

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Présenté à l'Université 20 Août-1955 Skikda

Faculté des Sciences

Département des Sciences de la Matière

En vue d'obtenir le diplôme de magister
En physique
Option: Energétique

Mémoire de magister

Par :

MERABET AYECHÉ Chahra

Modélisation et simulation des phénomènes thermo-convectifs des écoulements se produisant dans des cavités : Influence du rayonnement thermique.

Soutenue devant le jury :

M^f : E. MEZAACHE	Pr. Université du 20 Août 1955 Skikda	Président
M^f : A. OMARA	Pr. Université de Constantine 1	Examinateur
M^f : S. LAOUAR	M. C. Université du 20 Août 1955 Skikda	Examinateur
M^f : D. OMEIRI	Pr. Université du 20 Août 1955 Skikda	Rapporteur

Dédicace



A tous ceux qui m'aiment



Remerciements

*Avant tout, je remercie **ALLAH** qui m'a donné le courage de continuer mes études et de terminer ce travail.*

*Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur Monsieur **D. OMEIRI**, professeur à l'Université 20 août 1955, Skikda. Je le remercie pour son aide et ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.*

*J'exprime ma gratitude à Monsieur **E. MEZAACHE**, professeur à l'Université 20 août 1955, Skikda, pour avoir accepté de présider le jury.*

*Je veux exprimer mes remerciements aux membres de jury, **A. OMARA**, professeur à l'Université de Constantine 1 et **S. LAOUAR**, Maître de Conférences à l'Université 20 août 1955, Skikda pour m'avoir fait l'honneur de juger et mettre en valeur ce modeste travail.*

A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.

عنوان

نمذجة و محاكاة ظواهر الحمل الحراري للسيرانات الناتجة داخل تجاوييف: تأثير الإشعاع الحراري.

ملخص

قمنا بالدراسة العددية ثنائية البعد لانتقال الحرارة بالحمل الحراري في وسط مائع. محاكاة الدراسة وفق بعدين تمت باستعمال برنامج Fluent، الذي يعتمد على طريقة الحجوم المنتهية. مجموعة النتائج العددية المتحصل عليها في حالة الحمل الحراري Rayleigh-Bénard بين صفيحتين متوازيتين، أفقيتين و غير منتهيتين تعالج تأثير عدد Rayleigh على الحقلين الديناميكي و الحراري. في حالة الحمل الحراري في تجوييف رباعي الشكل، نهتم بحالتين فيزيائيتين مختلفتين: حالة الحمل الحراري الطبيعي الصرف (بدون إشعاع)، و التزاوج بين الحمل الحراري و الإشعاع الحراري. في الحالة الأولى، نقوم بدراسة تأثير الزيادة في عدد Rayleigh على ظاهرة الحمل الحراري. أما من اجل الحالة الثانية، تأثير معامل الامتصاص على مختلف نماذج الإشعاع (نموذج DO، نموذج DTRM، نموذج P1 و نموذج Rosseland) يدرس من اجل قيمة واحدة لعدد Rayleigh و التي تساوي $10^5 \times 5$.

الكلمات المفتاحية

صفيحتين مستويتين متوازيتين، تجوييف رباعي الشكل، الحمل الحراري، حمل Rayleigh-bénard، إشعاع حراري، نماذج الإشعاع.

Titre

Modélisation et simulation des phénomènes thermo-convectifs des écoulements se produisant dans des cavités : Influence du rayonnement thermique.

Résumé

L'étude numérique bidimensionnelle du transfert de chaleur par convection thermique dans un milieu fluide a été considérée.

Une simulation du problème, bidimensionnel, a été menée en utilisant le logiciel Fluent basé sur la méthode des volumes finis.

L'ensemble des résultats numériques obtenus pour le cas de la convection de Rayleigh-Bénard entre deux plaques parallèles horizontales infinies traitent l'influence du nombre de Rayleigh sur le champ dynamique et le champ thermique.

Dans le cas de la convection thermique dans une cavité carrée, nous nous sommes intéressés à deux cas physiques : cas de la convection naturelle pure (sans rayonnement) et le cas du couplage entre la convection et le rayonnement thermique.

Dans le premier cas, nous avons étudié l'effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh sur la convection. Pour le deuxième cas, l'influence du coefficient d'absorption pour différents modèles de rayonnement (DO, DTRM, P1 et Rosseland) a été étudiée pour un seul nombre de Rayleigh égal à 5×10^5 .

Mots clés

Plaques planes parallèles, cavité carrée, convection naturelle, convection de Rayleigh-bénard, rayonnement thermique, modèles de rayonnement.

Title

Modeling and simulation of thermo-convective phenomena's of the flows occurring in cavities: Influence of thermal radiation.

Abstract

The two-dimensional numerical study of convective heat transfer in a fluid medium was considered.

A simulation of problem, in two-dimensional, was carried out by using the Fluent software, which it based on the finite volumes method.

The whole of the numerical results obtained in the case of the convection of Rayleigh-Bénard between two horizontal parallel infinite plates treat the influence of Rayleigh number on the dynamics and thermals fields.

In the case of the thermal convection in a square cavity, we have considered two physical cases: case of pure natural convection (without radiation), and the case of coupling convection and thermal radiation.

In the first case, we have studied the effect of the Rayleigh number on the natural convection. For the second case, the influence of the absorption coefficient for different radiation models (DO, DTRM, P1 and Rosseland), was studied for Rayleigh number equal to 5×10^5 .

Key words

Parallel plane plates, square cavity, thermal convection, Rayleigh-Bénard convection, thermal radiation, radiation models.

Sommaire

Résumé	
Sommaire	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Nomenclature	
Introduction générale	1

Chapitre I : Etude bibliographique

I.1 Généralités sur la convection	3
I.1.1 Introduction	3
I.1.2 Convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée	3
I.1.2.1 Convection de Rayleigh-Bénard	4
I.1.2.2 Couplage entre la convection et le rayonnement	5
I.2 Revue bibliographique	5

Chapitre II: Equations de conservations-modélisation

II.1 Introduction	25
II.2 Géométries du problème	25
II.3 Hypothèses	27
II.4 Equations générales de conservation	27
II.5 Equations simplifiés	29
II.6 Equations adimensionnelles	30
II.7 Conditions aux limites	32
II.8 Couplage convection rayonnement	33
II.8.1 Equation du transfert radiatif ETR	33
II.8.2 Choix d'un modèle de rayonnement	34
II.8.3 Equations des différents modèles de rayonnement	35
II.8.3.1 Modèle discret de transfert radiatif DTRM	35
II.8.3.2 Modèle de transfert radiatif des ordonnées discrètes DO	36
II.8.3.3 Modèle de transfert radiatif P1	37
II.8.3.4 Modèle de transfert radiatif de Rosseland	38

Chapitre III : Méthode numérique

III.1 Introduction	39
III.2 Maillage	39
III.3 Equation générale de transport	41

III.4	Discrétisation des équations de conservation	42
III.4.1	Application d'un schéma numérique quelconque	44
III.4.2	Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques	45
III.5	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X	45
III.6	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y	46
III.7	Discrétisation de l'équation d'énergie	48
III.8	Algorithme SIMPLE	49
III.9	Détails du calcul	51
III.9.1	Sous relaxation	51
III.9.2	Critères de convergence	52

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1	Convection entre deux plaques parallèles horizontales (convection de Rayleigh Bénard)	53
IV.1.1	Influence du nombre de Rayleigh	53
IV.1.1.1	Sur le champ de l'écoulement	54
IV.1.1.2	Sur le champ thermique	55
IV.1.1.3	Sur le nombre de Nusselt	55
IV.2	Convection dans une cavité carrée	59
IV.2.1	Convection naturelle pure (sans rayonnement)	59
IV.2.1.1	Influence du nombre de Rayleigh	59
IV.2.1.1.1	Sur le champ de l'écoulement	59
IV.2.1.1.2	Sur le champ thermique	60
IV.2.1.1.3	Sur les vitesses de l'écoulement	60
IV.2.1.1.4	Sur le nombre de Nusselt	60
IV.2.2	Couplage convection - rayonnement thermique pour différents modèles de rayonnement	66
IV.2.2.1	Influence du coefficient d'absorption	66
IV.2.2.1.1	Sur le champ de l'écoulement	66
IV.2.2.1.2	Sur le champ thermique	67
IV.2.2.1.3	Sur les vitesses de l'écoulement	67
IV.2.2.1.4	Sur la température	68
IV.2.3	Comparaison entre les différents modèles de rayonnement ainsi le modèle sans rayonnement	81
IV.2.3.1	Profils des vitesses	81
IV.2.3.2	Profils de température	81
	Conclusion générale	87
	Références bibliographiques	88

Liste des figures

Figure I.1	: Les types de convection naturelle dans les enceintes : (a) Enceinte chauffée différentiellement; (b) Enceinte chauffée en bas (instabilité de Rayleigh Bénard)	4
Figure I.2	: Géométrie du problème étudié dans la référence [9]	8
Figure I.3	: Géométrie et conditions aux limites du problème de la référence [10]	9
Figure I.4	: Schéma du problème étudié dans la référence [13]	10
Figure I.5	: Présentation du problème considéré dans la référence [14]	11
Figure I.6	: Géométrie du problème considéré dans la référence [15]	11
Figure I.7	: Géométrie et conditions de la cavité étudiée dans la référence [16]	12
Figure I.8	: Diagramme schématique du modèle physique et du système des coordonnées utilisés dans la référence [20]	14
Figure I.9	: Présentation du problème étudié dans la référence [22]	15
Figure I.10	: Géométrie de la pyramide [23]	16
Figure I.11	: Configuration des ailettes de radiateur [25]	17
Figure I.12	: Configuration du problème d'un canal vertical [26]	17
Figure I.13	: Schéma considéré dans la référence [28]	19
Figure I.14	: Géométrie du problème étudié dans la référence [29]	19
Figure I.15	: Configuration de la cavité inclinée avec partitions [34]	22
Figure I.16	: Schématisation du domaine considéré dans la référence [35]	23
Figure I.17	: Configuration de la serre chaude horticole [36]	23
Figure I.18	: Géométrie du modèle physique considéré dans la référence [37]	24
Figure II.1	: Géométrie et conditions aux limites du cas des deux plaques planes horizontales	26
Figure II.2	: Géométrie et conditions aux limites du cas de la cavité carrée	26
Figure III.1	: Volume de contrôle bidimensionnel	40
Figure III.2	: Volume de contrôle décalé vers la droite	40
Figure III.3	: Volume de contrôle décalé vers le haut	41
Figure III.4	: Volume de contrôle typique	43
Figure IV.1	: Fonction de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh	56
Figure IV.2	: Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh	57
Figure IV.3	: Nombre de Nusselt local pour les parois actives (verticales) pour différents nombres de Rayleigh	58
Figure IV.4	: Fonction de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh	62
Figure IV.5	: Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh	63
Figure IV.6	: Variation des composantes de la vitesse (u,v) pour différents nombres de Rayleigh	64
Figure IV.7	: Variation du nombre de Nusselt local pour différents nombres de Rayleigh	65
Figure IV.8	: Fonction de courant du modèle (DO) pour différentes valeurs du coefficient d'absorption	69
Figure IV.9	: Fonction de courant du modèle (DTRM) pour différentes valeurs du	70

	coefficient d'absorption	
Figure IV.10	: Fonction de courant du modèle (P1) pour différentes valeurs du coefficient d'absorption	71
Figure IV.11	: Fonction de courant du modèle (Rosseland) pour différentes valeurs du coefficient d'absorption	72
Figure IV.12	: Isothermes du modèle (DO) pour différentes valeurs du coefficient d'absorption	73
Figure IV.13	: Isothermes du modèle (DTRM) pour différentes valeurs du coefficient d'absorption	74
Figure IV.14	: Isothermes du modèle (P1) pour différentes valeurs du coefficient d'absorption	75
Figure IV.15	: Isothermes du modèle (Rosseland) pour différentes valeurs du coefficient d'absorption	76
Figure IV.16	: Variation de la vitesse u au point $x = h/2$ en fonction de y pour différents valeurs de coefficient d'absorption a	77
Figure IV.17	: Variation de la vitesse transversale v au point $y = h/2$ en fonction de x pour différents valeurs de coefficient d'absorption a	78
Figure IV.18	Variation de la température en fonction de x au point $y = h/2$ pour différents valeurs de coefficient d'absorption a	89
Figure IV.19	: Variation de la température en fonction de y au point $x = h/2$ pour différents valeurs du coefficient d'absorption a	80
Figure IV.20	: Variation de la vitesse u au point $x = h/2$ en fonction de y pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement	83
Figure IV.21	: Variation de la vitesse transversale v au point $y = h/2$ en fonction de x pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement	84
Figure IV.22	: Variation de la température au point $y = h/2$ en fonction de x pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement	85
Figure IV.23	: Variation de la température au point $x = h/2$ en fonction de y pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement	86

Liste des tableaux

Tableau II.1	: Conditions aux limites pour un écoulement entre deux plaques parallèles	32
Tableau II.2	: Conditions aux limites pour un écoulement dans une cavité carrée	32
Tableau III.1	: Variables et coefficients des équations de transport adimensionnelles	42
Tableau III.2	: Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques	45

Nomenclature

Lettres latines

Symbole	Définition	Unité
A	Rapport d'aspect	Sans dimension
a	Coefficient d'absorption	$[m^{-1}]$
A_p, A_E, A_W, A_N	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée	Sans dimension
A_s		
$A P $	Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet	Sans dimension
b	Terme source dans le système d'équations algébriques discrétisés	Sans dimension
C	Coefficient de fonction de phase linéaire-anisotrope	Sans dimension
C_p	Chaleur massique à pression constante	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
De, Dw, Dn, Ds	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisées	Sans dimension
dX_e, dX_w, dY_n, dY_s	Distance entre le nœud considéré P et les nœuds E, W, N, S	Sans dimension
Fe, Fw, Fn, Fs	Flux convectifs aux interfaces e, w, n et s de l'équation de transport discrétisé	Sans dimension
F_i	Force suivant la direction i par unité de volume	$[N \cdot m^{-3}]$
G	Rayonnement incident	$[W \cdot m^{-2}]$
g	Accélération de la pesanteur	$[m \cdot s^{-2}]$
H	Hauteur entre les deux plaques	$[m]$
h	Hauteur de la cavité	$[m]$
I	Intensité du rayonnement, dépend des vecteurs \vec{r} et \vec{s}	$[W \cdot m^{-2}]$
I_0	Intensité radiative au début du chemin accroît.	$[W \cdot m^{-2}]$
L	Longueur de la plaque	$[m]$
n	Indice de réfraction	Sans dimension
p	Pression	$[N \cdot m^{-2}]$
P	Pression adimensionnelle	Sans dimension
q_r	Flux de chaleur radiatif	$[W \cdot m^{-2}]$
\vec{r}	Vecteur de position	Sans dimension
s	Longueur du chemin	$[m]$
\vec{s}	Vecteur de direction	Sans dimension
\vec{s}'	Vecteur de direction de dispersion	Sans dimension
S_ϕ	Terme source	Sans dimension
S_G	Terme source de rayonnement	Sans dimension
T	Température	$[K]$

t	Temps	[s]
T_0	Température initiale	[K]
ΔT	Ecart de température $\Delta T = T_c - T_f$	[K]
u	Composante de la vitesse suivant la direction x	[m. s ⁻¹]
U	Composante adimensionnelle de la vitesse suivant x	Sans dimension
V	Volume	[m ³]
v	Composante de la vitesse suivant la direction y	[m. s ⁻¹]
V	Composante adimensionnelle de la vitesse suivant y	Sans dimension
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelle	Sans dimension
x, y	Coordonnées cartésiennes	[m]

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique du fluide	[m ² . s ⁻¹]
k	Conductivité thermique du fluide	[W. m ⁻¹ . K ⁻¹]
β	Coefficient de La dilatation thermique à pression constante	[K ⁻¹]
μ	Viscosité dynamique du fluide	[kg. m ⁻¹ . s ⁻¹]
ν	Viscosité cinématique du fluide	[m ² . s ⁻¹]
ρ	Masse volumique du fluide	[kg. m ⁻³]
θ	Température adimensionnelle	Sans dimension
Γ	Coefficient de diffusion de l'équation générale du transport	Sans dimension
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	[W. m ⁻² . K ⁻⁴]
σ_s	Coefficient de dispersion	[m ⁻¹]
τ	Epaisseur optique	Sans dimension
Φ	Fonction de phase	Sans dimension
Ω	Angle solide	[sr]
$\Delta X, \Delta Y$	Dimensions du volume de contrôle considéré	[m]

Nombres adimensionnels

Pr	Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ avec $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$
Ra	Nombre de Rayleigh	$Ra = \frac{g\beta\Delta TH^4}{\nu\alpha L}$
Pl	Nombre de Planck	$Pl = [k/4L\sigma T_f^3]$

Indices et exposants

<i>c</i>	Chaude
<i>E</i>	Nœud du côté Est du nœud P
<i>e</i>	Face Est du volume de contrôle
<i>f</i>	Froide
<i>N</i>	Nœud du côté Nord du nœud P
<i>n</i>	Face Nord du volume de contrôle
<i>P</i>	Nœud du maillage
<i>S</i>	Nœud du côté Sud du nœud P
<i>s</i>	Face Sud du volume de contrôle
<i>rad</i>	Radiatif
<i>W</i>	Nœud du côté Ouest du nœud P

Abréviations

DNS	Direct Numerical Simulation
DO	Discrete Ordinates
DTRM	Discrete Transfer Radiation Model
RTE	Radiative Transfer Equation
PIV	Particule Image Velocimetry
SIMPLE	Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation
SIMPLER	Simple Revised
SR	Sans Rayonnement
SOR	Successive Over Relaxation
S2S	Surface to Surface

Introduction générale

Le phénomène du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle, dans des espaces confinés ou semi-confinés, est généralement dû à la présence de gradients de température et de concentration. Ces gradients causent une distribution non uniforme de la densité du fluide qui génère à son tour un mouvement convectif sous l'effet de la gravité. Par ailleurs, le phénomène de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle est largement rencontré en ingénierie tels que les collecteurs d'énergie solaire, la conservation de la chaleur des circuits thermiques, le refroidissement des composants électroniques...etc. Toutefois, le rayonnement apporte une contribution significative au transfert thermique dans de tels systèmes.

L'objectif du présent travail est de simuler numériquement le transfert de chaleur dans les milieux confinés ou semi-confinés par convection naturelle pure ou par le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique. L'effet de l'augmentation : du nombre de Rayleigh (pour la convection naturelle pure), du coefficient d'absorption sur tous les modèles de rayonnement (pour le cas du couplage convection naturelle-rayonnement) sont analysés dans le but d'essayer d'obtenir une amélioration du transfert de chaleur.

Le présent mémoire comporte quatre chapitres, qu'ils sont organisés comme suit :

Le premier chapitre est consacré à une étude générale sur la convection naturelle et le couplage convection naturelle-rayonnement ainsi qu'une revue des différents travaux antérieurs dans ces domaines.

Dans le deuxième chapitre, l'étude est consacrée à la présentation du modèle mathématique étudié, au cours duquel on donne une forme adimensionnelle des équations régissant le phénomène et des paramètres caractéristiques, ainsi qu'une présentation des différents modèles du rayonnement et les équations qui correspondent à ces derniers.

La résolution numérique des équations de conservation est abordée au troisième chapitre. La méthode des volumes finis avec l'algorithme Simple pour le couplage pression-vitesse sont utilisés pour la discrétisation des équations de conservations.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats. L'influence du nombre de Rayleigh dans les cas de la convection naturelle pure entre deux plaques et dans une cavité

carrée, sera analysée. Ensuite nous allons présenter les résultats des calculs effectués pour le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique dans une cavité carrée, concernant l'influence de l'augmentation du coefficient d'absorption sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur, et tous ça relevant les quatre modèles du rayonnement DO, DTRM, P1 et Rosseland. Une comparaison des différents modèles de rayonnement dans une cavité carrée pour différentes valeurs du coefficient d'absorption seront étudiés.

Enfin, nous concluons ce travail par un récapitulatif sur les principales remarques et conclusions que nous pouvons tirer à travers cette étude.

CHAPITRE I**ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE****I.1 Généralités sur la convection****I.1.1 Introduction**

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important du transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluide adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

I.1.2 Convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité dues à la non-uniformité de la température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. Selon les conditions aux limites thermiques imposées sur les parois, on peut distinguer deux types élémentaires de la convection naturelle

induit par la poussée d'Archimède : Le premier est appelé écoulement par poussée thermique. Dans ce cas, le gradient de température est orthogonal à la poussée d'Archimède (exemple, les enceintes chauffées différentiellement). Le deuxième type est caractérisé par l'échauffement de la paroi inférieure, ici le gradient de température est parallèle à la poussée d'Archimède, dont le célèbre exemple est le problème d'instabilité de Rayleigh Bénard.

Les figures **I.1 a**, **I.1 b**, représentent les deux types de convection :

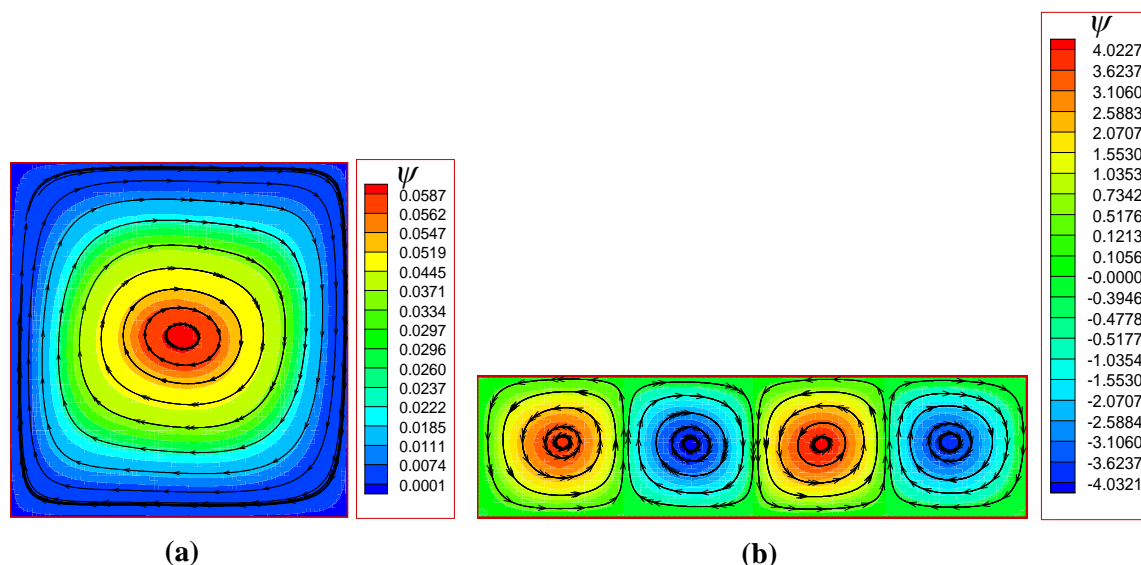


Figure I.1 : Les types de la convection naturelle dans les enceintes : **(a)** Enceinte chauffée différentiellement; **(b)** Enceinte chauffée en bas (instabilité de Rayleigh Bénard).

I.1.2.1 la convection de Rayleigh-Bénard

La convection de Rayleigh-Bénard est un cas particulier de la convection naturelle qui correspond à la situation où un volume de fluide, enfermé dans une enceinte, est simultanément chauffé par le bas et refroidi par le haut. Dans le champ de pesanteur, cette configuration est instable en raison du gradient de densité engendré par la différence de température entre le haut et le bas de l'enceinte : le fluide du bas se dilate, devient plus léger que le fluide du haut et tend à s'élever sous l'effet de la poussée d'Archimède. En raison de sa simplicité et du faible nombre de paramètres de contrôle, la convection de Rayleigh-Bénard a fait l'objet de nombreux travaux tant d'un point de vue expérimental que sur un plan théorique. La plupart des études portent sur la compréhension de l'échange de chaleur entre la source chaude et la source froide. Une question centrale est notamment de savoir comment évolue l'efficacité du transfert thermique avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Le

nombre de Rayleigh (Ra) est un paramètre de contrôle du système. Il peut être vu comme la différence de température sans dimension, c'est-à-dire que plus il est élevé, plus l'échange de chaleur est important.

I.1.2.2 Couplage entre la convection et le rayonnement

L'étude de la convection naturelle en milieux confinés fait, de nos jours encore, l'objet de nombreuses recherches, tant sur le plan fondamental que sur le plan industriel. Dans ce type de problème, les différents modes de transfert thermique (convection, conduction, rayonnement) peuvent intervenir de façon couplée. Toutefois, quand le transfert radiatif est considéré, un problème particulier se pose lorsque le fluide lui-même se comporte comme un milieu semi-transparent, c'est-à-dire qu'il absorbe et émet le rayonnement infrarouge. Il faut alors tenir compte d'une source de chaleur interne au milieu, résultant de la différence entre l'énergie radiative absorbée et celle qui a été émise par chaque élément de volume.

I.2 Revue bibliographique

Après cette préface, nous exposons chronologiquement quelques travaux disponibles dans la littérature qui traitent l'écoulement avec transfert de chaleur par convection thermique dans les enceintes d'une part et le couplage convection – rayonnement thermique d'autre part.

Inaba (1984) [1] a étudié expérimentalement le mouvement de convection naturelle et le transfert thermique dans une couche d'air rectangulaire et inclinée, avec deux frontières rigides, opposées, isothermes à des températures différentes, pour des angles d'inclinaison entre 0° et 180° , plusieurs rapports de forme H/W (hauteur sur largeur de la cavité) entre 5 et 83 et des nombres de Rayleigh $Ra_w = 1,2 \times 10^3 - 2 \times 10^6$. Des configurations d'écoulements dans deux plans (plans XY et YZ) qui se rencontrent à angle droit, sont visualisées pour différents facteurs mentionnés ci-dessus. Des formules adimensionnelles donnant le flux thermique transféré à travers la couche d'air sont proposées pour exprimer le nombre de Nusselt Nu_w et le nombre de Rayleigh modifié $Ra_w \cos\theta$ pour, $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ ou $Ra_w \sin\theta$ pour $60^\circ < \theta \leq 120^\circ$. Ces relations s'accordent bien avec les résultats des mesures thermiques d'autres auteurs.

Lin et Nansteel(1987) [2] ont étudié numériquement la structure de l'écoulement permanent, la température et le transfert thermique dans une cavité carrée chauffée et refroidie sur les parois verticales opposées et qui contienne de l'eau froide proche de son maximum de densité. L'interprétation des résultats se base sur un paramètre adimensionnel de

distribution de densité qui fixe l'orientation des températures des parois chaude et froide par rapport à l'extremum de température et qui sert aussi à caractériser la distribution de la force de flottement dans la cavité. Les structures multicellulaires sont observées pour certains domaines du paramètre de distribution de densité indépendamment de la valeur du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$). L'effet du paramètre de distribution de densité sur le transfert à travers la cavité est très sensible et ils le discutent relativement aux changements de structure de l'écoulement.

November et Nansteel(1987) [3] ont étudié analytiquement et numériquement la convection naturelle permanente dans une enceinte carrée, remplie d'eau chauffée par le bas et refroidie sur un côté vertical. Des développements pour un petit nombre de Rayleigh sont obtenus à l'ordre Ra^2 . Ils ont trouvé que la première contribution à la convection thermique se produit à l'ordre Ra^2 . Des expressions asymptotiques sont trouvées pour la température et le transfert thermique près de la singularité de flux au plancher de la cavité. Des simulations numériques par différences finies montrent que la condition étudiée (chauffage par le bas) est tout à fait distincte du cas du refroidissement par le bas et chauffage sur un côté vertical. Le transfert thermique convectif est plus significatif quand un peu moins de la moitié de la surface inférieure est chauffé.

Yang et al (1987) [4] ont faits des calculs numériques aux différences finies pour déterminer la transition laminaire et les caractéristiques de transfert thermique dans des enceintes rectangulaires tridimensionnelles inclinées. L'angle d'inclinaison pour lequel le transfert de chaleur atteint un minimum local correspond à la transition de structure depuis l'écoulement multicellulaire vers celui unicellulaire. Des résultats numériques s'accordent très bien avec les données expérimentales et les observations existantes. Des calculs en simulation ont été faits pour déterminer l'effet des parois latérales et ils ont trouvé que la proximité immédiate des parois restreint le développement de l'écoulement dans cette direction, réduisant ainsi le transfert thermique global à travers l'enceinte.

Nishimura et al (1988) [5] ont étudié expérimentalement et numériquement la convection naturelle laminaire dans des cavités rectangulaires divisées par des partitions verticales multiples. Dans le régime de couche limite, la température de partition augmente à peu près linéairement dans la direction verticale. La solution de couche limite qui prédit le flux thermique transféré est dérivée à partir des résultats numériques. Ils ont montré que le nombre

de Nusselt est inversement proportionnel à $(1+N)$, si N est le nombre de partitions. Cela est confirmé par les expériences.

Han et Kuehn (1991) [6] ont étudié numériquement l'écoulement de convection naturelle de double diffusion dans une cavité rectangulaire verticale, de rapport de forme 4, quand les gradients de température et de concentration sont imposés dans la direction horizontale. Un algorithme aux différences finies est adopté pour résoudre les équations non linéaires de quantité de mouvement couplées avec celles de l'énergie et de la concentration. Les structures multicellulaires de l'écoulement observées expérimentalement par les auteurs sont simulées avec succès. Différents régimes de structure d'écoulement sont obtenus en fonction du rapport des nombres de Grashof pour des conditions de flottement aidées ou opposées.

