta_{\infty c}=0$: $T_{\infty c}=T_{\infty f}$

Le mur est soumis à la même condition convective froide sur ses deux surfaces ($\theta_c=\theta_f=0$).

Pour ce cas, les Figures 3.6 (a) et (b) montrent la symétrie de la distribution de la température et de l'enthalpie. Au niveau de la position centrale, le mur déstocke de la chaleur, en premier temps, par chaleur sensible qui se traduit par la chute de la température et de l'enthalpie. Ensuite, la température atteint une valeur égale à la température de fusion, sur un intervalle réduit de temps où le MCP se solidifie, donc, déstockage par chaleur latente. Ce domaine de changement de phase correspond à une discontinuité de l'enthalpie. Ensuite, la température et l'enthalpie continuent à chuter et le déstockage se fait par chaleur sensible. Enfin, pour un temps suffisamment important, le MCP atteint la température du milieu ambiant extérieur.



(a)



(b)

Figure 3-6 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : ($\theta_{\infty c}=0$: $T_{\infty c}=T_{\infty f}$)

3.6.1.2 Cas 2 : $\theta_{\infty c}=0.7$: ($T_c < T_i$)

Cette fois-ci, les conditions convectives chaude et froide ne sont pas identiques. Comme apparaît dans les figures 3.7 (a) et (b), le profil de la température prend les mêmes variations que pour le cas précédent. Soit, en premier temps, un chute de température (déstockage par chaleur sensible). Ensuite, la température retrouve la température de changement de phase sur un intervalle réduit de temps correspondant à la phase de

solidification du MCP (déstockage par chaleur latente). Enfin, une dernière variation décroissante (déstockage par chaleur sensible) jusqu'au l'état stationnaire. Pour ce deuxième cas, on remarque un croisement des courbes au moment où les températures tendent vers l'état stationnaire. Ceci s'explique par le fait que l'état stationnaire de chaque nœud dépend de sa position et des conditions convectives imposées aux surfaces extérieures. Par exemple, les nœuds voisins de la surface soumise à la condition froide ont un état stationnaire caractérisé par une température sensiblement égale à la température froide $\theta_f=0$. Concernant les nœuds proches de la surface chaude sont caractérisées par une température proche de $\theta_c=0.7$. L'état stationnaire des autres nœuds est caractérisé par des températures intermédiaires entre θ_f et θ_c .

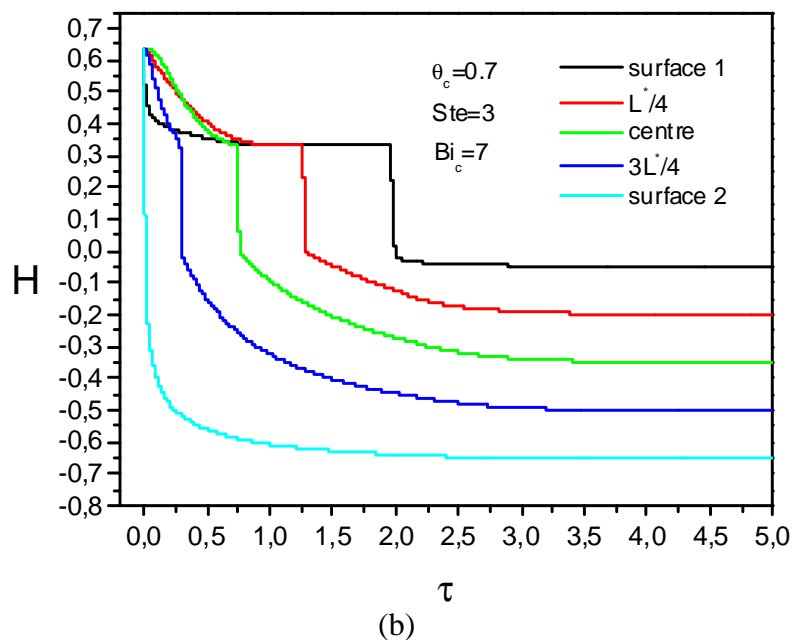
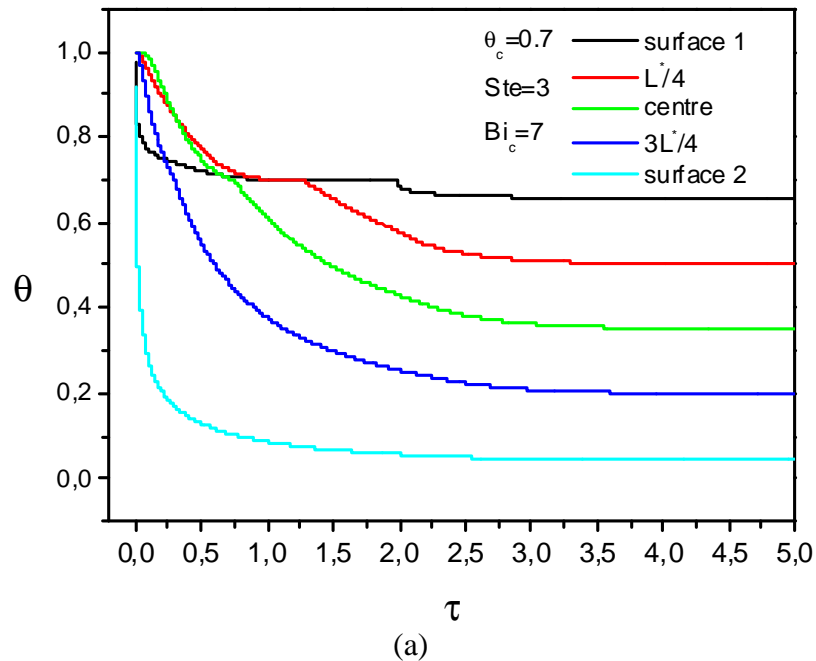
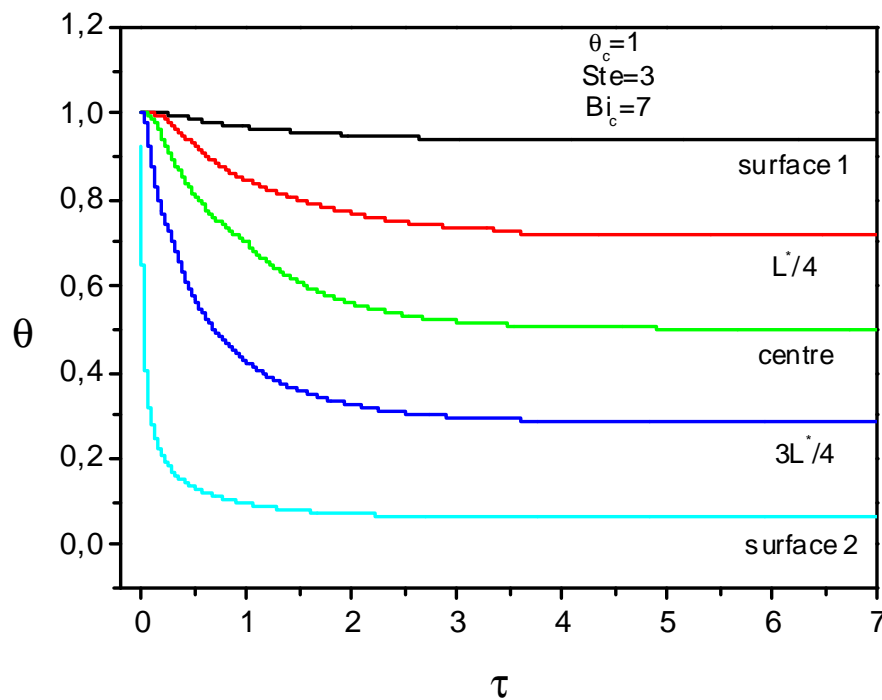


Figure 3-7 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : $\theta_{\infty c}=0.7$: $(T_c < T_i)$

3.6.1.3 Cas 3 : $\theta_{oc}=1$: ($T_c=T_i$)

Dans ce cas, la température T_c du fluide de convection (coté surface S_1) est égale à la température initiale T_i . Les Figures 3.8 (a)-(b) montrent que la région qui contient le MCP peut être divisée en deux parties : la première proche de la surface 1 où l'effet de la condition convective froide est négligeable. On remarque une chute de la température jusqu'à l'état stationnaire, et le déstockage est complètement par chaleur sensible (pas de changement de phase). La seconde partie désignant le reste de la région MCP, située loin de la surface froide S_1 , l'effet de la condition convective froide est présent, le changement de phase peut être réalisé, on distingue les deux types de déstockage de chaleur sensible et latente. En effet, en premier temps, une chute de température désignant le déstockage par chaleur sensible, ensuite, un déstockage par chaleur latente lors de la solidification où la température prend une valeur constante sur un petit intervalle de temps. Ensuite, la température continue à chuter jusqu'à l'état stationnaire qui dépend toujours de la position du nœud par rapport aux surfaces extérieures.



(a)

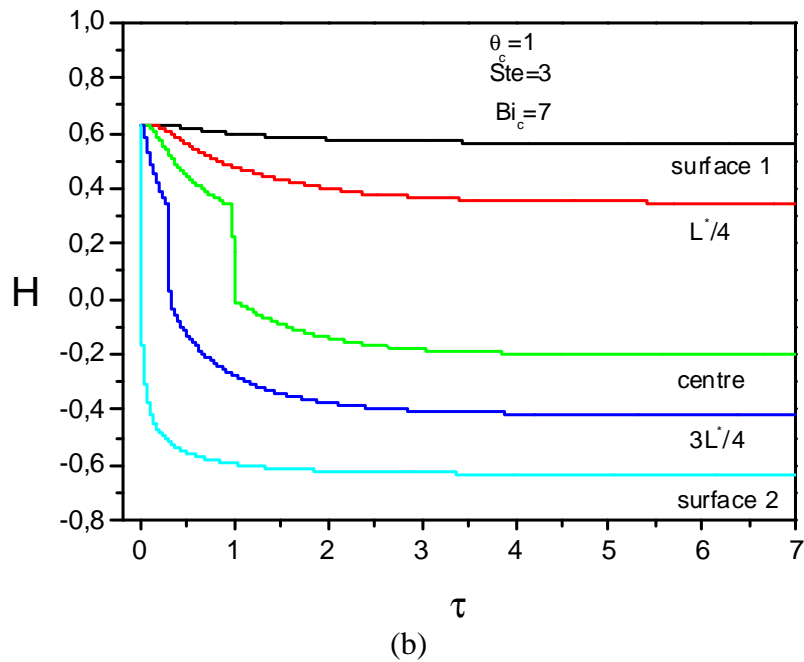


Figure 3-8 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : $\theta_{cc}=1$: $(T_c=T_i)$

3.6.1.4 Cas $\theta_{cc}=1.2$: $(T_c>T_i)$

Pour ce cas, on a une condition convective chaude $\theta_c=1.2$ et froide $\theta_f=0$. Les Figures 3.9 (a) et (b) montrent qu'on peut diviser la couche MCP en quatre parties sachant que la première couvre la partie la plus proche de la surface 1 où le MCP subit l'effet de la condition convective chaude et stocke la chaleur (représenté par l'augmentation de la température et de l'enthalpie jusqu'à l'état stationnaire). La deuxième partie, située proche de la première dont le MCP, en premier temps stocke la chaleur (l'effet de la condition chaude) ensuite commence à déstocker la chaleur subissant l'effet de la condition froide et atteint l'état stationnaire ; le stockage et le déstockage dans cette partie est par chaleur sensible. La troisième partie située au milieu du MCP où ce dernier déstocke la chaleur par chaleur sensible (représenté par la chute de la température). La dernière partie couvre les nœuds les plus proches de la surface 2, on remarque les deux types de déstockages à cause de l'effet de la condition convective froide: le MCP commence à déstocker la chaleur par chaleur sensible (représenté par la chute de la température), ensuite par chaleur latente où se réalise le changement de phase, enfin un autre déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire.

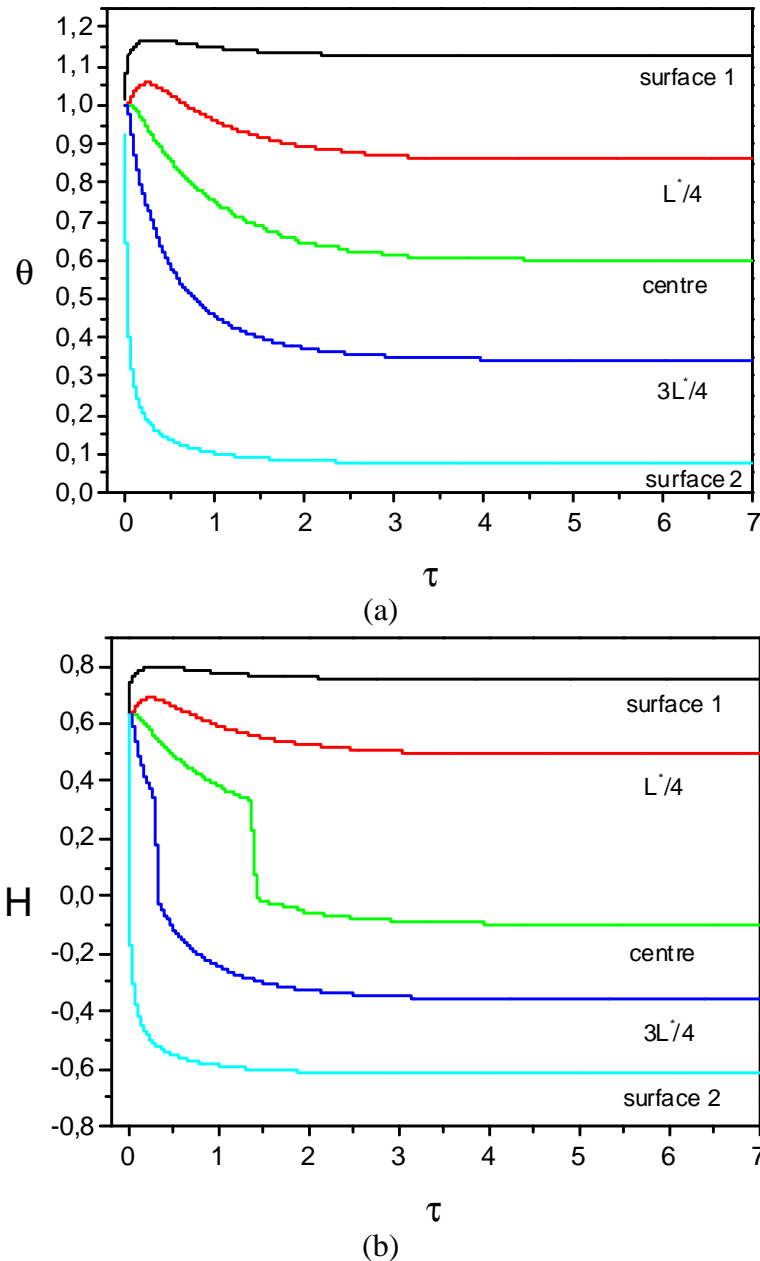


Figure 3-9 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : $\theta_{\infty c} = 1.2$: $(T_c > T_i)$, $Bi_c = 7$, $Ste = 3$

3.6.2 Evolution du front de solidification

L'évolution du front au cours de temps et sa position finale sont gouvernées par les propriétés thermiques et géométriques du MCP et des conditions convectives imposées à ses surfaces définies par les grandeurs adimensionnelles (θ_c , Bi_c, \dots),

3.6.2.1 L'effet de θ_c sur la position du front

A partir de la Figure 3.10 et comme première remarque, la solidification est complète pour certaines valeurs de θ_c et incomplète pour d'autres. Ainsi, pour les valeurs $\theta_c \leq \theta_m$, la solidification est complète, mais incomplète pour $\theta_c > \theta_m$. On remarque aussi que le même nœud a besoin de plus de temps pour se solidifier avec une température θ_c plus

grande ; ce qui montre que la condition chaude a pour effet de retarder ou de freiner la solidification.

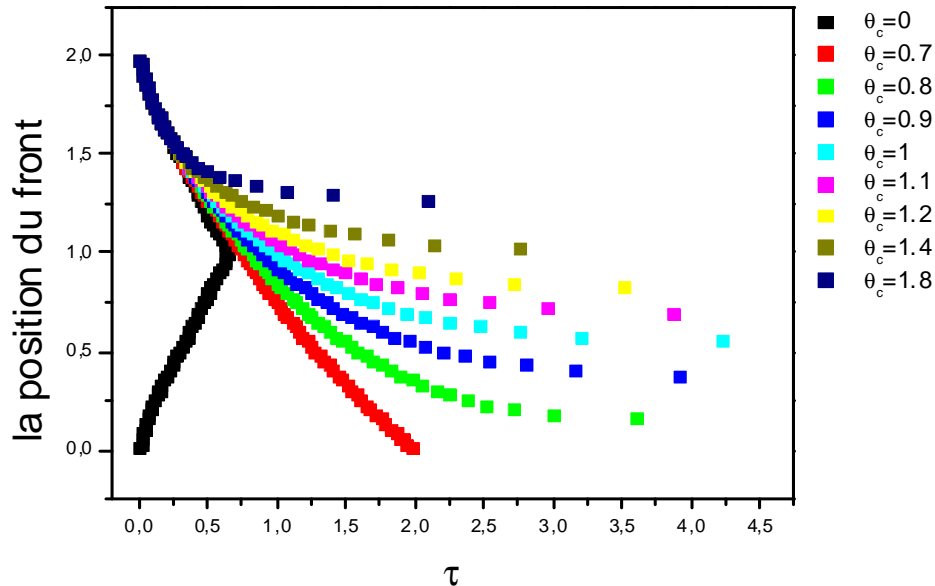


Figure 3-10 : évolution du front de solidification en fonction de θ_c ($\theta_m=0.7, Bi_c=7, Ste=3$)

3.6.2.2 L'effet de Bi_c sur la position du front :

Les mêmes remarques peuvent être déduites pour $\theta_c=1.2$ et $\theta_c=0.7$ (Figures 3.11, 3.12), en effet avec l'augmentation de Bi_c , le flux convectif chaud augmente donc le nœud a besoin de plus de temps pour se solidifier et parfois ne se solidifie pas. Cependant pour $\theta_c=0$, on voit que Bi_c est presque sans influence sur la position du front à cause de la symétrie des conditions aux limites. Pour $\theta_c=0.7$ et $\theta_c=0$, la solidification est complète quelque soit la valeur de Bi_c . Pour $\theta_c=0.7$, la solidification commence dès la surface 2 et tend vers la surface 1. Pour $\theta_c=0$, la solidification commence à partir des deux surface extérieures et progresse vers la partie centrale (figure 3.13). Pour $\theta_c=1.2$, la solidification est incomplète puisque la condition chaude fait freiner le déplacement du front et retarde la cinétique de solidification.

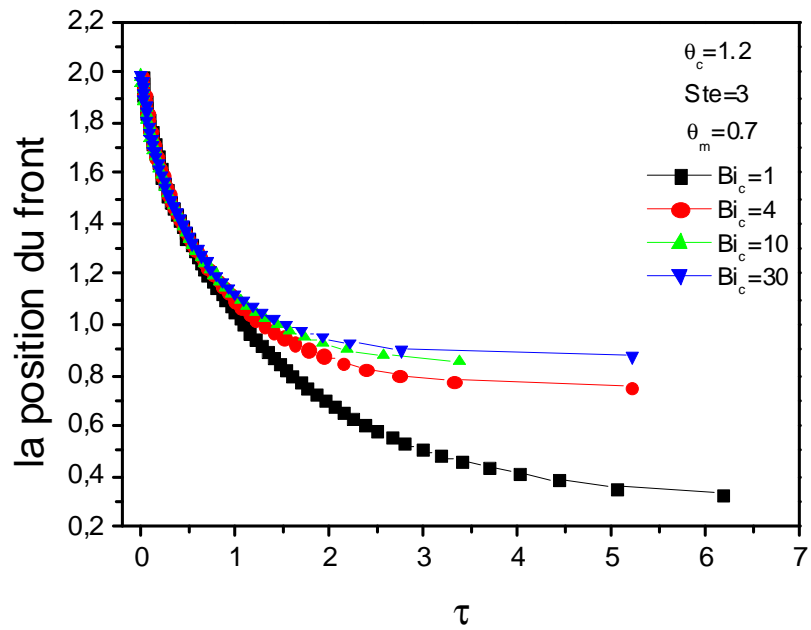


Figure 3-11 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c = 1.2$)

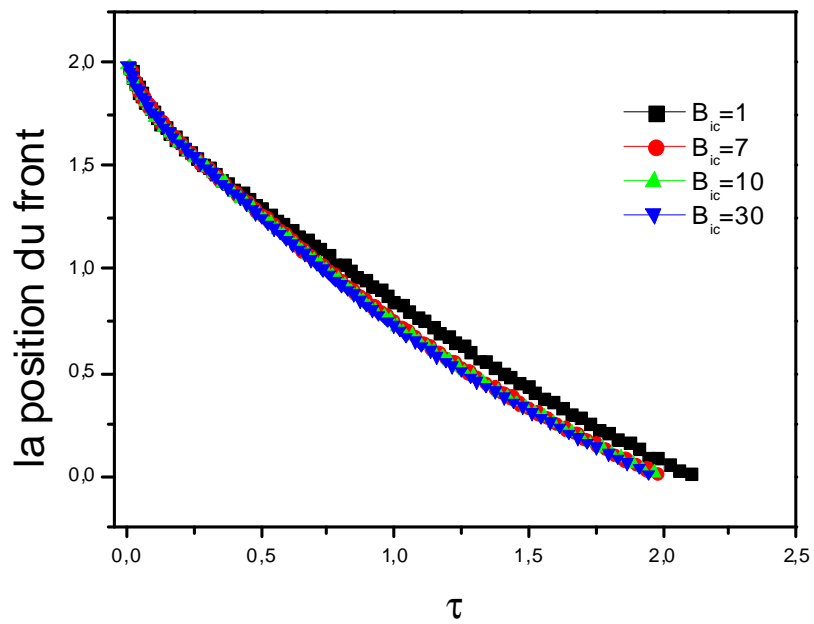


Figure 3-12 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c = 0.7$)

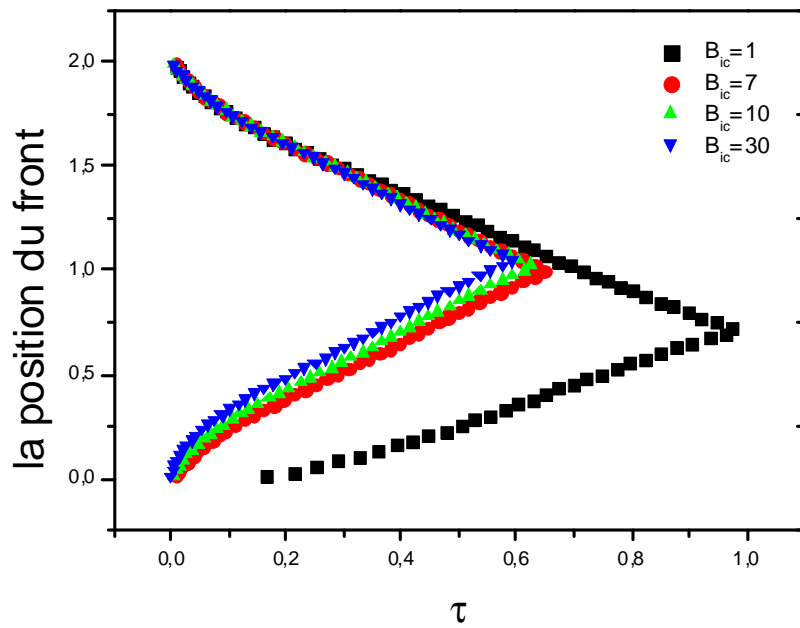


Figure 3-13 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=0$)

3.6.3 Temps de la solidification complète

3.6.3.1 L'effet de ste

Les Figures 3.14, 3.15, 3.16 montrent que le temps de la solidification complète diminue avec l'augmentation du nombre de Stephan (Ste). On constate aussi que l'augmentation de θ_c retarde le phénomène de solidification.

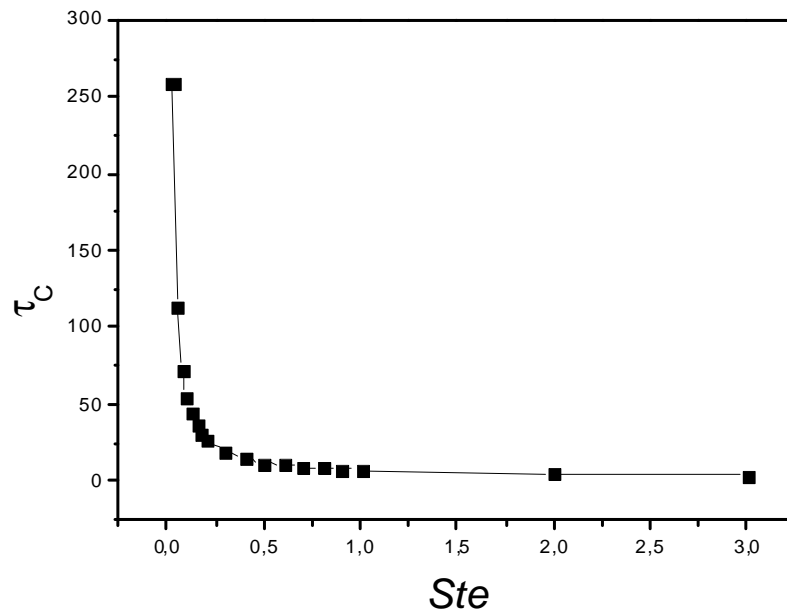


Figure 3-14 : Temps de la solidification complète en fonction du nombre de Ste ($\theta_c=1.2$, $Bi_c=7$, $\theta_m=0.7$)

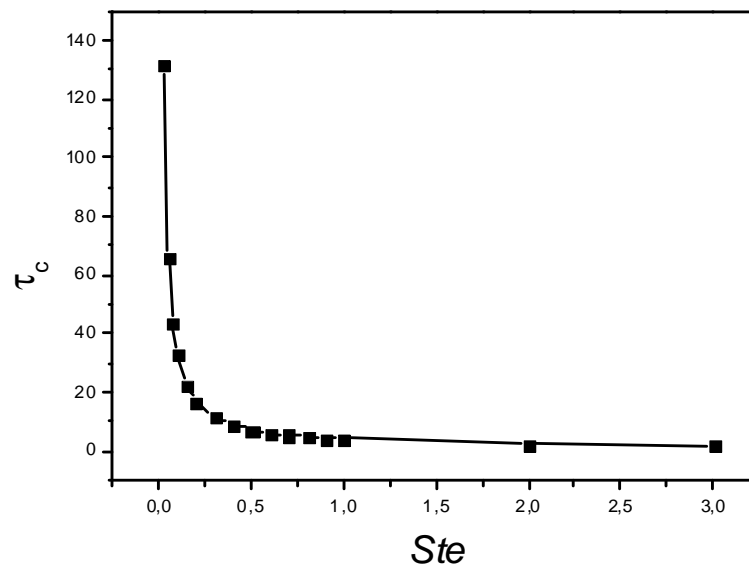


Figure 3-15 : Temps de la solidification complète en fonction du nombre de Ste ($\theta_c=0.7, Bi_c=7, \theta_m=0.7$)

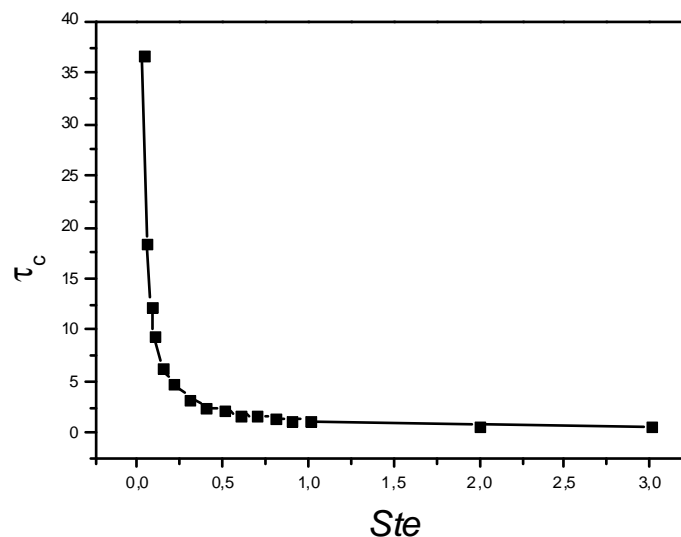


Figure 3-16 : Temps de la solidification complète en fonction du nombre de Ste ($\theta_c=0, Bi_c=7, \theta_m=0.7$)

3.6.3.2 L'effet de θ_m

Selon les figures 3.17, 3.18, 3.19, on remarque que pour $\theta_c = 1.2$, la solidification est incomplète, à chaque valeur de θ_m correspond une limite de solidification différente, ainsi on ne peut pas définir un temps de solidification complète. Pour $\theta_c = 0.7$, la solidification est complète pour $\theta_m \geq 0.6$, à partir de cette valeur, l'augmentation de θ_m produit une diminution du temps de la solidification complète. Pour $\theta_c = 0$, la solidification est complète, τ_c diminue avec l'augmentation de θ_m . Ceci s'explique qu'avec l'augmentation de θ_m , l'influence de la température chaude sur le ralentissement de la solidification devient faible, le MCP aura besoin de moins de temps pour se solidifier.

