

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université 20 août 1955 – SKIKDA
Faculté des sciences
Département de physique
Réf :



جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة
كلية العلوم
قسم الفيزياء
المرجع :

Thèse

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de
Doctorat 3^{ème} cycle (LMD)
En Physique

Option : Energétique et physique des transferts

Présenté par : BOUDJENIBA Bilal

Thème :

**Convection naturelle de nanofluides dans une enceinte : effet des conditions
thermiques aux parois**

Soutenu le : 17 / 06 / 2021

Devant le jury composé de :

Président	Mr. Mezaache Elhacène	Prof.	Université 20 août 1955 Skikda
Rapporteur	Mr. Laouar Salah	Prof.	Université Oum El-Bouaghi
Examineurs :	Mr. Omeïri Djamel	Prof.	Université 20 août 1955 Skikda
	Mr. Attaf Nadir	Prof.	Université Constantine 1
	Mr. Guellal Messaoud	Prof.	Université Sétif 1
	Mlle. Bouhezza Aïcha	MCA	Université 20 août 1955 Skikda

Année universitaire 2020/2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الإهداء

❖ أُهْدِي هَذَا الْعَمَلِ الْمُتَوَاضِعِ إِلَى الْوَالِدَيْنِ الْكَرِيمَيْنِ حَفْظَهُمَا اللَّهُ
الَّذَيْنِ سَهَرَا عَلَي تَرْبِيَّتِي وَتَعْلِيمِي وَكَانَتْ تَضْحِيئُهُمَا بِحَقِّ كَمَثَلِ
الشَّمْعَةِ الَّتِي تَحْتَرِقُ لِتُنِيرَ بَصَرَ طَالِبِ الْعِلْمِ بِاللَّيَالِي الْمُدْلِهَمَاتِ فَاللَّهُمَّ اجْزِهِمَا
عَنِّي خَيْرَ الْجَزَاءِ.

❖ إِلَى الْأَسَاتِذَةِ الْكِرَامِ وَالْمُعَلِّمِينَ الْأَفَاضِلِ طَوَالَ مَسِيرِنَا الدَّرَاسِيِّ الَّذِينَ أَدَّبُونَا
قَبْلَ أَنْ يُعَلِّمُونَا ، وَغَرَسُوا فِيْنَا حُبَّ الْعِلْمِ وَتَقْدِيرَ أَصْحَابِهِ وَحَمَلْتِهِ.

❖ إِلَى إِخْوَتِي وَأَخَوَاتِي وَجَمِيعِ أَرْحَامِي.

❖ إِلَى كُلِّ طَالِبٍ مُتَابِرٍ وَزَمِيلٍ فَاضِلٍ وَصَاحِبٍ نَاصِحٍ وَلِكُلِّ مَنْ ضَحَّى بِالْغَالِي
وَالنَّفِيسِ مِنْ أَجْلِ هَذِهِ الْأُمَّةِ.

شكر و تقدير

الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ، عَلَّمَ الْإِنْسَانَ مَا لَمْ يَعْلَمْ، الْحَمْدُ لِلَّهِ الْمَنَّانِ، الْمَلِكِ الْقُدُّوسِ
السَّلَامِ، مُدَبِّرِ اللَّيَالِي وَالْأَيَّامِ، مُصَرِّفِ الشُّهُورِ وَالْأَعْوَامِ، قَدَّرَ الْأُمُورَ فَأَجْرَاهَا
عَلَى أَحْسَنِ نِظَامٍ، مَا شَاءَ اللَّهُ كَانَ وَمَا لَمْ يَشَأْ لَمْ يَكُنْ، الْحَمْدُ لِلَّهِ عَلَى مَا أَنْعَمَ بِهِ
عَلَيَّ مِنْ فَضْلِهِ الْخَيْرِ الْكَثِيرِ وَالْعِلْمِ الْوَفِيرِ وَأَعَانَنِي عَلَى إِنْجَازِ هَذَا الْعَمَلِ.
ثُمَّ انْطِلَاقًا مِنْ قَوْلِ رَسُولِنَا الْكَرِيمِ مُحَمَّدٍ - صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ -
مَنْ لَا يَشْكُرِ النَّاسَ لَا يَشْكُرِ اللَّهَ، فَإِنِّي أَتَوَجَّهُ بِالشُّكْرِ الْجَزِيلِ وَالْعِرْفَانِ الْكَبِيرِ
لِلْأُسْتَاذِ لَعُورِ صَالِحِ عَلَى صَبْرِهِ الْجَمِيلِ وَدَعْمِهِ الْكَبِيرِ لِي خِلَالَ مَرَاجِلِ تَحْضِيرِي
لِإِنْجَازِ هَذَا الْعَمَلِ، فَجَزَاهُ اللَّهُ خَيْرَ الْجَزَاءِ وَجَعَلَ ذَلِكَ فِي مِيزَانِ حَسَنَاتِهِ.
كَمَا أَتَوَجَّهُ بِالشُّكْرِ الْجَزِيلِ لِمَجْمُوعَةِ الْأَسَاتِذَةِ الْأَفَاضِلِ الْمُحْتَرَمِينَ : الْحَاسِنِ مَزْ عَاشِ
أُسْتَاذِ تَعْلِيمِ عَالِيِ بِنَامِعَةِ سَكِينَةِ، جَمَالِ عُمَيْرِي، أُسْتَاذِ تَعْلِيمِ عَالِيِ بِنَامِعَةِ سَكِينَةِ،
نذِيرِ عَطَافِ، أُسْتَاذِ تَعْلِيمِ عَالِيِ بِنَامِعَةِ قَسَنْطِينَةِ ١، مَسْعُودِ قَلَّالِ ، أُسْتَاذِ تَعْلِيمِ
عَالِيِ بِنَامِعَةِ سَطِيفِ ١، وَ عَائِشَةَ بُوَهْزَةَ، أُسْتَاذَةَ مُحَاضِرَةِ أ بِنَامِعَةِ سَكِينَةِ عَلَى
تَكَرُّمِهِمْ بِقِرَاءَةِ وَمُنَاقَشَةِ هَذِهِ الْأَطْرُوحَةِ، فَلَهُمْ مِنِّي مُسَبِّحًا أَسْمَى عِبَارَاتِ التَّقْدِيرِ
وَالإِحْتِرَامِ عَلَى كُلِّ مَجْهُودَاتِهِمْ فِي سَبِيلِ تَحْسِينِ وَإِثْرَاءِ هَذَا الْعَمَلِ.
الشُّكْرُ مَوْصُولٌ كَذَلِكَ لِكُلِّ مَنْ قَدَّمَ لِي النَّصِيحَةَ مِنْ أَسَاتِذَةٍ وَزُمَلَاءِ وَأَقَارِبِ، وَلِكُلِّ
مَنْ مَدَّ لِي يَدَ الْعَوْنِ أَوْ أَسَدَى لِي مَعْرُوفًا وَلَوْ بِكَلِمَةٍ طَيِّبَةٍ.
وَالْحَمْدُ لِلَّهِ أَوَّلًا وَآخِرًا وَظَاهِرًا وَبَاطِنًا، وَالصَّلَاةُ وَالسَّلَامُ عَلَى نَبِيِّنَا مُحَمَّدٍ
وَاعْلَى آلِهِ وَصَحْبِهِ أَجْمَعِينَ.

عنوان الأطروحة

الحمل الحراري الطبيعي لمائع نانوي داخل فجوة متساوية السطوح جدرانها خاضعة لشروط حرارية مختلفة

مُلخَص

يُسْتَمَرُّ اسْتِخْدَامُ السَّوَائِلِ النَّانَوِيَّةِ فِي مَجَالِ الْحَمْلِ الْحَرَارِيِّ الطَّبِيعِيِّ فِي الزِّيَادَةِ نَظْرًا لِلخَصَائِصِ الفيزيائية والكيميائية الَّتِي تَنَمُّعُ بِهَا مَقَارَنَةُ بِالسَّوَائِلِ الْعَادِيَّةِ وَنَتَائِجِ الْعُقُودِ الْمَاضِيَّةِ أَفْرَزَتْ بَعْضًا مِنْ مَرَايَا هَذِهِ السَّوَائِلِ . مِنْ نَاحِيَةٍ أُخْرَى ، فَإِنَّ إِضَافَةَ جُسَيْمَاتٍ مَعْدِنِيَّةٍ أَوْ أَكْسِيدِ مَعْدِنِيَّةٍ مِنْ رُتْبَةِ النَّانُو تُسَبِّبُ مَشَاكِلَ مُعَيَّنَةً ، مِثْلَ الْفُصْلِ ، الَّذِي يَتَسَبَّبُ فِي فَقْدِ كَبِيرٍ لِلطَّاقَةِ بِشَكْلِ مُتْرَايِدٍ ، خَاصَّةً بِالنَّسْبَةِ لِأَنْظِمَةِ إِجْلَاءِ الْحَرَارَةِ الْمُتَّنَاهِيَةِ الصَّغْرِ .

تَسْتَنْدُ الْفِكْرَةَ الرَّئِيسِيَّةَ لِهَذَا الْعَمَلِ عَلَى تَتَبُّعِ مَرَاكِحِ تَطَوُّرِ الْجُمْلَةِ (مائع نانوي) مِنَ النَّظَامِ الْمُسْتَقَرِّ إِلَى النَّظَامِ الْفَوْضَوِيِّ الَّذِي يَنْتُجُ دَاخِلَ تَجْوِيفٍ مُرَبَّعٍ يَمِيلُ بِزَاوِيَةِ 45 دَرَجَةٍ عَنِ الْأُفُقِ . نَعْتَبِرُ النَّمُودَجَ الْهَنْدَسِيَّ ثُنَائِيَّ الْأَبْعَادِ مَعَ تَدْرُجٍ فِي دَرَجَةِ الْحَرَارَةِ مِنْ الْأَسْفَلِ نَحْوَ الْأَعْلَى ، أَمَّا فِيمَا يَخُصُّ الْمَائِعَ النَّانَوِيَّ الْمُسْتَعْمَدَ فَهُوَ الْمَاءُ الْمُحْتَوِي عَلَى جُزْئِيَّاتِ النَّحَاسِ .

تَمَّ حَلُّ النَّمُودَجِ الرَّيَاضِيِّ عِدَدِيًّا بِتَطْوِيرِ بَرْنَامِجٍ مَحَلِّيٍّ يَسْتَنْدُ عَلَى طَرِيقَةِ الْفُرُوقِ الْمُنتَهِيَّةِ ، وَقَدْ تَمَّ تَأْكِيدُ اسْتِعْمَالِ هَذَا الْبَرْنَامِجِ الْعَدَدِيِّ فِي اسْتِنْسَاحِ الْعَدِيدِ مِنَ الْأَبْحَاثِ الصَّادِرَةِ فِي الْمَجَالَتِ الْعِلْمِيَّةِ الْمُحْكَمَةِ .

يُعَدُّ عَدَدُ رَايِلِي مُعَامِلًا رَئِيسِيًّا لِلدَّرَاسَةِ ، بِالإِضَافَةِ طَبَعًا إِلَى النَّسْبَةِ الْحَجْمِيَّةِ لِلجُسَيْمَاتِ النَّانَوِيَّةِ ، تُظْهِرُ نَتَائِجُ الْمُحَاكَاةِ أَنَّ تَطَوُّرَ الْحَمْلِ الْحَرَارِيِّ الطَّبِيعِيِّ مِنْ نِظَامٍ إِلَى آخَرَ يَتَنَاسَبُ عَكْسِيًّا مَعَ وُجُودِ الْجُسَيْمَاتِ النَّانَوِيَّةِ . وَمَعَ ذَلِكَ ، فَإِنَّ النَتَائِجَ أَظْهَرَتْ أَنَّ إِضَافَةَ الْجُسَيْمَاتِ النَّانَوِيَّةِ يُوَدِّي إِلَى تَحْسُنِ مَلْحُوظٍ فِي انْتِقَالِ الْحَرَارَةِ دَاخِلَ التَّجْوِيفِ .

كَلِمَاتُ مِفْتَاحِيَّةٌ : فَجْوَةٌ مُرَبَّعَةٌ ، جُسَيْمَاتٌ نَانَوِيَّةٌ ، حَمْلٌ حَرَارِيٌّ طَّبِيعِيٌّ ، مُفْتَرَقٌ ، فَوْضَى

Title

Natural convection of nanofluids in an enclosure: effect of thermal conditions on the walls

Abstract

The use of nanofluids in the field of natural convection continue to increase due to unbeatable physicochemical properties compared to ordinary fluids and the results of the last decades. On the other hand, the addition of nanoparticles causes certain problems, such as segregation, which causes a significant pressure loss, especially for increasingly miniaturized evacuation systems.

The main idea of the present work is based on the identification of the instability threshold produced within a square cavity inclined 45 degrees relative to the horizontal plane. The nanofluid used is water based with Cu copper nanoparticles. The problem was two-dimensional with a vertical temperature gradient. The mathematical model is solved numerically by a code developed locally and based on the finite difference method validated with results from the literature.

The Rayleigh number is a key parameter of the study with, of course, the volume fraction in nanoparticles. The results of the simulation show that the development of natural convection from one regime to another is inversely proportional to the presence of the nanoparticles. Nevertheless, the addition of nanoparticles leads to an improvement in heat transfer inside the cavity.

Key words: Square cavity, Nanoparticles, Natural Convection, Bifurcation, Chaos

Titre

Convection naturelle de nanofluides dans une enceinte: effet des conditions thermiques aux parois

Résumé

L'utilisation des nanofluides au domaine de la convection naturelle ne cessent d'augmenter suite aux propriétés physico-chimiques imbattables par rapport aux fluides ordinaires et aux résultats des dernières décennies. En revanche, l'ajout des nanoparticules cause certains problèmes comme la ségrégation qui provoque une perte de charge non négligeable surtout pour des systèmes d'évacuation de plus en plus miniaturisés.

L'idée principale du présent travail repose sur l'identification du seuil d'instabilité produite au sein d'une cavité carrée inclinée de 45 degré par rapport à l'horizontale. Le nanofluide utilisé est à base d'eau avec des nanoparticules de cuivre. Le problème est bidimensionnel avec un gradient de température verticale. Le modèle mathématique est résolu numériquement par un code développé localement et basé sur la méthode des différences finies validée avec des résultats de la littérature.

Le nombre de Rayleigh est un paramètre clé de l'étude avec bien entendu la fraction volumique en nanoparticules. Les résultats de la simulation montrent que le développement de la convection naturelle d'un régime à l'autre est inversement proportionnel à la présence des nanoparticules. Néanmoins, l'amélioration du transfert de chaleur au sein de la cavité est proportionnelle à l'ajout de nanoparticules.

Mots clés : cavité carré, nanoparticule, convection naturelle, bifurcation, chaos.

Nomenclature

A	Facteur de forme, L/H
b	Vecteur unitaire suivant z
C_p	Chaleur spécifique à pression constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
g	Accélération de la gravité, $m.s^{-2}$
exp	Fonction exponentielle
f	Fréquence
h	Longueur non dimensionnelle de l'élément chauffant, h'/L
h'	Longueur de la partie chaude, m
H	Longueur de la cavité le long de l'axe y' , m
k	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
\hat{k}	Correspond à la transformée de Fourier discrète
L	Longueur de la cavité le long de l'axe x' , m
L_y	Exposant de Lyapunov
m^0	Masse du mélange
\dot{m}	Debit massique
(n, m)	Nombre de nœuds du maillage suivant les deux axes x, y
\hat{n}	Nombre de points d'échantillonnage d'un signal
P	Période
Q	Taux de transfert de chaleur
t	Temps dimensionnel, s
T	Température dimensionnel, K
T_h	Température de la paroi chaude, K
T_c	Température de la paroi froide, K
u, v	Composantes des vitesses adimensionnelles
V	Volume du mélange, m^3
x, y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles
x_p	Position adimensionnelle de l'élément chauffant le long de x
y_p	Position non dimensionnelle de l'élément chauffant le long de y

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
----------	-------------------------------------

ν	Viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
β	Coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
γ	Facteur de sur relaxation
σ	Le rapport entre l'épaisseur de la nanocouche et le rayon d'origine de la particule.
θ	Angle d'inclinaison, rad
μ	Viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
ρ	Masse volumique, $kg.m^{-3}$
φ	Fraction volumique de nanoparticules
ψ	Fonction de courant adimensionnelle
ω	Vorticité adimensionnelle
\varkappa	Fréquence angulaire des oscillations, rad/s
λ	Valeur de stabilité
\mathcal{U}	Sphéricité

Exposant et indices

'	Pour les quantités dimensionnelles
<i>avg</i>	Valeur moyenne
<i>local</i>	Valeur locale
<i>eff</i>	Effective
<i>i</i>	Relatif au $i^{\text{ième}}$ nœud suivant l'axe des x.
<i>j</i>	Relatif au $j^{\text{ième}}$ nœud suivant l'axe des y.
<i>f</i>	Fluide
<i>nf</i>	Nanofluide
<i>p</i>	Particule
<i>c</i>	Critique
<i>Opt</i>	Optimal
<i>éval</i>	Évaluer
<i>w</i>	Relatif à la paroi.
<i>e</i>	Relatif au temps
<i>q</i>	Relatif à la $q^{\text{ième}}$ itération
<i>mid</i>	Relative au milieu de l'enceinte, [$i = (n+1)/2, j = (m+1)/2$]
<i>ref</i>	Référence

Abréviation

FT : Transformé de Fourier

FFT : Fast Fourier Transform

RTN : Ruelle Takens Newhouse

SCI: Sensibilité Aux Conditions Initiales

ADI: Alternating Direction Implicit (méthode implicite des directions alternées).

SOR : Successive Over Relaxation (méthode de sur relaxations successives).

Prm : Nombre de Prandtl modifié

Pnfr : Rapport des paramètres du nanofluide

tdr : Rapport des diffusivités thermiques

MWCNT: Multi-walled carbon nanotubes

SIMPLE: Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations

Nombre adimensionnel

Re : Nombre de Reynolds

Gr : Nombre de Grashof

Nu : Nombre de Nusselt

Pr : Nombre de Prandtl

Ri : Nombre de Richardson

Ra : Nombre de Rayleigh.

LISTE DES FIGURES

Figure I.1	Rouleaux de convection de Rayleigh-Bénard obtenu par le présent code ($Pr = 1, Gr = 3000, A = 3$).	7
Figure III.1	Modèle physique (Boudjeniba et al. 2019).	35
Figure III.2	Maillage utilisé pour la discrétisation du problème.	43
Figure III.3	Distribution de la température au centre de la cavité pour $Ra=1,89 \times 10^5$ and $Pr=0.71$	50
Figure III.4	Profil de vitesse dans le plan médian horizontal de l'enceinte, $Ra = 10^5, h = 0.5, y_p = 0.5$.	50
Figure III.5	Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique	50
Figure IV.1	Évolution temporelle au milieu de l'enceinte pour la fonction de courant (colonne 1), les lignes de courant (colonne 2) et les isothermes (colonne 3).	53
Figure IV.2	Trajectoire de l'espace de phase dans le plan (T_{mid}, ψ_{mid}) (a) Fluide pur ($Ra = 8.20 \times 10^4$); (b) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$ ($Ra = 1.91 \times 10^5$); (c) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$ ($Ra = 4.52 \times 10^5$).	54
Figure IV.3	Représentations de: ψ_{mid} signal temporel; portrait de phase (T_{mid}, ψ_{mid}); et le spectre d'amplitude, respectivement pour le fluide pur (1 ^{er} ligne; $Ra = 8.40 \times 10^4$), Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$ (2 ^{eme} ligne; $Ra = 1.97 \times 10^5$), Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$ (3 ^{eme} ligne avec $Ra = 4.60 \times 10^5$).	55
Figure IV.4	L'amplitude d'oscillation de la fonction de courant au centre de la cavité en fonction de $\sqrt{ (Ra - Ra_c) }$ au voisinage de point de bifurcation. (1) fluide pur, (2) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$, (3) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$.	57
Figure IV.5	Représentations des lignes de courant pendant une période donnée ; (a) fluide pur à $Ra = 8.45 \times 10^4$, (b) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$ et $Ra = 2.0 \times 10^5$, (c) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$ et $Ra = 4.64 \times 10^5$.	59
Figure IV.6	Chronologies temporelles pour le signal temporel de la fonction de courant dans une période et le spectre d'amplitude pour: fluide pur, Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$, et Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$.	60
Figure IV.7	Séquences de bifurcation au chaos pour le fluide pur	62
Figure IV.8	Séquences de bifurcation pour Cu-eau avec $\varphi = 0.1$.	64
Figure IV.9	Séquences de bifurcation pour Cu-eau avec $\varphi = 0.2$.	65
Figure IV.10	Sensibilités aux conditions initiales pour: (a) Fluide pur; (b) nanofluid avec $\varphi = 0.1$; (c) nanofluid avec $\varphi = 0.2$; Ligne continu, $T=0.5$; ligne discontinu, $T=0.5+10^{-6}$	67
Figure IV.11	Valeurs des plus grand exposant de Lyapunov pour différents nombre de Ra	69
Figure IV.12	Séquences de bifurcation observée numériquement. (a): fluide pur, (b): nanofluid avec $\varphi = 0.1$, (c): nanofluid avec $\varphi = 0.2$. S=stationnaire, P= périodique, QP_2 =quasi-périodique à deux frequencies incommensurables, CH= chaotique.	70
Figure IV.13	Transition entre les régimes d'écoulement en fonction de la fraction volumique. S: stationnaire state; P: périodique; QP: quasi-périodique; CH: chaotique	70
Figure IV.14	Variation du nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude en fonction du nombre de Ra et la fraction volumique.	71

Figure IV.15	Lignes de courant et isothermes pour $Ra=10^5$, lignes continues pour le nanofluide et lignes tirées pour le fluide pur, (a) et (c) : modèle analytique, (b) et (d) : modèle expérimental	74
Figure IV.16	Les profils typiques de (a) la vitesse U, (b) Vitesse V, (c) de la température au milieu de la cavité et (d) nombre de Nusselt local à $Ra = 10^5$, $\varphi = 0.06$.	75
Figure IV.17	Effet de (a) Ra , (b) φ , sur le nombre de Nusselt moyen à $Ra = 10^5$	76
Figure IV.18	Amplitude de la fonction de courant au milieu de la cavité au voisinage du point de bifurcation. (1) Fluide pur, (2) nanofluides avec $\varphi = 0.1$, (3) nanofluides avec $\varphi = 0.2$.	77
Figure IV.19	Profils de température (a) et de vitesse (b) à la position $y = 0.5$ ($h=0.5$, $x_p=0.5$, $Pr=6.2$)	79
Figure IV.20	Nusselt moyen sur la paroi chaude (eau-Cu), $h = 0.5$, $x_p = 0.5$ (a) : $A = 1$, (b) : $Ra = 10^5$	79
Figure IV.21	Nusselt local sur la paroi chaude (eau-Cu), $Ra = 10^5$, $A = 1$, $h = 0.5$ (a) : $x_p = 0.5$ (b) : $x_p = 0.75$	80
Figure IV.22	Isothermes et lignes de courant pour (eau – Cu) $A = 1$, $h = 0.5$, $x_p = 0.5$ (a), (b), (c) : $Ra = 10^4$, $\varphi = 0, 0.1, 0.2$ respectivement (a'), (b'), (c') : $Ra = 10^5$, $\varphi = 0, 0.1, 0.2$ respectivement	81
Figure IV.23	Isothermes et lignes de courant pour (eau – Cu) $Ra = 10^5$, $A = 1$, $h = 0.5$, $x_p = 0.75$ (a), (b), (c) : $\varphi = 0, 0.1, 0.2$ respectivement	81

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II.1	Les trois types de nanoparticules et les fluides de base couramment utilisés.	15
Tableau II.2	Méthodes de synthèse des nanoparticules.	16
Tableau III.1	Propriétés thermophysiques du fluide et de la nanoparticule (Oztop et Abu Nada 2008 ; Rajarathinam et Nithyadevi 2017).	36
Tableau III.2	Conditions aux limites dimensionnelles	39
Tableau III.3	Conditions aux limites adimensionnelles	41
Tableau III.4	Comparaison en termes de nombre de Nusselt moyen	49
Tableau IV.1	Valeurs d'exposant de Lyapunov en fonction du nombre de Rayleigh	68
Tableau IV.2	Comparaison du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes fractions volumiques	71
Tableau IV.3	Résumé de corrélations utilisées pour les deux modèles.	73
Tableau IV.4	Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour divers fractions volumiques	77

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
OBJECTIF DE L'ÉTUDE	3
MÉTHODOLOGIE	3
CHAPITRE I : REVUE DE LA TRANSITION : CONVECTION NATURELLE STATIONNAIRE-CHAOTIQUE D'UN FLUIDE PUR	5
I.1 INTRODUCTION	5
I.2 CONVECTION NATURELLE	5
I.2.1 DEFINITIONS	5
I.2.2 TYPES DE CONVECTION	5
I.2.3 CONVECTION DANS UNE CAVITE	6
I.3 NOTION DU CHAOS	7
I.3.1 CAUSES DU CHAOS	7
I.3.2 CARACTERISTIQUES DU CHAOS.....	8
I.4 ROUTES VERS LE CHAOS	8
<i>I.4.1 Quasi-périodicité</i>	9
<i>I.4.2 L'intermittence</i>	9
<i>I.4.3 Cascade sous harmonique</i>	9
I.5 SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA TRANSITION VERS LE CHAOS : FLUIDE PUR	10
I.5.1 ÉTUDES EXPERIMENTALES	10
I.5.2 ÉTUDES THEORIQUES ET NUMERIQUES	10
CHAPITRE II : GENERALITES ET ETAT DE L'ART SUR LES NANOFLUIDES	14
II.1 INTRODUCTION	14
II.2 DEFINITION D'UN NANOFLUIDE	14
II.3 TYPES DE NANOPARTICULES ET FLUIDES DE BASE	14
II.4 LA SYNTHÈSE DES NANOPARTICULES	15
II.5 PREPARATION D'UN NANOFLUIDE	17
II.5.1 LA TECHNIQUE EN UNE SEUL ETAPE (SINGLE-STEP TECHNIQUE)	17
II.5.2 TECHNIQUE EN DEUX ETAPES (TWO-STEP TECHNIQUE)	17
II.6 FORMULATION THEORIQUE DES PROPRIETES THERMOPHYSIQUES	18
II.6.1 CONDUCTIVITE THERMIQUE (EXPERIMENTALE).....	18
II.6.2 CONDUCTIVITE THERMIQUE (MODELISATION THEORIQUE).....	18

II.6.2.1 Modèle de Maxwell (Polidori et al. 2007), (Schwartz 1995) et (Kumar et al. 2015).....	18
II.6.2.2 Modèle de Hamilton-Crosser (Kakaç et Pramuanjaroenkij2009), (Azizian et al. 2008).....	18
II.6.2.3 Modèle de Yu et Choi (2003), (Kakaç et Pramuanjaroenkij 2009).....	19
II.6.2.4 Modèle de Chon et al.	19
II.6.3 VISCOSITE DYNAMIQUE (KAKAÇ ET PRAMUANJAROENKIJ 2009 ; EASTMAN ET AL.2001)	19
II.6.3.1 Modèle d'Einstein	20
II.6.3.2 Modèle de Brinkman.....	20
II.8.3.4 Modèle de Batchelor.....	20
II.6.4 LA MASSE VOLUMIQUE	21
II.6.5 LA CHALEUR SPECIFIQUE	22
II.6.6 COEFFICIENT D'EXPANSION THERMIQUE.....	22
II.7 SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LA CONVECTION DANS LES NANOFLUIDES	23
II.7.1 ÉTUDES EXPERIMENTALES	24
II.7.2 ÉTUDES THEORIQUES ET NUMERIQUES	26
II.7.3 TRAVAUX DE THESES	30
CHAPITRE III : MODELISATION MATHÉMATIQUE ET RESOLUTION NUMÉRIQUE	34
III.1 INTRODUCTION.....	34
III.2 GEOMETRIE DE BASE DU PROBLÈME	34
III.3 HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES.....	34
III.4 ÉQUATIONS DE CONSERVATION.....	36
III.4.1 Formulation vectoriel.....	36
III.4.2 Projection sur les axes de coordonnées.....	36
III.5 CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES	38
III.6 ÉQUATIONS ADIMENSIONNELLES.....	38
III.7 TRANSFERT DE CHALEUR	40
III.8 RESOLUTION NUMÉRIQUE.....	42
III.8.1 CHOIX DU MAILLAGE.....	42
III.8.2 Traitement numérique des équations du modèle physique	43
III.8.2.1 Discrétisation de l'équation de la chaleur (ADI-method).....	43
III.8.2.2 Discrétisation de l'équation de la vorticité (ADI-method).....	43
III.8.2.3 Équation des courants (SOR-method)	44
III.8.2.4 Traitement numérique des composantes de la vitesse	44
III.8.2.5 Traitement numérique des conditions initiales et aux limites	44
III.8.2.6 La vorticité sur les frontières.....	45

II.8.2.7 Le nombre de Nusselt.....	46
III.9 PROCEDURE DE CALCUL	47
III.9.1 PROCEDURE NUMERIQUE	47
III.9.2 ORGANIGRAMME DE CALCUL	48
III.10 VALIDATION DU CODE DE CALCUL	49
CHAPITRE IV : APPLICATIONS ET ANALYSE DES DONNEES.....	51
IV.1 INTRODUCTION	51
IV.2 CAS DU NANOFUIDE CU-EAU: TRANSITION VERS LA CONVECTION NATURELLE CHAOTIQUE	51
IV.2.1 LA TRANSITION CONVECTION STATIONNAIRE – CONVECTION PERIODIQUE	52
IV.2.1.1 La bifurcation vers la périodicité	55
IV.2.1.2 La convection périodique.....	58
IV.2.2 BIFURCATION AU CHAOS	60
IV.2.2.1 Bifurcation pour le fluide pur	61
IV.2.2.2 BIFURCATION POUR LE NANOFUIDE CU-EAU	61
IV.2.2.2.1 Nanofluide Cu-eau avec $\phi = 0.1$	63
IV.2.2.2.2 Nanofluide Cu-eau avec $\phi = 0.2$	66
IV.2.3 SENSIBILITE AUX CONDITIONS INITIALES.....	66
IV.2.4 AMELIORATION DU TRANSFERT DE CHALEUR.....	70
IV.2.5 CONCLUSION.....	71
IV.3 CAS DU NANOFUIDE AL₂O₃-EAU:COMPARAISON DU MODELE ANALYTIQUE ET DES CORRELATIONS.....	72
IV.3.1 CONCLUSION.....	76
IV.4 CAS DU NANOFUIDE CU-EAU: TRANSITION VERS LA CONVECTION OSCILLATOIRE, $\theta = 30^\circ$	76
IV.4.1 CONCLUSION.....	77
IV.5 CAS DU NANOFUIDE CU-EAU, CAVITE HORIZONTALE	78
IV.5.1 CONCLUSION.....	81
CONCLUSION GÉNÉRALE	82
<i>Perspectives</i>	83
ANNEXE.....	84
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	105

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La présence de particules d'oxydes métalliques ou métalliques de taille nanométrique dans un fluide de base (l'eau par exemple) contribue à l'amélioration des transferts de chaleur dans les différents systèmes énergétiques. En effet, les calculs théoriques et les études expérimentales sur la conductivité thermique ont donné de nettes améliorations pouvant atteindre plusieurs dizaines de pourcentages par rapport à celle du fluide de base. Cela a ouvert aux chercheurs une autre voie pour l'amélioration des transferts thermiques par convection naturelle indépendamment de la géométrie du système.

La totalité des études traitent ce sujet au sein de cavités fermées, à cause des problèmes de santé, tel que le risque d'inhalation de poussière de taille nanométrique. Cependant, les études en milieu fermé présentent des résultats encourageants en termes de perfectionnement du transfert de chaleur. Néanmoins, les problèmes comme : pertes de charge lors des écoulements, les phénomènes d'agglomération et de sédimentation des nanoparticules et par la suite la non-homogénéisation du mélange, peuvent apparaître lors de l'utilisation de ce type de fluide caloporteur. En revenant sur le terme d'homogénéisation du mélange, un régime d'écoulement de nature chaotique, voir turbulent serait souhaitable. De ce fait, les scénarios d'apparition du chaos pour ces systèmes sont à répertorier pour les différentes configurations d'échangeurs de chaleur, ce qui constitue un domaine d'investigation aussi large que l'on veut.

Les études montrent que les écoulements en convection naturelle sont de nature turbulente sous certaines conditions sur les frontières du domaine physique, voir même, initiales. Le chaos serait alors incontrôlable et imprévisible. Pourtant, la modélisation et même la confirmation expérimentale, cache bien un côté déterministe suite à l'apparition d'un certain ordre dans le chaos. Ces constatations, valables pour un système nanofluidique homogène (afin d'éviter le phénomène de ségrégation) conduisent à l'étude des scénarios de route vers le chaos pour ces systèmes. En d'autres termes, identifier le seuil à partir duquel le régime d'écoulement est chaotique ou pseudo-turbulent. La présente étude, qui est numérique, est relative à l'effet de la fraction volumique sur la transition laminaire-turbulent, pour une enceinte parallélépipédique de coupe carrée contenant un nanofluide en convection naturelle.

Il est bien évident, que le problème de la convection naturelle instationnaire dans les enceintes dépend de nombreux facteurs, parmi lesquels : la forme des cavités et/ou les conditions sur les frontières, la nature du fluide et la configuration géométrique des enceintes.

Notre objectif principal dans cette étude numérique est de suivre le scénario de développement de la convection naturelle à partir de la stationnarité jusqu'au chaos. Et ceci, pour le système (Cu-eau) dans une cavité carrée chauffée partiellement par le bas et inclinée d'un angle de 45° par rapport au plan horizontal. On procède à la détermination du seuil à partir duquel le système (Cu-eau) reste homogène. Car, malgré le nombre important concernant les études de convection naturelle de nanofluides dans les cavités fermées ces dernières décennies, on note l'absence de travaux relatifs à la détermination des instabilités dans ces systèmes.

Le travail de cette thèse a été divisé en quatre parties principales, comme indiqué ci-dessous:

Le premier chapitre réservé pour une discussion-synthèse sur le développement de la convection naturelle instationnaire au sein des cavités fermées remplie par un fluide ordinaire.

La deuxième partie contient globalement, l'état de l'art sur le sujet des nanofluides; une synthèse bibliographique concernant la convection naturelle de nanofluide au sein des cavités fermées a été également explicité.

Après ces deux phases introductives nécessaires aux compréhensions du sujet, seront présentés dans la troisième partie, le modèle mathématique, formulations et analyse numérique. L'écriture des équations sous formes dimensionnelle et adimensionnelle. Le traitement numérique par la méthode des différences finies. L'introduction des méthodes bien connues, ADI et SOR, pour la vorticité, l'énergie et la fonction de courant. Le développement d'un programme de calcul, pour la validation et l'investigation.

Dans la quatrième partie, nous présentons un résumé des principaux résultats issus de cette recherche, bouclé par une discussion et des recommandations pour les prochaines études.

OBJECTIF DE L'ÉTUDE

L'objectif principal envisagé dans cette thèse est d'étudier l'influence des nanoparticules sur les scénarios de route vers le chaos en convection naturelle au sein d'une cavité fermée. La cavité est inclinée de 45 degrés par rapport à l'horizontale et remplie par l'eau ($Pr = 6.2$) avec des concentrations volumiques φ en nanoparticules du cuivre de l'ordre de 0.1 et 0.2 respectivement. L'étude est bidimensionnelle avec un chauffage partiel suivant l'axe des abscisses. Le transfert de chaleur dans les nanofluides est étudié depuis près de vingt ans, mais les résultats restent très confus. L'une des causes de cette situation est la variété des modèles utilisés pour l'approche du phénomène.

Des investigations numériques rapportées dans la littérature ont été reproduite dans la présente étude numérique en plus des travaux expérimentaux. Les résultats de la présente simulation sont validés et l'accord est jugé satisfaisant.

Les scénarios identifiés de route vers le chaos en convection naturelle pour la présente étude sont similaires à celui proposés par Curry et York (Bergé et al. 1988). Mais, il a été vérifié qu'un ralentissement de la transition d'un régime à l'autre est clairement visualisé. De plus, le transfert de chaleur au sein de la cavité est amélioré par rapport au fluide pur.

MÉTHODOLOGIE

Les travaux visant à atteindre ces objectifs ont commencé par le développement d'un code de calcul écrit en langage Fortran. Une formulation fonction de courant-vorticité a été nécessaire pour la résolution du modèle mathématique avec la prise en considération de quelques hypothèses simplificatrices. Plusieurs validations avec des travaux antérieurs pour le fluide pur et le nanofluide étaient faites. Un aperçu exhaustif et rapide est donné sur les systèmes dynamiques avec quelques notions fondamentales et des outils mathématiques nécessaires au traitement des résultats obtenus (voir annexe A.4). Pour les lignes isocourant et isotherme, le logiciel Tecplot 360 a été utilisé. Cependant, Origin v.15 a été employé afin d'analyser les signaux issus des simulations (utilisation de la FFT, Fit-linear, traçage des coupes de Poincaré et des plans de phase,... etc). La route vers le chaos en convection naturelle de nanofluides est envisagée avec comme paramètre de contrôle

le nombre de Rayleigh. Les différentes itérations exécutées durant cette étude sont explicité dans l'annexe A.2.

Chapitre I : Revue de la transition : convection naturelle stationnaire-chaotique d'un fluide pur

I.1 Introduction

La convection naturelle est le mouvement du fluide engendré par un gradient de température. C'est un phénomène physique de nature turbulente dans la majorité des applications d'ingénierie, voir même dans la plupart des phénomènes naturels liés aux océans et à l'atmosphère. La convection naturelle est stationnaire, instable ou instable et turbulente. Les recherches sur cet axe ont pour objectifs la compréhension phénoménologique de la turbulence et les scénarios possibles pour son apparition d'une part et le besoin de prédire les structures d'écoulements correspondant et le transfert de chaleur associé dans les applications industrielles d'autre part.