Le transfert thermique convectif est étudié numériquement par **Karayiannis et al (1992) [7]** pour des cavités rectangulaires sans partition ou divisées en deux zones par une cloison verticale et ayant des parois opposées isothermes à différentes températures. Le rapport de forme varie de 0,1 à 16 et le nombre de Rayleigh de $3,5 \times 10^3$ à $3,5 \times 10^7$ (sans partition) et de $1,0 \times 10^5$ à $1,6 \times 10^8$ (avec partition). Ils ont varié l'épaisseur et la conductivité de la cloison. Les conditions aux limites thermiques aux parois horizontales sont adiabatiques ou ils possèdent un profil de température linéaire. Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie pour un écoulement 2D laminaire permanent sont résolues dans l'approximation de Boussinesq en utilisant une méthode de différences finies et un algorithme de couplage pression-vitesse. Des résultats indépendants du maillage indiquent que la réduction du nombre de Nusselt causée par une cloison centrale mince peut être prédite à un faible pourcentage (dans le domaine étudié) en supposant la partition isotherme, c'est-à-dire infiniment conductrice. La conductivité finie de la cloison cause une distribution longitudinale de température avec un accroissement de Nu qui dépend du nombre de Rayleigh, du rapport de forme et des conditions aux limites thermiques sur les parois horizontales.

Kazmierczak et Chinoda (1992) [8] ont étudié numériquement le problème de l'écoulement laminaire de convection naturelle dans une cavité carrée ayant une paroi verticale chaude à température uniforme mais périodiquement variable dans le temps. Cette température varie sinusoïdalement autour d'une température fixe. La paroi opposée froide est maintenue à température constante. Des solutions sont obtenues pour différents cas qui illustrent les effets des oscillations de température de la surface sur l'écoulement et

le transfert thermique à travers la cavité. Les solutions obtenues sont périodiques dans le temps. Ces lignes de courant montrent qu'un petit écoulement secondaire apparaît de façon intermittente dans le coin supérieur près de la paroi chaude et qu'il tourne dans le sens opposé à celui de l'écoulement principal. Le flux thermique instantané à travers la surface fluctue fortement et pendant une certaine durée, la chaleur enlevée concerne un large segment de la surface chaude. L'effet du changement périodique de température pariétale est partiellement sensible dans la cavité et globalement le transfert moyen dans le temps, à travers la cavité, est pratiquement insensible à la condition thermique périodique.

Sarris et al (2002) [9] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle rectangulaire avec un profil de température sinusoïdal sur la paroi supérieure et des conditions adiabatiques sur la paroi du bas et les parois latérales (figure I.2). La température sinusoïdale appliquée est symétrique en ce qui concerne le demi-plan de la cavité. Les calculs numériques sont effectués pour des valeurs du nombre de Rayleigh dans la gamme 10^2 à 10^8 . Les résultats sont présentés sous forme des lignes de courant, des isothermes et de distribution de Nusselt local. Les zones de recirculation sont montrées par l'augmentation de l'intensité et leurs centres se déplacent vers les coins de la paroi supérieure avec l'augmentation de Rayleigh. En conséquence, la couche limite thermique est confinée près des régions de la paroi supérieure.

L'augmentation des valeurs du nombre local de Nusselt maximum et minimum à la paroi supérieure sont observées avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

En conclusion, l'augmentation du rapport d'aspect de la cavité produit une augmentation analogue de l'intensité de circulation du fluide.

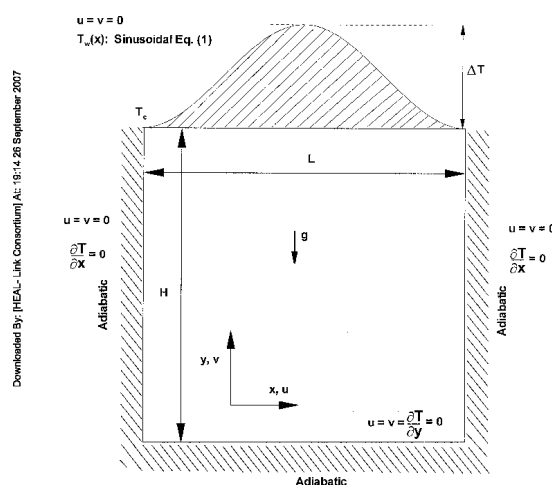


Figure I.2 : Géométrie du problème étudié dans la référence [9].

Rahman et al (2003) [10] ont fait des investigations numériques sur l'écoulement de la convection naturelle avec ou sans source de chaleur interne (figure I.3). Deux principaux paramètres pour ce problème : le nombre de Rayleigh externe, Ra_E , qui représente l'effet dû au gradient température des parois latérales, et le nombre de Rayleigh interne, Ra_I , qui représente la force de génération de la source. Des résultats sont obtenus pour différent allongement et divers angles d'inclinaison de l'enceinte rectangulaire.

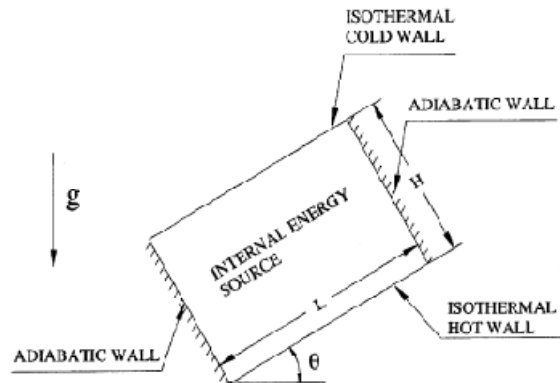


Figure I.3 : Géométrie et conditions aux limites du problème de la référence [10].

Ezzouhri et al (2005) [11] ont développé des outils numériques de type Simulation des Grandes Échelles pour l'étude des écoulements de convection naturelle turbulente dans des cavités de type habitat. Les auteurs ont comparé ici les résultats du modèle dynamique de **Germano (1991) [12]** et d'une approche dynamique appliquée au modèle local de diffusivité de sous-maille dans le cas d'une cavité 2D différentiellement chauffée. Les résultats sont comparés avec ceux d'une simulation numérique directe (DNS). Au vu des résultats obtenus, ils ont conclu que le modèle local de diffusivité de sous-maille est globalement le plus apte à reproduire les résultats de la DNS. L'approche dynamique appliquée à ce modèle permet d'améliorer la représentation du champ thermique en partie centrale de la cavité par rapport au cas d'une constante fixée à priori, mais s'accompagne d'une moins bonne représentation de la dynamique de l'écoulement dans les zones de recirculation en partie amont des couches limites chaude et froide.

Kalabin et al (2005) [13] ont présenté numériquement la convection naturelle oscillatoire dans une enceinte carrée inclinée. L'une des parois verticales est maintenue à une température constante et la température de l'autre paroi varie sinusoïdalement avec le temps. Les deux autres parois sont adiabatiques. Le dispositif considéré est représenté sur la figure (I.4). Les équations qui régissent le problème ont été résolues numériquement par la méthode des

volumes finis pour un nombre de Rayleigh égal à 5×10^5 et un nombre de Prandtl $Pr=1$ sur une large gamme des fréquences d'oscillations. La dépendance du transfert de chaleur avec les fréquences d'oscillations a été appliquée pour différents angles d'inclinaisons. Il apparaît dans certains paramètres du problème, qu'il est possible de transférer la chaleur de la paroi froide vers la paroi chaude.

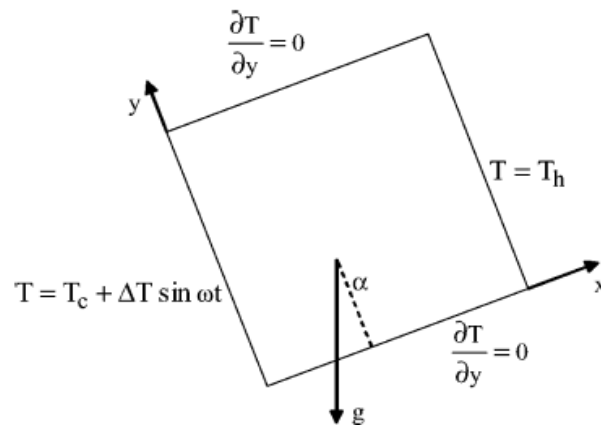


Figure I.4 : Schéma du problème étudié dans la référence [13].

Rebhi et al (2005) [14] sont intéressés à l'étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (sinusoïdal) chauffé par une température constante et uniforme T_p , les parois verticales sont adiabatiques et la paroi supérieure est maintenue à une température constante T_a (figure I.5). Les paramètres dont dépend la structure de la convection naturelle sont : le nombre de Rayleigh, le facteur de forme A et le nombre de Prandtl.

Dans ce travail ils ont étudié l'influence de topographies non planes du fond de la cavité sur les transferts, par convection naturelle, au voisinage de la paroi chaude. Les résultats obtenus montrent que :

- La structure de l'écoulement est notamment affectée par le facteur de forme de la cavité en même temps que les transferts au voisinage de la paroi.
- L'écoulement dans la cavité est caractérisé par des zones de recirculation dans les creux et au-dessus des sommets, où les nombres de Nusselt locaux sont plus élevés.
- D'une façon générale les transferts développés au sein d'une cavité à fond de topographie non plane sont inférieurs à ceux obtenus dans une cavité à fond horizontal et uniforme de même longueur.

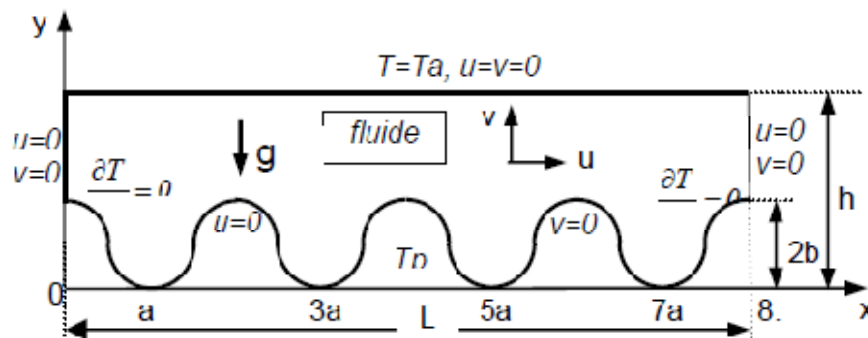


Figure I.5 : Présentation du problème considéré dans la référence [14].

Retiel et al (2005) [15] ont présenté numériquement l'effet de l'inclinaison sur la convection naturelle dans une cavité demi-cylindrique fermée de rayon intérieur R_0 qui contient un fluide incompressible. La paroi supérieure «plafond» et la paroi inférieure «le plancher» engendrent un gradient vertical de température (parois actives) (figure I.6). Le modèle numérique utilisé pour résoudre le système d'équations est fondé sur la méthode des volumes finis.

Dans cette étude, ils ont pu montrer le comportement des structures d'écoulement et du champ de température dans la cavité lorsqu'elle est inclinée en présence d'un gradient de température vertical. Ils ont observé que l'inclinaison de la cavité même de faible valeur déstabilise facilement et complètement la structure de l'écoulement et le champ de température. La structure multicellulaire disparaît lorsque la cavité est parfaitement horizontale (2 cellules) pour laisser la place à une structure unicellulaire antisymétrique par rapport au centre de la cavité.

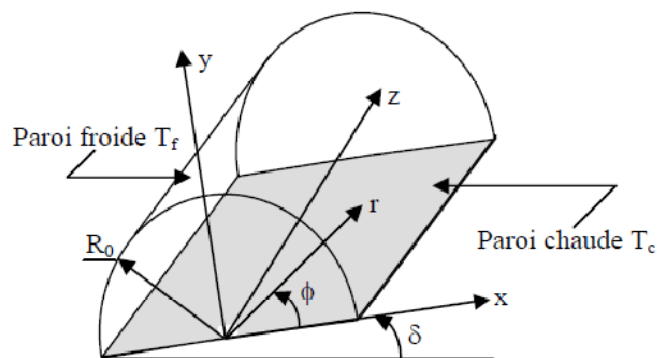


Figure I.6 : Géométrie du problème considéré dans la référence [15].

Sarris et al (2005) [16] ont étudié numériquement la convection naturelle bidimensionnelle dans une cavité carrée latéralement chauffée remplie d'un fluide conducteur d'électricité, en présence d'un champ magnétique et une source de chaleur (figure I.7). Ils ont trouvé qu'avec l'augmentation du rapport $S = Ra_I/Ra_E$, l'écoulement devient oscillatoire. Les champs d'écoulement multicellulaires oscillants sont obtenus pour des valeurs de S variant jusqu'à 100 et une gamme de Ra_E varie de 10^5 à 10^6 . L'augmentation du rapport S habituellement donne une transition de l'état stable à un état instable mais ils ont trouvé que l'écoulement instable devient stable pour quelques cas.

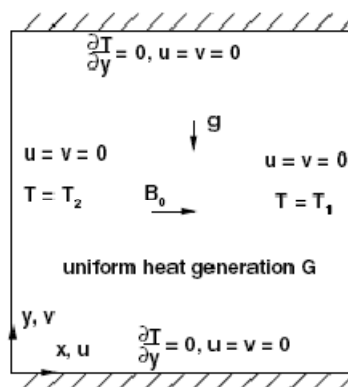


Figure I.7 : Géométrie et conditions de la cavité étudiée dans la référence [16].

Aydin et Unal (2006) [17] ont étudié numériquement l'écoulement bidimensionnel dans une cavité inclinée refroidie et chauffé sur les parois adjacentes. Les équations gouvernant le problème sont résolues numériquement par la méthode des différences finies. Les calculs sont effectués pour les valeurs du nombre de Rayleigh situés dans la gamme du 10^3 à 5×10^7 . ils ont observé avec l'augmentation du Rayleigh, quatre régimes distincts d'écoulement ont été identifiés, basé sur les variations avec le temps de la fonction de courant du point médian et du nombre de Nusselt moyen à la paroi chaude aussi bien que ceux des champs d'écoulement et de température : flux stationnaire avec les deux cellules symétriques aux bas Ra , flux stationnaire avec les deux cellules asymétriques aux Ra modéré inférieur, écoulement oscillant avec la nature périodique aux Ra modéré supérieur ; et écoulement oscillant en nature chaotique à une chaîne plus élevée de Ra .

Benkhelifa et Penot (2006) [18] sont intéressés à la caractérisation dynamique par PIV de la convection de Rayleigh-Bénard turbulente dans une cavité parallélépipédique, remplie d'air et de rapport de forme (H/L) égal à 4. L'analyse des résultats obtenus, pour des valeurs du

nombre de Rayleigh Ra_H (basé sur la hauteur H de la cavité) variant entre 10^8 et $4,23 \times 10^8$, montre surtout que les fluctuations de vitesse sont importantes et au moins du même ordre de grandeur que les vitesses moyennes. Par ailleurs, même à des valeurs très éloignées de la valeur critique du nombre de Rayleigh (facteur 10^3), une structuration très cohérente et organisée autour de trois rouleaux contrarotatifs est particulièrement bien visible sur les valeurs moyennes. D'autre part, une investigation dans la troisième direction a permis de quantifier l'énergie cinétique turbulente 3D et des effets tridimensionnels secondaires qui n'avaient pas été quantifiés auparavant. Enfin, l'effet d'une infime perturbation sur le sens de rotation des rouleaux de Rayleigh-Bénard a été également examiné.

Amaresh et al (2006) [19] quant à eux, ont fait une étude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire. La paroi inférieure est chauffée et les trois autres parois sont maintenues à une plus basse température. Le système d'équations est résolu numériquement par la méthode des volumes finis, les résultats sont présentés sous forme de distribution locale et moyenne du nombre de Nusselt pour une gamme du nombre de Rayleigh (10^0 - 10^6) et des rapport d'aspect (0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, et 2). Les lignes des courants et les isothermes sont présentées pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh et nombre de Prandtl de 0.71.

Ils ont constaté que pour tous les rapports d'aspect avec un nombre de Rayleigh entre (10^0 et 10^3), le transfert thermique s'effectue par conduction, après l'élévation du nombre de Rayleigh jusqu'à $Ra \geq 10^4$ ont observé la dominance de la convection. La distribution de flux et de transfert thermique est symétrique par rapport au demi-plan vertical.

Nawaf et al (2006) [20] ont étudié la convection laminaire dans une cavité carrée bidimensionnelle remplie d'air. Ils ont supposé que la paroi verticale est chauffée à des variations sinusoïdales spatiales de la température par rapport à une valeur moyenne constante, qui est plus haute que la température froide de la paroi latérale, alors que les parois horizontales sont adiabatiques (figure I.8). Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt moyen basé sur la température de la paroi chaude augmente avec l'augmentation de l'amplitude pour une gamme du nombre de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 .

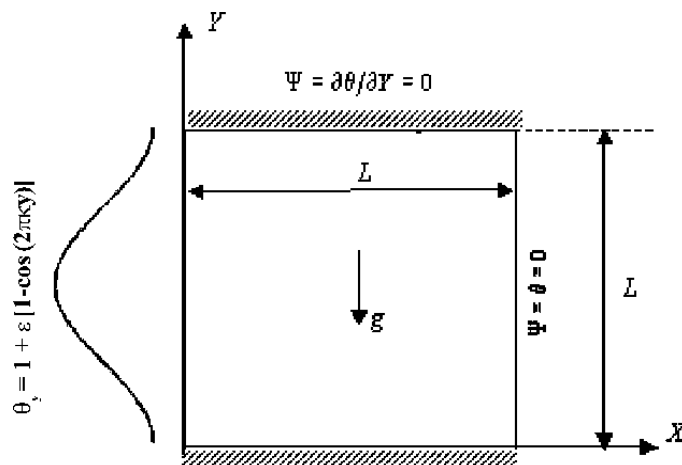


Figure I.8 : Diagramme schématisé du modèle physique et du système des coordonnées utilisés dans la référence [20].

Abidi et al (2007) [21] ont considéré une étude numérique tridimensionnelle de la convection naturelle à double diffusion dans une enceinte cubique remplie d'une solution aqueuse et soumise à des gradients de température et de concentrations horizontales. Des températures et des concentrations constantes et uniformes sont imposées sur les parois verticales, gauche et droite, de l'enceinte, les deux autres parois verticales sont imperméables et adiabatiques tandis que les parois horizontales sont diffusives en chaleur et en masse. Ils ont mis en évidence l'influence de ces parois diffusives en chaleur et en masse sur l'aspect tridimensionnel de l'écoulement, les profils de températures, de concentration et les caractéristiques de transfert global de chaleur et de masse pour différents paramètres gouvernant l'écoulement. Les effets des conditions précédentes ont été traités pour $Ra=10^5$, $Pr=10$ et $Le=10$ pour différentes valeurs des coefficients de transfert de chaleur et de masse R_c (rapport de conductivité thermique) et R_d (rapport des coefficients massique). Cette étude a montré que l'ajout des parois diffusives en chaleur et en masse induit une diminution de l'intensité globale de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse d'une part et favorise l'écoulement transversal d'autre part.

Mergui et Gobin (2007) [22] ont réalisé une étude expérimentale portant sur les conditions de développement d'une instabilité rencontrée dans un écoulement d'air dans une conduite rectangulaire chauffée par le bas et refroidie par le haut (figure I.9). Le but de cette étude est de regarder l'influence des parois latérales sur le comportement de l'instabilité en faisant varier le rapport de forme transverse (largeur/hauteur) du canal ainsi que la nature de ces parois (rugueuses, lisses...). L'instabilité apparaît sous la forme de rouleaux orientés

dans le sens de l'écoulement qui prennent naissance au voisinage des parois latérales. Les hauteurs ont montré que le nombre de rouleaux est pair quelque soit le jeu de paramètres caractéristiques considéré mais que leur comportement dépend des conditions qui règnent sur les parois latérales (conditions thermiques, état de surface).

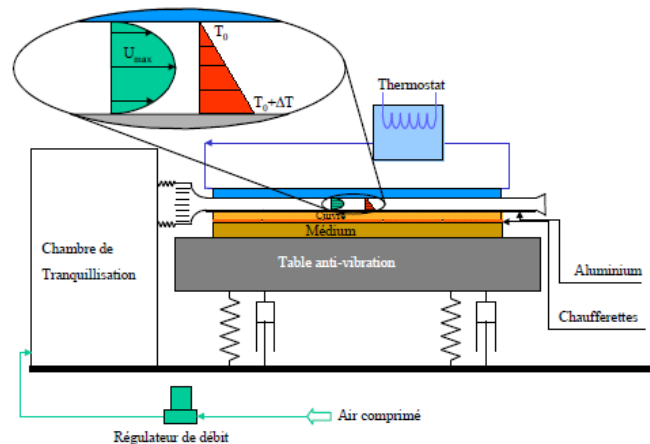


Figure I.9 : Présentation du problème étudié dans la référence [22].

Ould said et retiel (2007) [23] ont étudié la convection naturelle laminaire d'un fluide visqueux incompressible dans une cavité confinée en forme de pyramide horizontale chauffée par le bas et refroidie par les parois inclinées supérieures (figure I.10). Les conditions aux frontières sont de type Dirichlet (températures imposées). Le problème a été abordé selon une approche numérique, basée sur la méthode des volumes finis en utilisant le logiciel commercial Fluent.

Dans une première étape, ils ont analysé le comportement des structures d'écoulements et du champ de température, en régime laminaire, et ils ont remarqué que les tailles des cellules restent constantes pour un nombre de Rayleigh $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, puis elles augmentent au-delà de 10^5 . Ils ont observé des écoulements plus accélérés près des couches limite. Les gradients de température sont essentiellement verticaux lorsque le fluide est immobile et conductif, et courbé lorsque des cellules convectives occupent la cavité.

Par ailleurs, la convection naturelle est évidemment très sensible à la variation du rapport de forme. En effet, d'après les résultats obtenus, plus le rapport de forme augmente plus le nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude diminue dans le cas de la cavité chauffée par le bas.

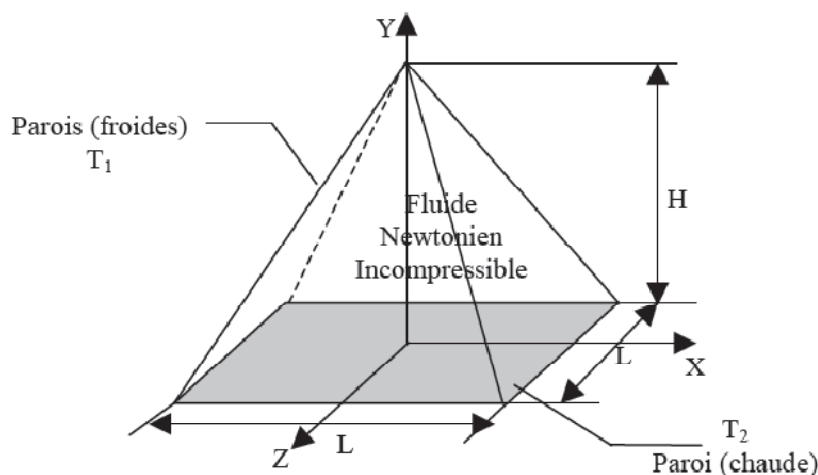


Figure I.10 : Géométrie de la pyramide [23].

Djatout et al (2010) [24] ont présenté une étude de la circulation d'air par convection naturelle en régime laminaire dans une cavité carrée inclinée avec des parois horizontales adiabatiques et des parois verticales soumises à des températures constantes respectivement (T_c et T_f). Le système d'équations qui régit le phénomène de la convection naturelle est résolu numériquement grâce à un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis en langage Fortran et le code de calcul Fluent. Ils ont étudié également l'influence de certains paramètres comme le nombre de Rayleigh, le nombre de Nusselt et l'inclinaison α de la cavité sur les profils de vitesse et de température.

D'après l'ensemble des résultats numériques ils ont conclu que : le nombre de Rayleigh a une grande influence sur le mode de transfert de chaleur dominant dans la cavité surtout pour le nombre $Ra = 10^4$ où commence le mouvement convectif et pour $Ra = 10^6$ où la convection est dominante. Donc l'échange de chaleur dans la cavité augmente avec l'augmentation de Ra .

Des travaux, principalement numériques, ont été consacrés au couplage du rayonnement des parois (rayonnement surfacique) et/ou du milieu (rayonnement volumique) avec la convection naturelle pour le cas des cavités fermées:

Guglielmini et al (1987) [25] ont étudié le transfert thermique par convection et rayonnement entre une surface isotherme verticale ayant un arrangement de plaques verticales discrètes d'épaisseur finie et l'environnement (figure I.11). La contribution de la convection naturelle a été mesurée pour différentes configurations géométriques avec des surfaces à faible émittance, ils ont analysé l'influence des paramètres les plus actifs. Les résultats théoriques ont été expérimentalement vérifiés en mesurant le flux de chaleur à travers des

surfaces d'émissivité connue. Pour la géométrie particulière considérée, le couplage de convection et de rayonnement donne un transfert thermique plus efficace que pour des ailettes à canaux verticaux en forme de U et de même volume.

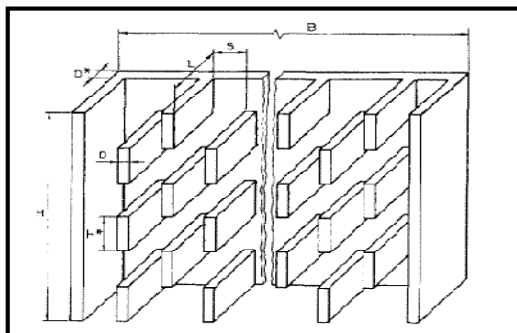


Figure I.11 : Configuration des ailettes de radiateur [25].

Yamada (1988) [26] a présenté des études analytique et expérimentale du rayonnement combiné à la convection thermique naturelle dans un canal vertical, avec un milieu absorbant et émissif (figure I.12). Un canal entre plaques parallèles est chauffé dissymétriquement, ce qui rend important à la fois le rayonnement du gaz et celui des parois. Un système d'équations est établi en utilisant le modèle à bande exponentielle et le modèle de gaz gris, avec des émissivités de paroi arbitraires. Des résultats numériques sont comparés à ceux de l'expérience. Les émissivités de paroi ont un effet important sur le transfert de chaleur combiné. Le modèle de gaz gris est en défaut pour prédire l'absorption nette négative dans une couche de gaz proche d'une paroi isolée.

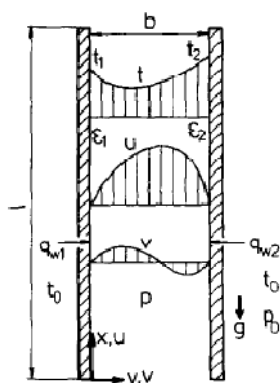


Figure I.12 : Configuration du problème d'un canal vertical [26].

Tan et Howell (1991) [27] ont étudié numériquement le rayonnement et la convection naturelle couplé dans une cavité carrée contenant un milieu qui émet, absorbe et diffuse isotropiquement. La formulation intégrale exacte pour les équations du transfert radiatif et des

bilans de quantité de mouvement et d'énergie est discrétisée par une méthode produit-intégrale et aussi une méthode aux différences finies. Les équations algébriques résultantes sont résolues par une technique SOR non linéaire, avec des valeurs de nombre de Rayleigh suivants : 10^3 , 10^4 et 10^5 et le paramètre rayonnement-conduction allant de zéro à l'infini. Ils ont discuté les influences de ces paramètres et d'autres sur les distributions de vitesse et de température ainsi que le transfert thermique. Les résultats obtenus montrent que la présence du rayonnement augmente la température du fluide, et peut avoir une influence significative sur le flux de fluide et la distribution de température avec différents nombres de Rayleigh. Les auteurs ont remarqué d'une part que pour simuler exactement les variations de la température près des parois isolants, il est nécessaire d'utiliser un modèle bidimensionnel de rayonnement, et d'autre part, malgré la méthode numérique employée, ici, est efficace et les résultats sont tout à fait précis comparés aux solutions de repère dans des cas limités, mais Pour obtenir des résultats plus précis, ils devraient être appliqués un schéma de différences finies d'ordre plus supérieur ou utilisé plus des points du maillage.

Chérif et Sifaoui (2004) [28], dans leur travail, des solutions numériques sont présentées pour l'étude de l'effet du rayonnement sur le transfert thermique. La présence simultanée de conduction, convection et rayonnement dans un milieu poreux semi-transparent cylindrique a été étudiée (figure I.13). L'ensemble des équations différentielles sont résolues par la méthode des différences finies du quatrième ordre, et ils utilisent l'approximation de Rosseland pour le terme dérivé du flux de chaleur rayonnant apparaissant dans l'équation d'énergie. De divers résultats sont obtenus pour les profils de température adimensionnelle (dans les phases solide et fluide), du flux radiatif et du flux thermique total. L'effet des nombres de Reynolds et de Planck et le rapport de conductivité sur les profils de température, sur le flux de chaleur total et sur les distributions de flux de chaleur radiatif ont été examinés.

Ils ont montré que le taux de transfert radiatif et l'interaction de différents modes de transfert dépendent du paramètre de conduction-rayonnement, du nombre de Reynolds et du rapport de conductivité thermique. La conclusion qui peut être tirée de cette étude est que le rayonnement joue un rôle important dans le taux de transfert thermique.

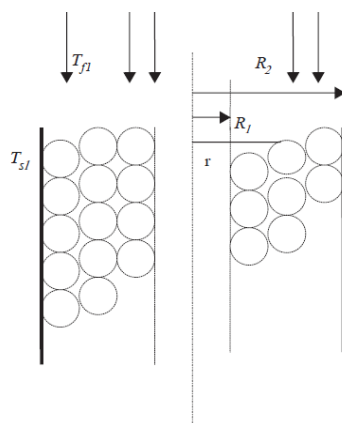


Figure I.13: Schéma considéré dans la référence [28].

A l'aide de la méthode des Ordonnées Discrètes (DO), **Timoumi et al (2005) [29]** ont étudié le transfert de chaleur convectif, radiatif et conductif entre deux cylindres coaxiaux séparés par un milieu poreux semi-transparent (figure I.14). L'effet de l'épaisseur optique, l'albédo de dispersion, l'émissivité des parois et le nombre de Planck sur les profils de température et sur la distribution de flux de chaleur radiatif ont été examinées.