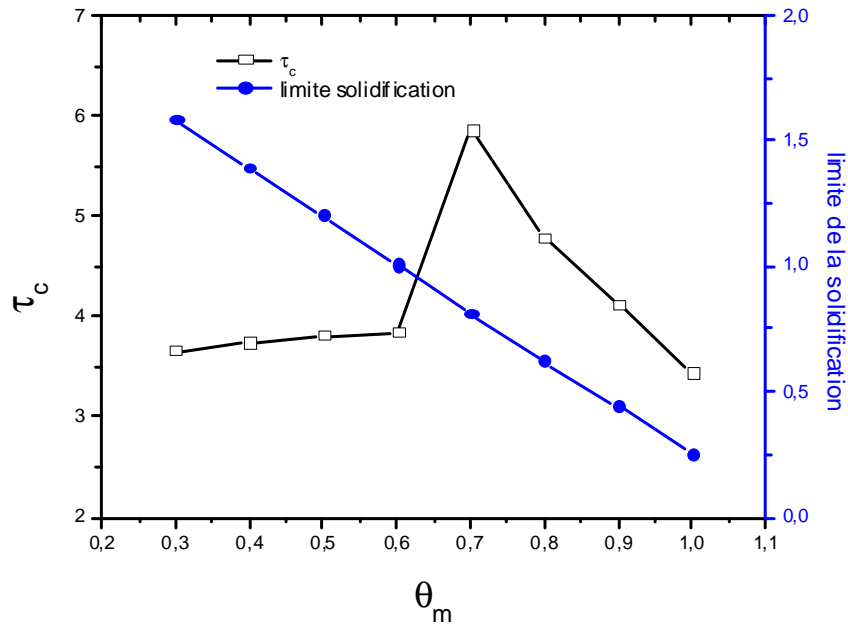


Figure 3-17 : le temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2, Bi_c=7, Ste=3$)

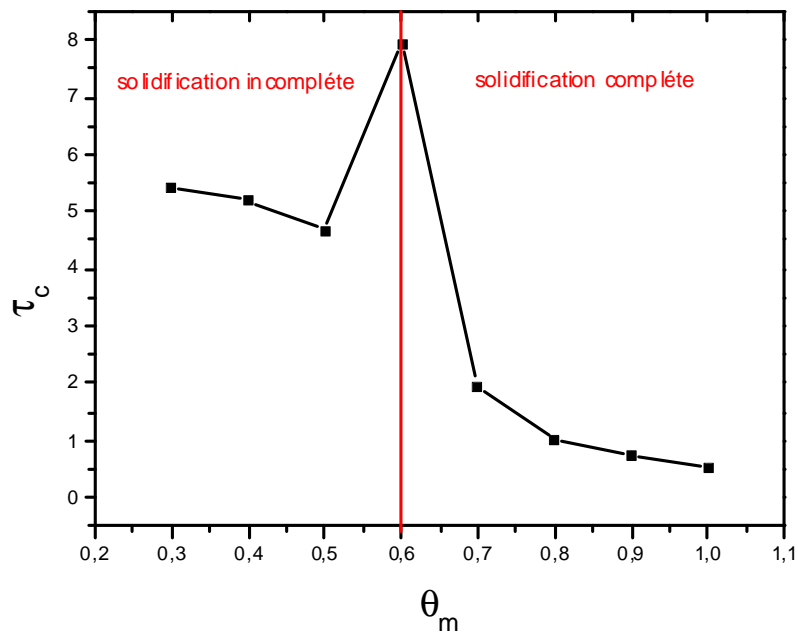


Figure 3-18 : le temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0.7, Bi_c=7, Ste=3$)

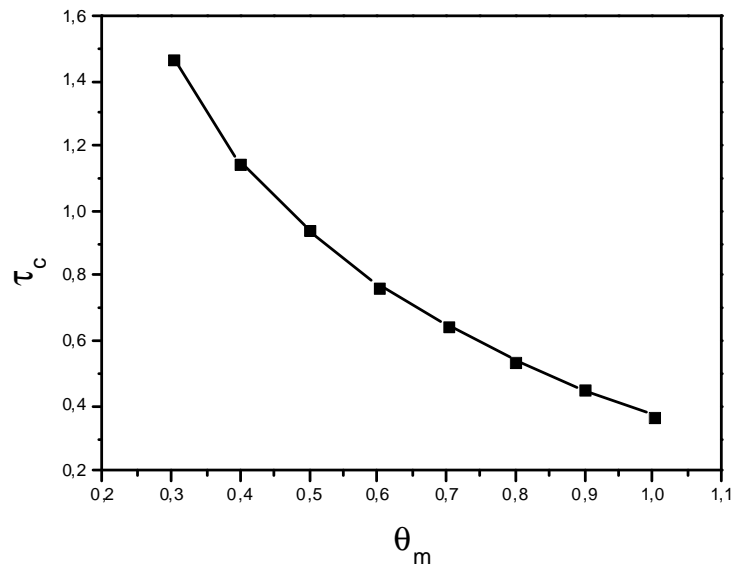


Figure 3-19 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0, Bi_c=7, Ste=3$)

3.6.3.3 L'effet de Bi_c

Les figures 3.20, 3.21, 3.22 montrent que pour le cas $\theta_c = 1.2$, la solidification est incomplète. La variation du temps de la limite de solidification en fonction de Bi_c est aléatoire. Pour $\theta_c=0$ et $\theta_c=0.7$ la solidification est complète. Le temps de la solidification complète diminue avec Bi_c , à cause de ralentissement de l'effet de la condition convective chaude par la résistance thermique de la couche solide.

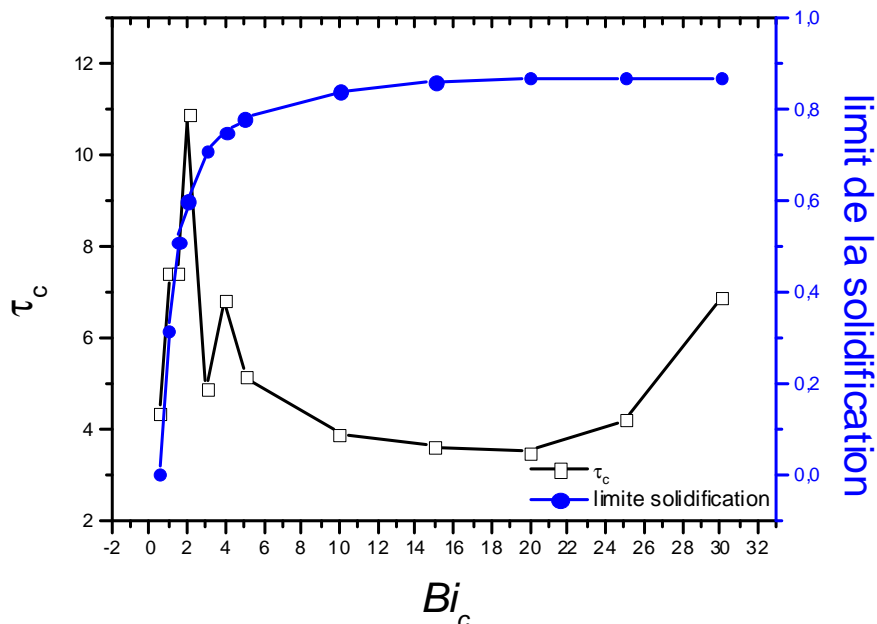


Figure 3-20 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=1.2, Ste=3, \theta_m=0.7$)

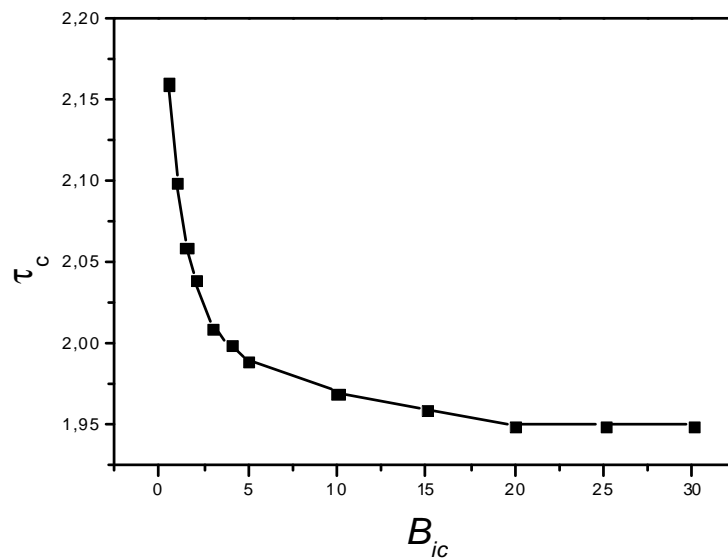


Figure 3-21 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=0.7$, $Ste=3$, $\theta_m=0.7$)

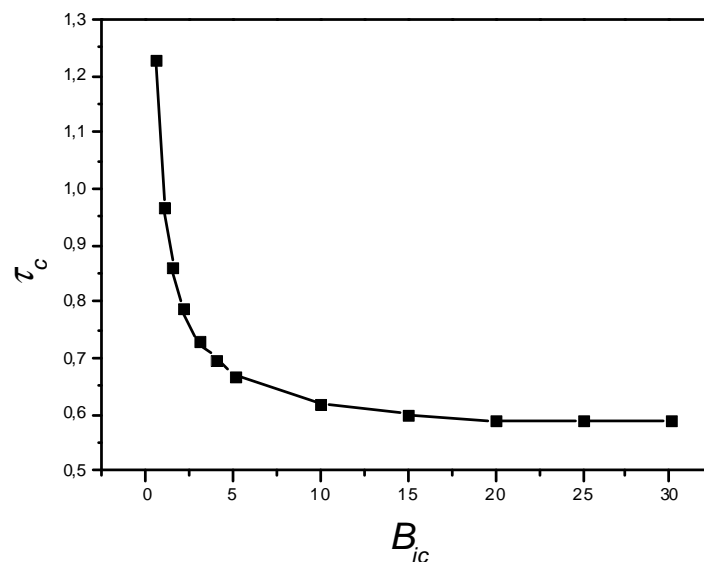


Figure 3-22 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c=0$, $Ste=3$, $\theta_m=0.7$)

3.6.4 Limites de la solidification

On examinera l'effet des grandeurs adimensionnelles Ste , θ_m , Bi_c , θ_c , sur la limite de la solidification du MCP observé pour des températures $\theta_c > \theta_m$.

3.6.4.1 L'effet de θ_c

La Figure 3.23 montre que pour des valeurs de $\theta_c \leq \theta_m$ la solidification est complète. Avec l'augmentation de θ_c , la solidification sera freiner par l'effet de la condition chaude. Le

front de solidification atteint une valeur limite où l'effet de l'augmentation de la température chaude est sans influence.

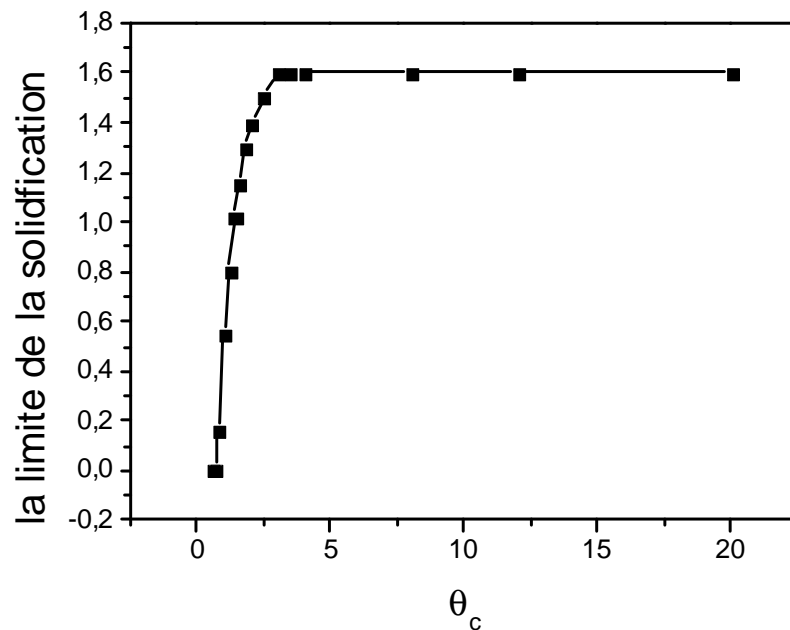


Figure 3-23 : la limite de la solidification en fonction de θ_c ($Ste=3$, $Bi_c=7$, $\theta_m=0.7$)

3.6.4.2 L'effet de Ste

La figure 3.24 indique qu'avec l'augmentation de Ste , le front de solidification progresse vers la surface 1. A partir d'une certaine valeur de Ste , le front atteint une position limite induite par la condition chaude qui freine la solidification.

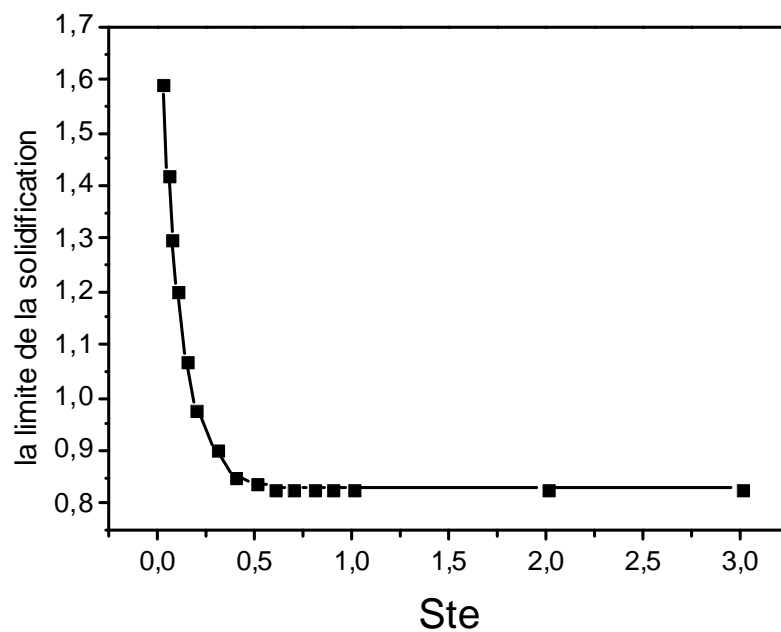


Figure 3-24 : la limite de la solidification en fonction de Ste ($\theta_c=1.2$, $Bi_c=7$, $\theta_m=0.7$)

3.6.4.3 L'effet de θ_m

La figure 3.25 illustre qu'avec l'augmentation de θ_m , le front de solidification se rapproche vers la surface 1.

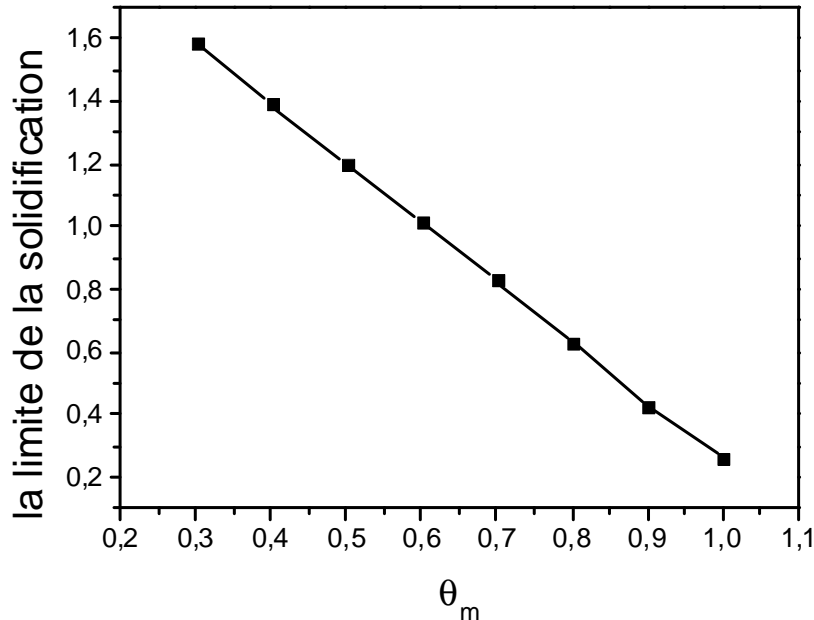


Figure 3-25 : la limite de la solidification en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2, Bi_c=7, Ste=3$)

3.6.4.4 L'effet de Bi_c

La Figure 3.26 montre que l'augmentation du nombre de Biot Bi_c au niveau de la surface chaude réduit la région solidifiée. Pour $Bi_c > 15$, cette région atteint sa valeur limite inférieure indépendamment du nombre de Biot.

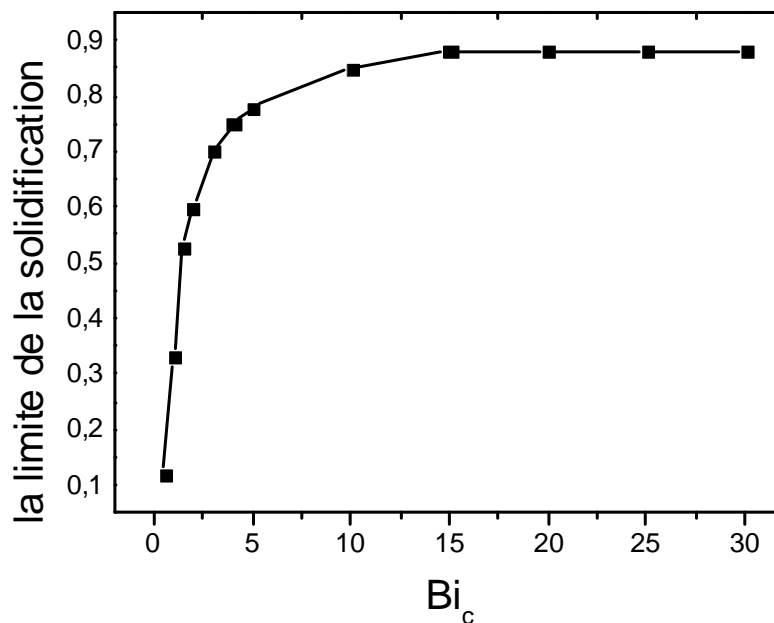


Figure 3-26 : la limite de la solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=1.2, Ste=3, \theta_m=0.7$)

3.7 Conclusion

Le programme de calcul produit des résultats très proches de ceux donnés par la solution analytique de Neuman du problème de Stefan. Donc, la méthode utilisée basée sur la formulation enthalpique est efficace pour gérer un problème physique avec changement de phase. Les résultats obtenus montrent que :

-l'effet de la condition convective chaude imposée au mur affecte l'évolution de la température et de l'enthalpie au cours de temps ainsi que la température et l'enthalpie de l'état stationnaire.

-La température ambiante chaude a aussi une influence sur l'évolution du front de solidification ou sur l'épaisseur de la couche solidifiée. Pour les valeurs $\theta_c > \theta_m$, l'augmentation θ_c réduit la zone solidifiée et retarde l'évolution du front. Les mêmes constatations sont observées avec l'augmentation du nombre de Biot (Bi_c) qui représente la condition convective chaude au niveau de la surface gauche.

-les grandeurs physiques adimensionnelles Ste , θ_m , Bi_c , affectent les limites de la solidification, en plus θ_c détermine si la solidification est complète ou incomplète.

4 Chapitre 4 : Étude de transfert thermique dans un mur bicouches avec changement de phase

4.1 Introduction

Dans cette partie, on étudiera le transfert de chaleur dans un mur bicouches, composé d'une couche solide et d'une couche MCP. Le mur est soumis aux mêmes conditions convectives décrites au chapitre précédent. La modélisation du problème, se base sur l'équation de la conduction thermique unidirectionnelle en régime instationnaire, exprimée en formulation générale pour la couche solide et en formulation enthalpique pour le MCP. Notre objectif est l'étude de l'influence de la couche solide sur la cinétique de la solidification.

4.2 Présentation du problème physique

Le problème physique caractérisant le transfert thermique dans un mur bicouches avec la présence de changement de phase est représenté par la figure 4.1.

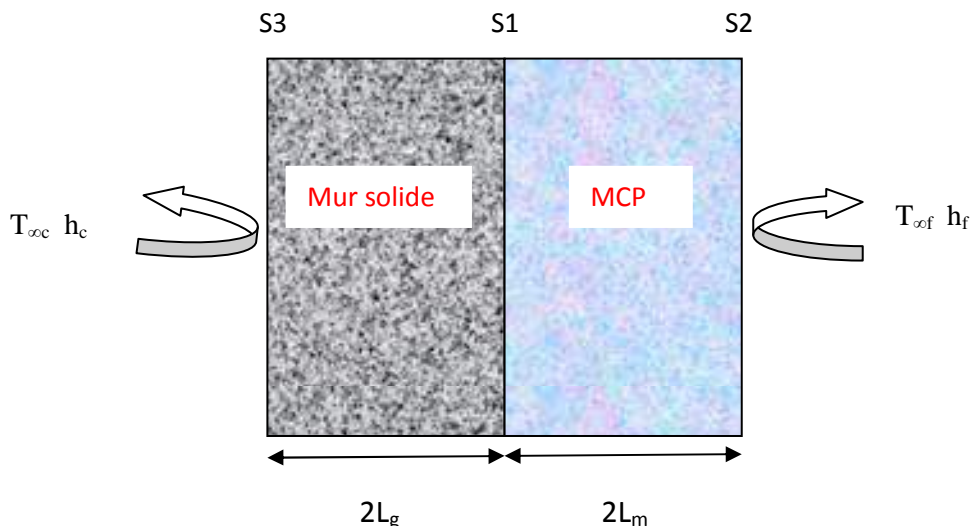


Figure 4-1 : Schéma descriptif du problème physique : mur bicouches (MCP-Solide)

Initialement, le mur est à la température T_i . Ses deux surfaces extérieures sont soumises aux conditions convectives froide ($h_f, T_{\infty f}$) et chaude ($h_c, T_{\infty c}$). On considère que $T_{\infty f} < T_m$ afin de réaliser la solidification.

4.3 Modèle physique

4.3.1 Formulation mathématique

Dans le cas d'un mur bicouches, pour la couche MCP, nous utilisons les mêmes hypothèses précédentes (cas d'un mur MCP), pour la couche solide, ses propriétés physiques sont considérées constantes. Ainsi :

Couche MCP :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \equiv \begin{cases} \rho_l c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) \\ \rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} T > T_m \\ T < T_m \end{cases} \quad 4.1$$

Couche solide :

$$\rho_g c_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_g} \left(k_g \frac{\partial T_g}{\partial x_g} \right) \quad 4.2$$

4.3.1.1 Conditions initiale :

A l'instant $t=0$, en chaque point du conducteur, la température est exprimée par :

$$T(x,0) = T_i \equiv T_g(x_g,0) = T \quad 4.3$$

4.3.1.2 Conditions aux limites :

Le mur est soumis à l'influence de deux conditions convectives chaude et froide.

