

Université 20 Août 1955-Skikda
Faculté des Sciences
Département de Physique
Réf : D022117001D



جامعة 20 اوت 1955-سكيكدة
كلية العلوم
قسم الفيزياء
المرجع : D022117001D

THÈSE

Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat en Sciences

Spécialité : **Physique Energétique**

THÈME

Contribution à l'étude du transfert de chaleur et de masse dans un écoulement externe avec injection ou aspiration

Présentée et soutenue publiquement par

LAOUER ABDELGHANI

Le : 30 / 01 / 2017

Devant le Jury composé de :

Président :	D. OMEIRI	Professeur	Université 20 Août 1955 - Skikda
Examineurs :	A. OMARA	Professeur	Université Constantine 1
	M. DJAZZAR	Professeur	Université Constantine 1
	M. TEGGAR	M.C.A	Université Amar Telidji - Laghouat
Rapporteur :	E. MEZAACHE	Professeur	Université 20 Août 1955 - Skikda
Co-Rapporteur	S. LAOUAR	M.C.A	Université Larbi Ben M'hidi - Oum El-Bouaghi

Remerciements

Je remercie ALLAH le tout puissant de m'avoir donné le courage, la volonté et la patience de mener et de terminer ce travail.

Je tiens à remercier vivement mon encadreur Monsieur El Hacène MEZAACHE, Professeur au Département de Physique de l'Université 20 Août 1955 - Skikda et mon co-encadreur de thèse, Monsieur Salah LAOUAR, Maître de Conférences à l'Université Oum-El-Bouaghi, qui ont accepté de m'intégrer au sein de leur équipe de recherche au niveau du Laboratoire LRPCSI – Skikda et qui ont participé à ma formation. Leurs conseils avisés ainsi que leur ouverture d'esprit ont largement contribué à l'aboutissement de ce travail. J'ai pu par ailleurs apprécier au cours de notre collaboration leurs qualités humaines et leurs encouragements constants. Je les remercie par ailleurs pour la confiance qu'ils m'ont accordée, leurs disponibilité, leurs soutiens ainsi que l'amitié qu'ils m'ont témoignée tout au long de ce travail.

Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à Monsieur Djamel OMEIRI, Professeur au Département de Physique de l'Université 20 Août 1955 - Skikda qui m'a honoré en acceptant de présider le jury de soutenance de cette thèse.

Je remercie également Monsieur Abdeslam OMARA, Professeur à l'Université Constantine 1, Monsieur Mahfoud DJAZZAR, Professeur à l'Université Constantine 1, et Monsieur Mohamed TEGGAR, Maître de Conférences à l'Université Amar Telidji de Laghouat, pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'avoir acceptés de faire partie du jury et d'avoir consacré leurs temps à la lecture de cette thèse.

Enfin, je tiens à exprimer ma vive reconnaissance à mon épouse pour son soutien et son encouragement durant les moments pénibles et à toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste projet.

Table des matières

Nomenclature	xi
Introduction générale	1
1 Étude Bibliographique	3
1.1 Concept de couche limite	4
1.1.1 Définition	4
1.1.2 Paramètres caractéristiques	4
1.1.3 Structure de la couche limite turbulente	6
1.2 Le phénomène d’instabilité de la couche limite	6
1.2.1 Historique	6
1.2.2 Instabilité de la couche limite sur plaque plane	7
1.3 Le phénomène de décollement de la couche limite	9
1.3.1 Aspect physique	9
1.3.2 Les Causes de décollement	10
1.3.3 Les effets de décollement	10
1.4 Méthodes de contrôle de la couche limite	10
1.4.1 Contrôle passif	10
1.4.2 Contrôle actif	10
2 Influence du transfert pariétal de masse sur la stabilité d’un écoulement externe	13
2.1 Introduction	14
2.2 Calcul de l’état de base	14
2.2.1 Équations de conservations	15
2.2.2 Conditions aux limites	15
2.2.3 Équations adimensionnelles	16
2.3 Formulation du problème de stabilité	16
2.3.1 Équations de perturbation	17
2.3.2 La forme de perturbation	18