Ils ont montré que le taux de transfert radiatif et l'interaction de différents modes de transfert dépendent de : paramètre de conduction-rayonnement, épaisseur optique, émissivité des parois et albédo de dispersion. Ils ont également démontré que le rayonnement joue un rôle important dans le taux de transfert thermique. Basé sur la méthode (DO), ils ont conclu que la méthode utilisée ici donne des résultats fortement précis même lorsqu'elle est sujette à un milieu poreux cylindrique participant semi-transparent.

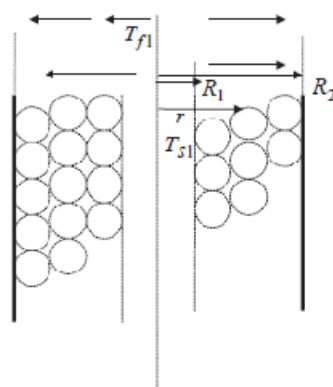


Figure I.14: Géométrie du problème étudié dans la référence [29].

Wang et al (2006) [30] ont développé un code numérique pour le couplage de la convection naturelle en cavité avec le rayonnement de surfaces. Des études ont été menées pour une cavité carrée remplie d'air dont les quatre parois ont la même émissivité. Les résultats montrent que, par rapport au cas

sans rayonnement, la paroi supérieure est refroidie, la paroi inférieure est réchauffée, l'écoulement horizontal est renforcé et la stratification diminue. L'analyse montre que la densité de flux radiatif net est linéaire en ΔT (si $\Delta T \ll T_0$), ce qui est le cas à faible nombre de Rayleigh, et que le nombre de Nusselt radiatif est linéaire dans la hauteur de la cavité. Le rayonnement de surfaces fait baisser le nombre de Rayleigh critique caractérisant l'apparition de l'instationnarité : pour $\varepsilon = 0.2$ et une cavité de 0.335 m de haut il est de 9.3×10^6 et la bifurcation correspondante est supercritique. De plus des solutions périodiques multiples sont observées entre $Ra = 1.2 \times 10^7$ et 1.3×10^7 .

Jaballah et al (2007) [31] ont essayé de localiser des valeurs précises pour le seuil de la convection oscillante dans une cavité carrée remplie d'air, avec des parois verticales différentiellement chauffées et des parois horizontales adiabatiques et grises, par l'étude numérique de l'interaction de la convection naturelle avec le rayonnement. Une gamme des valeurs de l'émissivité varie de 0 à 1, a été étudiée avec des valeurs du nombre de Rayleigh de 1.2×10^6 à 5×10^7 . Les résultats prouvent que la présence du rayonnement extérieur peut changer les champs de la vitesse et de la température. La valeur du nombre de Nusselt radiatif augmente rapidement avec l'augmentation de l'émissivité. La stabilité de l'écoulement est influencée par le rayonnement selon son état dynamique. En effet, le rayonnement apparaît comme facteur de catalyse sur le comportement de l'écoulement. Pour $Ra = 2.1 \times 10^6$, le champ d'écoulement approche asymptotiquement de l'état d'équilibre avec la présence du rayonnement pour toutes les valeurs de l'émissivité. En l'absence de rayonnement, l'état d'équilibre est approché pour $Ra = 10^7$. Pour $Ra = 5 \times 10^7$, les oscillations augmentent d'amplitude et de fréquence avec la valeur de l'émissivité. En conclusion, les auteurs ont trouvé que le rayonnement des parois a plus d'effet sur la stabilité d'écoulement que le milieu radiatif participant.

Jami et al (2007) [32] ont étudié numériquement le phénomène de la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité carrée contenant un cylindre. Seul le rayonnement surfacique est pris en compte et les surfaces radiatives sont supposées grises et isotropes en émission et réflexion. Un schéma hybride, basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau combinée à la méthode des différences finies, est utilisé pour l'analyse du comportement thermique et dynamique de l'air. Les effets du nombre de Rayleigh et de la dimension du cylindre sur le transfert de la chaleur et l'écoulement de l'air, ont été analysés et discutés. Les principales conclusions de cette étude peuvent être résumées comme suit :

- Le transfert thermique augmente en fonction du rayon du cylindre.

- En absence du rayonnement, l'effet du rayon du cylindre sur le transfert thermique est d'autant plus faible que Ra est élevé.
- L'influence du rayon du cylindre, sur les champs dynamique et thermique, est plus considérable en présence du rayonnement.
- Une quasi symétrie, des champs thermique et dynamique, est observée pour un faible rayon du cylindre.
- Le rayonnement homogénéise les températures des surfaces en regard et augmente le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité.

Meftah et al (2007) [33] ont étudié la convection naturelle de double diffusion dans une cavité carrée remplie d'un mélange air-CO₂ et dont les parois verticales sont maintenues à des températures et concentrations différentes. Le modèle numérique est bidimensionnel, laminaire et utilise une méthode de différences finies pour évaluer les vitesses, les températures et les concentrations. La participation radiative de CO₂ est calculée par la méthode des Ordonnées Discrètes (DO) avec un modèle spectral de type somme pondérée de gaz gris (méthode SLW de Denison et Webb). Les résultats sont donnés pour un nombre de Rayleigh de l'ordre de 10^7 et deux niveaux de concentration en CO₂. Ils ont trouvé que La participation radiative du fluide, induite par la présence de CO₂ dans le mélange, modifie la structure de l'écoulement et perturbe le champ thermique, notamment en créant une stratification oblique.

Mezrhab et al (2007) [34] ont étudié numériquement l'influence des partitions sur le transfert de chaleur par convection naturelle et par rayonnement thermique dans une cavité inclinée d'un angle $\Phi = 45^\circ$ par rapport au plan horizontal (figure I.15). Les équations de conservation sont résolues par la méthode des volumes finis. La cavité contient un nombre N_P de partitions variant de 0 à 3. Ils ont conclu que:

- le rayonnement thermique augmente le transfert de chaleur au sein de la cavité,
- Plus le nombre de partition est grand, plus le transfert de chaleur est réduit.

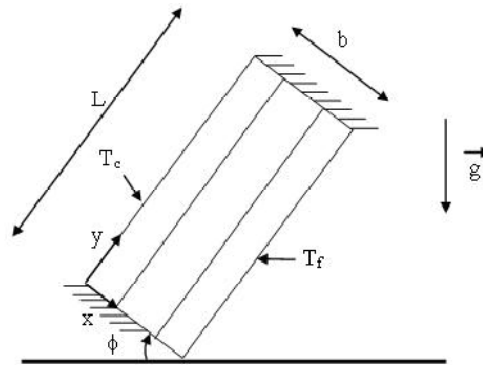


Figure I.15: Configuration de la cavité inclinée avec partitions [34].

Les travaux de **Jbara et al (2009) [35]** ont permis de mettre au point des outils pour des études théoriques (modèles et logiciels) de l'écoulement et du transfert de chaleur par convection naturelle instationnaire en présence du transfert radiatif dans un milieu poreux supposé isotrope et saturé par une seule phase fluide contenu dans un canal vertical ouvert à ses deux extrémités et dont les parois sont maintenues à une température uniforme (figure I.16). L'étude de sensibilité des résultats aux différentes propriétés radiatives, en l'occurrence, l'émissivité des particules solides, le coefficient d'absorption, le coefficient de diffusion et l'albédo de diffusion du rayonnement a été également présentée et discutée. Les principales conclusions obtenues sont:

- Les champs de température et de vitesse augmentent lorsque l'émissivité des particules et le coefficient d'absorption augmentent ou lorsque le coefficient de diffusion et l'albédo de diffusion diminuent.
- L'augmentation de l'émissivité des particules entraîne une élévation de la pression dans la moitié inférieure du canal et une diminution de la pression dans la moitié supérieure du canal.
- Les valeurs du débit volumique adimensionnel quittant la face supérieure du canal et du flux de chaleur convectif adimensionnel échangé au niveau de cette même face augmentent lorsqu'on augmente l'émissivité des particules et le coefficient d'absorption ou lorsqu'on diminue le coefficient de diffusion et l'albédo de diffusion.

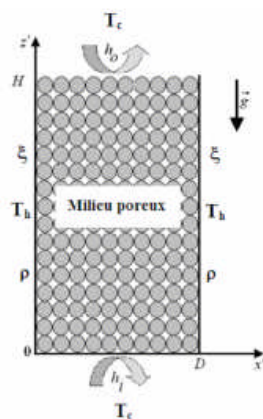


Figure I.16: Schématisation du domaine considéré dans la référence [35].

Mezrhab et al (2010) [36] ont analysé les effets de l'échange de rayonnement à l'intérieur d'une serre chaude (figure I.17), dans des conditions climatiques d'hiver, selon le nombre de tubes de chauffage carrés utilisés, dont ces derniers sont chauds et isothermes et sont équidistants à l'intérieur de la serre. Les équations régissant le phénomène sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis et le problème de couplage pression-vitesse est effectué par l'algorithme SIMPLER. Des résultats sont rapportés en termes d'isothermes, des lignes de courants et du nombre de Nusselt moyen pour nombre de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 . Les lignes de courants prouvent que les effets radiatifs sont notables près des parois de la serre, et deviennent de plus en plus importants quand le nombre de Rayleigh augmente. En conséquence, l'élévation du nombre de Rayleigh entraîne une augmentation du transfert thermique global dans la serre.

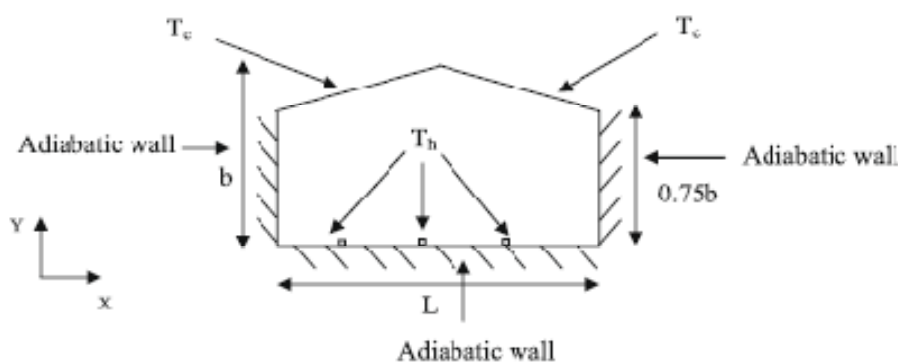


Figure I.17: Configuration de la serre chaude horticole [36].

Dans le travail de **Sun et al (2011) [37]**, le modèle physique considéré est une cavité carrée remplie par l'air refroidie de bas en haut, avec un corps carré chaud situé au centre de la cavité (figure I.18). Le but de ce travail est d'établir les effets des échanges radiatifs entre les surfaces sur la transition d'un écoulement stable et symétrique à un écoulement périodique complexe. En raison des faibles différences de température ($1 \text{ K} < \Delta T < 5 \text{ K}$), le modèle bidimensionnel est basé sur l'approximation de Boussinesq et les propriétés thermophysiques constantes du fluide à la température ambiante. Les parois de la cavité sont supposées grises et diffuses. La structure de l'écoulement est étudiée pour des variations du nombre de Rayleigh, de l'émissivité des surfaces et de la taille du corps intérieur. Les résultats établissent clairement l'influence du rayonnement extérieur, pour des écoulements stables et instables. Pour la géométrie et les conditions aux limites thermiques considérées, le nombre de Rayleigh pour la transition à un écoulement instable considérablement augmente sous l'influence du rayonnement.

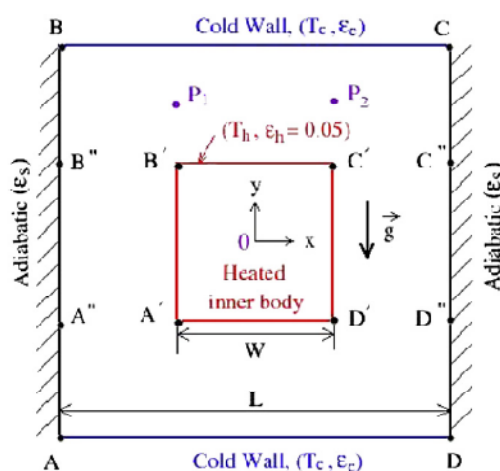


Figure I.18: Géométrie du modèle physique considéré dans la référence [37].

CHAPITRE II***EQUATIONS DE CONSERVATIONS-MODELISATION*****II.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous allons présenter les géométries des deux configurations considérées, ainsi que les équations de conservation régissant le problème traité dans ce mémoire. Elles sont fondées sur les principes: de conservation de la masse (continuité), de la quantité de mouvement (Navier-Stokes), de l'énergie, et les conditions aux limites de chaque cas ainsi que les équations des modèles du rayonnement thermique.

II.2 Géométries du problème

Le premier problème concerne la convection de Rayleigh Bénard. La géométrie considérée est illustrée sur la figure (II.1). Il s'agit de deux plaques planes parallèles horizontales infinies ayant une hauteur H et longueur L dont le rapport d'aspect est $A=L/H=10$. Les parois horizontales sont chauffées différentiellement, par contre les frontières délimitées verticales sont périodiques.

Dans le deuxième problème, on s'intéresse à la convection thermique dans une cavité carrée de hauteur h , avec des parois horizontales adiabatiques et des parois verticales soumises à des températures constantes respectivement (T_c et T_f). Deux cas physiques sont considérés : cas d'un écoulement de convection naturelle pure (sans rayonnement), et le cas du couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique.

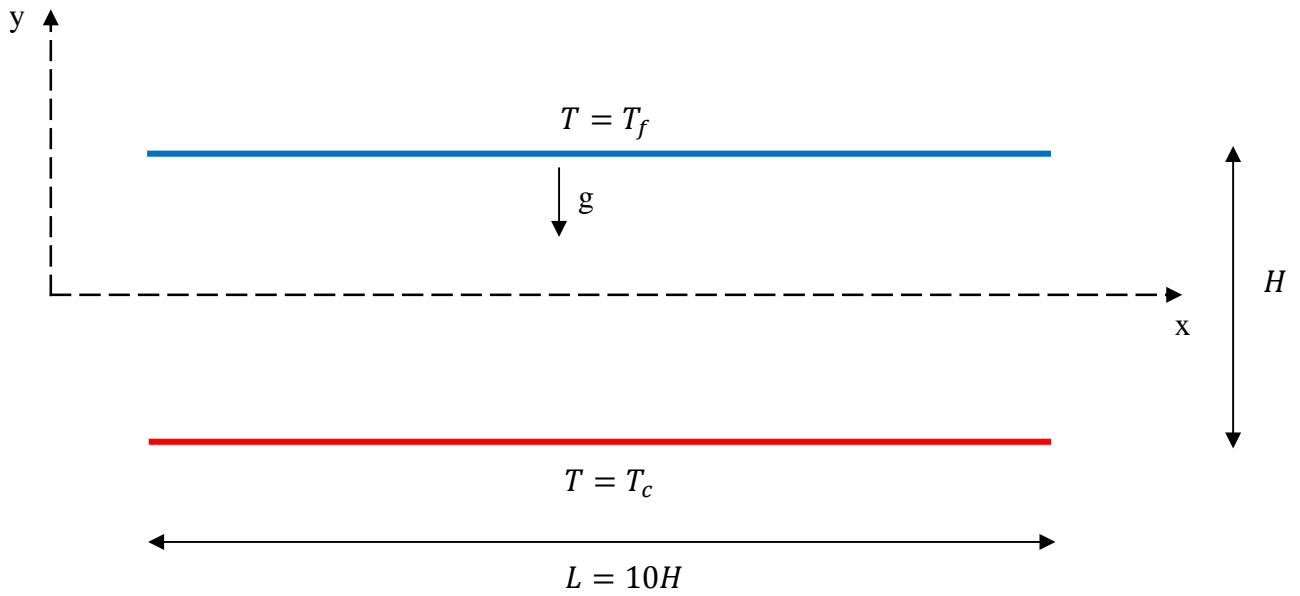


Figure (II.1) : Géométrie et conditions aux limites du cas des deux plaques planes horizontales.

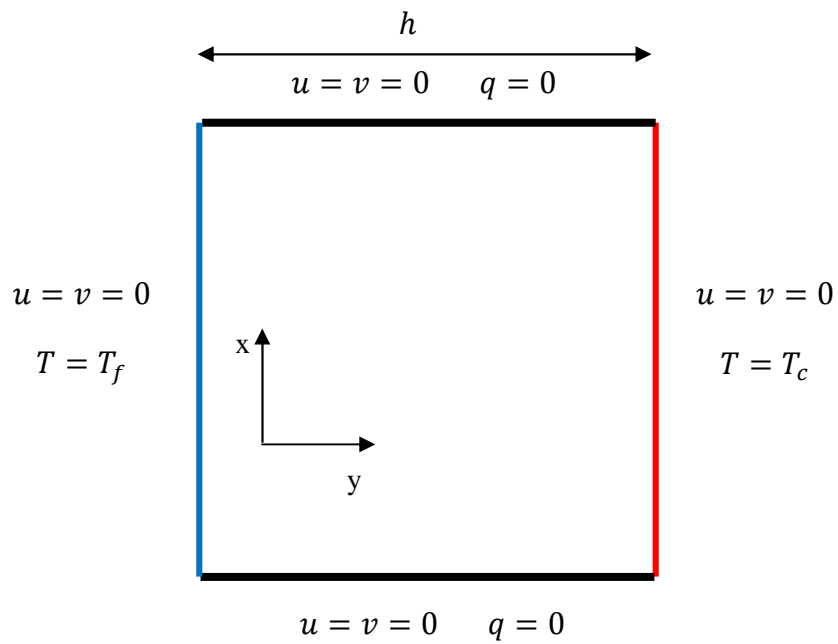


Figure (II.2) : Géométrie et conditions aux limites du cas de la cavité carrée.

II.3 Hypothèses

A fin de simplifier la formulation mathématique de notre problème, nous adapterons les hypothèses simplificatrices suivantes:

Hypothèses générales

- Ecoulement laminaire et bidimensionnel.
- Fluide newtonien et incompressible.
- Les propriétés physiques du fluide (ρ , ν , C_p et k) sont supposées constantes.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Il n'y a pas de sources internes de chaleur ou de masse dans le problème étudié et il n'y a aucune réaction chimique.
- La dissipation visqueuse est négligeable ($\phi = 0$) et pas de source de chaleur ($\dot{q} = 0$).
- L'approximation de Boussinesq est valide, celle-ci consiste à considérer les variations de masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$), sauf au niveau du terme de gravité. La variation de la masse volumique ρ en fonction de la température est donnée par:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] \quad (\text{II.1})$$

ρ_0 : La masse volumique du fluide à la température de référence T_0 .

β : Le coefficient de dilatation à pression constante.

Hypothèses concernant le cas du couplage convection-rayonnement

- Le transfert de chaleur par rayonnement n'est pas négligeable.
- Le milieu fluide est absorbant.
- Toutes les parois de la cavité carrée sont grises et diffuses.

II.4 Equations générales de conservation

Les équations qui régissent le phénomène de convection naturelle dans l'enceinte

Sont :

- *Equation de continuité*

Elle est déduite du principe de conservation de masse et s'exprime sous forme tensorielle comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (\text{II.2})$$

(j=1, 2, 3 : indice de sommation)

Pour un fluide Newtonien incompressible, l'équation (II.2) se réduit à :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{II.3})$$

- **Equations de quantité de mouvement**

D'après la deuxième loi fondamentale de la dynamique, la variation pendant l'unité de temps de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures exercées sur cette particule. L'équation de la dynamique sous forme tensorielle s'écrit alors comme suit

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i) = F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (\text{II.4})$$

(j = 1~2, indice libre)

Où :

$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i)$: Représente le taux de variation de la quantité de mouvement pendant l'unité de temps.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i)$: Représente le taux net de transport de quantité de mouvement suivant la direction i, par le mouvement du fluide.

F_i : Représente les forces du volume suivant la direction i.

$\frac{\partial p}{\partial x_i}$: Représente les forces de pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$: Représente les forces de viscosité.

L'équation (II.4) représente la conservation de quantité de mouvement (équation de Navier Stokes) d'un fluide visqueux incompressible en régime transitoire.

- **Equation de l'énergie**

Elle est obtenue par l'application du premier principe de la thermodynamique et du principe de conservation de l'énergie. Cette équation pour un fluide Newtonien incompressible, s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} \quad (\text{II.5})$$

Où : $\alpha = \frac{K}{\rho C_p}$

α : La diffusivité thermique.

K : La conductivité thermique.

C_p : La chaleur spécifique à pression constante.

II.5 Equations simplifiées

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.6})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$\rho_0 \left[\frac{\partial}{\partial x} (uu) + \frac{\partial}{\partial y} (vu) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{II.7})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :**

$$\rho_0 \left[\frac{\partial}{\partial x} (uv) + \frac{\partial}{\partial y} (vv) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \rho_0 g \beta (T - T_0) \quad (\text{II.8})$$

- **Equation de l'énergie :**

$$\rho_0 C_p \left[\frac{\partial}{\partial x} (uT) + \frac{\partial}{\partial y} (vT) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.9})$$

- **Equation de l'énergie dans le cas du couplage convection-rayonnement :**

$$\rho_0 C_p \left[\frac{\partial}{\partial x} (uT) + \frac{\partial}{\partial y} (vT) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{1}{\rho C_p} \nabla q_r \quad (\text{II.10})$$

Où :

u, v Représentent respectivement les composantes de la vitesse horizontale et verticale selon les directions (x, y) .

II.6 Equations adimensionnelles

L'emploi de la variable adimensionnelle permet d'exprimer la réalité des phénomènes physiques indépendamment des systèmes de mesure pour permettre d'avoir des informations généralisées à une variété de problèmes ayant les mêmes grandeurs de coefficient de similitudes d'un coté et d'un autre, réduire le nombre de paramètre du problème . En effet, pour faire apparaître les paramètres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire les grandeurs de référence.

➤ Variables adimensionnelles

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad Q_r = q_r / \sigma T_f^4$$

$$U = \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)} \quad V = \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)} \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_H - T_c} \quad P = \frac{p}{\rho_0 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^2}$$

Les équations adimensionnelles deviennent alors :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.11})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right\} \quad (\text{II.12})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :**

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right\} + Ra \cdot \text{Pr} \cdot \theta \cdot A \quad (\text{II.13})$$

- **Equation de l'énergie :**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (\text{II.14})$$

- **Equation de l'énergie dans le cas du couplage convection-rayonnement :**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) - \frac{1}{Pl\phi} \nabla^* Q_r \quad (\text{II.15})$$

Avec :

$A = L/H$: Rapport d'aspect de la cavité.

$Pr = \nu/\alpha$: Nombre de Prandtl.

$Ra = g\beta\Delta T^4/\nu\alpha L$: Nombre de Rayleigh.

$Pl = [k/4L\sigma T_f^3]$: Nombre de Planck.

- **Nombre de Prandtl:**

Le nombre de Prandtl est donc le rapport de deux grandeurs ayant les mêmes dimensions, soient m^2/s . La viscosité cinématique représente la diffusion de la vitesse (qui dépend des forces visqueuses) alors que la diffusivité thermique est la capacité du fluide de conduire de la chaleur. Aussi, Pr nous donnera une indication sur le rapport des effets thermiques et visqueux.

$$Pr = \nu/\alpha = \text{viscosité cinématique/diffusivité thermique}$$

Avec un Pr donné, il est possible de savoir à quel type de fluides nous avons.

- **Nombre de Rayleigh:**

- **Gradient de température dans le champ de gravité (direction y)**

Le nombre de Rayleigh est directement lié à la convection.

La convection a lieu lorsque la poussée d'Archimède (due à l'augmentation de température) provoque le mouvement du fluide.

Cependant, il faut que cette force d'Archimède soit assez grande pour contrer les forces visqueuses et de gravité qui s'opposent au mouvement de la particule.

De plus, si l'équilibre thermique est atteint, il n'y a plus de force d'Archimède. La capacité d'une particule d'entrer en équilibre avec son environnement plus ou moins rapidement dépend de sa diffusivité thermique α .

Ra nous donne le rapport entre le temps pour que la chaleur diffuse et celui pour que la particule entre en mouvement.

- **Gradient de température dans une direction différente de la gravité**

Dans ce cas, il y a convection naturelle quelque soit la valeur de Ra parce que les particules de fluide n'ont pas à lutter contre la force de gravité pour se déplacer.

$$Ra = g\beta\Delta TH^2/\nu\alpha L$$

II.7 Condition aux limites

Les conditions aux limites relatives à ce problème sont résumées sur les tableaux (II.1) et (II.2)

Limites géométriques	Conditions dynamiques	Conditions thermiques
$x = 0 \quad 0 \leq y \leq H$	$u = 0 \quad v = 0$	$q = 0$
$x = L \quad 0 \leq y \leq H$	$u = 0 \quad v = 0$	$q = 0$
$y = 0 \quad 0 \leq x \leq L$	$u = 0 \quad v = 0$	$T = T_c = T_f + \Delta T$
$y = H \quad 0 \leq x \leq L$	$u = 0 \quad v = 0$	$T = T_f$

Tableau II.1 : Conditions aux limites pour un écoulement entre deux plaques parallèles.

Limites géométriques	Conditions dynamiques	Conditions thermiques
$x = 0 \quad y = h$	$u = 0 \quad v = 0$	$T = T_f$
$x = h \quad y = h$	$u = 0 \quad v = 0$	$T = T_c = T_f + \Delta T$
$y = 0 \quad x = h$	$u = 0 \quad v = 0$	$q = 0$
$y = h \quad x = h$	$u = 0 \quad v = 0$	$q = 0$

Tableau II.2 : Conditions aux limites pour un écoulement dans une cavité carrée.

II.8 Couplage convection rayonnement [38]

Pour l'étude numérique du couplage convection naturelle rayonnement thermique, nous allons nous limiter aux modèles implémentés dans le code de calcul Fluent. Ces modèles sont :

- Modèle Discret du Transfert Radiatif DTRM.
- Modèle du transfert radiatif des Ordonnées Discrètes DO.
- Modèle du transfert radiatif de P1.
- Modèle du transfert radiatif de Rosseland.
- Modèle du transfert radiatif de Surface-à-Surface S2S.

Ils permettent d'inclure le rayonnement, avec ou sans milieu participant, dans les simulations de transfert thermique.

II.8.1 Equation du transfert radiatif (RTE) [38]

L'équation du transfert radiatif d'un milieu absorbant, émissif et dispersif en une position \vec{r} et dans la direction \vec{s} est donnée par:

$$\frac{dI(\vec{r}, \vec{s})}{ds} + (a + \sigma_s)I(\vec{r}, \vec{s}) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}, \vec{s}') d\Omega \quad (\text{II.16})$$

Avec :

\vec{r} : Vecteur de position.

\vec{s} : Vecteur de direction.

\vec{s}' : Vecteur de la direction de dispersion.

s : Longueur du chemin.

a : Coefficient d'absorption.

n : Indice de réfraction.

σ_s : Coefficient de dispersion.

σ : Constante de stefan-Boltzmann ($5.672 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$).

I : Intensité du rayonnement, dépend des vecteurs \vec{r} et \vec{s} .

T : Température locale.

Φ : Fonction de phase.

Ω : Angle solide.

On peut inclure le transfert de chaleur par rayonnement dans la simulation lorsque le flux radiatif $Q_{rad} = \sigma(T_{max}^4 - T_{min}^4)$ est grand comparé au taux du transfert thermique dû à la convection ou à la conduction.

II.8.2 Choix d'un modèle de rayonnement [38]

Pour certains problèmes, un modèle de rayonnement peut être plus approprié que les autres. Pour décider quel modèle de rayonnement à choisir, nous allons prendre en considération les points suivants :

- **Épaisseur optique** : L'épaisseur optique $\tau = aL$ est un bon indicateur pour le choix du modèle de rayonnement dans un problème. Ici, L est une échelle appropriée de longueur du domaine considéré. Pour l'écoulement dans une chambre de combustion, par exemple, L est le diamètre de la chambre de combustion. Si $aL \gg 1$, les meilleurs modèles de rechange sont les modèles P1 et de Rosseland. Le modèle P1 devrait typiquement être employé pour des épaisseurs optiques $aL > 1$. Pour $aL > 3$, le modèle de Rosseland est plus efficace. Un schéma de discrétisation du second ordre est également recommandé pour les grandes valeurs d'épaisseur optique. Les modèles DTRM et DO s'appliquent à travers une gamme d'épaisseurs optiques, mais ils ont un coût de calcul élevé. Ainsi on doit employer les modèles d'épaisseur limite, P1 et Rosseland, si le problème le permet. Pour $aL < 1$, seulement les modèles DTRM et DO sont mieux adaptés.
- **Dispersion et émissivité** : Les modèles P1, Rosseland et DO tiennent compte de la dispersion, alors que le modèle DTRM la néglige. Puisque le modèle de Rosseland utilise la condition de glissement de la température aux parois, il est peu sensible à l'émissivité de la paroi.
- **Effets particuliers** : Seuls les modèles P1 et DO tiennent compte des échanges par rayonnement entre le gaz et les particules.
- **Parois Semi-transparentes (intérieures et extérieures)** : Seul le modèle DO permet de modéliser les parois semi-transparentes de divers types (par exemple, verre).
- **Parois spéculaires** : Seul le modèle DO permet la réflexion spéculaire (par exemple, pour le miroir sans poussière).

- **Parois Partiellement-spéculaires** : Seul le modèle DO permet la réflexion spéculaire (par exemple, miroir poussiéreux).
- **Rayonnement non-gris** : le modèle DO permet de calculer le rayonnement non-gris en utilisant un modèle de bande grise.
- **Sources de chaleur localisées** : Dans les problèmes avec sources de chaleur localisées, le modèle P1 surestime les flux radiatifs. Le modèle DO est probablement le plus adapté pour le calcul de rayonnement dans ce cas, bien que le modèle DTRM, avec un nombre suffisamment grand de rayons, soit également acceptable.
- **Transfert radiatif dans une cavité avec des milieux non participant** : Le modèle surface-à-surface (S2S) convient à ce type de problème. Les modèles de transfert radiatif utilisés avec des milieux participants peuvent, en principe, être employés pour calculer le rayonnement de surface-à-surface, mais ils ne sont pas toujours efficaces.