La condition convective chaude est présentée au niveau de la surface gauche du mur solide S3 :

$$x_g = 0 : -k_g \frac{\partial T_g}{\partial x_g} = h_c (T_{\infty,c} - T_3) \quad 4.4$$

L'interface MCP –Mur solide S1 :

$$x_g = 2L_g \equiv x = 0 : -k_g \frac{\partial T_g}{\partial x_g} \Big|_{x_g=2L_g} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad 4.5$$

La condition convective froide est présentée au niveau de la surface droite S2 :

$$x = 2L_m : -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_f (T_2 - T_{\infty,f}) \quad 4.6$$

4.3.2 Formulation adimensionnelle

4.3.2.1 Grandeurs adimensionnelles

Pour faciliter le traitement numérique, posons les grandeurs adimensionnelles suivantes

- Coordonnées :

MCP :

$$(x, t) \mapsto X = \frac{x}{L_m} \quad \tau = \frac{\alpha_{ref}}{L_m^2} t \quad 4.7$$

Couche solide :

$$(x_g, t) \mapsto X_g = \frac{x_g}{L_g} \quad \tau_g = \frac{\alpha_{ref,g}}{L_g^2} t \quad \tau_g = f \cdot \tau \quad 4.8$$

-Variables physiques : températures et enthalpie

MCP :

$$(T, T_m, T_\infty) \mapsto \theta = \frac{T - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}} \quad \theta_m = \frac{T_m - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}} \quad \theta_{\infty c} = \frac{T_{\infty c} - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}} \quad \theta_{\infty f} = 0 \quad 4.9$$

$$(h) \mapsto H = \frac{h}{h_{ref}} \quad 4.10$$

solide :

$$(T_g) \mapsto \theta_g = \frac{T_g - T_{\infty, m}}{T_i - T_{\infty, m}} \quad 4.11$$

Notons que :

$$0 \leq \theta_m \leq 1 : (T_{\infty f} \leq T_m \leq T_i)$$

$$\theta_{\infty c} \geq 0 : (T_{\infty c} \geq T_{\infty f})$$

$$(a) \theta_{\infty c} = 0 : (T_{\infty c} = T_{\infty f}) \quad (b) \theta_{\infty c} < 1 : (T_{\infty c} < T_i) \quad (c) \theta_{\infty c} = 1 : (T_{\infty c} = T_i)$$

$$(d) \theta_{\infty c} > 1 : (T_{\infty c} > T_i)$$

-Conditions convectives

$$(h_f, T_{\infty f}, h_c, T_{\infty c}, L_m, L_g, k_{ref}, k_{ref,g}) \mapsto Bi_f = \frac{h_f L_m}{k_{ref}} \quad Bi_c = \frac{h_c L_g}{k_{ref,g}} \quad 4.12$$

-Etat initial

$$(T_i - T_{\infty f}, L_{fm}) \mapsto C = \frac{c}{c_{ref}} \quad Ste = \frac{h_{ref}}{\rho_{ref} L_{fm}} \quad 4.13$$

-Propriétés physiques

MCP

$$K = \frac{k}{k_{ref}} \quad C = \frac{c}{c_{ref}} \quad 4.14$$

Solide

$$K_g = \frac{k_g}{k_{ref,g}} \quad C_g = \frac{c_g}{c_{ref,g}} \quad 4.15$$

-Grandeurs de références

MCP

$$\rho_{ref} = \rho_s \quad k_{ref} = k_s \quad c_{ref} = c_s \quad \alpha_{ref} = \frac{k_{ref}}{\rho_{ref} c_{ref}} \quad h_{ref} = \rho_{ref} c_{ref} (T_i - T_{\infty f}) \quad 4.16$$

Solide

$$\alpha_{ref,g} = \alpha_g \quad c_{ref,g} = c_g \quad \alpha_{ref,g} = \frac{k_{ref,g}}{\rho_{ref,g} c_{ref,g}} = \frac{k_g}{\rho_g c_g} = \alpha_g \quad 4.17$$

4.3.2.2 Equations adimensionnelles

En se basant sur les grandeurs adimensionnelles définies ci-dessus, les équations du modèle s'écrivent ;

MCP

Pour le MCP, la formulation en variable enthalpique est utilisée pour surmonter le problème de la présence d'un front mobile.

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \quad 4.18$$

Où les relations liant la température et l'enthalpie adimensionnelle sont :

$$H(\theta) = \begin{cases} \theta - \theta_m \\ C(\theta - \theta_m) + \frac{1}{Ste} \end{cases} \quad \text{pour } \begin{cases} \theta < \theta_m \\ \theta > \theta_m \end{cases} \quad 4.19$$

$$\theta = \begin{cases} H + \theta_m \\ \theta_m \\ \left(H - \frac{1}{Ste} \right) / C + \theta_m \end{cases} \quad \text{pour } \begin{cases} H < 0 \\ 0 \leq H \leq \frac{1}{Ste} \\ H > \frac{1}{Ste} \end{cases} \quad 4.20$$

Solide

En formulation générale

$$\frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} = f \frac{\partial}{\partial X_g} \left(K_g \frac{\partial \theta_g}{\partial X_g} \right) \quad f = \frac{\alpha_g}{\alpha_s} \left(\frac{L_m}{L_g} \right)^2 \quad 4.21$$

4.3.2.3 Condition initiale

$$\theta(X, 0) = 1 \equiv \theta_g(X_g, 0) = 1 \quad 4.22$$

4.3.2.4 Conditions aux limites

Surface 3 :

$$X_g = 0 : \quad K \frac{\partial \theta}{\partial X} = Bi_c (\theta_3 - \theta_{\infty, c}) \quad 4.23$$

Surface 1 :

$$X_g = 2 \equiv X = 0 : \quad K \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{L_m}{L_g} \frac{k_{ref, g}}{k_{ref, mcp}} K_g \frac{\partial \theta_g}{\partial X_g} \quad 4.24$$

Surface 2 :

$$X = 2 : \quad K \frac{\partial \theta}{\partial X} = -Bi_f \cdot \theta_2 \quad 4.25$$

Solutions Numériques

La résolution numérique des équations du modèle physique est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis.

4.3.3 Le maillage

Le maillage est généré avec un pas d'espace ΔX uniforme. Chaque nœud représente le centre de ce qu'on appelle volume de contrôle dont les faces à gauche et à droite sont notées respectivement w et e , les nœuds adjacents recevront les notations W et E .

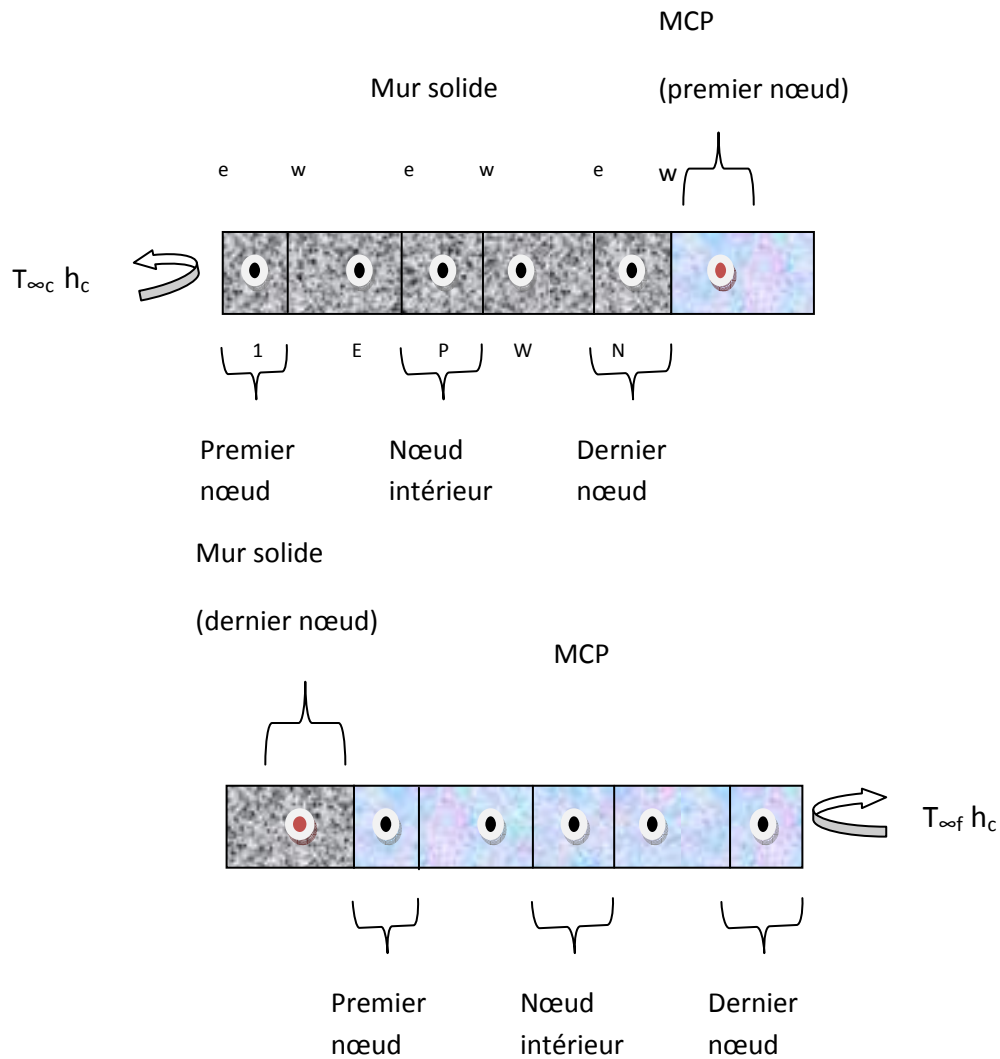


Figure 4-2 : le maillage pour le deuxième cas : mur bicouche

4.3.4 Discrétisation des équations

La discrétisation des équations est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis appliquée aux deux couches MCP et solide (figure 4.2). Le système d'équations qui gouverne le MCP est en formulation enthalpique, celui du solide est en formulation générale. Les deux couches sont couplées au niveau de l'interface. La

couche solide est discrétisée en N_g volumes de contrôle de maillage uniforme. La distance entre deux nœuds est ΔX_g . Figure 2, aussi La couche MCP est discrétisée selon un maillage uniforme caractérisé par N nœuds et un pas ΔX . Chacune des deux couches commence et se termine par un demi volume. Pour le variable temporelle, la discrétisation est selon un schéma explicite. Par conséquent une analyse de la stabilité de la méthode de calcul est nécessaire.

La couche solide :

Pour un nœud intérieur

$$\theta_g^P(j+1) = \theta_g^P(j) + f \frac{\Delta\tau}{X_{gw} - X_{ge}} \left(K_{gw} \frac{\theta_g^W(j) - \theta_g^P(j)}{\Delta X_g} - K_{ge} \frac{\theta_g^P(j) - \theta_g^E(j)}{\Delta X_g} \right) \quad 4.26$$

Pour le premier nœud

$$\theta_g^1(j+1) = \theta_g^1(j) + f \frac{\Delta\tau}{X_{gw} - X_{ge}} \left(K_{gw} \frac{\theta_g^2(j) - \theta_g^1(j)}{\Delta X_g} - Bi_c (\theta_3(j) - \theta_{\infty,c}) \right) \quad 4.27$$

Pour le dernier nœud

$$\theta_g^{N_s}(j+1) = \theta_g^{N_s}(j) + f \frac{\Delta\tau}{X_{gw} - X_{ge}} \left(\begin{array}{l} \frac{1}{\left(\frac{L_m}{L_g} \frac{k_{ref,g}}{k_{ref,mcp}} \right)} K_w \frac{\theta^1(j) - \theta_1(j)}{\frac{\Delta X}{2}} \\ - K_{ge} \frac{\theta_g^{N_s}(j) - \theta_g^{N_s-1}(j)}{\Delta X_g} \end{array} \right) \quad 4.28$$

Le mur MCP :

Pour un nœud intérieur

$$H^P(j+1) = H^P(j) + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \left(K_w \frac{\theta^W(j) - \theta^P(j)}{\Delta X} - K_e \frac{\theta^P(j) - \theta^E(j)}{\Delta X} \right) \quad 4.29$$

Pour le premier nœud

$$H^1(j+1) = H^1(j) + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \left(\begin{array}{c} K_w \frac{\theta^2(j) - \theta^1(j)}{\Delta X} \\ - \left(\frac{L_m}{L_g} \frac{k_{ref,g}}{k_{ref,mcp}} \right) K_{ge} \frac{\theta_1(j) - \theta_g^{N_s}(j)}{\frac{\Delta X_g}{2}} \end{array} \right) \quad 4.30$$

Pour le dernier nœud

$$H^N(j+1) = H^N(j) + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \left(-Bi_f \cdot \theta_2(j) - K_e \frac{\theta^N(j) - \theta^{N-1}(j)}{\Delta X} \right) \quad 4.31$$

4.3.5 Etude de la stabilité

La condition de la stabilité numérique pour un schéma explicite exige que la valeur du coefficient de la température adimensionnelle au nœud étudié (i) et à l'instant k (θ_i^k) au niveau de l'équation discrétisée sera supérieure ou égale à zéro. Cette condition concerne l'ensemble des nœuds du mur bicouches (MCP/Solide).

Pour la couche MCP, la condition de stabilité est définie par l'équation (3.26). Pour la couche solide, à partir des équations discrétisées, on déduit la condition sur les coefficients :

Pour le premier nœud

$$1 - f \left(\frac{K_{1,w}}{\Delta X^2} \right)_{solide} \Delta\tau \geq 0 : \Delta\tau \leq \left(\frac{\Delta X^2}{fK_{1,w}} \right)_{solide}$$

Pour un nœud intérieur

$$1 - f \Delta\tau \left(\frac{K_{i,e} + K_{i,w}}{\Delta X^2} \right)_{solide} \geq 0 : \Delta\tau \leq \frac{1}{f} \left(\frac{\Delta X^2}{K_{i,e} + K_{i,w}} \right)_{solide}$$

Pour le dernier nœud

$$1 - f \Delta\tau \left(\frac{K_{n,e}}{\Delta X^2} \right)_{solide} \geq 0 : \Delta\tau \leq \left(\frac{\Delta X^2}{fK_{n,e}} \right)_{solide}$$

Pour le solide

$$\Delta\tau_{solide} = \min \left[\left(\frac{\Delta X^2}{fK_{1,w}} \right)_{solide}, \left(\frac{\Delta X^2}{fK_{n,e}} \right)_{solide}, \frac{1}{f} \left(\frac{\Delta X^2}{K_{i,e} + K_{i,w}} \right)_{solide} \right] \quad 4.32$$

Pour que la stabilité numérique soit réalisée pour l'ensemble des nœuds du mur bicouches, on doit satisfaire la condition :

$$\Delta\tau \leq \Delta\tau_{mur} \text{ avec } \Delta\tau_{mur} = \min[\Delta\tau_{solide}, \Delta\tau_{mcp}]$$

4.3.6 Algorithme de résolution

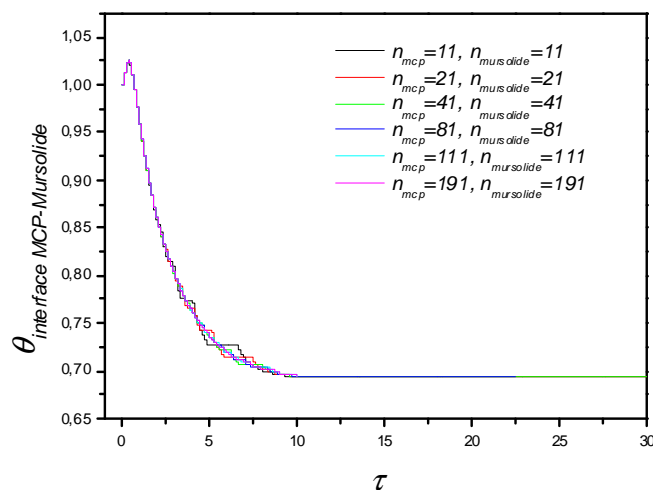
- lecture des valeurs initiales des grandeurs θ_s, θ, H
- Définir les valeurs critiques de l'enthalpie H_c pour chaque nœud du MCP

Pour le même instant (j) :

- calcul des nouvelles valeurs de la température de la couche solide
- calcul des nouvelles valeurs d'enthalpie à partir des équations discrétisées
- mise à jour des températures du MCP
- détermination du temps de la solidification de chaque nœud
- écriture des résultats

4.3.7 L'effet de maillage

De la même manière que le mur monocouche traité au chapitre précédent, le nombre de nœuds utilisé est choisi d'après l'étude qui porte sur les oscillations qui apparaissent dans les courbes représentant l'évolution de la température au niveau de la surface MCP-Solide.



(a)

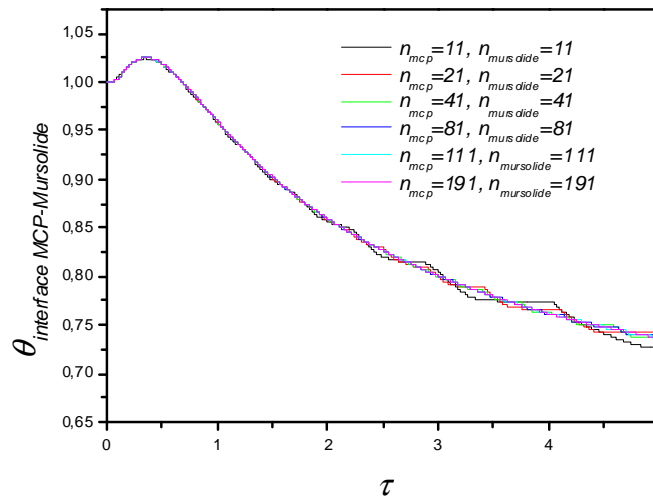


Figure 4-3 : Evolution au cours du temps de la température de la surface MCP-Solide pour différents nombres de nœuds

La figure précédente montre que les oscillations diminuent avec l'augmentation des nombres de nœuds N_{MCP} et N_{sol} . A partir de $N_{MCP} = 81$, $N_{sol}=81$, ces oscillations sont fortement atténuées. Ces valeurs seront utilisées dans le calcul numérique.

4.4 Validation numérique 'Mur bicouches MCP-Solide soumis à deux conditions convectives'

De la même manière que pour le cas d'un mur monocouche (§ 3.5), pour la validation de notre modèle physique, une comparaison des résultats numériques obtenus (présent travail) avec la solution analytique de Neuman du problème de Stefan est réalisée. Les propriétés thermophysiques ρ_1 , c_1 , k_1 , α_1 du MCP, et ρ_s , c_s , k_s , α_s du solide sont supposées constantes. Comme le problème de Stefan ne prend en considération que la couche MCP, nous choisissons des propriétés thermophysiques de la couche solide de manière que le transfert de chaleur n'est gouverné que par la couche MCP (Vitorino, 2010). Pour cela, il faut que l'épaisseur du mur solide soit faible vis-à-vis de celle du MCP $L_s \ll L_m$, et sa diffusivité thermique très élevée par rapport à celle du MCP $\alpha_s \gg \alpha_1$ ($k_s \gg k_1$).

Application dans le cas où le MCP est de paraffine tétradécane ($C_{14}H_{30}$) et le mur solide en cuivre

Le mur bicouches est constitué par une couche MCP de paraffine tétradécane d'épaisseur 8 cm, et une couche solide en cuivre de 1 cm. La température initiale est égale à la température de fusion de la paraffine $T_i=T_m=278.5$ K. La couche de la paraffine est initialement à l'état liquide. La surface gauche de la

couche solide ($x = -1$ cm) est soumise à une température constante de 268.5 K tandis que la surface droite de la couche de paraffine ($x = 8$ cm) est isolée thermiquement (adiabatique).

conductivité thermique (k) (W/m K)	capacité calorifique (C) (J/kg K)	masse volumique (ρ) (kg/m ³)
390	385	8920

Tableau 4.1 : propriétés du cuivre

La figure suivante montre l'évolution de la position du front en fonction du temps. On remarque que la courbe représentée analytiquement à l'aide des équations 3.33 et 3.34 est quasi confondue à celle obtenue numériquement à l'aide de notre programme de calcul. L'écart est environ moins de 1%.

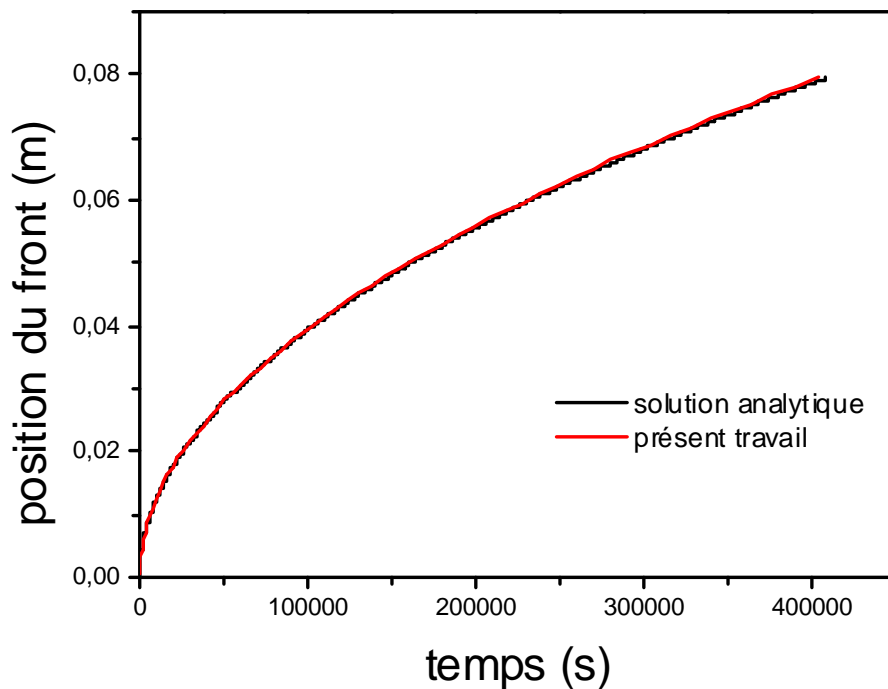


Figure 4-4 : l'évolution du front de solidification en fonction du temps

4.5 Résultats et discussions

Dans cette partie, le mur bicouches MCP/solide est soumis aux mêmes conditions convectives considérées au chapitre précédent. Nous présentons la distribution de la température et de l'enthalpie en fonction des grandeurs physique adimensionnelles, la position du front et les limites de la solidification, en insistant aussi sur les différents

types de stockage de la chaleur (sensible et latente) ainsi sur l'influence de la couche solide sur la solidification.

Les résultats trouvés sont donnés pour les conditions suivantes : $K=1$, $C=1$, $Bi_f=7$, $K_g=1$, pour une couche solide en béton : $f=4.43$, $L_m/L_S=3.33$

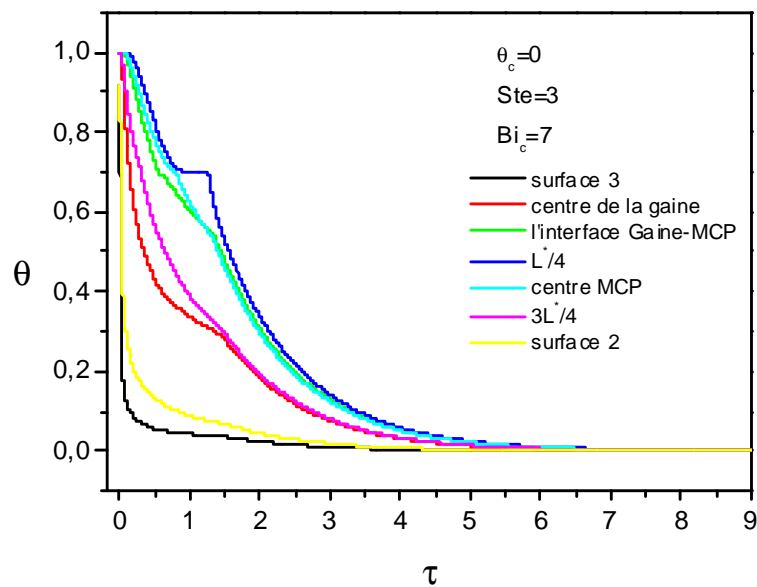
4.5.1 Variation de la température et de l'enthalpie

Le profil de la température dépend de nombreuses grandeurs physiques : température ambiante chaude, température ambiante froide, nombre de Biot, nombre de Stefan, degré de surchauffe, ...

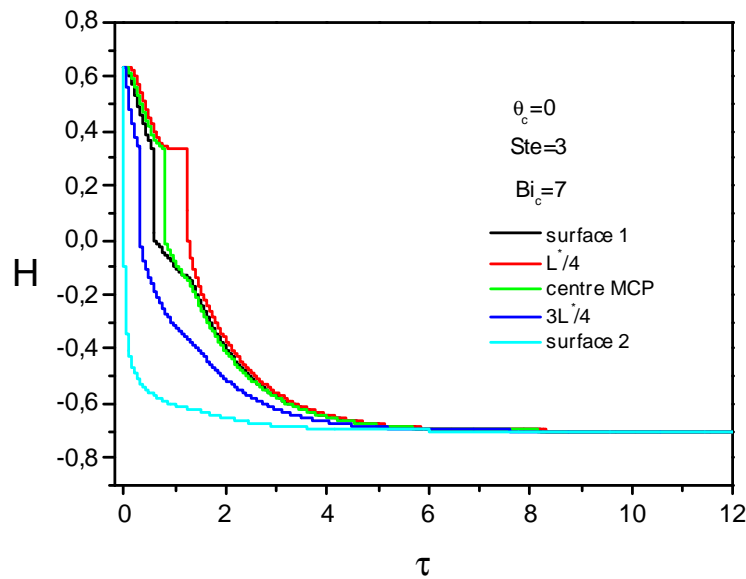
Dans cette partie, on prendra la température de fusion $\theta_m=0.7$

4.5.1.1 Cas 1 : $\theta_{oc}=0$: $T_{oc}=T_{of}$

Le mur est soumis à la même condition convective froide sur ses deux surfaces ($\theta_c=\theta_f=0$). Pour ce cas, à partir des figures 4.5 (a) et (b), on voit que les distributions d'enthalpie et de température montrent que le MCP commence par un déstockage par chaleur sensible représenté par la chute de la température et de l'enthalpie, ensuite la température prend une valeur constante sur un intervalle réduit de temps, donc le déstockage est par chaleur latente représenté par la discontinuité de l'enthalpie. Une autre chute de la température et de l'enthalpie représente un autre déstockage par chaleur sensible. Enfin, pour un temps suffisamment important, le MCP atteint la température du milieu ambiant extérieur.