Pour cela, une synthèse bibliographique sur la transition vers le chaos par convection naturelle dans les cavités remplies par un fluide est exposée dans ce chapitre. Avec bien entendu un bref résumé de certaines notions relatives au sujet envisagé par la présente étude (convection naturelle, chaos).

I.2 Convection naturelle

I.2.1 Définitions

La convection est le mode de transfert de chaleur dû au mouvement de fluide sous l'effet d'un gradient de température en présence de force de volume, comme par exemple le mouvement de l'air atmosphérique par suite de différence de température entre les couches atmosphériques ou le mouvement des courants marins. D'un point de vue microscopique, il s'agit du mouvement aléatoire des molécules de la région la plus chaude vers la région la plus froide relativement, pour transférer une quantité de chaleur.

I.2.2 Types de convection

Le transfert de chaleur par convection peut être classé en fonction de la nature de l'écoulement.

Il y a la convection forcée, laminaire ou turbulente, le débit de fluide est provoqué par des mécanismes externes, comme par exemple un ventilateur, une pompe ou des vents atmosphériques.

La convection libre (ou naturelle), aussi, laminaire ou turbulente, l'écoulement est induit par des forces de flottabilité, qui sont dues aux différences de densité provoquées par les variations de température dans le fluide.

Les vitesses d'écoulement en convection naturelle sont relativement faibles en comparaison à celles associées à la convection forcée. Les taux de transfert de chaleur correspondants sont également plus petits. La convection naturelle joue un rôle important dans la conception et les performances des systèmes mécaniques et industriels. En effet, lorsqu'il est souhaitable de minimiser les taux de transfert de chaleur ou de minimiser les coûts de fonctionnement, la convection naturelle est souvent préférée à la convection forcée (Bergman et al. 2011).

Toutefois, dans la majorité des applications d'ingénieries, les deux régimes d'écoulement coexistent et on parle alors, de convection mixte.

I.2.3 Convection dans une cavité

On parle de convection naturelle interne ou externe selon le modèle d'écoulement et la géométrie. Est considérée interne, si le fluide est contenu à l'intérieur d'une structure fermée, comme par exemples les tuyaux, les enceintes fermées et les conduits. Les écoulements sur la plaque plane, les surfaces externes des cylindres et des sphères sont des exemples d'écoulements externes.

Dans les cavités rectangulaires (enceintes fermées), l'angle d'inclinaison entre les surfaces actives et l'horizontale peut varier de 0° à 180° . La cavité horizontale chauffée par le bas ($\theta = 0^\circ$) a été étudiée largement et des revues complètes des résultats expérimentaux et théoriques sont disponibles (Ostrach 1972 ; Catton 1978).

Pour une valeur du facteur de forme de la cavité considérée étroite $A \gg 1$, et des nombres de Rayleigh inférieurs à une valeur critique $Ra_c = 1708$ (Kambe 2007 et Bergman et al. 2011), les forces de flottabilité ne peuvent pas surmonter la résistance imposée par les forces visqueuses, donc, le fluide ne suit pas la direction ascendante, par conséquent, le transfert de chaleur du bas vers la surface supérieure se produit par conduction dominante. Cependant, pour :

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} > 1708$$

Les conditions sont thermiquement instables et il y a mouvement ascendant de fluide à l'intérieur de la cavité.

Pour les nombres de Rayleigh dans la plage $1708 < Ra < 5 \times 10^4$ (Bergman et al. 2011), le mouvement du fluide consiste en des cellules de rouleaux (rouleaux de convection de Rayleigh-Bénard) régulièrement espacées Figure I.1, tandis que pour des nombres de Rayleigh plus importants, on assiste à une rupture de cet ordre pour un désordre qu'on qualifie de chaotique ou de pseudo-turbulent.

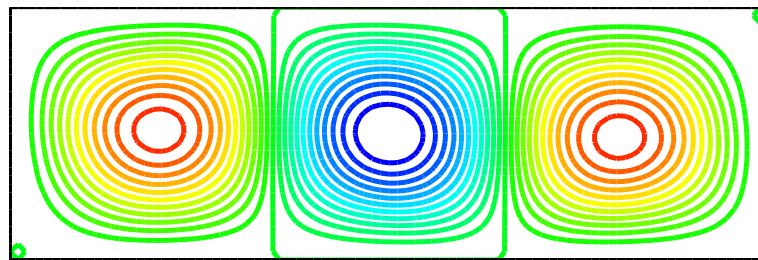


Figure I.1 Rouleaux de convection de Rayleigh-Bénard obtenu par le présent code ($Pr = 1, Gr = 3000, A = 3$).

I.3 Notion du chaos

On peut dire que le chaos est un état physique qui signifie désordre (Georg 2005). En réalité d'après notre compréhension c'est un état qui précède la turbulence au sens le plus large du terme (Bergé et al. 1988). On trouvera le terme « chaos » même dans beaucoup de domaine, tels que l'économie, les bourses et logiquement en ce qui concerne la nature. Il nous semble que ce phénomène physique est lié explicitement aux conditions de départ des systèmes dynamiques. Et c'est le cas, pour notre modèle, que nous avons constaté tout au long de nos investigations.

I.3.1 Causes du chaos

La route vers le chaos est la conséquence de la variation toujours croissante d'un paramètre physique qui contrôle le système. Ce paramètre est lié directement à un moteur responsable de sa variation, comme c'est le cas par exemple du moteur thermique causé par le gradient de température. Dans la nature, on peut observer l'évolution des masses atmosphériques, afin de prévoir le climat d'une zone donnée. L'imprévisibilité de la météorologie, par exemple, est liée directement aux conditions initiales du système qui ne sont pas exactes au départ ou plus précisément, liée au

manque d'informations relatives à ce système. Selon la littérature, trois causes possibles du chaos ont été proposées (Wolf 1983):

1. l'interaction non linéaire d'un grand nombre de petits systèmes simples ;
2. Le signal apériodique d'une grandeur physique du système avec au minimum deux fréquences incommensurables;
3. l'effet du bruit causé par la mesure ou intervenant sur le système. Cependant, les progrès récents dans le domaine de la dynamique non linéaire démontrent que de simples modèles mathématiques déterministes peuvent expliquer plusieurs routes vers le chaos observé expérimentalement.

I.3.2 Caractéristiques du Chaos

Récemment, (Williams 1997) a mentionné certaines caractéristiques principales du chaos :

- 1- Le chaos résulte d'un processus déterministe. Néanmoins, les conditions initiales réelles ne seront jamais connues avec exactitude ;
- 2- Il s'agit de systèmes non linéaires ;
- 3- Les événements passés affectent l'avenir. Sensibilité aux conditions initiales ;
- 4- Le chaos peut résulter de systèmes relativement simples. Le système de Lorenz en est un exemple (Lorenz1963) ;
- 5- Perte de mémoire pour les systèmes chaotiques ;
- 6- Le spectre de Fourier est "large" et bruité (Paolucci et Chenoweth 1989) ;
- 7- La trajectoire dans l'espace des phases peut avoir des propriétés fractales.

I.4 Routes vers le chaos

La transition vers le chaos en convection naturelle peut être observée pour un nanofluide. Le présent travail est focalisé sur l'apparition des instabilités thermiques et hydrodynamiques afin de recenser tous les scénarios de route vers le chaos. En effet, pour un fluide pur, trois routes possibles ont été mentionnées dans la littérature : la cascade sous harmonique, la quasi périodicité (à deux ou à trois fréquences incommensurables) et l'intermittence (Bergé et al.1988). On note que, pour les enceintes fermées, une revue détaillée peut être consultée (Yang 1988).

1.4.1 Quasi-périodicité

Cette théorie, proposée par Ruelle, Takens et Newhouse en 1978 stipule qu'une suite finie de bifurcations de Hopf successives suffisent pour qu'apparaisse le chaos. L'approche de RTN peut être décrite de la façon suivante :

Le système est dans un état stationnaire, puis, suite à l'augmentation d'un paramètre de contrôle, il perd sa stabilité et devient oscillant à la fréquence f_1 , puis, en continuant l'augmentation de ce même paramètre, une seconde bifurcation de Hopf donne naissance à une deuxième fréquence incommensurable avec la première. Si le même processus est répété une troisième bifurcation avec une troisième fréquence apparaît. Ainsi, trois fréquences incommensurables. Le système est alors fortement instable et une toute petite perturbation l'emmène vers le chaos. D'autres systèmes peuvent perdre leur stabilité dès l'apparition de la deuxième fréquence, comme c'est le cas du modèle de Curry et York (Bergé et al. 1988).

1.4.2 L'intermittence

Ce scénario est caractérisé par l'apparition de bouffées chaotiques dans un système qui oscille de manière régulière. La fréquence d'apparition de ces bouffées est d'autant plus accentuée que le paramètre de contrôle augmente, jusqu'à la déstabilisation totale et l'installation du chaos. Il existe également, trois différents types d'intermittence (type I, II et III), pour plus de détails, le lecteur peut se référer aux titres suivants (Bergé et al. 1988 ; Nayfeh et Balachandran 2004).

1.4.3 Cascade sous harmonique

Suite à l'augmentation progressive du paramètre de contrôle, on assiste à une cascade de bifurcations. La première, survenant après le cycle limite, fait apparaître un pic de faible amplitude sur le spectre de Fourier, de fréquence égale à la moitié du pic fondamental. À la seconde bifurcation c'est l'apparition du quart de la fréquence fondamentale. À la troisième bifurcation, c'est le huitième du pic fondamental et ainsi de suite jusqu'à l'infini. Théoriquement, le chaos s'installe après une infinité de bifurcations (Laouar 2008). Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter les références (Bergé et al. 1988 ; Williams 1997).

I.5 Synthèse bibliographique de la transition vers le chaos : fluide pur

Comme il a été mentionné précédemment (§ I.2.3), l'évolution du mouvement du fluide vers le chaos au sein de la cavité se fait selon différents modèles. La synthèse bibliographique ci-dessous expose les principales voies de la transition vers le chaos enregistré lors des expériences, simulations numériques ou par des études théoriques.

I.5.1 Études expérimentales

Une étude expérimentale rapportée par (Gollub et Benson 1980) montre l'apparition de quatre séquences différentes conduisant au chaos (quasi-périodicité et verrouillage de phase, bifurcation sous-harmonique, états quasi-périodiques à trois fréquences, bruit intermittent) dans une cellule de convection remplie d'eau en utilisant la méthode LDV (Laser Doppler Velocimetry). Cette expérience a rapporté des résultats pour deux rapports d'aspect (3.51 et 2.42) à faible nombre de Prandtl (de 2.5 à 5).

Une autre étude expérimentale a été réalisée par (Saury et al. 2012) sur les séquences de bifurcation de la convection naturelle instationnaire dans une cavité inclinée différentiellement chauffée. Ils ont révélé que pour la grande inclinaison, la première instabilité est essentiellement due aux ondes de gravité au centre de la cavité; cependant, pour de petites valeurs de l'angle d'inclinaison, il s'agit d'une instabilité de Rayleigh-Bénard. De plus, d'autres bifurcations ont été exposées pour les différentes inclinaisons, sauf dans le cas où la cavité est chauffée par le haut.

I.5.2 Études théoriques et numériques

Parmi les études numériques, nous pouvons également citer le travail de (Mukutmoni et Yang 1993a), où ils ont enregistré l'occurrence de deux transitions, la première une transition d'un régime stationnaire à un régime périodique, et l'autre transition de deux bifurcations de type subharmonique, suivi d'un régime périodique, suivant un régime quasi-périodique à basse composante de fréquence. Dans la seconde partie de l'étude numérique réalisée par les mêmes auteurs (Mukutmoni et Yang 1993b), ils ont montré que le scénario menant au chaos est similaire à celui proposé théoriquement par RTN (Bergé et al. 1988), c'est-à-dire: état stationnaire → périodique → quasi-périodique → chaotique.

(Yahata 1982) a étudié la transition vers la turbulence dans la convection de Rayleigh-Bénard pour un nombre de Prandtl $Pr = 2.5$ et le facteur de forme $A = 3.5$. L'auteur a observé qu'avec l'augmentation du gradient thermique vertical à travers le système (nombre de Rayleigh), le mouvement du fluide subit des transitions successives comme suit: mouvement périodique ; mouvement quasi-périodique avec deux fréquences fondamentales ; mouvement quasi-périodique avec trois fréquences ; et enfin la turbulence. En particulier, l'auteur enregistre le passage à la turbulence lorsque les fréquences fondamentales de la quasi-périodicité satisfont la condition de résonance, c.-à-d. $f_2 = f_3$.

De même une succession de comportements dynamiques peut se produire dans la convection bidimensionnelle, une situation qui a été observé par (Paolucci et Chenoweth 1989), de sorte que pour un facteur de forme $A \leq 1/2$ et $A \geq 3$ la 1^{er} instabilité est due essentiellement aux couches limites le long des parois verticales. Cependant, pour $1/2 < A < 3$ ils ont trouvé d'abord un mouvement périodique dû aux rouleaux internes près des coins inférieurs, puis mouvements quasi-périodiques, suivi d'un mouvement apériodique avec une régularité complexe pour aboutir finalement à un régime turbulent.

L'évolution vers la convection naturelle chaotique dans une cavité carrée avec des conditions aux limites mixtes a été étudiée numériquement par (Kumar et al. 1998). L'étude est bidimensionnelle avec un nombre de Prandtl moyen ($Pr=5$). Les principaux résultats de leur étude sont :

La transition de la convection naturelle au chaos est vérifié par l'existence de trois points de bifurcation pour des nombres de Rayleigh de l'ordre $Ra_1 = 5.7 \times 10^3 Ra_c$; $Ra_2 = 1.14 \times 10^4 Ra_c$ et $Ra_3 = 5.7 \times 10^4 Ra_c$. Sachant que Ra_c le nombre Ra critique auquel apparaissent les rouleaux de convection.

Le chaos est plus prédominant aux points situés près des parois, par rapport au point spatial situé au centre de l'enceinte.

La convection bidimensionnelle de Rayleigh-Bénard avec des conditions aux limites sans contrainte et sans symétrie imposée est étudiée au moyen de techniques de simulation numérique et d'analyse de bifurcation par (Zienicke et al. 1998). Deux bifurcations de Hopf successives ont été enregistré, la première bifurcation (celle de

l'état fondamental de repos aux rouleaux de convection symétriques stationnaires) est une bifurcation de Hopf à un nombre de Rayleigh de 3.0×10^4 conduisant à des oscillations simples, Puis dans une deuxième bifurcation de Hopf à $Ra = 4.5 \times 10^4$, conduisant à une solution tore à deux fréquences incommensurables. Pour $Ra = 8.5 \times 10^4$ des ondes progressives apparaissent et la solution subit des verrouillages de phase par l'apparition d'ondes progressives, l'attracteur tore à deux fréquences bifurque en un tore à trois fréquences. Les calculs des exposants de Lyapunov indiquent qu'à un nombre de Rayleigh de 2.3×10^5 aucun chaos temporel n'est encore atteint.

La transition à la périodicité d'un écoulement d'air par convection naturelle dans une cavité cubique différentiellement chauffée a été étudiée numériquement par (Janssen et al. 1993) pour deux régimes d'écoulement (stationnaire et périodique) avec des conditions aux limites différentes pour les deux cas. D'après leur étude en ce qui concerne le régime périodique, ils ont montré que l'écoulement devient instationnaire à une valeur du nombre de Rayleigh compris dans l'intervalle $[2.25 - 2.35] \times 10^6$; 10% plus grands que dans la cavité carrée.

Dans le même contexte (De Gassowski et al. 2003) ont conduit une autre étude numérique dans une cavité cubique différentiellement chauffée pour des valeurs de nombre de Rayleigh variant de 10^5 à 3.0×10^8 , les auteurs ont caractérisé différents régimes d'écoulement stationnaire et instationnaire dans cette gamme.

Une étude numérique bidimensionnelle de la convection naturelle transitoire dans une cavité cubique inclinée remplie d'air a été réalisée par (Kieno et al. 2013) pour explorer la route vers le chaos. Deux angles d'inclinaison de la cavité 25° et 65° sont considérés. Les calculs montre que plus le nombre de Rayleigh est grand, plus l'attracteur devient sensible au temps. La route vers le chaos pour les deux angles d'inclinaison est identique, et suit les régimes: point limite \rightarrow cycle limite \rightarrow tore $T^2 \rightarrow$ cycle monté sur un tore $T^2 \rightarrow$ chaos \rightarrow tore $T^2 \rightarrow$ cycle monté sur un tore \rightarrow chaos lorsque le nombre de Rayleigh augmente à 5.90×10^6 . L'analyse confirme également qu'une bifurcation de Hopf surcritique pour un nombre de Ra compris entre $1,95 \times 10^6$ et 1.96×10^6 traduit la transition de l'attracteur point limite vers un cycle limite.

(Ma et Xu 2016) ont étudié numériquement la convection naturelle instationnaire dans une cavité différentiellement chauffée comportant une ailette pour

une gamme de nombre de Ra de 10^8 à 10^{11} . Ils ont classé trois étapes distinctes pendant le développement des écoulements de la convection naturelle et ce développement dépend du nombre de Rayleigh et la position de l'ailette.

(Laouar 2008) a analysé numériquement la transition vers le chaos dans le cas de l'air en convection naturelle. L'air est contenu dans une enceinte parallélépipédique allongée de section droite carrée. Les deux parois verticales de la cavité sont différenciellement, mais non uniformément chauffées, tandis que les deux parois horizontales sont adiabatiques. Le scénario de route vers le chaos décrit est analogue au modèle théorique de Ruelle-Takens-Newhouse (Bergé et al. 1988) d'une part et avec l'étude expérimentale de (Gollub et Benson 1980) d'autre part.

Chapitre II : Généralités et état de l'art sur les nanofluides

II.1 Introduction

L'incorporation de nanoparticules dans les liquides ordinaires (Massuda et al. 1993 ; Lee et al. 1999 ; Xuan et Li 2000 ; Xuan et Roetzel 2000) a donné une nette amélioration de la conductivité thermique, évaluée à plus de 20%. Certaines expériences préliminaires (Eastman et al. 1997) ont montré une amélioration de 60% de la conductivité thermique par rapport au fluide de base.

Dans cette partie, on essaye de donner plus d'informations sur ce nouveau type de mélanges binaires, y compris leur synthèse suivi d'une formulation théorique des propriétés thermophysiques. Dans une seconde étape, on s'intéresse à une synthèse bibliographique portant sur la convection naturelle de nanofluides.

II.2 Définition d'un nanofluide

Les nanofluides sont des suspensions colloïdales de particules solides nanométriques (de taille inférieure à 100 nm) dans un liquide de base (Shang et Zhong 2019). L'intérêt, est d'améliorer les propriétés thermophysiques du fluide de base intervenant dans le transfert de chaleur en générale : capacité massique " ρC_p " et conductivité thermique " k " (Choi 1995). L'inconvénient est l'augmentation en parallèle de pertes de charges (Mammeri 2014).

Elles ont un intérêt à la fois fondamental et appliqué et sont très étudiées de nos jours. Les procédés de synthèse sont physiques, chimiques et aussi mécaniques.

II.3 Types de nanoparticules et fluides de base

Les nanoparticules ont différentes formes (sphériques, cylindriques, ...) et on distingue trois types. Le tableau suivant donne un aperçu global :

Tableau II.1

Les trois types de nanoparticules et les fluides de base couramment utilisées.

Types de nanoparticules	Métallique	Argent, Ag
		Aluminium, Al
		Cuivre, Cu
		Or, Au
	Oxydes métalliques	Oxyde de cuivre, CuO
		Oxyde d'aluminium, Al ₂ O ₃
		Oxyde de titane, TiO ₂
		Oxyde de silice, SiO ₂
		Oxyde de zinc, ZnO
	Nanotubes de carbone	
Nanotubes de silice		
Fluide de base	Eau	
	Liquide organique	Huiles
		Ethylène glycol
		Toluène
		Fluides de réfrigération

II.4 La synthèse des nanoparticules

Les NP peuvent être synthétisées selon trois méthodes principales (Ostiguy et al. 2010), à savoir les méthodes chimiques, les méthodes physiques et les méthodes mécaniques. Le tableau suivant résume ces méthodes :

Tableau II.2
Méthodes de synthèse des nanoparticules.

Procédés chimiques	Les réactions en phase vapeur (carbures, nitrures, oxydes, alliages métalliques, etc.) : CVD
	Les réactions et les précipitations en milieu liquide (la plupart des métaux et oxydes)
	Les réactions en milieu solide (la plupart des métaux et oxydes)
	Les techniques sol-gel (la plupart des oxydes)
	Les fluides supercritiques avec réaction chimique (la plupart des métaux, oxydes et quelques nitrures)
	Les réactions par coprécipitation chimique ou hydrolyse (métaux et oxydes métalliques)
	La polymérisation en chaîne par étape en phase liquide (polymères organiques tels les dendrimères et les dendrons)
	La polymérisation en phase gazeuse, greffage, électrofilage (polymères organiques tels les dendrimères et les dendrons)
Procédés physiques	L'évaporation / condensation sous pression partielle inerte ou réactive (Fe, Ni, Co, Cu, Al, Pd, Pt, oxydes)
	La pyrolyse au laser (Si, SiC, SiCN, SiCO, Si ₃ N ₄ , TiC, TiO ₂ , fullerènes, suies carbonées, oxydes métalliques, etc.)
	La synthèse au plasma ou des méthodes à arc électrique (oxydes métalliques)
	La combustion à la flamme (oxydes métalliques)
	Le fluide supercritique sans réaction chimique (matériaux pour la vectorisation de principes actifs)
	Les micro-ondes (Ni, Ag)
	L'irradiation ionique ou électronique (production de nanopores dans un matériau de dimensions macroscopiques ou de nanostructures immobilisées dans une matrice)
	Le recuit à basse température (alliages métalliques et intermétalliques complexes avec trois à cinq éléments à base d'Al, de Zr et de Fe)
Procédés mécaniques	Le plasma thermique (des nanopoudres céramiques comme des carbures (TiC, TaC (carbure de tantale), SiC), des siliciures (MoSi ₂), des oxydes dopés (TiO ₂) ou complexes (YIG (Le grenat de fer et d'yttrium Y ₃ Fe ₅ O ₁₂))
	Le dépôt physique en phase vapeur (des dépôts de TiN, CrN, (Ti, Al) N, notamment) : PVD
	Les procédés de mécanosynthèse et d'activation mécanique de procédés de la métallurgie des poudres (tous les types de matériaux (céramiques, métaux, oxydes métalliques, polymères, semi-conducteurs) : broyage à haute énergie.
	La consolidation et la densification; La forte déformation par torsion, laminage ou friction (oxydes métalliques)

II.5 Préparation d'un nanofluide

La préparation des nanofluides est la première étape clé des études expérimentales, puisque ces mélanges ne sont pas simplement une combinaison liquide-solide. Certaines exigences particulières sont nécessaires, par exemple, la suspension doit être (uniforme, stable, et durable), agglomération négligeable de particules, aucun changement chimique du fluide, etc. Les nanofluides sont produits en dispersant des particules solides à l'échelle nanométrique dans des liquides de base tels que l'eau, l'éthylène glycol (EG), les huiles, etc. Dans la synthèse de nanofluides, l'agglomération est un problème majeur. Il existe principalement deux techniques utilisées pour produire des nanofluides (Wang et Mujumdar 2007):

II.5.1 La technique en une seule étape (Single-step technique)

Commence par la production de nanoparticules par l'un des processus physiques ou chimiques (par exemple évaporation et condensation de gaz inertes), et procède à leur dispersion en un fluide de base, la plupart des nanofluides sont produits par cette technique. Un avantage de la technique en une étape est que l'agglomération de nanoparticules est minimisée, en revanche, les inconvénients de cette technique est que seuls les fluides à faible pression de vapeur sont compatibles avec un tel procédé, ainsi, il est difficile de séparer par la suite les particules des fluides pour produire des nanoparticules sèches.

II.5.2 Technique en deux étapes (Two-step technique)

La méthode en deux étapes est largement utilisée dans la synthèse de nanofluides compte tenu des nanopoudres commerciales disponibles fournies par plusieurs sociétés. Dans cette méthode, des nanoparticules ont d'abord été produites puis dispersées dans les fluides de base. Généralement, un équipement à ultrasons est utilisé pour disperser de manière intensive les particules et réduire l'agglomération des particules. Par rapport à la méthode en une seule étape, la technique en deux étapes fonctionne bien pour les nanoparticules d'oxyde, alors qu'elle est moins efficace avec les particules métalliques. Pour atteindre la stabilité de la suspension des nanofluides contre la sédimentation, certaines autres techniques telles que le contrôle du pH ou l'addition d'agents tensioactifs, sont également utilisées. Ces méthodes modifient les propriétés de surface des particules en suspension et suppriment ainsi la tendance à

former des amas de particules. Il est à noter que le choix des tensioactifs doit dépendre principalement des propriétés des solutions et des particules.

En général, des méthodes telles que le changement de la valeur du pH, l'ajout de dispersant et les vibrations ultrasoniques visent à modifier les propriétés de surface des particules en suspension et à supprimer la formation de grappes de particules pour obtenir des suspensions stables. Cependant, l'ajout de dispersants peut affecter les performances de transfert thermique des nanofluides, notamment à haute température.

II.6 Formulation théorique des propriétés thermophysiques

II.6.1 Conductivité thermique (Expérimentale)

Selon (Jang et al. 2007), huit paramètres affectent la conductivité thermique des nanofluides. Les résultats ont été obtenus à partir d'environ 124 expériences. Ces paramètres sont : Concentration volumique des particules, types de matériau, taille et forme des particules, fluide de base, la température, additif et acidité.

II.6.2 Conductivité thermique (Modélisation théorique)

Plusieurs modèles théoriques pour la détermination de la conductivité thermique effective d'un nanofluide ont été rapportés dans la littérature, depuis que Maxwell a proposé son model en 1873. Les modèles proposés comparent les conductivités thermiques des nanofluides à celle du fluide pur k_{nf}/k_f .

II.6.2.1 Modèle de Maxwell (Polidori et al. 2007), (Schwartz 1995) et (Kumar et al. 2015)

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{k_p + 2k + 2\varphi(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f - \varphi(k_p - k_f)} \quad (\text{II.1})$$

II.6.2.2 Modèle de Hamilton-Crosser (Kakaç et Pramuanjaroenkij2009), (Azizian et al. 2008)

Ce modèle proposé en 1962 tient compte de la non sphéricité des nanoparticules, pour rendre le calcul de la conductivité thermique du nanofluide plus efficace quelle que soit la forme de la nanoparticule. Les expériences montrent que ces modèles prédisent raisonnablement bien la conductivité thermique pour des mélanges dilués de particules relativement grosses dans des fluides.

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{k_s + (r-1)k_f - (r-1)(k_f - k_s)\varphi}{k_s + (r-1)k_f + (k_f - k_s)\varphi} \quad (II.2)$$

Où, r est un facteur empirique donné par la relation : $r = \frac{3}{\mathcal{U}}$

$r = 3$ Pour une sphère, et $r = 6$ pour un cylindre.

\mathcal{U} : La sphéricité, si $\mathcal{U} = 1$ (particules sphériques), alors le modèle de Hamilton-Crosser est le même que celui de Maxwell.

II.6.2.3 Modèle de Yu et Choi (2003), (Kakaç et Pramuanjaroenkij 2009)

Ils ont modifié le modèle de Maxwell en supposant que le nanofluide est constitué d'un liquide de base, de nanoparticules solides et de nanocouches. Ces dernières agissent comme des ponts thermiques entre le liquide de base et les nanoparticules solides. En conséquence, on note l'amélioration de la conductivité thermique effective.

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{k + 2k_f + 2\varphi(k_p - k_f)(1 + \sigma)^3}{k_p + 2k_f - \varphi(k_p - k_f)(1 + \sigma)^3} \quad (II.3)$$

Où $\sigma = h/r$ est le rapport entre l'épaisseur de la nanocouche et le rayon d'origine de la particule.

II.6.2.4 Modèle de Chon et al.

Les auteurs ont établi une corrélation qui tient compte des effets du mouvement brownien, la conductivité thermique effective est de la forme (Polidori et al. 2007):

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \left[1 + 64.7\varphi^{0.746} \left(\frac{d_f}{d_p}\right)^{0.369} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.7476} Pr_f^{0.9955} Re^{1.2321} \right] \quad (II.4)$$

Avec Re basé sur la vitesse brownienne des nanoparticules.

II.6.3 Viscosité dynamique (Kakaç et Pramuanjaroenkij 2009 ; Eastman et al.2001)

En littérature, divers modèles ont été élaboré pour le calcul de la viscosité dynamique d'un nanofluide.

II.6.3.1 Modèle d'Einstein

Einstein a été le premier à développer la formule de la viscosité des nanofluides en 1906. Sa formule était basée sur l'hypothèse d'un fluide visqueux contenant des particules sphériques à une très faible fraction volumique ($\varphi < 0,02$) (Mishra et al. 2014).

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 + 2.5\varphi \quad (\text{II.5})$$

Où μ_{nf} est la viscosité du nanofluide, μ_f est la viscosité du fluide de base et φ est la fraction volumique des particules en suspension.

Cette formule montre une augmentation linéaire en viscosité avec la concentration en volume des particules. Einstein a négligé l'interaction particule-particule dans la solution et n'a pas considéré les concentrations élevées de particules.

II.6.3.2 Modèle de Brinkman

(Brinkman 1952) a prolongé l'équation d'Einstein pour une concentration modérée de particules. Cette corrélation a plus d'acceptation chez les chercheurs. La formule empirique est la suivante:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{(1-\varphi)^{\frac{5}{2}}} \quad (\text{II.6})$$

Puisque le diamètre des particules et l'effet de la température ne sont pas pris en considération, généralement ce modèle reste insuffisant pour décrire l'évolution de la viscosité de nanofluide (Polidori et al. 2007).

II.8.3.4 Modèle de Batchelor

(Batchelor 1977) a modifié l'équation de viscosité d'Einstein en introduisant l'effet du mouvement brownien. Le modèle a été développé en considérant une suspension isotropique de nanoparticules rigides et sphériques.

Son modèle est donné comme suit:

$$\mu_{nf} = (1 + 2.5\varphi + 6.5\varphi^2)\mu_f \quad (\text{II.7})$$

En ce qui concerne les corrélations expérimentales, on cite :

Pour le nanofluide ($Eau - Al_2O_3$), (Maïga et al. 2006 ; Mintsä et al. 2009) ont proposés les formules suivantes :

$$k_{nf} = k_f(1.72\varphi + 1) \quad (II.8)$$

$$\mu_{nf} = \mu_f(123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1) \quad (II.9)$$

Le diamètre moyen des particules est $d_p = 47 \text{ nm}$

Pour le nanofluide ($Eau - CuO$), (Mintsä et al. 2009) avec un diamètre moyen des nanoparticules de l'ordre de $d_p = 36 \text{ nm}$, ont proposés les formules suivants :

$$k_{nf} = k_f(1.74\varphi + 0.99) \quad (II.10)$$

$$\mu_{nf} = \mu_f(0.009\varphi^3 + 0.051\varphi^2 - 0.3197\varphi + 1.475) \quad (II.11)$$

II.6.4 La masse volumique

La masse volumique est une propriété importante des nanofluides parce qu'elle affecte directement le nombre de Reynolds, le facteur de friction, la perte de pression et le nombre de Nusselt (Pak et Cho 1998), sa détermination est essentielle et elle dépend de la masse volumique des mélanges biphasiques donnée par :

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m^0}{V}\right)_{nf} = \frac{m_f^0 + m_p^0}{V_f + V_p} = \frac{\rho_f V_f + \rho_p V_p}{V_f + V_p} \quad (II.12)$$

Où φ est le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (solide fluide).

$$\varphi = \frac{V_p}{V_f + V_p} \quad (II.13)$$

Alors, la masse volumique du nanofluide est :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \quad (II.14)$$

Avec

ρ_{nf} : La masse volumique du nanofluide ;

ρ_f : La masse volumique pour le fluide ;

ρ_p : La masse volumique de la particule ;

(Pak et Cho 1998) ont mené une expérience à seulement une température (25 ° C) pour des nanofluides d' Al_2O_3 et de TiO_2 jusqu'à une concentration en volume de 4.5% pour vérifier la validité de l'équation (II.14). L'applicabilité de cette équation a été vérifiée expérimentalement par (Vajjha et al. 2009) pour divers nanofluides.

II.6.5 La chaleur spécifique

La chaleur spécifique est l'une des propriétés importantes qui joue un rôle essentiel dans le taux de transfert de chaleur des nanofluides. La chaleur spécifique est la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 degré Kelvin lors de la transformation considérée. La chaleur spécifique est variée pour changer le transfert de chaleur avec des températures différentes. Pour une concentration volumique donnée de nanoparticules dans le liquide de base, le taux de transfert de chaleur peut être défini par l'équation :

$$Q = \dot{m}C_p\Delta T \quad (II.15)$$

Où Q est le taux de transfert de chaleur, \dot{m} est le débit massique et ΔT est la différence de températures du liquide de refroidissement.

La chaleur spécifique d'un nanofluide est calculée à partir de l'équation de (Xuan et Roetzel 2000) donnée par :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_p \quad (II.16)$$

Où $(C_p)_{nf}$ est la capacité thermique du nanofluide, $(C_p)_f$ est la capacité thermique du fluide de base et $(C_p)_p$ est la capacité thermique des nanoparticules.

II.6.6 Coefficient d'expansion thermique

La variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique, exprimée généralement par la relation :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (II.17)$$

Pour le nanofluide, ce coefficient peut être estimé en utilisant la fraction volumique des nanoparticules (Khanafar et al. 2003):

$$\beta_{nf} = \frac{(1-\varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_p}{\rho_{nf}} \quad (\text{II.18})$$

Où β_f et β_p sont les coefficients de dilatation thermique du fluide de base et de la nanoparticule, respectivement. Par analogie avec la relation (II.14) (Hwang et al. 2007 ; Ho et al. 2008) ont supposé un modèle plus simple pour le coefficient de dilatation thermique du nanofluide donné par :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_p \quad (\text{II.19})$$

Également, (Khanafer et Vafai 2011) ont développé une corrélation pour le coefficient de dilatation thermique du nanofluide ($Eau - Al_2O_3$) en fonction de la température et de la fraction volumique des nanoparticules :

$$\beta_{nf} = \left(-0.479\varphi + 9.3158 \cdot 10^{-3}T - \frac{4.7211}{T^2} \right) 10^{-3} \quad (\text{II.20})$$

Avec

$$0 \leq \varphi \leq 0.04 \text{ et } 10^\circ\text{C} \leq T \leq 40^\circ\text{C}$$

Dans la présente thèse, on a choisi le modèle de Maxwell pour la conductivité thermique, le modèle de Brinkman pour la viscosité, ainsi que pour la masse volumique, la chaleur spécifique et le coefficient d'expansion thermique on a choisi les relations : (II.14), (II.16) et (II.19), respectivement en raison de sa fiabilité et simplicité.

II.7 Synthèse bibliographique sur la convection dans les nanofluides

Le sujet de la convection naturelle dans les cavités différentiellement chauffées a reçu plusieurs études numériques et expérimentales en raison de leur intérêt pratique dans divers secteurs industriels comme le refroidissement des équipements (composantes électroniques, échangeurs de chaleur, les moteurs à combustion), l'isolation et l'efficacité thermique, la climatisation et le stockage d'énergie, etc...

Les études visent l'amélioration des transferts de chaleur par l'augmentation des surfaces d'échanges. Cependant, l'utilisation des nanofluides comme fluide caloporteur s'est avérée comme voie prometteuse ces dernières décennies.

II.7.1 Études expérimentales

Le transfert de chaleur par convection naturelle à l'intérieur d'une cavité différentiellement chauffé, poreuse et saturé avec un nanofluide est étudié expérimentalement par (Solomon et al. 2017). Le nanofluide utilisé contient 60% éthylène-glycol, 40% eau, et une fraction volumique $0.05\% \leq \varphi \leq 0.4\%$, le diamètre des nanoparticules Al_2O_3 utilisées est 30nm. Les résultats ont montré que le taux de transfert de chaleur est affecté par le milieu poreux, le type de nanofluide et la fraction volumique. Le taux de transfert de chaleur sans milieux poreux est plus important que celui relatif au milieu poreux saturé de fluide de base ou avec une fraction volumique de 0.4 %. Une concentration de 0,05% s'avère être optimale pour un taux de transfert de chaleur maximal. En réalité, ce nanofluide transfère 10% de chaleur en plus par rapport au fluide de base dans la cavité poreuse.

Le phénomène de sédimentation dans les nanofluides lors d'une expérience de convection naturelle a été observé par (Kouloulis et al. 2016) dans une cellule cubique avec des plaques inférieures et supérieures conductrices et des parois latérales isolées. D'après cette étude expérimentale, les auteurs ont signalé que, tandis que le nombre de Rayleigh, Ra , augmente avec l'augmentation de la concentration en nanoparticules, le coefficient de transfert de chaleur par convection et le nombre de Nusselt, Nu , diminuent. Cette découverte implique que l'addition de nanoparticules d' Al_2O_3 détériore les performances de transfert de chaleur dues à la convection naturelle du fluide de base, principalement en raison de la faible stabilité des nanofluides. De même, à mesure que la concentration en nanoparticules augmente, la température au niveau de la plaque chauffante augmente, suggérant un encrassement à la surface inférieure; une structure de couche mince stationnaire de nanoparticules et de liquide semble se former à proximité de la plaque chauffante dont ils observent une augmentation qualitative de l'épaisseur à mesure que la concentration en nanoparticules augmente. Cette structure de couche impose une isolation thermique supplémentaire dans le système et semble donc être responsable dans une large mesure de la dégradation du transfert de chaleur signalée. En outre, pour des concentrations relativement élevées de nanoparticules de 0,06 et 0,12% en volume, lorsque le flux de chauffage augmente, le taux de détérioration du transfert de chaleur augmente. Spécifiquement dans le cas de la concentration maximale de nanoparticules, 0,12 vol.%, Lorsque l'intensité de la turbulence augmente, en

augmentant le flux thermique appliqué, le nombre de Nusselt reste constant en comparaison avec des concentrations plus faibles de nanoparticules. Ce comportement peut être attribué principalement aux propriétés physiques de la nano poudre $d'Al_2O_3$ utilisée et aux interactions résultantes entre la plaque chauffante et les nanoparticules.