➤ **Rayonnement Externe**

Si on doit inclure le transfert de chaleur radiatif à partir de l'extérieur du domaine considéré, on peut inclure une condition aux limites externe de rayonnement dans le modèle. Si le rayonnement n'est pas pris en compte dans le domaine, cette condition à la limite peut être employée sans activer un des modèles de rayonnement.

II.8.3 Equations régissant les différents modèles de rayonnement [38]

Dans cette étude, on s'intéresse à quatre modèles de rayonnement qui sont : le modèle DTRM, le modèle DO, le modèle P1 et le modèle de Rosseland.

II.8.3.1 Modèle discret de transfert radiatif DTRM

L'hypothèse principale du modèle DTRM est que le rayonnement quitte l'élément de surface dans un certain intervalle d'angle solide peut être rapproché par un rayon simple.

- **Equations régissant le modèle DTRM**

L'équation de variation de l'intensité radiative dI , le long du chemin ds peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dI}{ds} + aI = \frac{a\sigma T^4}{\pi} \quad (\text{II.17})$$

Où

a : Coefficient d'absorption du gaz.

I : Intensité.

T : Température locale du gaz.

σ : Constant de Stefan-Boltzmann ($5.672 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$).

Ici, l'indice de réfraction est supposé égal à l'unité. Le modèle DTRM consiste à intégrer l'équation (II.17) le long d'une série de rayons provenant des faces aux frontières. Si a est constant le long du rayon, alors $I(s)$ peut être estimé par la relation :

$$I(s) = \frac{\sigma T^4}{\pi} (1 - e^{-as}) + I_0 e^{-as} \quad (\text{II.18})$$

Où : I_0 est l'intensité radiative au début du chemin d'incrément.

II.8.3.2 Modèle de transfert radiatif des Ordonnées Discrètes DO

Le modèle de transfert radiatif des Ordonnées Discrètes DO résout l'équation du transfert radiatif RTE pour un nombre fini d'angles solides discrets, chacun associé à un vecteur de direction \vec{s} fixée dans le système cartésien global (x, y, z).

La précision de la discrétisation angulaire est commandée par l'utilisateur. Elle est au choix du nombre de rayons du modèle DTRM. Contrairement au modèle DO n'exécute pas le traceur de rayon. Au lieu de cela, le modèle DO transforme l'équation (II.16) en équation de transport pour l'intensité du rayonnement dans les coordonnées spatiales (x, y, z).

- *Equations du modèle DO*

Le modèle DO considère l'équation de transfert radiatif RTE dans la direction \vec{s} comme équation de champ. Ainsi, l'équation (II.14) s'écrit :

$$\nabla \cdot (I(\vec{r}, \vec{s}) \vec{s}) + (a + \sigma_s) I(\vec{r}, \vec{s}) = a n^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}, \vec{s}') d\Omega \quad (\text{II.19})$$

Fluent permet également de modéliser le rayonnement non-gris en utilisant un modèle de bande grise. L'équation RTE pour l'intensité spectrale $I_\lambda(\vec{r}, \vec{s})$ s'écrit :

$$\nabla \cdot (I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) \vec{s}) + (a_\lambda + \sigma_s) I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}) = a_\lambda n^2 I_{b\lambda} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I_\lambda(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s}, \vec{s}') d\Omega' \quad (\text{II.20})$$

Où :

λ La longueur d'onde, a_λ le coefficient d'absorption spectral, et $I_{b\lambda}$ est l'intensité du corps noir donnée par la fonction de Planck. Le coefficient de dispersion, la fonction de phase de dispersion, et l'indice de réfraction n sont indépendants de la longueur d'onde.

II.8.3.3 Modèle de transfert radiatif P1

Le modèle de transfert radiatif P1 est le cas le plus simple du modèle général P-N, qui est basé sur le développement de l'intensité de rayonnement I en une série orthogonale d'harmoniques sphériques.

- *Equations du modèle P1*

Comme mentionné ci-dessus, le modèle du rayonnement P1 est le cas le plus simple du modèle de P-N. Si seulement quatre termes de la série sont gardés, l'équation suivante est alors obtenue pour le flux radiatif q_r :

$$q_r = - \frac{1}{3(a+\sigma_s) - c\sigma_s} \nabla G \quad (\text{II.21})$$

Où :

G : Rayonnement incident.

C : Coefficient linéaire-anisotrope de la fonction de phase.

En introduisant le paramètre :

$$\Gamma = \frac{1}{(3(a+\sigma_s) - c\sigma_s)} \quad (\text{II.22})$$

L'équation (II.19) se réduit à :

$$q_r = -\Gamma \nabla G \quad (\text{II.23})$$

L'équation de transport pour G est donnée par :

$$\nabla \cdot (\Gamma \nabla G) - aG + 4a\sigma T^4 = S_G \quad (\text{II.24})$$

Où : S_G est une source de rayonnement définie par l'utilisateur.

La combinaison des Équations (II.23) et (II.24), conduit à l'équation suivante :

$$-\nabla \cdot q_r = aG - 4a\sigma T^4 \quad (\text{II.25})$$

L'expression $-\nabla \cdot q_r$ peut être directement substituée dans l'équation d'énergie pour tenir compte des sources de chaleur dus au rayonnement.

II.8.3.4 Modèle de transfert radiatif de Rosseland

L'approximation de Rosseland ou de diffusion pour le transfert radiatif est valable quand le milieu est optiquement épais $((a + \sigma_s)L \gg 1)$. Ce modèle est recommandé pour être utilisé dans les problèmes où l'épaisseur optique est plus grande que 3. Il peut être obtenu à partir des équations du modèle P1, moyennant quelques approximations.

- *Equations du modèle de Rosseland*

Comme avec le modèle P1, le flux de chaleur radiatif dans un milieu gris peut être décrit par l'équation (II.23) :

$$q_r = -\Gamma \nabla G \quad (\text{II.26})$$

Où Γ est donné par l'équation (II.22).

Le modèle de transfert radiatif de Rosseland diffère du modèle P1 parce que le modèle de Rosseland suppose que l'intensité est celle du corps noir à la température du gaz. (Le modèle P1 calcule actuellement une équation de transport pour G .) Ainsi $G = 4\sigma n^2 T^4$, où n est l'indice de réfraction.

$$q_r = -16\sigma n^2 T^3 \nabla T \quad (\text{II.27})$$

CHAPITRE III**METHODE NUMERIQUE****III.1 Introduction**

Le problème analysé dans ce chapitre est modélisé par le système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires dont on a vu que les solutions analytiques n'existent que dans de rares cas, la résolution par des méthodes numériques est incontournable. Diverses méthodes numériques offrent la possibilité de résoudre le système différentiel cité au chapitre II. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode des différences finies, éléments finis et volumes finis, en plus d'une variété de logiciel présente sur le marché. Pour effectuer nos simulations numériques, nous avons opté pour l'utilisation du code de calcul Fluent basé sur la méthode de volumes finis et qui est très utilisé dans le domaine de l'ingénierie.

III.2 Maillage

Les équations différentielles ponctuelles qui régissent notre problème sont écrites dans chaque point du domaine physique. Pour les projeter sur ce domaine nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère des points situés en son milieu. Les faces d'un volume de contrôle bidimensionnel sont localisées au point **e**, **w**, **n**, **s** (**figure III.1**). Notons **P** le centre du volume de contrôle considéré et **E**, **W**, **N**, **S** sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud de celui contenant **P**. Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis (**figure III.4**). Par contre, les quantités vectorielles (composantes u et v) sont stockées respectivement aux faces Est et Nord (**figure III.2**) et (**figure III.3**). Pour éviter certains problèmes numériques, les équations de quantité de mouvement sont résolues dans des volumes finis décalées vers la droite pour l'impulsion suivant X et vers le haut pour l'impulsion suivant Y .

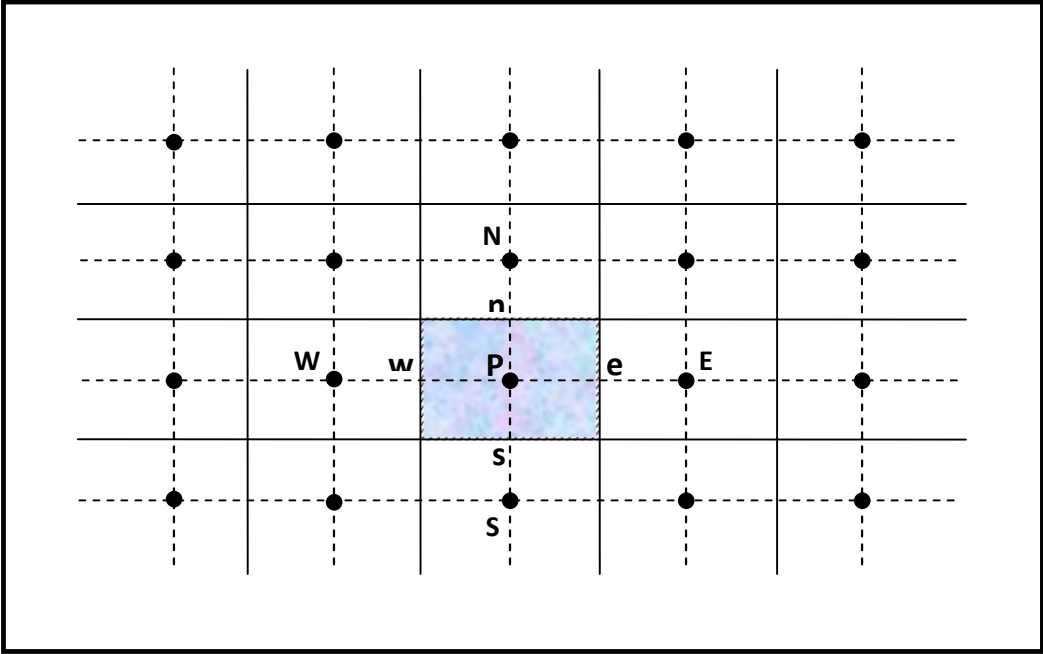


Figure III.1 : Volume de contrôle bidimensionnel.

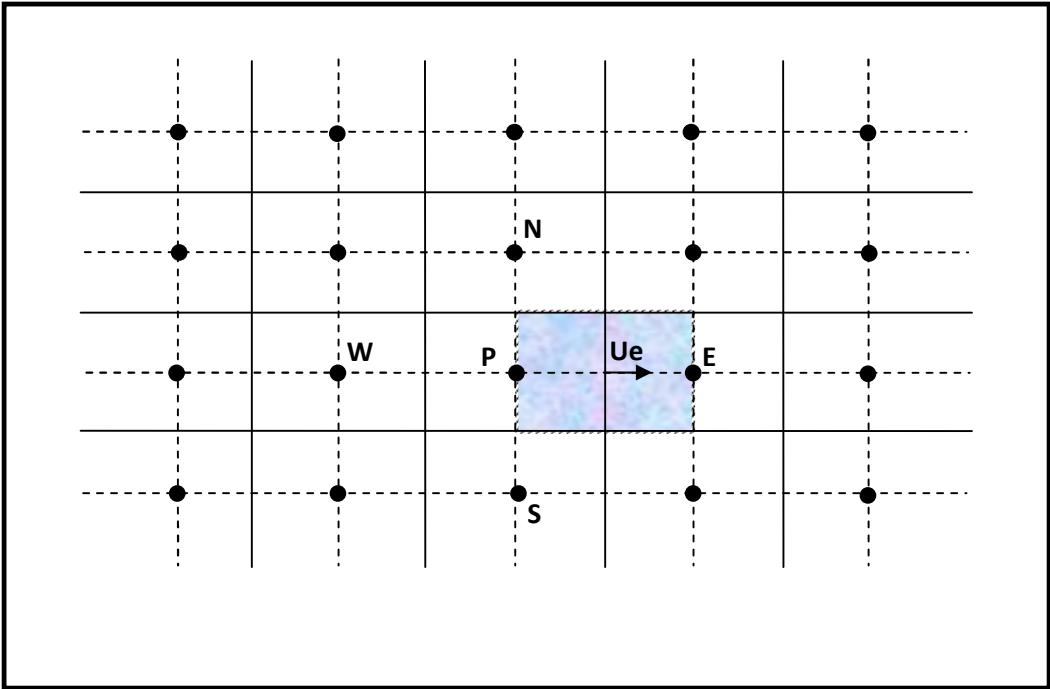


Figure III.2 : Volume de contrôle décalé vers la droite.

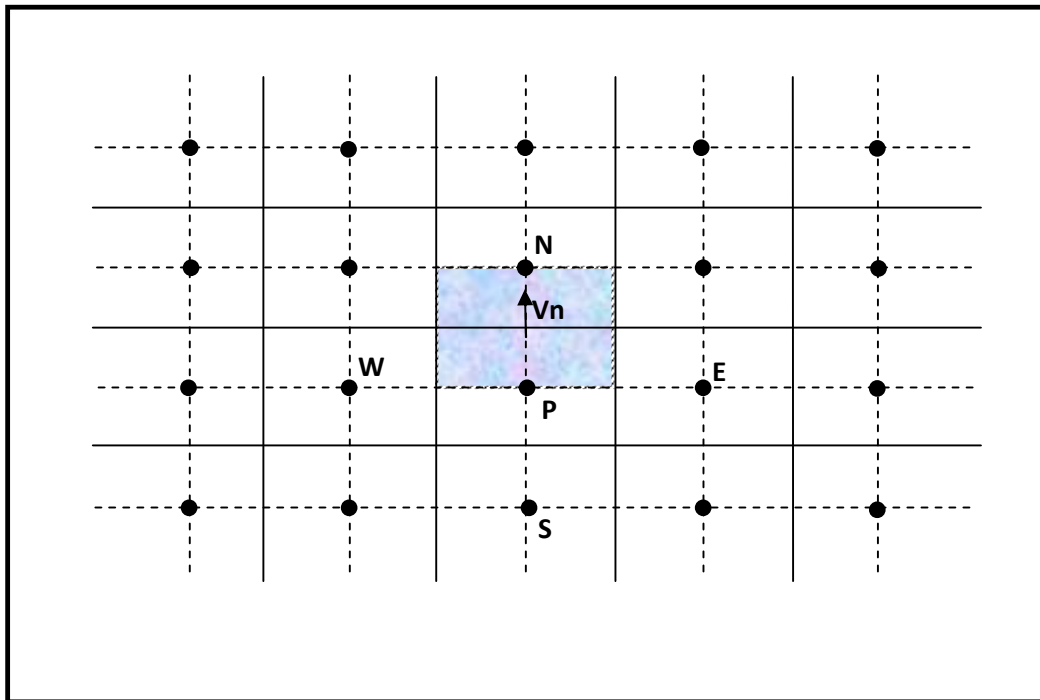


Figure III.3 : Volume de contrôle décalé vers le haut.

III.3. Equation générale de transport

Considérons l'équation de transport de la variable ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X_j} (U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

(j : indice de sommation ; j=1, 2 dans le cas bidimensionnel)

$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$: Le terme transitoire.

$\frac{\partial}{\partial X_j} (U_j \phi)$: Le transport par convection de la quantité ϕ .

$\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)$: Le transport par diffusion de la quantité ϕ .

S_ϕ : Le terme source.

Les expressions de ϕ , Γ et S_ϕ sont données dans le tableau suivant :

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra.Pr.\theta.A$
Energie	T	1	0

Tableau III.1 : Variables et coefficients des équations de transport adimensionnelles.

III.4 Discrétisation des équations de conservation

L'équation de la variable ϕ est intégrée sur le volume de contrôle typique (Figure.III.4):

L'intégration de l'équation (III.1), nous donne :

$$\begin{aligned}
 \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} (U\phi) dX dY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) dX dY \\
 = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dX dY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dX dY + \int_s^n \int_w^e S_\phi dX dY
 \end{aligned} \quad (III.2)$$

➤ Le terme convectif :

$$\begin{aligned}
 \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} (U\phi) dX dY &= \int_s^n [U\phi]_w^e dY = [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y \\
 \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) dX dY &= \int_w^e [V\phi]_s^n dX = [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X
 \end{aligned} \quad (III.3)$$

➤ Le terme diffusif :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) dX dY = \int_s^n \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right]_w^e dY = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y \quad (III.4)$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) dX dY = \int_w^e \left[\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right]_s^n dX = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X$$

➤ Le terme source :

$$\int_s^n \int_w^e S_\phi dX dY = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \quad (III.5)$$

L'équation (III.2) s'écrira alors :

$$\begin{aligned} & [(U\phi)_e - (U\phi)_w] \Delta Y + [(V\phi)_n - (V\phi)_s] \Delta X = \\ & \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right)_w \right] \Delta Y + \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_s \right] \Delta X + \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (III.6)$$

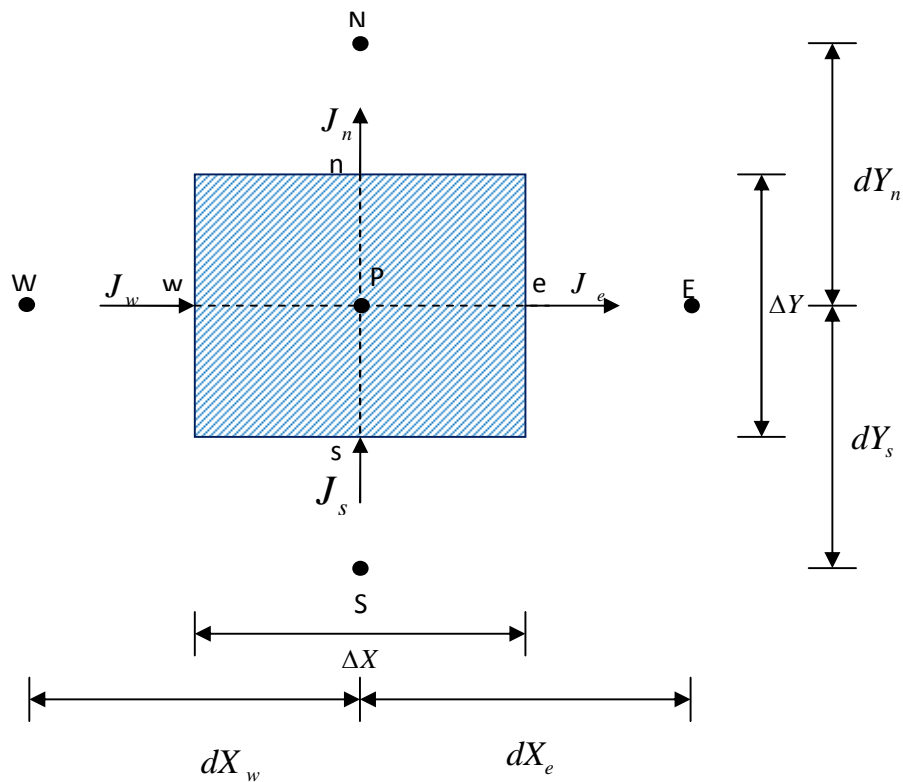


Figure III.4 : Volume de contrôle typique.

III.4.1 Application d'un schéma numérique quelconque

La présentation de la forme générale de l'équation algébrique discrétisée s'écrit comme suit :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \quad (\text{III.7})$$

Avec:

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

$$b = S_\phi \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.9})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) \quad (\text{III.10})$$

$$\begin{aligned} F_e &= U_e \Delta Y \\ F_w &= U_w \Delta Y \\ F_n &= V_n \Delta X \\ F_s &= V_s \Delta X \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

et

$$\begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y \\ D_w &= \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y \\ D_n &= \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X \\ D_s &= \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

$$P_e = F_e / D_e, \quad P_w = F_w / D_w, \quad P_n = F_n / D_n, \quad P_s = F_s / D_s$$

A_E, A_W, A_N, A_S et A_P : sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud et centre du volume.

A_P^0 : est le coefficient de la variable à calculer au point P, et à un instant précédent.

b : est un terme de source supposé être constant dans le volume de contrôle.

F_e, F_w, F_n, F_s et D_e, D_w, D_n, D_s : sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord, Sud.

P_e, P_w, P_n, P_s : désignent le rapport du flux convectif aux flux diffusif aux différents faces du volume de contrôle.

III.4.2 Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction $A(P)$
Différences centrées	$1-0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\text{Max}[0, 1-0.5 P]$
Power Law	$\text{Max}[0, (1-0.1 P)^5]$
Exponentiel	$ P / [\exp(P)-1]$

Tableau III.2 : Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques [39]

Dans le présent travail nous utilisons :

- Le schéma Upwind du premier ordre pour les phénomènes de transfert de chaleur.
- L'algorithme SIMPLE pour le couplage Pression vitesse.

III.5 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant X sur un volume de contrôle décalé vers la droite (figure III.2) donne l'équation algébrique suivante :

$$A_P(i, j)U(i, j) = A_E(i, j)U(i + 1, j) + A_W(i, j)U(i - 1, j) + A_N(i, j)U(i, j + 1) + A_S(i, j)U(i, j - 1) + b(i, j) \quad (\text{III. 13})$$

Avec :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_e A(|P_e|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \quad (\text{III.14})$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i + 1, j)] \Delta Y(j) \quad (\text{III.15})$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) \quad (\text{III.16})$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i + 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i - 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j)$$

$$F_n = [V(i, j) + V(i + 1, j)] dX(i) \quad (\text{III.17})$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i, j - 1) + V(i + 1, j - 1)] dX(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = Pr \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i + 1)}$$

$$D_w = Pr \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i)} \quad (\text{III.18})$$

$$D_n = Pr \frac{dX(i)}{dY(j)}$$

$$D_s = Pr \frac{dX(i)}{dY(j - 1)}$$

III.6 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant Y sur un volume de contrôle décalé vers le haut (figure III.3) donne l'équation algébrique suivante :

$$A_P(i,j)V(i,j) = A_E(i,j)V(i+1,j) + A_W(i,j)V(i-1,j) + A_N(i,j)V(i,j+1) + A_S(i,j)V(i,j-1) + b(i,j) \quad (\text{III.19})$$

Avec :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_e A(|P_e|) + \max(F_e, 0) \quad (\text{III.20})$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i,j) = [P(i,j) - P(i,j+1)]\Delta X(i) + \frac{Ra \cdot Pr \cdot A}{2} [\theta(i,j) + \theta(i,j+1)]\Delta X(i) \cdot dY(j) \quad (\text{III.21})$$

$$A_P(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) \quad (\text{III.22})$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2} [U(i,j) + U(i,j+1)]dY(j)$$

$$F_w = \frac{1}{2} [U(i-1,j) + U(i-1,j+1)]dY(j)$$

$$F_n = \frac{1}{2} [V(i,j+1) + V(i,j)]\Delta X(i) \quad (\text{III.23})$$

$$F_s = \frac{1}{2} [V(i,j-1) + V(i,j)]\Delta X(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = Pr \frac{dY(j)}{dX(i)}$$

$$D_w = Pr \frac{dY(j)}{dX(i-1)} \quad (\text{III.24})$$

$$D_n = Pr \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j+1)}$$

$$D_s = Pr \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j)}$$

III.7 Discrétisation de l'équation d'énergie

L'intégration de l'équation de l'énergie adimensionnelle sur un volume de contrôle typique (figure III.4) donne l'équation algébrique suivante :

$$A_P(i, j)\theta(i, j) = A_E(i, j)\theta(i + 1, j) + A_W(i, j)\theta(i - 1, j) + A_N(i, j)\theta(i, j + 1) + A_S(i, j)\theta(i, j - 1) + b(i, j) \quad (\text{III. 25})$$

Avec :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_e A(|P_e|) + \max(F_e, 0) \quad (\text{III.26})$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b(i, j) = 0 \quad (\text{III.27})$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) \quad (\text{III.28})$$

Termes convectifs :

$$F_e = U(i, j)\Delta Y(j)$$

$$F_w = U(i - 1, j)\Delta Y(j) \quad (\text{III.29})$$

$$F_n = V(i, j)\Delta X(i)$$

$$F_s = V(i, j - 1)\Delta X(i)$$

Termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\Delta Y(j)}{dX(i)}$$

$$D_w = \frac{\Delta Y(j)}{dX(i - 1)} \quad (\text{III. 30})$$

$$D_n = \frac{\Delta X(i)}{dY(j)}$$

$$D_s = \frac{\Delta X(i)}{dY(j-1)}$$

III.8. Algorithme SIMPLE [39]

L'algorithme SIMPLE (*Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation*) a été utilisé pour sa simplicité et son efficacité. L'idée générale de cet algorithme est de prédire et corriger la pression et les vitesses, dans un procédé itératif, jusqu'à ce que ces dernières vérifient les équations du phénomène. Pour formuler SIMPLE, on prend l'équation de discrétisation de l'équation de quantité de mouvement :

$$\begin{cases} a_{ij}u_{ij} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J})A_{ij} + b_{ij} \\ a_{ij}v_{ij} = \sum a_{nb}v_{nb} + (p_{I,J-1} - p_{I,J})A_{ij} + b_{ij} \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \frac{\Delta V_u}{\delta x_u} \quad \text{et} \quad b_{ij} = \bar{S}\Delta V_u \\ A_{ij} &= \frac{\Delta V_v}{\delta y_v} \quad \text{et} \quad b_{ij} = \bar{S}\Delta V_v \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

La première étape consiste à estimer ou prédire un champ de pression p^* pour obtenir des valeurs approximatives de la vitesse u^* et v^* à partir des équations suivantes :

$$\begin{cases} a_{ij}u^*_{ij} = \sum a_{nb}u^*_{nb} + (p^*_{I-1,J} - p^*_{I,J})A_{ij} + b_{ij} \\ a_{ij}v^*_{ij} = \sum a_{nb}v^*_{nb} + (p^*_{I,J-1} - p^*_{I,J})A_{ij} + b_{ij} \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

On définit une correction de pression et des vitesses par la différence entre le champ exact et le champ estimé :

$$\begin{cases} u = u' + u^* \\ v = v' + v^* \\ p = p' + p^* \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

En remplaçant l'équation (III.34) dans l'équation (III.31) et en faisant la différence avec l'équation (III.33) on aura :

$$\begin{cases} a_{ij}u'_{ij} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,J} - p'_{I,J})A_{ij} \\ a_{Ij}v'_{I,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{I,J-1} - p'_{I,J})A_{Ij} \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

Dans les expressions ci-dessus, les termes $\sum a_{nb}u'_{nb}$ et $\sum a_{nb}v'_{nb}$ sont négligeables. Ce qui donne un caractère semi implicite à l'algorithme SIMPLE. Les termes négligés sont des corrections qui vont tendre vers zéro lorsque la procédure numérique converge. On obtient :

$$\begin{cases} u'_{ij} = d_{ij}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \\ v'_{I,j} = d_{Ij}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

Avec :

$$\begin{cases} d_{ij} = \frac{A_{ij}}{a_{ij}} \\ d_{Ij} = \frac{A_{Ij}}{a_{Ij}} \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

Les expressions des composantes longitudinales et transversales du champ de vitesses corrigées sont :

$$\begin{cases} u_{ij} = u^*_{ij} + d_{ij}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \\ v_{Ij} = v^*_{I,j} + d_{Ij}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

Pour $u_{i+1,J}$ et $v_{I,j+1}$:

$$\begin{cases} u_{i+1,J} = u^*_{i+1,J} + d_{i+1,J}(p'_{I,J} - p'_{I+1,J}) \\ v_{I,j+1} = v^*_{I,j+1} + d_{I,j+1}(p'_{I,J} - p'_{I,J+1}) \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

L'équation de la continuité donne :

$$[(\rho u A)_{i+1,J} - (\rho u A)_{i,J}] + [(\rho v A)_{I,j+1} - (\rho v A)_{I,j}] = 0 \quad (\text{III.40})$$

En remplaçant les vitesses dans l'équation de continuité(III.37), on obtient :

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{i+1,J}p'_{i+1,J} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad (\text{III.41})$$

Avec :

$$a_{I,J} = a_{i+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1} \quad (\text{III.42})$$

Et :

$$\begin{cases} a_{I+1,J} = (A\rho d)_{i+1,J} \\ a_{I-1,J} = (A\rho d)_{i,J} \\ a_{I,J+1} = (A\rho d)_{I,j+1} \\ a_{I,J-1} = (A\rho d)_{I,j} \\ b'_{I,J} = (\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1} \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

L'algorithme SIMPLE est itératif et doit être exécuté séquentiellement.

III.9 Détails du calcul [39]

III.9.1 Sous relaxation

Elle est utilisée dans ce programme pour éviter la divergence du processus itératif décrit précédemment. Elle consiste à atténuer l'amplification des variables physiques ϕ d'une itération à autre par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation α_ϕ . L'ensemble des équations de transport discrétisées sont mises sous la forme générale suivante :

$$a_P \phi_P = \sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi \quad (\text{III.44})$$

Pouvant se mettre sous la forme :

$$\phi_P = \phi_P^* + \left(\frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (\text{III.45})$$

Où le terme entre parenthèses représente le changement de ϕ_P pendant une itération. Cette variation peut alors être amortie par l'introduction d'un facteur de sous relaxation α_ϕ :

$$\phi_P = \phi_P^* + \alpha_\phi \left(\frac{\sum a_{nb} \phi_{nb} + S_\phi}{a_P} - \phi_P^* \right) \quad (\text{III.46})$$

Concernant la pression, la sous relaxation s'effectue d'une manière un peu différente compte tenu de l'existence de l'algorithme de couplage vitesse-pression. Elle est simplement introduite dans la correction de pression p sous la forme suivante :

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (\text{III.47})$$

Tous les facteurs de sous relaxation doivent être compris entre les valeurs 0 et 1, leurs choix sont essentiels pour la procédure itérative.