(a)



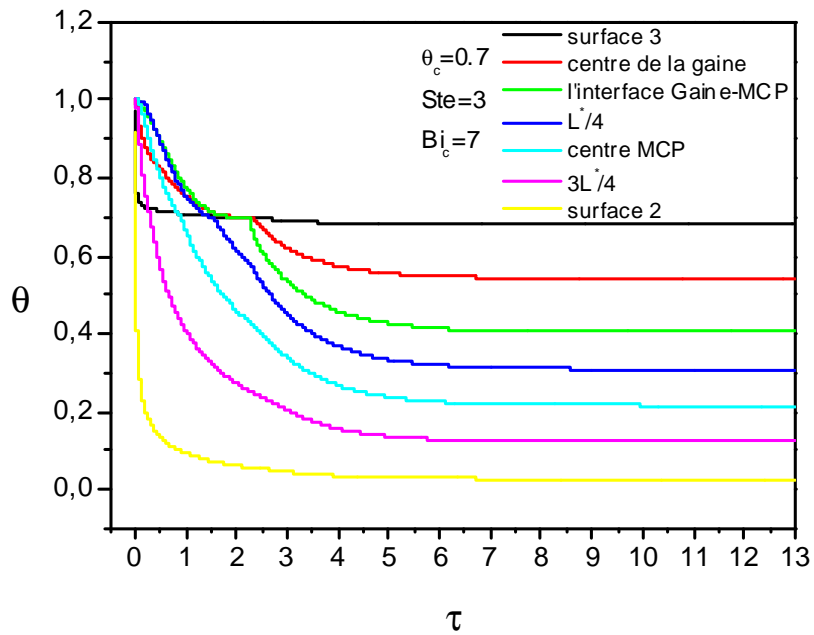
(b)

Figure 4-5 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) :
 $(\theta_c=0 : T_c=T_i)$

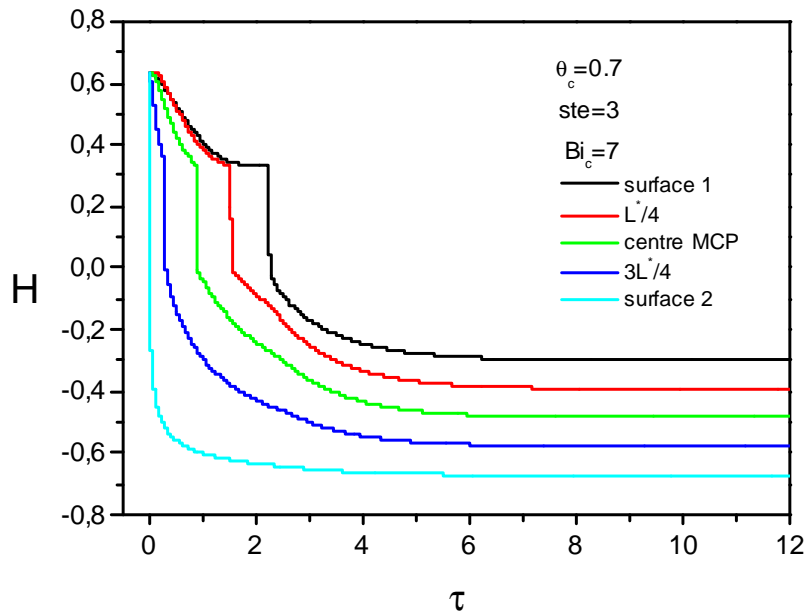
On remarque aussi que le nœud situé en $L_m^*/4$ a besoin de plus de temps que les autres nœuds pour se solidifier. Ceci peut s'expliquer par la solidification qui commence à partir de la surface 2 (surface de contact avec la condition froide) et progresse vers la surface 1 (surface de contact de contact avec le solide). Bien que, les conditions aux limites de surface sont identiques, on observe l'absence de la symétrie dans la distribution de températures à cause de la différence entre les propriétés physiques du MCP et du solide.

4.5.1.2 Cas 2 : $\theta_{oc}=0.7 : (T_c < T_i)$

Les figures 4.6 (a) et (b) présentent les variations de la température et de l'enthalpie dans le MCP. On voit que ces courbes commencent par une chute (déstockage par chaleur sensible), ensuite, réalisation du changement de phase quand la température devienne constante (discontinuité de l'enthalpie), donc déstockage par chaleur latente, enfin un autre déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. Le croisement des courbes de la température de la couche solide et du MCP est produit par les conditions extérieures, ainsi que par la position des nœuds par rapport aux surfaces du mur soumises aux conditions convectives. Pour le mur solide, le déstockage est complètement par chaleur sensible.



(a)



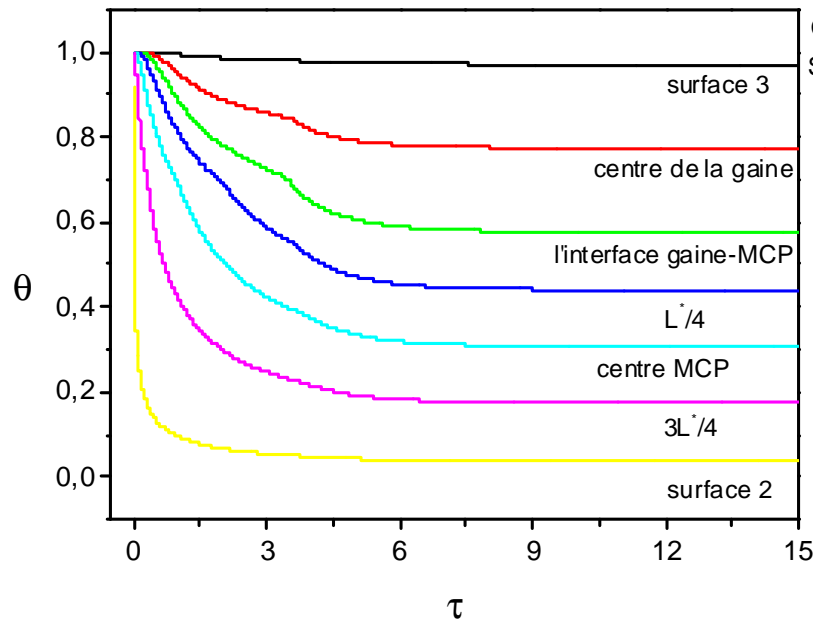
(b)

Figure 4-6 température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : ($T_c < T_i$) ($\theta_c = 0.7$)

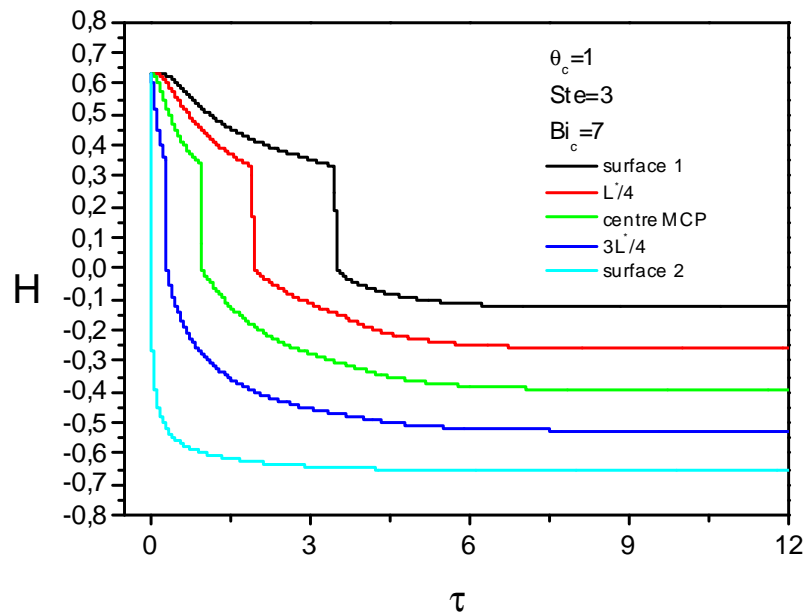
4.5.1.3 Cas 3 : $\theta_{oc} = 1$: ($T_c = T_i$)

Les Figures 4.7 (a)-(b) montrent que chaque nœud de la couche solide présente une variation décroissante de la température traduisant un déstockage thermique par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire.

Pour la couche MCP, les variations de la température et de l'enthalpie montre que la solidification est complète. Pour chaque nœud, on assiste, en premier temps, à un déstockage par chaleur sensible (chute de l'enthalpie et de la température, ensuite, la solidification se produit et le déstockage est par chaleur latente (discontinuité de l'enthalpie et la température est constante), enfin, un autre déstockage par chaleur sensible conduisant à l'état stationnaire.



(a)



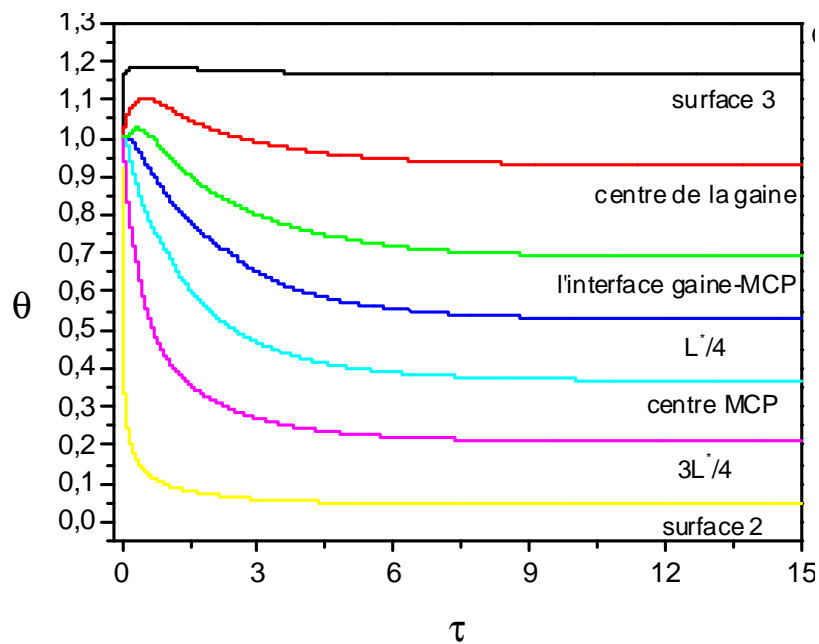
(b)

Figure 4-7 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) :
($T_c = T_i$) ($\theta_c = 1$)

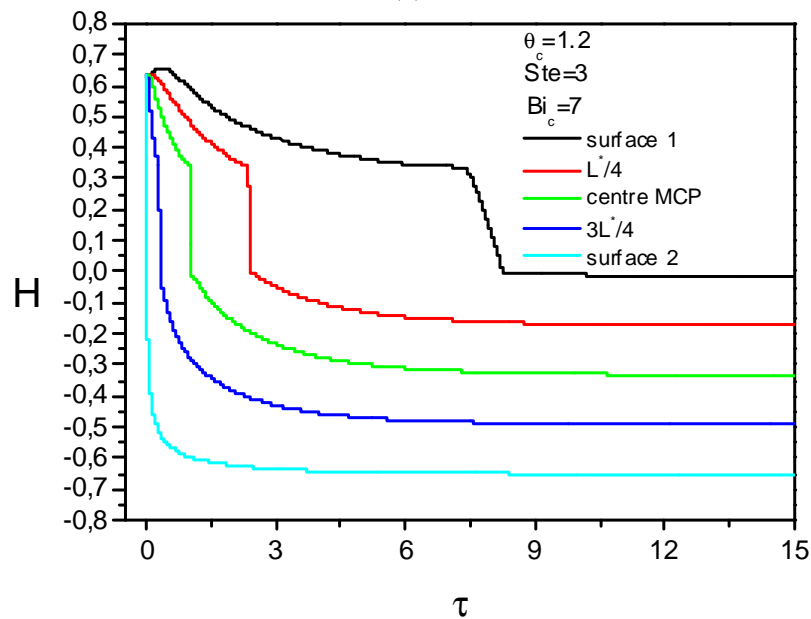
Par comparaison au cas précédent (mur MCP), on voit que la présence de la couche solide freine la condition convective chaude et favorise la condition convective froide (condition de solidification). Pour tous les nœuds de la couche MCP, le déstockage thermique est à la fois par chaleur sensible et latente.

4.5.1.4 Cas $\theta_{\infty c}=1.2 : (T_c > T_i)$

La figure 4.8 (a)-(b) montre que la couche MCP est partiellement solidifiée. Bien la couche solide constitue une résistante à la condition convective chaude, l'effet de la température ambiante chaude sur le freinage de la solidification est évident.



(a)



(b)

Figure 4-8 : température adimensionnelle (a), enthalpie adimensionnelle (b) : $(T_c > T_i)$ ($\theta_c = 1.2$)

La distribution de la température montre que la couche solide comporte deux parties. Pour la première, proche de la surface extérieure en contact avec la condition convective chaude, l'accroissement de la température traduit un stockage thermique par chaleur sensible. Pour la deuxième partie, stockage thermique en premier temps, ensuite déstockage de la chaleur sous l'effet de la condition convective froide, enfin, on retrouve un état stationnaire thermique.

Ces mêmes distributions de températures et d'enthalpie montrent que la couche MCP peut être subdivisée en deux zones. La première, proche du mur solide, le stockage thermique est par chaleur sensible en premier temps, ensuite un déstockage par chaleur sensible qui se poursuit jusqu'à l'instant où la température retrouve la température de changement de phase où le déstockage thermique s'effectue par chaleur latente jusqu'à la solidification. Ensuite, un refroidissement thermique qui conduit à un état stationnaire. Pour la deuxième zone de la couche MCP, on commence par un déstockage par chaleur sensible, ensuite déstockage par chaleur latente et enfin un déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire,

4.5.2 Evolution du front de solidification

La position du front varie au cours de temps en fonction des paramètres qui gouvernent les conditions aux limites et les propriétés physiques adimensionnelles.

4.5.2.1 L'effet de θ_c sur la position du front

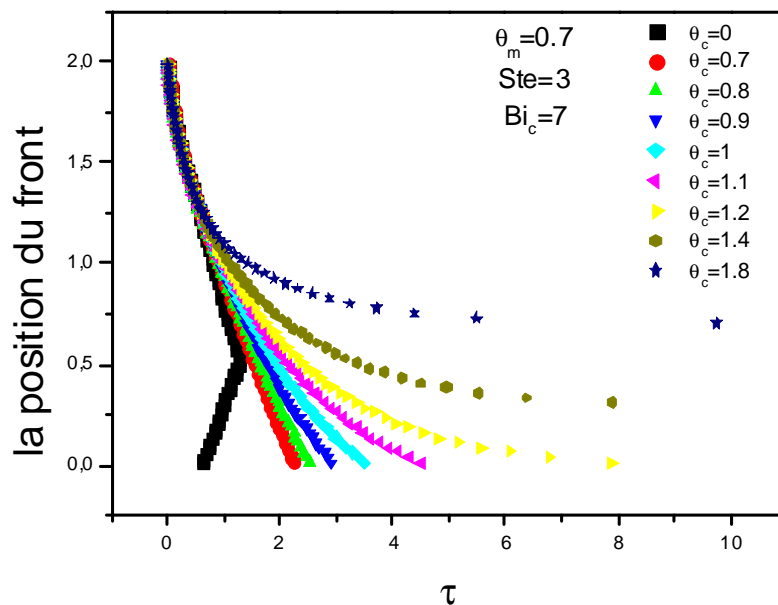


Figure 4-9 : évolution du front de solidification en fonction de θ_c ($\theta_m=0.7$, $Bi_c=7$, $Ste=3$)

On remarque que la solidification est complète pour $\theta_c < 1.4$. A partir de $\theta_c = 1.4$, la solidification devient incomplète. Avec l'augmentation de θ_c , le MCP a besoin de

plus de temps pour se solidifier. Pour $\theta_c = 0$, on voit qu'on a deux fronts de solidification (figure 4.9). Notons que pour le cas d'un mur MCP, nous avons constaté que la solidification devient incomplète à partir de $\theta_c = 0.8$. Ceci montre que la présence de la couche solide freine l'effet de la condition convective chaude

4.5.2.2 L'effet de Bi_c sur la position du front :

Les Figures 4.10, 4.11, 4.12 montrent que Bi_c n'a pas une grand influence sur la position du front à cause de la couche solide qui atténue cette influence quelque soit la valeur de Bi_c , que ce soit pour $\theta_c = 1.2$, $\theta_c = 0.7$ ou pour $\theta_c = 0$. Par comparaison avec le cas d'un mur monocouche cette influence de Bi_c est faible mais existe.

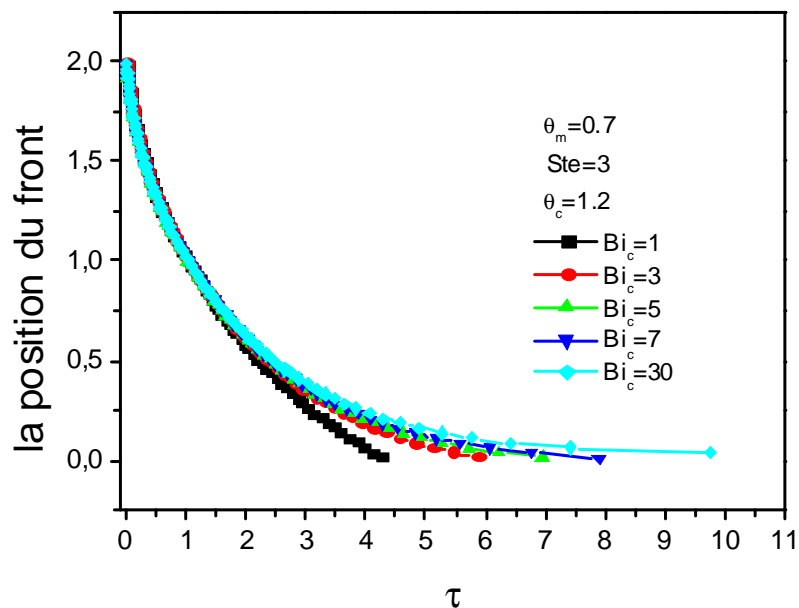


Figure 4-10 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c = 1.2$)

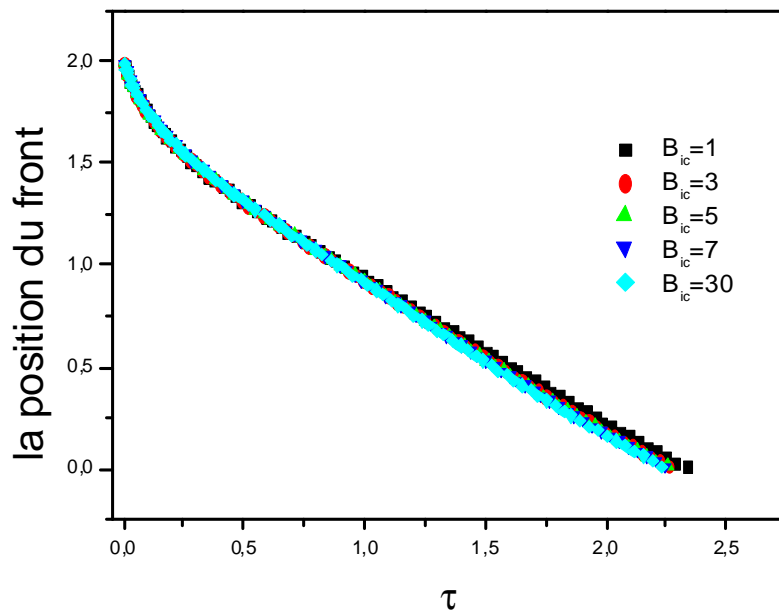


Figure 4-11 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c = 0.7$)

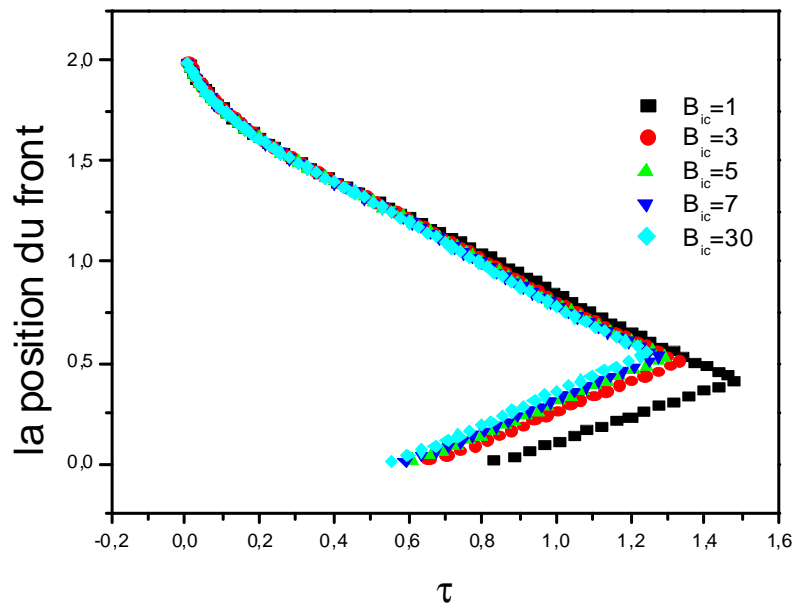


Figure 4-12 : évolution du front de solidification en fonction de Bi_c ($\theta_c=0$)

4.5.3 Temps de la solidification complète :

4.5.3.1 L'effet de Ste

Les mêmes remarques que pour le cas d'un seul mur MCP, le temps de la solidification complète diminue avec l'augmentation de Ste . On voit aussi que l'augmentation de θ_c retarder le phénomène de solidification (figures 4.13, 4.14, 4.15).

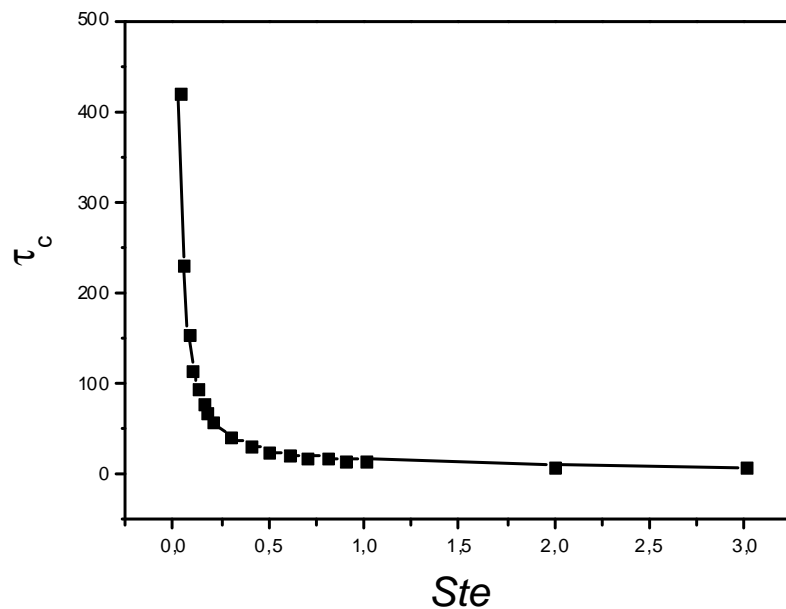


Figure 4-13 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_c=1.2$, $\theta_m=0.7$, $Bi_c=7$)

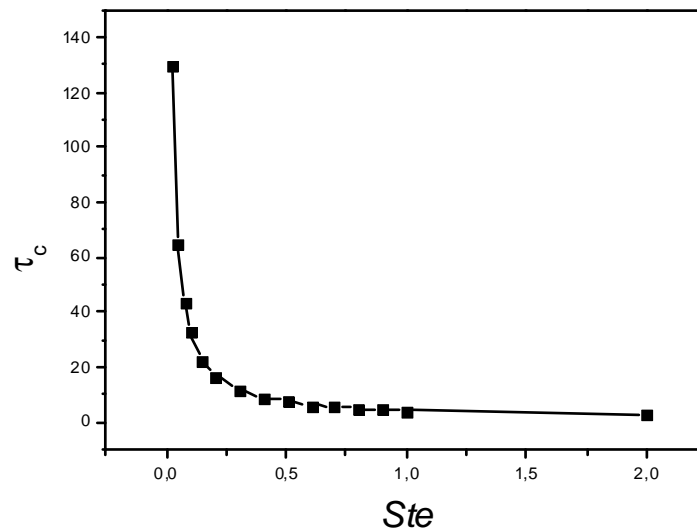


Figure 4-14 : temps de la solidification complète en fonction de Ste
($\theta_c=0.7, \theta_m=0.7, Bi_c=7$)

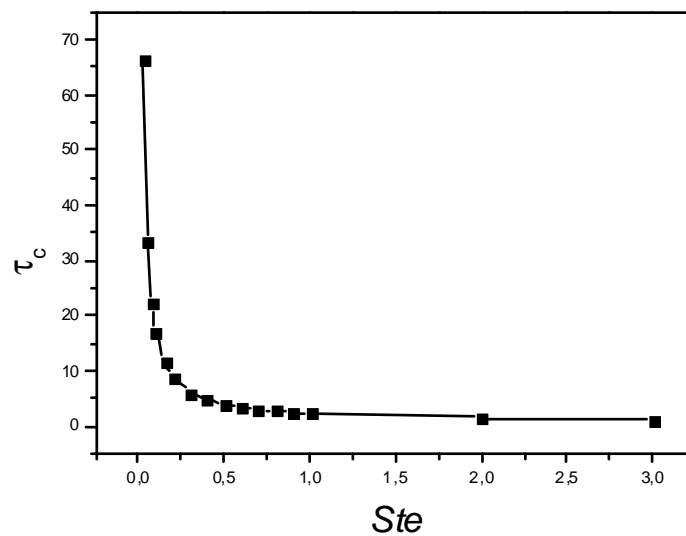


Figure 4-15 : temps de la solidification complète en fonction de Ste
($\theta_c=0, \theta_m=0.7, Bi_c=7$)

4.5.3.2 L'effet de θ_m

les Figures 4.16, 4.17, 4.18 montrent que le temps de la solidification τ_c est fonction du degré de surchauffe θ_m . Pour $\theta_c=1.2$, la solidification n'est complète que pour $\theta_m \geq 0.7$. Pour $\theta_c=0$ la solidification est complète quelque que soit la valeur de θ_m . Pour $\theta_c=0.7$, il faut satisfaire la condition $\theta_m \geq 0.5$ pour atteindre une solidification complète. En général, le temps de la solidification complète décroît avec θ_m , la présence de la couche solide atténue l'effet de la condition chaude et permet d'avoir une solidification complète à des valeurs relativement faibles du degré de surchauffe comparativement au mur monocouche.