(Ghodsinezhad et Sharifpur 2016) ont mené une recherche expérimentale de la convection naturelle dans une cavité remplie par le nanofluide ($Al_2O_3 - eau$). La cavité est soumise à un gradient de température horizontale avec un Rayleigh dans l'intervalle [$3.49 \times 10^8 - 1.05 \times 10^9$], et ce pour des fractions volumiques ($\varphi = 0 ; 0.05 ; 0.1 ; 0.2 ; 0.4$ et 0.6%). L'expérience montre qu'une fraction volumique de 0.1% est une valeur optimale pour un meilleur transfert de chaleur avec une amélioration de 15% par rapport au cas du fluide pur. Une augmentation de la fraction volumique au-delà de 0.1% conduit à la détérioration du coefficient de transfert thermique.

(Heris et al. 2014) ont comparé expérimentalement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité cubique inclinée. Le fluide de base utilisé est l'huile avec différentes fractions volumiques ($\varphi = 0 ; 0.2\% ; 0.5\%$ et 0.8%) des nanoparticules ($Al_2O_3 ; TiO_2 ;$ et CuO). Les résultats de cette expérience indiquent que l'huile ($\varphi = 0\%$) a le nombre de Nusselt le plus élevé comparé aux nanofluides. De plus, pour l'angle d'inclinaison ($\theta = 90^\circ$) avec $\varphi = 0.2\%$ les nanoparticules de TiO_2 conduisent à un nombre de Nusselt maximal. En revanche, le nombre de Nusselt maximum, pour $\varphi = 0.8\%$, est relatif aux nanoparticules de CuO .

(Ho et al. 2010) ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée. Le nanofluide utilisé est ($Al_2O_3 - eau$) avec des fractions volumiques φ compris entre [$0.1 - 4\%$] et un nombre de Rayleigh [$6.21 \times 10^5 - 2.56 \times 10^8$]. Les résultats montrent une dégradation systématique du taux de transfert de chaleur moyen pour le nanofluide si la fraction de volume $\varphi \geq 2\%$ sur la gamme du nombre de Rayleigh considéré. En revanche, le transfert de chaleur est amélioré de 18% pour une fraction de volume en nanoparticule inférieure à 0.1% .

La performance du transfert de chaleur par convection naturelle d'une solution aqueuse contenant le MWCNT (Multi-walled carbon nanotubes) dans une cavité

carrée a été étudiée expérimentalement par (Garbadeene et al. 2017) avec $Pr = 5.83$ pour le fluide de base et $0 \leq \varphi \leq 1.0\%$. Les résultats expérimentaux pour $Ra = 10^8$ montrent l'existence d'une concentration optimale de particules à laquelle le transfert de chaleur dans le nanofluide eau-MWCNT est maximisé, de sorte qu'à 0.1% de concentration volumique un perfectionnement de 45% a été enregistré.

Une étude expérimentale du transfert de chaleur par convection forcée turbulente par un nanofluide à nanotubes de carbone à parois multiples a été réalisée par (Piratheepan et Anderson 2014). Selon leur expérience les conditions opératoires (telles que la puissance de pompage) et les caractéristiques thermophysiques du liquide varient sensiblement à partir du fluide de base (l'eau). Cependant, le nanofluide à base de MWCNT n'a pas amélioré les caractéristiques de transfert de chaleur; plutôt, il y a eu une baisse importante des capacités de transfert de chaleur. Ceci suggère que les nanofluides MWCNT dans les écoulements turbulents vont effectivement entraver le transfert de chaleur plutôt que de l'améliorer et ne peuvent donc pas être un moyen de transfert de chaleur approprié dans les écoulements turbulents forcés.

II.7.2 Études théoriques et numériques

L'amélioration du transfert de chaleur dans une enceinte bidimensionnelle avec un gradient de température horizontal utilisant le nanofluide (*Cu – eau*) a été étudiée numériquement par (Khanafar et al.2003). Les équations de transport sont résolues numériquement en utilisant l'approche à volume fini avec la procédure implicite aux directions alternées. Ils ont montré que le taux de transfert de chaleur du nanofluide augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules du cuivre. Aussi, une corrélation de transfert de chaleur du nombre de Nusselt moyen pour diverses fractions volumiques a été développée considérant un nombre de Grashof compris dans l'intervalle $10^3 \leq Gr \leq 10^5$. La corrélation établie est la suivante :

$$Nu = 0.5163(0.4436 + \varphi^{1.0809})Gr^{0.3123} \quad (II.21)$$

L'instabilité convective naturelle et les caractéristiques de transfert de chaleur des nanofluides d'aluminium à base d'eau dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas ont été théoriquement étudiées par (Hwang et al. 2007). Le modèle de Jang et

Choi (Jang et Choi 2004) est utilisé pour prédire la conductivité thermique effective de nanofluides et le modèle d'Einstein et la corrélation de Pak et Cho (Pak et Cho 1998) pour la viscosité efficace ont été examinés. Les résultats présentés dans (Hwang et al. 2007) indiquent que le nanofluide ($Al_2O_3 - eau$) est plus stable que le fluide de base lorsque la fraction volumique des nanoparticules augmente, la taille des nanoparticules diminue ou si la température moyenne de nanofluide augmente. En d'autres termes, le rapport du coefficient de transfert de chaleur des nanofluides à celui du fluide de base diminue à mesure que la taille des nanoparticules augmente ou si la température moyenne des nanofluides diminue.

(Oztop et Abu Nada 2008) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire partiellement chauffée remplie par différents types de nanoparticules (Cu, Al_2O_3 et TiO_2) avec une fraction volumique $0 \leq \varphi \leq 20\%$. Les équations régissant ont été résolues par la méthode des volumes finis pour un nombre de Rayleigh dans la gamme $10^3 \leq Ra \leq 5.0 \times 10^5$ et un facteur de forme $0.5 \leq A \leq 2$. Il a été constaté que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la valeur de la fraction volumique des nanoparticules. Ainsi que l'emplacement de la partie chaude affecte les champs de l'écoulement et de température lors de l'utilisation de nanofluides. De plus Ils ont signalé que l'amélioration du transfert de chaleur, en utilisant des nanofluides, est plus prononcée à un faible facteur de forme qu'à un facteur de forme élevé et peut atteindre 25%.

Une étude théorique du transfert de chaleur à l'intérieur d'une cavité différentiellement chauffée (cellule de Rayleigh-Bénard) a été effectuée par (Corcione 2011). Deux fluides de base différents ont été utilisés (eau et éthylène glycol) ainsi que trois matériaux de nanoparticules différents (Cu, Al_2O_3 et TiO_2). Les calculs ont été faits pour différentes valeurs de la température moyenne du nanofluide $249 \leq T \leq 324 K$, le diamètre des nanoparticules $25 \leq d_p \leq 150 nm$, et le nombre de Rayleigh compris entre 1708 et 10^{10} . Les résultats tirés par (Corcione 2011) est que la fraction volumique optimale augmente légèrement avec la diminution de la taille des nanoparticules, et augmente de façon beaucoup plus remarquable avec l'augmentation de la température moyenne du nanofluide et les dimensions de l'enceinte.

(Ho et al. 2008) ont examiné, par des simulations numériques, les effets des incertitudes dues à l'adoption de différentes formules de conductivité thermique et de

viscosité dynamique du nanofluide ($Al_2O_3 - eau$) sur les caractéristiques de transfert thermique par convection naturelle dans une enceinte carrée verticale. Les équations régissantes ont été résolues à partir de la méthode des volumes finis. Les auteurs trouvent une différence significative entre les améliorations de la viscosité dynamique estimées à partir des deux formules adoptées (modèle théorique de Brinkman et corrélation empirique de (Maïga et al. 2004)) conduit à une efficacité de transfert de chaleur contradictoire du nanofluide, de sorte que le transfert de chaleur à travers l'enceinte peut être amélioré ou atténué par rapport au fluide de base. De plus ils ont établi une corrélation pour le calcul du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude.

La convection naturelle de nanofluides à base d'eau dans une enceinte inclinée avec une source de chaleur a été étudiée numériquement par (Ogüt 2009). Les calculs ont été effectués pour des angles d'inclinaison de 0^0 à 90^0 , des fractions volumiques solides allant de 0% à 20%, avec diverses longueurs de l'élément chaud, et un nombre de Rayleigh variant de 10^4 à 10^6 . Les résultats montrent que le taux moyen de transfert de chaleur augmente de façon significative lorsque la fraction de volume de particules et le nombre de Rayleigh augmentent. Les résultats montrent aussi que la longueur du réchauffeur est également un paramètre important affectant les champs de débit et de température. De sorte que le transfert de chaleur moyen diminue avec une augmentation de la longueur du réchauffeur.

L'écoulement de convection mixte dans une enceinte carrée inclinée rempli par le nanofluide ($Al_2O_3 - eau$) a été effectué par (Abu Nada et Chamkha 2010). Les équations du modèle ont été résolues numériquement par une méthode de volumes finis de second ordre. Il a été constaté qu'une amélioration significative du transfert de chaleur peut être obtenue en raison de la présence de nanoparticules et que ceci est accentué par l'inclinaison de l'enceinte à des nombres de Richardson modérés et importants.

(Abu Nada et Oztop 2009) ont étudié l'influence de l'angle d'inclinaison et la fraction volumique de nanoparticules pour une enceinte carrée remplie par le nanofluide ($Cu - eau$). Les résultats ont clairement indiqué que l'ajout de nanoparticules de cuivre a produit une amélioration remarquable du transfert de chaleur par rapport à celle du fluide pur. Le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh presque linéairement, mais l'effet de la

concentration de nanoparticules sur le nombre de Nusselt est plus prononcé au faible nombre de Rayleigh qu'à nombre de Rayleigh élevé. Par ailleurs, ils ont signalé que l'angle d'inclinaison est un bon paramètre de contrôle pour les enceintes remplies de liquide et de nanofluide.

(Esmail 2013) a fait une étude de faisabilité numérique d'utiliser des nanofluides (deux types de nanofluides ont été utilisés ($Al_2O_3 - eau$; $Cu - eau$)) pour la convection naturelle laminaire à l'intérieur d'une enceinte carrée, l'auteur a supposé que la phase liquide et les nanoparticules sont dans l'état d'équilibre thermique et elles se déplacent à la même vitesse. Les équations qui régissent l'écoulement sont discrétisées par la méthode des différences finies et les équations algébriques résultantes sont résolues par une technique itérative. À l'issue de cette étude l'auteur démontre qu'il y a une contradiction entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques, la cause de cette anomalie est justifiée par l'utilisation de deux formules différentes pour le calcul du nombre de Nusselt, pour l'étude expérimentale et l'étude numérique. L'auteur indique aussi que la dispersion des nanoparticules dans le liquide de base cause une réduction considérable dans le nombre de Rayleigh qui est en conséquence le résultat dans la détérioration du taux de transfert de chaleur par convection naturelle laminaire. Cette détérioration de taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique φ dans le nanofluide, ce qui est en plein accord avec les travaux expérimentaux, tandis qu'en contradiction avec les travaux numériques.

(Salhi et Si-Ameur 2012) ont effectué une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte carrée chauffée par une section carrée et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules (Ag ; TiO_2); avec des conditions aux limites de type Dirichlet pour les lignes de courant et la température de la source de chaleur, et de type Neumann pour la température des parois. La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par le modèle de Maxwell-Garnett, et la viscosité de nanofluide est donnée par la relation de Brinkman. Les simulations numériques sont effectuées pour trois nombres de Rayleigh ($10^4, 10^5, 10^6$), avec différentes valeurs de fraction volumiques ($\varphi = 0 ; 0.1 ; 0.2$). Les résultats obtenus par leur étude indiquent que le transfert thermique en présence des nanoparticules $d'Ag$ s'améliore relativement à celui des

nanoparticules de TiO_2 . En conséquence, le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique. Ainsi, l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide favorise davantage le transfert de chaleur, de plus, l'effet du nanofluide sur la convection se manifeste particulièrement à un nombre de Rayleigh élevé.

(Kadri et al. 2010) ont étudié le comportement d'un nanofluide (Al_2O_3 –eau) sous l'effet des vibrations en convection naturelle dans une cavité fermée. Les parois verticales de la cavité sont adiabatiques, la paroi inférieure est soumise à une température chaude T_h et la paroi supérieure est maintenue à la température froide T_c (configuration de Rayleigh-Bénard). Le nanofluide utilisé (Al_2O_3 – eau) contenu dans la cavité soumise à des vibrations sinusoïdales et il est supposé isotrope et homogène, l'écoulement bidimensionnel et incompressible, le régime laminaire. Les propriétés physiques des nanofluides sont supposées constantes, l'approximation de Boussinesq est prise en considération, les équations qui régissent l'écoulement hydrodynamique et le transfert de chaleur (équation de Navier Stokes et de l'énergie) sont résolus numériquement utilisant le logiciel COMSOL Multiphysics, les résultats de leur étude indiquent que l'excitation vibratoire donne naissance à la convection malgré $Ra=10^3$ correspond à la conduction en absence des vibrations, de même l'excitation vibratoire influe sur la structure de l'écoulement, les valeurs des fonctions de courant et des températures et le rapport de flux Q_{nf}/Q_f augmente avec l'augmentation de la fraction volumique et diminue avec la croissance de la pulsation.

II.7.3 Travaux de thèses

(Khentoul 2016) a exécuté une étude numérique de la convection mixte 2D et 3D laminaire dans un canal horizontal contenant des ailettes avec nanofluide. Il a examiné l'influence des nombres de Reynolds et Richardson, ainsi que la concentration en nanoparticules ($Al_2O_3, Cu, Ag, et TiO_2$) dispersés dans l'eau. Pour la simulation 2D, l'auteur a indiqué que l'addition de nanoparticules dans l'eau pure permet d'améliorer la performance de refroidissement, en particulier, à faible nombre de Richardson. Et pour des valeurs plus élevées du nombre de Reynolds l'influence de la fraction volumique solide sur l'augmentation du transfert de chaleur est plus sensible. Cette augmentation du transfert de chaleur est dépendue aussi du type de nanofluide utilisé. Dans la simulation 3D, il a examiné les effets du nombre de

Reynolds, la hauteur, et la distance entre les ailettes afin de trouver la meilleure géométrie pour un bon refroidissement.

(Salhi2015) a fait une étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans une enceinte inclinée (carrée et ondulée) chauffée par une température aléatoire (basée sur la fonction de random) et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules (*Ag et TiO₂*). Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis avec un schéma hybride. L'auteur a analysé l'effet d'inclinaison pour différentes fractions volumiques en nanoparticules, ainsi que les paramètres concernant la géométrie ondulée (longueur d'onde et rapport d'amplitude). Ces derniers paramètres sont qualifiés selon l'auteur d'améliorer le transfert de chaleur.

Le transfert de chaleur par convection monophasique avec nanofluides dans un tube a été étudié suivant une approche expérimentale par (Haghighi 2015). L'auteur a étudié la possibilité de remplacer les fluides de base (principalement l'eau, éthylène glycol et les huiles de moteur) par des nanofluides en écoulement monophasique laminaire et turbulent dans la plage de températures (20 – 50)⁰C et avec des concentrations de particules solides de 3 – 45%. Il a été constaté que lorsque des propriétés thermophysiques exactes, soit à partir d'expériences ou modèles fiables, sont utilisées, les corrélations classiques traditionnellement utilisées pour les fluides ordinaires sont toujours valables pour les nanofluides avec une erreur acceptable.

La conductivité thermique relative et la viscosité relative des nanofluides sont demeurées inchangées, même à des températures élevées (40 – 50)⁰C. De plus, les expériences de transfert de chaleur par convection à une température d'entrée plus élevée (40 °C) n'ont pas montré de résultats différents de ceux observés à la température ambiante (20 – 25) °C. Par conséquent, des mécanismes tels que la migration des nanoparticules due au mouvement brownien ou à la thermophorèse semblent avoir des effets négligeables sur les propriétés thermophysiques et de transport des nanofluides.

L'origine de la contradiction de nombreux résultats est due au choix de la méthode appropriée de comparaison des coefficients de transfert de chaleur par convection des nanofluides à ceux des fluides de base. Il a été signalé que la comparaison des résultats aux mêmes nombres de Reynolds n'est pas appropriée d'un

point de vue pratique car le transfert de chaleur de n'importe quel fluide peut être augmenté en augmentant le débit. En revanche, l'évaluation de la performance de transfert de chaleur des nanofluides à puissance de pompage égale est l'approche la plus appropriée et la plus correcte d'un point de vue industriel. Les résultats expérimentaux de cette étude sur la base de ce critère ont montré un faible avantage pour certaines nanofluides dans les écoulements laminaires pour les applications de refroidissement. Cependant, dans les écoulements turbulents, les nanofluides n'ont montré aucun avantage. De plus, en raison de la complexité de la forme, de la structure et de la synthèse des nanofluides, la loi de Stokes (l'équation traditionnellement acceptée utilisée pour prédire le taux de sédimentation des colloïdes normaux), ne peut pas être utilisée pour les nanofluides. L'auteur croit à la fin du travail que le facteur de succès dans les buts de refroidissement par l'utilisation des nanofluides repose sur la capacité des spécialistes matériaux à minimiser les augmentations de viscosité des nanofluides causés par l'ajout de nanoparticules.

En vue de quantifier l'importance du transfert de chaleur par convection naturelle de nanofluides, (Gladés 2010) a fait une étude théorique et numérique de la convection naturelle laminaire qui se produit au sein d'une cellule horizontale rectangulaire. L'enceinte en question a un facteur de forme $A=10$ et elle est remplie d'eau à la température 20°C ($Pr = 7.066$) avec l'utilisation de cinq types de nanoparticules (Al_2O_3 , CuO , Cu , Ag et Au). L'enceinte est chauffée par le bas et refroidie par le haut, tandis que les parois verticales sont imperméables et isolées (configuration de Rayleigh-Bénard). Il a été prouvé que suite à l'ajout des nanoparticules dans la cellule avec fixation de la différence de températures, le nombre de Rayleigh diminue (déclenchement de la convection est retardé). Ce résultat dépend fortement des modèles utilisés pour le calcul de la viscosité. En plus, l'auteur a signalé qu'à un nombre de Rayleigh fixe, le nombre de Nusselt calculé diminue quand la fraction volumique de nanoparticules augmente.

La majorité des études numériques citées dans la synthèse bibliographique montre que le transfert de chaleur de nanofluide par convection naturelle au sein des cavités différentiellement chauffées est amélioré comparativement au fluide pur. Ainsi que cette amélioration est affectée par plusieurs paramètres (nature et diamètre de la nanoparticule, fraction volumique, nombre de Rayleigh, modèle d'évaluation des propriétés thermophysiques, facteur de forme, régime d'écoulement, conditions

pariétales,...etc). En revanche, la plupart des expériences confirment l'existence d'une valeur optimale de la fraction volumique à laquelle le transfert de chaleur est meilleur. Cette contradiction dépend de plusieurs facteurs (technique de préparation d'un nanofluide, technique de mesure des propriétés thermophysiques, température du mélange, modèle de nanofluide : approche mono ou biphasique ;...etc). Et afin d'ôter ce conflit, des études supplémentaires numériques et expérimentales sur un même nanofluide sont primordial.

Chapitre III : Modélisation mathématique et résolution numérique

III.1 Introduction

Dans cette partie, nous allons présenter la configuration de base étudiée avec le bilan des équations régissant le problème, les conditions initiales et aux limites imposées, avec quelques hypothèses simplificatrices. Ensuite, une présentation de la méthode utilisée pour le traitement numérique de ce bilan, inclut la procédure de calcul. Finalement une validation de l'algorithme développé au cours de cette recherche est exprimée.

III.2 Géométrie de base du problème

Le modèle de base considéré dans cette étude est une cavité fermée de coupe carrée comme montre la figure III.1 remplie par le nanofluide (*Cu – eau*) avec différentes concentrations. La cavité est inclinée de 45° à l'horizontale, cette inclinaison est prise comme un paramètre favorise davantage les courants convectifs. Le facteur de forme (largeur/hauteur) de la cavité est pris égal à l'unité.

Un gradient thermique vertical est imposé, de sorte que la demie-partie orientée suivant l'abscisse x est considérée chaude. En revanche les deux parois orientées vers l'axe y sont refroidies par leur moitié supérieure. Le reste des parois est considéré adiabatique.

Les calculs sont menés pour un nombre de Rayleigh variant de 10^3 jusqu'au 3.10×10^7 , avec deux fractions volumiques en nanoparticules $\varphi = 0.1$ et 0.2 en plus de l'état de base $\varphi = 0$.

III.3 Hypothèses simplificatrices

Afin de simplifier la formulation mathématique du problème étudié, les hypothèses citées ci-dessous sont pris en considération :

- Fluide newtonien et incompressible
- le transfert de chaleur par rayonnement négligeable
- propriétés thermophysiques de nanofluide constantes, suite à l'écart restreint de température entre l'élément chaud T_h et les deux demi-parois froides T_c à

l'exception de la densité ρ qui est considérée constante, sauf dans le terme de flottabilité (force d'Archimède), alors :

$$\rho(T) = \rho[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{III.1})$$

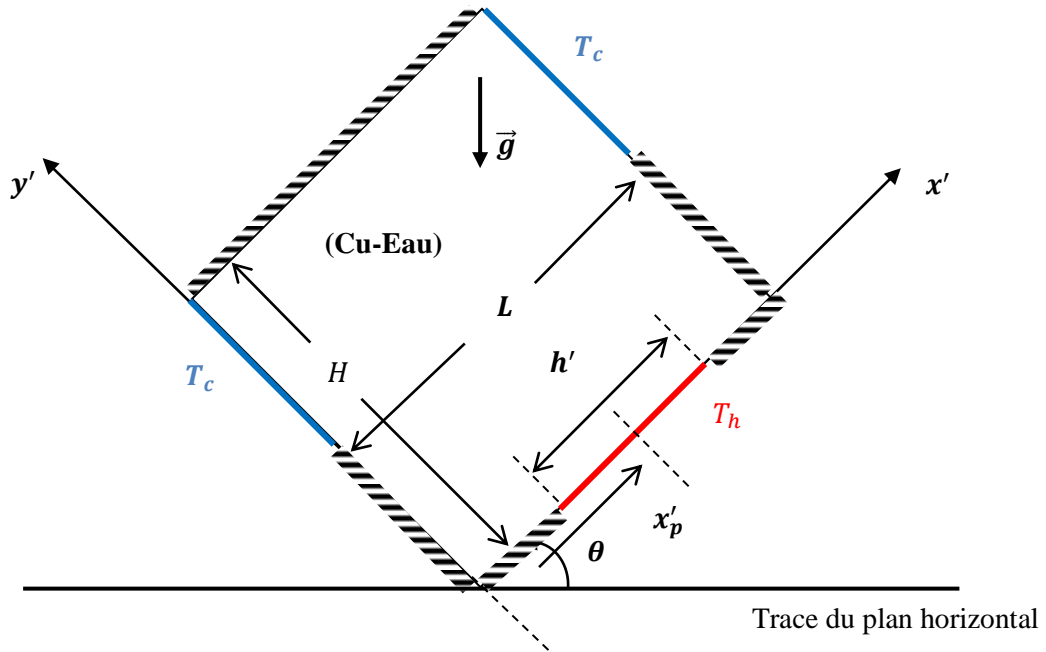


Figure III.1 Modèle physique (Boudjeniba et al. 2019).

- Écoulement bidimensionnel (suivant les coordonnées x et y)
- La dissipation visqueuse et le travail dû à l'expansion volumique sont négligeables.
- Les nanoparticules de cuivre sont supposées de forme sphériques, de même taille, et aucune réaction chimique avec l'eau.
- le nanofluide peut être considéré comme un fluide ordinaire monophasé (Xuan et Roetzel 2000) et cela pour des applications pratiques de nanoparticules de petite taille (inférieure à 50 nm) dispersée dans un fluide de base. Car Jusqu'à présent, il n'existait pas de théorie formulée pour prédire raisonnablement les comportements d'écoulement d'un nanofluide (Shang et Zhong 2019).

Les propriétés physiques du mélange sont résumées dans le tableau III.1.

Tableau III.1

Propriétés thermophysiques du fluide et de la nanoparticule (Oztop et Abu Nada 2008 ; Rajarathinam et Nithyadevi 2017).

Propriétés physiques	$C_p(J.kg^{-1}.K^{-1})$	$\rho(kg.m^{-3})$	$k(W.m^{-1}.K^{-1})$	$\alpha(m^2.s^{-1}) \times 10^{-5}$	$\beta(K^{-1}) \times 10^{-5}$
Phase fluide (eau)	4179	997.1	0.613	0.0147	21
Cuivre (Cu)	385	8933	400	11.631	1.67

III.4 Équations de conservation

Les équations du modèle mathématique en tenant compte des simplifications adoptées pour ce problème s'écrivent comme suit :

III.4.1 Formulation vectoriel

Equation de conservation de la masse

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (III.2)$$

Equation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{V})\vec{V} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \vec{\nabla} P + \nu_{nf} \nabla^2 \vec{V} - \vec{g} \beta_{nf} (T - T_c) \quad (III.3)$$

Equation de l'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{V})T = \frac{k_{eff}}{(\rho C_p)_{nf}} \nabla^2 T \quad (III.4)$$

III.4.2 Projection sur les axes de coordonnées

Equation de conservation de la masse ;

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (III.5)$$

Equation de la quantité de mouvement

❖ suivant l'axe des x

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \nu_{nf} \left[\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right] + g \beta_{nf} \sin \theta (T' - T_c) \quad (III.6)$$

❖ suivant l'axe des y

$$\frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p'}{\partial y'} + \nu_{nf} \left[\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right] - g \beta_{nf} \cos \theta (T' - T_c) \quad (\text{III.7})$$

Equation de l'énergie

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'} \left(u' T' - \alpha_{nf} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(v' T' - \alpha_{nf} \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) = 0 \quad (\text{III.8})$$

Avec :

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{eff}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (\text{III.9})$$

Concernant le champ de vitesse, il est lié à la fonction de courant ψ par les relations:

$$\begin{cases} u' = \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \\ v' = -\frac{\partial \psi'}{\partial x'} \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

On peut éliminer le terme de pression entre les équations de quantité de mouvement suivant (x) et celle suivant l'ordonner (y) utilisant le vecteur tourbillon (III.11) ci-contre ;

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \vec{b} \quad (\text{III.11})$$

Donc, l'équation de la quantité de mouvement devient :

$$\frac{\partial \omega'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'} \left(u' \omega' - \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial \omega'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(v' \omega' - \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial \omega'}{\partial y'} \right) = \left(\frac{\varphi \rho_s \beta_s + (1-\varphi) \rho_f \beta_f}{\rho_{nf}} \right) g \left(\cos \theta \frac{\partial T'}{\partial x'} - \sin \theta \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) \quad (\text{III.12})$$

Et l'équation de la conservation de la masse devient aussi :

$$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y'^2} = -\omega' \quad (\text{III.13})$$

k_{eff} : est la conductivité thermique effective du nanofluide approximée par le modèle de Maxwell-Garnetts (Kakaç et Pramuanjaroenkij 2009) et donnée par :

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_f - k_p)} \quad (\text{III.14})$$

La chaleur massique du nanofluide est exprimée par (Polidori et al. 2007):

$$(\rho C_p)_{nf} = \varphi(\rho C_p)_p + (1 - \varphi)(\rho C_p)_f \quad (\text{III.15})$$

Et la viscosité dynamique est donnée par (Brinkman1952):

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (III.16)$$

III.5 Conditions initiales et aux limites

Pour la condition initiale, on prend :

$$\begin{cases} u' = v' = 0 \\ T' = \frac{1}{2}(T_h + T_c) \quad \text{pour } t' = 0 \end{cases} \quad (III.17)$$

Concernant les conditions aux limites, elles sont résumées dans le tableau III.2.

III.6 Équations adimensionnelles

Le système d'équations précédent (III.8), (III.12 – III.13) et les conditions initiales (III.17) et aux limites (tableau III.2) sont écrites sous une forme dimensionnelle. Pour faciliter l'interprétation des différents termes et donner une plus grande généralité aux solutions de ces équations, on les exprime sous une forme adimensionnelle, c'est-à-dire on réduisant les variables par rapport à des grandeurs de référence qui dépendent du problème étudié en utilisant les variables adimensionnelles du système (III.18) :

$$\begin{cases} (x, y) = \left(\frac{x'}{H}, \frac{y'}{H} \right); \quad t = \frac{t'\alpha_f}{H^2}; \quad (u, v) = \left(\frac{u'H}{\alpha_f}, \frac{v'H}{\alpha_f} \right) \\ \psi = \frac{\psi'}{\alpha_f}; \quad \omega = \frac{\omega'H^2}{\alpha_f}; \quad T = \frac{T' - T_c}{T_h - T_c} \end{cases} \quad (III.18)$$

On obtient le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (III.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - tdr \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - tdr \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (III.20)$$

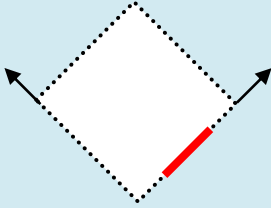
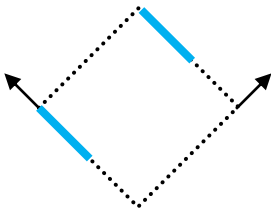
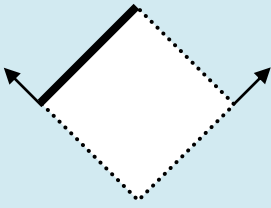
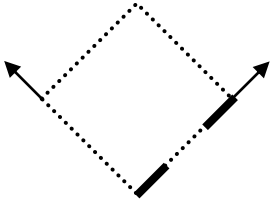
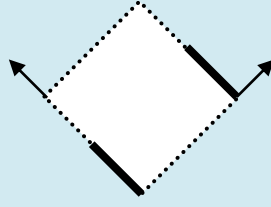
$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u\omega - Prm \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\omega - Prm \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) =$$

$$Ra \cdot Pr \cdot Pnfr \left(\cos \theta \frac{\partial T}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (III.21)$$

L'adimensionnalisation des équations de quantité de mouvement et de l'énergie permet d'obtenir des nombres adimensionnels caractérisant l'écoulement de nanofluide dans l'enceinte.

$$tdr : \text{Rapport des diffusivités thermiques ; } tdr = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} = \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{1}{(1-\varphi) + \varphi \frac{(\rho c_p)_p}{(\rho c_p)_f}} \quad (III.22)$$

Tableau III.2 Conditions aux limites dimensionnelles

Paroi	Coordonnées	conditions
<p>Chaude</p> 	$\begin{cases} y' = 0 \\ x'_p + \frac{h'}{2} > x' > x'_p - \frac{h'}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} u' = v' = 0 \\ T' = T_h \end{cases}$
<p>Froide</p> 	$\begin{cases} x' = 0 \\ x' = L \\ \frac{H'}{2} \leq y' \leq H \end{cases}$	$\begin{cases} u' = v' = 0 \\ T' = T_c \end{cases}$
<p>adiabatique</p> 	$y' = H \text{ et } 0 \leq x' \leq L$	$u' = v' = \frac{\partial T'}{\partial y'} = 0$
<p>adiabatique</p> 	$y' = 0 \text{ et } x'_p - \frac{h'}{2} < x' < x'_p + \frac{h'}{2}$	$u' = v' = \frac{\partial T'}{\partial y'} = 0$
<p>adiabatique</p> 	$\begin{cases} x' = 0 \\ x' = L \\ 0 \leq y' \leq \frac{H'}{2} \end{cases}$	$u' = v' = \frac{\partial T'}{\partial x'} = 0$

Prm : Nombre de Prandtl modifié

$$Prm = \frac{Pr}{(1-\varphi)^{2.5} \left((1-\varphi) + \varphi \frac{\rho_p}{\rho_f} \right)} \quad (III.23)$$

Ra : Nombre de Rayleigh

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu_f\alpha_f} \quad (III.24)$$

Et $Pnfr$: Rapport des paramètres du nanofluide

$$Pnfr = \frac{1}{1 + \frac{\varphi\rho_p}{\rho_f}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\varphi\rho_p}{\rho_f}} \quad (III.25)$$

Concernant la condition initiale, on a :

$$t = 0: u = v = 0, \quad T = \frac{1}{2}$$

III.7 Transfert de chaleur

Le nombre de Nusselt moyen qui caractérise le transfert de chaleur par convection peut être exprimé en termes de variables sans dimension comme suite :

$$Nu = \frac{Q_{convection}}{Q_{conduction}} \quad (III.26)$$

Comme dans (Bejan 1984), les flux de chaleur conducto-convectif à travers les parois adiabatiques sont nuls, donc reste uniquement les flux de chaleur au travers les parois actifs.

Sur la partie de la paroi chaude :

$$Nu = \int_{x_1}^{x_2} \left((\rho C_p)_{nf} v T - \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx \quad (III.27)$$

Sur la partie de paroi froide de gauche :

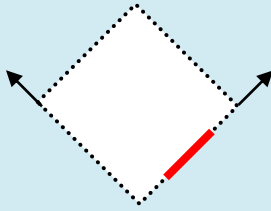
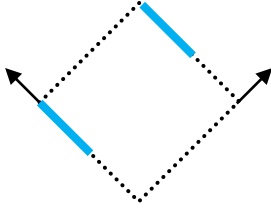
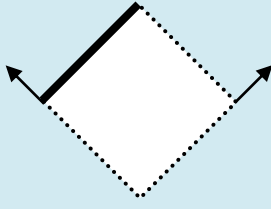
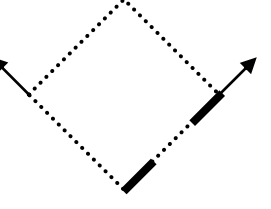
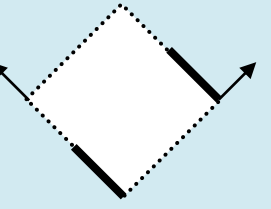
$$Nu = \int_{y_1}^{y_2} \left((\rho C_p)_{nf} u T - \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} dy \quad (III.28)$$

Sur la partie de paroi froide de droite :

$$Nu = \int_{y_1}^{y_2} \left((\rho C_p)_{nf} u T - \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=1} dy \quad (III.29)$$

Les conditions aux limites sont résumées dans le tableau III.3ci-dessous :

Tableau III.3 Conditions aux limites adimensionnelles.

Paroi	Coordonnées	Conditions
<p>Chaude</p> 	$\begin{cases} y = 0 \\ x_p + \frac{h}{2} > x > x_p - \frac{h}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} u = v = 0 \\ T = 1 \end{cases}$
<p>Froide</p> 	$\begin{cases} x = 0 \\ x = L \\ \frac{H}{2} \leq y \leq H \end{cases}$	$\begin{cases} u = v = 0 \\ T = 0 \end{cases}$
<p>adiabatique</p> 	$y = H \text{ et } 0 \leq x \leq L$	$\begin{aligned} u = v = \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 \\ \omega_{i,1} = \omega_{i,m} &= -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \end{aligned}$
<p>adiabatique</p> 	$y = 0 \text{ et } x_p - \frac{h}{2} < x < x_p + \frac{h}{2}$	$\begin{aligned} u = v = \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 \\ \omega_{i,1} = \omega_{i,m} &= -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \end{aligned}$
<p>adiabatique</p> 	$\begin{cases} x = 0 \\ x = L \\ 0 \leq y \leq \frac{H}{2} \end{cases}$	$\begin{aligned} u = v = \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 \\ \omega_{i,j} = \omega_{n,j} &= -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{aligned}$

Sur la paroi froide à la station $x=1$, on prend $y_1 = \frac{1}{2}$ et $y_2 = 1$

Où $(uT - \frac{\partial T}{\partial x})$ est un terme sans dimension, représentant le flux de chaleur net qui passe par un plan vertical d'abscisse x . Pour notre cas on prend :

Sur la paroi chaude à la station $y=0$, on prend $x_1 = \frac{1}{4}$ et $x_2 = \frac{3}{4}$

Sur la paroi froide à la station $x=0$, on prend $y_1 = \frac{1}{2}$ et $y_2 = 1$

III.8 Résolution numérique

III.8.1 Choix du maillage

La résolution numérique des équations traitées dans le modèle mathématique, ainsi que les conditions initiales et aux limites s'effectue en utilisant une méthode aux différences finies. Nous avons choisi un maillage rectangulaire uniforme de $n \times m = 61 \times 61$, ainsi qu'un pas de temps de $\Delta t = 10^{-5}$ dans toute l'étude car il a été vérifié qu'un raffinement au-delà de ces valeurs n'apportait pas de précisions significatives mais au contraire il est sanctionné par des temps de calcul exorbitants.

La figure III.2 montre le maillage utilisé, avec n et m représentent le nombre de nœuds suivant les axes x et y , respectivement. Et le pas d'espace Δx et Δy , considérés uniformes. Le domaine de calcul supposé $(n-1)\Delta x \times (m-1)\Delta y$ les limites du domaine sont ainsi définies par 0 et L par l'axe des x et par 0 et H sur l'axe des y .