III.9.2 Critères de convergence

Une procédure itérative est convergente si toutes les erreurs tendent à décroître au cours des itérations. Elle est convergente lorsque les itérations ne produisent pas de changement significatif sur les variables selon des critères de convergence définis par l'utilisateur.

Le critère de convergence utilisé dans notre code de calcul repose sur les résidus des équations du problème. Le résidu correspond à la somme, sur toutes les mailles, des erreurs effectuées sur l'équation discrétisée en question lorsque les variables déterminées par le processus sont réintégrées dans l'équation discrétisée.

Par définition :

$$R = \sum_{maille} (\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_{\phi} - a_p \phi_p) \quad (\text{III.48})$$

Pour l'équation de la pression le résidu correspondant porte sur la conservation de la masse. Sa valeur est donnée par la relation suivante :

$$R = \sum_{noeud p} |(\rho u A)_e - (\rho u A)_w + (\rho u A)_n - (\rho u A)_s| \quad (\text{III.49})$$

CHAPITRE IV**RESULTATS ET DISCUSSIONS**

Les résultats de ce chapitre concernent la convection thermique dans les enceintes. On s'intéresse, ici, à deux situations, la première concerne l'écoulement de l'eau en convection de Rayleigh-Bénard entre deux plaques parallèles, horizontales et infinies. La deuxième situation concerne le couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique dans une cavité carrée remplie de l'air.

Les conditions aux limites appliquées à ces configurations ont été décrites dans le deuxième chapitre.

L'étude effectuée est caractérisée par la visualisation graphique des contours de fonction de courant, des isothermes, des profils de vitesse suivant x et y et des profils de température en fonction de la variation du nombre de Rayleigh pour les cas de la convection naturelle pure et en fonction de la variation du coefficient d'absorption pour les cas du couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique.

IV.1 Convection entre deux plaques parallèles horizontales (convection de Rayleigh-Bénard)**IV.1.1 Influence du nombre de Rayleigh:**

En effet, une différence de température va engendrer sur une particule de fluide contenue dans le système une force de poussé d'Archimède. Cependant cette particule fluide ne pourra être mise en mouvement que si l'effet moteur est plus important que les effets dissipatifs qui s'opposent au mouvement. La diffusion thermique tend à homogénéiser la température de la particule avec son entourage ce qui diminue l'intensité de la force de poussé d'Archimède, et la force de trainée visqueuse va freiner le mouvement de cette dernière. A partir de ces trois phénomènes, il est possible de construire un nombre sans dimension qui exprimera l'importance

de l'effet de la poussée d'Archimède par rapport aux effets dissipatifs. Ce nombre, appelé nombre de Rayleigh, est défini par la relation suivante : $\frac{g\beta\Delta TH^4}{\nu\alpha L}$

On s'aperçoit que la convection thermique de Rayleigh Bénard est un phénomène à seuil lorsque les plaques chaude et froide sont horizontales. En effet, si la différence de température est assez grande (ou si le nombre de Rayleigh dépasse une certaine valeur critique Ra_c), le mouvement convectif peut apparaître. En revanche, si les phénomènes dissipatifs l'emportent sur la poussée d'Archimède, il n'y a aucun mouvement de fluide.

VI.1.1.1 Sur le champ de l'écoulement

Pour voir l'effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement, nous avons fait varier ce dernier entre 10^2 et 10^5 . La figure (IV.1) représente les lignes de courant pour des nombres de Rayleigh $Ra=10^2$, 5×10^2 , 5×10^3 , 5×10^4 , 10^5 . Nous remarquons un écoulement multicellulaire (convection de Rayleigh-Bénard) qui se présente par une série de cellules. Le fluide se met alors en mouvement et forme des rouleaux contra-rotatifs, d'axes horizontaux parallèles entre eux et aux grands cotés des plaques dont le sens de rotation est toujours identique. Ceci s'explique par le mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffent le long de la plaque chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et le mouvement descendant de ces dernières qui se refroidissent le long de la plaque froide sous l'effet de la pesanteur.

Pour $Ra=10^2$, les valeurs de la fonction de courant sont très faibles et les lignes de courant sont des rouleaux longitudinaux. Lorsque nous augmentons le nombre de Rayleigh à $Ra=5\times 10^2$, les valeurs de la fonction de courant augmentent et les lignes de courant se transforment en rouleaux carrés. Pour des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh $Ra=5\times 10^3$, $Ra=5\times 10^4$ et $Ra=10^5$, les lignes de courant se modifient pour devenir des rouleaux transversaux ($Ra=5\times 10^3$). Ces rouleaux se développent encore pour devenir des rouleaux carrés mais avec le resserrement de leurs centres vers les frontières des limites verticales ($Ra=5\times 10^4$ et $Ra=10^5$). On constate aussi que les valeurs de la fonction de courant, pour ces nombres de Rayleigh, augmentent significativement, ce qui nous amène à dire que la convection naturelle est devenue prépondérante. L'augmentation du nombre de Rayleigh traduit donc une intensification de la convection naturelle.

IV.1.1.2 Sur le champ thermique

La figure (IV.2) illustre les champs thermiques pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Pour $Ra=10^2$, nous remarquons que les lignes isothermes sont parallèles aux deux plaques horizontales. Dans ce cas la distribution de température est simplement décroissante de la plaque chaude vers la plaque froide, le transfert thermique s'opère essentiellement par conduction. Ces lignes isothermes commencent à se modifier et se déforment légèrement suivant la rotation des lignes de courant pour $Ra=5 \times 10^2$, ceci traduit une convection de Rayleigh- Bénard naissante. Le transfert thermique est dominé par un régime convectif. Pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh ($Ra=5 \times 10^3$, $Ra=5 \times 10^4$ et $Ra=10^5$), les lignes isothermes se déforment pour devenir perpendiculaires aux plaques dans la partie centrale et deviennent horizontales au voisinage des plaques. On constate également que ces lignes se resserrent au niveau des parois solides ce qui traduit d'un transfert très intense dans ces régions.

IV.1.1.3 Sur le nombre de Nusselt

Pour étudier l'influence du nombre de Nusselt local sur le transfert de chaleur, nous avons représenté sur les figures (IV.3.a et IV.3.b), l'évolution de ce nombre le long des parois chaude et froide.

Les figures (IV.3.a et IV.3.b) représentent les variations du nombre de Nusselt local le long des parois chaude et froide en fonction de x pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Les profils présentent plusieurs points maximaux et minimaux le long de ces parois parce que le transfert thermique à partir de la paroi chaude à la paroi froide est effectué principalement par des écoulements multicellulaires. Comme nous l'avons vu pour le champ de vitesse.

Par ailleurs, on remarque que le nombre de Nusselt local de ces parois (chaude et froide) augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et cela signifie que l'échange de chaleur est meilleur pour des nombres de Rayleigh élevés.

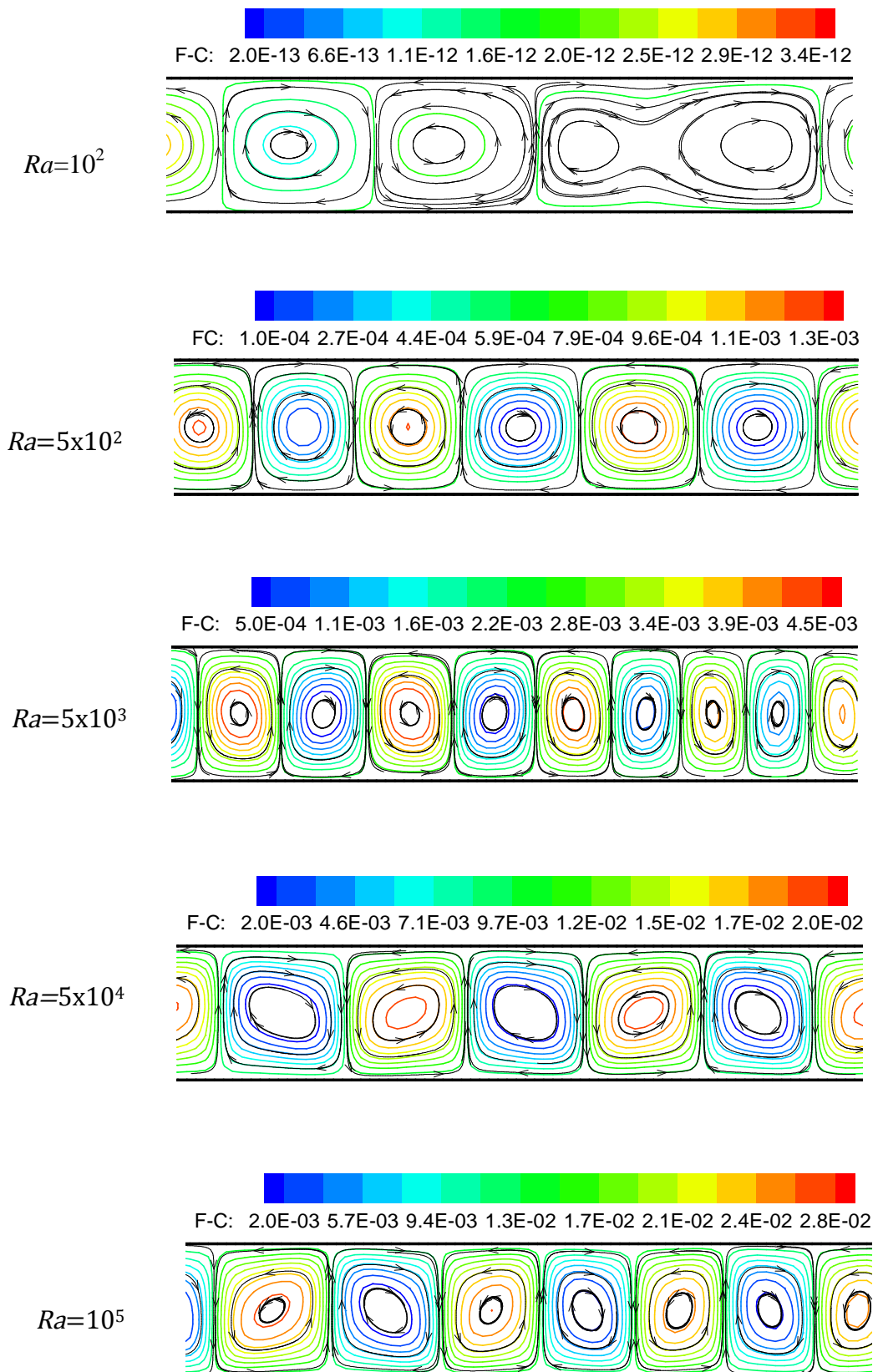


Figure IV.1: Fonction de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

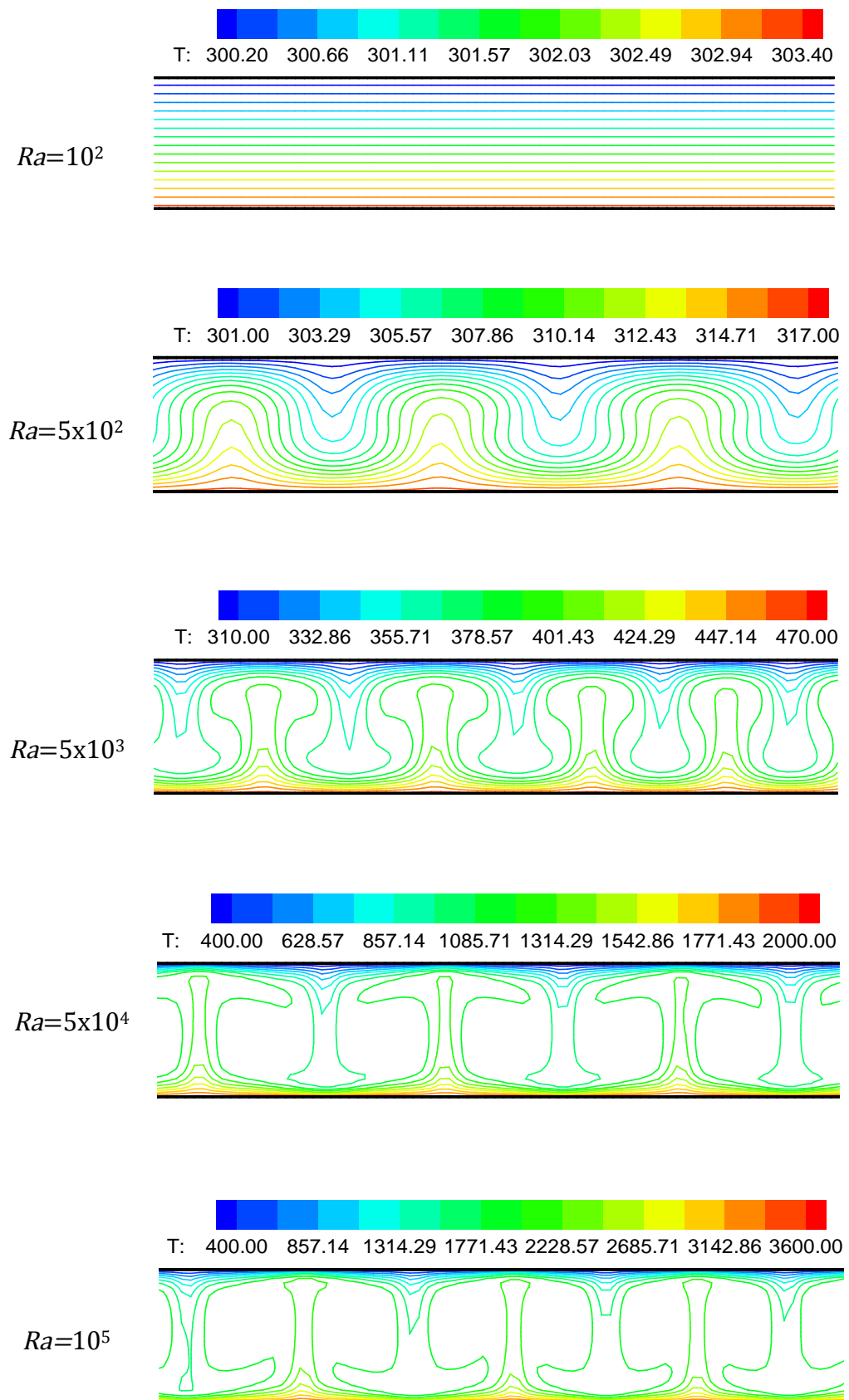
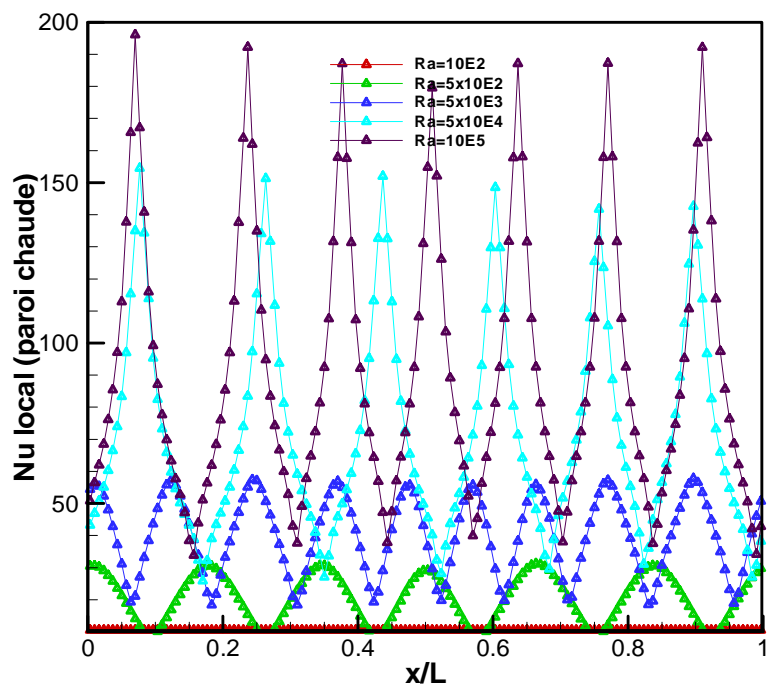
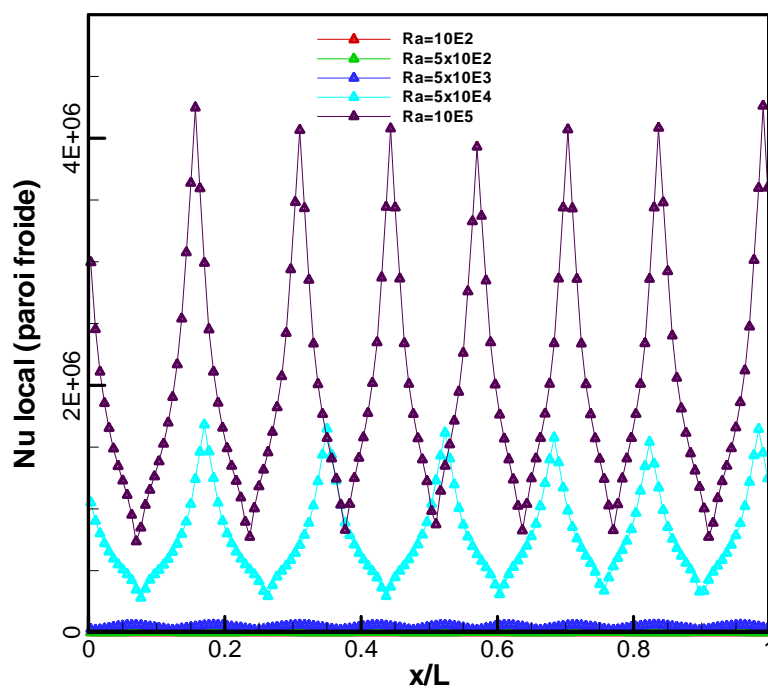


Figure IV.2: Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.



(a)



(b)

Figure IV.3 : Nombre de Nusselt local pour les parois actives (verticales) pour différents nombres de Rayleigh.

(a) : Paroi chaude, (b) : Paroi froide.

IV.2 Convection dans une cavité carrée

Pour bien voir l'influence du rayonnement sur les champs dynamique et thermique, nous avons étudié tout d'abord la convection naturelle sans rayonnement dans une cavité carrée et par la suite nous avons étudié le couplage convection naturelle-rayonnement thermique dans la même cavité.

IV.2.1 Convection naturelle pure (sans rayonnement)

IV.2.1.1 Influence du nombre de Rayleigh

Dans cette partie, l'étude basée sur l'effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement et sur le transfert de chaleur d'un écoulement d'air par convection naturelle dans une cavité carrée. La variation du nombre de Rayleigh est effectuée dans la gamme de 10^2 à 10^5 .

IV.2.1.1.1 Sur le champ de l'écoulement

La figure (IV.4) représente les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra= 10^2$, 5×10^2 , 5×10^3 , 5×10^4 , 10^5). Nous remarquons un écoulement monocellulaire du fluide dans le sens trigonométrique, cet écoulement est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur. Pour $Ra=10^2$, les valeurs de la fonction de courant sont très faibles et les lignes de courant sont des cercles concentriques qui tendent à épouser la forme de l'enceinte vers l'extérieur. Lorsque on augmente le nombre de Rayleigh à $Ra=5 \times 10^2$ et $Ra=5 \times 10^3$, la structure de l'écoulement reste presque la même ($Ra=5 \times 10^2$) et les valeurs de la fonction de courant qui correspondent à ces nombres augmentent sensiblement ce qui traduit une convection naturelle naissante. Pour les valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh ($Ra=5 \times 10^4$ et $Ra=10^5$), les valeurs de la fonction de courant correspondant à ces valeurs augmentent significativement, tout ceci nous amène à dire que la convection naturelle est devenue prépondérante. Les lignes de courant sont très serrées près des parois actives surtout près des coins supérieur droite et inférieur gauche. Cela s'explique par l'augmentation du nombre de Rayleigh qui mène à une dominance de la convection naturelle au niveau des coins de la cavité.

IV.2.1.1.2 Sur le champ thermique

Sur la figure (IV.5), nous avons représenté le champ thermique pour différents nombre de Rayleigh. Pour $Ra=10^2$, on remarque que les lignes isothermes sont presque parallèles aux parois verticales de la cavité, dans ce cas la distribution de température est simplement décroissante de la paroi chaude vers la paroi froide. le transfert thermique s'opère essentiellement par conduction. Les contours correspondant à $Ra=5 \times 10^2$ et $Ra=5 \times 10^3$ montrent que les lignes isothermes se déforment légèrement suivant le sens de rotation des lignes de courant mais restent encore presque parallèles aux paroi latérales froide (moitié supérieure) et chaude (moitié inférieure). Les transferts thermiques restent toujours dominés par un régime pseudo conductif. Pour des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh ($Ra=5 \times 10^4$ et $Ra=10^5$), les contours correspondant montrent que les lignes isothermes se déforment beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales tout en restant très serrées ce qui montre un transfert très intense dans ces régions. L'augmentation du nombre de Rayleigh traduit donc une intensification de la convection naturelle.

IV.2.1.1.3 Sur les vitesses d'écoulement

La figure (IV.6) illustre les profils des vitesses; longitudinale en fonction de y à $x=h/2$ et transversale en fonction de x à $y=h/2$ pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

Le profil de la vitesse u (figure IV.6.a) montre qu'il est symétrique par rapport au centre de la cavité. Pour les petites valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra=10^2$), la vitesse est presque nulle. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, on observe l'apparition des valeurs maximales et minimales de la vitesse u près des parois adiabatiques horizontales. Pour la vitesse v , la figure (IV.6.b) montre aussi un profil symétrique par rapport au centre de la cavité et on remarque une augmentation du gradient de la vitesse près des parois verticales avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Par contre au milieu de l'enceinte, la vitesse est nulle lorsque $Ra=10^2$. Nous pouvons conclure que l'augmentation du nombre de Rayleigh engendre une augmentation progressive des vitesses.

IV.2.1.1.4 Sur le nombre de Nusselt

La figure (IV.7) représente la variation du nombre de Nusselt local le long des parois chaude et froide en fonction de y pour les valeurs du nombre de Rayleigh suivantes : 10^2 , 5×10^2 , 5×10^3 , 5×10^4 , 5×10^5 .

D'après les profils du nombre de Nusselt (figure (IV.7.a)), nous pouvons remarquer que le nombre de Nusselt local au niveau de la paroi chaude atteint son maximum près du point le plus bas de cette paroi puis il diminue pour atteindre son minimum du point haut de la paroi chaude. Cela signifie que le fluide arrive vers la paroi par le bas et il quitte la paroi par le haut.

D'après les profils de la figure (IV.7.b), nous pouvons dire que le nombre de Nusselt local sur la paroi froide atteint son maximum près du point le plus haut de cette paroi puis il diminue pour atteindre son minimum du point le plus bas de la paroi froide.

Pour la même coordonnée y le nombre de Nusselt local augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh pour les deux parois (chaude et froide), et cela veut dire que l'échange de chaleur est meilleur pour des nombres de Rayleigh élevés.

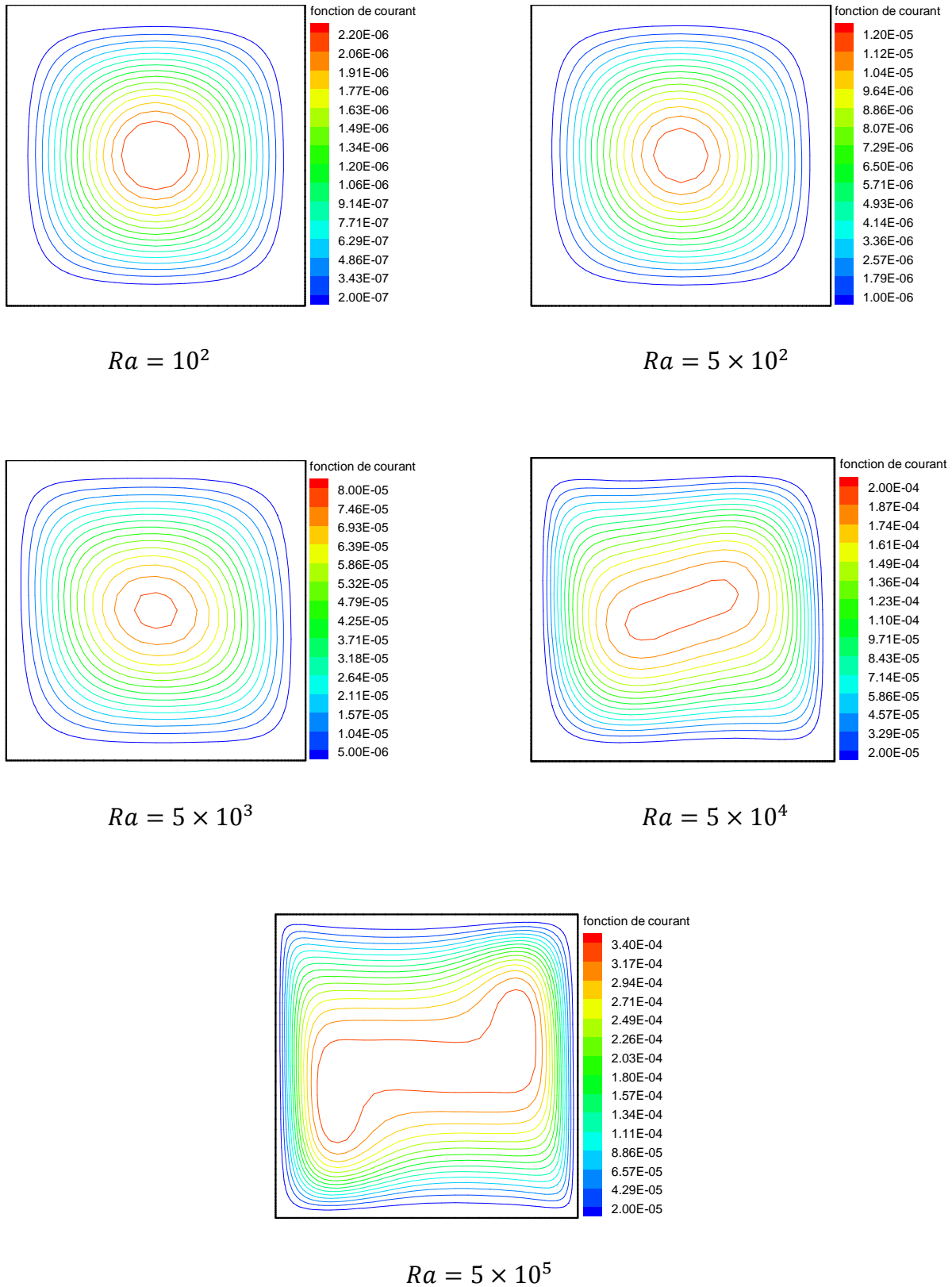


Figure IV.4 : Fonction de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

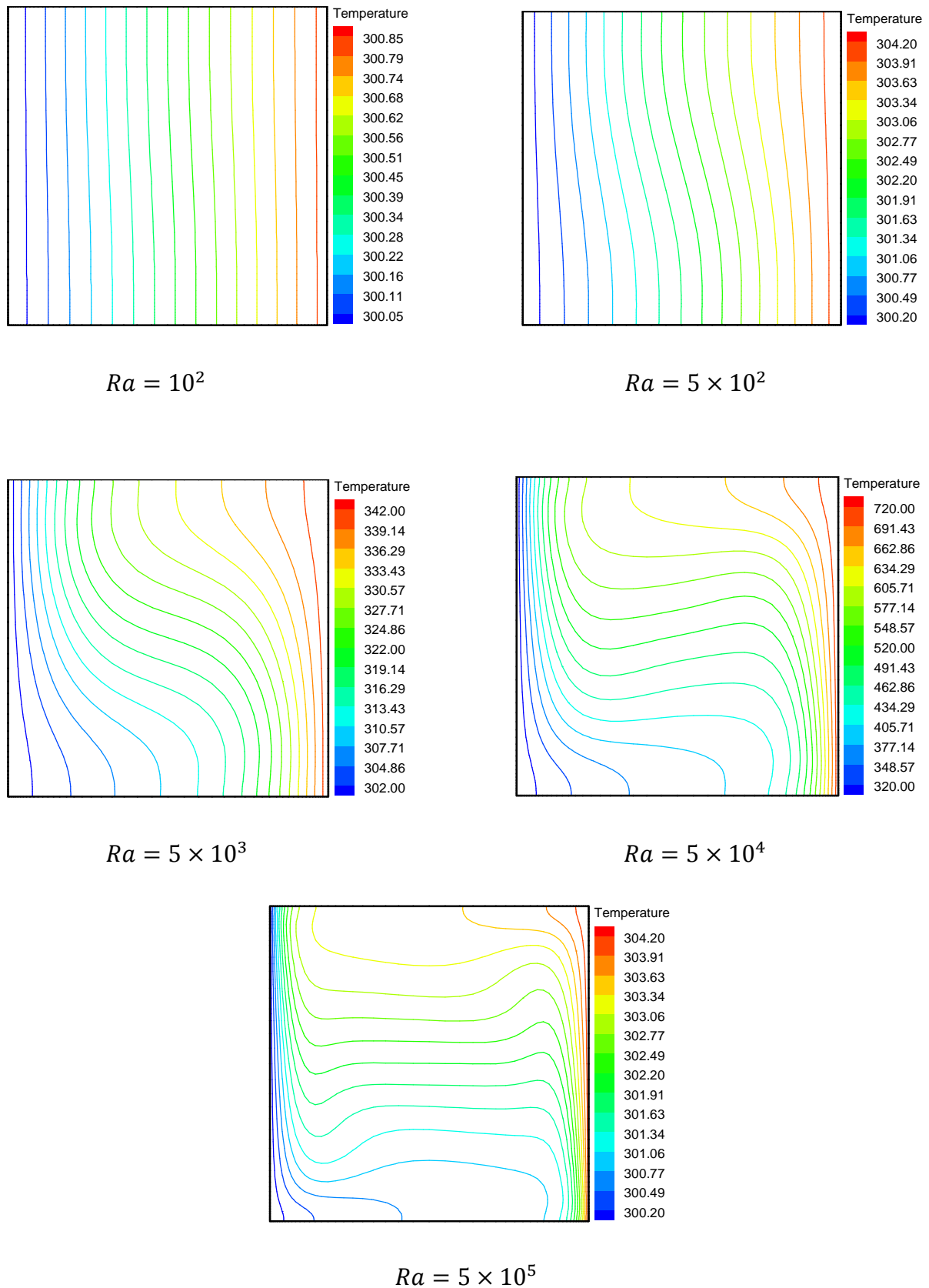
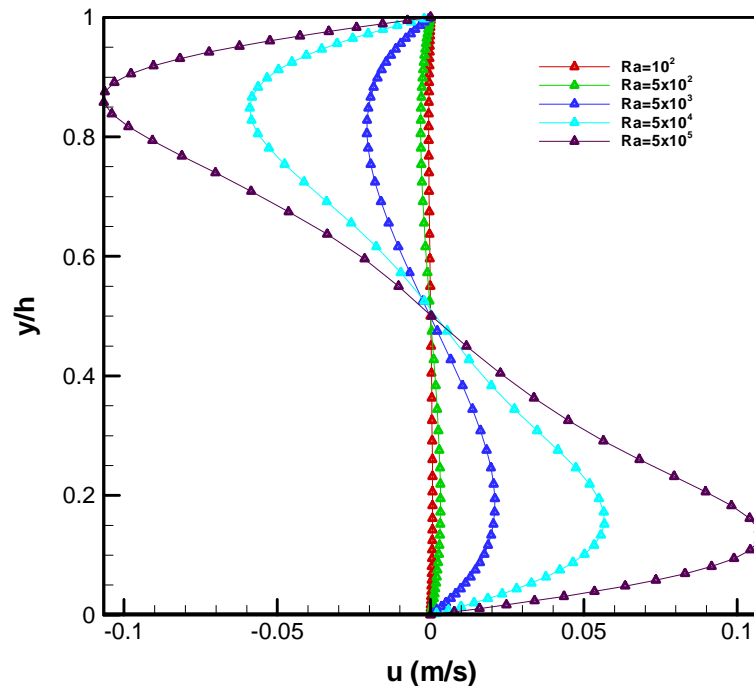
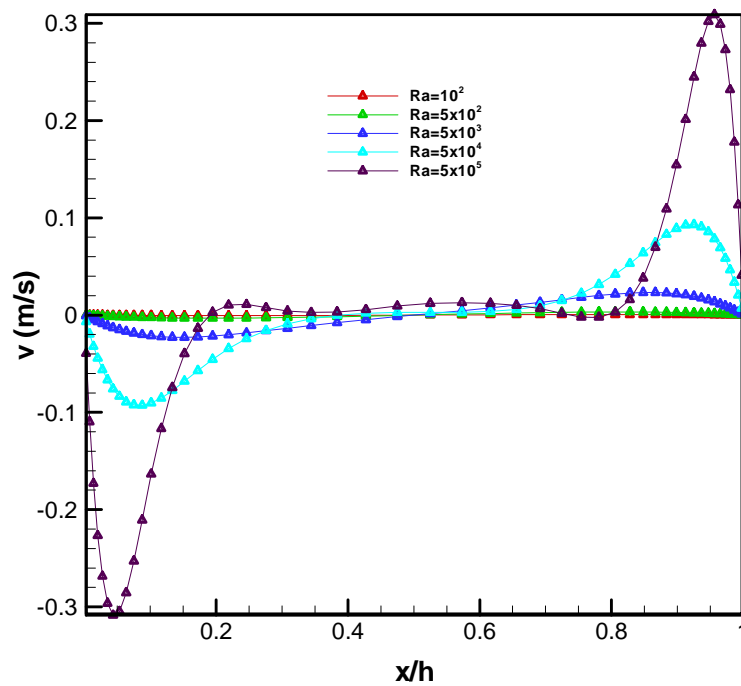


Figure IV.5 : Isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.