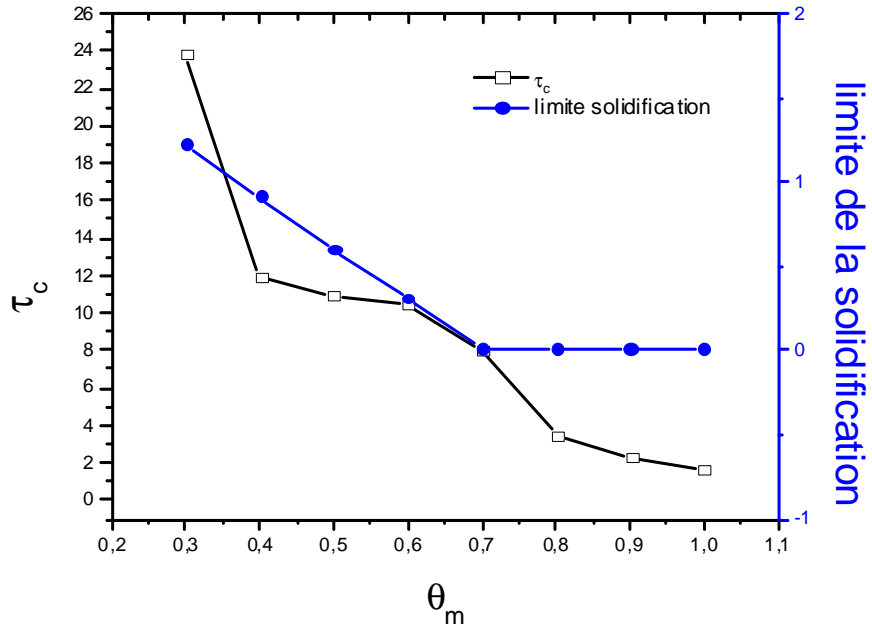


Figure 4-16 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)

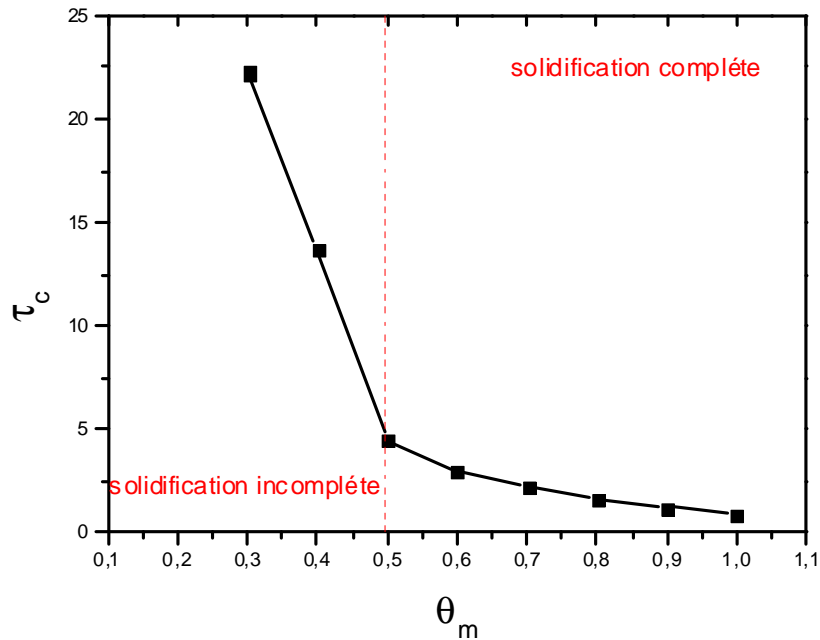


Figure 4-17 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0.7$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)

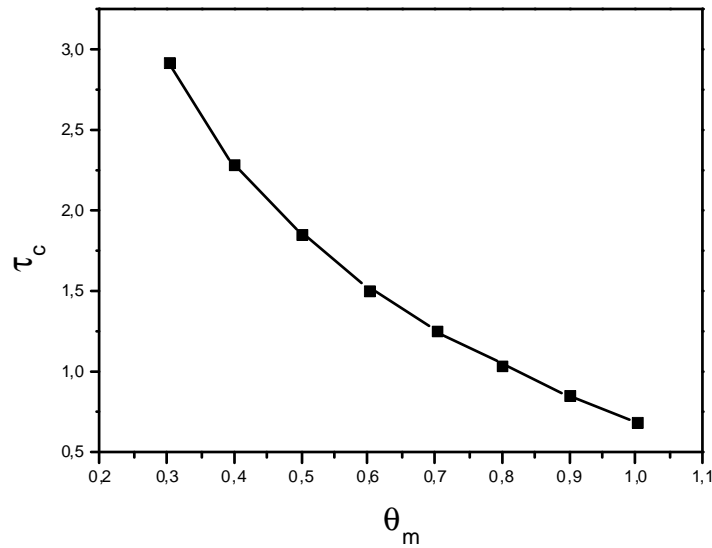


Figure 4-18 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)

4.5.3.3 L'effet de Bi_c

Pour $\theta_c=0$ et $\theta_c=0.7$, les figures 4.20, 4.21 montrent que le temps de la solidification complète diminue avec l'augmentation de Bi_c , à cause de l'absence du freinage par la condition convective chaude. Pour $\theta_c=1.2$, la solidification est incomplète, le temps de la limite de la solidification a une variation quasi aléatoire en fonction de Bi_c (figure 4.19).

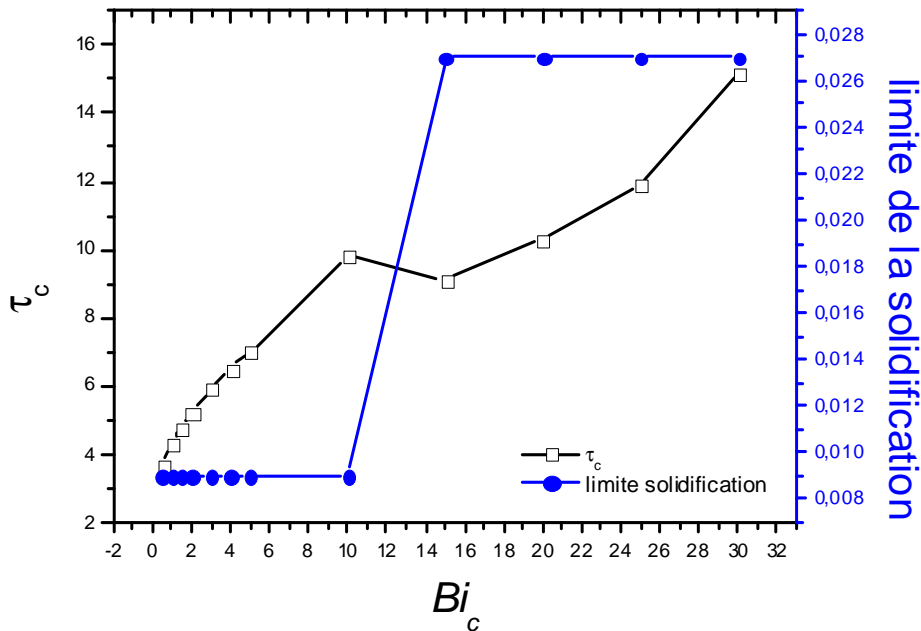


Figure 4-19 : temps de la solidification complète en fonction Bi_c ($\theta_c=1.2$, $\theta_m=0.7$, $Ste=3$)

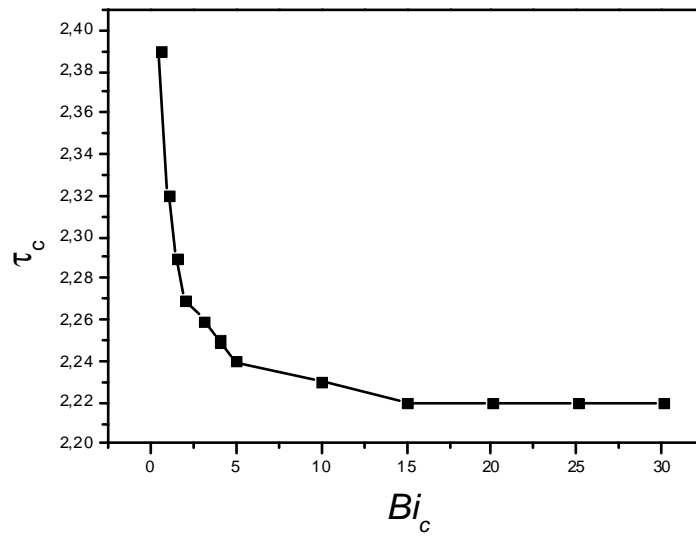


Figure 4-20 : temps de la solidification complète en fonction Bi_c
 ($\theta_c=0.7, \theta_m=0.7, Ste=3$)

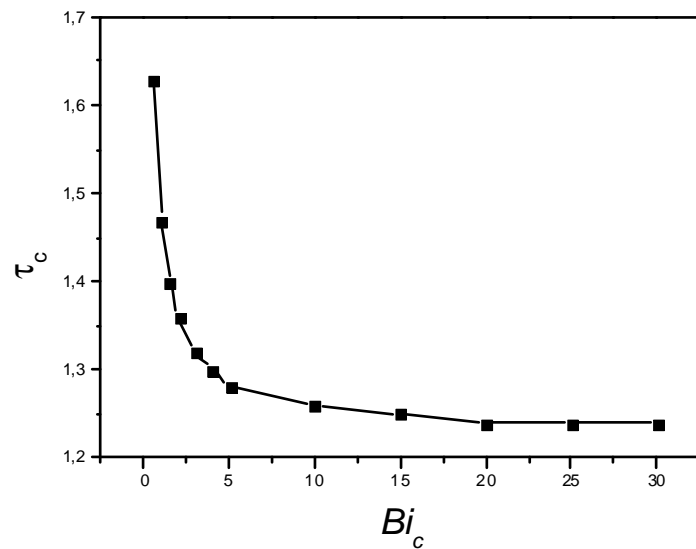


Figure 4-21 : temps de la solidification complète en fonction Bi_c
 ($\theta_c=0, \theta_m=0.7, Ste=3$)

4.5.4 Limites de la solidification

Elle dépend des grandeurs adimensionnelles $Ste, \theta_m, Bi_c, \theta_c$

4.5.4.1 L'effet de θ_c

La figure 4.22 montre que la solidification est complète pour $\theta_c < 1.4$. A partir de cette valeur de θ_c , la solidification devient incomplète et la zone solidifiée est réduite. Pour les grandes valeurs de θ_c , la position du front prend une valeur fixe.

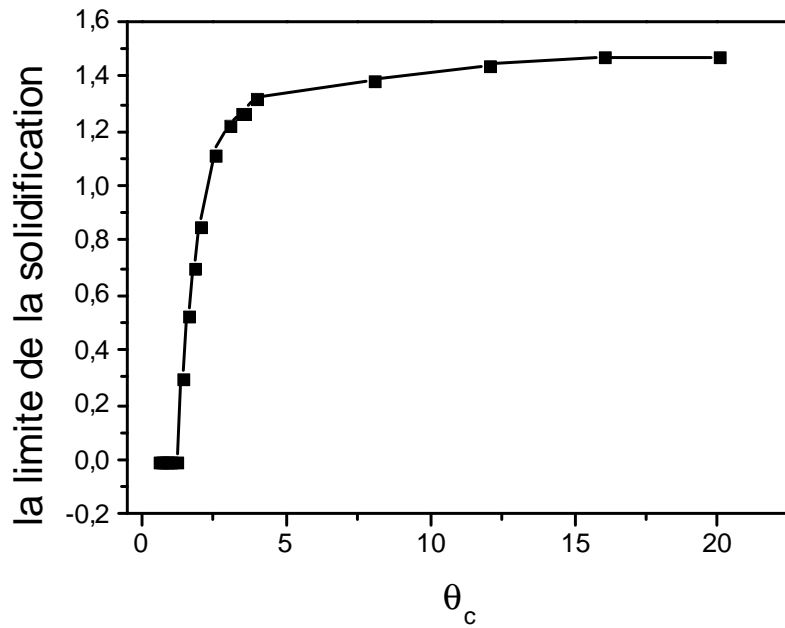


Figure 4-22 : la limite de la solidification en fonction de θ_c ($Ste=3$, $\theta_c=0.7$, $Bi_c=7$)

4.5.4.2 L'effet de θ_m

la Figure 4.23 montre que pour $\theta_m < 0.7$, la solidification est incomplète. A partir de $\theta_m = 0.7$, la solidification sera complète, le front de solidification progresse à partir de la surface froide S2 en direction de la surface soumise à la condition chaude S1. Notons que pour le cas d'un mur monocouche (MCP), la solidification est incomplète quelque soit la valeur de θ_m . Ceci montre l'importance de la résistance thermique de la couche solide qui retarde l'effet de la condition convective chaude et permet de garantir une solidification complète.

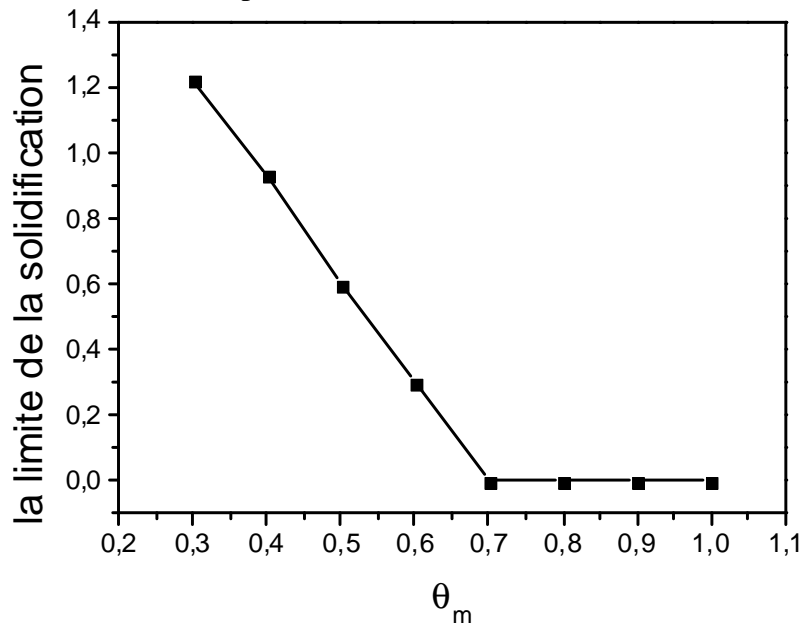


Figure 4-23 : la limite de la solidification en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2$, $Ste=3$, $Bi_c=7$)

4.5.4.3 L'effet de Ste

L'augmentation de Ste favorise la solidification. Le front de solidification progresse en direction de l'interface MCP-Solide. La solidification est incomplète pour $Ste < 0.6$. A partir de $Ste = 0.6$, la solidification sera complète (Figure 4.24)

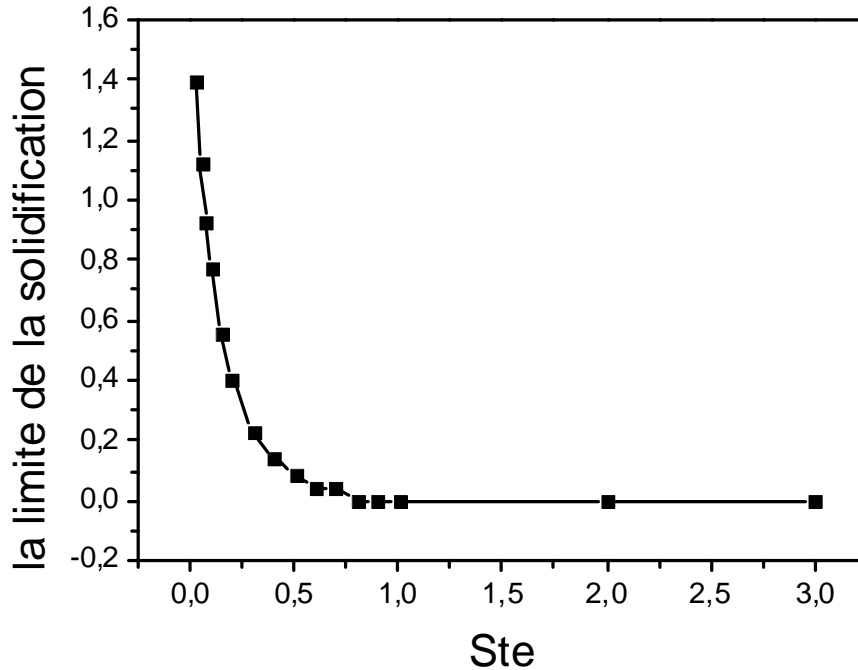


Figure 4-24 : la limite de la solidification en fonction de Ste ($\theta_c=1.2$, $\theta_c=0.7$, $Bi_c=7$)

4.6 Conclusion

Le transfert thermique instationnaire dans un mur bicouches avec changement de phase par solidification est gouvernée par différentes grandeurs Ste , θ_m , Bi_c , θ_c , ..., dont les influences sur la cinétique de la solidification sont fortement couplées. La couche solide atténue l'effet de la condition convective chaude et favorise la solidification. la température ambiante chaude affecte largement le champ de température et la cinétique de la solidification. Pour $\theta_c \leq \theta_m$, la solidification est complète. Pour $\theta_c > \theta_m$, elle est partielle. Selon la condition convective chaude, la couche solide est le siège d'un stockage ou déstockage thermique par énergie sensible. Pour le MCP, en plus de l'évolution thermique qui traduit un déstockage thermique par énergie sensible, il y'a un déstockage par énergie latente s'effectuant à température constante. La limite de la solidification traduit l'évolution du mur vers un état stationnaire où les transferts thermiques sont par énergie sensible.

5 Chapitre 5 : Étude de transfert thermique dans un mur tricouches avec changement de phase

5.1 Introduction

Ce travail présente une étude numérique du transfert de chaleur dans un mur, tricouches soumis à deux conditions convectives et subissant un changement de phase par solidification. La modélisation du problème utilise l'équation de conduction thermique unidirectionnelle avec changement de phase en considérant les équations de couplage au niveau des interfaces entre les différentes couches et au niveau des surfaces extérieures du mur. Les équations de transfert sont données en représentation enthalpique pour le MCP, et en formulation générale pour les régions solides. La formulation adimensionnelle a permis de dégager les principaux paramètres affectant le transfert. La discrétisation des équations est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis, avec un schéma explicite. La solution numérique est obtenue par une méthode itérative basée sur la notion d'enthalpie critique. L'étude de l'influence de la condition convective imposée au deuxième solide, désignant la condition chaude et gouvernée par Bi_c , θ_c a montré que la présence des couches solides affecte le transfert de chaleur par un effet de stockage ou déstockage par énergie sensible. Les grandeurs Bi_c , θ_c , affectent la cinétique et les limites de la solidification. L'action de la température θ_c sur le MCP est fortement dépendante du nombre de Biot Bi_c .

5.2 Présentation du problème physique

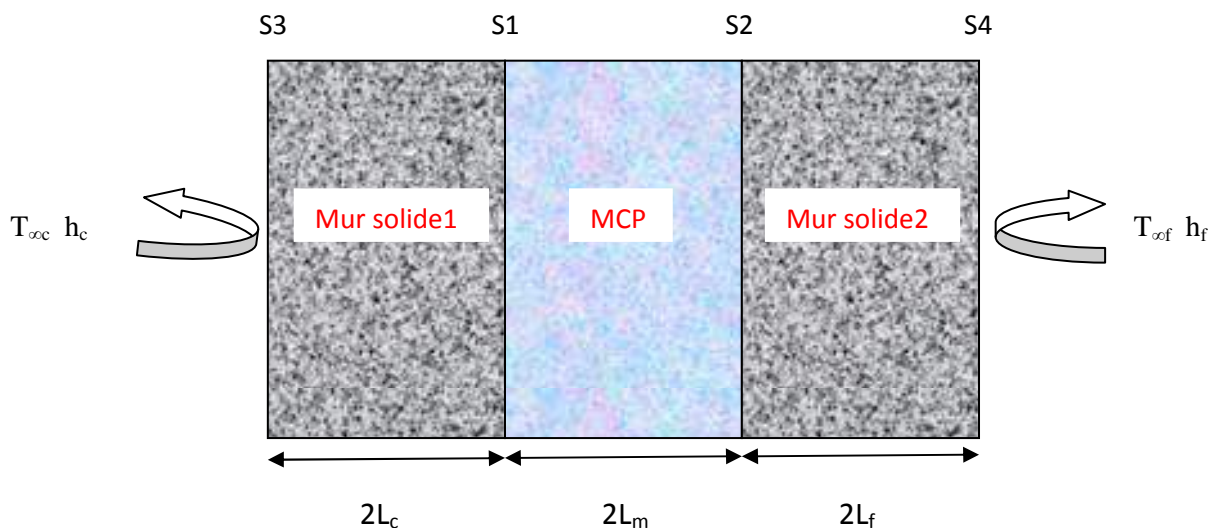


Figure 5-1 : Mur tricouches (solide 1-MCP-solide 2)

Considérons un mur composé de trois couches, deux couches solides à l'extérieur et une couche MCP au centre et subissant un changement de phase par solidification. Le mur est soumis à deux conditions convectives. Le couplage entre les différentes

régions est réalisé au niveau des interfaces, solide 1-MCP (interface 1), MCP-solide 2 (interface 2). La première condition convective prendra différentes valeurs (chaude et froide), définie par $(h_c, T_{\infty c})$, est imposée à la surface extérieure du mur (surface S_3), la deuxième condition convective (froide), définie par $(h_f, T_{\infty f})$, est imposée à la surface extérieure du mur (S_4). Afin de réaliser la solidification, on gardera dans toutes les applications numériques $T_{\infty f} < T_m$.

5.3 Modèle physique

Le problème étudié dans cette partie, concerne le transfert de chaleur par conduction, avec la présence de changement de phase par solidification du MCP. Les hypothèses simplificatrices utilisées: (1) la déformation du volume du mur due à la variation de la température est négligeable. (2) les deux couches solides sont des conducteurs passifs. (3) absence de la convection naturelle au cours de la solidification de la couche MCP. (4) le transfert de chaleur est unidirectionnel. (5) l'enveloppe contenant le MCP est supposée de faible épaisseur et d'un matériau de bonne conductivité thermique pour qu'on puisse négliger sa résistance thermique. (6) les températures des fluides et les coefficients d'échange sont considérés constants. (7) les propriétés physiques et thermiques du MCP (la conductivité thermique k , la capacité calorifique c , la densité ρ sont les mêmes dans les deux phases solide et liquide.

L'équation régissant le problème est l'équation générale de la conduction thermique :

$$\rho c \frac{dT}{dt} - \text{div}(k \vec{\nabla} T) = 0 \quad 5.1$$

5.3.1 Formulation mathématique

Sous les hypothèses précédentes, le modèle physique est régi par l'équation de la conduction thermique unidirectionnelle en régime variable. Par la suite, nous désignons par solide 1, la couche soumise à la condition convective chaude et par solide 2, la couche soumise à la condition convective froide.

MCP:

$$\begin{cases} \text{liquide : } T > T_m : \rho_l c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) \\ \text{solide : } T < T_m : \rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \end{cases} \quad 5.2$$

Solide 1 et 2 :

$$\rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_c} \left(k_c \frac{\partial T_c}{\partial x_c} \right) \quad 5.3$$

$$\rho_f c_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_f} \left(k_f \frac{\partial T_f}{\partial x_f} \right) \quad 5.4$$

5.3.1.1 Conditions initiales et aux limites

A l'instant $t=0$, les différentes couches du mur sont à la même température initiale. Les conditions aux limites traduisent le couplage entre les différentes couches au niveau des interfaces et les conditions convectives extérieures imposées au mur. Soit :

$$T(x,0) = T_i \equiv T_c(x_c,0) = T_i \equiv T_f(x_f,0) = T_i \quad 5.5$$

$$(S3): x_c=0: -k_c \frac{\partial T_c}{\partial x_c} = h_c (T_{\infty,c} - T_3) \quad 5.6$$

$$(S1): -k_c \frac{\partial T_c}{\partial x_c} \Big|_{x_c=2L_c} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad 5.7$$

$$(S2): -k_f \frac{\partial T_f}{\partial x_f} \Big|_{x_f=2L_f} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad 5.8$$

$$(S4): x_f = 2L_f : -k \frac{\partial T}{\partial x} = h_f (T_4 - T_{\infty,f}) \quad 5.9$$

5.3.2 Formulation adimensionnelle

Pour faciliter le traitement numérique et identifier les principaux paramètres physiques gouvernant le transfert, posons les grandeurs adimensionnelles suivantes :

5.3.2.1 Coordonnées spatio-temporelles

$$\text{MCP} : (x,t) \mapsto X = \frac{x}{L_m} \quad \tau = \frac{\alpha_{ref}}{L_m^2} t$$

$$\text{Solide 1} : (x_c,t) \mapsto X_c = \frac{x_c}{L_c} \quad \tau_c = \frac{\alpha_{ref,c}}{L_c^2} t \quad \tau_c = f_c \cdot \tau$$

$$\text{Solide 2} : (x_f,t) \mapsto X_f = \frac{x_f}{L_f} \quad \tau_f = \frac{\alpha_{ref,f}}{L_f^2} t \quad \tau_f = f_f \cdot \tau$$

5.3.2.2 Variables physiques : températures et enthalpie

MCP, solide1, solide 2 :

$$(T, T_m, T_{\infty,c}, T_{\infty,f}, h) \mapsto H = \frac{h}{h_{ref}} \quad \theta = \frac{T - T_{\infty,f}}{T_i - T_{\infty,f}} \quad \theta_m = \frac{T_m - T_{\infty,f}}{T_i - T_{\infty,f}} \quad \theta_{\infty,c} = \frac{T_{\infty,c} - T_{\infty,f}}{T_i - T_{\infty,f}} \quad \theta_{\infty,f} = 0$$

Notons que :

$$0 \leq \theta_m \leq 1 \quad (T_{\infty f} \leq T_m \leq T_i) \quad \theta_{\infty c} \geq 0 \quad (T_{\infty c} \geq T_{\infty f}) \quad \theta_{\infty c} = 0 \quad (T_{\infty c} = T_{\infty f}) \quad \theta_{\infty c} < 1 \quad (T_{\infty c} < T_i)$$

$$\theta_{\infty c} = 1 \quad (T_{\infty c} = T_i) \quad \theta_{\infty c} > 1 \quad (T_{\infty c} > T_i)$$

5.3.2.3 Conditions convectives et état initial

$$\left(\begin{array}{l} h_f, T_{\infty f}, h_c, T_{\infty c}, L_m, L_c, L_f, k_{ref,f}, \\ k_{ref,c}, T_i - T_{\infty f}, L_{fm} \end{array} \right) \rightarrow Bi_f = \frac{h_f L_f}{k_{ref,f}} \quad Bi_c = \frac{h_c L_c}{k_{ref,c}} \quad Ste = \frac{h_{ref}}{\rho_{ref} L_{fm}}$$

5.3.2.4 Propriétés physiques MCP, solide 1 et 2

$$K = \frac{k}{k_{ref}} \quad C = \frac{c}{c_{ref}} \quad K_c = \frac{k_c}{k_{ref,c}} \quad C_c = \frac{c_c}{c_{ref,c}} \quad K_f = \frac{k_f}{k_{ref,f}} \quad C_f = \frac{c_f}{c_{ref,f}}$$

5.3.2.5 Grandeurs de références

MCP : $\rho_{ref} = \rho_s \quad k_{ref} = k_s \quad c_{ref} = c_s$

$$\alpha_{ref} = \frac{k_{ref}}{\rho_{ref} c_{ref}} \quad h_{ref} = \rho_{ref} c_{ref} (T_i - T_{\infty f})$$

Solide 1 : $\alpha_{ref,c} = \alpha_c \quad c_{ref,c} = c_c \quad \alpha_{ref,c} = \frac{k_{ref,c}}{\rho_{ref,c} c_{ref,c}} = \frac{k_c}{\rho_c c_c} = \alpha_c$

Solide 2 : $\alpha_{ref,f} = \alpha_f \quad c_{ref,f} = c_f$

$$\alpha_{ref,f} = \frac{k_{ref,f}}{\rho_{ref,f} c_{ref,f}} = \frac{k_f}{\rho_f c_f} = \alpha_f \quad 5$$

5.3.2.6 Equations de la chaleur

En se basant sur les grandeurs adimensionnelles précédentes, les équations du modèle s'écrivent :

Pour le MCP, la formulation en variable enthalpique est utilisée afin de surmonter le problème de la présence d'un front mobile. Le système représenté par les équations (1) est réduit en une seule équation et comme la variation spatiale est unidirectionnelle suivant (x) , cette équation devient :

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left(K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \quad 5.10$$

Avec :

$$H(\theta) = \begin{cases} \theta - \theta_m \\ C(\theta - \theta_m) + 1/Ste \end{cases} \text{ pour } \begin{cases} \theta < \theta_m \\ \theta > \theta_m \end{cases} \quad 5.11$$

$$\theta = \begin{cases} H + \theta_m \\ \theta_m \\ (H - 1/Ste)/C + \theta_m \end{cases} \quad \text{pour :} \quad \begin{cases} H < 0 \\ 0 \leq H \leq 1/Ste \\ H > 1/Ste \end{cases} \quad 5.12$$

Pour les couches solides 1 et 2, les équations sont données en formulation générale

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial \tau} = f_c \frac{\partial}{\partial X_c} \left(K_c \frac{\partial \theta_c}{\partial X_c} \right) f_c = \frac{\alpha_c}{\alpha_s} \left(\frac{L_m}{L_c} \right)^2 \quad 5.13$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = f_f \frac{\partial}{\partial X_f} \left(K_f \frac{\partial \theta_f}{\partial X_f} \right) f_f = \frac{\alpha_f}{\alpha_s} \left(\frac{L_m}{L_f} \right)^2 \quad 5.14$$

Condition initiale et aux limites

$$\theta(X,0)=1 \equiv \theta_c(X_c,0)=1 \equiv \theta_f(X_f,0)=1 \quad 5.15$$

$$S3: X_c=0: K \frac{\partial \theta}{\partial X} = Bi_c (\theta_3 - \theta_{\infty,c}) \quad 5.16$$

$$S1: X_c=2 \equiv X=0: K \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{L_m}{L_c} \frac{k_{ref,c}}{k_{ref,mcp}} K_c \frac{\partial \theta_c}{\partial X_c} \quad 5.17$$

$$S2: X=2 \equiv X_f=0: K \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{L_m}{L_f} \frac{k_{ref,f}}{k_{ref,mcp}} K_f \frac{\partial \theta_f}{\partial X_f} \quad 5.18$$

$$S4: X_f=2: K \frac{\partial \theta}{\partial X} = -Bi_f \cdot \theta_4 \quad 5.19$$

5.4 Solutions Numériques

5.4.1 Le maillage

Pour chacune des trois couches, un maillage spatial uniforme est utilisé. Le pas d'espace, désignant l'espace entre deux nœuds intérieurs est noté ΔX . Chaque nœud représente le centre du volume de contrôle dont les faces de gauche et de droite sont notées respectivement w et e . Les nœuds adjacents recevront les notations W et E .