Pour chaque nœud situé dans le domaine étudié, les valeurs discrètes des variables x et y peuvent s'écrire :

$$x_i = (i - 1) \times \Delta x \text{ avec } i = 1,2,3, \dots, n \quad (\text{III.30})$$

$$y_j = (j - 1) \times \Delta y \text{ avec } j = 1,2,3, \dots, m \quad (\text{III.31})$$

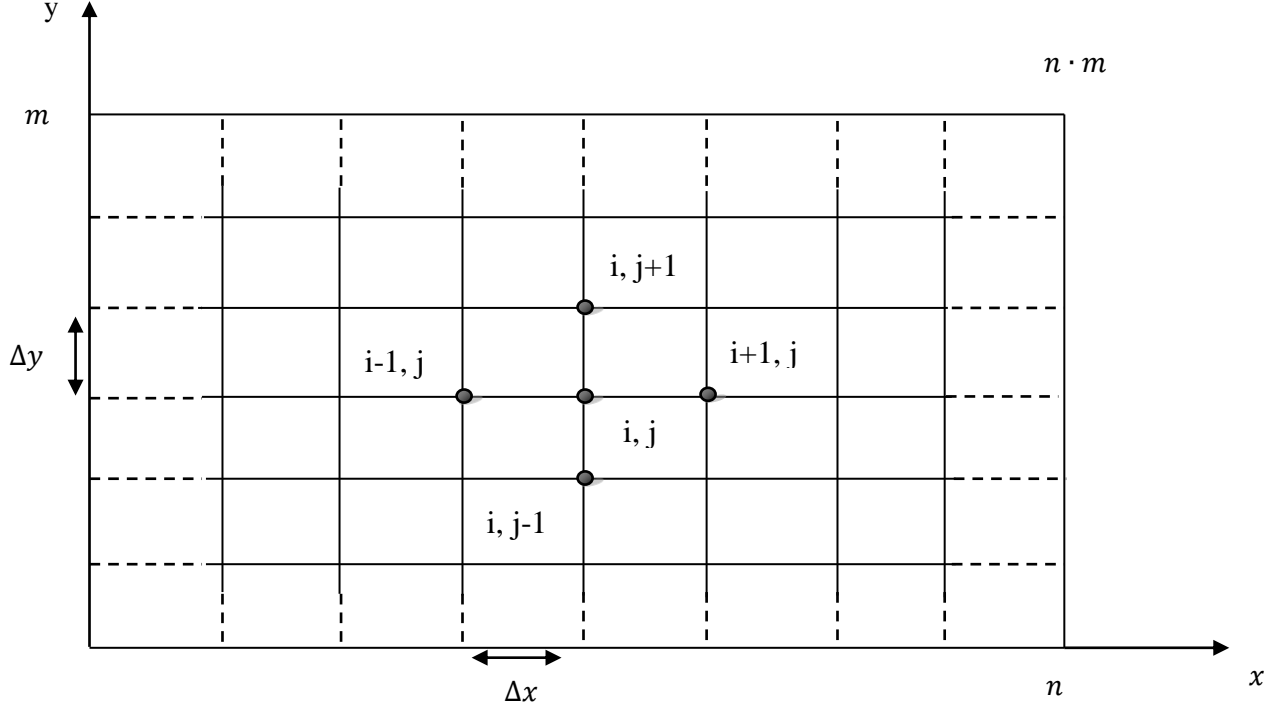


Figure III.2 Maillage utilisé pour la discrétisation du problème.

Les indices i, j indique un point du maillage et l'indice e indique l'incrément du temps. À l'instant t , le pas de temps est $t = e\Delta T$, $(e + 1/2)\Delta T$ pour le premier pas de temps, et $(e + 1)\Delta T$ pour le deuxième demi-pas de temps. Ces indices suffisent pour modéliser le système.

III.8.2 Traitement numérique des équations du modèle physique

III.8.2.1 Discrétisation de l'équation de la chaleur (ADI-method)

1^{er} demi-pas de temps

$$\left(\frac{-u_{i-1,j}^e}{2\Delta x} - \frac{tdr}{\Delta x}\right)T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2tdr}{\Delta x^2}\right)T_{i,j}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{u_{i+1,j}^e}{2\Delta x} - \frac{tdr}{\Delta x^2}\right)T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} = \left(\frac{v_{i,j-1}^e}{2\Delta y} + \frac{tdr}{\Delta y^2}\right)T_{i,j-1}^e + \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2tdr}{\Delta y^2}\right)T_{i,j}^e + \left(\frac{-v_{i,j+1}^e}{2\Delta y} + \frac{tdr}{\Delta y^2}\right)T_{i,j+1}^e \quad (\text{III.32})$$

2nd demi pas de temps

$$-\left(\frac{v_{i,j-1}^e}{2\Delta y} + \frac{tdr}{\Delta y^2}\right)T_{i,j-1}^{e+1} + \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2tdr}{\Delta y^2}\right)T_{i,j}^{e+1} + \left(\frac{v_{i,j+1}^e}{2\Delta y} - \frac{tdr}{\Delta y^2}\right)T_{i,j+1}^{e+1} = \left(\frac{u_{i,j-1}^e}{2\Delta x} + \frac{tdr}{\Delta x^2}\right)T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2tdr}{\Delta x^2}\right)T_{i,j}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-u_{i+1,j}^e}{2\Delta x} + \frac{tdr}{\Delta x^2}\right)T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} \quad (\text{III.33})$$

III.8.2.2 Discrétisation de l'équation de la vorticité (ADI-method)

1^{er} demi-pas de temps

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{-u_{i-1,j}^e}{2\Delta x} - \frac{Prm}{\Delta x^2} \right) \omega_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2Prm}{\Delta x^2} \right) \omega_{i,j}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{u_{i,j+1}^e}{2\Delta x} - \frac{Prm}{\Delta x^2} \right) \omega_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} = \left(\frac{v_{i,j-1}^e}{2\Delta y} + \right. \\
& \quad \left. \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \omega_{i,j-1}^e + \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2Prm}{\Delta y^2} \right) \omega_{i,j}^e + \left(\frac{-v_{i,j+1}^e}{2\Delta y} + \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \omega_{i,j+1}^e + Ra \cdot Pr \cdot \\
Pnfr & \left[\cos \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} \right) - \sin \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta y} \right) \right]
\end{aligned} \tag{III.34}$$

2nd demi pas de temps

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{v_{i,j-1}^e}{2\Delta y} + \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \omega_{i,j-1}^{e+1} + \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2Prm}{\Delta y^2} \right) \omega_{i,j}^{e+1} + \left(\frac{v_{i,j+1}^e}{2\Delta y} - \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \omega_{i,j+1}^{e+1} = \left(\frac{u_{i,j-1}^e}{2\Delta x} + \right. \\
& \quad \left. \frac{Prm}{\Delta x^2} \right) \omega_{i,j-1}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2Prm}{\Delta x^2} \right) \omega_{i,j}^{e+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-u_{i,j+1}^e}{2\Delta x} + \frac{Prm}{\Delta x^2} \right) \omega_{i,j+1}^{e+\frac{1}{2}} + Ra \cdot Pr \cdot \\
Pnfr & \left[\cos \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} \right) - \sin \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta y} \right) \right]
\end{aligned} \tag{III.35}$$

III.8.2.3 Équation des courants (SOR-method)

On utilisant la méthode de surrelaxation successive ; l'équation (III.19) peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned}
& \psi_{i,j}^{q+1} = \psi_{i,j}^q + \frac{\gamma}{2\left(1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\right)} \left\{ \psi_{i+1,j}^q + \psi_{i-1,j}^q + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j+1}^q + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j-1}^q - \right. \\
& 2 \left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \right] \psi_{i,j}^q + \Delta x^2 \omega_{i,j} \left. \right\}
\end{aligned} \tag{III.36}$$

III.8.2.4 Traitement numérique des composantes de la vitesse

Les composantes de la vitesse aux points intérieurs au domaine sont obtenues comme suit :

$$u_{i,j}^e = \left(\frac{\psi_{i,j+1}^e - \psi_{i,j-1}^e}{2\Delta y} \right); \quad v_{i,j}^e = - \left(\frac{\psi_{i+1,j}^e - \psi_{i-1,j}^e}{2\Delta x} \right) \tag{III.37}$$

III.8.2.5 Traitement numérique des conditions initiales et aux limites

Concernant le champ des vitesses :

$$\begin{cases} u_{1,j}^e = u_{n,j}^e = u_{i,1}^e = u_{i,m}^e = 0 & \forall i, j, e \\ v_{1,j}^e = v_{n,j}^e = v_{i,1}^e = v_{i,m}^e = 0 & \forall i, j, e \\ u_{i,j}^0 = 0 & \forall i, j \\ v_{i,j}^0 = 0 & \forall i, j \end{cases} \tag{III.38}$$

Concernant le champ de temperature :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{1,j}^e = 0 \quad \text{pour } j = \frac{m+1}{2}, m-1; e \text{ quelconque} \\ T_{n,j}^e = 0 \quad \text{pour } j = \frac{m+1}{2}, m-1; e \text{ quelconque} \\ T_{i,1}^e = 1 \quad \text{pour } i = \frac{n+3}{4}, \frac{3*n+1}{4}; e \text{ quelconque} \\ T_{i,j}^0 = \frac{1}{2} \quad \text{pour } i = 2, n-1 \text{ et } j = 2, m-1 \end{array} \right. \quad (\text{III.39})$$

Concernant la température sur les parois adiabatiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{i,m}^e = \frac{4T_{i,m-1} - T_{i,m-2}}{3} \\ T_{n,j}^e = \frac{4T_{n-1,j} - T_{n-2,j}}{3} \\ T_{i,1}^e = \frac{4T_{i,2} - T_{i,3}}{3} \\ T_{i,1}^e = \frac{4T_{i,2} - T_{i,3}}{3} \\ T_{1,j}^e = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \end{array} \right. \quad (\text{III.40})$$

Concernant la fonction de courant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{1,j}^e = \psi_{n,j}^e = \psi_{i,1}^e = \psi_{i,m}^e = 0 \quad \forall i, j, e \\ \psi_{i,j}^0 = 0 \quad \forall i, j \end{array} \right. \quad (\text{III.41})$$

III.8.2.6 La vorticité sur les frontières

Pour l'approximation de la vorticité sur les frontières, une formule stable de Woods (Roache 1976) a été utilisée sur toutes les parois. Elle est de la forme suivante :

$$\omega_n = \frac{3(\psi_{w+1} - \psi_w)}{\Delta n^2} + \frac{1}{2}\omega_{w+1} + O(\Delta n^2) \quad (\text{III.42})$$

Il existe d'autres formules comme celle donnée par Kuskova (Novotov 1978) elle est obtenue par un développement en série de Taylor des équations

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{1,j} = \omega_{n,j} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \\ \omega_{i,1} = \omega_{i,m} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \end{array} \right. \quad (\text{III.43})$$

Près des parois.

Et

$$\omega_n = \frac{1}{2\Delta n^2} [7\psi_w - 8\psi_{w+1} + \psi_{w+2}] + O(\Delta n^2) \quad (\text{III.44})$$

Indépendamment de l'orientation de la paroi.

Δn Perpendiculaire à la paroi, l'indice w désigne la paroi.

Nous avons donc pour les quatre parois les formules algébriques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{1,j} = \frac{1}{2\Delta x^2} [7\psi_{1,j} - 8\psi_{2,j} + \psi_{3,j}] \\ \omega_{n,j} = \frac{1}{2\Delta x^2} [7\psi_{n,j} - 8\psi_{n-1,j} + \psi_{n-2,j}] \\ \omega_{i,1} = \frac{1}{2\Delta y^2} [7\psi_{i,1} - 8\psi_{i,2} + \psi_{i,3}] \\ \omega_{i,m} = \frac{1}{2\Delta y^2} [7\psi_{i,m} - 8\psi_{i,m-1} + \psi_{i,m-2}] \end{array} \right. \quad (\text{III.45})$$

II.8.2.7 Le nombre de Nusselt

La conservation de l'énergie impose une égalité à tout instant des nombres de

Nusselt moyens calculés sur les parois chaudes et froides :

$$(Nu_c)_{x=0} + (Nu_c)_{x=1} = (Nu_h)_{y=0} \quad (\text{III.46})$$

L'évaluation du nombre de Nusselt est effectuée par l'utilisation de la méthode de Simpson ou celle des Trapèzes. Notons que les vitesses sur ces parois sont nulles.

$$\text{Sur la partie chaude de la paroi en } y=0, Nu_h = \int_{1/4}^{3/4} \left(-\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial x} \right)_0 dx \quad (\text{III.47})$$

$$\text{Sur la partie froide de la paroi en } x=0, Nu_c = \int_{1/2}^1 \left(-\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 dy \quad (\text{III.48})$$

$$\text{Sur la partie froide de la paroi en } x=1, Nu_c = \int_{1/2}^1 \left(-\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial y} \right)_1 dy \quad (\text{III.49})$$

Le terme $\frac{\partial T}{\partial x}$ est évalué en utilisant une formule de Taylor à trois points, avec une précision d'ordre 2, donnée par :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = -\frac{3T_{1,j} - 4T_{2,j} + T_{3,j}}{2\Delta x} \quad (\text{III.50})$$

Ou une formule de Taylor à deux points, précise à l'ordre un, dans le cas d'un

gradient de température relativement important :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{T_{2,j} - T_{1,j}}{\Delta x} \quad (\text{III.51})$$

III.9 Procédure de calcul

III.9.1 Procédure numérique

A l'aide du code de calcul développé, basé sur celui de (Laouar 2008) les solutions numériques recherchées ont été obtenues à l'aide d'un schéma aux différences finies : différences finies centrées pour l'approximation des dérivées spatiales et des différences finies progressives (en avant) pour les dérivées temporelles. La procédure générale de résolution est la suivante :

Première itération :

- nous supposons connus à l'instant initial le champ de température, de vortacité et de vitesse ainsi que les conditions sur les frontières.
- Nous résolvons l'équation de la chaleur, en supposant le champ des vitesses constant durant le pas de temps considéré. Ce qui donne une première estimation du champ de température.
- Nous résolvons l'équation de la vortacité, en supposant le gradient de température et le champ des vitesses constants. Nous avons donc une première estimation de la vortacité à l'intérieur du domaine.
- La résolution de l'équation de continuité donne la fonction de courant en chaque nœud du domaine.
- Nous pouvons estimer alors les valeurs de la vortacité sur les frontières ainsi que le champ des vitesses.
- A ce niveau, nous remplaçons les valeurs numériques des vitesses par leurs moyennes arithmétiques calculées à cet instant Δt et données au début de l'itération.

Seconde itération :

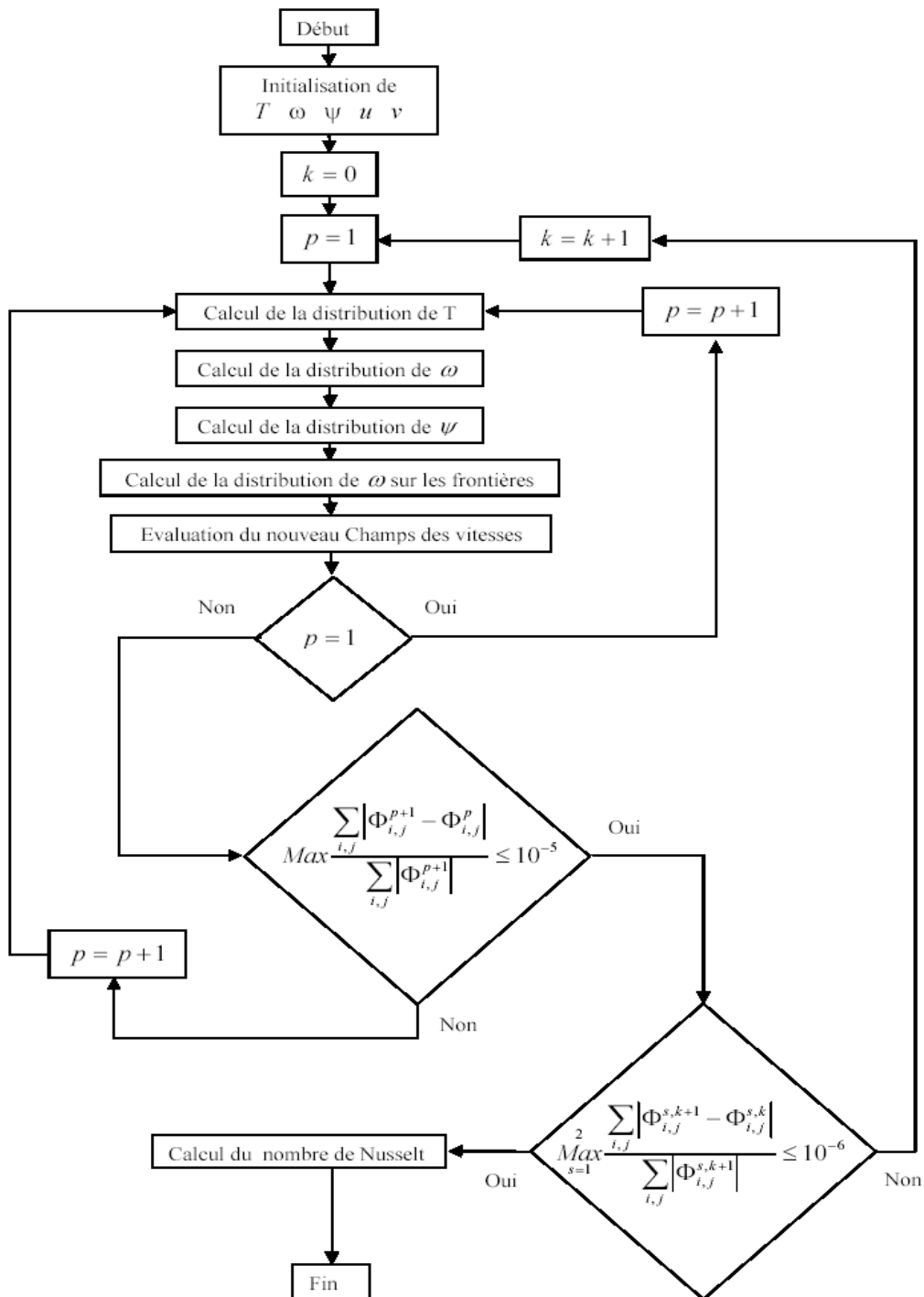
- Nous répétons les cinq étapes précédentes en injectant les nouvelles valeurs estimées des vitesses. A la fin de la cinquième étape, nous avons une nouvelle approximation des champs de température et de vortacité.
- Nous appliquons le test de convergence :

$$Max \frac{\sum_{i,j} |\Phi_{i,j}^{q+1} - \Phi_{i,j}^q|}{\sum_{i,j} |\Phi_{i,j}^{q+1}|} \leq 10^{-5}$$

Où Max définit la valeur maximale dans cette expression quand on remplace Φ par T ou ω successivement et q l'incrément.

- Si le test de convergence est satisfaisant, on arrête le processus itératif et on commence un nouveau pas de temps avec les nouvelles conditions sur les champs de température et de vorticité calculés au pas de temps antérieur.

III.9.2 Organigramme de calcul



III.10 Validation du code de calcul

Pour vérifier la fiabilité des résultats obtenus par l'algorithme développé au cours de cette recherche, nous allons présenter une validation avec les résultats de la littérature concernant l'étude de la convection naturelle au sein des cavités remplies par le fluide pur d'une part, et avec le nanofluide d'autre part.

La figure III.3 et le tableau III.4 sont relatifs au cas de la convection naturelle au sein d'une cavité remplie par le fluide pur, la distribution de la température au centre de la cavité issue par le présent code (figure III.3) est en accord avec les résultats expérimentaux de (Krane et Jessee 1983) ainsi qu'avec les résultats numériques de (Oztop et Abu Nada 2008 ; Khanafer et al. 2003). D'après le tableau III.4 aussi, il y a une concordance concernant le nombre de Nusselt moyen.

Pour le cas de la convection naturelle de nanofluide, la validation a été faite avec les résultats présentés par (Oztop et Abu Nada 2008) au sein d'une cavité différentiellement chauffée. Le profil de la vitesse vertical au plan médian de la cavité fig.III.4 pour $Ra = 10^5$, $h = 0.5$, $Y_p = 0.5$ obtenu par (Oztop et Abu Nada 2008) est superposé à celui obtenu par le présent code, d'après cette illustration il est évident que la comparaison est jugée très satisfaisante. La figure III.5 représente la variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction de la fraction volumique de nanoparticules (Cu, Al_2O_3 et TiO_2) pour les différents valeurs du nombre de Rayleigh ($10^3, 10^4, 10^5$). D'après cette figure, il est clair que nos résultats sont en bon accord avec ceux obtenu par (Oztop et Abu Nada 2008).

Tableau III.4

Comparaison en termes de nombre de Nusselt moyen.

Ra	(Oztop et Abu Nada 2008)	(Khanafer et al. 2003)	(Davis 1983)	(Tiwari et Das 2007)	(Esmail 2013)	(Barakos et Mitsoulis 1994)	Présente étude
10^3	1.120	1.118	1.118	1.087	1.118	1.114	1.117
10^4	2.250	2.245	2.243	2.195	2.247	2.245	2.241
10^5	4.644	4.522	4.519	4.450	4.543	4.510	4.510
10^6	8.875	8.826	8.799	8.803	8.884	8.806	8.829

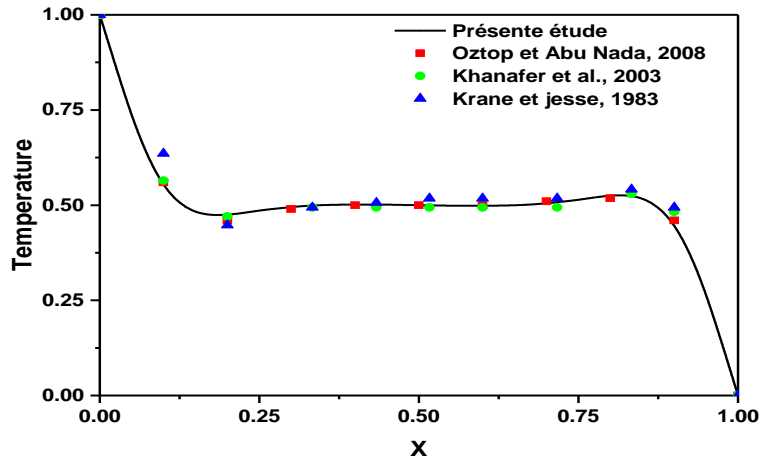


Figure III.3 Distribution de la température au centre de la cavité; $Ra = 1,89 \times 10^5$, $Pr = 0.71$.

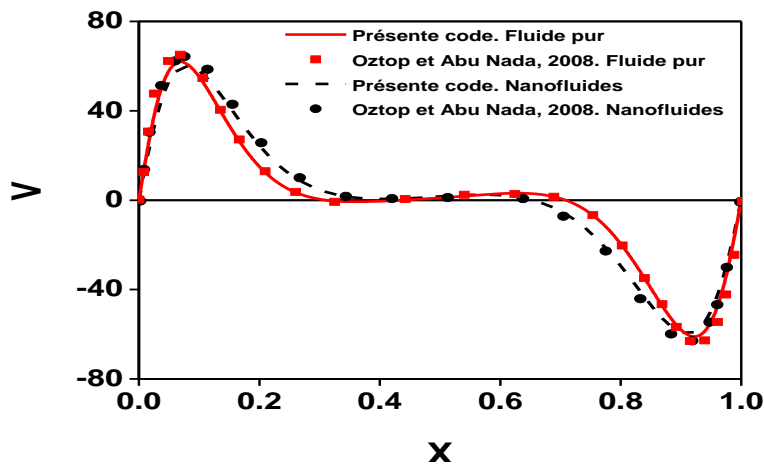


Figure III.4 Profil de vitesse dans le plan médian horizontal de l'enceinte; $Ra = 10^5$, $h = 0.5$, $y_p = 0.5$.

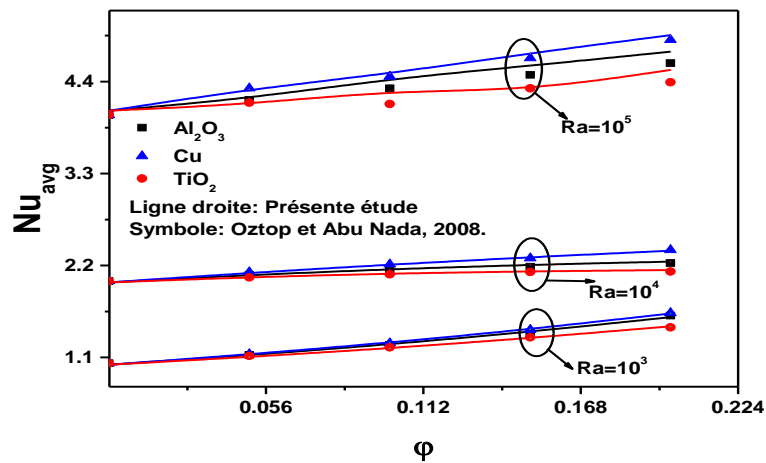


Figure III.5 Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique.

Chapitre IV : Applications et Analyse des données

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter un résumé des résultats pour les différents travaux effectués pendant la réalisation de cette recherche. L'objectif principal été de vérifier l'effet de l'inclusion des nanoparticules sur le développement de la convection naturelle au sein d'une cavité fermé (transition à la 1^{er} bifurcation du nanofluide Cu-eau pour un angle d'inclinaison de 30° (Boudjeniba et Laouar 2018) et l'autre vers l'état chaotique pour une inclinaison de 45° (Boudjeniba et al. 2019). D'autres facteurs (fraction volumique en nanoparticule, corrélations utilisées pour l'évaluation de la conductivité thermique et la viscosité dynamique, facteur de forme, nombre de Rayleigh) affectent le transfert de chaleur ont également été analysés (Boudjeniba et Laouar 2019 ; Boudjeniba et al. 2015). Les résultats de simulation sont présentés par les champs hydrodynamiques et thermiques, ainsi que les variations locales et globales du nombre de Nusselt.

IV.2 Cas du nanofluide Cu-eau: transition vers la convection naturelle chaotique

Les résultats présentés dans cette étude numérique (Boudjeniba et al. 2019) sont relatifs à l'évolution de la convection naturelle de nanofluide (*Cu – eau*) dans une cavité carrée fermée inclinée d'un angle de 45° par rapport au plan horizontal, et ceci pour les différentes valeurs de la fraction volumique (des fractions de $\varphi = 0.1$ et $\varphi = 0.2$ ont été employées en plus du cas de fluide pur (c.-à-d. l'eau $\varphi = 0$)).

On vise à comprendre l'influence de l'ajout de nanoparticules à un fluide ordinaire (l'eau) sur le développement de la convection naturelle pour le modèle physique choisi. Un code de calcul a été utilisé afin de pouvoir résoudre le système d'équations régissant. Un maillage uniforme de 61x61 nœuds a été considéré et juger suffisant pour cette étude. Une validation de nos résultats avec ceux de la littérature est effectué, afin d'évaluer l'effet de la fraction volumique de nanoparticule en continuant d'augmenter le paramètre de contrôle (le nombre de Rayleigh).

En effet, dans le but d'identifier la route vers la convection naturelle instationnaire au sein de la cavité, nous avons tracé les lignes de courant et les

isothermes utilisant le logiciel Tecplot.360. Ainsi, Origin.15 a été utilisé afin d'analyser et traiter les différents signaux temporels enregistrés lors de la simulation.

IV.2.1 La transition convection stationnaire – convection périodique

Dans la figure IV.1, nous avons tracé l'évolution du signal temporel correspond à la fonction de courant au milieu de l'enceinte (première colonne), en plus des contours isothermes et isocourant dans la deuxième et la troisième colonne, respectivement. Sachant que, la première ligne se réfère au fluide pur ($Ra = 8.20 \times 10^4$), la deuxième ligne pour le nanofluide Cu-eau avec $\varphi = 0.1$ et $Ra = 1,91 \times 10^5$ et la troisième ligne pour le nanofluide Cu-eau avec $\varphi = 0.2$ et $Ra = 4,52 \times 10^5$. Comme indiqué par cette figure, le signal temporel montre une forte variation, puis tend vers une limite asymptotique du mode de transfert thermique stationnaire. Notons que, tous les paramètres physiques du système suivent cette évolution pour tous les cas étudiés. De plus, aucune fréquence n'est évidente dans le spectre de Fourier pour ce régime stationnaire.

D'après les figures correspondantes aux lignes de courant, on observe dans tous les cas une dominance des écoulements monocellulaires, tandis qu'au centre de l'enceinte on observe la formation d'une petite cellule de forme ovale qui grandit proportionnellement avec la fraction volumique, et tourne dans le sens anti-horaire. En revanche, dans le dernier cas, (c à d $\varphi = 0.2$), on observe l'apparition d'une zone de recirculation au sommet de l'enceinte caractérisée par un petit vortex tournant cette fois dans le sens horaire. Les isothermes correspondantes pour chaque cas montrent les caractéristiques d'un régime conductif car elles sont réparties perpendiculairement aux parois adiabatiques. La stationnarité du système peut être confirmée par la disposition de la trajectoire du plan de phase (T_{mid}, ψ_{mid}) , la figure IV.2 montre qu'il s'agit d'un attracteur point limite pour les trois cas.

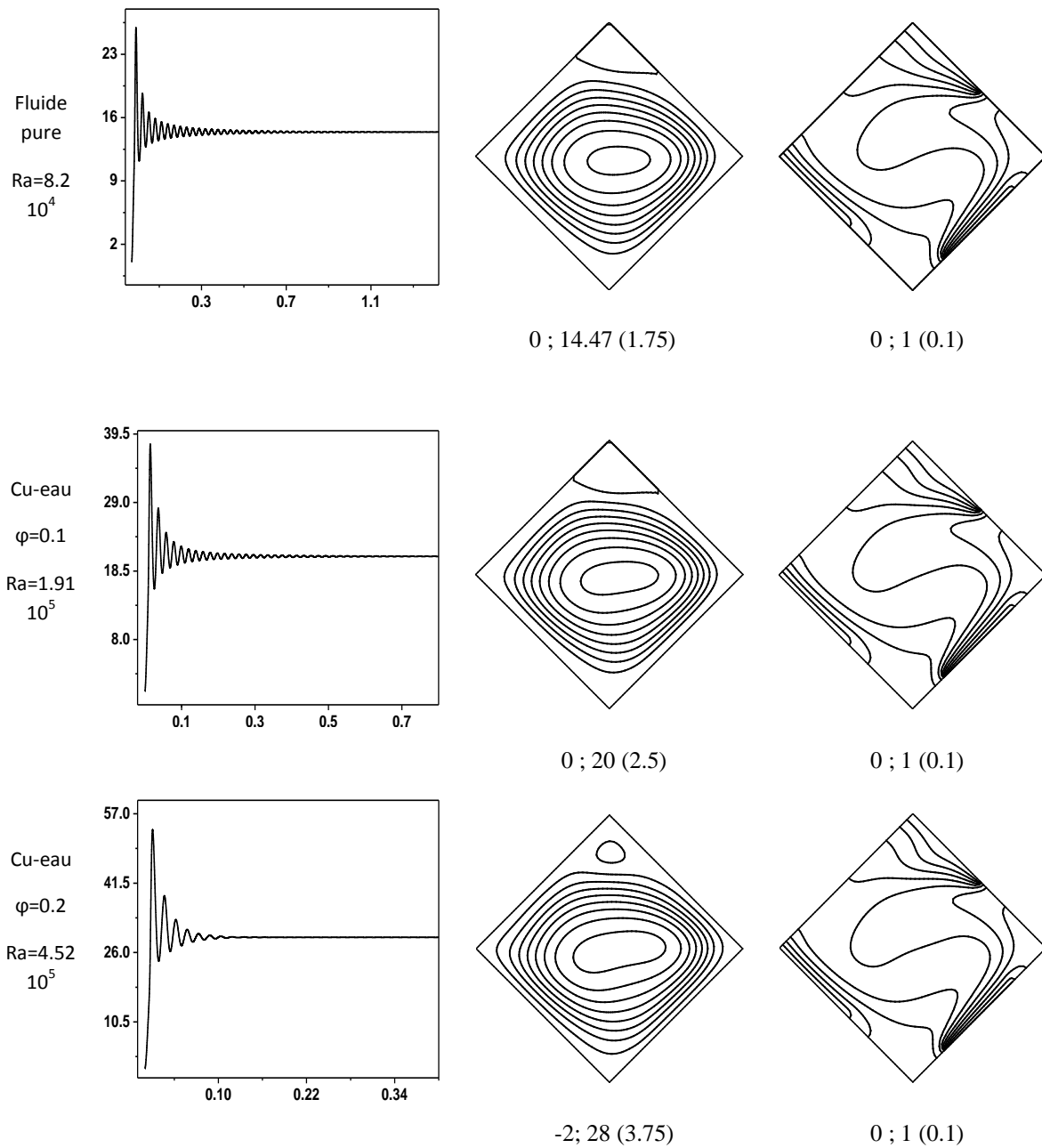


Figure IV.1 Évolution temporelle au milieu de l'enceinte pour la fonction de courant (colonne 1), les lignes de courant (colonne 2) et les isothermes (colonne 3).

Les isothermes sont équidistants de la paroi chaude ($T = 1$) à la paroi froide ($T = 0$), avec un écart de 0,1. Pour les lignes de courant, le premier nombre donne la valeur maximale de la ligne de courant, la seconde la valeur minimale et la troisième l'écart entre deux lignes de courant successives.

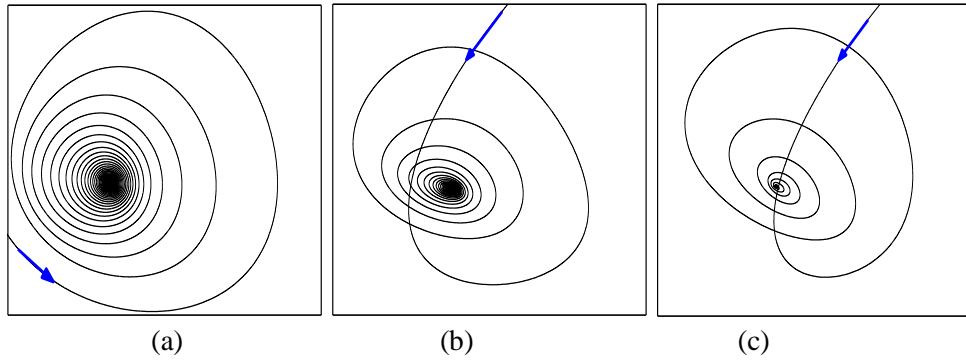


Figure IV.2 Trajectoire de l'espace de phase dans le plan (T_{mid}, ψ_{mid})

- (a) Fluide pur ($Ra = 8.20 \times 10^4$);
- (b) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$ ($Ra = 1.91 \times 10^5$);
- (c) Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$ ($Ra = 4.52 \times 10^5$).

En augmentant le nombre de Rayleigh, le comportement du système passe d'un état qualitatif à un autre (l'attracteur était un point limite et devient un cycle limite). On le clarifie que malgré l'augmentation du nombre de Rayleigh, la fréquence du cycle reste quasiment invariante, ainsi que le temps de calcul nécessaire pour obtenir la limite asymptotique deviennent plus longs près de cette valeur. Nous avons observé aussi que le signal temporel de la fonction de courant (première colonne de la figure IV.3) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh concernant les deux cas (fluide pur et nanofluide) devient périodique. De plus, la trajectoire de l'espace de phase (deuxième colonne de la fig IV.3) à la même valeur du nombre de Rayleigh pour chaque cas confirme l'existence d'un cycle limite représentant le portrait de phase de la fonction de courant par rapport à la température au milieu de l'enceinte (T_{mid}, ψ_{mid}) . La dernière colonne de la fig IV.3 illustre les spectres d'amplitude, observons l'existence d'une seule composante de fréquence adimensionnelle $f = 34.17$; 52.49 ; 85.44 pour le fluide pur, Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$ et Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$, respectivement, par conséquent l'écoulement est périodique.

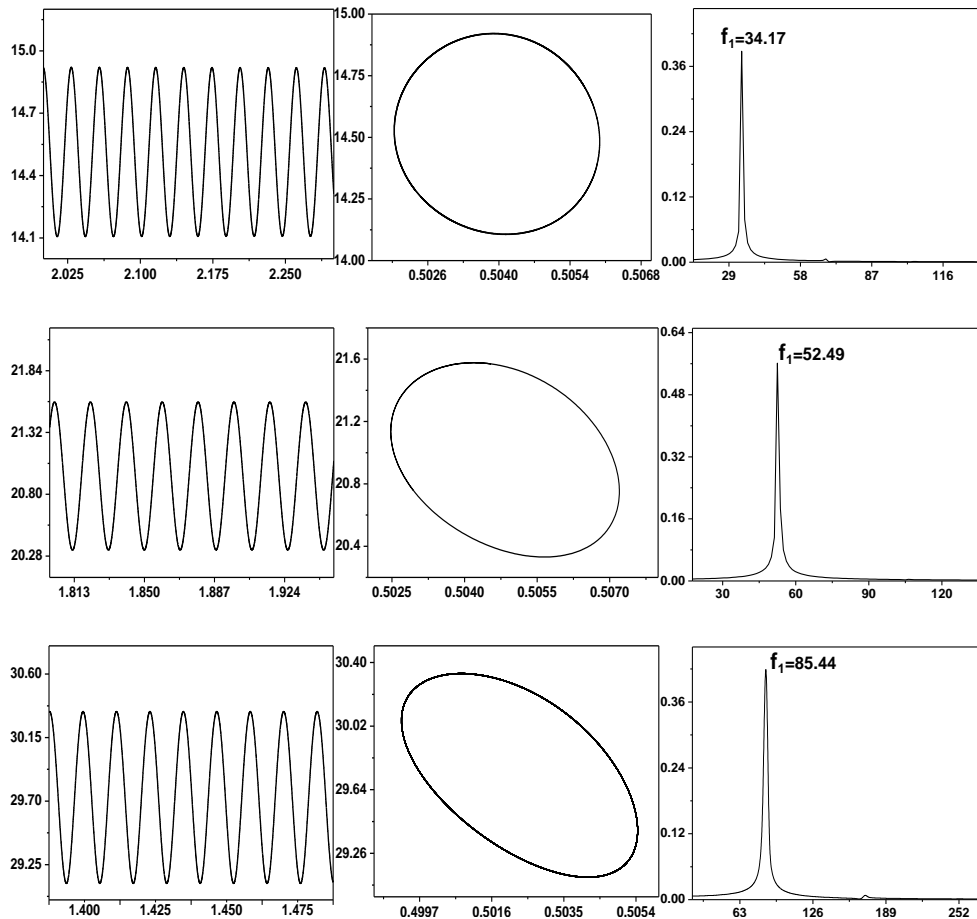


Figure IV.3 Représentations de: ψ_{mid} signal temporel; portrait de phase (T_{mid}, ψ_{mid}); et spectre d'amplitude, respectivement pour le fluide pur (1^{er} ligne; $Ra = 8.40 \times 10^4$), Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.1$ (2^{eme} ligne; $Ra = 1.97 \times 10^5$), Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.2$ (3^{eme} ligne avec $Ra = 4.60 \times 10^5$).