(a)

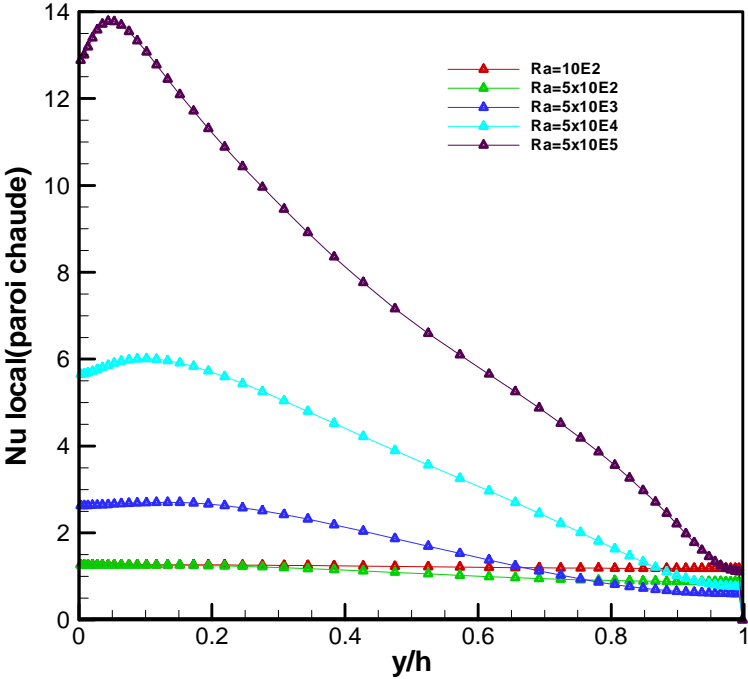


(b)

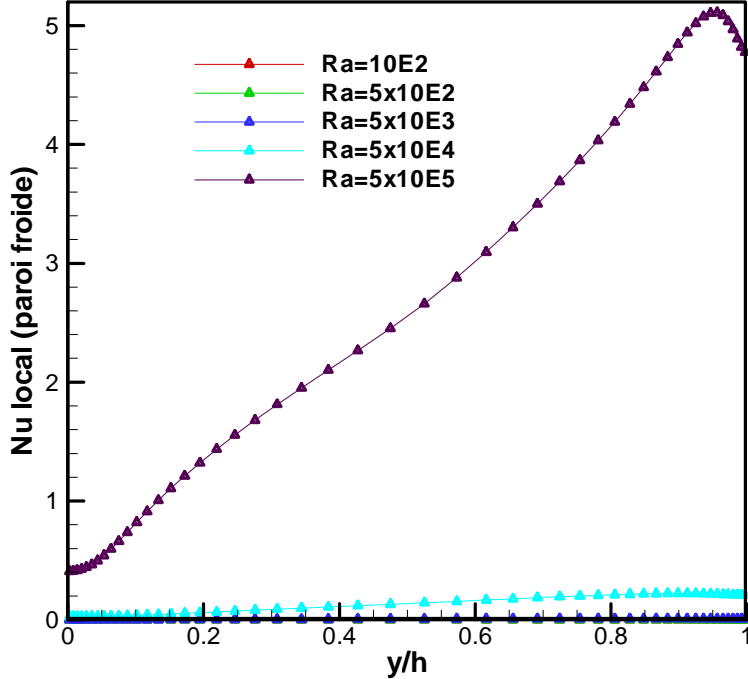
Figure IV.6 : Variation des composantes (u, v) de la vitesse pour différents nombres de Rayleigh

(a) u au point $x=h/2$ en fonction de y

(b) v au point $y=h/2$ en fonction de x



(a)



(b)

Figure IV.7 : Variation du nombre de Nusselt local pour différents nombres de Rayleigh

- (a) Nu de la paroi chaude en fonction de y
- (b) Nu de la paroi froide en fonction de y

IV.2.2 Couplage convection - rayonnement thermique pour différents modèles de rayonnement

IV.2.2.1 Influence du coefficient d'absorption :

IV.2.2.1.1 Sur le champ de l'écoulement

Pour étudier l'effet de l'augmentation de la valeur du coefficient d'absorption sur la structure de l'écoulement, nous avons fait varier ce coefficient dans la gamme de $(0 \text{ à } 50)m^{-1}$ pour les différents modèles de rayonnement.

Les figures (IV.8, IV.9 et IV.10) montrent que pour les modèles DO, DTRM et P1, lorsque la valeur du coefficient d'absorption est faible ($a=0$ et $a=2$), la structure de l'écoulement se présente par un régime multicellulaires composé d'une cellule principale et deux cellules secondaires contra-rotatifs au milieu de cette dernière. Pour les grandes valeurs de a ($a=10$, $a=20$ et $a=50$), on remarque la disparition des cellules secondaires, l'écoulement est constitué d'une seule grande cellule. Les valeurs de la fonction de courant pour ces modèles de rayonnement augmentent avec le coefficient d'absorption.

La figure (IV.11) montre que le modèle de Rosseland donne des résultats différents de ceux obtenus avec les autres modèles et avec le modèle sans rayonnement. Ce modèle montre une structure d'écoulement qui est très symétrique et constituée d'une seule cellule principale pour toutes les valeurs du coefficient d'absorption.

Pour $a=0$, on remarque que les valeurs de la fonction de courant sont inférieures à ceux obtenues avec les autres modèles, mais après cette valeur, on observe clairement une augmentation dans les valeurs de la fonction de courant pour $a=2$ et $a=10$. Ces derniers diminuent avec les grandes valeurs du coefficient d'absorption ($a=20$ et $a=50$) jusqu'à une valeur cohérente avec les résultats des autres modèles. Alors que le modèle de Rosseland donne des résultats presque semblables aux autres modèles pour $a=50$. Ceci explique que le modèle de Rosseland n'est pas approprié pour les petites valeurs de l'épaisseur optique qui correspondent aux petites valeurs du coefficient d'absorption et donc donne des résultats non cohérents dans ces cas.

IV.2.2.1.2 Sur le champ thermique

Les figures (IV.12 à IV.15) présentent les champs thermiques des différents modèles de rayonnement pour différentes valeurs du coefficient d'absorption. Les particules fluides sont déplacées vers la paroi gauche sous l'effet des forces d'entraînement et celui de la poussée d'Archimède dû à l'échauffement du fluide par la paroi de droite.

Les isothermes pour les modèles DO et DTRM (figures IV.12 et IV.13) sont similaires pour toutes les valeurs du coefficient d'absorption mais elles sont légèrement différentes de celles du modèle P1 (figure IV.14). Ces isothermes sont présentés par des lignes parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et prennent la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote un transfert très intense dans ces régions. Avec l'augmentation de a on remarque que l'extrémité de ces isothermes devient presque perpendiculaire aux parois horizontales (adiabatiques). Le modèle de Rosseland (figure IV.15) montre que pour les faibles valeurs du coefficient d'absorption, le champ thermique n'a pas de sens physique. Et par conséquent, on constate que les modèles de P1 et de Rosseland sont mal adaptés pour les faibles valeurs de l'épaisseur optique.

IV.2.2.1.3 Sur les vitesses de l'écoulement

Les figures (IV.16 et IV.17) présentent les profils des composantes horizontale et verticale de la vitesse (u et v) respectivement aux positions médianes de la cavité $y=h/2$ et $x=h/2$ pour les quatre modèles de rayonnement. Nous remarquons que pour les modèles DO, DTRM et P1, les profils des vitesses u et v sont similaires. On constate une atténuation due à l'influence de la disparition des cellules secondaires contra-rotatifs qui freinent les particules présentées au milieu de la cavité. Pour le modèle de Rosseland, les résultats sont différents de ceux obtenus avec les autres modèles.

Le profil de la vitesse u (figure IV.16) pour les modèles DO, DTRM et P1 est symétrique par rapport au centre de la cavité et sa valeur maximale augmente avec l'augmentation de la valeur du coefficient d'absorption. Cela est dû au sens de la circulation de la cellule principale et ce profil présente aussi plusieurs valeurs maximales et minimales à cause d'un régime multicellulaire composé de cellules secondaires contra-rotatifs. Pour le modèle de Rosseland on observe que la valeur de la vitesse u est nulle pour $a=0$ et elle commence à s'augmenter avec l'augmentation du coefficient d'absorption jusqu'à $a=10$, après cette valeur on remarque que la valeur maximale de u diminue avec l'augmentation de a .

Pour le profil de la vitesse v (figure IV.17), on remarque aussi qu'il est symétrique par rapport au centre de la cavité. le gradient de v est très important près des parois verticales et v devient nulle dans la partie centrale de la cavité pour les petites valeurs de a . Mais pour le modèle de Rosseland on observe que la valeur de la vitesse v est nulle pour $a=0$ sur le plan médian $y=h/2$. Un gradient élevé de la vitesse près des parois verticales et au milieu de la cavité jusqu'à $a=20$ est observé lorsque le coefficient a augmente. Après cette valeur on remarque que le gradient de v diminue avec l'augmentation de a .

IV.2.2.1.4 Sur la température

Les figures (IV.18 et IV.19) montrent l'influence du coefficient d'absorption sur les profils de température en fonction de x pour $y=h/2$ et en fonction de y pour $x=h/2$.

Les profils de la température suivant x à $y=h/2$ pour différentes valeurs du coefficient d'absorption sont représentés sur la figure (IV.18). Cette figure montre que pour les modèles de rayonnement DO, DTRM et P1, les profils sont presque similaires et donnent des valeurs maximales et minimales très près l'un de l'autre. Un gradient élevé de température près des parois verticales est observé avec l'augmentation du coefficient d'absorption. Ceci qui engendre un meilleur échange de chaleur et qui s'explique aussi par l'importance de gradient de vitesses près de ces parois. Par contre, dans le milieu de l'enceinte, les vitesses sont faibles conduisant à un faible échange de chaleur. Mais pour le modèle de Rosseland on observe clairement la disparition de la valeur maximale et minimale de la température près des parois verticales où le gradient de la température est nul pour $a = 0$. Après, le gradient de la température augmente avec le coefficient d'absorption.

Pour les profils de la température suivant y à $x=h/2$ pour les différentes valeurs de a (figure IV.19), nous remarquons que pour les modèles DO, DTRM, les profils sont similaires mais un peu différents du modèle P1. Le gradient de la température est augmenté près des parois horizontales avec l'augmentation du coefficient a , contrairement au cœur de la cavité, l'échange de chaleur est faible. Pour le modèle de Rosseland, on observe que le gradient de la température est presque nul pour les faibles valeurs de a . Avec l'augmentation du coefficient d'absorption, un gradient élevé de la température est observé près des parois horizontales jusqu'à ce qu'il devient important pour les grandes valeurs de ce coefficient.

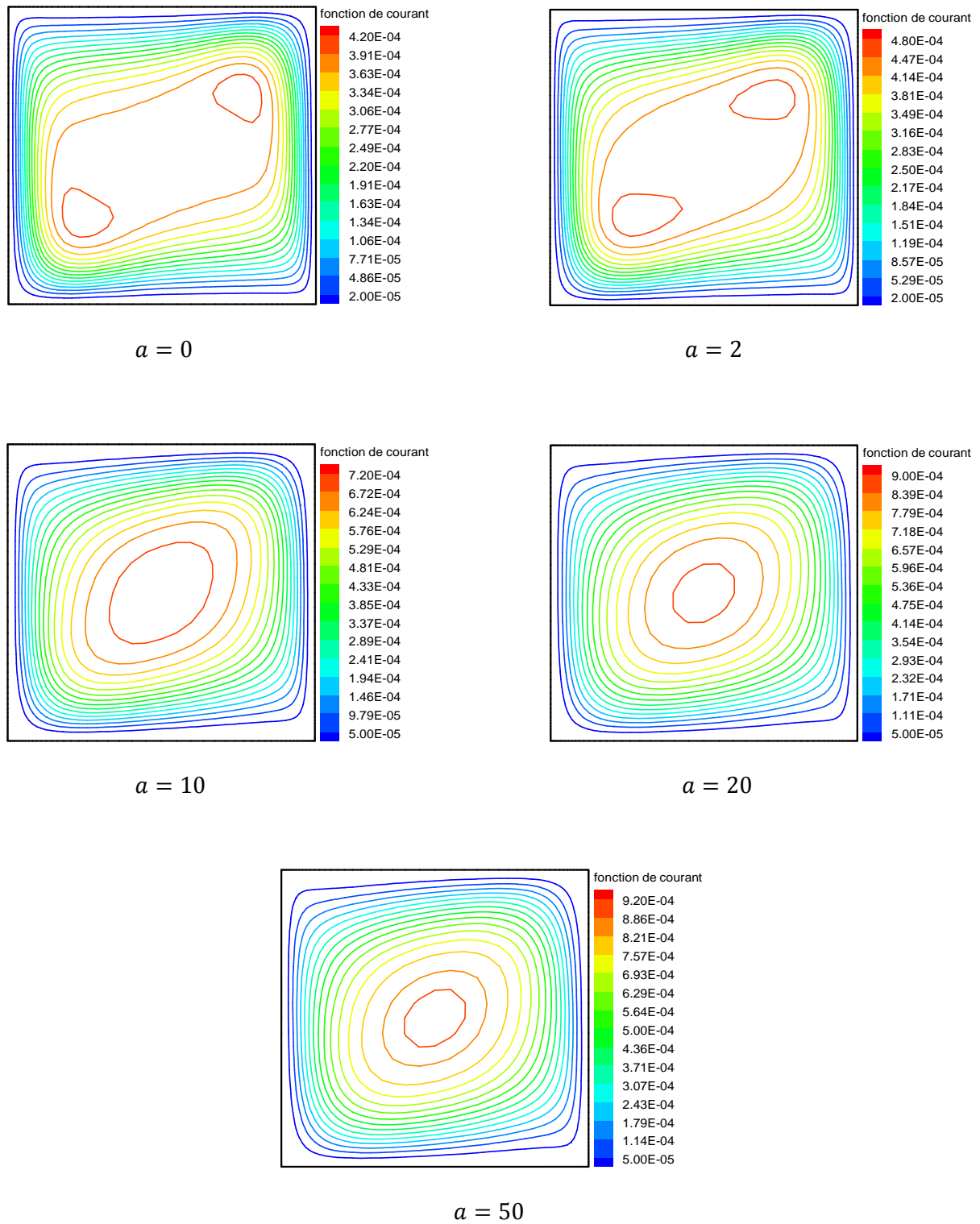


Figure IV.8 : Fonction de courant du modèle de DO pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

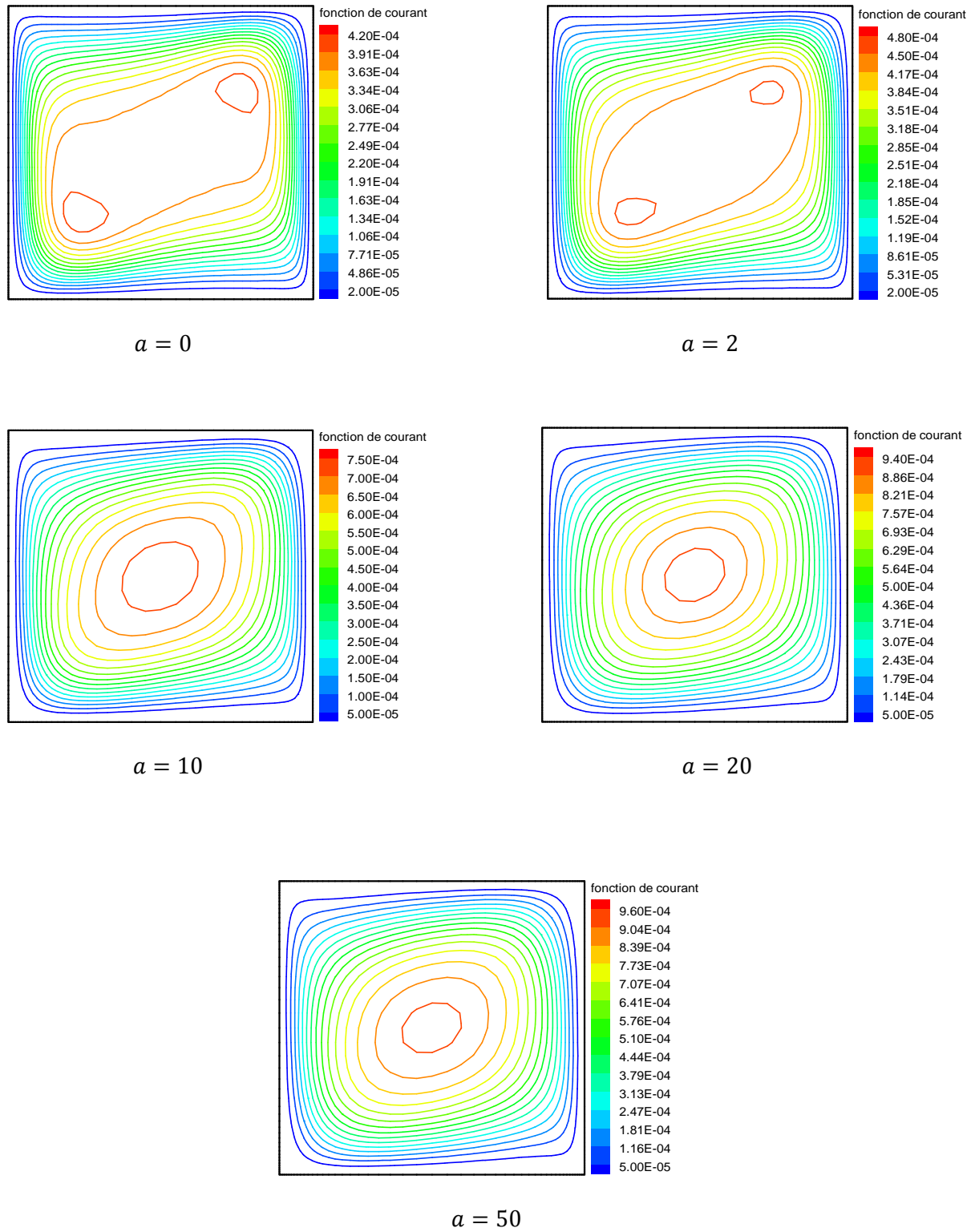


Figure IV.9 : Fonction de courant du modèle de DTRM pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

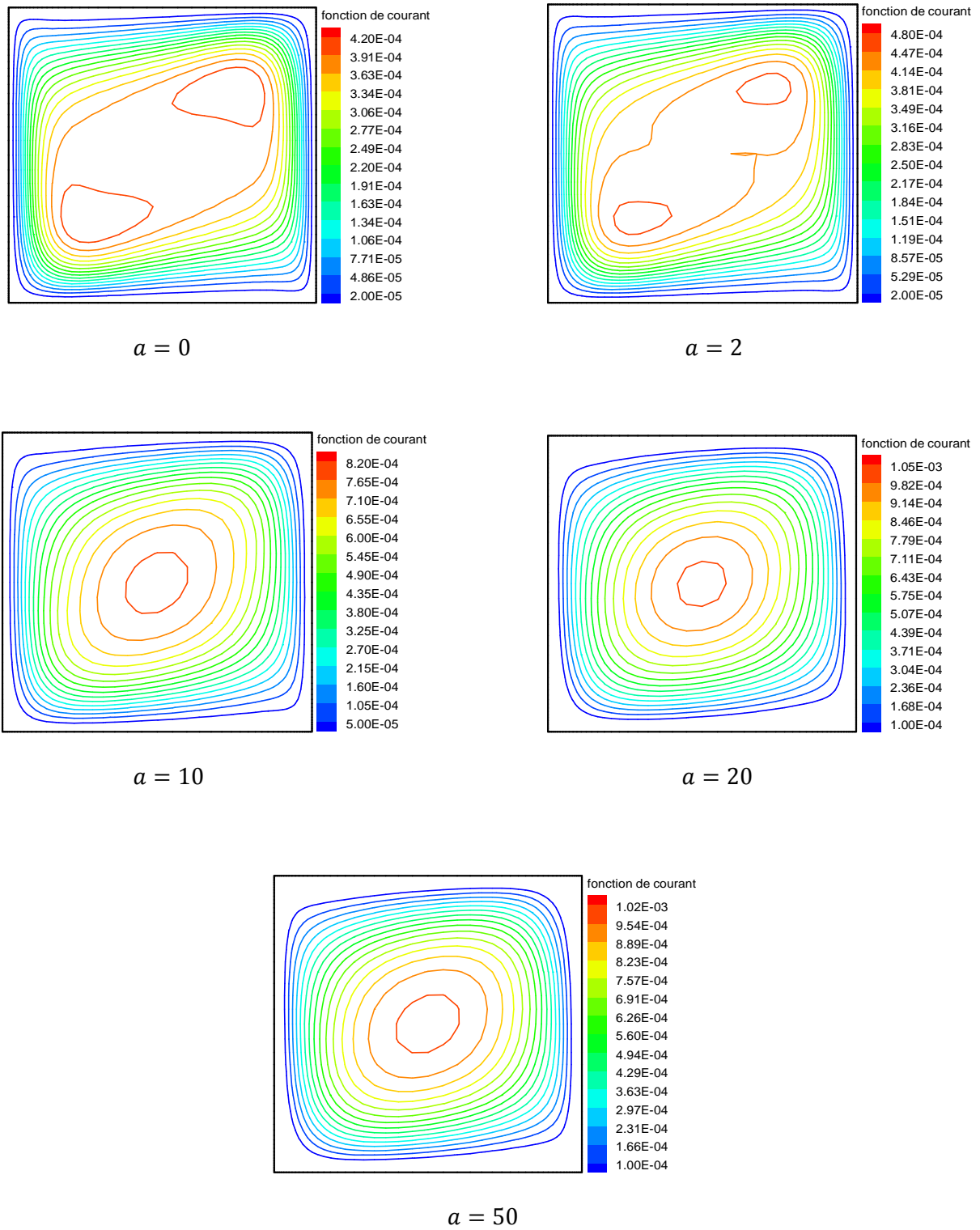


Figure IV.10 : Fonction de courant du modèle de P1 pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

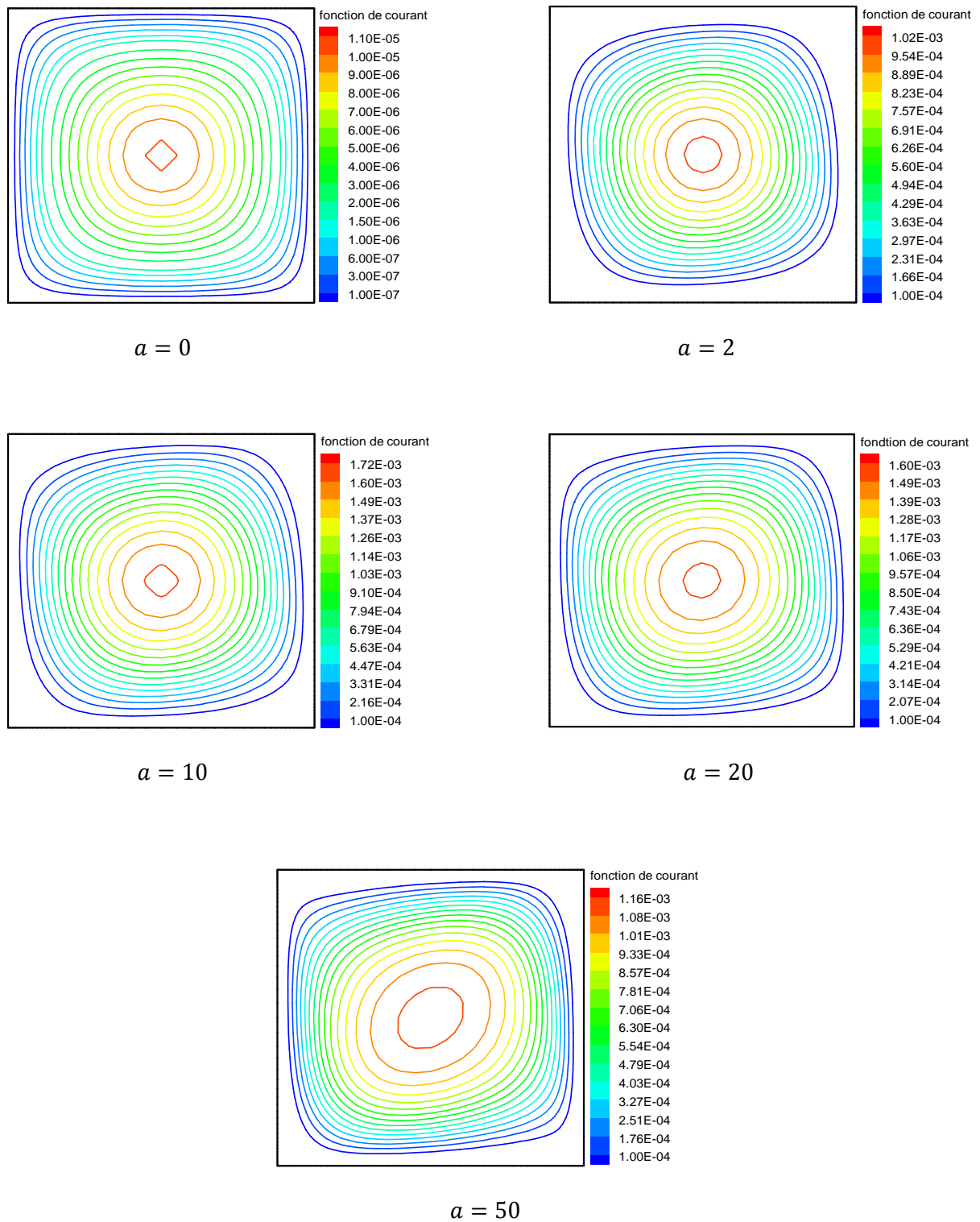
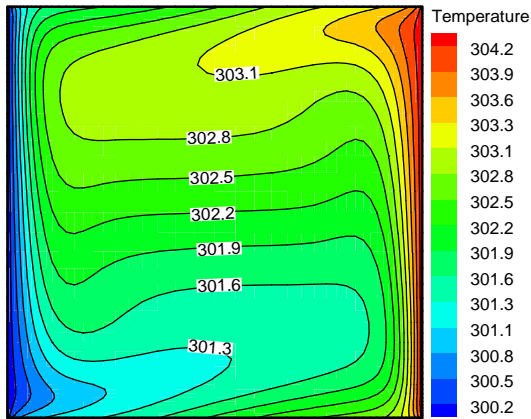
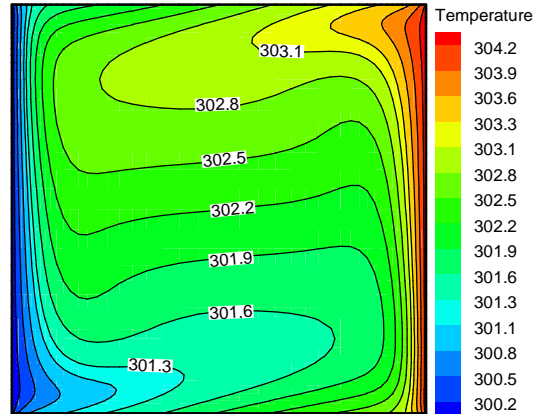


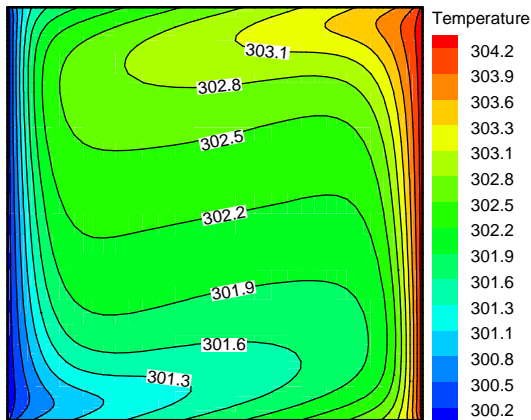
Figure IV.11 : Fonction de courant du modèle de Rosseland pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.