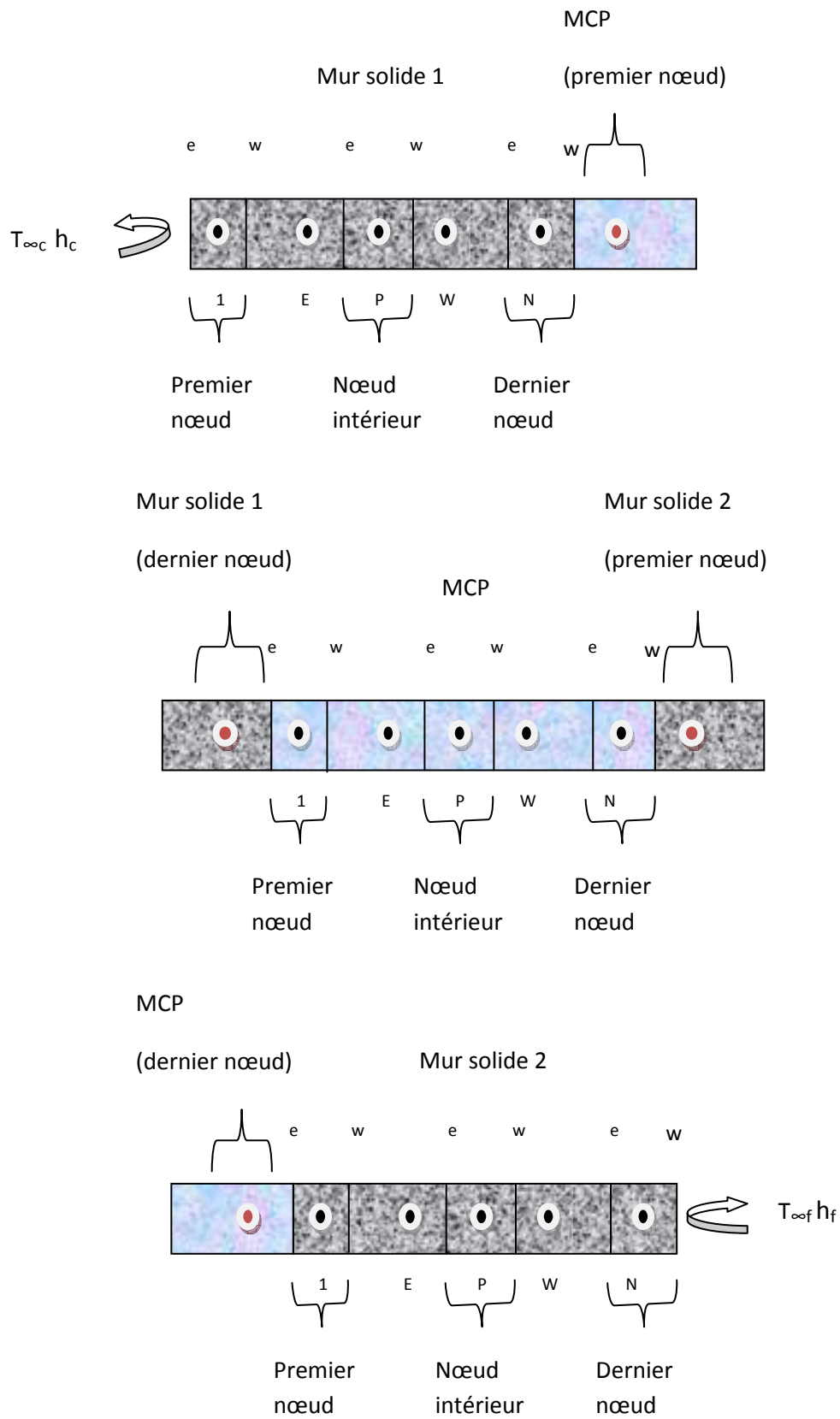


Figure 5-2 : Maillage du mur tricouches

5.4.2 Discrétisation des équations

La discrétisation des équations régissant les différentes couches du mur est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis avec un maillage uniforme pour chacune des couches. Pour les deux solides, les équations discrétisées sont déduites à partir de la formulation générale tandis que pour le MCP, elles sont obtenues à partir de la formulation enthalpique. Les équations discrétisées traduisant le couplage au niveau des interfaces du mur sont obtenues à partir des conditions aux limites qui gouvernent ces interfaces. Le nombre total de nœuds et le pas d'espace pour le solide 1, solide 2 et le MCP sont donnés respectivement par $(N_c, \Delta X_c, N_f, \Delta X_f, N, \Delta X)$. Les trois couches commencent et se terminent par des demi-volumes de contrôle. Pour la variable temporelle, une discrétisation selon le schéma explicite est utilisée. Ainsi, l'analyse de la stabilité de la solution et de l'effet du maillage a permis d'obtenir un maillage adéquat : $N_c=N_f=N=81$.

5.4.2.1 Solide 1

-Pour un nœud intérieur

$$\theta_c^p(j+1) = \theta_{c,j}^p + f_c \frac{\Delta \tau}{X_{cw} - X_{ce}} \left(\begin{array}{c} K_{cw} \frac{\theta_{c,j}^W - \theta_{c,j}^P}{\Delta X_c} \\ -K_{ce} \frac{\theta_{c,j}^P - \theta_{c,j}^E}{\Delta X_c} \end{array} \right) \quad 5.20$$

-Pour le premier nœud

$$\theta_c^1(j+1) = \theta_{c,j}^1 + f_c \frac{\Delta \tau}{X_{cw} - X_{ce}} \left(\begin{array}{c} K_{cw} \frac{\theta_{c,j}^2 - \theta_{c,j}^1}{\Delta X_c} \\ -Bi_c (\theta_{3,j} - \theta_{\infty,c}) \end{array} \right) \quad 5.21$$

-Pour le dernier nœud

$$\theta_c^{N_s}(j+1) = \theta_{c,j}^{N_s} + f_c \frac{\Delta \tau}{X_{cw} - X_{ce}} \times \left(\begin{array}{c} \frac{1}{\left(\frac{L_m}{L_c} \frac{k_{ref,c}}{k_{ref,mcp}} \right)} K_w \frac{\theta_j^1 - \theta_{1,j}}{\frac{\Delta X}{2}} - K_{ce} \frac{\theta_{c,j}^{N_s} - \theta_{c,j}^{N_s-1}}{\Delta X_c} \end{array} \right) \quad 5.22$$

5.4.2.2 Le MCP

-Pour un nœud intérieur

$$H^P(j+1) = H_j^P + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \begin{pmatrix} K_w \frac{\theta_j^W - \theta_j^P}{\Delta X} \\ -K_e \frac{\theta_j^P - \theta_j^E}{\Delta X} \end{pmatrix} \quad 5.2$$

3

-Pour le premier nœud

$$H^1(j+1) = H_j^1 + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \begin{pmatrix} K_w \frac{\theta_j^2 - \theta_j^1}{\Delta X} \\ - \left(\frac{L_m}{L_c} \frac{k_{ref,c}}{k_{ref,mcp}} \right) \times \\ K_{ce} \frac{\theta_{1,j} - \theta_{c,j}^{N_s}}{\frac{\Delta X_c}{2}} \end{pmatrix} \quad 5.24$$

-Pour le dernier nœud

$$H^N(j+1) = H_j^N + \frac{\Delta\tau}{X_w - X_e} \times \begin{pmatrix} \left(\frac{L_m}{L_f} \frac{k_{ref,f}}{k_{ref,mcp}} \right) K_{fw} \frac{\theta_{f,j}^1 - \theta_{2,j}}{\frac{\Delta X_f}{2}} - K_e \frac{\theta_j^N - \theta_j^{N-1}}{\Delta X} \end{pmatrix} \quad 5.25$$

5.4.2.3 Solide 2

-Pour un nœud intérieur

$$\theta_f^P(j+1) = \theta_{f,j}^P + f_f \frac{\Delta\tau}{X_{fw} - X_{fe}} \begin{pmatrix} K_{fw} \frac{\theta_{f,j}^W - \theta_{f,j}^P}{\Delta X_f} \\ -K_{fe} \frac{\theta_{f,j}^P - \theta_{f,j}^E}{\Delta X_f} \end{pmatrix} \quad 5.26$$

-Pour le premier nœud

$$\theta_f^1(j+1) = \theta_{f,j}^1 + f_f \frac{\Delta\tau}{X_{fw} - X_{fe}} \left(\begin{array}{c} K_{fw} \frac{\theta_{f,j}^2 - \theta_{f,j}^1}{\Delta X_f} \\ 1 \\ \left(\frac{L_m}{L_f} \frac{k_{ref,f}}{k_{ref,mcp}} \right) \\ K_w \frac{\theta_{2,j} - \theta_j^N}{\frac{\Delta X}{2}} \end{array} \right) \times \quad 5.27$$

-Pour le dernier nœud

$$\theta_f^{N_f}(j+1) = \theta_{f,j}^{N_f} + f_f \frac{\Delta\tau}{X_{fw} - X_{fe}} \left(\begin{array}{c} -Bi_f \cdot \theta_{4,j} \\ \theta_{f,j}^{N_f} - \theta_{f,j}^{N_f-1} \\ -K_{fe} \frac{\theta_{f,j}^{N_f} - \theta_{f,j}^{N_f-1}}{\Delta X_f} \end{array} \right) \quad 5.28$$

5.4.3 Algorithme de résolution

- Initialisation des grandeurs θ_c , θ_f , θ , H
- Définition de l'enthalpie critique H_c de chaque nœud

Pour le même instant (j) :

- calcul des nouvelles températures pour le 1^{er} solide
- calcul des nouvelles valeurs d'enthalpie à partir des équations discrétisées
- mise à jour des températures du MCP
- calcul des nouvelles températures pour le 2^{ème} solide
- détermination du temps de solidification de chaque nœud
- Affichage des résultats

5.4.4 L'effet du maillage

De la même manière que pour les deux cas précédents, les nombres de nœuds utilisés sont choisis d'après l'étude suivante, qui prene en considération la diminution des oscillations qui apparaissent dans les courbes représentant l'évolution de la température. La figure suivante représente l'évolution temporelle de la température au niveau de l'interface MCP-Mur solide 1 pour différents choix des nombres de nœuds dans les trois couches.

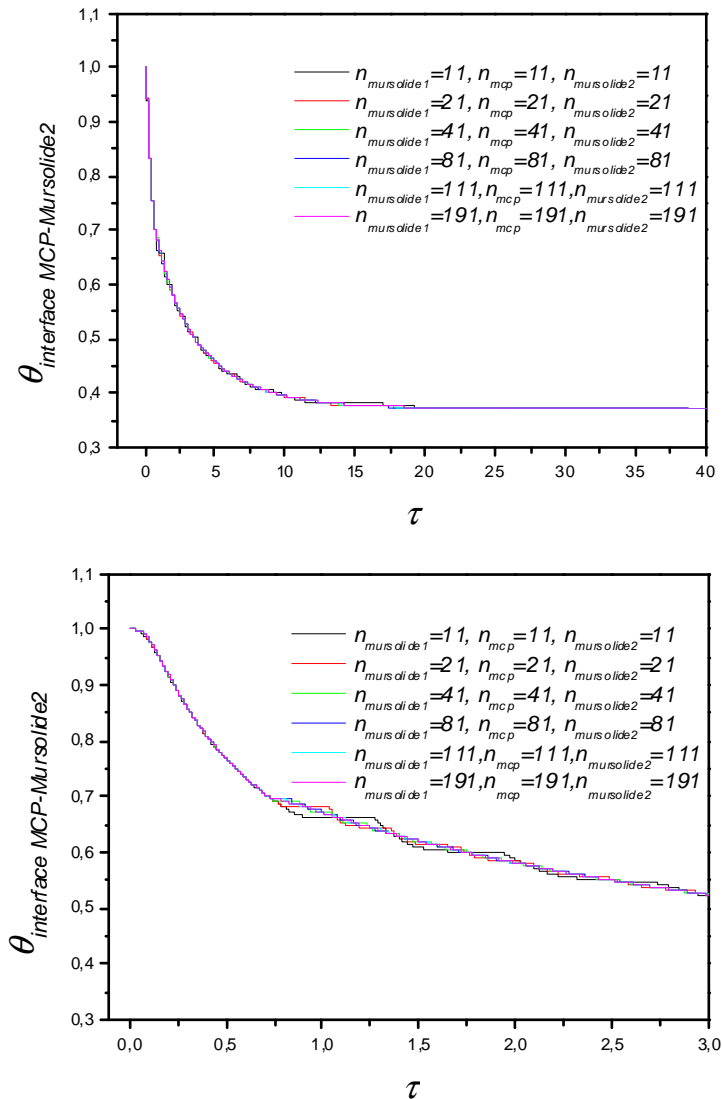


Figure 5-3 : Evolution en fonction du temps de la température au niveau l’interface MCP-Mur solide 1 pour différents nombres de nœuds

La figure 5.3, montre que les oscillations diminuent avec l’augmentation des nombres de nœuds n_{sol1} , n_{MCP} et n_{sol2} . Le choix $n_{sol1}=81$, $n_{MCP} = 81$, $n_{sol2}=81$ est satisfaisant pour garantir la stabilité de la méthode numérique.

5.5 Validation du modèle mathématique

Pour la validation de notre modèle physique pour un mur tricouches, une comparaison des résultats numériques obtenus avec la solution analytique de Neuman du problème de Stefan (§4.4) est réalisée.

Afin de réaliser cette comparaison dans les mêmes conditions de Stephan, nous avons considéré que les épaisseurs des deux couches solides sont très faibles et leurs diffusivités thermiques suffisamment élevées par rapport à celles du MCP : ($L_{S1}=L_{S2} \ll L_m$ et $\alpha_S \gg \alpha_l$ ou $k_S \gg k_l$).

Le mur est constitué par une couche MCP de paraffine tétradécane ($C_{14}H_{30}$), d'épaisseur 0.08 m, et de deux couches solides en cuivre d'épaisseur 0.01 m chacune. Le mur est initialement à la température de fusion de la paraffine $T_i=T_m=278.5$ K. La couche MCP est initialement à l'état liquide. La surface gauche de la couche solide 1 ($x= - 0.01$ m) est soumise à une température constante de 268.5 K, tandis que la surface extérieure de la couche solide 2 ($x=0.1$ m) est supposée isolée thermiquement (adiabatique).

La figure (5.3) illustre un bon accord entre la solution analytique de Stephan et celle obtenue numériquement à l'aide du présent modèle.

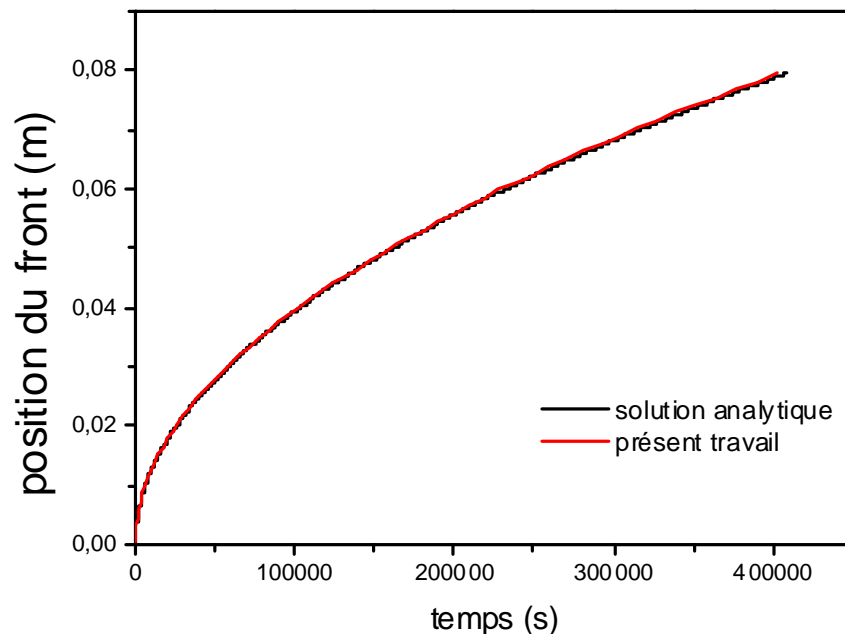


Figure 5-4 : l'évolution du front de solidification en fonction du temps

5.6 Résultats et discussions

Nous présentons l'évolution de la température, de l'enthalpie, de la position du front, les limites de la solidification, les types de stockage de la chaleur sensible et latente ainsi que l'influence des deux solides sur la cinétique de la solidification. Les résultats présentés sont obtenus pour les conditions suivantes : $K=1$, $C=1$, $Bi_f=4.5$, $K_c=K_f=1$. Les deux solides, en béton, ont la même épaisseur, avec $f_c=f_f=4.43$, la température de fusion est fixée à $\theta_m=0.7$.

5.6.1 Evolution de la température et de l'enthalpie

L'évolution de la température dépend de nombreuses grandeurs physiques : température ambiante chaude, température ambiante froide, nombre de Biot, nombre de Stefan, degré de surchauffe, ...

L'étude numérique est consacrée à l'influence de la condition convective chaude sur la cinétique de la solidification du MCP.

5.6.1.1 Cas 1 : $\theta_{\infty,c}=0 \equiv T_{\infty,c}=T_{\infty,f}$

Les figures 5.5 et 5.6 représentent l'évolution de la température et de l'enthalpie. Pour les deux solides, on constate un déstockage d'énergie totalement par chaleur sensible. Les nœuds symétriques par rapport au centre du MCP ont les mêmes températures et enthalpies. Pour le MCP, ces variations montrent que la solidification est complète. Ce stade de la solidification comprend : en premier temps, un déstockage de chaleur par chaleur sensible (chute de la température et de l'enthalpie), ensuite par chaleur latente (forte chute de l'enthalpie, la température de changement de phase étant constante), enfin, autre que le déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire, on remarque que le nœud caractérisant la partie centrale de la couche MCP est le dernier à se solidifier. Ceci se traduit par la symétrie du mur en conditions aux limites ainsi en géométrie. On remarque aussi que la présence des deux solides introduit des résistances thermiques conduisant à un retardement de l'état stationnaire par rapport au cas d'un mur MCP.

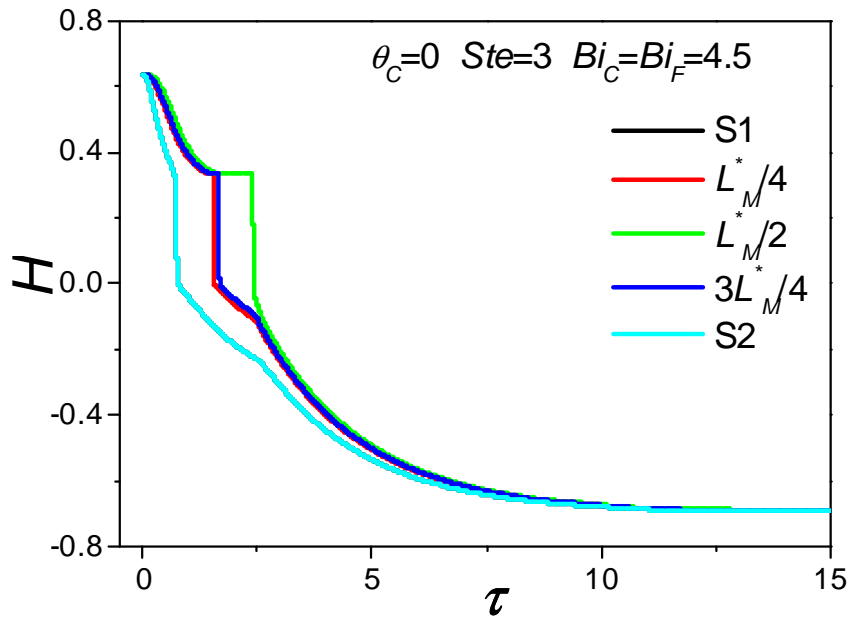


Figure 5-5: évolution de l'enthalpie ($\theta_{\infty,c}=0 : T_{\infty,c}=T_{\infty,f}$)

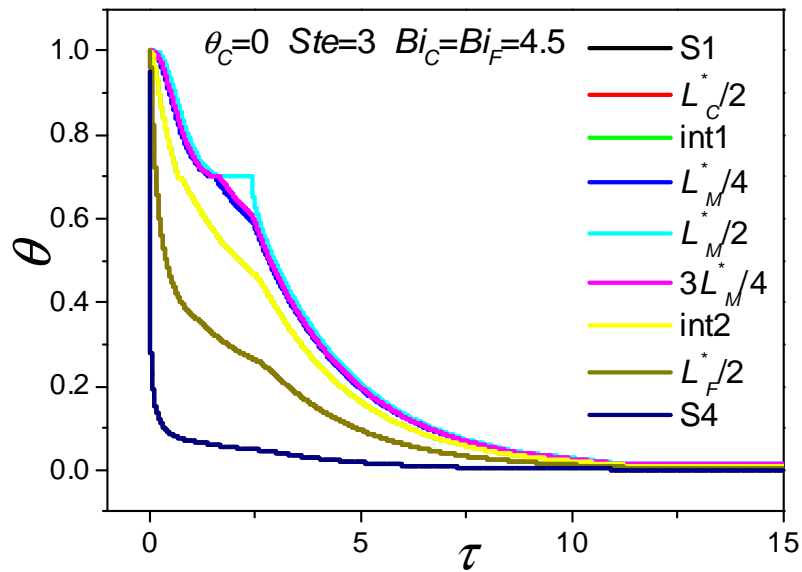


Figure 5-6: évolution de la température ($\theta_{\infty,c} = 0 : T_{\infty,c} = T_{\infty,f}$)

5.6.1.2 Cas 2 : $\theta_{\infty,c} = 0.7 : (T_c < T_i)$

Les figures 5.7, 5.8 montrent que le MCP déstocke la chaleur par chaleur sensible en premier temps (la chute du température et de l'enthalpie), ensuite réalise la solidification donc un déstockage par chaleur latente (valeur constante de la température et discontinuité de l'enthalpie), enfin, un autre déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. Pour les deux couches solides, le déstockage est complètement par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. Le croisement des courbes de température est lié à l'état stationnaire qui dépende de la position du nœud par rapport aux surfaces extérieures du mur. On remarque aussi l'effet de la solidification sur les températures des couches solides au voisinage du MCP.