2.3.3	Équation de stabilité	19
2.4	Procédure de résolution numérique	21
2.4.1	Vitesse de l'écoulement de base	21
2.4.2	Résolution de l'équation de stabilité par la méthode spectrale	22
2.5	Résultats et discussions	27
2.5.1	Validation	27
2.5.2	Profils de vitesse de l'écoulement de base	30
2.5.3	Résultats de l'analyse de stabilité	30
3	Modélisation physique d'un écoulement externe	51
3.1	Configuration de l'écoulement et hypothèses simplificatrices	52
3.2	Formulation du problème	53
3.2.1	Équations de conservations	53
3.2.2	Conditions aux limites	53
3.3	Adimensionnalisation des équations	54
3.3.1	Équations de conservations	54
3.3.2	Conditions aux limites	55
3.4	Principales grandeurs physiques	55
4	Effet du transfert pariétal de masse sur un écoulement externe laminaire	57
4.1	Fonction de courant imposée	58
4.2	Vitesse imposée	59
4.3	Conclusion	60
5	Effet du transfert pariétal de masse sur un écoulement externe turbulent	73
5.1	Introduction	74
5.2	Influence de l'injection et de l'aspiration sur les grandeurs dynamiques et thermiques	74
5.3	Conclusion	75
	Conclusion générale	85
A	Production Scientifique	I
A.1	Articles Journaux :	I
A.2	Communications édités :	I

Table des figures

1.1	Résultats de l'expérience historique de Reynolds	7
1.2	Évolution des ondes de Tollmien-Shlichting dans une couche limite laminaire de plaque plane, d'après Schubauer et Skramstad (Content, 2011)	8
1.3	Décollement de la couche limite	9
2.1	Schéma descriptif du l'écoulement de base ; ① paroi plane perméable (avec injection ou aspiration), ② couche limite dynamique	15
2.2	Représentation graphique des cinq premiers polynômes de Chebychev	24
2.3	Courbe neutre pour l'écoulement de couche limite sur une paroi imperméable $F_w = 0$	28
2.4	Profil de vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec aspiration	33
2.5	Profil de vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec injection	33
2.6	La dérivée seconde de la vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec aspiration	34
2.7	La dérivée seconde de la vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec injection	34
2.8	Diagramme de stabilité, cas d'une paroi imperméable $F_w = 0$	35
2.9	Diagramme de stabilité pour une paroi avec aspiration. (a) : $F_w = 0.2$; (b) : $F_w = 0.4$	36
2.10	Diagramme de stabilité pour une paroi avec aspiration. (a) : $F_w = 0.6$; (b) : $F_w = 0.8$	37
2.11	Diagramme de stabilité pour une paroi avec injection (a) : $F_w = -0.2$; (b) : $F_w = -0.4$	38
2.12	Diagramme de stabilité pour une paroi avec injection. (a) : $F_w = -0.6$; (b) : $F_w = -0.8$	39
2.13	Courbes neutres pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec aspiration	40

2.14	Courbes neutres pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec injection	40
2.15	Nombre de Reynolds critique pour différentes valeurs de la fonction courant, cas d'une paroi avec aspiration	41
2.16	Nombre de Reynolds critique pour différentes valeurs de la fonction courant, cas d'une paroi avec injection	41
2.17	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi imperméable. $F_w = 0$, $Re^* = 580$, $\alpha = 0.179$	42
2.18	Module des fonctions propres, cas d'une paroi imperméable. $F_w = 0$, $Re^* = 580$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.364552 + 0.0077791i$	42
2.19	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.2$, $Re^* = 8071$, $\alpha = 0.06$,	43
2.20	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.2$, $Re^* = 8071$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.3406394 + 0.0004712i$	43
2.21	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.4$, $Re^* = 12180$, $\alpha = 0.06$	44
2.22	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.4$, $Re^* = 12180$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.2773512 + 0.0012687i$	44
2.23	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.6$, $Re^* = 18382$, $\alpha = 0.06$	45
2.24	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.6$, $Re^* = 18382$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.2607756 + 0.0000865i$	45
2.25	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.8$, $Re^* = 35511$, $\alpha = 0.06$	46
2.26	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.8$, $Re^* = 35511$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.2291222 + 0.0003862i$	46
2.27	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.2$, $Re^* = 610$, $\alpha = 0.179$	47
2.28	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.2$, $Re^* = 610$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.3723625 + 0.0166485i$	47
2.29	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.4$, $Re^* = 378$, $\alpha = 0.179$	48
2.30	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.4$, $Re^* = 378$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.3945309 + 0.0295909i$	48
2.31	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.6$, $Re^* = 282$, $\alpha = 0.179$	49