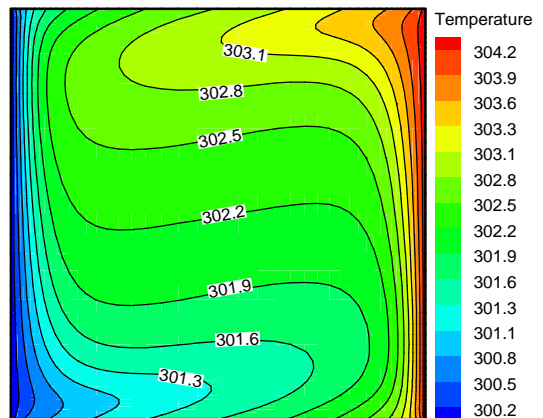
$a = 0$



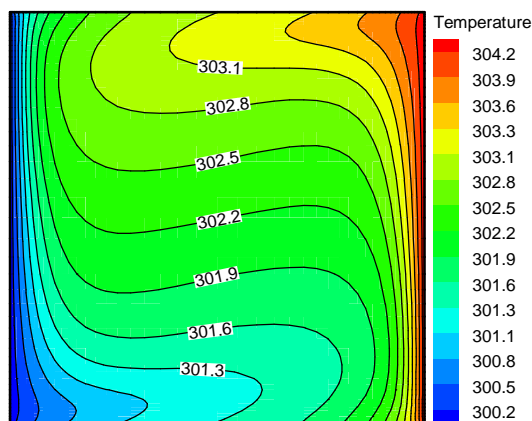
$a = 2$



$a = 10$



$a = 20$



$a = 50$

Figure IV.12 : Isothermes du modèle de DO pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

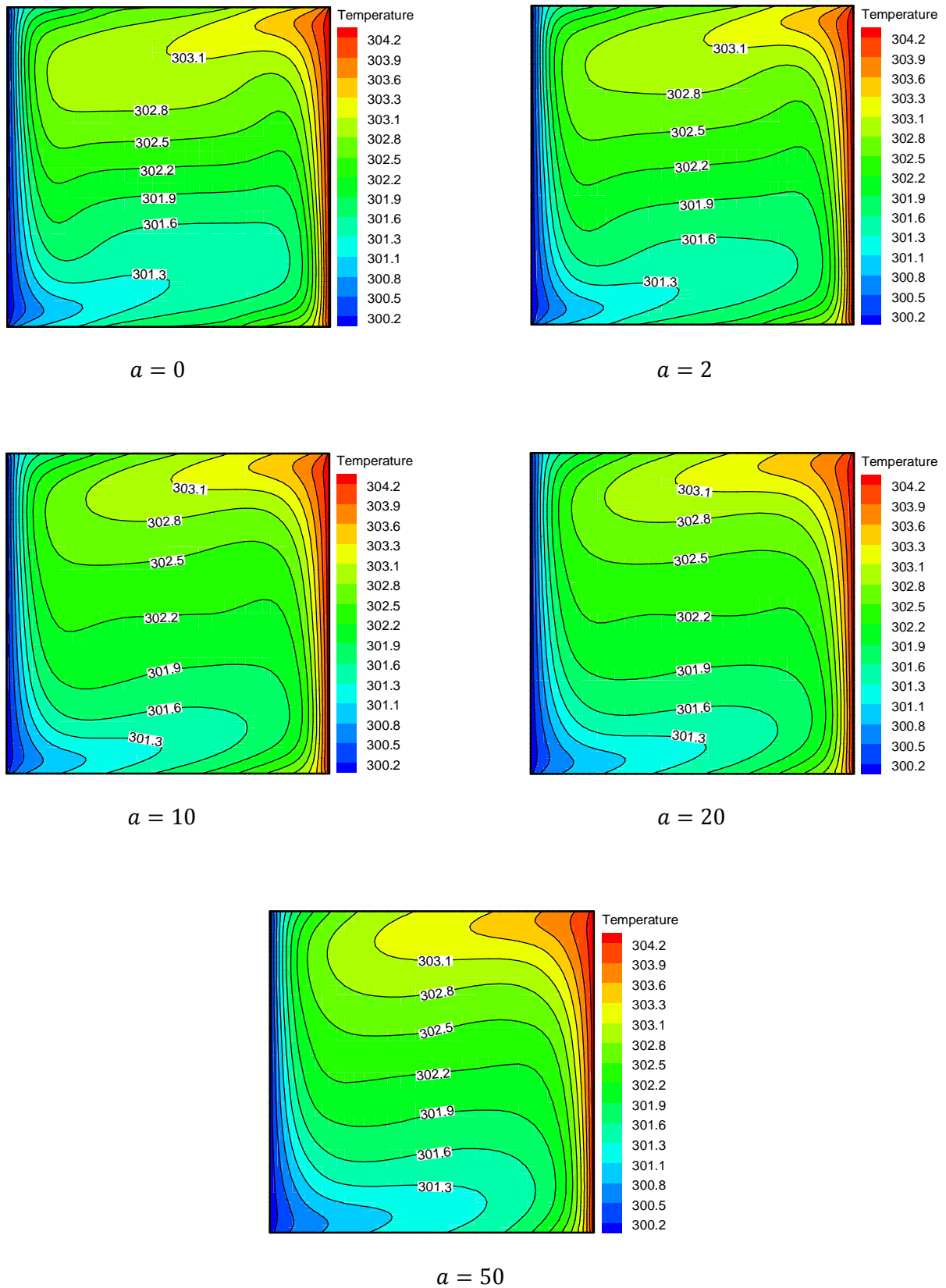


Figure IV.13 : Isothermes du modèle de DTRM pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

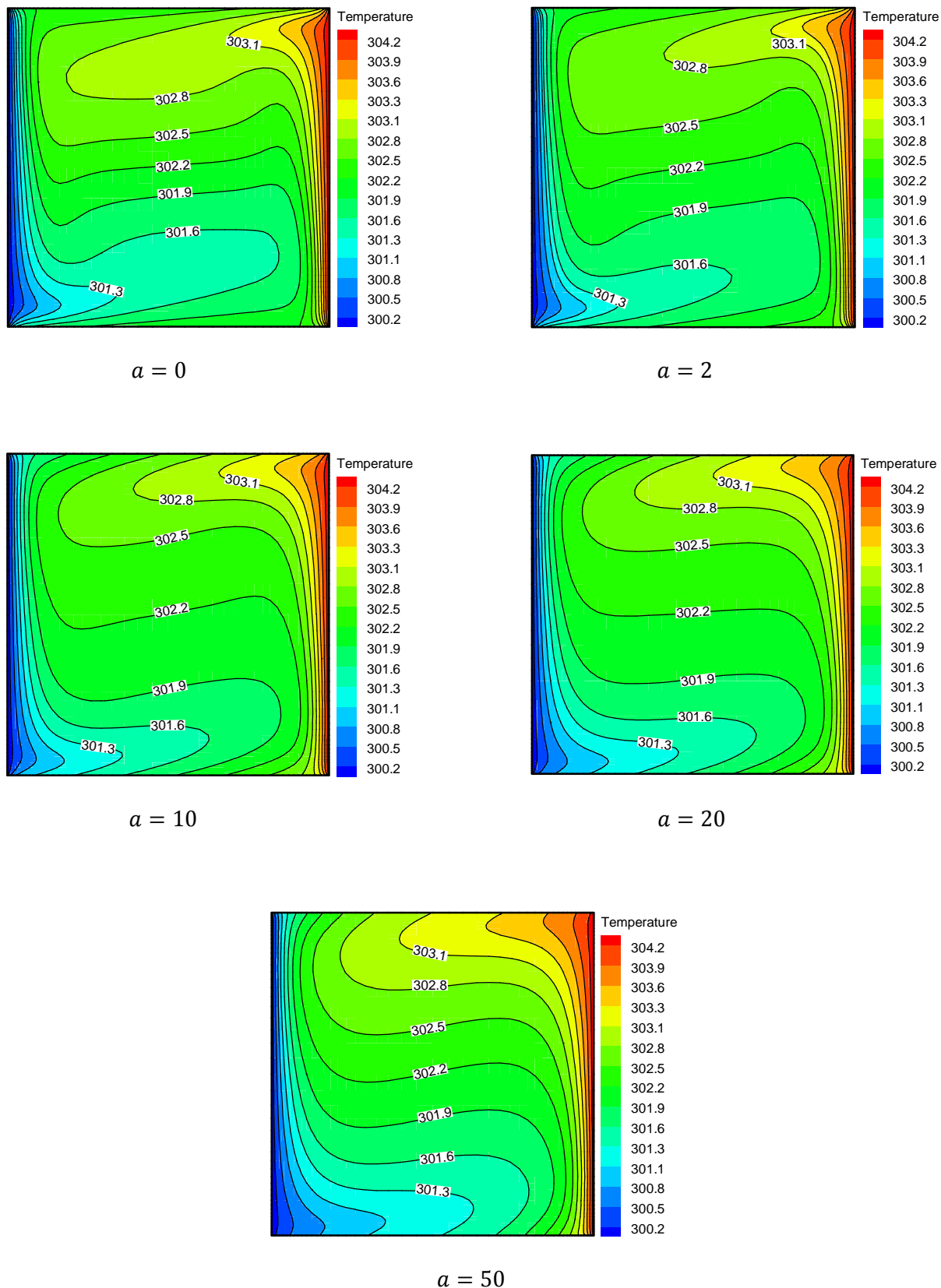


Figure IV.14 : Isothermes du modèle de P1 pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

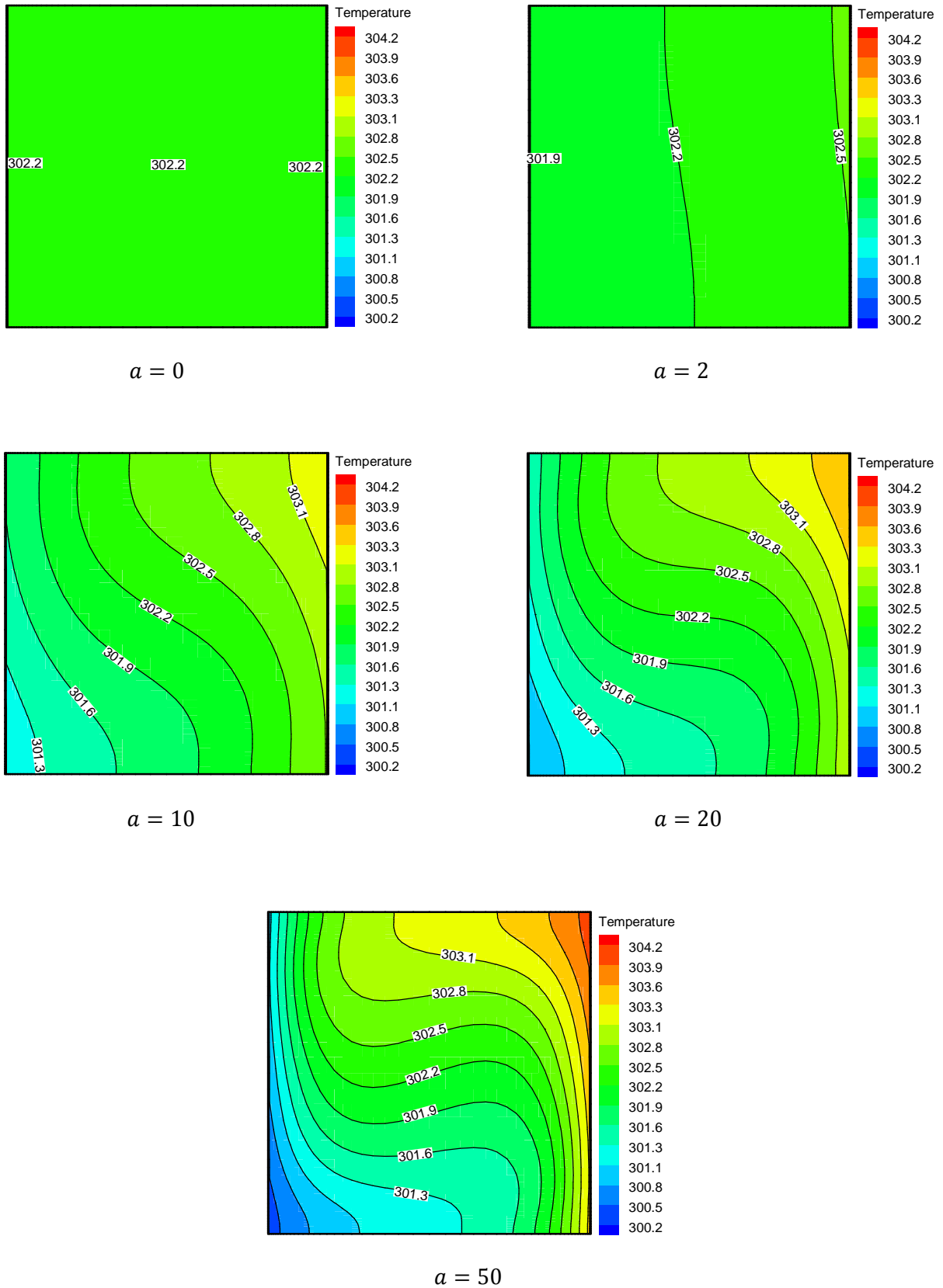


Figure IV.15 : Isothermes du modèle de Rosseland pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

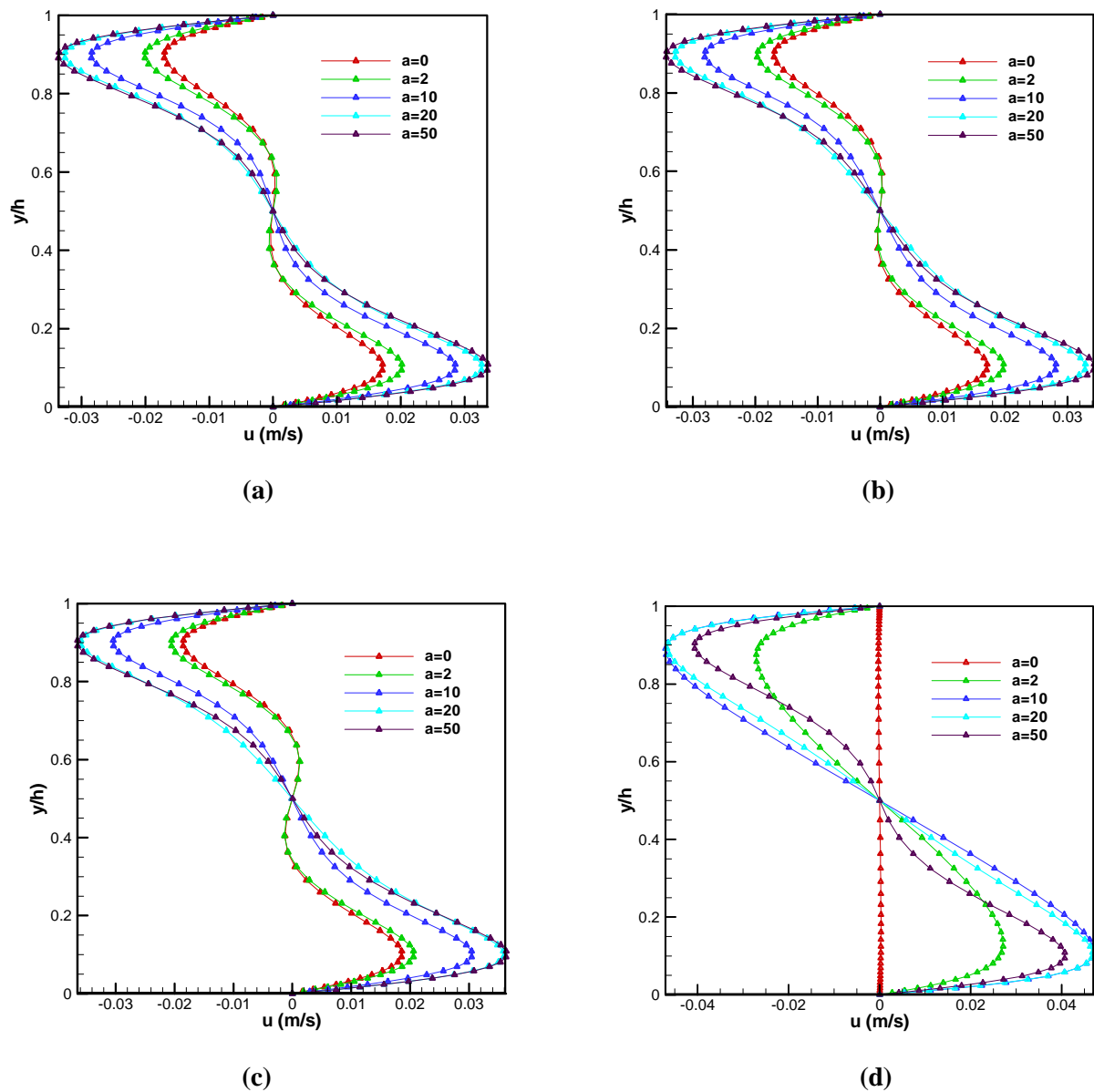


Figure IV.16 : Variation de la vitesse longitudinale u au point $x = h/2$ en fonction de y pour différentes valeurs de coefficient d'absorption a .

(a) : Modèle de DO, (b) : Modèle de DTRM, (c) : Modèle de P1, (d) : Modèle de Rosseland.

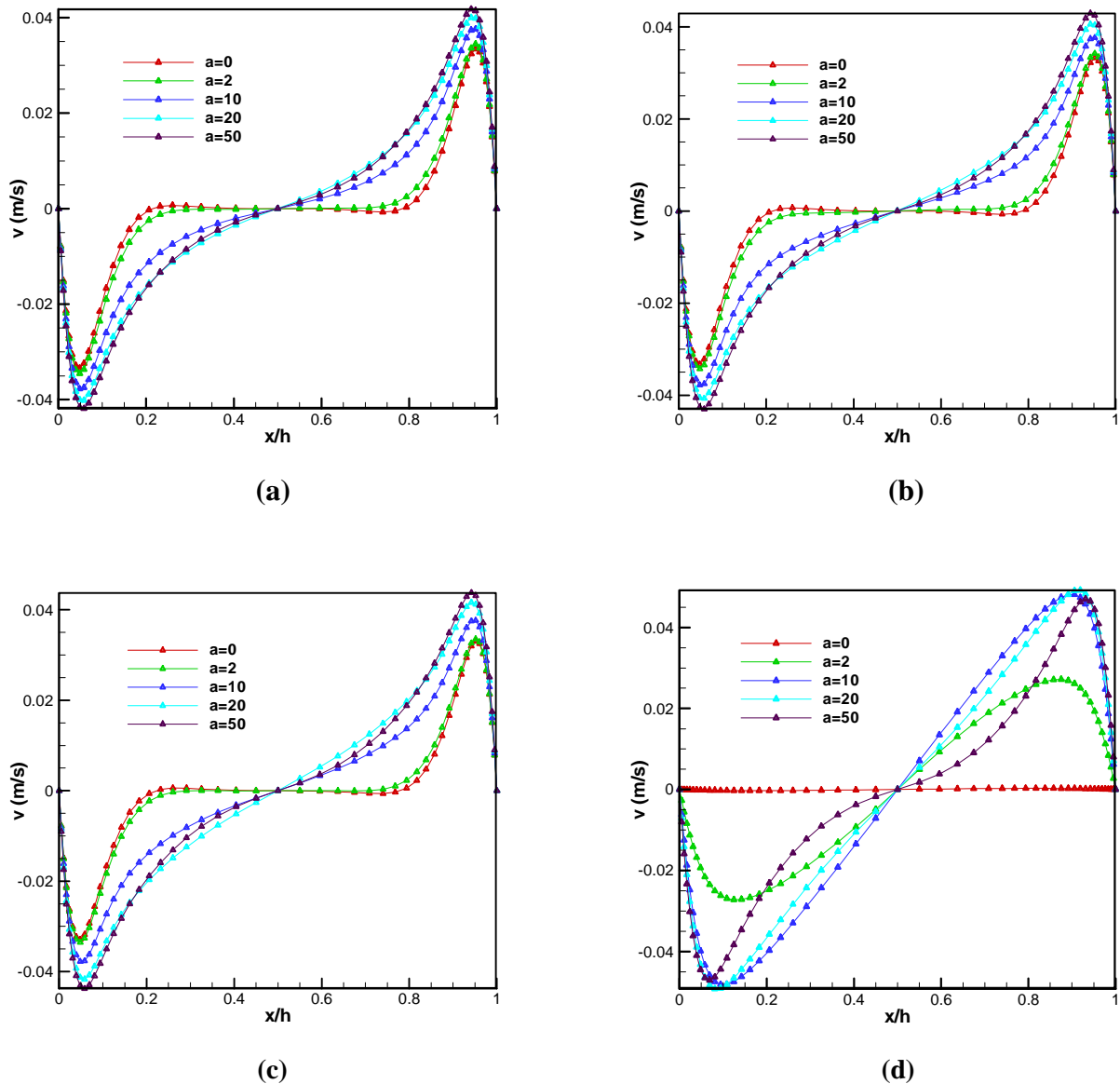


Figure IV.17 : Variation de la vitesse transversale v au point $y = h/2$ en fonction de x pour différentes valeurs de coefficient d'absorption a .

(a) : Modèle de DO, (b) : Modèle de DTRM, (c) : Modèle de P1, (d) : Modèle de Rosseland.

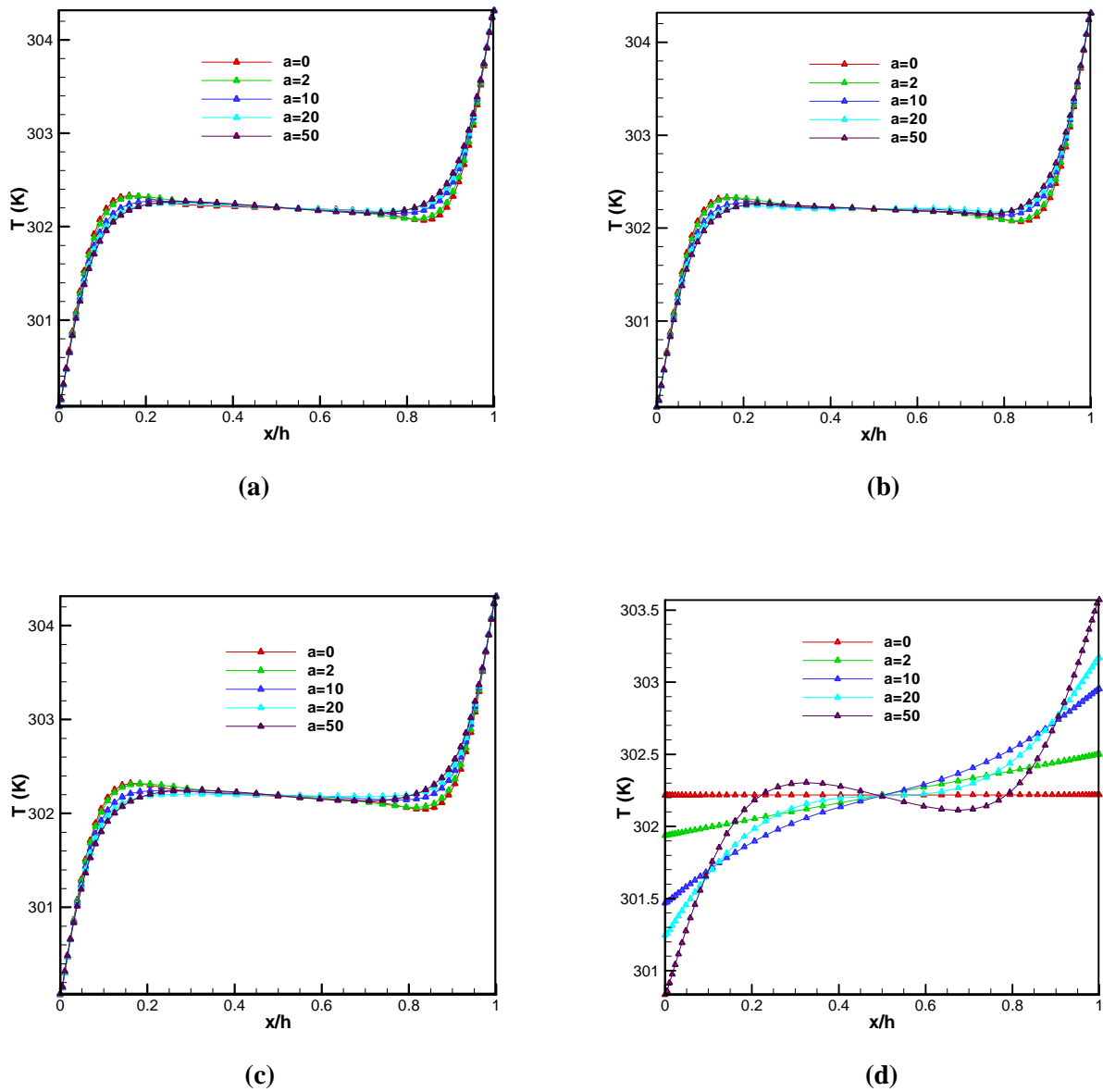


Figure IV.18 : Variation de la température en fonction de x au point $y = h/2$ pour différentes valeurs de coefficient d'absorption a .

(a) : Modèle de DO, (b) : Modèle de DTRM, (c) : Modèle de P1, (d) : Modèle de Rosseland.

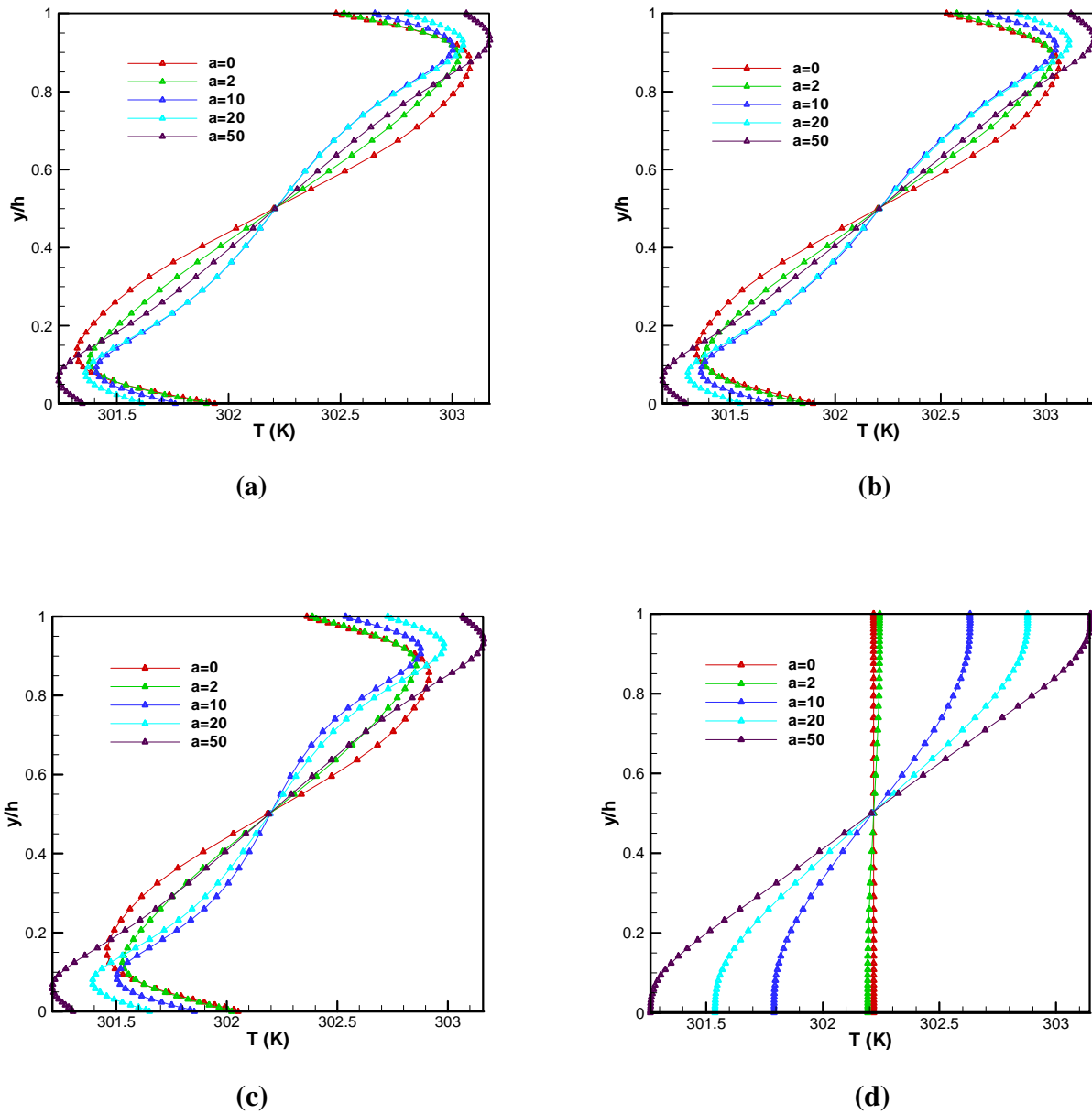


Figure IV.19 : Variation de la température en fonction de y au point $x = h/2$ pour différentes valeurs du coefficient d'absorption a .