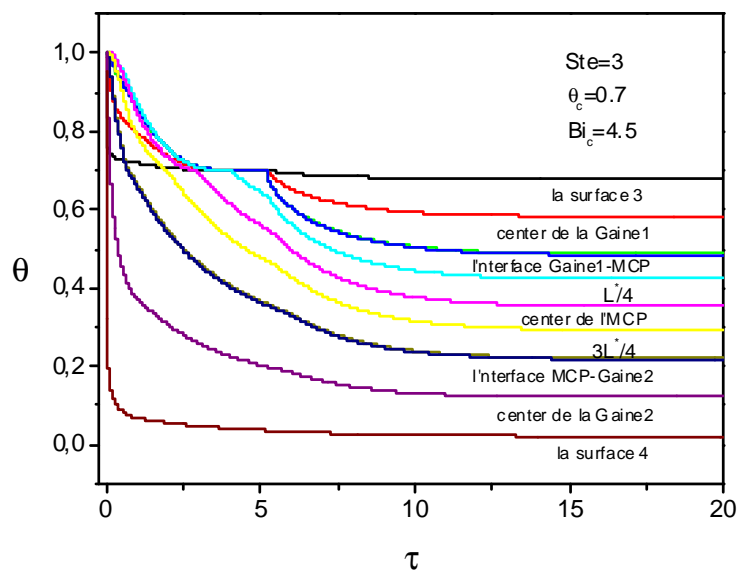
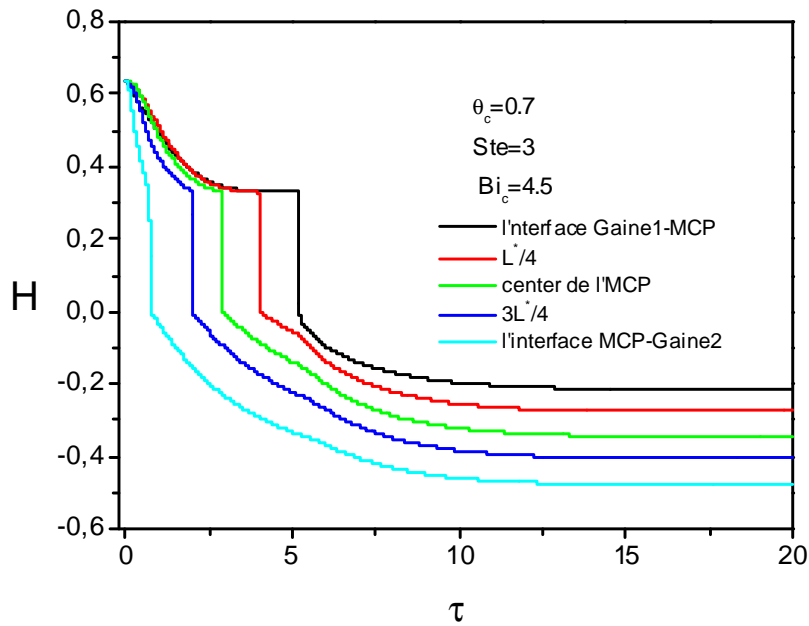


Figure 5-7 : évolution de l'enthalpie : $\theta_{\infty,c} = 0.7 : (T_c < T_i)$



(b)

Figure 5-8 : évolution de la température: $\theta_{\infty c}=0.7$: ($T_c < T_i$)

5.6.1.3 Cas 3 : $\theta_{\infty c}=1$ ($T_c=T_i$)

Les figures 5.9 et 5.10 montrent que le MCP atteint la solidification complète. Les variations de la température et de l'enthalpie montrent que ce procédé se produit ainsi : déstockage par chaleur sensible, ensuite par chaleur latente, enfin déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. Les deux solides déstockent uniquement la chaleur par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire.

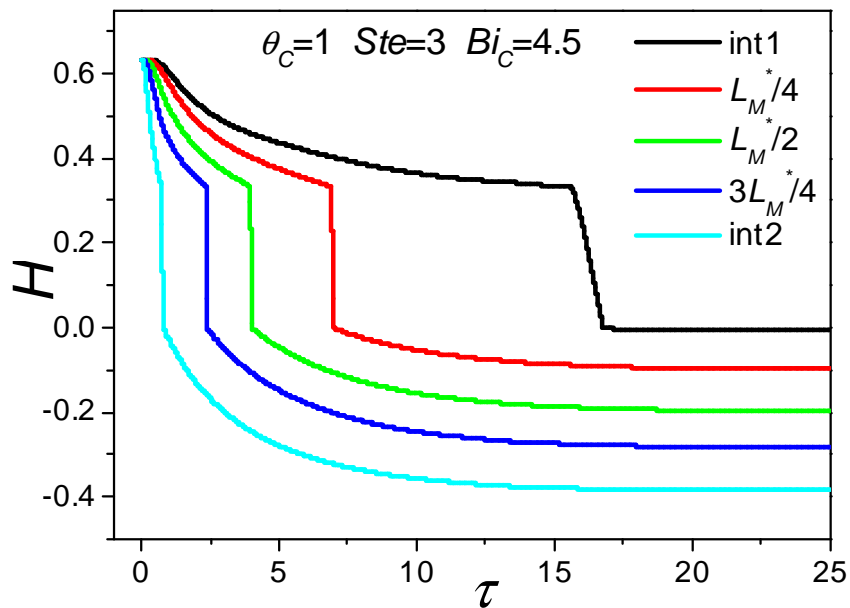


Figure 5-9 : évolution de l'enthalpie ($\theta_{\infty,c} = 1$: $T_{\infty,c} = T_i$)

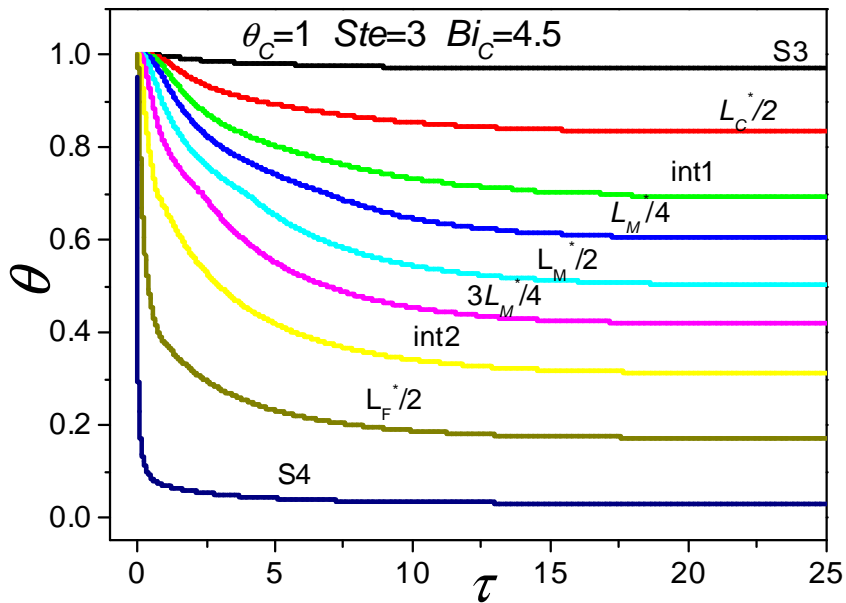


Figure 5-10: évolution de la température ($\theta_{\infty,c} = 1 : T_{\infty,c} = T_i$)

En outre, La différence par rapport au cas précédent, les nœuds symétriques par rapport au centre du MCP n'ont pas les mêmes températures et enthalpies étant donné que les températures ambiantes extérieures sont différentes.

A l'état stationnaire, la température dépend de la position de chaque nœud par rapport aux surfaces extérieures soumises aux conditions convectives. On remarque aussi l'effet de la solidification sur la répartition des températures dans le mur.

5.6.1.4 Cas 4 : $\theta_{\infty,c} = 1.2 : (T_c > T_i)$

Sur les figures 5.11 et 5.12 illustrant les évolutions de la température :

La couche solide soumise à la condition chaude, peut être subdivisée en deux régions. La première, proche de la surface extérieure, stocke la chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire qui s'explique par la variation croissante de la température. La seconde, proche du MCP, commence par un stockage de la chaleur sensible, ensuite un déstockage de la chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire quand l'effet de la condition froide est atteint.

Pour le MCP, les distributions de la température et de l'enthalpie montrent que la solidification est incomplète. Le MCP possède trois régions : la première, proche du solide soumis à la condition chaude, où le MCP stocke la chaleur en premier temps, ensuite la déstocke par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire dû à la condition convective froide. La deuxième, située à l'intérieur, dont le MCP déstocke la chaleur

complètement par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. La troisième région située à proximité du solide soumis à la condition froide où le MCP déstocke la chaleur par chaleur sensible ensuite par chaleur latente et enfin par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire.

Pour la couche solide en contact avec la condition froide, on a un déstockage de la chaleur complètement par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire,

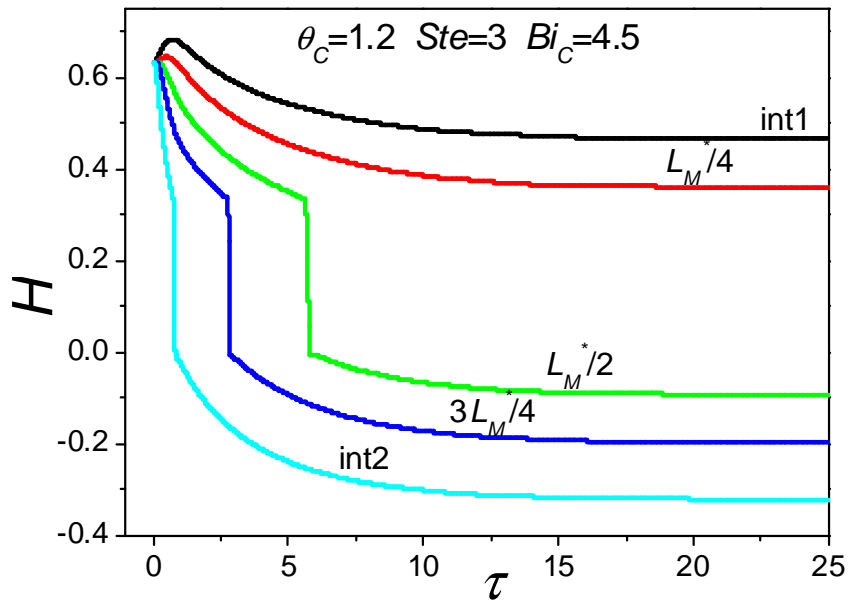


Figure 5-11: évolution de l'enthalpie ($\theta_{\infty,c}=1.2 : T_{\infty,c} > T_i$)

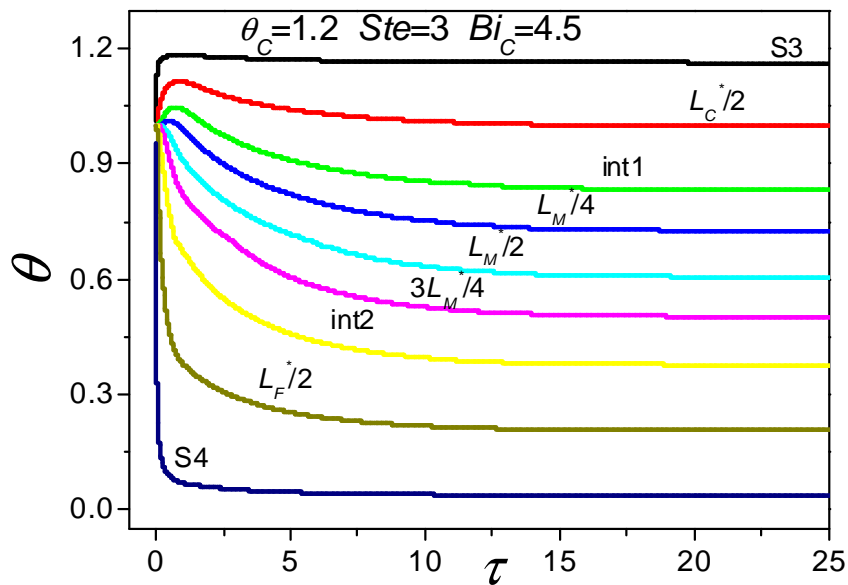


Figure 5-12: évolution de la température ($\theta_{\infty,c}=1.2 : T_{\infty,c} > T_i$)

5.6.2 Evolution du front de solidification

La position du front varie au cours de temps en fonction des paramètres qui gouvernent les conditions aux limites ainsi que les propriétés physiques adimensionnelles.

5.6.2.1 L'effet de θ_c sur la position du front

La figure 5.13 montre que pour $\theta_c \leq 1$, la solidification est complète. Pour des températures $\theta_c > 1$, la solidification est partielle ou incomplète. Pour $\theta_c = 0$, ce qui correspond à des conditions convectives identiques, il y'a la présence de deux fronts de solidification qui évoluent et se rencontrent au plan central du MCP. L'augmentation de θ_c freine le procédé de solidification, le MCP aura donc besoin de plus de temps pour se solidifier

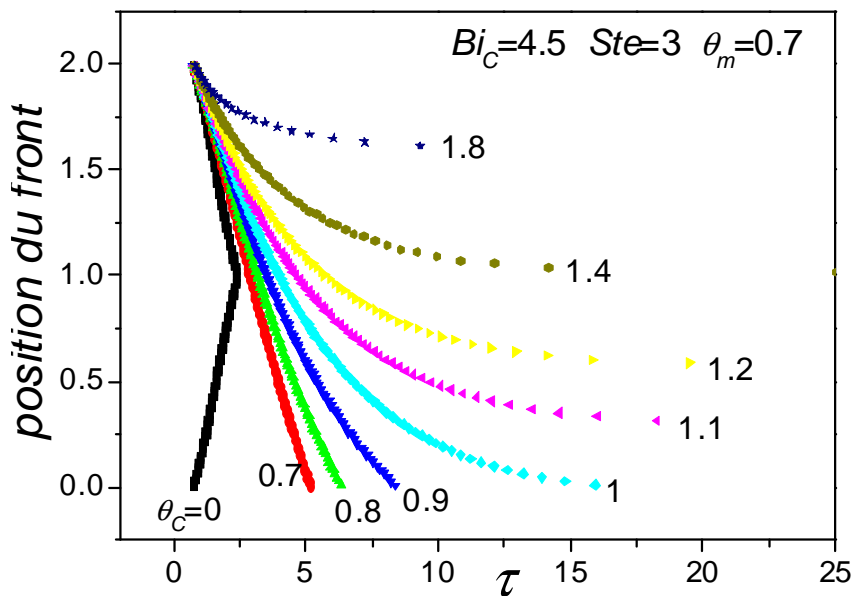


Figure 5-13: évolution du front en fonction de τ

5.6.2.2 L'effet de Bi_c sur la position du front

Sur les figures 5.14 à 5.16, on remarque que Bi_c a peu d'influence sur la position du front à cause de la présence de la couche solide qui freine la condition convective indépendamment de la valeur du nombre de Biot Bi_c tandis que pour le cas d'un mur constitué de MCP seule, sans les couches solides, Bi_c a une influence notable sur l'évolution du front et la cinétique de la solidification.

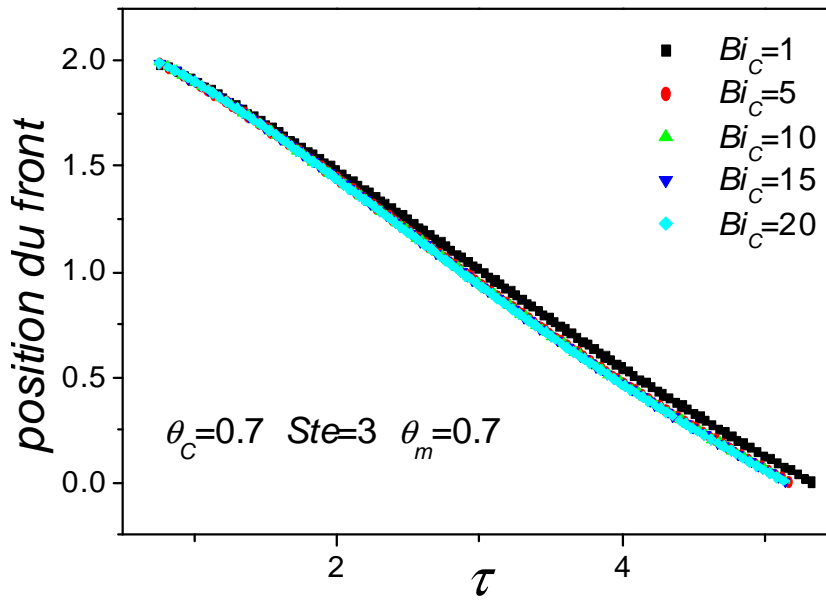


Figure 5-14: évolution du front en fonction de Bi_c ($\theta_c=0.7$)

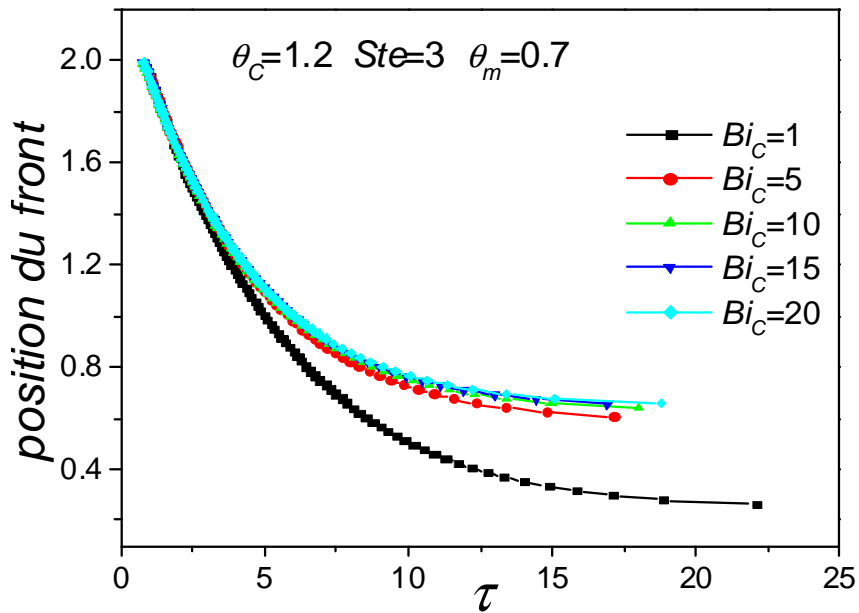


Figure 5-15: évolution du front en fonction de Bi_c ($\theta_c=1.2$)

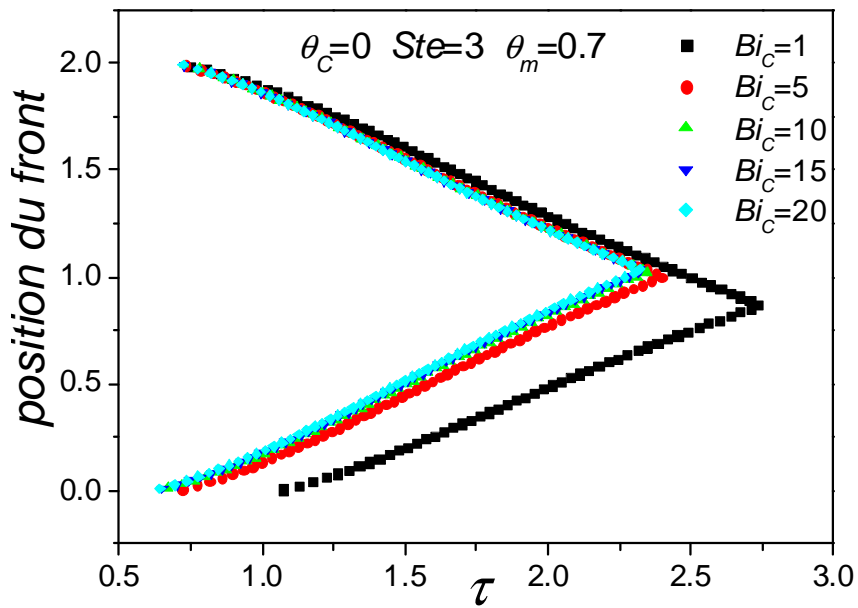


Figure 5-16: évolution du front en fonction de Bi_c ($\theta_c=0$)

5.6.3 Temps de la solidification complète

5.6.3.1 L'effet de Ste

Les mêmes remarques que les deux cas précédents : le temps de solidification complète diminue avec l'augmentation du nombre de Stephan. On constate aussi que l'augmentation de θ_c retarde le phénomène de solidification (figures 5.17 à 5.19).

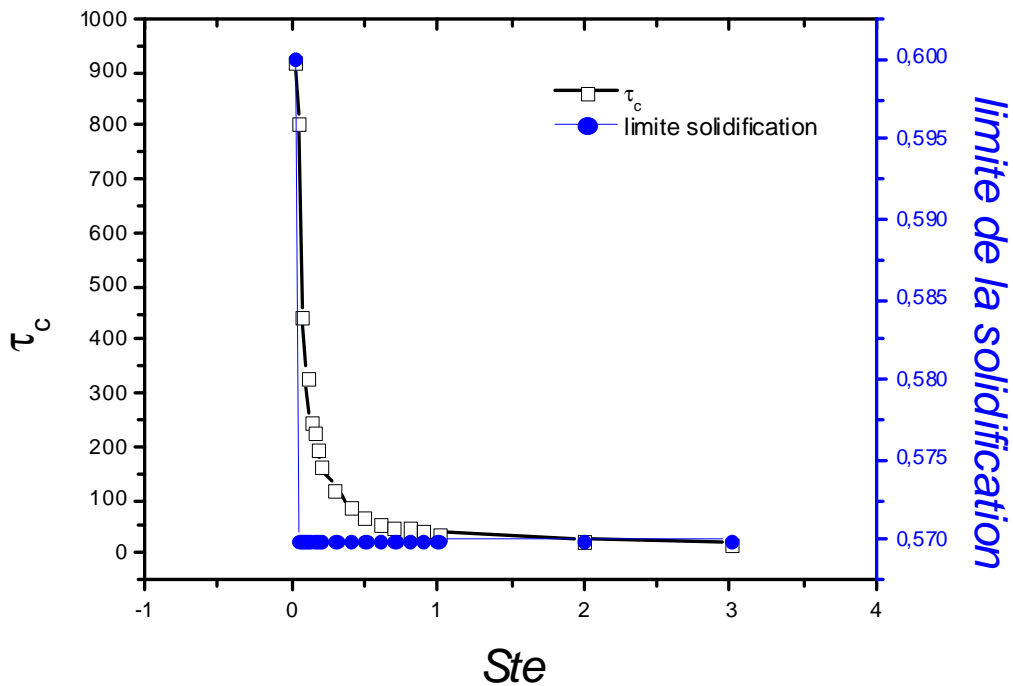


Figure 5-17 : temps de la solidification complète en fonction de Ste ($\theta_m = 0.7$, $\theta_c=1.2$, $Bi_c=4.5$)

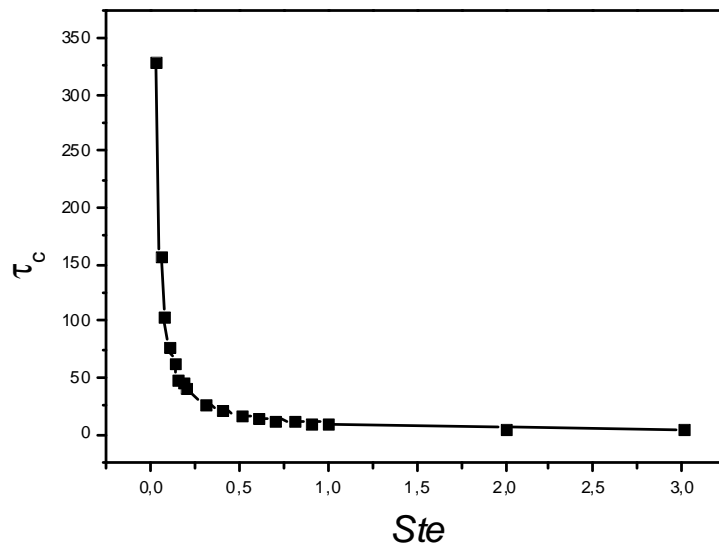


Figure 5-18 : temps de la solidification complète en fonction de Ste
 ($\theta_m = 0.7, \theta_c=0.7, Bi_c=4.5$)

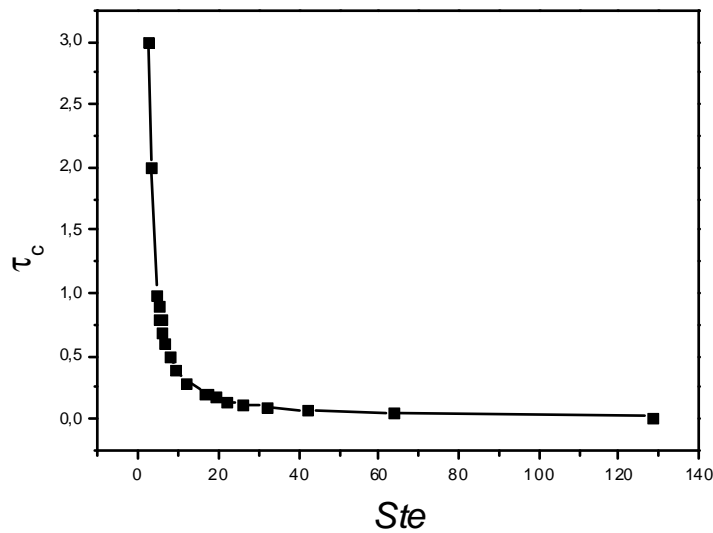


Figure 5-19 : temps de la solidification complète en fonction de Ste
 ($\theta_m = 0.7, \theta_c=0, Bi_c=4.5$)

5.6.3.2 L'effet de θ_m

Les figures 5.20 à 5.22 montrent que pour $\theta_c=1.2$, on a un comportement identique au cas d'un mur MCP monocouche qui se traduit par une solidification incomplète. Pour $\theta_c=0$, la solidification est complète quelque soit la valeur de θ_m . Par contre pour $\theta_c=0.7$, elle ne sera complète qu'à partir de $\theta_m \geq 0.5$.