IV.2.1.1 La bifurcation vers la périodicité

On a continué d'augmenter le nombre de Rayleigh jusqu'à l'obtention d'une convection de type périodique ; juste avant atteindre le régime périodique on cherche à trouver la valeur critique du nombre de Rayleigh là où on observe un changement complet de comportement du régime stationnaire vers périodique ce qu'on appelle la bifurcation.

Le terme bifurcation est généralement associé à la notion de changement du type topologique de la trajectoire d'un système dynamique lorsqu'un ou plusieurs paramètres dont elle dépend varient (Bergé et al. 1988).

Il suffira donc de mentionner les deux propriétés cardinales du cycle limite dans le voisinage du point où se produit une telle bifurcation :

- a. L'amplitude du cycle est proportionnelle à $|(Ra - Ra_c)^{1/2}|$, c'est-à-dire croit comme la racine carrée de l'écart au point de bifurcation. Cette condition est vérifiée d'après les figures IV.4 (a, c, e).
- b. Par ailleurs, il est possible de démontrer que la période des oscillations est, en revanche, indépendante de cet écart, du moins en première approximation. Dans notre cas ; cette condition est vérifiée c'est-à-dire la fréquence est constante quel que soit le nombre de Rayleigh d'après les figures IV.4 (b, d, f).

Les figures IV.4 (a, c, e) montrent que la variation d'amplitude en fonction de $|(Ra - Ra_c)^{1/2}|$ est linéaire ; les figures IV.4 (b, d, f) montrent que lorsque Ra augmente, la fréquence du cycle reste quasiment invariant. D'après les deux caractéristiques décrites précédemment, on peut dire qu'on a une bifurcation de Hopf près de $Ra = 8.35 \times 10^4$ pour le fluide pur, et $Ra = 1.95 \times 10^5$ (Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.1$) et $Ra = 4.56 \times 10^5$ (Cu-nanofluid avec $\varphi = 0.2$).

Ces résultats indiquent que la bifurcation de Hopf qui traduit la transition du point fixe vers le cycle limite est surcritique (Bergé et al. 1988).

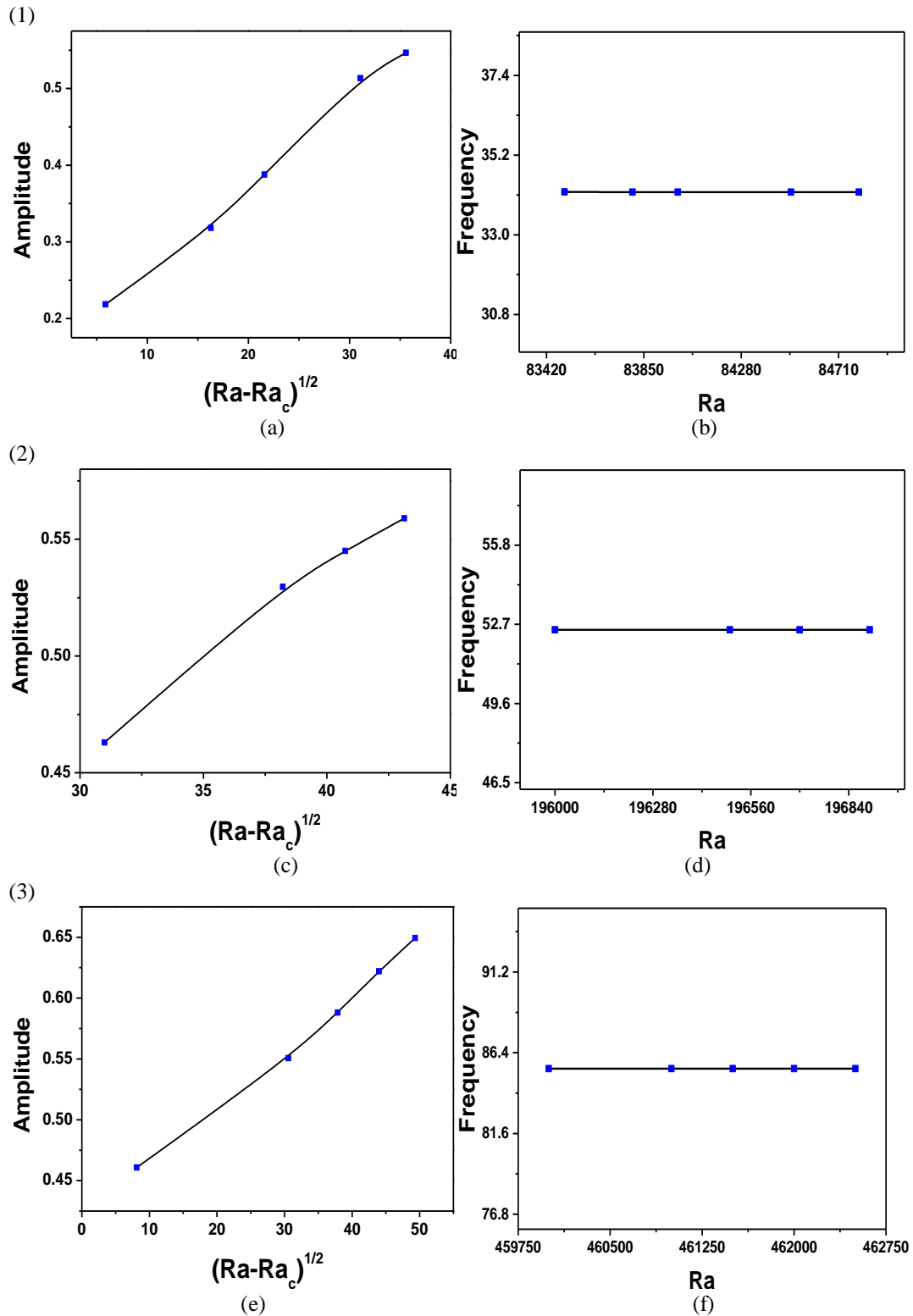


Figure IV.4 L'amplitude d'oscillation de la fonction de courant au centre de la cavité en fonction de $\sqrt{|(Ra - Ra_c)|}$ au voisinage de point de bifurcation. (1) fluide pur, (2) Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.1$, (3) Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.2$.

IV.2.1.2 La convection périodique

La figure IV.5 représente, les lignes de courant pour: (a) fluide pur ($Ra = 8,45 \times 10^4$), (b) Cu-nanofluides avec $\varphi = 0.1$ ($Ra = 2,0 \times 10^5$), (c) Cu-nanofluides avec $\varphi = 0.2$ ($Ra = 4,64 \times 10^5$) aux moments spécifiques des cycles (se référer à 1-5, à partir de la figure IV.6 (a, c, e)) concernant les signaux de fonction de courant au milieu de l'enceinte. Nous observons la création d'une petite cellule ovale au centre de l'enceinte tournant dans le sens anti-horaire, puis disparaît avant d'atteindre la fin du cycle. De plus, pour le cas IV.5 (c), on note la présence d'une petite cellule tournant cette fois-ci au sens horaire. D'après les figures IV.6 (b), IV.6 (d) l'écoulement est caractérisé par la présence d'une seule fréquence fondamentale; en revanche ; la fig IV.6 (f) montre la présence d'une harmonique en plus de la fréquence de base. Au travers ces résultats, il est tout à fait clair que le système physique a un comportement périodique.

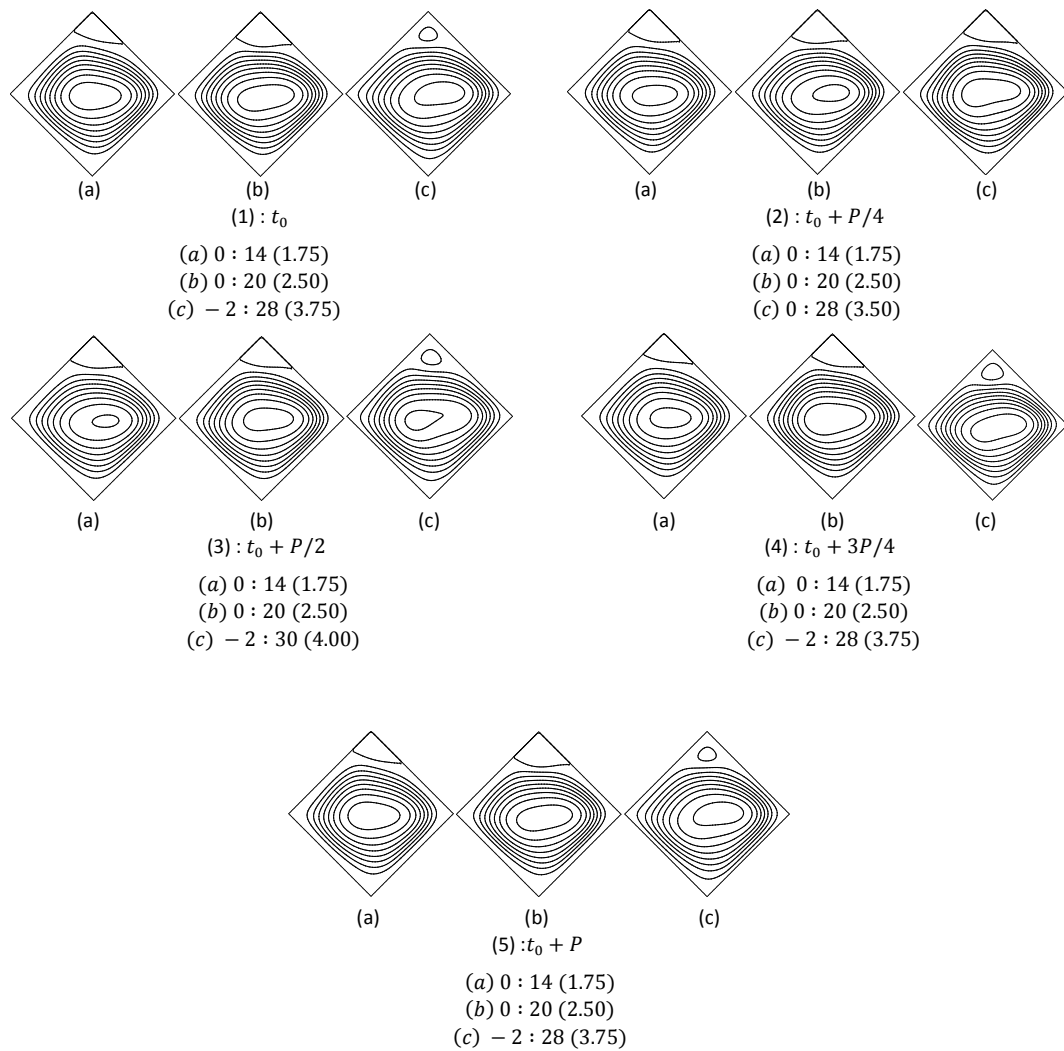


Figure IV.5 Représentations des lignes de courant pendant une période donnée ;

(a) fluide pur à $Ra = 8.45 \times 10^4$, (b) Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.1$ et $Ra = 2.0 \times 10^5$, (c) Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.2$ et $Ra = 4.64 \times 10^5$.

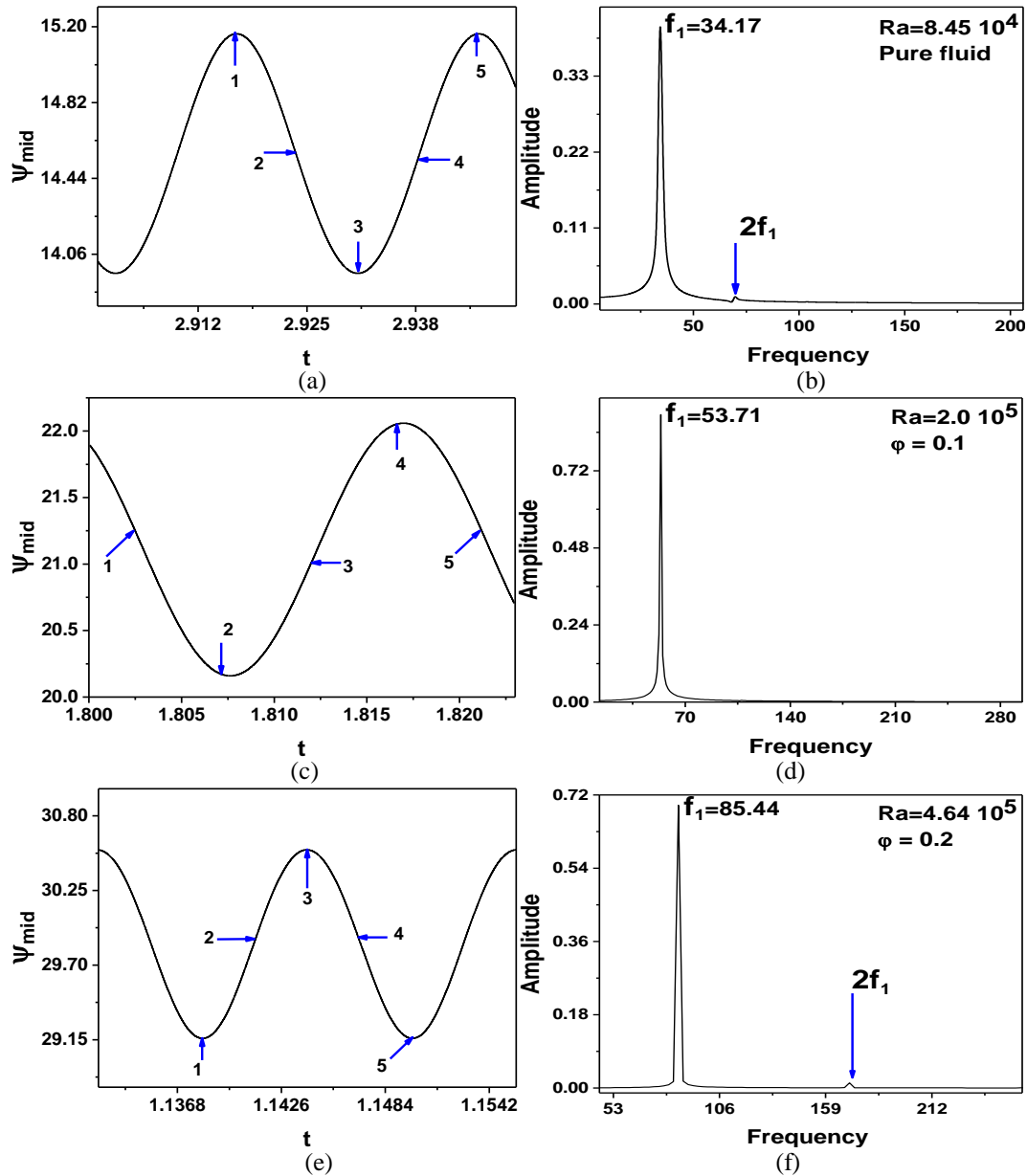


Figure IV.6 Chronologies temporelles pour le signal temporel de la fonction de courant dans une période et le spectre d'amplitude pour :
 fluide pur, Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.1$, et Cu-nanofluide avec $\varphi = 0.2$.

IV.2.2 Bifurcation au chaos

Les séquences de bifurcation observées numériquement jusqu'à l'apparition du chaos sont représentées sur la figure IV.7 (fluide pur), figure IV.8 (nanofluide Cu-eau avec $\varphi = 0.1$) et figure IV.9 (nanofluide Cu-eau avec $\varphi = 0.2$), où: la première colonne représente l'évolution temporelle de la température au milieu de l'enceinte, le spectre d'amplitude de la fonction de courant à la deuxième colonne, nous notons que la méthode FFT est utilisée pour évaluer les amplitudes dans le domaine fréquentiel, principalement 2^{13} et 2^{14} points ont été extraits des signaux temporels afin de calculer

enfin le spectre d'amplitude. Finalement, la troisième colonne montre la trajectoire de l'espace de phase dans le plan (T_{mid}, ψ_{mid}) .

IV.2.2.1 Bifurcation pour le fluide pur

Selon la figure IV.7, les spectres d'amplitude de fréquence pour $Ra = 8,70 \times 10^4$ (première ligne) montrent une valeur adimensionnelle de la fréquence fondamentale de l'ordre de 35,4 ainsi qu'une harmonique significative de ce pic. De plus, la trajectoire de l'espace des phases est un cycle limite, correspondant à un état périodique, relatif au signal temporel de la température au milieu de la cavité.

Au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmentait, nous observons dans la deuxième ligne à $Ra = 8,25 \times 10^6$ que le spectre d'amplitude résultant de la méthode FFT comprend une seconde fréquence f_2 . On note que le rapport f_1/f_2 est irrationnel; nous parlons dans cette situation d'incommensurabilité, donc l'attracteur est un tore T^2 . Comme prévu, cette deuxième bifurcation se produit pour le nombre Rayleigh compris dans l'intervalle $[8,0625 - 8,125] \times 10^6$.

Le mode quasi périodique avec deux fréquences incommensurables observables est toujours présent pour $Ra = 9,70 \times 10^6$ (troisième ligne), où $f_1 = 629,882$; $f_2 = 463,867$ et tous les pics sont: $f_1 - f_2$; $2(f_1 - f_2)$; $2f_1, f_1 + f_2$. Le portrait de phase à son tour montre une trajectoire épaisse relative à un régime quasi périodique (Bergé et al. 1988).

La transition du régime quasi-périodique au régime chaotique peut être clairement visualisée dans la quatrième et cinquième ligne, avec Rayleigh dans le domaine $[1.0 - 1.20] \times 10^7$, apparemment le signal temporel de température montre une évolution non périodique, en plus la trajectoire du plan de phase est complètement perturbée. Quant à l'amplitude du spectre, nous observons une allure continue, une situation similaire caractérisant tous les régimes chaotiques (Bergé et al. 1988).

IV.2.2.2 Bifurcation pour le nanofluide Cu-eau

Explorons dans cette partie la route vers le régime chaotique emprunté par l'eau contenant des nanoparticules de cuivre pour deux valeurs de la fraction volumique ($\varphi = 0.1 ; 0.2$) et examinons l'influence d'addition des nanoparticules sur le mode d'écoulement et essayons de le comparer avec le cas de base, c'est-à-dire l'eau qui est présentée dans la première partie.

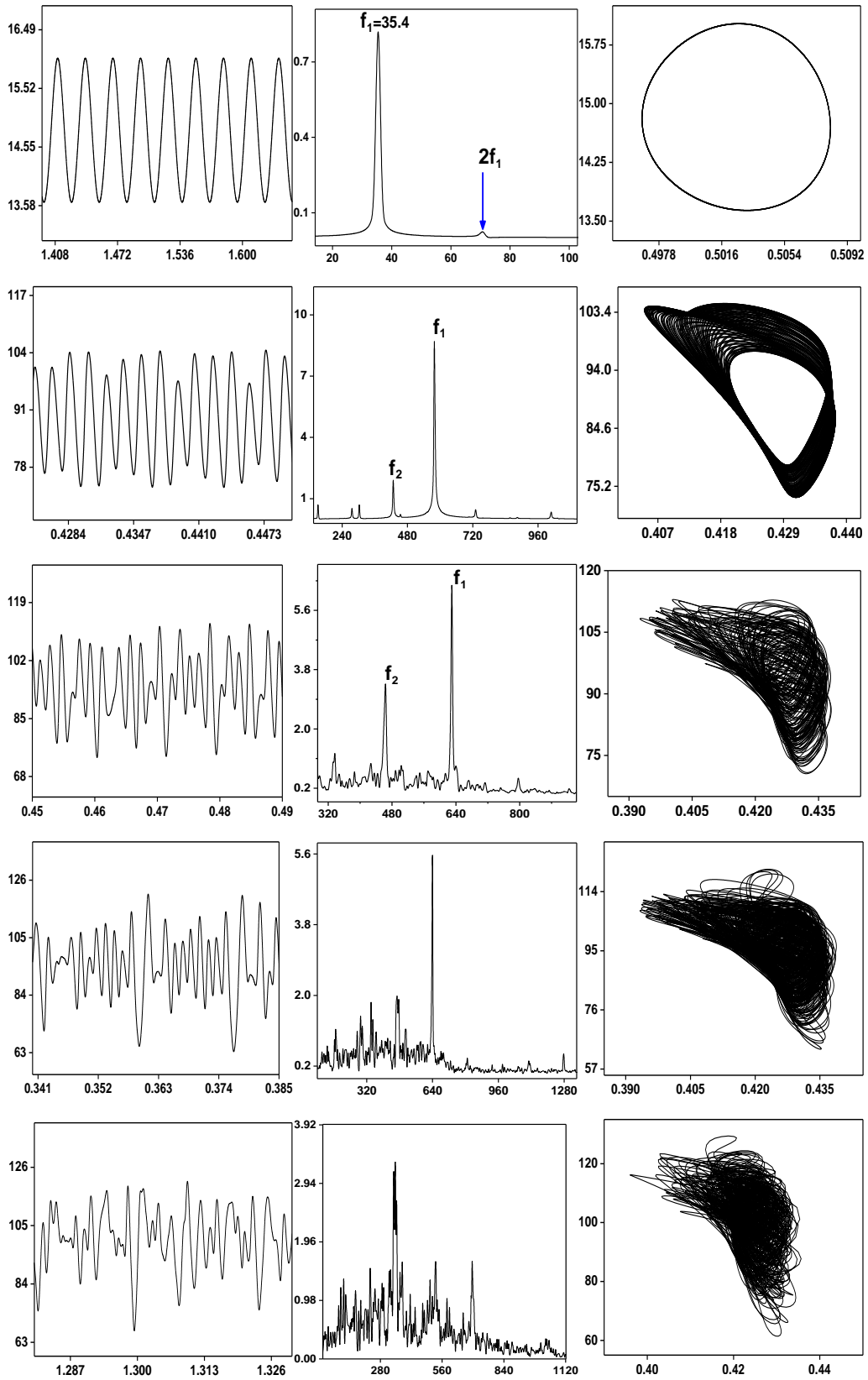


Figure IV.7 Séquences de bifurcation au chaos pour le fluide pur.

IV.2.2.2.1 Nanofluide Cu-eau avec $\varphi = 0.1$

D'après la figure IV.8, les spectres d'amplitude de fréquence pour $Ra = 1,97 \times 10^5$ (première ligne) montrent la présence d'une fréquence fondamentale non-dimensionnelle de l'ordre de 52,49 ; puisque le signal temporel de température au milieu de l'enceinte a une évolution périodique, mais aucune harmonique significative n'est évidente. De plus, la trajectoire de l'espace de phase est un cycle limite, correspondant à un état périodique.

À $Ra = 10^6$, (c'est-à-dire, deuxième ligne de la fig IV.8), nous observons que l'écoulement est strictement périodique contenant une fréquence fondamentale $f_1 = 166$. De même, on note l'apparition d'une seule harmonique avec une valeur doublée par rapport à la fréquence fondamentale. Comme le nombre de Rayleigh est augmenté à 1.109×10^7 , nous observons dans la troisième ligne deux fréquences distinctes ayant un rapport irrationnel, auquel le mode périodique soumet une deuxième transition conduisant à un tore T^2 . Dans ce cas, les harmoniques sont obtenues à partir de leurs combinaisons linéaires. À ce stade, l'écoulement est quasi-périodique comme prévu, puisque la deuxième bifurcation se produit pour le nombre de Rayleigh inclus dans l'intervalle $[1.0615 - 1.109] \times 10^7$.

Le mode quasi périodique avec deux fréquences incommensurables observables est toujours présentes pour $Ra = 1,35 \times 10^7$ (quatrième ligne), où $f_1 = 603,02$; $f_2 = 390,62$ et tous les pics sont: $f_1 - f_2$; $2f_2 - f_1$; $2f_1$; $f_1 + f_2$. Le portrait de phase montre une trajectoire fermée et épaisse caractérisant le régime quasi-périodique (Bergé et al. 1988 ; Paolucci et Chenoweth 1989).

L'état chaotique est apparait pour un nombre de Rayleigh, $Ra > 1,35 \times 10^7$, l'amplitude dans la dernière ligne où $Ra = 1,40 \times 10^7$ a une nature continue semblable à la caractéristique présentée par tous les régimes chaotiques (Bergé et al. 1988 ; Nayfeh et Balachandran 2004 ; Williams 1997). Nous notons également que le signal de température est non périodique.

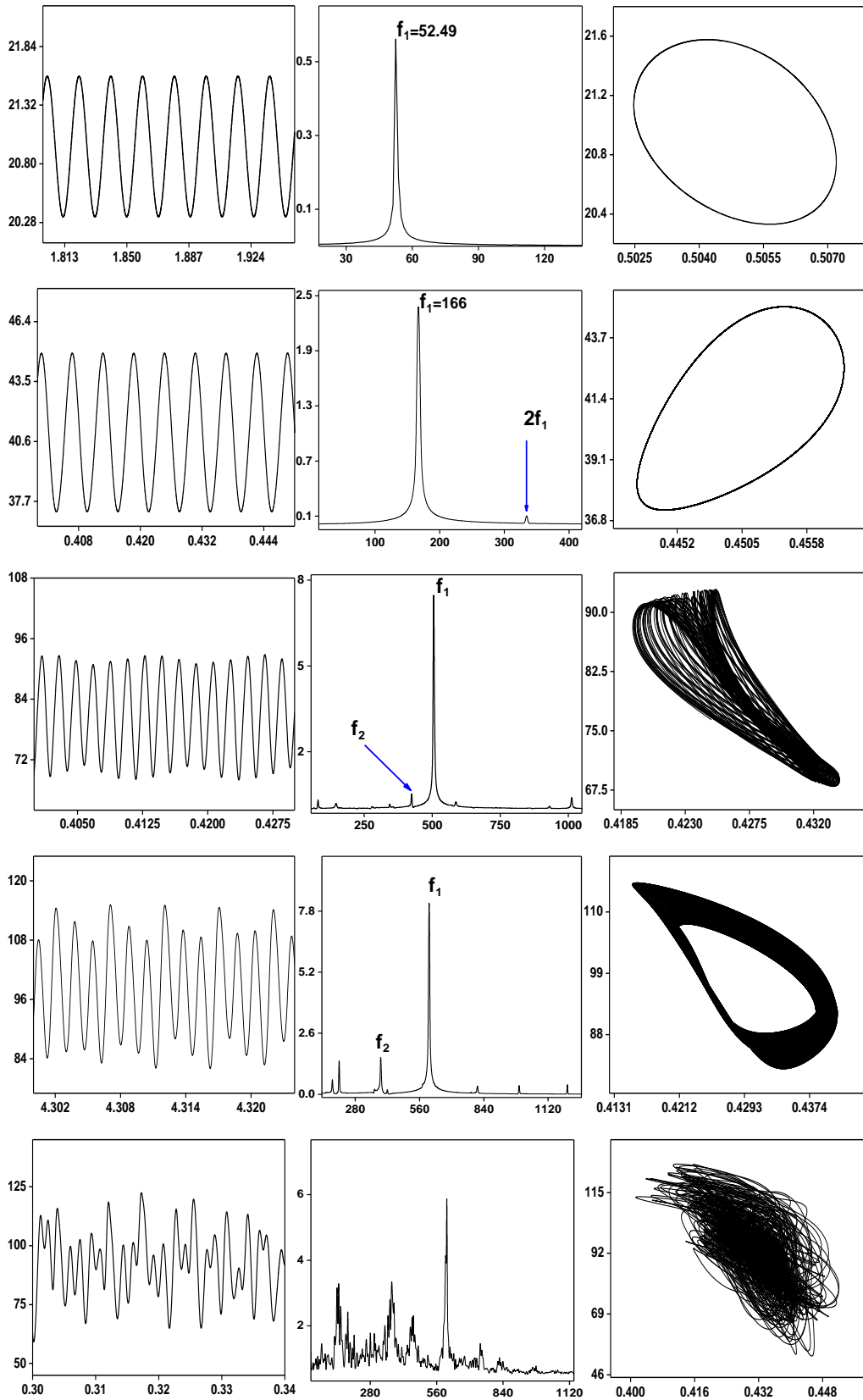


Figure IV.8 Séquences de bifurcation pour Cu-eau avec $\varphi = 0.1$.

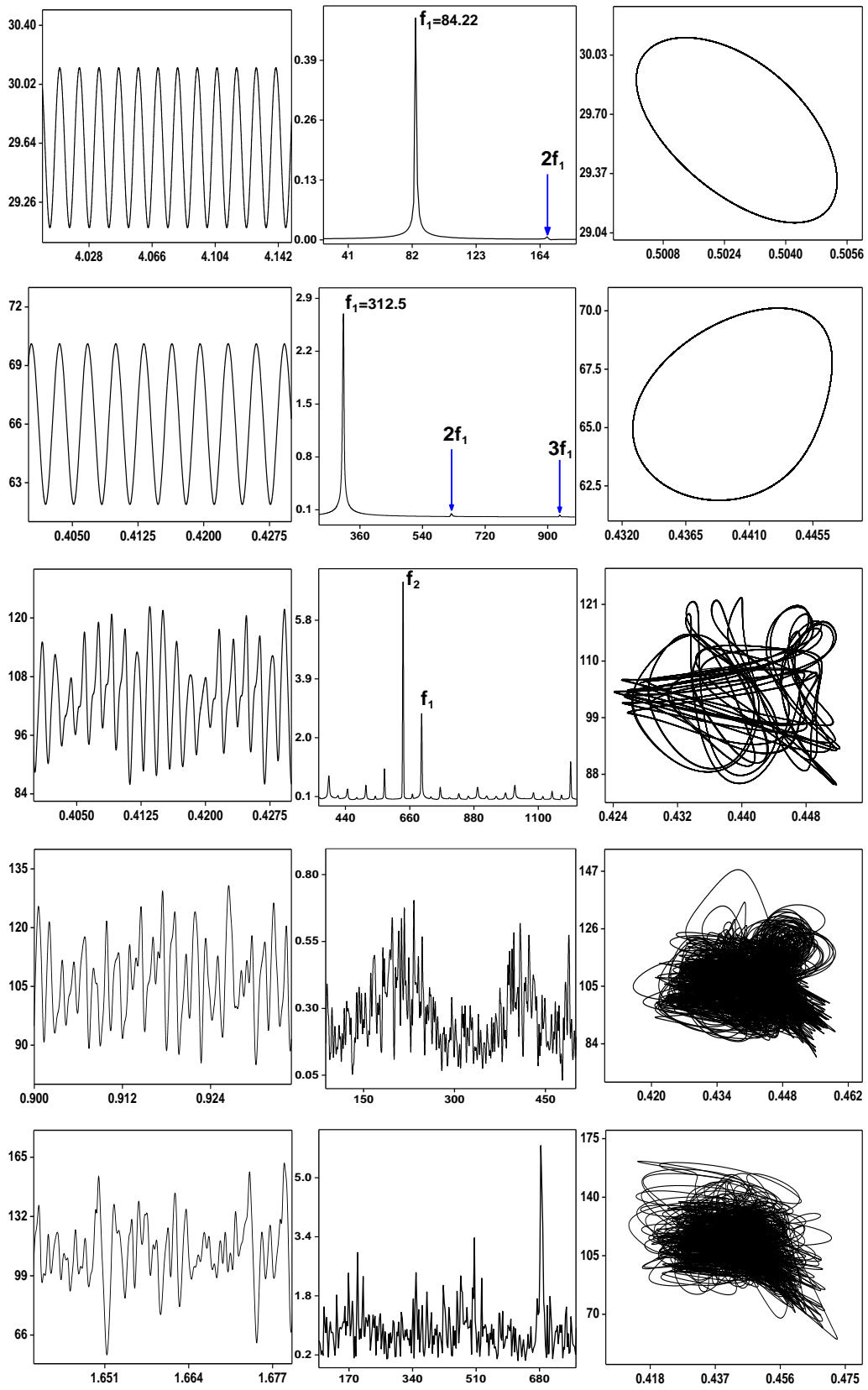


Figure IV.9 Séquences de bifurcation pour Cu-eau avec $\varphi = 0.2$.

IV.2.2.2.2 Nanofluide Cu-eau avec $\varphi = 0.2$

À partir d'un nombre de Ra inférieur à $5,0 \times 10^6$, le spectre d'amplitude fréquentielle de la figure IV.9 (première ligne) pour $Ra = 4,565 \times 10^5$ indique la fréquence maximale fondamentale non dimensionnelle de l'ordre de 84,22 ; mais pour la deuxième ligne à $Ra = 5,0 \times 10^6$, il montre deux harmoniques en plus du fondamental. En plus, le portrait de phase illustre une trajectoire fermée, correspondant à un régime périodique.

Pour $Ra = 2,60 \times 10^7$, utilisant la méthode FFT, nous avons trouvé à la troisième ligne de la figure IV.9 deux fréquences incommensurables distinctes: $f_1 = 700,68$ et $f_2 = 637,20$. Dans ce cas, toutes les harmoniques peuvent être exprimées par des combinaisons linéaires de ces fréquences fondamentales comme suite : $f_1 - f_2$; $2(f_1 - f_2)$; $2f_2 - f_1$; $2f_2$; $f_1 + f_2$; $2f_1$. Par conséquent, le régime est quasi périodique (Bergé et al. 1988).

Nous observons en quatrième et cinquième lignes pour $Ra = 2,80 \times 10^7$ et $Ra = 3,10 \times 10^7$, respectivement, que le signal de température est non périodique. La transition vers un écoulement chaotique peut être clairement visualisée à l'aide du spectre d'amplitude montrant une nature continue, et du plan de phase représentant un cycle fermé désordonné (Bergé et al. 1988 ; Paolucci et Chenoweth 1989).

IV.2.3 Sensibilité aux conditions initiales

La sensibilité aux conditions initiales de notre système est mise en évidence suite à un changement de la condition initiale sur la température de l'enceinte de 10^{-6} . La figure IV.10 donne les exemples pour différents nombres pertinents de Rayleigh, (a): le fluide pur, (b): nanofluide de cuivre avec $\varphi = 0.1$, et (c): nanofluide de cuivre avec $\varphi = 0.2$, où on voit que les signaux ont la même allure jusqu'à une donnée temporelle adimensionnelle, où les deux signaux de chaque figure se séparent, autrement dit que cette dépendance des conditions initiales caractérise notre système. Le système est donc chaotique et déterministe. Ce résultat semble être confirmé par les valeurs estimées des plus grands exposants de Lyapunov (Bergé et al. 1988 ; Dang-Vu et Delcarte 2000), comme le montre le tableau IV.1, alors que toutes les valeurs figurant dans ce tableau sont positives et qu'il est prouvé qu'elles augmentent lorsque le nombre de Rayleigh augmente à nouveau, tant pour le fluide pur que pour

le nanofluide. De la même manière, les calculs montrent que plus le nombre de Rayleigh augmente plus le temps de sensibilité se réduit encore.

En effet, une mesure quantitative possible de notre système chaotique est assurée par l'utilisation de l'exposant de Lyapunov, cette quantité mesure en fait le taux de divergence entre les trajectoires issues de conditions initiales très proches au sein de l'attracteur étrange (voir annexe A.4 (équation A.40)).

Sur la figure IV.11 un agrandissement de la partie de cette courbe dans sa phase montante est illustré, un ajustement linéaire de la pente conduit à une estimation de la valeur du plus grand exposant de Lyapunov.

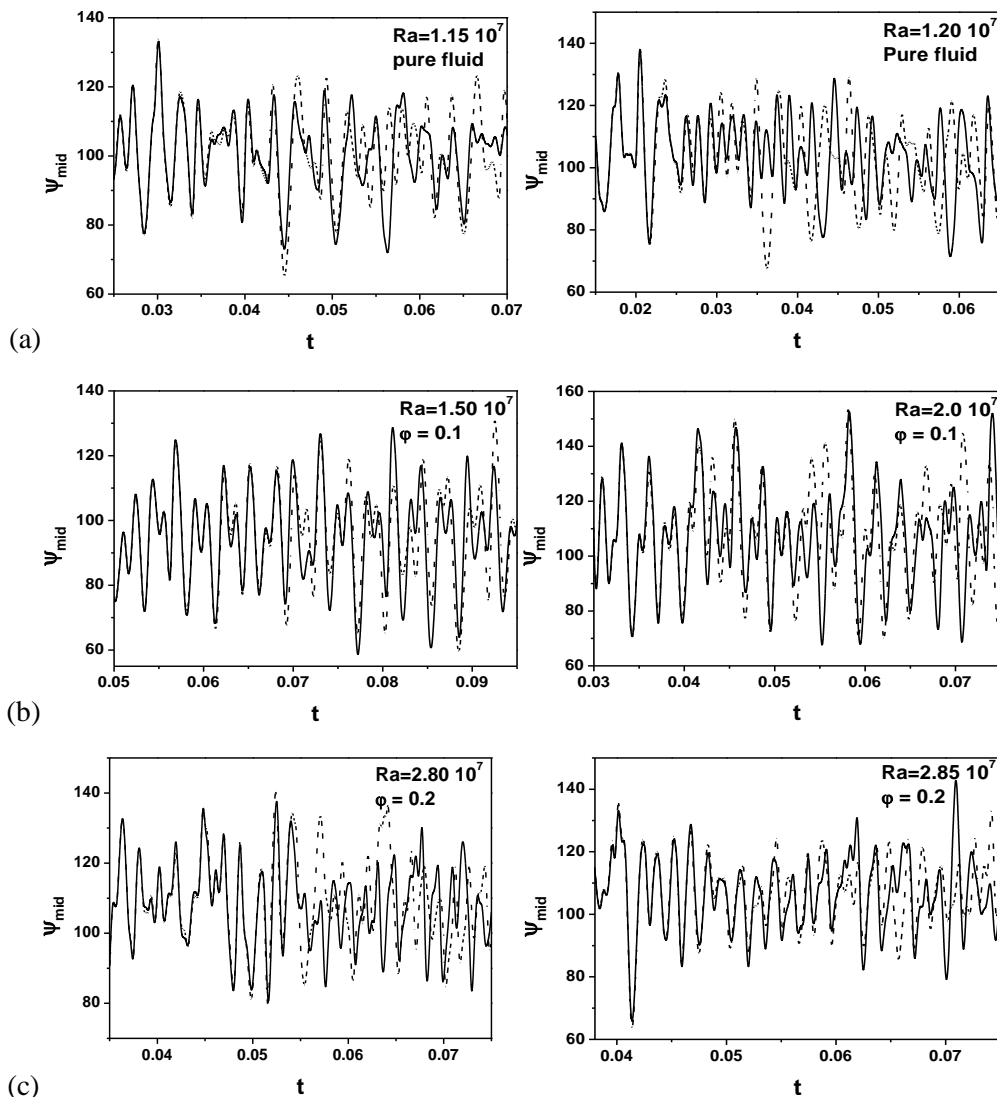


Figure IV.10 Sensibilités aux conditions initiales pour :
 (a) Fluide pur; (b) nanofluid avec $\phi = 0.1$; (c) nanofluid avec $\phi = 0.2$;
 Ligne continu, $T=0.5$; ligne discontinu, $T=0.5+10^{-6}$.