(a) : Modèle de DO, (b) : Modèle de DTRM, (c) : Modèle de P1, (d) : Modèle de Rosseland.

IV.2.3 Comparaison entre les différents modèles de rayonnement ainsi le modèle sans rayonnement

Nous allons faire une comparaison entre les différents modèles de rayonnement, en faisant varier le coefficient d'absorption de $(0 \text{ à } 50)m^{-1}$ (correspond à la gamme d'épaisseur optique de 0 à 5) pour un nombre de Rayleigh égale à 5×10^5 .

Nous allons examiner les profils des vitesses axiale et transversale et la température en fonction de y et en fonction de x correspondant respectivement aux plans médians $x=h/2$ et $y=h/2$.

IV.2.3.1 Profils des vitesses

Les figures (IV.20 et IV.21) montrent respectivement les profils de la vitesse u en fonction de y à $x=h/2$ et la vitesse v en fonction de x à $y=h/2$ pour différents modèles de rayonnement et pour différentes valeurs du coefficient d'absorption, ainsi que le modèle sans rayonnement. Pour les profils de la vitesse u (figure IV.20), on remarque que pour les modèles de rayonnement DO, DTRM et P1, les profils sont presque similaires mais différent du cas sans rayonnement sur toute la gamme du coefficient d'absorption. Pour la vitesse v (figure IV.21), les profils du modèles DO, DTRM et P1 sont comparables entre eux mais sensiblement différents du cas sans rayonnement pour les petites valeurs du coefficient d'absorption, au delà de ces valeurs on remarque clairement l'élévation de cette différence. Cela est dû à l'augmentation du transfert de chaleur avec l'augmentation du coefficient d'absorption. Alors que le modèle de Rosseland donne des résultats différents de ceux obtenus par les autres modèles de rayonnement pour les petites valeurs de coefficient d'absorption. Par contre, pour les grandes valeurs, ce modèle donne des résultats cohérents.

IV.2.3.2 Profils de température

Les figures (IV.22 et IV.23) montrent l'influence du coefficient d'absorption sur la température en fonction de x pour $y=h/2$ et en fonction de y pour $x=h/2$.

La figure (IV.22) montre que les profils de la température en fonction de x à $y=h/2$ pour les modèle DO, DTRM et P1 sont presque identiques pour toutes les valeurs du coefficient d'absorption. Chacun de ces trois modèles donne un profil de vitesse très proche du cas sans-rayonnement pour les petites valeurs de l'épaisseur optique. Avec l'augmentation de a , on remarque que les profils de DO, DTRM et P1 s'écartent légèrement du cas sans rayonnement.

La figure (IV.23) montre que les profils de la température suivant y à $x=h/2$ pour les modèles de rayonnement Rosseland et P1 sont essentiellement différents de ceux obtenus par le DTRM et le DO. Les modèles DO et DTRM sont presque similaires mais différents du cas sans rayonnement, ça justifie que les modèles DTRM et DO sont valides à travers la gamme de l'épaisseur optique. Le modèle de Rosseland donne des résultats non cohérents pour les petites valeurs de l'épaisseur optique. On observe que pour les grandes valeurs de a , les profils de température des modèles P1 et Rosseland donnent des résultats semblables aux autres modèles. Ceci montre encore une fois que les modèles de Rosseland et P1 sont mal adaptés pour les faibles valeurs de l'épaisseur optique.

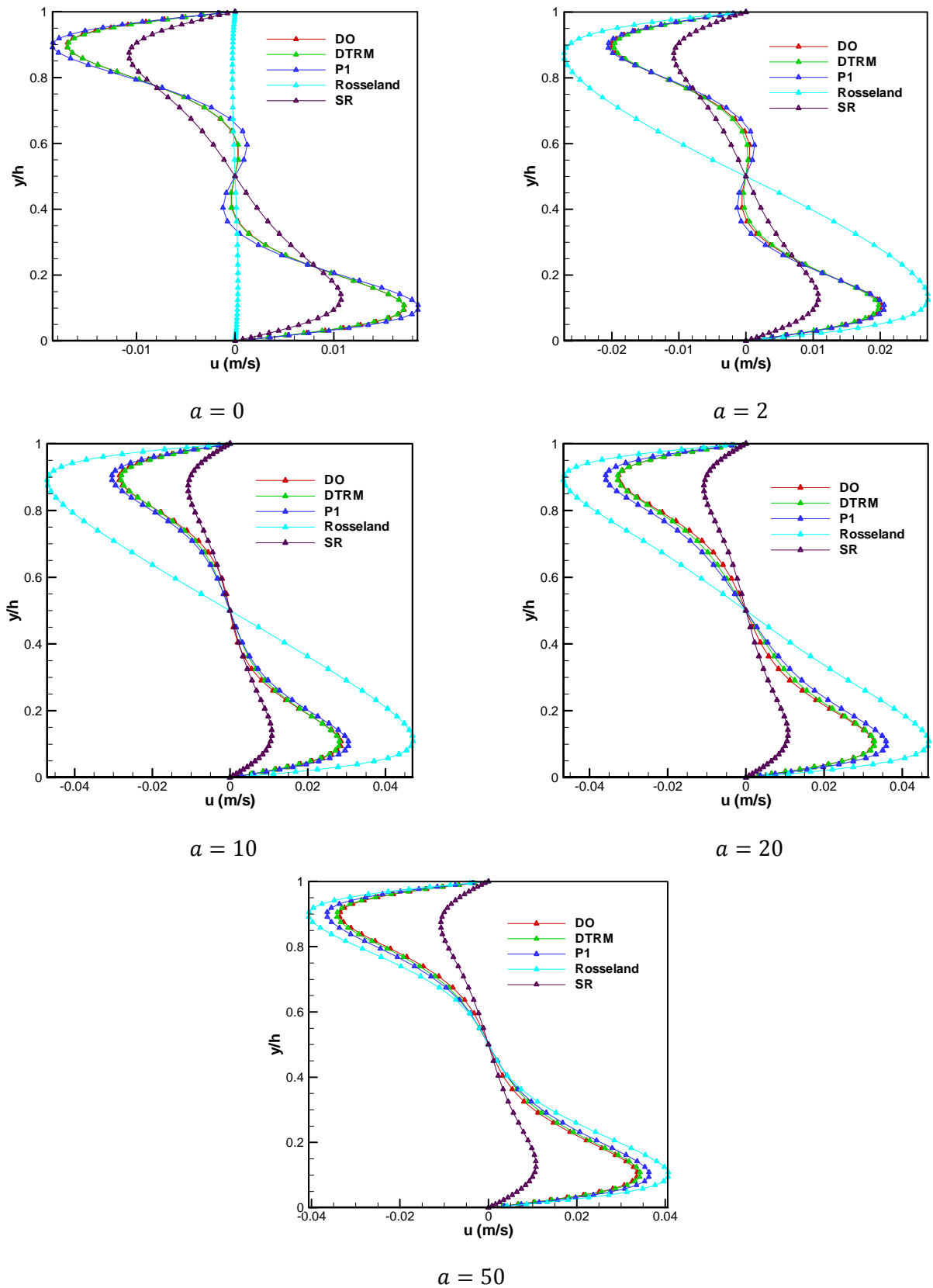


Figure IV.20 : Variation de la vitesse longitudinale u au point $x = h/2$ en fonction de y pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement.

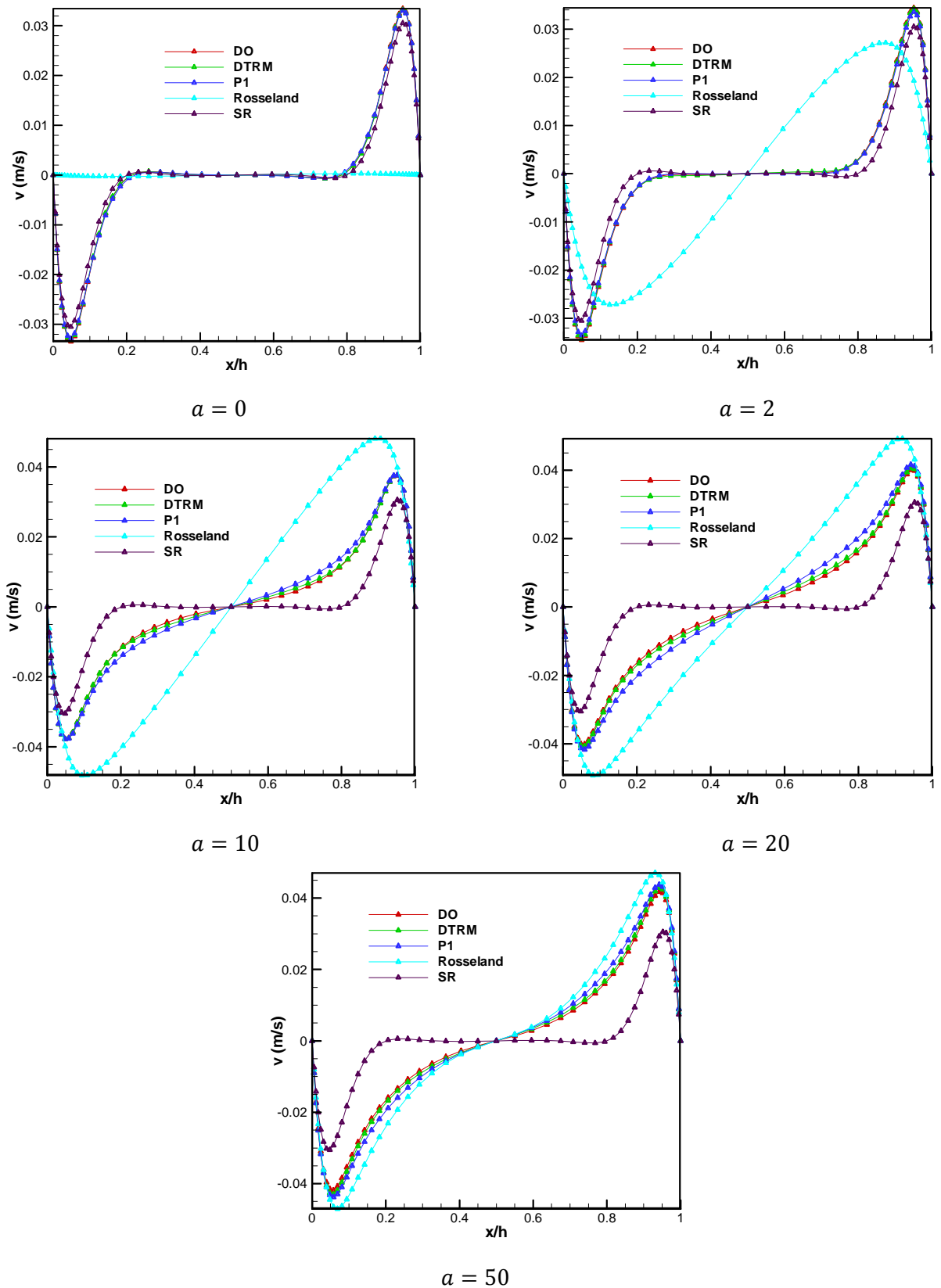


Figure IV.21 : Variation de la vitesse transversale v au point $y = h/2$ en fonction de x pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement.

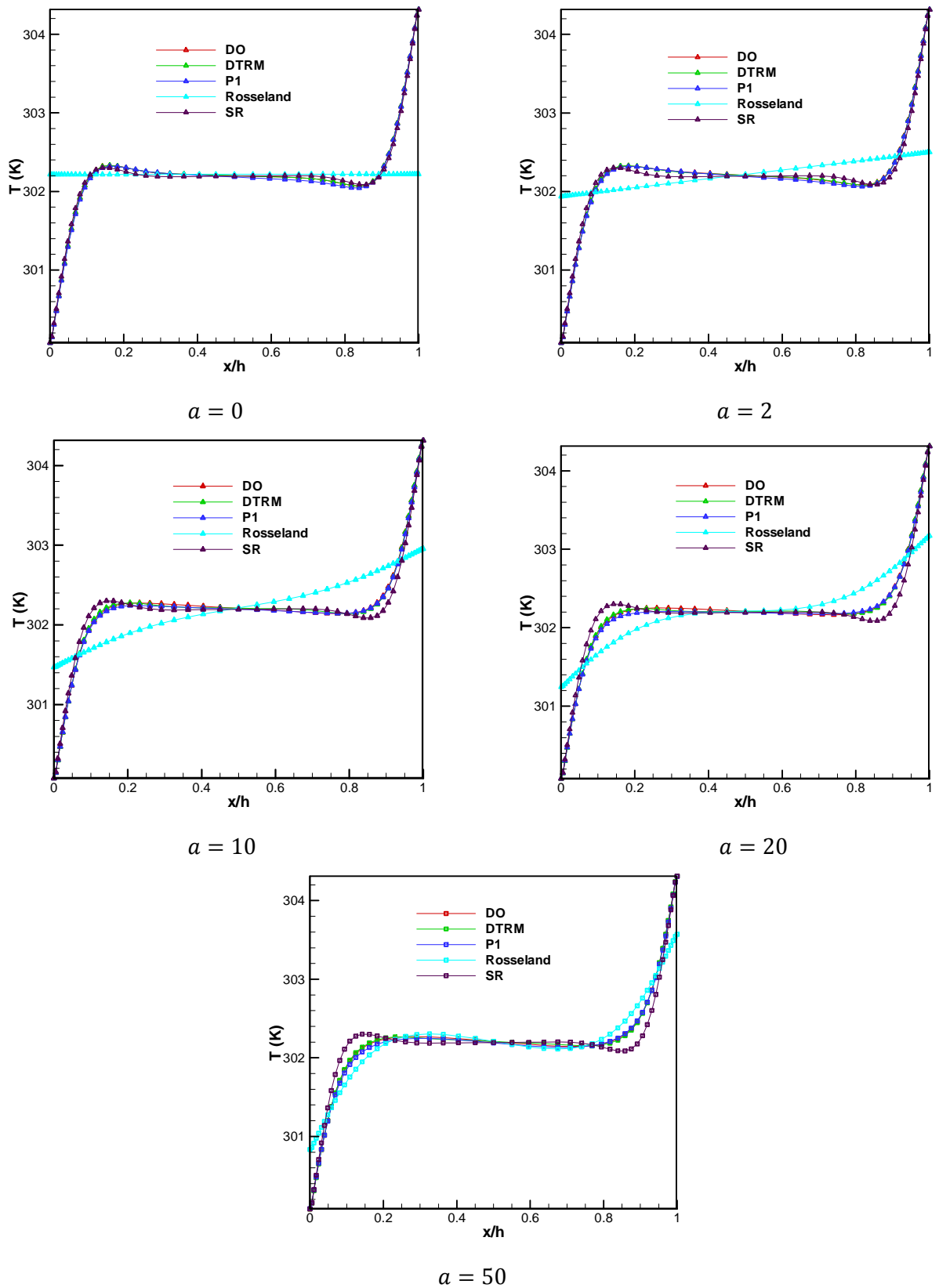


Figure IV.22 : Variation de la température au point $y = h/2$ en fonction de x pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement.

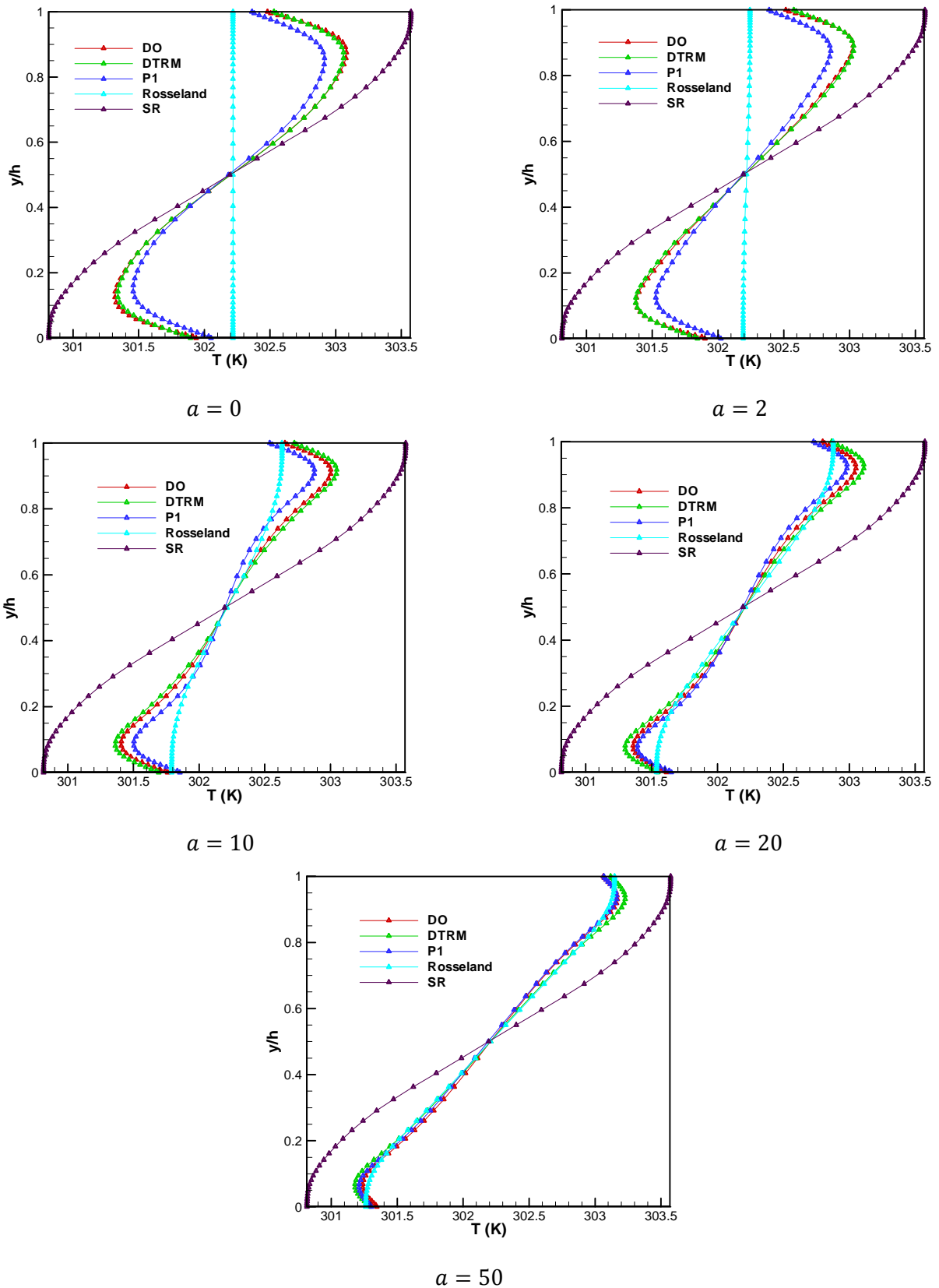


Figure IV.23 : Variation de la température au point $x = h/2$ en fonction de y pour différents modèles de rayonnement et le modèle sans rayonnement.

Conclusion générale

Dans ce mémoire nous avons effectué une étude numérique du transfert de chaleur par convection thermique dans les milieux confinés ou semi-confinés remplis d'un fluide. Des simulations du problème bidimensionnel, ont été effectuées à l'aide du code de calcul commercial Fluent.

Les résultats numériques présentés concernent deux configurations géométriques qui sont : deux plaques parallèles, horizontales et infinies, et une cavité carrée.

Les résultats obtenus à travers différentes simulations numériques pour le cas de la convection de Rayleigh-bénard entre les deux plaques ont permis de constater que l'augmentation du nombre de Rayleigh influe directement sur la structure de l'écoulement et le champ thermique. Cette influence mène à la naissance d'un régime multicellulaire. Pour le transfert de chaleur, on a constaté que le mode de conduction est prédominant avec les petites valeurs du nombre de Rayleigh et tant que ce dernier est élevé, le rôle de la convection devient prépondérant.

Concernant le cas de la convection dans une cavité carrée. En premier temps, l'étude de la convection naturelle (sans rayonnement) montre que l'augmentation du nombre de Rayleigh nous a permis d'observer que ce dernier influe directement sur la structure de l'écoulement ainsi que sur le transfert de chaleur, dont on a constaté que la conduction est le mode de transfert de chaleur dominant, pour les petits nombres de Rayleigh mais pour des valeurs élevées de ce dernier, la convection est prépondérante. Par la suite, nous nous sommes intéressés au couplage entre la convection naturelle et le rayonnement thermique, dont nous avons fait une étude numérique comparative entre quatre modèles de rayonnement ainsi qu'avec le modèle sans rayonnement. Un bon accord entre les résultats des modèles DO, DTRM et P1 a été observé, ce qui nous a permis de constater que ces derniers sont valables sur toute la gamme des épaisseurs optiques. Au contraire, le modèle de Rosseland est mal approprié pour les petites valeurs de l'épaisseur optique. Par ailleurs, la comparaison avec le cas de la convection naturelle pure (sans rayonnement), nous a permis de constater que le rayonnement thermique joue un rôle important sur le transfert de chaleur.

Références bibliographiques

- [1] **Inaba H.**, " Experimental study of natural convection in an inclined air layer", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.27, N°8, 1127-1139, 1984.
- [2] **Lin d. S., Nansteel M. W.** , " Natural convection heat transfer in a square enclosure containing water near its density maximum" International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.30, N°11, 2319-2329, 1987.
- [3] **November M., Nansteel M. W.**, " Natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled along one side", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.30,N°1,2433-2440,1987.
- [4] **Yang H. Q., Yang K. T., Lloyd J. R.**," Laminar natural-convection flow transitions in tilted three-dimensional longitudinal rectangular enclosures", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.30, N°8, 1637-1644, 1987.
- [5] **Nishimura T., Mitsuhiro S., Nagasawa F., Kawamura Y.**," Natural convection heat transfer in enclosures with multiple vertical partitions", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.31, N°8, 1679-1686, 1988.
- [6] **Han H., Kuehn T. H.**, " Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure—II. Numerical study", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.34, N°2,461-471, 1991.
- [7] **Karayiannis T. G., Ciofalo M., barbaro G.**, " On natural convection in a single and two zone rectangular enclosure", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.35, N°7, 1645-1657, 1992.
- [8] **kazmierczak M., Chinoda Z.**," Buoyancy-driven flow in an enclosure with time periodic boundary conditions", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.35, N°6, 1507-1518, 1992.
- [9] **Sarris I. E., Lekakis I., Vlachos N. S.**, " Natural convection in a 2D enclosure with sinusoidal upper wall temperature", Numerical Heat Transfer, Part A, 42:513-530, 2002.
- [10] **Rahman M., Sharif M. A. R.** " Numerical study of laminar natural convection in inclined rectangular enclosures of various aspect ratios", Numerical Heat Transfer, part A, 44:355–373, 2003.
- [11] **Ezzouhri R., Joubert P., Sergent A.**, " Présentation d'une formulation dynamique pour la convection naturelle turbulente en cavité", 17^{ème} Congrès Français de Mécanique, Troyes, 2005.
- [12] **Germano M., Piomelli U., Moin P., Cabot W. H.**, " A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model". Phys. Fluids A, (3-7), 1760-1765, 1991.

- [13] **Kalabin E.V., Kanashina M.V., Zubkov P. T.**, " Heat transfer from the cold wall of a square cavity to the hot one by oscillatory natural convection", Numerical Heat Transfer part A, 47:609-619,2005.
- [14] **Rebhi M., Belkacem A., Touhami A., Bouhadef K.**," Simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité a fond sinusoïdal", 12^{èmes} Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, 2005.
- [15] **Retiel N., Khiat M. A., Bouguerra E.**, " Effet de l'inclinaison sur la convection naturelle dans une cavité demi-cylindrique", 12^{èmes} Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc, 2005.
- [16] **Sarris I. E., Kakarantzas S. C., Grecos A. P., Vlachos N. S.**, " MHD natural convection in a laterally and volumetrically heated square cavity", Int. J. Heat Mass Transfer, 48, 3443–3453, 2005.
- [17] **Aydin O., Unal A.**, " Transient buoyant convection in a 45° inclined enclosure heated and cooled on adjacent walls", Int. J. of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Vol.16, N°4, 451-469,2006.
- [18] **Benkhelifa A., Penot F.**," Sur la convection de Rayleigh-Bénard turbulente : Caractérisation dynamique par PIV", Revue des Energies Renouvelables Vol. 9, N°4 ,341 – 354,2006.
- [19] **Amaresh Dalal, Manab Kumar Das**, " Natural convection in a rectangular cavity heated from below and uniformly cooled from the top and both sides", Numerical Heat Transfer, Part A, 49: 301–322, 2006.
- [20] **Nawaf H. S., Yusli Y.**, " Natural convection in a square cavity with spatial side-wall temperature variation", Numerical Heat Transfer, Part A, 49: 683–697, 2006.
- [21] **Abidi A., Kolsi L., Borjini M. N., Ben aissia H.**," Etude numérique de la convection naturelle Doublement diffusive dans une cavité cubique : Effets des conditions sur les parois horizontales ", 13^{èmes} Journées Internationales de Thermique, Albi, France, 2007.
- [22] **Mergui S., Gobin D.**," Influence du confinement latéral dans un écoulement de Poiseuille - Rayleigh - Bénard",18^{ème} Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 2007.
- [23] **Ould said B., Retiel N.**, " Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité pyramide", 13^{èmes} Journées Internationales de Thermique, Albi, France, 2007.
- [24] **Djatout A., Douha M., Hami O., Mebarki B.**, " Etude de la convection naturelle en régime laminaire dans une cavité carrée inclinée d'un angle α ", Journal of Scientific Research, vol.1 N°0, 2010.

- [25] **Guglielmin I G., Nannei E., Tanda G.**, "Natural convection and radiation heat transfer from staggered vertical fins", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.30, N°9, 1941-1948, 1987.
- [26] **Yamada Y.**, " Combined radiation and free convection heat transfer in a vertical channel with arbitrary wall emissivities", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.31, N°2, 429-440, 1988.
- [27] **Tan Z., Howell J. R.**, " Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.34, N°3, 785-793, 1991.
- [28] **Chérif B., Sifaoui M. S.**, " Theoretical study of heat transfer by radiation conduction and convection in a semi-transparent porous medium in a cylindrical enclosure", *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 83, 5 19–527, 2004.
- [29] **Timoumi M., Chérif B., Sifaoui M. S.**, " Numerical heat transfer study in a scattering, absorbing and emitting semi-transparent porous medium in a cylindrical enclosure" *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 96, 439–450, 2005.
- [30] **Wang W., Xin S., Le Quéré P.**, " Etude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air" *C. R. Mécanique*, 334, 48–57, 2006.
- [31] **Jaballah S., Sammouda H., Belghith A.**, " Effect of surface radiation on the natural - convection stability in a two-dimensional enclosure with diffusely emitting boundary walls", *Numerical Heat Transfer, Part A*, 51:495-516, 2007.
- [32] **Jami M., Moussaoui M. A., Mezrhab A., Lemonnier D.**, " Modélisation du couplage convection naturelle rayonnement dans une cavité contenant un cylindre" 13^{èmes} journées internationales de thermique, 2007.
- [33] **Meftah S., Lemonier D., Benbrik A., Mezrhab A.**, " Etude numérique de la convection naturelle de double diffusion dans un mélange air-CO₂", *Congrès Français de Thermique, SFT 2007, Île des Embiez*, 2007.
- [34] **Mezrhab A., Rabhi M., Naji H., Abid C.**, " Etude numérique du couplage convection rayonnement dans une enceinte cloisonnée", *Revue des Energies Renouvelables*, Vol. 10, N°2, 293 – 298, 2007.
- [35] **Jbara A., Slimi K., Mhimid A.**, " Effets des propriétés radiatives sur le couplage convection naturelle-rayonnement en milieux poreux saturés", 19^{ème} Congrès Français de Mécanique, Marseille, 2009.

[36] **Mezrhab A., Elfarh L., Naji H., Lemonnier D.**, " Computation of surface radiation and natural convection in a heated horticultural greenhouse" *Applied Energy*, 87, 894–900, 2010.

[37] **Sun H., Chénier E., Lauriat G.**, " Effect of surface radiation on the breakdown of steady natural convection flows in a square, air-filled cavity containing a centered inner body", *Applied Thermal Engineering*, 31, 1252-1262, 2011.

[38] *Fluent 6.1 documentation. User's Guide.* Fluent. Inc.2003.

[39] **Patankar V.**, " *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*", Mac Graw-Hall, New York, 1980.