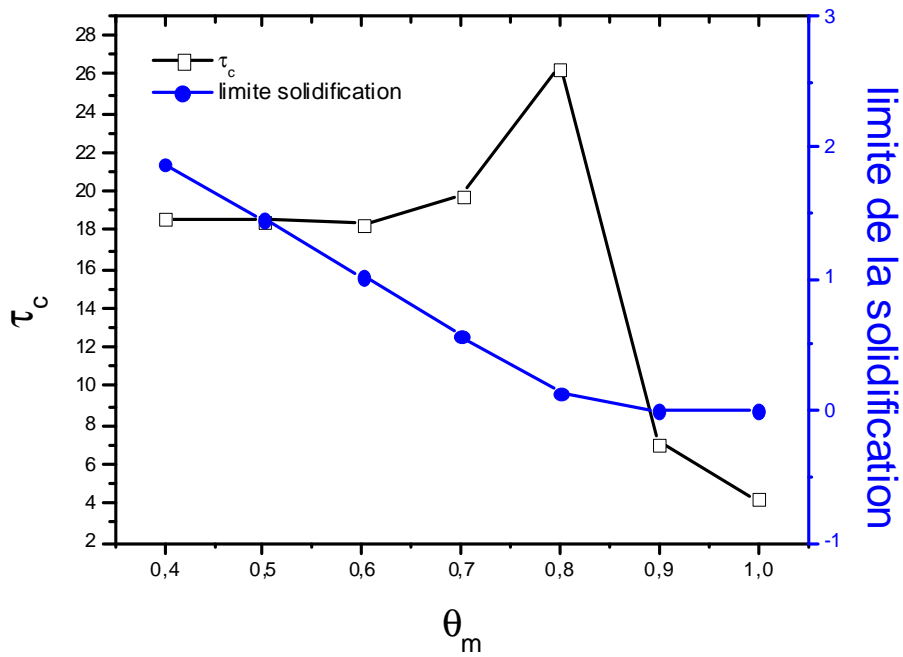


Figure 5-20 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=1.2$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$)

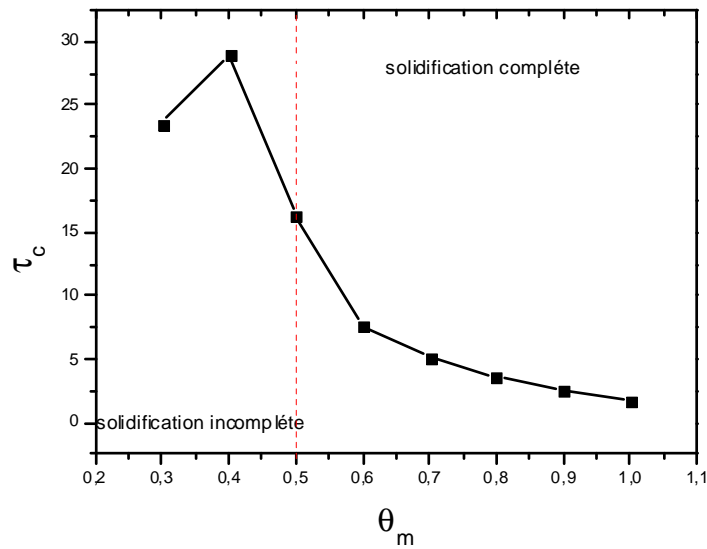


Figure 5-21 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0.7$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$)

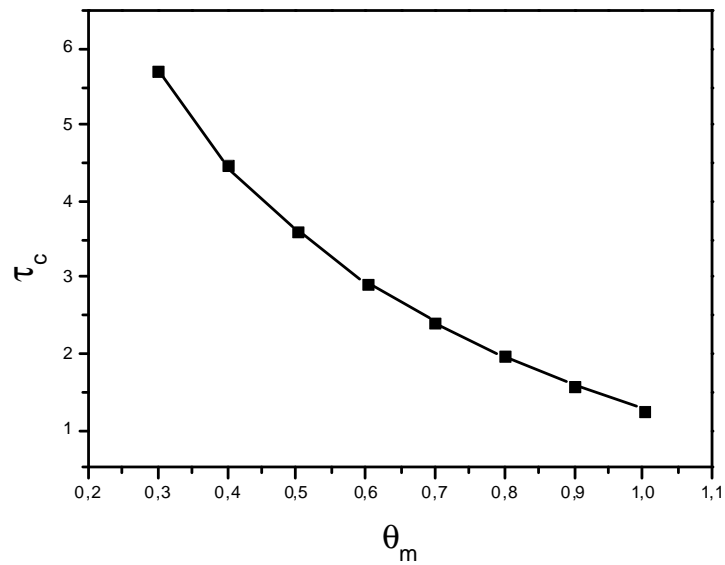


Figure 5-22 : temps de la solidification complète en fonction du degré de surchauffe ($\theta_c=0$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$)

5.6.3.3 L'effet de Bi_c

les figures 4.23 et 4.25 montrent que pour $\theta_c = 0$ et $\theta_c = 0.7$, le temps de la solidification complète diminue avec l'augmentation de Bi_c , à cause de l'absence de freinage par la condition convective chaude. Pour $\theta_c = 1.2$, la solidification est incomplète, le temps de la limite de la solidification a une variation quasi aléatoire en fonction de Bi_c .

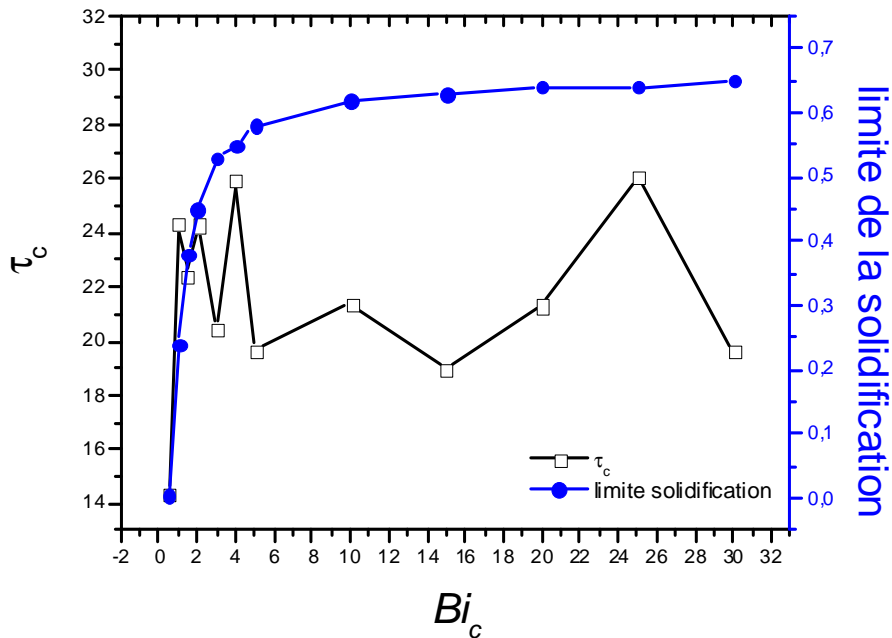


Figure 5-23 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c ($\theta_c = 1.2$, $\theta_m=0.7$, $Ste=3$)

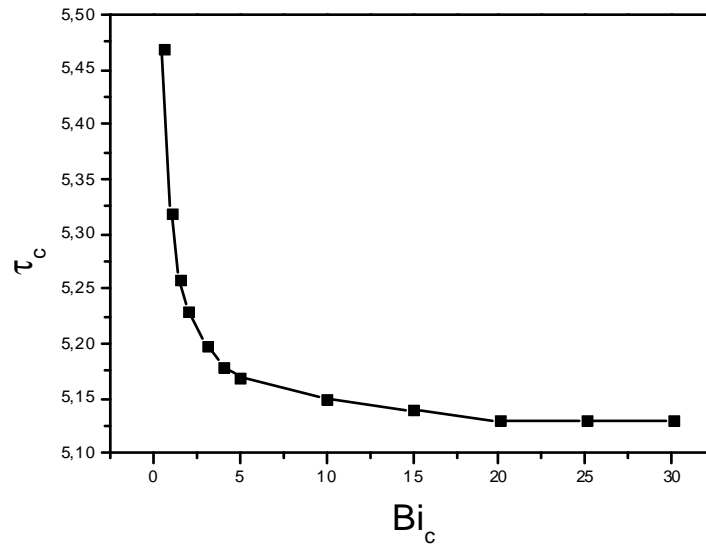


Figure 5-24 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c
 ($\theta_c=0.7, \theta_m = 0.7, Ste=3$)

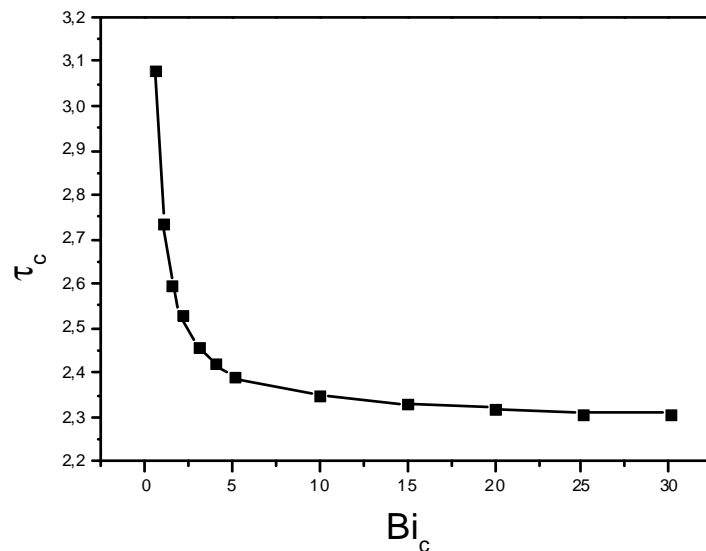


Figure 5-25 : temps de la solidification complète en fonction de Bi_c
 ($\theta_c=0, \theta_m = 0.7, Ste=3$)

5.6.4 Limites de la solidification

Elle dépend des grandeurs adimensionnelles $Ste, \theta_m, Bi_c, \theta_c$

5.6.4.1 L'effet de θ_c

La figure 5.26 montre que pour $\theta_c < 1.1$, la solidification est complète. A partir de cette valeur la solidification devient incomplète et l'épaisseur solidifiée décroît en fonction de la température θ_c . Pour des valeurs $\theta_c > 2.5$, la limite de la solidification est indépendante de θ_c .

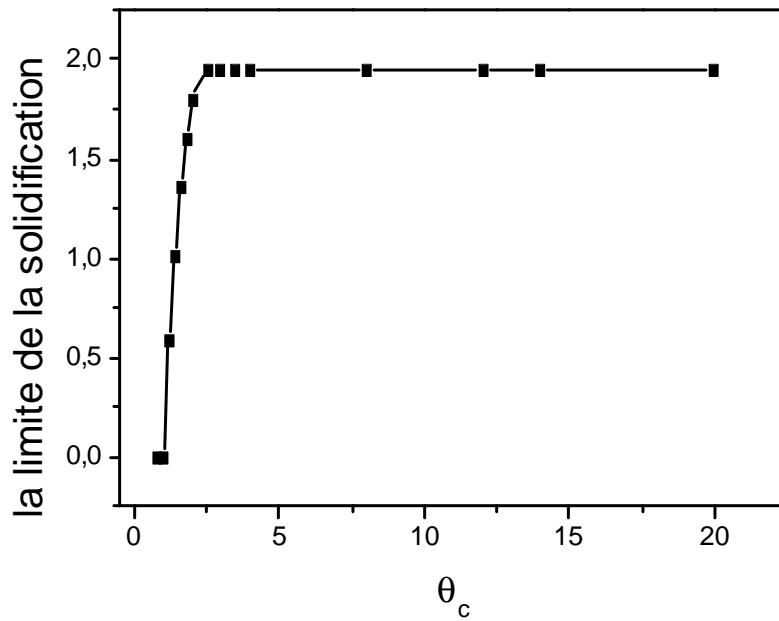


Figure 5-26 : la limite de la solidification en fonction de θ_c ($\theta_m = 0.7$, $Bi_c=4.5$, $Ste=3$)

5.6.4.2 L'effet de θ_m

La figure 5.27 montre que pour un mur tricouches, ce n'est qu'à partir de la valeur $\theta_m=0.9$ que la solidification soit complète. La présence de la couche solide en contact de la condition convective froide retarde le processus de solidification. Pour le cas d'un mur bicouches, la solidification commence à partir de $\theta_m=0.7$. Ces illustrations montrent les effets des résistances des couches solides.

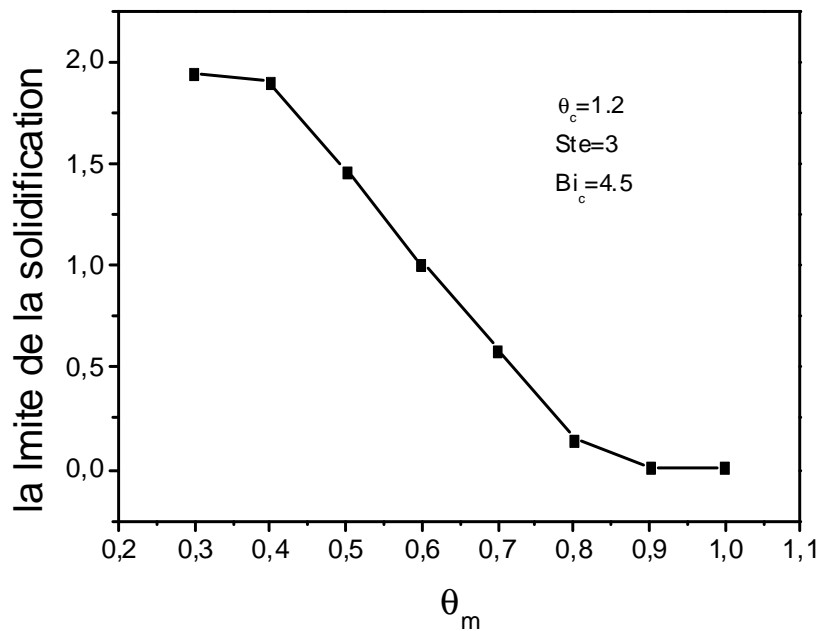


Figure 5-27 : la limite de la solidification en fonction du degré de surchauffe

5.6.4.3 L'effet de Ste

Figure 5.28 montre que l'augmentation du nombre de Stephan, favorise la solidification. Cependant pour $\theta_c=1.2$, la solidification demeure incomplète quelque soit le nombre de Ste.

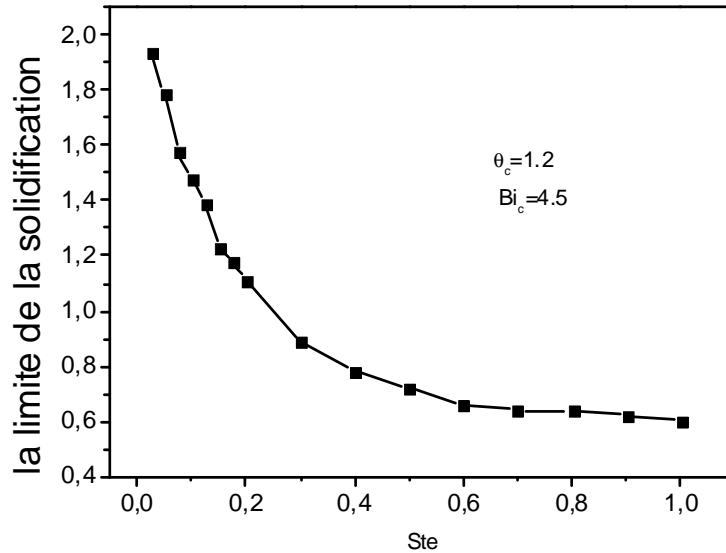


Figure 5-28 : la limite de la solidification en fonction de Ste ($\theta_m = 0.7$)

5.6.4.4 L'effet de Bi_c

L'action du nombre de Biot n'est importante que pour $Bi_c < 15$ (Figure 29). Pour des valeurs supérieures la limite de la solidification est atteinte et ce nombre est sans influence. En effet, pour les grandes valeurs de Bi_c , la condition convective chaude est importante et freine le processus de solidification. Les deux couches solides qui encadrent le MCP ont des actions contraires. La couche solide en contact avec la condition convective chaude favorise la solidification tandis que la couche solide en contact avec la condition convective froide la retarde.

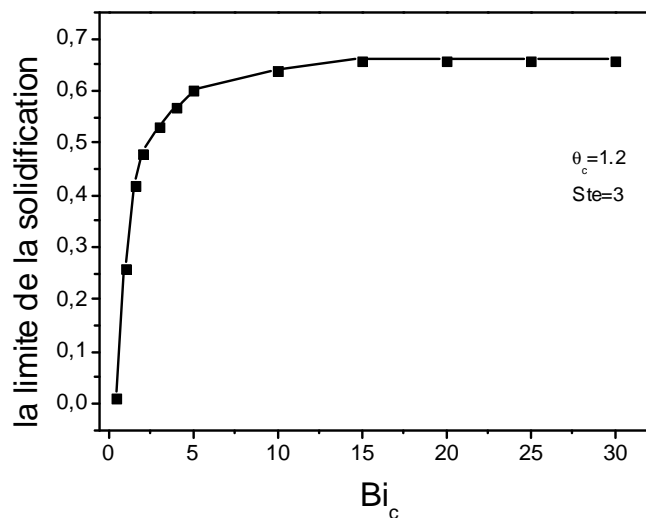


Figure 5-29 : la limite de la solidification en fonction de Bi_c ($\theta_m = 0.7$)

5.7 Conclusion

L'étude de l'influence de la condition convective imposée au deuxième solide, désignant la condition chaude et gouvernée par Bi_c , θ_c a montrée:

1-la présence d'une couche solide en contact avec le MCP affecte le transfert de chaleur par un effet de stockage où déstockage par énergie sensible. Elle atténue l'action convective extérieure imposée au MCP. Ainsi, elle freine la solidification complète ou retarde l'aboutissement à l'état stationnaire comparativement à un mur MCP monocouche.

2- les grandeurs Bi_c , θ_c , affectent la cinétique et les limites de la solidification. L'action de la température θ_c sur le MCP est fortement dépendante du nombre de Biot Bi_c et croit avec ce nombre.

-pour $\theta_c \leq 1$, la solidification est complète, on distingue: pour $\theta_c \leq \theta_m$: cette condition contribue à la solidification. Pour $\theta_m \leq \theta_c \leq 1$, elle contribue au refroidissement du MCP par un déstockage par chaleur sensible. Pour $\theta_c = \theta_f = 0$, contribue de la même manière à la solidification du MCP que la source froide. La solidification se produit au niveau des deux interfaces du MCP et évoluent vers l'intérieur.

-Pour $\theta_c \geq 1$, la solidification est incomplète. Le front évolue vers un état stationnaire. La température chaude réduit l'effet de la condition froide et retarde la solidification. Les faibles nombres de Biot favorise l'action de la source froide et permette au front d'évoluer au voisinage de la surface chaude.

Conclusion générale

Dans ce travail, une étude du transfert thermique en régime variable dans un mur soumis à différentes conditions thermiques de surfaces est présentée. Dans un premier temps, sans la présence du changement de phase, ensuite avec la présence de changement de phase.

Concernent le cas d'un mur monocouche sans changement de phase, la résolution de l'équation de conduction thermique en régime instationnaire est réalisée à l'aide d'une technique semi analytique, basée sur le calcul numérique de la transformée inverse de Laplace. Pour la recherche de la transformée inverse de Laplace, trois méthodes ont été testé : méthode de Stehfest, méthode de Zakian et méthode des séries de Fourier. Les deux premières méthodes sont mal adaptées aux conditions aux limites fluctuantes. La méthode numérique des séries de Fourier est utilisée. Cette dernière présente une bonne précision et en bon accord avec la méthode des volumes finies.

Pour l'étude du transfert instationnaire dans un mur comportant un matériau à changement de phase:

La méthode de résolution des volumes finis de type explicite est utilisée. La stabilité des solutions numériques a été assurée par un critère de stabilité liant le pas d'espace dX et le pas de temps adimensionnel $d\tau$ pour toutes les situations physiques considérées dans cette étude : mur monocouche, bicouches et tricouches.

La méthode numérique a été validée par comparaison avec la solution analytique de Newman du problème de Stephan se rapportant à la solidification d'un milieu semi infini.

Pour un mur tricouches, l'étude de l'influence de la condition convective imposée au deuxième solide, désignant la condition chaude et gouvernée par Bi_c, θ_c a montré:

1-la présence d'une couche solide en contact avec le MCP affecte le transfert de chaleur par un effet de stockage où déstockage par énergie sensible. Elle atténue l'action convective extérieure imposée au MCP. Ainsi, elle freine la solidification complète ou retarde l'aboutissement à l'état stationnaire comparativement à un mur MCP monocouche.

2-les grandeurs Bi_c, θ_c , affectent la cinétique et les limites de la solidification. L'action de la température θ_c sur le MCP est fortement dépendante du nombre de Biot Bi_c et croit avec ce nombre.

-pour $\theta_c \leq 1$, la solidification est complète, on distingue: pour $\theta_c \leq \theta_m$: cette condition contribue à la solidification. Pour $\theta_m \leq \theta_c \leq 1$, elle contribue au refroidissement du MCP par un déstockage par chaleur sensible. Pour $\theta_c = \theta_f = 0$, contribue de la même manière à la solidification du MCP que la source froide. La solidification se produit au niveau des deux interfaces du MCP et évoluent vers l'intérieur.

-Pour $\theta_c \geq 1$, la solidification est incomplète. Le front évolue vers un état stationnaire. La température chaude réduit l'effet de la condition froide et retarde la solidification. Les faibles nombres de Biot favorise l'action de la source froide et permette au front d'évoluer au voisinage de la surface chaude.

Références bibliographiques

- Amir A.**, "Modélisation d'un élément de stockage d'énergie densité aux planchers chauffants", Mémoire de maîtrise es sciences appliquées, Université de Sherbrooke Canada, 1996.
- Ayasoufi A.**, "Numerical simulation of heat conduction with melting and/or freezing by space time conservation element and solution element method", thèse de doctorat, Université de Toledo, 2004
- Ankri1 R., T. Zebbiche**, "Résolution d'un problème de changement de phase en présence de la convection naturelle par la méthode enthalpique : Application au gallium", Revue des Energies Renouvelables CISM'08, Oum El Bouaghi, pp.25-36, 2008
- Ahmad M.**, "Nouveaux composants actifs pour la gestion énergétique de l'enveloppe légère des Bâtiments : Couplage matériaux à changement de phase, superisolation, apports solaires", thèse doctorat, université Joseph Fourier, 2004
- Arkar C., B. Vidrih, S. Medved**, "Efficiency of free cooling using latent heat storage integrated into the ventilation system of a low energy building", International Journal of Refrigeration, 30, pp. 134-143, 2007
- Benmansour A., M. A. Hamdan**, "Simulation du stockage de l'énergie thermique dans un lit Fixe de sphères contenant un matériau à changement de phase", Rev. Energ. Ren., vol.4, pp.125-134, 2001
- Belghazi H.**, "Modélisation analytique du transfert instationnaire de la chaleur dans un matériau bicouches en contact imparfait et soumis à une source de chaleur en mouvement", Université de Limoges, 2008
- Bufalino S.**, "Les matériaux à xhangement de phase", Dossier Thématique, Institut Fraunhofer ISE, 2008
- Belhamel M.**, "Etude des performances thermiques limites d'une paroi composite thermiquement anisotrope exposée à un flux solaire", Rev. Energ. Ren, pp 1-16, 2000
- Bouadila S., M. Fteiti, M.M. Ouslati, A.A. Guizani, S. Ben Nasrallah**, "Study of storage thermal energy of latent heat Application to the solar collector", Revue des Energies Renouvelables, Vol. 14, pp 13 – 20, 2011
- Bédécarrats J. P., F. Strub, B. Falcon, J.P. Dumas**, "phase- change thermal energy storage using spherical capsules: performance of a test plant", Int J. Refrig, vol.19, pp. 187-196, 1996

- Bédécarrats J.P., J.P. Dumas**, "Etude de cristallisation des nodules contenant un matériau à changement de phase en vue de stockage par chaleur latent", Int J. Heat and Mass Transfert, vol.40, pp. 149-157, 1997
- Citherlet S., J. Bony**, "Combi-système avec matériaux à changement de phase", rapport final d'un projet de recherche énergétique, Ecole d'Ingénierie et de Gestion du Canton de Vaud, 2006
- Cavalcanti F.C.**, "Caractérisation thermique de produits de l'état liquide à l'état solide", thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2006
- Choquette F., M. Lacroix**, "modélisation de stockage de chaleur par hangement de phase solide-liquide à l'aide des première et deuxième lois de la thermodynamique", Rev. Gén. Therm., 36, pp. 732-743, 1997
- Deddy B., P. Glouannec, D. Nörtershäuser, S. Le Masson**, "Etude de l'intégration de matériaux à changement de phase dans des parois de bâtiments destinés aux télécommunications", Congrès Société Française de Thermique, pp. 943-948, 2010
- Dubner H., J. Abate**, "Numerical inversion of Laplace transforms by relating them to the Finite Fourier cosine transform", Journal of association computing machinery, 15, No.1, 1968
- Groupe d'Ecothermique**, "utilisation d'un matériau à changement de phase dans un mur trombe sans thermocirculation", Revue Phys. Appl., 17, pp. 633-642, 1982
- Halford C.K., R.F. Boehm**, "Modeling of phase change material peak load shifting", Energy and Buildings, 39, pp. 298-305, 2007
- Hassanzadeh H., M. Pooladi-Darvish**, "Comparison of different numerical Laplace inversion methods for engineering applications", Applied Mathematics and Computation, 189, pp 1966-1981, 2007
- Huddleston T., P. Byrne**, "Numerical Inversion of Laplace Transforms", Université South Alabama University, 1999
- Jannot Y.**, "Transferts Thermiques", Ecole des Mines Nancy, vol 1, 2009
- Jamil A., Kousksou T., Zeraouli Y.**, "Modélisation du changement de phase dans un mélange de paraffines : Application dans le bâtiment", Congrès SFT, 2010.
- Kuznik F., J. Virgone, J. Noel, R. Reisdorf**, "Compréhension des effets de l'inertie thermique : cas des parois contenant des matériaux à changement de phase (MCP) ", Congrès AUGC, 2006

- Lamberg P., R. Lehtiniemi, A. M. Henell**, "Numerical and experimental investigation of melting and freezing processes in phase change material storage", *International Journal of Thermal Sciences*, 43, pp. 277–287, 2004
- Lopez J., J.P. Dumas, E. Palomo**, "Composites graphite/sel pour le stockage d'énergie à haute température : étude des effets du graphite et de la microstructure des composites sur les propriétés de changement de phase des sels", *C. R. Mécanique*, 336, pp. 578–585, 2008
- Levent B., I. Zazfer**, "Total solidification time of a liquid phase change material enclosed in cylindrical/spherical containers", *Applied Thermal Engineering*, 25, pp. 1488-1502, 2005
- Morisson V., M. Rady, E. Palomo, E. Arquis**, "Systèmes de stockage d'énergie thermique couplés à la production d'électricité par des technologies solaires thermodynamiques", *Récents Progrès en Génie des Procédés*, 92, 2005
- Medved S., C. Arkar**, "Correlation between the local climate and the free-cooling potential of latent heat storage", *Energy and Buildings*, 40, pp. 429–437, 2008
- Popa I. C.**, "Modélisation numérique du transfert thermique. Méthode des volumes finis", Edition Universitaire, Craiova, 2002.
- Ravikumar M., P. Sirinvasan**, "Phase change material as a thermal energy storage material for cooling of building", *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 2008
- Sadoun N.**, "Contribution à l'étude du problème de solidification : Approche Semi-Analytique", 2006
- Tay N.H.S., M. Belusko, F. Bruno**, "Designing a PCM storage system using the effectiveness-number of transfer units method in low energy cooling of buildings", *Energy and Buildings*, 50, pp. 234–242, 2012
- Teggar M.**, "Etude des transferts de chaleur dans des nodules contenant un matériau à changement de phase (MCP) liquide-solide dans un fluide frigoporteur", Mémoire de Magister, Université de Skikda, 2006
- Vitorino N., J.C.C. Abrantes, J.R. Frade**, "Numerical solutions for mixed controlled solidification of phase change materials", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, pp. 5335–5342, 2010
- Waqas A., S. Kumar**, "Thermal performance of latent heat storage for free cooling of buildings in a dry and hot climate: An experimental study", *Energy and Buildings*, 43, pp. 2621–2630, 2011

Références bibliographiques

Zhou G., Y. Yang, H. Xu, "Energy performance of a hybrid space-cooling system in an office building using SSPCM thermal storage and night ventilation", *Solar Energy*, 85, pp. 477–485, 2011

Zeraoui y., T. Kousksou, A. Jamil, T. Elrhafiki, J. P. Dumas, "Étude des transferts thermiques dans un fluide frigoporteur diphasique : Application au coulis de glace", *Congrès Français de Thermique*, 2007

Références bibliographiques