Table IV.1

Valeurs d'exposant de Lyapunov en fonction du nombre de Rayleigh.

	Ra · 10 ⁷	Exposant de Lyapunov
(φ = 0.)	1.15	170.3
	1.20	177.72
	1.22	245.16
(φ = 0.1)	1.40	75.47
	1.50	124.59
	2.0	184
(φ = 0.2)	2.80	162.21
	2.85	171.07
	3.10	244.82

Les figures IV.12-13 présentent un aperçu global concernant le développement de la convection naturelle au sein de la cavité. Le passage d'un régime d'écoulement à un autre dépend principalement de deux paramètres : le nombre de Rayleigh et la fraction volumique des nanoparticules. Tandis que l'ajout de particules de tailles nanométriques au fluide de base ralentit cette transition de manière proportionnelle. De sorte que l'attracteur passe d'un point limite à un cycle limite via une bifurcation de Hopf surcritique, et que les valeurs de Rayleigh correspondant à cette première bifurcation sont 8.35×10^4 , 1.95×10^5 et 4.56×10^5 pour le fluide pur, le nanofluide de $\varphi = 0.1$ et le nanofluide de $\varphi = 0.2$, respectivement. De la même manière, l'ordre de grandeur de nombre de Rayleigh s'accorde avec les deux autres transitions, c'est-à-dire la transition vers la quasi-périodicité et finalement au chaos pour les trois cas cités précédemment.

Selon la figure IV.13 également, nous notons que le régime quasi périodique existe dans un champ étroit, de sorte que le mode chaotique est très proche de cette région.

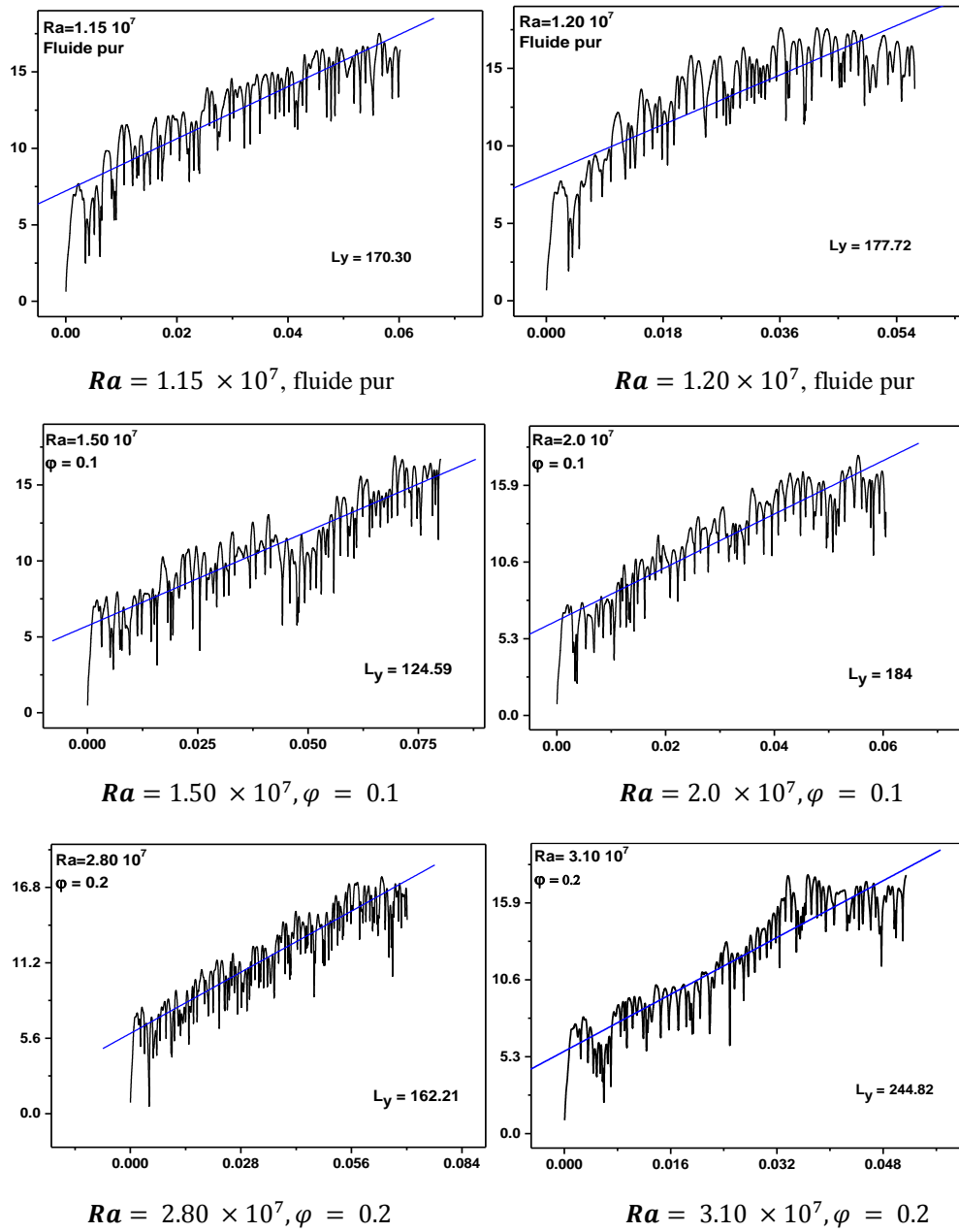


Figure IV.11 Valeurs des plus grand exposant de Lyapunov pour différents nombres de Ra.

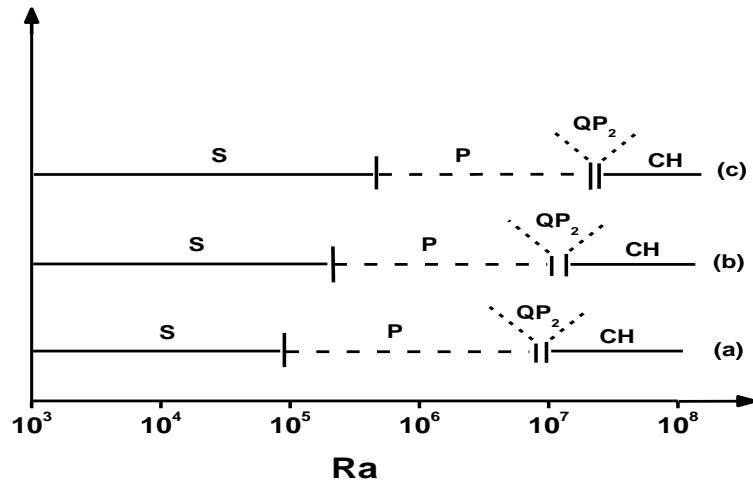


Figure IV.12 Séquences de bifurcation observée numériquement.
 (a): fluide pur, (b): nanofluide avec $\varphi = 0.1$, (c): nanofluide avec $\varphi = 0.2$. S=stationnaire, P= périodique, QP_2 =quasi-périodique à deux fréquences incommensurables, CH= chaotique.

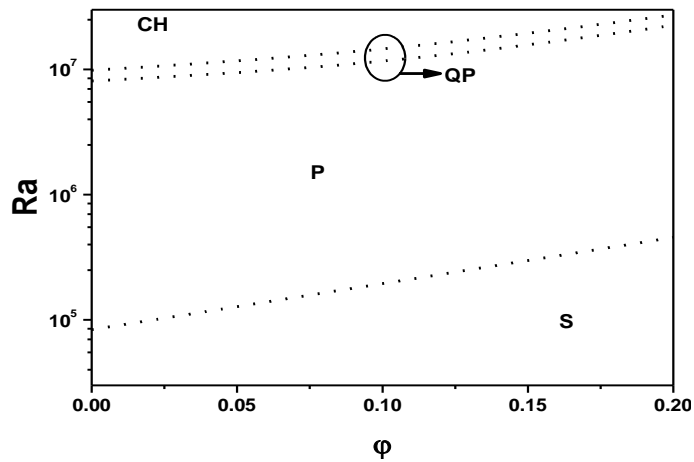


Figure IV.13 Transition entre les régimes d'écoulement en fonction de la fraction volumique.
 S: stationnaire state; P: périodique; QP: quasi-périodique; CH: chaotique.

IV.2.4 Amélioration du transfert de chaleur

Pour vérifier l'effet de la fraction volumique des nanoparticules de cuivre sur le flux de chaleur par convection naturelle dans la cavité, nous avons tracé la variation du nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude pour différentes fractions volumiques en utilisant différentes valeurs du nombre de Rayleigh, comme illustré à la fig IV.14. D'après cette figure, nous remarquons que, dans les trois cas, le transfert de chaleur dans la cavité est proportionnel au nombre de Rayleigh, nous indiquons que l'amélioration du transfert de chaleur est liée à la fraction volumique de cuivre, qui est approuvé par d'autres auteurs (Khanafer et al. 2003 ; Tiwari et Das 2007 ;

Oztop et Abu Nada 2008). Comme le montre le tableau IV.2, l'amélioration du transfert de chaleur lors de l'augmentation de la fraction volumique de cuivre est très évidente. Par exemple, lorsque $Ra = 10^6$ et $\varphi = 0.1$, l'amélioration est de 10.39% par rapport au fluide pur et elle devient 20.42% quand $\varphi = 0.2$.

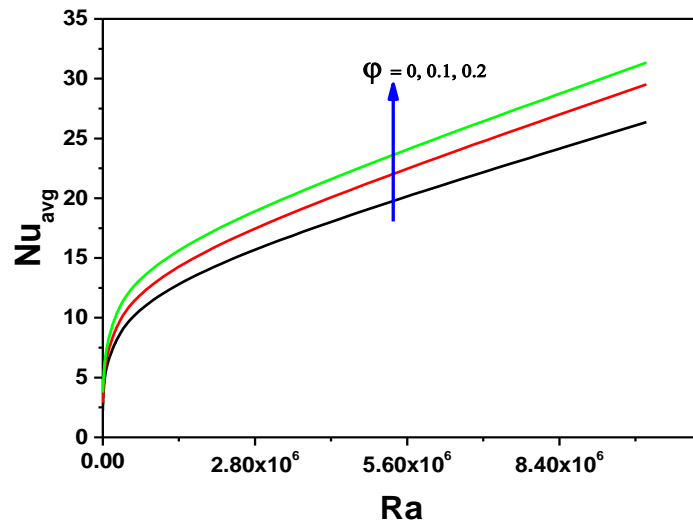


Figure IV.14 Variation du nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude en fonction du nombre de Ra et la fraction volumique.

Table IV.2

Comparaison du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes fractions volumiques.

Ra	A^0 ($\varphi = 0\%$)	B^0 ($\varphi = 0.1$)	% amélioration ^a	C^0 ($\varphi = 0.2$)	% amélioration ^b
10^3	2.24	2.89	29.01	3.75	67.41
10^4	4.21	4.64	10.21	4.99	18.52
10^5	7.39	8.45	14.34	9.68	30.98
10^6	13.86	15.30	10.39	16.69	20.42
10^7	26.37	29.53	11.98	31.35	18.88

$$a: \frac{B^0 - A^0}{A^0} \times 100 ; b: \frac{C^0 - A^0}{A^0} \times 100$$

IV.2.5 Conclusion

L'étude proposée dans cet article porte sur la détermination des instabilités physiques du nanofluide Cu-eau qui se produit dans une cavité carrée inclinée de 45° et chauffée partiellement d'un côté. Nous avons pu visualiser la transition d'un régime stationnaire pour des faibles nombres de Rayleigh jusqu'au début du chaos lorsque Ra augmente.

Le problème a été traité en utilisant une approche numérique, basée sur la méthode des différences finies et en utilisant notre propre code développé, validée avec des résultats expérimentaux et numériques, dont certains sont bien expliqués dans cette étude.

Le scénario emprunté au chaos par les deux systèmes (fluide pur et nanofluide) correspond à celui proposé par Curry et York (Bergé et al. 1988), c'est-à-dire la quasi-périodicité à deux fréquences incommensurables. Le passage de la convection naturelle laminaire au chaos est affecté par la présence des nanoparticules, de sorte que la fraction volumique provoque un retard dans le passage au régime chaotique, résultat consulté à partir du diagramme des fig. IV.12 et IV.13; mais par contre une amélioration du transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité a été constatée.

Une étude ultérieure sur la convection naturelle instable dans des cavités chauffées de manière différentielle pourrait être étendue à d'autres types de nanoparticules, en prenant en compte d'autres facteurs (l'inclinaison, rapport d'aspect, approche biphasique du nanofluide).

IV.3 Cas du nanofluide Al_2O_3 -eau: Comparaison du modèle analytique et des corrélations

Cet article (Boudjeniba et Laouar 2019) étudie la convection naturelle laminaire d'un nanofluide ($Al_2O_3 - eau$) au sein d'une cavité carrée utilisant deux modèles pour le calcul de la viscosité dynamique et la conductivité thermique effective du nanofluide. Un modèle analytique utilise des formules théoriques et un modèle expérimental résultant d'une mesure directe des propriétés thermophysiques sur un même nanofluide. Le tableau IV.3 récapitule les corrélations utilisées dans cette étude. Basée sur les résultats, une discordance concernant le perfectionnement du transfert de chaleur au sein de la cavité issue des deux modèles a été vérifiée. Ce résultat est en accord à celui de (Putra et al. 2003 ; Wen et Ding 2005 ; Ho et al. 2010 ; Li et Peterson 2010). Donc, pour mesurer la validité des résultats numériques, des expériences de repère sont fortement désirées, car non seulement la conductivité thermique de nanofluide affecte le transfert de chaleur, mais il existe d'autres paramètres (la viscosité dynamique, la température du mélange, les stabilisateurs, etc) qui entre en jeu, donc, il faut prendre en considération.

Tableau IV.3

Résumé de corrélations utilisées pour les deux modèles.

	Conductivité thermique	Viscosité dynamique
Modèle analytique	$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_f - k_p)}$	$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}}$
Modèle expérimental	$\frac{k_{eff}}{k_f} = \frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 1.72\varphi$	$\mu_{nf} = \mu_f(123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1)$

L'effet de la fraction volumique φ ($= 0.03, 0.06, 0.09, 0.12$) pour les deux modèles considérés (analytique et expérimental) avec le fluide de base ($\varphi = 0$) sur les profils de vitesse et de température sont montrés dans la figure IV.15. Les lignes de courant sont caractérisées par la présence de deux cellules contrarotatives concernant les deux modèles (analytique et expérimental) pour différentes valeurs de la fraction volumique.

Pour le modèle analytique, même avec l'augmentation de la fraction volumique dans l'intervalle étudié, il y a une conservation de la valeur adimensionnelle de la fonction de courant. En revanche, pour le modèle expérimental la valeur adimensionnelle de la fonction de courant est inversement proportionnelle à la fraction volumique de nanoparticules, donc les courants convectifs sont réduits par rapport au modèle analytique. Un résultat peut confirmer à partir de la figure IV.16 (b). En outre, les isothermes correspondant à $\varphi = 0.12$ se déplacent davantage vers la paroi horizontale supérieure de la cavité, engendrent une augmentation du gradient thermique par rapport à celui du fluide pur (l'eau). Cela est juste pour les deux modèles. Cependant, l'augmentation des gradients thermiques à la paroi horizontale supérieure est plus grande pour le modèle expérimental que par le modèle analytique.

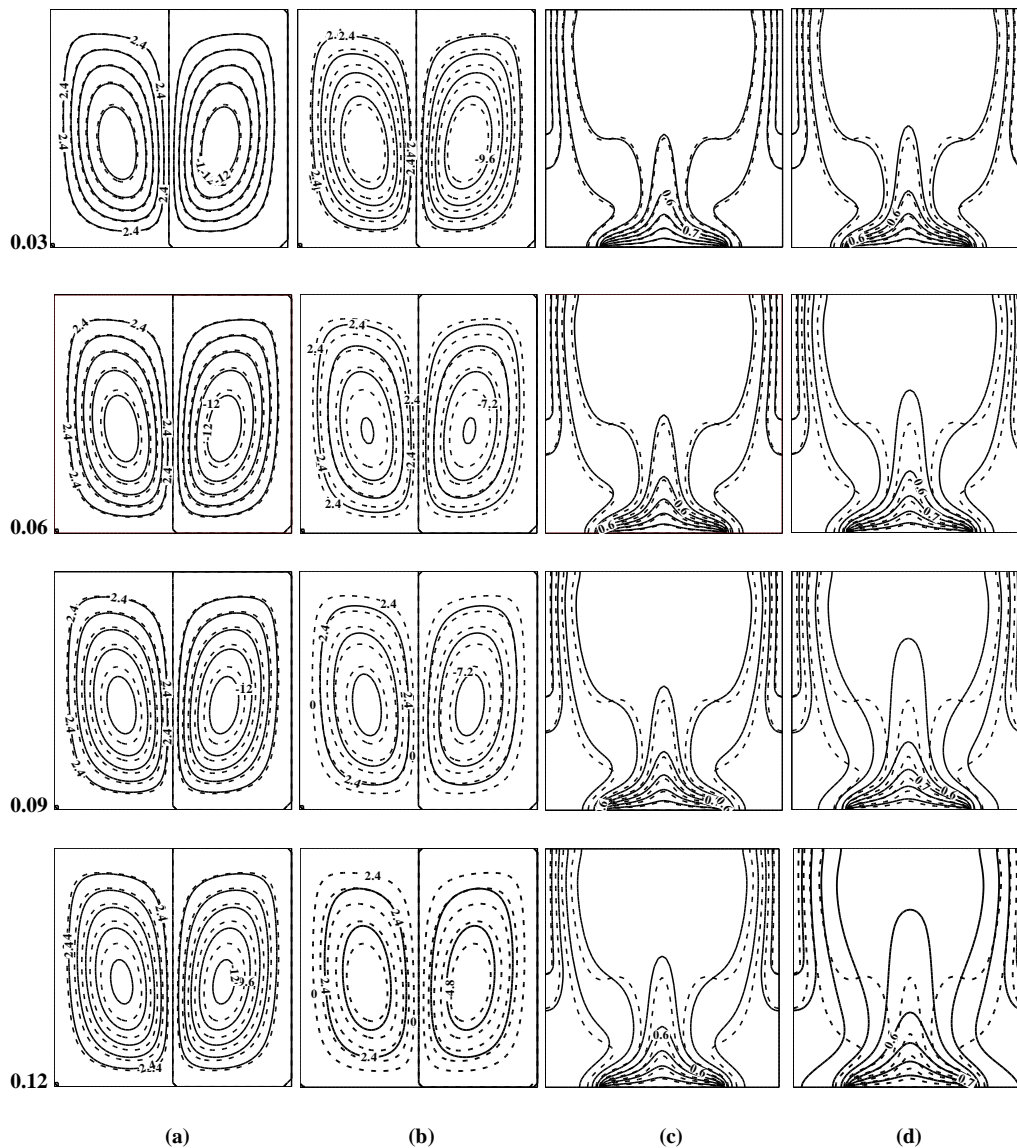


Figure IV.15 Lignes de courant et isothermes pour $Ra=10^5$,
Lignes continues pour le nanofluide et lignes discontinues pour le fluide pur,
(a) et (c) : modèle analytique, (b) et (d) : modèle expérimental.

Il est évident à partir de la figure IV.16 (a) que la composante de la vitesse U issue par le modèle analytique est moins affectée par rapport à l'eau pure. Pour le modèle expérimental, la variation est presque négligeable à la demi-paroi supérieure. La figure IV.16 (b) montre que la composante de vitesse V résultante par le modèle analytique a une petite différence de l'eau pure. Cependant, la composante de vitesse V diminue sensiblement utilisant le modèle expérimental. Le profil de température dans la figure IV.16 (c) s'exprime la forme d'une parabole. Les valeurs issues du modèle analytique ne sont presque identiques que ceux pour l'eau pure. Mais elle est affectée plus en employant le modèle expérimental qu'en employant le modèle analytique.

Le profil du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude a la même forme pour les deux modèles, ainsi que pour le cas du fluide pur. Une diminution est apparue claire dans la demi-paroi ($x < 0.5$) et ensuite il augmente le long de l'autre demi-paroi $0.5 < x < 1$. En plus les valeurs sont moins affectées utilisant le modèle expérimental.

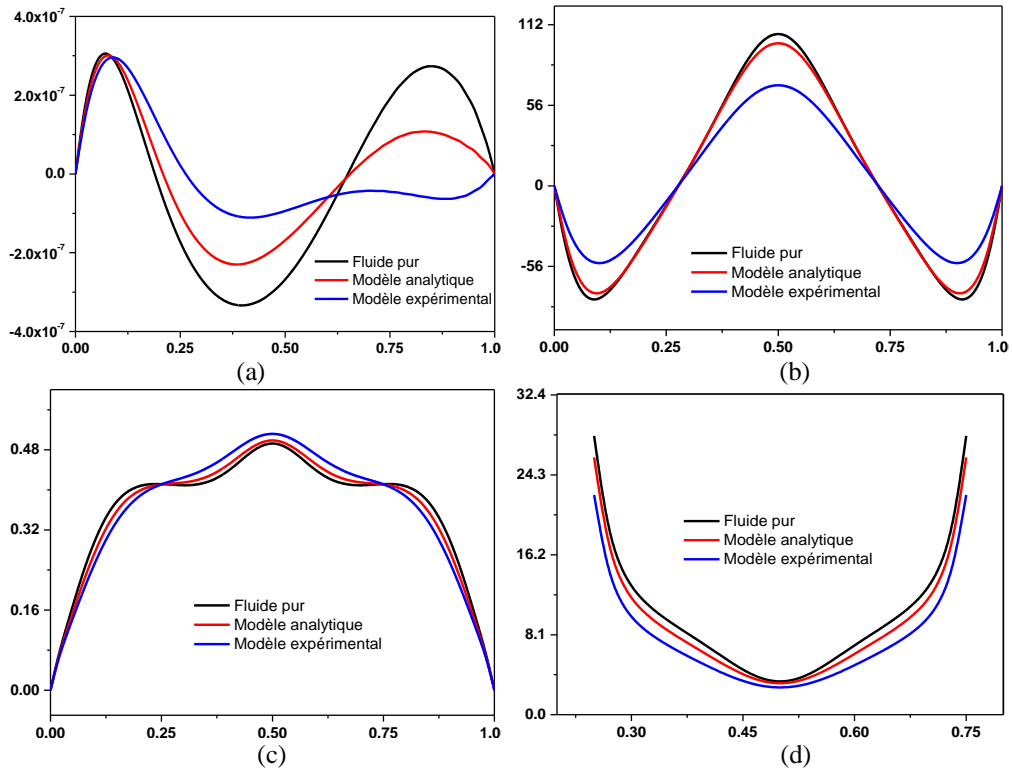


Figure IV.16 Les profils typiques de (a) la vitesse U, (b) Vitesse V, (c) de la température au milieu de la cavité et (d) nombre de Nusselt local à $Ra = 10^5$, $\varphi = 0.06$.

La figure IV.17 montre l'effet du nombre de Rayleigh Ra et la fraction volumique φ sur le nombre de Nusselt moyen à la paroi chaude de la cavité. Il est clair que le nombre de Nusselt moyen augmente proportionnellement avec le nombre de Ra pour les deux modèles. Mais pour la gamme de la fraction volumique étudiée (0.03 à 0.12) aucune amélioration par rapport à l'eau pure n'est apparue. Les valeurs sont dégradées utilisant le modèle expérimental, un résultat peut être confirmé à partir de la figure IV.17(b). En revanche l'effet de la fraction volumique est inversement proportionnel sur le modèle analytique pour $\varphi < 0.03$ mais au-delà de cette valeur, l'effet est proportionnel.

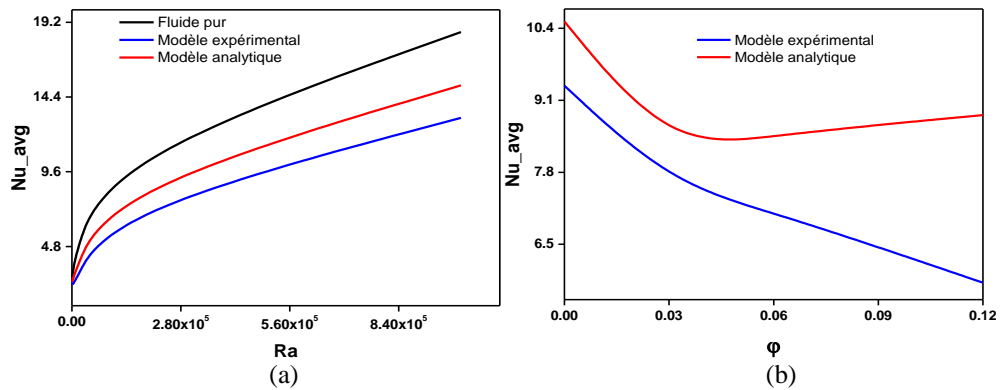


Figure IV.17 Effet de (a) Ra , (b) ϕ , sur le nombre de Nusselt moyen à $Ra = 10^5$.

IV.3.1 Conclusion

Le problème de l'écoulement et du transfert de chaleur par convection naturelle laminaire d'un nanofluide composé de l'eau et $d'Al_2O_3$ en cavité carré a été considéré. Deux modèles de nanofluide ont été analysés, à savoir le modèle analytique et le modèle expérimental. On l'a constaté que dans la gamme de la fraction volumique étudiée, il y a une contradiction des résultats obtenus par les deux modèles. De sorte que l'utilisation de corrélations expérimentales conduit à une diminution de transfert de chaleur convectif avec l'augmentation de fraction volumique en nanoparticule. En revanche, l'amélioration du transfert convectif par le modèle analytique n'est claire que sauf si la fraction volumique dépasse certaines valeurs. Ce travail illustre clairement le besoin d'études supplémentaires en mesurant les propriétés thermophysiques des nanofluides afin d'établir une approche entre les résultats numériques et expérimentaux.

IV.4 Cas du nanofluide Cu-eau: transition vers la convection oscillatoire, $\theta = 30^\circ$

Une étude bidimensionnelle de la convection naturelle instationnaire (Boudjeniba et Laouar 2018) a été effectuée dans une cavité carrée remplie par le nanofluide ($Cu - eau$) et inclinée de 30° par rapport au plan horizontal. L'idée est d'analyser numériquement l'effet d'ajout des nanoparticules sur le comportement de l'écoulement et de son développement. L'analyse confirme que le passage de la convection stationnaire vers une convection oscillatoire est subordonné par une bifurcation de Hopf surcritique, en plus l'ajout de nanoparticules de cuivre a contribué à l'amélioration du coefficient de transfert thermique au sein de la cavité.

L'évolution de l'amplitude de la fonction de courant au centre de la cavité au voisinage du point de bifurcation en fonction du $\sqrt{(|Ra - Ra_c|)}$ est représentée à la figure IV.18. Nous notons que la variation est linéaire; par conséquent, la bifurcation apparaissant dans les trois cas est du type Hopf supercritique (Bergé et al. 1988) et les nombres de Rayleigh correspondant à cette transition sont les suivants: $Ra_c = 6,89 \times 10^4$ pour le fluide pur (l'eau), $Ra_c = 2,15 \times 10^5$ pour le nanofluide (Cu - eau) avec $\varphi = 0.1$, et $Ra_c = 5,61 \times 10^5$ pour le nanofluide Cu-eau avec $\varphi = 0.2$.

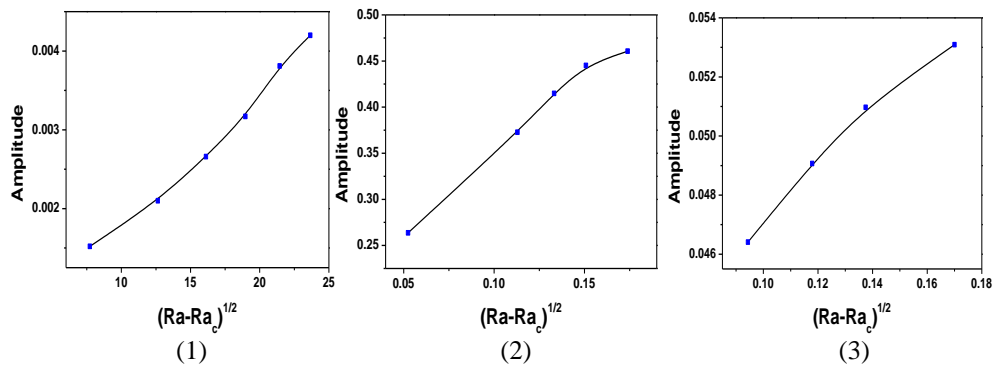


Figure IV.18 Amplitude de la fonction de courant au milieu de la cavité au voisinage du point de bifurcation :

(1) Fluide pur, (2) nanofluides avec $\varphi = 0.1$, (3) nanofluides avec $\varphi = 0.2$.

L'amélioration du transfert de chaleur provoquée par l'ajout de nanoparticules est indiquée dans le tableau IV.4, par exemple pour $Ra = 10^5$, avec $\varphi = 0,1$, l'amélioration est de 12% et atteint 27% lorsque $\varphi = 0.2$.

Tableau IV.4

Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour divers fractions volumiques.

Ra	A^0 ($\varphi=0\%$)	B^0 ($\varphi=0.1$)	amélioration^a	C^0 ($\varphi=0.2$)	amélioration^b
10^4	4.045	4.507	11.42	4.753	17.5
10^5	7.355	8.274	12.49	9.401	27.81

$$a: \frac{B^0 - A^0}{A^0} \times 100 ; b: \frac{C^0 - A^0}{A^0} \times 100$$

IV.4.1 Conclusion

Les principaux résultats sont résumés dans:

- ✓ L'augmentation de la fraction volumique favorise davantage le transfert de chaleur.
- ✓ L'ajout des nanoparticules entraîne un ralentissement de la première bifurcation (de l'état d'équilibre à la convection oscillatoire).

IV.5 Cas du nanofluide Cu-eau, Cavité horizontale

Dans cet article (Boudjeniba et al. 2015), les transferts de chaleur par convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire de (*Cu – eau*) nanofluide sont étudiés numériquement. Le nombre de Rayleigh est un paramètre de l'étude avec la fraction volumique et le facteur de forme de la cavité. Cette étude nous a permis de développer un programme de résolution basé sur les différences finies, validé par la reproduction de travaux cités en littérature. Les principaux résultats de cette étude concernent l'amélioration des transferts suite à l'incorporation des nanoparticules dans les solutions utilisées principalement pour le refroidissement des systèmes énergétiques et l'effet du facteur de forme sur le mouvement ascendant des courants fluides.

Pour notre problème, nous avons comme fluide de base l'eau avec des nanoparticules de cuivre. La fraction volumique varie entre 0 pour le fluide de base et 0.2 pour le nanofluide considéré. La longueur de l'élément chauffant a été prise égale à la moitié de la longueur totale de la paroi avec deux positions différentes : centrée et décalée.

La figure IV.19 représente l'état du champ de température et la composante de la vitesse v au centre de la cavité à la position $y = 0.5$, pour deux valeurs du nombre de Rayleigh et deux valeurs de la fraction volumique avec bien entendu l'état de base. En raison de la disposition centrale de l'élément chauffant on observe une symétrie parfaite par rapport à l'axe $x = 0.5$.

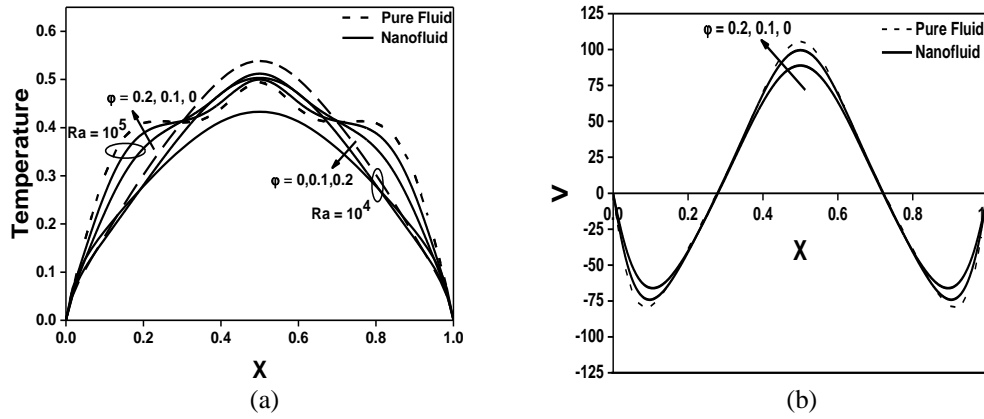


Figure IV.19 Profils de température (a) et de vitesse (b) à la position $y = 0.5$ ($h=0.5$, $x_p=0.5$, $Pr=6.2$).

Dans l'intervalle du nombre de Rayleigh considéré il est évident que l'écoulement de la chaleur dans le cas de l'eau pure est plus important que celui du nanofluide à cause de l'inertie de ce dernier due à la présence des nanoparticules qui sont plus denses. Néanmoins, la quantité de chaleur véhiculée est relativement plus importante pour le nanofluide, figure IV.20 (a) et (b). De plus, l'intensification des transferts thermiques est liée directement à l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique. L'effet du rapport de forme est évident, figure IV.20 (b), plus la cavité est étroite avec augmentation de sa hauteur, plus la chaleur est mieux véhiculée. Ceci est dû aux effets de flottabilité.

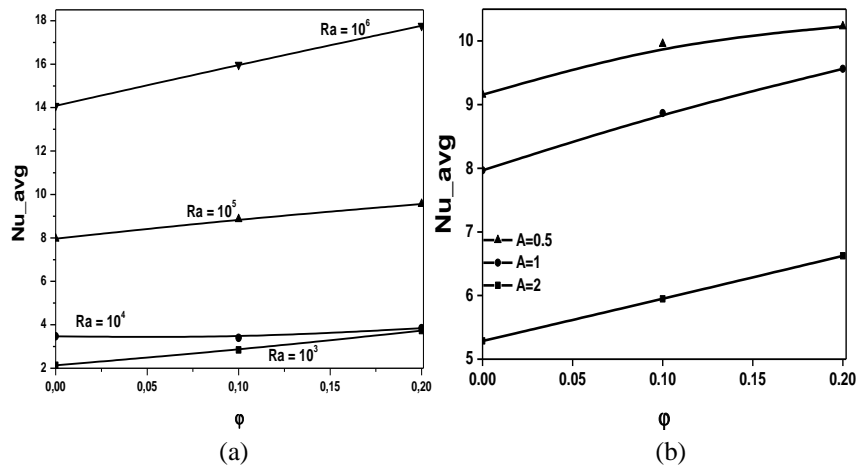


Figure IV.20 Nusselt moyen sur la paroi chaude (eau-Cu), $h = 0.5$, $x_p = 0.5$
(a) : $A = 1$, (b) : $Ra = 10^5$.

La figure IV.21 représente l'évolution du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude. On note l'importance des transferts sur les frontières de l'élément chauffant, contrairement à la région centrale. Ceci est dû à la présence de deux rouleaux

convectifs et contrarotatifs qui pressent le nanofluide près de la paroi chaude formant ainsi une zone où le transfert de chaleur est conductif, figure IV.22.

Dans Le cas où l'élément chauffant décalé vers la droite le nanofluide stagne dans le coin inférieur de droite. Le régime de transfert de chaleur est pseudo-conductif. Les isothermes, comme le montre la figure IV.23 sont presque parallèles dans cette région.

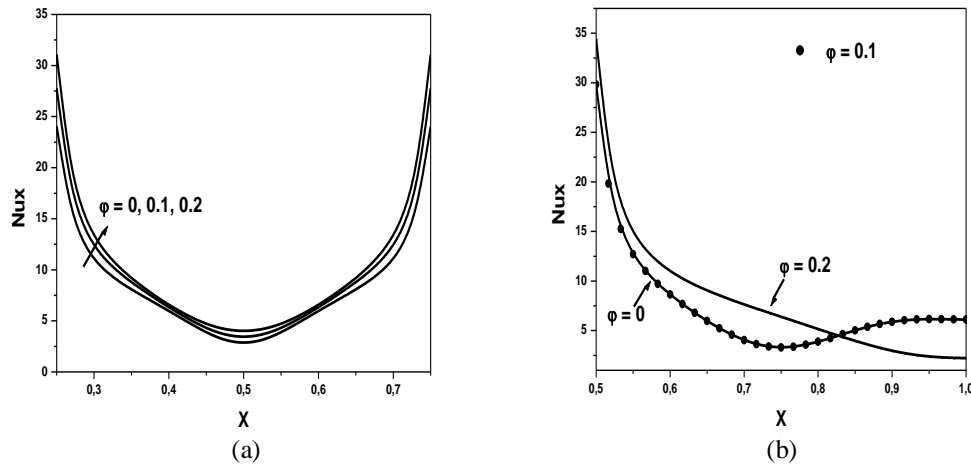


Figure IV.21 Nusselt local sur la paroi chaude (eau-Cu), $Ra = 10^5, A = 1, h = 0.5$
 (a) : $x_p = 0.5$ (b) : $x_p = 0.75$.

Les isothermes et les lignes de courant des figures IV.22 et IV.23, montrent des régions près de la paroi chaude où le transfert de chaleur est principalement conductif avec des zones de stratification thermique, deux rouleaux contrarotatifs convectifs et des déformations plus importantes dans le cas de l'élément chauffant décentré.

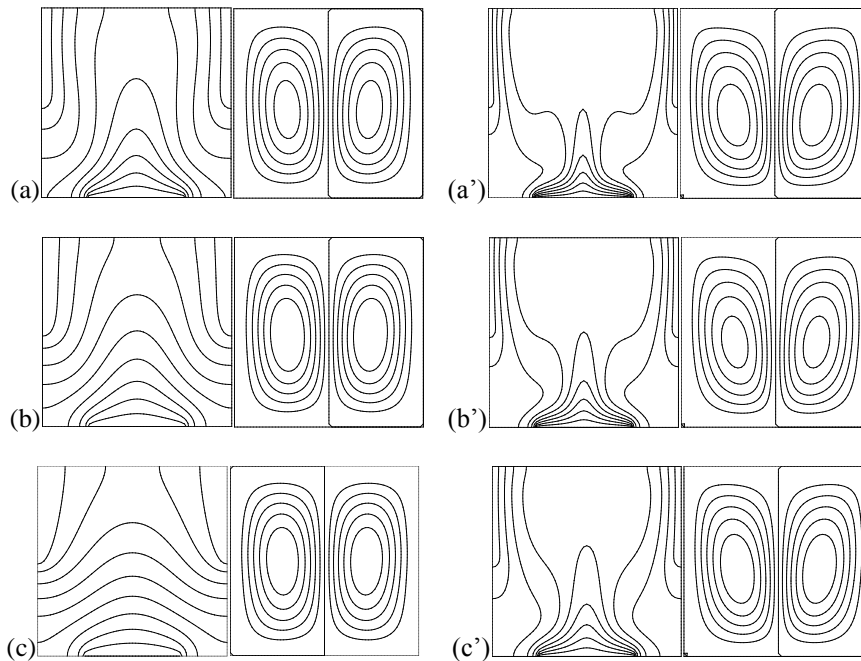


Figure IV.22 Isothermes et lignes de courant pour (eau - Cu) $A = 1, h = 0.5, x_p = 0.5$
 (a), (b), (c) : $Ra = 10^4, \varphi = 0, 0.1, 0.2$ respectivement
 (a'), (b'), (c') : $Ra = 10^5, \varphi = 0, 0.1, 0.2$ respectivement

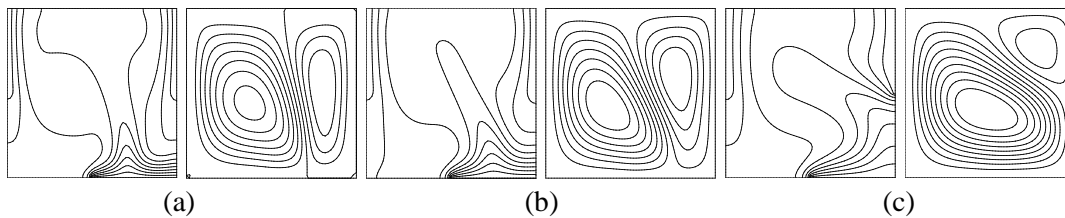


Figure IV.23 Isothermes et lignes de courant pour (eau - Cu)
 $Ra = 10^5, A = 1, h = 0.5, x_p = 0.75$
 (a), (b), (c) : $\varphi = 0, 0.1, 0.2$ respectivement

IV.5.1 Conclusion

Les principaux résultats issus de cette étude sont :

- ✓ Le transfert de chaleur est meilleur quand l'élément chauffant est centré $x_p = 0.5$.
- ✓ L'augmentation du nombre de Rayleigh induit une amélioration du transfert de chaleur, plus précisément pour des petits allongements c'est-à-dire < 1 . Mais l'intensification des transferts de chaleur causée par l'ajout des nanoparticules est plus importante pour des cavités rectangulaires peu allongées.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'étude numérique présentée dans cette thèse nous a menés à déterminer à quel stade l'ajout des nanoparticules au sein des fluides ordinaires peut influencer les transferts convectifs lors d'un écoulement interne.

La cavité remplie par le nanofluide (*Cu – eau*) a un gradient thermique relativement faible afin de pouvoir utiliser l'approximation de Boussinesq. Les propriétés thermophysiques de chaque phase ont été prises à partir de la littérature.

Il est évident que, la conductivité thermique des nanoparticules de cuivre augmente la capacité du mélange à dégager de la chaleur, mais le développement de la convection naturelle au sein de la cavité ne dépend pas seulement de ce seul paramètre.

Le modèle physique issu du problème étudié montre que la densité, la chaleur spécifique, le coefficient d'expansion thermique et la fraction volumique présentent un effet important sur ce développement.

Afin de vérifier la fiabilité du code de calcul développé au sein de cette étude, une validation avec des travaux antérieurs a été effectuée. L'écart entre nos résultats et ceux de la littérature est infinitésimal que ce soit pour le fluide pur ou pour le nanofluide.

Deux paramètres clés sont considérés dans la présente étude, le premier est le nombre de Rayleigh, car l'identification de chaque point de bifurcation, nous oblige à effectuer plusieurs itérations avec des valeurs de ce nombre plus ou moins proches, et le deuxième c'est la fraction volumique en nanoparticules de cuivre, et cela pour vérifier et comparer son effet sur le passage de la convection par rapport au cas du fluide pur.

D'après les résultats de la simulation, la route de la convection stationnaire vers l'état chaotique pour les deux systèmes (nanofluide et fluide pur) est similaire de celui proposée par Curry et York (Bergé et al. 1988), c'est-à-dire quasi périodique à deux fréquences incommensurables.

De même, la bifurcation qui résume le passage à la convection oscillatoire est une bifurcation de Hopf surcritique, en revanche, un ralentissement au passage aux

différents modes est enregistré proportionnellement à la fraction volumique en nanoparticules.

L'angle d'inclinaison favorise davantage les mouvements convectifs, donc la transition d'un régime à l'autre. Car il a été vérifié que pour la première bifurcation, l'angle de $\theta = 45^\circ$ mené à cette dernière plus rapidement que $\theta = 30^\circ$ (Boudjeniba et Laouar 2018) ou même pour l'état $\theta = 0^\circ$ où la convection stationnaire persiste (Boudjeniba et al. 2015).

L'ajout de nanoparticules de cuivre a conduit à un perfectionnement remarquable du transfert de chaleur au sein de la cavité.

On l'a constaté que dans la gamme de la fraction volumique étudiée, il y a une contradiction des résultats obtenus par les deux modèles. De sorte que l'utilisation de corrélations expérimentales conduit à une diminution de transfert de chaleur convectif avec l'augmentation de fraction volumique en nanoparticule. En revanche, l'amélioration du transfert convectif par le modèle analytique n'est claire que sauf si la fraction volumique dépasse certaines valeurs. Ce travail illustre clairement le besoin d'études supplémentaires en mesurant les propriétés thermophysiques des nanofluides afin d'établir une approche entre les résultats numériques et expérimentaux (Boudjeniba et Laouar 2019).

Perspectives

Les fruits de cette étude ne présentent qu'une démarche pour mieux comprendre l'évolution des mélanges nanofluidique binaires par la convection naturelle au cours d'un écoulement interne, car la vision peut s'accroître sur d'autres paramètres comme :

Le type de nanoparticule et de fluide de base

Forme de la cavité et les conditions aux frontières

Modèle de nanofluide (approche mono/ ou biphasique).

Annexe

A.1 Discrétisation des équations

A.1.1 Equation de la chaleur

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - tdr \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - tdr \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{A.1})$$

1^{er} demi-pas de temps

$$A_1(i, j)T_{i-1, j}^{e+\frac{1}{2}} + A_2(i, j)T_{i-1, j}^{e+\frac{1}{2}} + A_3(i, j)T_{i-1, j}^{e+\frac{1}{2}} = A_4(i, j) \quad (\text{A.2})$$

Avec

$$\begin{cases} A_1(i, j) = \left(\frac{-u_{i-1, j}^e}{2\Delta x} - \frac{tdr}{\Delta x^2} \right) \\ A_2(i, j) = \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2tdr}{\Delta x^2} \right) \\ A_3(i, j) = \left(\frac{u_{i+1, j}^e}{2\Delta x} - \frac{tdr}{\Delta x^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Et

$$A_4(i, j) = B_1(i, j)T_{i, j-1}^e + B_2(i, j)T_{i, j}^{+e} + B_3(i, j)T_{i, j+1}^e \quad (\text{A.4})$$

Avec

$$\begin{cases} B_1(i, j) = \left(\frac{v_{i, j-1}^e}{2\Delta y} + \frac{tdr}{\Delta y^2} \right) \\ B_2(i, j) = \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2tdr}{\Delta y^2} \right) \\ B_3(i, j) = \left(\frac{-v_{i, j+1}^e}{2\Delta y} + \frac{tdr}{\Delta y^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

2nd demi-pas de temps

$$AA_1(i, j)T_{i, j-1}^{e+1} + AA_2(i, j)T_{i, j}^{e+1} + AA_3(i, j)T_{i, j+1}^{e+1} = AA_4 \quad (\text{A.6})$$

Où

$$\begin{cases} AA_1(i, j) = - \left(\frac{v_{i, j-1}^e}{2\Delta y} + \frac{tdr}{\Delta y^2} \right) \\ AA_2(i, j) = \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2tdr}{\Delta y^2} \right) \\ AA_3(i, j) = \left(\frac{v_{i, j+1}^e}{2\Delta y} - \frac{tdr}{\Delta y^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Et

$$AA_4(i, j) = BB_1(i, j)T_{i-1, j}^{e+\frac{1}{2}} + BB_2(i, j)T_{i, j}^{e+\frac{1}{2}} + BB_3(i, j)T_{i+1, j}^{e+\frac{1}{2}} \quad (\text{A.8})$$

Avec

$$\begin{cases} BB_1(i, j) = \left(\frac{u_{i-1, j}^e}{2\Delta x} + \frac{tdr}{\Delta x^2} \right) \\ BB_2(i, j) = \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2tdr}{\Delta x^2} \right) \\ BB_3(i, j) = \left(\frac{-u_{i+1, j}^e}{2\Delta x} + \frac{tdr}{\Delta x^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

A.1.2 Equation de vorticité

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u\omega - Prm \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\omega - Prm \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = Ra \cdot Pr \cdot Pnfr \left(\cos \theta \frac{\partial T}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{A.10})$$

1^{er} demi -pas de temps

$$C_1(i, j)\omega_{i-1, j}^{e+\frac{1}{2}} + C_2(i, j)T_{i, j}^{e+\frac{1}{2}} + C_3(i, j)T_{i+1, j}^{e+\frac{1}{2}} = C_4(i, j) \quad (\text{A.11})$$

Avec

$$\begin{cases} C_1(i, j) = \left(\frac{-u_{i-1, j}^e}{2\Delta x} - \frac{Prm}{\Delta x} \right) \\ C_2(i, j) = \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2Prm}{\Delta x^2} \right) \\ C_3(i, j) = \left(\frac{u_{i+1, j}^e}{2\Delta x} - \frac{Prm}{\Delta x^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Et

$$C_4(i, j) = D_1(i, j)\omega_{i, j-1}^e + D_2(i, j)\omega_{i, j}^e + D_3(i, j)\omega_{i, j+1}^e + D_4 \quad (\text{A.13})$$

Où

$$\begin{cases} D_1(i, j) = \left(\frac{-v_{i, j-1}^e}{2\Delta y} + \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \\ D_2(i, j) = \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2Prm}{\Delta y^2} \right) \\ D_3(i, j) = \left(\frac{-v_{i+1, j}^e}{2\Delta y} + \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Et

$$D_4 = Ra \cdot Pr \cdot Pnfr \left(\cos \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} \right) - \sin \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta y} \right) \right) \quad (\text{A.15})$$

2nd demi-pas de temps

$$CC_1(i,j)\omega_{i,j-1}^{e+1} + CC_2(i,j)\omega_{i,j}^{e+1} + CC_3(i,j)\omega_{i,j+1}^{e+1} = CC_4(i,j) \quad (\text{A.16})$$

Avec

$$\begin{cases} CC_1(i,j) = -\left(\frac{v_{i,j-1}^e}{2\Delta y} + \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \\ CC_2(i,j) = \left(\frac{2}{\Delta t} + \frac{2Prm}{\Delta y^2} \right) \\ CC_3(i,j) = \left(\frac{v_{i,j+1}^e}{2\Delta y} - \frac{Prm}{\Delta y^2} \right) \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Et

$$CC_4(i,j) = DD_1(i,j)\omega_{i,j-1}^{e+\frac{1}{2}} + DD_2(i,j)\omega_{i,j}^{e+\frac{1}{2}} + DD_3(i,j)\omega_{i,j+1}^{e+\frac{1}{2}} + DD_4(i,j) \quad (\text{A.18})$$

Où

$$\begin{cases} DD_1(i,j) = \left(\frac{u_{i+1,j}^e}{2\Delta x} + \frac{Prm}{\Delta x^2} \right) \\ DD_2(i,j) = \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{2Prm}{\Delta x^2} \right) \\ DD_3(i,j) = \left(\frac{-u_{i+1,j}^e}{2\Delta x} + \frac{Prm}{\Delta x^2} \right) \\ DD_4 = Ra \cdot Pr Pnfr \left[\cos \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} \right) - \sin \theta \left(\frac{T_{i+1,j}^{e+\frac{1}{2}} - T_{i-1,j}^{e+\frac{1}{2}}}{2\Delta y} \right) \right] \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

A.1.3 La méthode de sur relaxation successive (SOR method)

L'équation III.19 peut être discrétisée comme suit :

$$-\omega_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta y^2} \quad (\text{A.20})$$

$$-\Delta x^2 \omega_{i,j} = [\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi] + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 [\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}] \quad (\text{A.21})$$

$$-\Delta x^2 \omega_{i,j} = \psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \psi_{i,j+1} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \psi_{i,j-1} - 2 \left(1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)^2 \right) \psi_{i,j} \quad (\text{A.22})$$

$$\psi_{i,j} = \frac{1}{2\left(1+\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\right)} \left[\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j+1} + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j-1} + \Delta x^2 \omega_{i,j} \right] \quad (\text{A.23})$$

Libman et Richardson (Bejan 1984), ont développés une formule de récurrence selon le schéma itératif suivant :

à la première itération on peut écrire pour le nœud (2,2):

$$\psi_{2,2}^1 = \frac{1}{2\left(1+\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\right)} \left[\psi_{3,2}^0 + \psi_{1,2}^0 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{2,3}^0 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{2,1}^0 + \Delta x^2 \omega_{i,j} \right] \quad (\text{A.24})$$

L'exposant 1, est relatif à la première itération et 0 avant toute itération. Le même développement pour le nœud (2, 3) est exprimé en fonction de $\psi_{2,2}^1$ et non pas de $\psi_{2,2}^0$ de sorte que :

$$\psi_{2,3}^1 = \frac{1}{2\left(1+\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\right)} \left[\psi_{3,3}^0 + \psi_{1,3}^0 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{2,4}^0 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{2,2}^1 + \Delta x^2 \omega_{i,j} \right] \quad (\text{A.25})$$

En poursuivant cette logique, on déduit une formule générale de récurrence, pour l'évaluation de la fonction de courant en chaque nœud du maillage à l'itération **p+1** normalement ($q+1$) :

$$\psi_{i,j}^{q+1} = \frac{1}{2\left[1+\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\right]} \left\{ \psi_{i+1,j}^q + \psi_{i-1,j}^q + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j+1}^q + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j-1}^{q+1} + \Delta x^2 \omega_{i,j} \right\} \quad (\text{A.26})$$

A ce stade, on peut utiliser la formule :

$$\psi^{q+1} = (1 - \gamma)\psi^q + \gamma\psi_{\text{éval}}^{q+1} \quad (\text{A.27})$$

à chaque nœud et obtenir par conséquent :

$$\psi_{i,j}^{q+1} = \psi_{i,j}^q + \frac{\gamma}{2\left(1+\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2\right)} \left\{ \psi_{i+1,j}^q + \psi_{i-1,j}^q + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j+1}^q + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \psi_{i,j-1}^{q+1} - 2 \left[1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \right] \psi_{i,j}^q + \Delta x^2 \omega_{i,j} \right\} \quad (\text{A.28})$$

Où γ est le facteur de sur relaxation. D'après (Bejan 1984) le calcul converge pour $1 < \gamma < 2$

On note que la convergence des variations très lente si $\gamma < \gamma_{opt}$ et qu'elle présente des oscillations si $\gamma > \gamma_{opt}$. Cette dernière peut être utilisée comme guide pour déterminer la meilleure valeur de la stabilité où elle est donnée par :

$$\gamma_{opt} = \frac{2}{\lambda} \left(1 - (1 - \lambda)^{1/2} \right) \quad (\text{A.29})$$

$$\lambda = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{n-1}\right) + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{m-1}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right)^2} \right]^2 \quad (\text{A.30})$$

A.2 Récapitulatif sur l'analyse quantitative conduit à la détermination des différents régimes régis par les trois cas considéré dans la présente étude

Table A.1 Résultats de l'analyse spectrale des signaux et séquences de bifurcation pour Ra compris entre $6,5 \times 10^4$ et $1,22 \times 10^7$. Fluide pur.

Nombre de Rayleigh	Fréquences fondamentales	Harmoniques	État :
			S: stationnaire P: périodique QP: quasi périodique CH: chaotique
$6.5 \cdot 10^4$			S
$7.5 \cdot 10^4$			
$8.0 \cdot 10^4$	/	/	
$8.2 \cdot 10^4$			
$8.35344 \cdot 10^4$	Valeur critique de Rayleigh, correspond au cycle limite-transition limite		
$8.4 \cdot 10^4$	$f_1=34.179$	/	P
$8.45 \cdot 10^4$	$f_1=34.179$	/	
$8.7 \cdot 10^4$	$f_1=35.4$	$2f_1$	
$8.9 \cdot 10^4$	$f_1=35.4$	$2f_1$	
10^5	$f_1=39.06$	$2xf_1$	
$8.0 \cdot 10^6$	$f_1=571.28$	$2f_1, 3f_1$	
$8.0625 \cdot 10^6$	$f_1=573.73$	$2f_1, 3f_1$	
$8.125 \cdot 10^6$	$f_1=576.17$ $f_2=427.24$	$f_1-f_2, 2f_1-f_2, 3f_1$	
$8.25 \cdot 10^6$	$f_1=578.61, f_2=427.24$	$f_1-f_2, 2f_2-f_1, 2(f_1-f_2), 2f_1-f_2, 2f_1$	
$8.5 \cdot 10^6$	$f_1=588.37, f_2=432.12$	$f_1-f_2, 2f_2-f_1, 2(f_1-f_2), 2f_1-f_2, f_1+f_2, 2f_1$	
$9.0 \cdot 10^6$	$f_1=605.37, f_2=444.33$	$f_1-f_2, 2f_2-f_1, 2(f_1-f_2), 2f_1-f_2, f_1+f_2, 2f_1$	
$9.05 \cdot 10^6$	$f_1=607.91, f_2=444.33$	$f_1-f_2, 2f_2-f_1, 2(f_1-f_2), f_1+f_2, 2f_1, 2f_1+f_2$	
$9.20 \cdot 10^6$	$f_1=449.218$ $f_2=163.57$	$2f_2, f_1+f_2, 2f_2+f_1, 2f_1, 2f_1+f_2, 2(f_1+f_2), 2f_1+3f_2, 2f_2+3f_1, 3(f_1+f_2)$	QP
$9.40 \cdot 10^6$	$f_1=620.11$ $f_2=451.66$	$f_1-f_2, 2f_2+f_1, f_1+f_2, 2f_1+f_2$	QP
$9.7 \cdot 10^6$	$f_1=629.882$ $f_2=463.867$	$f_1-f_2, 2(f_1-f_2), f_1+f_2, 2f_1$	QP
10^7			CH
$1.15 \cdot 10^7$			
$1.20 \cdot 10^7$	Complètement perturbé	/	
$1.22 \cdot 10^7$			

Table A.2 Résultats de l'analyse spectrale des signaux et des séquences à la bifurcation pour Rayleigh dans l'intervalle $[10^4 - 2.0 \times 10^7]$, Cu-nanofluides avec $\varphi = 0.1$.

Nombre de Rayleigh	Fréquences fondamentales	Harmoniques	État :
			S: stationnaire P: périodique QP: quasi périodique CH : chaotique
10^4			
10^5			
$1.25 \cdot 10^5$			
$1.8 \cdot 10^5$	/	/	S
$1.91 \cdot 10^5$			
$1.93 \cdot 10^5$			
$1.9503962 \cdot 10^5$	Valeur critique de Rayleigh, correspond au cycle limite-transition limite		
$1.96 \cdot 10^5$			
$1.97 \cdot 10^5$	$f_1=52.49$		
$1.98 \cdot 10^5$			
$2.03 \cdot 10^5$	$f_1=53.71$	/	P
$2.5 \cdot 10^5$	$f_1=64.69$		
$5.0 \cdot 10^5$	$f_1=111$		
10^6	$f_1=166$		
10^7	$f_1=483.3$		
$1.06 \cdot 10^7$	$f_1=495.6$	$2f_1$	P
$1.0615 \cdot 10^7$	$f_1=495.6$		
$1.109 \cdot 10^7$	$f_1=505.37, f_2=424.80$	$f_1, f_2, 2 f_2- f_1$	
$1.132 \cdot 10^7$	$f_1=510.25, f_2=429.68$	$f_1, f_2, 2 f_1$	
$1.156 \cdot 10^7$	$f_1=512.69, f_2=285.64$	$2 f_2- f_1, 2 f_1- f_2, f_1+ (1/2) f_2, f_1+f_2$	QP
$1.25 \cdot 10^7$	$f_1=581.05, f_2=444.33$	$f_1- f_2, (1/2)f_2, f_1.(1/2) f_2, 2f_1.f_2, f_1+(1/2)f_2, 2f_1$	QP
$1.35 \cdot 10^7$	$f_1=603.02, f_2=390.62$	$2f_2-f_1, f_1-f_2, f_1+f_2, 2f_1$	QP
$1.4 \cdot 10^7$			
$1.50 \cdot 10^7$	Complètement perturbé	/	CH
$2.0 \cdot 10^7$			

Table A.3 Résultats de l'analyse spectrale des signaux et des séquences de bifurcation pour Ra compris entre $3,0 \times 10^5$ et 3.50×10^7 , nanofluides de Cu avec $\varphi = 0.2$.

Nombre de Rayleigh	Fréquences fondamentales	Harmoniques	État :
			S: stationnaire P: périodique QP: quasi périodique CH : chaotique
$3.0 \cdot 10^5$			
$4.20 \cdot 10^5$			
$4.40 \cdot 10^5$			
$4.50 \cdot 10^5$	/	/	S
$4.52 \cdot 10^5$			
$4.54 \cdot 10^5$			
$4.55 \cdot 10^5$			
$4.56 \cdot 10^5$	Valeur critique de Rayleigh, correspond au cycle limite-transition limite		
$4.565 \cdot 10^5$			
$4.57 \cdot 10^5$	$f_1=84.22$	/	P
$4.575 \cdot 10^5$			
$4.58 \cdot 10^5$			
$4.582 \cdot 10^5$			
$4.59 \cdot 10^5$			
$4.60 \cdot 10^5$	$f_1=85.44$	/	P
$4.61 \cdot 10^5$			
$4.615 \cdot 10^5$			
$4.62 \cdot 10^5$			
$4.625 \cdot 10^5$	$f_1=85.44$	$2f_1$	P
$4.70 \cdot 10^5$	$f_1=86.66$	/	P
$4.80 \cdot 10^5$	$f_1=87.89$	$2f_1$	
$4.90 \cdot 10^5$	$f_1=89.11$	$2f_1$	
$5.0 \cdot 10^5$	$f_1=90.33$	$2f_1$	P
$5.10 \cdot 10^5$	$f_1=92.77$	$2f_1$	
$5.30 \cdot 10^5$	$f_1=93.99$	$2f_1$	
$6.0 \cdot 10^5$	$f_1=102.5$	$2f_1$	
10^6	$f_1=141.6$	$2f_1$	
$5.0 \cdot 10^6$	$f_1=312.5$	$2f_1, 3f_1$	
10^7	$f_1=427.24$	$2f_1, 3f_1$	P
$1.25 \cdot 10^7$	$f_1=471.19$	$2f_1, 3f_1$	
$2.0 \cdot 10^7$	$f_1=578.61$	$2f_1, 3f_1$	
$2.50 \cdot 10^7$	$f_1=627.44, f_2=566.40$	$f_1-f_2, 2(f_1-f_2), 2f_2-f_1, 2f_1-f_2, 2f_2, f_1+f_2, 2f_1$	QP
$2.60 \cdot 10^7$	$f_1=700.68, f_2=637.20$	$f_1-f_2, 2(f_1-f_2), 2f_2-f_1, 2f_2, f_1+f_2, 2f_1$	
$2.66 \cdot 10^7$	$f_1=642.08, f_2=578.61$	$f_1-f_2, 2(f_1-f_2), 2f_1, 3f_2, 2f_1+f_2, 3f_1$	QP
$2.80 \cdot 10^7$			
$2.85 \cdot 10^7$			
$3.10 \cdot 10^7$	Complètement perturbé	/	CH
$3.50 \cdot 10^7$			

A.3 Section de Poincaré

Les figures ci-dessous représentent une stroboscopie des valeurs $(\psi_{mid}, \frac{d\psi_{mid}}{dt})$ pour différents nombre de Rayleigh

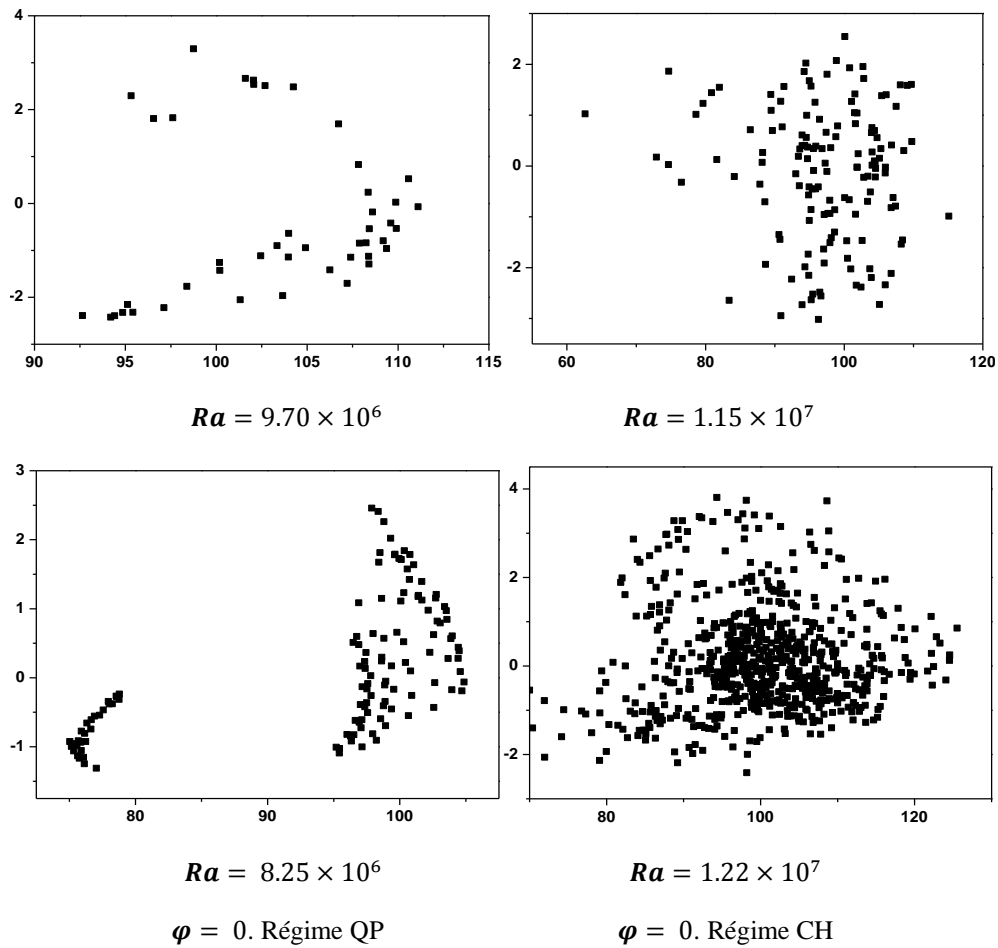


Figure A.1 Stroboscopie des valeurs $(\psi_{mid}, \frac{d\psi_{mid}}{dt})$ pour $\varphi = 0$.

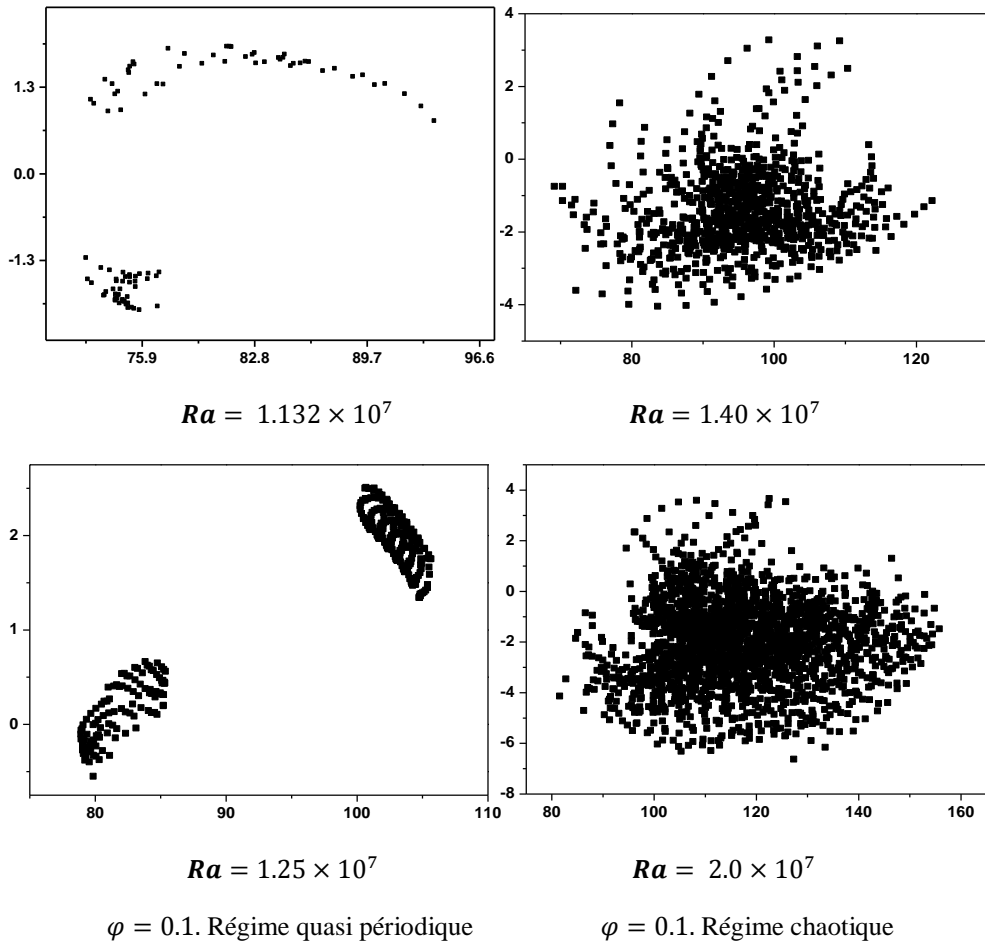


Figure A.2 Stroboscopie des valeurs $(\psi_{mid}, \frac{d\psi_{mid}}{dt})$ pour $\varphi = 0.1$.

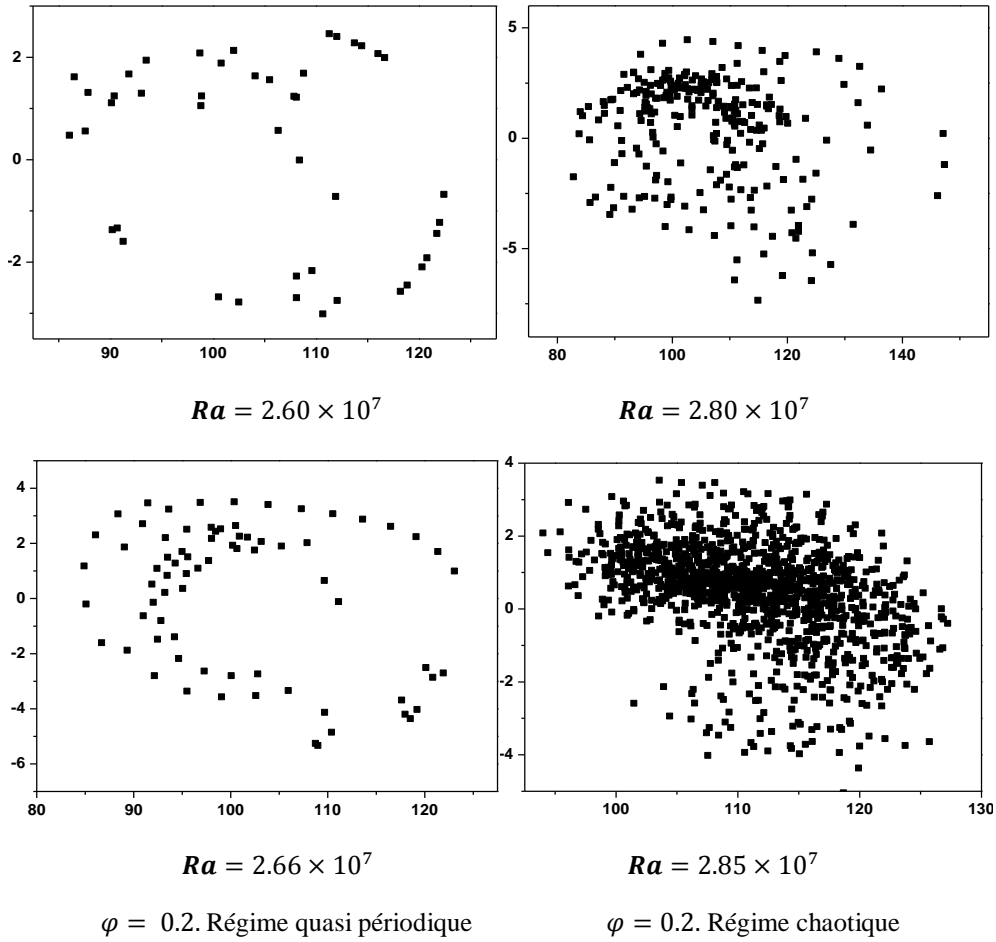


Figure A.3 Stroboscopie des valeurs $(\psi_{mid}, \frac{d\psi_{mid}}{dt})$ pour $\varphi = 0.2$.

A.4 Systèmes dynamiques et méthodes d'analyse

A.4.1 Introduction

Cette partie est une initiative sur les systèmes dynamiques, avec des notions de base liés à la dynamique non linéaire et du chaos (notions de bifurcation, chaos, dimension de l'attracteur,...etc). En plus, elle englobe quelques outils mathématiques utilisés (Transformation de Fourier, méthode FFT, section de Poincaré, Exposant de Lyapunov) afin d'en faciliter l'exploitation des signaux issus lors de la simulation. Pour plus de détails le lecteur doit se référer aux ouvrages spécialisés cité dans cette thèse.

A.4.2 Systèmes dynamiques

Un système peut être vu de façon différente selon sa nature déterministe ou non, sa sensibilité aux conditions initiales (SCI) ou sa stabilité (figure A.4). Il peut très bien être instable et pourtant être prévisible. Dès que son évolution n'est plus régie par des lois déterministes ou, que de sa sensibilité aux conditions initiales naît le chaos, le système devient imprévisible (Bonnefoy 2019).

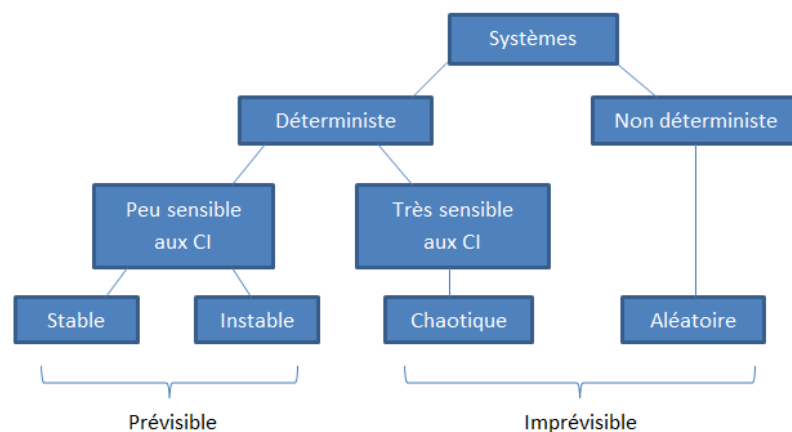


Figure A.4 Classification du système dynamique (Bonnefoy 2019).

A.4.2.1 Définition d'un système dynamique

La notion du système dynamique est la formalisation mathématique du concept scientifique général d'un processus déterministe. L'état futur et passé de nombreux phénomènes physiques, chimiques, biologiques, écologiques, économiques et même les systèmes sociaux peuvent être prédits dans une certaine mesure en connaissant leur état actuel et les lois régissant leur évolution. À condition que ces lois

ne changent pas dans le temps, le comportement d'un tel système pourrait être considéré comme complètement défini par son état initial. Ainsi, la notion du système dynamique inclut un ensemble de ses états possibles (espace d'états) et une loi de l'évolution de l'état dans le temps (Kuznetsov 1998).

A.4.2.2 Exemples de systèmes dynamiques

L'étude de la stabilité des systèmes dynamiques se révèle précieuse dans un grand nombre de contexte dont (Bonnetoy 2019):

- Nucléaire: emballement d'un réacteur de fission ou extinction d'un plasma confiné (réacteur de fusion).
- Chimie: emballement d'un réacteur homogène (Bhopal) ou hétérogène (torréfaction bois)
- Biologie: systèmes proies-prédateurs (= ressources-consommateurs).
- Contrôle commande: stabilité de la trajectoire d'une fusée, d'un satellite, d'un avion...
- Mécanique des fluides: instabilités variées (Rayleigh-Bénard, Marangoni, Kelvin-Helmholtz, Taylor-Couette,)

A.4.3 Notion de bifurcation

Une autre notion fondamentale dans l'étude des systèmes dynamiques, est la théorie de la "bifurcation".

A.4.3.1 Concept de bifurcation

Ce concept renvoie à l'étude des changements de comportement d'un système lorsque les paramètres de ce dernier changent. La bifurcation signifie un changement qualitatif de la dynamique du système, qui résulte du changement d'un des paramètres du système. Par exemple, déstabilisation d'un équilibre stable, apparition ou disparition d'un cycle ou d'un attracteur, ...

Le point de l'espace des paramètres où survient un tel événement est, par définition, un point de bifurcation (Bergé et al. 1988 ; Hamaizia 2013).

A.4.3.2 Bifurcation de Hopf

La transition d'un système dynamique, initialement à l'état stable (attracteur: point limite) vers l'état oscillatoire (attracteur: cycle limite) par franchissement d'une valeur critique du paramètre de contrôle (nombre de Rayleigh dans la présente étude); est une bifurcation de Hopf (Bergé et al. 1988).

On notera qu'au voisinage du point de bifurcation l'amplitude du cycle limite est proportionnelle à la racine carrée de l'écart $|Ra - Ra_c|$ et que la fréquence des oscillations est indépendante de cet écart. Le système est alors dans un état de stabilité marginale s'il s'agit d'une bifurcation de Hopf surcritique ou non si la bifurcation est sous-critique (Laouar 2008).

A.4.4 Caractérisation d'un système dynamique

Lorsque, à l'issue d'une expérience ou d'une simulation numérique, on dispose d'un certain signal fonction du temps $x(t)$. Ce signal contient des informations sur le phénomène étudié. L'objectif est en quelque sorte de déchiffrer le signal, de manière à faire ressortir les caractéristiques les plus significatives du point de vue dynamique.

Chaque régime dynamique est, en quelque sorte, le résultat d'une superposition d'oscillations qui diffèrent par l'amplitude, la période, le taux d'harmonique, etc.

Il faut donc de disposer de méthodes d'analyse "objectives", afin de caractériser et identifier un régime dynamique. Parmi les méthodes très fréquemment employées, on trouve : la transformation de Fourier (TF et FFT) la représentation au plan de phase, section de Poincaré, spectre de Fourier (puissance ou amplitude), l'exposant de Lyapunov, et la dimension fractale (Bergé et al. 1988).

A.4.4.1 Transformation de Fourier

La transformation de Fourier est une méthode d'analyse qui permet d'identifier toutes les fréquences contenues dans un signal. Généralement il s'agit d'une suite discrète de nombres réels régulièrement espacés dans le temps, représentant l'évolution d'une grandeur physique donnée au cours du temps. Vu la complexité du signal réel, la transformée de Fourier nous permet d'avoir une

représentation différente appelée représentation fréquentielle du même signal. Le passage du domaine temporel au domaine spectral est appelé le spectre d'amplitude de ce signal (Bergé et al. 1988).

Si $x(\hat{n})$ est un signal physique discret donné, alors sa transformée de Fourier discrète est la suivante :

$$\dot{x}_{\hat{k}} = \sum_0^{N-1} x[\hat{n}] \cdot \exp^{-2j\pi \frac{\hat{n}\hat{k}}{N}} \quad (\text{A.31})$$

N étant la période du signal discret (ou ce qui revient au même, le nombre d'échantillons du signal discret). De même on peut donner la relation exprimant la transformée de Fourier discrète inverse :

$$x[\hat{n}] = \frac{1}{N} \sum_{\hat{k}=0}^{N-1} \dot{x}[\hat{k}] \cdot \exp^{+2j\pi \frac{\hat{n}\hat{k}}{N}} \quad (\text{A.32})$$

Cette transformée est-elle même périodique. Ainsi les domaines temporels et fréquentiels se trouvent liés et il est facile de remarquer que :

$$\sum_{\hat{n}=0}^{N-1} |x[\hat{n}]|^2 = \sum_{\hat{k}=0}^{N-1} |\dot{x}[\hat{k}]|^2 \quad (\text{A.33})$$

Quantité qui reste invariante lors de la transformation de Fourier. On l'appelle la relation de *Parseval-Plancherel*. Cette identité traduit la conservation de l'énergie totale contenue dans le signal. Le graphe représentatif de $|\dot{x}[\hat{k}]|^2$ en fonction de la fréquence f est appelé le spectre de puissance du signal. Si le signal est périodique, alors le spectre de puissance comporte une séquence discrète de pics, dont le premier est le fondamental suivi de ces harmoniques. Si le signal est quasi périodique le spectre de puissance comporte, outre les fréquences de base (f_1, f_2, \dots) les composantes à toutes les fréquences : $|m_1 f_1 + m_2 f_2 + \dots|$ les nombres m_i étant des entiers de signe quelconque. Cependant, si le signal est non périodique, le spectre de puissance sera continu. Ainsi la continuité soudaine du spectre suite à une augmentation d'un paramètre de contrôle du système, est révélatrice d'un comportement chaotique.

A.4.4.2 Transformée de Fourier rapide (FFT)

La transformée de Fourier rapide (Fast Fourier Transform) est un outil de calcul qui facilite l'analyse de signal telle que l'analyse du spectre de puissance et la

simulation de filtre au moyen d'ordinateurs numériques. Il s'agit d'une méthode de calcul efficace de la transformée de Fourier discrète d'une série d'échantillons de données (appelées séries temporelles) (Cochran et al.1967).

Pour calculer le spectre de puissance (puisque'il existe un lien entre la forme du spectre de puissance et le caractère périodique, quasi-périodique, ou apériodique), il faut connue $|\hat{x}[k]|^2$. Le calcul devient trop long quand \hat{n} prennent des valeurs appréciables. Puisque de façon générale, la détermination des n composantes d'un spectre exige un nombre d'opérations (additions et multiplications) qui est de l'ordre de \hat{n}^2 . Toutefois, lorsque n est une puissance de deux (2), la FFT permet d'aboutir au spectre de puissance à l'aide d'un nombre d'opérations beaucoup plus faible, de l'ordre de $\hat{n}\log_2\hat{n}$. (Bergé et al. 1988).

A.4.4.3 Espace des états

Nous introduisons la notion de l'espace des états décrivant le comportement d'un système dynamique par un exemple très simple d'un objet oscillant le long d'un axe x. Pour cela, le principe fondamental de la dynamique stipule que :

$$F_x = m \frac{d^2x}{dt^2} = -lx \quad (\text{A.34})$$

l : Constante de rappel positive

m : Masse de l'objet

Le mouvement de cet objet est déterminé complètement en spécifiant sa position et sa vitesse à tout instant. Généralement les conditions initiales sont :

$$\begin{cases} x(t = 0) = x_0 \\ \frac{dx}{dt}(t = 0) = \dot{x}_0 \end{cases} \quad (\text{A.35})$$

De sorte que :

$$x(t) = x_0 \cos(\kappa t) + \frac{\dot{x}_0}{\kappa} \sin(\kappa t) \quad (\text{A.36})$$

$$\dot{x}(t) = -\kappa x_0 \sin(\kappa t) + \dot{x}_0 \cos(\kappa t) \quad (\text{A.37})$$

Où :

$$\kappa = \sqrt{\frac{l}{m}} \quad (\text{A.38})$$

Est la fréquence angulaire des oscillations. Le comportement de ce système est complètement déterminé par la connaissance de $x(t)$ et $\dot{x}(t)$, on dit alors que le système possède deux degrés de liberté (c'est la dimension de l'espace d'état dynamique du système). Le graphe représentatif de $\dot{x}(t)$ en fonction de $x(t)$ est une trajectoire dans le plan de phase représentative d'une évolution de l'oscillateur ; un ensemble de trajectoires constitue un portrait de phase (Laouar 2008).

A.4.4.4 Section de Poincaré

La méthode dite section de Poincaré est un outil très fréquemment utilisé pour étudier les systèmes dynamiques, elle consiste à ramener un système différentiel (temps continu) à celle d'une application (temps discret) (Hamaizia 2013). Dont le but est de faciliter la représentation des résultats (cette technique autorise souvent un diagnostic rapide et précis, car elle permet la représentation d'une trajectoire tridimensionnelle sur un plan (Bergé et al. 1988). Les objectifs principaux d'une section Poincaré sont de fournir une vision différente de la dynamique du système et éventuellement d'aider à identifier le type d'attracteur (Williams 1997).

Dans le cas d'un cycle limite, la coupe de Poincaré se réduit à un point unique (considérer le plan de phase, alors que dans le cas d'une solution quasi-périodique à deux fréquences de base incommensurables f_1, f_2 , la coupe de Poincaré est une courbe fermée de forme quelconque. Selon le rapport f_1/f_2 , la section est une courbe fermée continue s'il est irrationnel ou un ensemble fini de points s'il est rationnel (Laouar 2008). La figure A.5 montre quelques situations coexistées par l'utilisation de cette technique (Georg 2005).

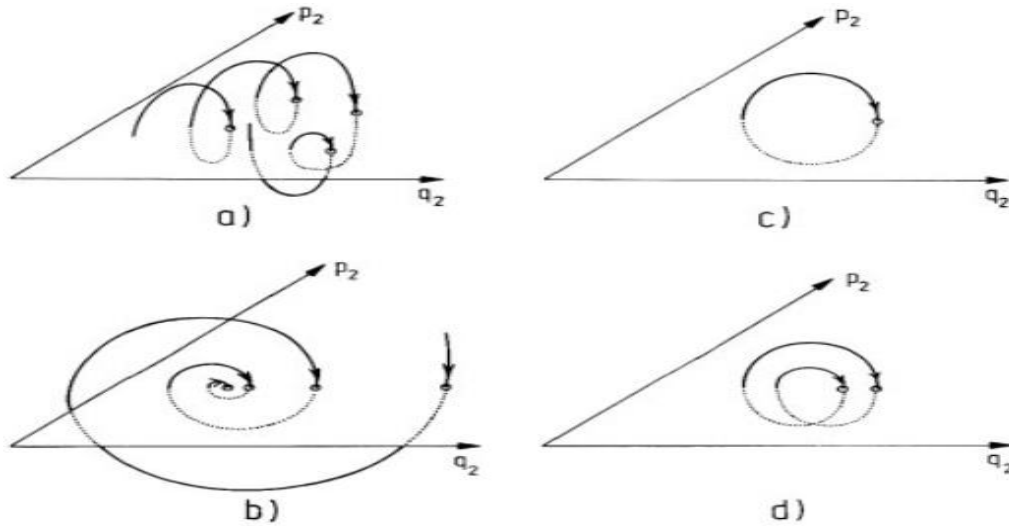


Figure A.5 Différents trajectoires peut être distinguée qualitativement par leurs sections de Poincaré: (a) mouvement chaotique ; (b) approche d'un point fixe ; (c) cycle ; (d) cycle de période doublée (Georg 2005).

A.4.4.5 Sensibilité aux conditions initiales

Cette propriété a été observée pour la première fois par E. Lorenz sur son modèle météorologique. Elle est connue sous le nom populaire d'effet papillon. La sensibilité des trajectoires chaotiques aux conditions initiales est une autre caractéristique permettant de reconnaître un comportement chaotique, puisque la plupart des systèmes chaotiques exhibent la sensibilité aux conditions initiales ; pour deux conditions initiales arbitraires très voisines initialement; les deux trajectoires correspondant à ces données initiales divergent exponentiellement, par suite les deux trajectoires sont incomparables (Hamaizia 2013).

A.4.4.6 Exposant de Lyapunov

Plusieurs statistiques, calculées de manière fiable, indiquent le chaos (du moins en théorie). De plus, par leur ampleur, leur signe ou leur tendance, ils suggèrent (encore une fois, du moins théoriquement) à quel point un système est chaotique. L'une des plus importantes de ces statistiques est l'exposant de Lyapunov (Williams 1997).

L'exposant de Lyapunov caractérise la sensibilité de l'attracteur chaotique aux conditions initiales (SCI). Considérons deux points initiaux voisins x_0 et $x_0 + \varepsilon$.

Après n itérations, l'exposant de Lyapunov $L_y(x_0)$ est défini par l'équation (Dang-Vu et Delcarte 2000).

$$\varepsilon \exp^{n L_y(x_0)} = |f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)| \quad (\text{A.39})$$

A la limite $\varepsilon \rightarrow 0$ et $n \rightarrow \infty$, on obtient l'expression suivante pour L_y :

$$\begin{aligned} L_y(x_0) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{n} \log \left| \frac{f^n(x_0 + \varepsilon) - f^n(x_0)}{\varepsilon} \right| \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \left| \frac{df^n(x_0)}{dx} \right| \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Si la valeur de L_y est négative, les trajectoires légèrement séparées finissent par converger et l'évolution n'est pas chaotique. Au contraire, si la valeur de L_y est positive, les trajectoires très proches finissent par diverger et on parle de SCI, le système est dans un état chaotique (Laouar 2008).

A.4.4.7 dimension d'un attracteur étrange

Une autre caractéristique quantitative intéressante d'un régime chaotique découle par la détermination de la dimension de l'attracteur, c'est la dimension fractale. Généralement, la dimension fractale présente une valeur non entière. Il existe de nombreuses mesures de la dimension d'un ensemble de points. Nous décrirons une définition très intuitive ou géométrique appelée capacité de dimension ou « **box-counting** » (Moon 1992).

Nous commençons par la mesure de la dimension des points le long d'une ligne ou répartis sur une certaine zone. Considérons d'abord une distribution uniforme de N_0 points le long d'une ligne ou une variété unidimensionnelle dans un espace tridimensionnel (voir la figure A.6). Nous demandons ensuite comment nous pouvons couvrir cet ensemble de points par des petits cubes avec des côtés de longueur ε (On peut aussi utiliser des sphères de rayon ε). Pour être plus précis, nous calculons le nombre minimum de tels cubes $N(\varepsilon)$ pour couvrir l'ensemble ($N(\varepsilon) < N_0$). Quand N_0 est grand et ε assez petit, le nombre de cubes pour couvrir une ligne sera :

$$N(\varepsilon) \approx \frac{1}{\varepsilon} \quad (\text{A.41})$$

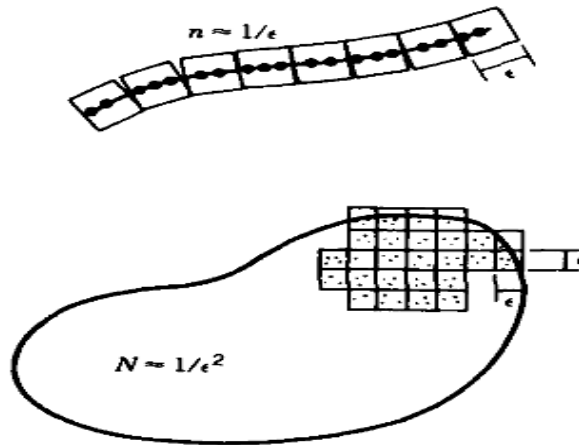


Figure A.6 Principe de recouvrement pour les distributions linéaires et planaires de points (Moon 1992).

De même, si nous distribuons les points uniformément sur une surface bidimensionnelle dans un espace tridimensionnel, on constatera que le nombre minimum de cubes pour couvrir l'ensemble sera mis à l'échelle de la manière suivante :

$$N(\varepsilon) \approx \frac{1}{\varepsilon^2} \quad (\text{A.42})$$

D'une façon intuitive, alors il est naturel de définir la dimension par la loi d'échelle suivante:

$$N(\varepsilon) \approx \frac{1}{\varepsilon^d} \quad (\text{A.43})$$

Prenant le logarithme des deux côtés de l'équation (A.43) et en ajoutant un indice pour désigner la dimension de capacité, nous avons :

$$d_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} \quad (\text{A.44})$$

Cette définition exige implicitement que le nombre de points dans l'ensemble être grand ou $N_0 \rightarrow \infty$. Un ensemble de points est dit fractal si sa dimension est non entière - d'où le terme dimension fractale.

A.4.4.7.1 Exemples

➤ Courbe de Koch

Cet exemple a été décrit à l'origine par Von Koch en 1904. On commence par une construction géométrique représentée par un segment de ligne droite de longueur unitaire. Après en divisant la ligne en trois segments, on remplace le segment du

milieu par deux lignes de longueur $1/3$ comme le montre la figure A.7. Ainsi, nous nous retrouvons avec quatre côtés, chacun d'une longueur de $1/3$, de sorte que la longueur totale de la nouvelle frontière est de $4/3$. Pour obtenir une courbe fractale, on répète ce processus pour chacun des quatre nouveaux segments et ainsi de suite. A chaque pas, la longueur est augmentée de $4/3$ pour que la longueur totale approche l'infini. Après de nombreuses étapes, on peut voir que la courbe semble floue. En fait, à la limite, on a une courbe continue qui n'est nulle part différentiable. Ainsi, nous avons le paradoxe apparent d'une courbe continue qui a certaines propriétés d'une aire. Il n'est pas surprenant que l'on puisse définir une dimension de cette courbe fractale qui aboutit à une valeur comprise entre 1 et 2.

Considérons la $n^{\text{ième}}$ itération de la génération de la courbe de Koch où nous laissons la taille des cubes être égale à la longueur d'un segment de droite. À la $n^{\text{ième}}$ étape de la construction, le nombre de segments est:

$$N_n = 4^n \quad (\text{A.45})$$

où la taille ε est donnée par :

$$\varepsilon_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (\text{A.46})$$

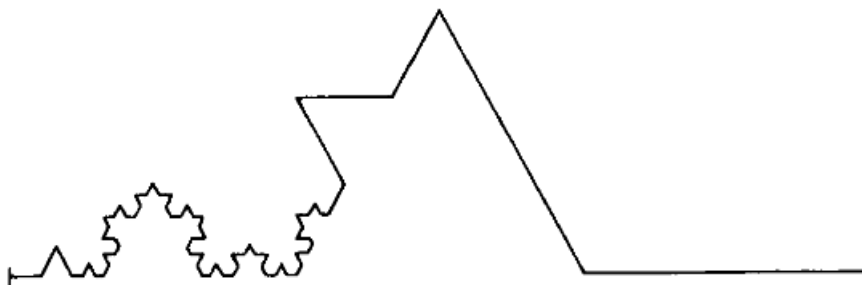


Figure A.7 Construction partielle d'une courbe fractale de Koch (Moon1992).

Remplacement de la limite $\varepsilon \rightarrow 0$ par $n \rightarrow \infty$ dans l'équation (A.44), on voit facilement que pour la courbe de Von Koch :

$$d_c = \frac{\log 4}{\log 3} = 1.26185$$

➤ **L'ensemble de Cantor**

L'ensemble de Cantor est obtenu en enlevant au segment unité son tiers central, puis on répète cette opération sur les deux segments restants et on réitère indéfiniment ce processus (voir figure A.8). À chaque étape, on jette les segments du milieu des points, créant deux fois plus de segments de ligne mais réduisant la longueur totale de $2/3$. A la limite la longueur totale s'approche de zéro, bien que comme nous le verrons ci-dessous, la dimension fractale de cet ensemble de points est comprise entre 0 et 1.

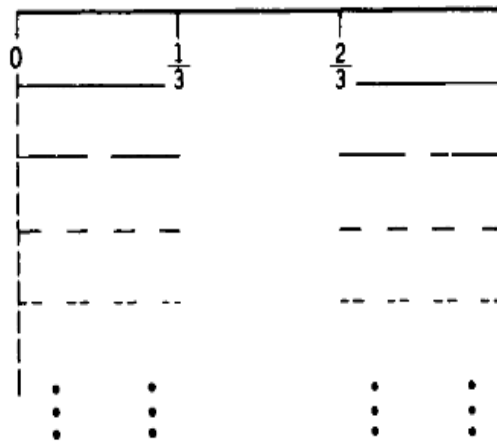


Figure A.8 De haut en bas: étapes séquentielles de la construction d'un ensemble de Cantor (Moon 1992).

De la même façon du 1^{er} exemple (courbe de Von Koch), on peut montrer que pour l'ensemble de Cantor:

$$d_c = \frac{\log 2}{\log 3} = 0.63092$$

Références bibliographiques

- A Abu-Nada, E., Oztop, H.F (2009) Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu-Water nanofluid, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol 30, pp. 669-678.
- Abu-Nada, E., Chamkha, A.J. (2010) Mixed convection flow in a lid-driven inclined square enclosure filled with a nanofluid, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, vol 29, pp. 472-482.
- Azizian, M. R., Aybar, H., Okutucu, T (2008) Thermo physical Properties of Nanofluid (Density, Specific Heat and Thermal Conductivity), Mechanical Engineering Department May 21, http://me.emu.edu.tr/mreza/current_research.htm.
- B Barakos, G., Mitsoulis, E (1994) Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions. *Int J Numer Methods Fluids*, vol 18, pp. 695-719.
- Batchelor, G.K (1977) The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles. *J. Fluid Mech.* 83(01), pp. 97–117.
- Bejan, A (1984) *Convection Heat Transfert*, John Wiley and Sons, New York.
- Bergé, P., Pomeau, Y., Vidal, C (1988) *L'ordre dans le chaos, vers une approche déterministe de la turbulence*, Hermann, 1988.
- Bergman, T, L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., Dewitt, D. P (2011) *Introduction to heat transfert*, 6 th edition, John Willey & Sons, Inc.
- Bonnefoy, O., (2019) *Systèmes dynamiques, application à la mécanique des fluides*, école nationale supérieure des mines de Saint-Etienne, <http://www.emse.fr/bonnefoy/Public/SD-EMSE.pdf>
- Boudjeniba, B., Laouar, S., Mezaache, E (2015) Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant des nanofluides", *Second international conference on mechanics*, université Constantine1, 25-26 novembre.
- Boudjeniba, B., Laouar, S (2018) Numerical Study of Natural Convection in an Inclined Square Cavity Filled With Nanofluid: Transition to Oscillatory Convection, *International Conference on Advanced Mechanics and Renewable Energies ICAMRE2018* Boumerdes - Algeria, November 28&29, <https://icamre2018.sciencesconf.org>.
- Boudjeniba, B., Laouar, S. (2019) Natural Convection of Al₂O₃-Water nanofluid in a Square Cavity: Comparison of the Analytical Model and Experimental Correlations, *The First International Conference on Materials, Environment, Mechanical and Industrial Systems ICMEMIS'19*, 29-30 June, University of Djelfa, Algeria.
- Boudjeniba, B., Laouer, A., Laouar, S., Mezaache, E (2019) Transition to Chaotic Natural Convection of Cu-water Nanofluid in an Inclined Square Enclosure, *Int J. Heat and Technology*, Vol. 37, No. 2, June, pp. 413-422.
- Brinkman, H. C (1952) The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chem. Phys.*, vol 20, pp. 571-581.

- C Catton, I (1978) Natural Convection in Enclosures, Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf., Toronto, Canada, Vol. 6, pp. 13–31.
- Choi, S. U. S (1995) Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition San Francisco, CA, USA.
- Cochran, W. T., Cooley, J.W., Favin, D.L. , Helms, H.D. , Kaenel, R.A., Lang, W.W., Maling, G.C., Nelson, D.E., Rader, C.M., Welch, P.D (1967) What Is the Fast Fourier Transform'', Proceedings of the IEEE, vol. 55. No. 10, October.
- Corcione, M (2011) Rayleigh-Bénard convection heat transfer in nanoparticle suspensions, International Journal of Heat and Fluid Flow vol 32, pp. 65–77.
- D Dang-Vu, H., Delcarte, C (2000) Bifurcation et Chaos, une introduction à la dynamique contemporaine avec des programmes en pascal, Fortran et mathematica, universités Mécanique, Ellipses Edition Marketing S. A., Paris.
- De Gassowski, G., Xin, S., Daube, O (2003) Bifurcations et solutions multiples en cavité 3Ddifférentiellement chauffée, C. R. Mécanique vol 331, pp.705–711.
- De Vahl Davis, G (1983) Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution, Int. J. for Numerical Methods in Fluids, Vol. 3, pp. 249-264.
- E Eastman, J. A., Choi, S.U.S., Li, S., Thompson, L.J., Lee, S (1997) Enhancement thermal conductivity through the development of nanofluids, in: 1996 Fall meeting of the Materials Research Society (MRS), Boston, USA.
- Eastman, J. A., Choi, S. U. S., Li, S., Yu, W., and Thompson, L. J (2001) Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles, Applied Physics Letters, volume 78, N 6, 5 February.
- Esmail, K. K (2013) Numerical feasibility study of utilizing nanofluids in laminar natural convection inside enclosures, Heat Mass Transfer, Vol. 49,pp. 41-54.
- G Garbadeen, I. D., Sharifpur, M., Slabber, J.M., Meyer, J.P (2017) Experimental study on natural convection of MWCNT-water nanofluids in a square enclosure, International Communications in Heat and Mass Transfer vol 88, pp.1–8.
- Georg, H. S (2005) Deterministic Chaos - an Introduction. 4^e edition, Wiley.
- Ghodsinezhad, H., Sharifpur, M., Meyer, J. P (2016) Experimental investigation on cavity flow natural convection of Al₂O₃–water nanofluids, International Communications in Heat and Mass Transfer. Article in Press. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2016.06.005.
- Gladés, B (2010) Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard, thèse de doctorat de l'université de Toulouse.
- Gollub, J.P., Benson, S. V (1980) Many routes to turbulent convection, J. Fluid Mech, vol. 100, part 3, pp. 449-470.

- H Haghghi, E. B (2015) Single Phase Convective Heat Transfer with Nanofluids: An Experimental Approach, Doctoral Thesis, Stockholm, Sweden.
- Hamaizia, T (2013) Systèmes dynamiques et Chaos, application à l'optimisation à l'aide d'algorithmes chaotiques, thèse de doctorat, université de Constantine-1.
- Heris, H. Z., Pour, M. B., Mahian, O., Wongwises, S (2014) A comparative experimental study on the natural convection heat transfer of different metal oxide nanopowders suspended in turbine oil inside an inclined cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 73 231–238.
- Ho, C. J., Chen, M.W., Li, Z.W (2008) Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity, *Int. J. Heat Mass Transfer* vol 51, pp. 4506–4516.
- Ho, C. J., Liu, W.K., Chang, Y.S., Lin, C.C (2010) Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study, *International Journal of Thermal Sciences* vol 49, pp.1345-1353.
- Hwang, K. S., Lee, J.H., Jang, S.P (2007) Buoyancy-driven heat transfer of water-based Al_2O_3 nanofluids in a rectangular cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer* vol 50, pp. 4003–4010.
- J S.P. Jang, S.U.S. Choi, The role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids, *Appl. Phys. Lett.* 84 (2004) 4316–4318.
- Jang, S. P., Choi, S. U. S (2007) Effects of Various Parameters on Nanofluid Thermal Conductivity, *Journal of Heat Transfer*, May, Vol. 129 / 617.
- Janssen, R. J. A., Henkes, R. A. W. M., and Hoogendoorn, C. J (1993) Transition to time-periodicity of a natural-convection flow-in 3D differentially heated cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 36, No. 11, pp. 2927-2940.
- K Kadri, S., Mahdaoui, R., Elmir, M., Draoui, B (2010) Etude du comportement d'un nanofluide sous l'effet des vibrations en convection naturelle, 10^{ème} Séminaire internationale sur la physique énergétique, vol. 1, pp.139-144.
- Kakaç, S., Pramuanjaroenkij, A (2009) Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 52, pp. 3187–3196.
- Kambe, T., "Elementary Fluid Mechanics" univ of Tokyo, World Scientific Publishing 2007.
- Khanafar, K., Vafai, K., Lightstone, M (2003), Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol 46, pp.3639–3653.
- Khanafar, K., Vafai, K. (2011) A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 54, pp.4410–4428.
- Khentoul, M (2016) Étude Numérique de la Convection Mixte dans un Canal Horizontal Contenant des Ailettes, thèse de Doctorat 3^{ème} cycle (LMD), Université des frères Mentouri – Constantine.

Kieno, P. F., Ouédraogo, A., Zongo, O. M., Bathiébo, J. D., Zeghmati, B (2013) Numerical Study of the Routes toward Chaos of Natural Convection within an Inclined Enclosure, *J. Sci. Res.* 5 (1), pp.105-117.

Kouloulis, K., Sergis, A., Hardalupas, Y (2016) Sedimentation in nanofluids during a natural convection experiment, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 101, pp.1193–1203.

Krane, R. J., Jessee, J (1983) Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure, *Proceedings of the First ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference*, 1 pp. 323-329.

Kumar, A., Faisal Baig, M., &Asrar, W (1998) Evolution to Chaotic Natural Convection in a Rectangular Enclosure With Mixed Boundary Conditions, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 34:pp.447-462.

Kumar, P. M., Kumar, J., Tamilarasan, R., Sendhilmathan, S., and Suresh, S (2015) Review on nanofluids theoretical thermal conductivity models, *Engineering Journal* Volume 19 Issue 1, ISSN 0125-8281.

Kuznetsov, Y. A (1998) *Element of applied Bifurcation theory*, second edition, Springer-Verlag New York, Inc. ISBN: 0-387-98382-1”

L Laouar, S (2008) *Etude de la convection naturelle transitoire et bidimensionnelle dans une enceinte parallélépipédique allongée de section droite carrée ‘bifurcation vers le chaos*, Doctorat d'Etat, Université Mentouri.

Lee, S., Choi, S.U.S., Li, S., Eastman, J.A (1999) Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, vol 121,pp.280–289.

Li, C. H., Peterson, G.P (2010) Experimental studies of natural convection heat transfer of Al_2O_3/DI water nanoparticles suspensions nanofluids, *Advances in Mechanical Engineering*. doi:10.1155/2010/742739.

Lorenz, E (1963) Deterministic Nonperiodic Flow, *Journal of the Atmospheric Sciences*. 20 (2): 130–141.

M Ma, J., Xu, F (2016) Unsteady natural convection and heat transfer in a differentially heated cavity with a fin for high Rayleigh numbers, *Applied Thermal Engineering* vol 99,pp. 625–634.

Maïga, S. E. B., Nguyen, C.T., Galanis, N., Roy, G (2004) Heat transfer enhancement in forced convection laminar tube flow by using nanofluids, in: *Proceedings of International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer III*, Paper CHT-040101,pp. 24.

Maïga, S. E. B., Nguyen, C. T., Galanis, N., Roy, G., Maré, T., Coqueux, M (2006) Heat transfer enhancement in turbulent tube flow using Al_2O_3 nanoparticle suspension”, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 16 Iss: 3 pp. 275 - 292.

- Mammeri, A (2014) Amélioration des performances énergétiques des systèmes de refroidissement industriels : Application aux serveurs informatiques, thèse de doctorat univ de Paris.
- Masuda, H., Ebata, A., Teramae, K., Hishinuma, N (1993) Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (Dispersion of Al_2O_3 , SiO_2 , and TiO_2 ultra-fine particles), *Journal of The Japan Society of Thermophysical Properties*, vol 7, pp.227–233.
- Mintsa, H. A., Roy, G., Nguyen, C. T., Doucet, D (2009) New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, vol 48, pp. 363–371.
- Mishra, P. C., Nayak, S. K., Mukherjee, S., Panda, A. (2014) A brief review on viscosity of nanofluids, *Int Nano Lett.* DOI 10.1007/s40089-014-0126-3.
- Moon, F.C (1992) Chaotic and fractal dynamics. New York: John Wiley.
- Mukutmoni, D., Yang, K. T (1993 a) Rayleigh-Benard convection in a small aspect ratio enclosure: part 1-bifurcation to oscillatory convection, *J. Heat Trans. T. ASME* 115, pp. 360-366.
- Mukutmoni, D., Yang, K. T (1993 b) Rayleigh-Bénard convection in a small aspect ratio enclosure: part 2-bifurcation to Chaos, *J. Heat Trans. T. ASME* 115, pp. 367-376.
- N Nayfeh, A. H., Balachandran, B (2004) Applied nonlinear dynamics Analytical, Computational and Experimental Methods, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.
- Novotov, E. F (1978) Application of Numerical Heat Transfer, UNESCO, Paris.
- O Ogüt, E. B (2009) Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source, *International Journal of Thermal Sciences* vol 48, pp.2063–2073.
- Ostiguy, C., Roberge, B., Woods, C., Soucy, B (2010) Les nanoparticules de synthèse Connaissances actuelles sur les risques et les mesures de prévention en SST 2^{ème} édition, Institut de recherche Robert-Sauvé en santé et en sécurité du travail, ISBN : 978-2-89631-457-7, www.irsst.qc.ca
- Ostrach, S (1972) Natural Convection in Enclosures,” in J. P. Hartnett and T. F. Irvine, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, New York, vol 8, pp. 161–227.
- Oztop, H. F., Abu-Nada, E (2008) Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol 29, pp.1326–1336.
- P Pak, B. C., Cho, Y. I (1998), Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Exp. Heat Transfer*, vol 11, pp.151–170.
- Paolucci, S., Chenoweth, D.R (1989) Transition to chaos in a differentially heated vertical cavity, *J. Fluid Mech.*, vol.201, pp.379-410.
- Piratheepan, M., Anderson, T.N (2014) An experimental investigation of turbulent

forced convection heat transfer by a multi-walled carbon-nanotube nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol 57, pp.286–290.

Polidori, G., Fohanno, S., Nguyen, C. T (2007) A note on heat transfer modeling of Newtonian nanofluids in laminar free convection, *Int. J. Therm. Sci*, vol 46, pp. 739-744.

Prasher, R., Song, D., Wang, J., and Phelan, P (2006) Measurements of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications, *Applied Physics Letters*, vol. 89, no. 13, pp. 1-3.

Putra, N., Roetzel, W., Das, S.K (2003) Natural convection of nanofluids, *J. Heat and Mass Transfer*, vol 39, pp.775–84.

R Rajarathinam, M., Nithyadevi, N (2017) Heat transfer enhancement of Cu-water nanofluid in an inclined porous cavity with internal heat generation, *Thermal Science and Engineering Progress*, vol 4, pp. 35–44.

Roache, P. J (1976) *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa, Albuquerque, USA.

S Salhi, H., Si-Ameur, M (2012) Convection naturelle dans les enceintes: nanofluide, *Revue des énergies renouvelables* vol. 15 N⁰ 1, 121-130.

Salhi, H (2015) *Étude numérique de la Convection Naturelle dans les Enceintes: Nanofluide*, thèse de doctorat en science, université de Batna.

Saury, D., Benkhelifa, A., Penot, F (2012) Experimental determination of first bifurcations to unsteady natural convection in a differentially-heated cavity tilted from 0⁰ to 180⁰, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol, pp. 74–84.

Schwartz, L. M., Bentz, D.P., Garboczi, E. J (1995) Interfacial transport in porous media: application to DC electrical conductivity of mortars, *J. Appl. Phys*, vol 78, pp.5898–5908.

Shang, D. Y., Zhong, L. C (2019) Heat transfer due to laminar natural convection of nanofluids theory and application, ISBN 978-3-319-94402-9 ISBN 978-3-319-94403-6 (eBook), <https://doi.org/10.1007/978-3-319-94403-6>. © Springer Nature Switzerland AG.

Solomon, A. B., Sharifpur, M., Ottermann, T., Grobler, C., Joubert, M., Meyer, J.P (2017) Natural convection enhancement in a porous cavity with Al₂O₃-Ethylene glycol/water nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol 108, pp. 1324–1334.

T Tiwari, R. K., Das, M.K (2007) Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International journal of heat and mass transfert*, vol50, pp.2002-2018.

V Vajjha, R. S., Das, D. K., & Mahagaonkar, B. M (2009) Density Measurement of Different Nanofluids and Their Comparison With Theory, *Petroleum Science and Technology*, vol 27, pp.612–624.

W Wang, X. Q., Mujumdar, A. S (2007) Heat transfer characteristics of nanofluids: a review, *Int. J. of Thermal Sciences*, vol 46, pp.1–19.

Wen, D., Ding, Y (2005) Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, vol 26, pp. 855–64.

Williams, G. P (1997) *Chaos Theory Tamed*. Washington D.C.: Joseph Henry Press (National Academy of Science), 532pp.

Wolf, A (1983) Simplicité et universalité dans la transition vers le chaos. *Nature*, vol 305, pp. 182-183.

X Xuan, Y., Li, Q (2000) Heat transfer enhancement of nanofluids, *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol 21 pp.58–64.

Xuan, Y., Roetzel, W (2000) Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol 43, pp. 3701–3707.

Y Yahata, H (1982) Transition to Turbulence in the Rayleigh-Benard Convection, *Progress of Theoretical Physics*, vol 68. No.4, October 1982.

Yang, K.T (1988) Transitions and Bifurcations in Laminar Buoyant Flows in Confined Enclosures, *Journal of Heat Transfer*, vol 110, pp. 1191-1204.

Yu, W., Choi, S.U.S (2003) The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model, *J. Nanoparticle Res*, vol 5, pp. 167–171.

Z Zienicke, E., Seehafer, N., Feudel, F (1998) Bifurcations in two-dimensional Rayleigh-Bénard convection, *Physical review E*, vol 57, pp. 428-435.