2.32	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.6$, $Re^* = 282$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.4213418 + 0.0590931i$	49
2.33	Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.8$, $Re^* = 234$, $\alpha = 0.179$	50
2.34	Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.8$, $Re^* = 234$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.4459824 + 0.0960862i$	50
3.1	Schéma descriptif d'un écoulement externe, forcé, laminaire et turbulent sur une paroi plane ① paroi plane perméable (avec injection \uparrow ou aspiration \downarrow), ② couche limite thermique, ③ couche limite dynamique, ④ écoulement libre.	52
4.1	Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée	61
4.2	Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée	61
4.3	Variation de l'épaisseur de déplacement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	62
4.4	Variation de l'épaisseur de quantité de mouvement en fonction de nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	62
4.5	Variation du facteur de forme en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	63
4.6	Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	63
4.7	Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	64
4.8	Variation du nombre de Stanton en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	64
4.9	Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x cas d'une paroi imperméable sous la condition $v_w/u_e = 0$	65
4.10	Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi imperméable sous la condition $v_w/u_e = 0$	65
4.11	Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec aspiration (a) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0004$	66
4.12	Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec injection (a) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.005$	67

4.13	Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec aspiration (a) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0004$	68
4.14	Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec injection (a) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.005$	69
4.15	Variation de l'épaisseur de déplacement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée	70
4.16	Variation de l'épaisseur de quantité de mouvement en fonction de nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée	70
4.17	Variation du facteur de forme, f , en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée	71
4.18	Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée	71
4.19	Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds local pour différentes valeurs de la vitesse imposée	72
4.20	Variation du nombre de Stanton en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée	72
5.1	Profil de la vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi imperméable sous la condition $F_w = 0$	77
5.2	Profil de l'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi imperméable sous la condition $F_w = 0$	77
5.3	Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec aspiration (a) fonction de courant imposée $F_w = 1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = 2$	78
5.4	Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec injection (a) fonction de courant imposée $F_w = -0.1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = -0.3$	79
5.5	Profil de l'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec aspiration (a) fonction de courant imposée $F_w = 1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = 2$	80
5.6	Profil de l'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec injection (a) fonction de courant imposée $F_w = -0.1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = -0.3$	81
5.7	Variation de l'épaisseur de déplacement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	82

5.8	Variation de l'épaisseur de quantité de mouvement en fonction de nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	82
5.9	Variation du facteur de forme, f , en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	83
5.10	Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	83
5.11	Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds local pour différentes valeurs de la fonction de courant	84
5.12	Variation du nombre de Stanton en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant	84

Liste des tableaux

2.1	les valeurs propres correspondent à $c_i > 0$ pour un écoulement externe sur une paroi imperméable ($F_w = 0$),	29
2.2	Les modes instables pour différents valeurs de la fonction de courant imposée. . .	31

Nomenclature

Lettres latines

a	diffusivité thermique	
b_i	coefficients adimensionnels (relations 3.18-3.19)	
C_f	Coefficient de frottement pariétal	
c_i	vitesse d'amplification de l'onde	$[m.s^{-1}]$
C_p	capacité calorifique à pression constante	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
c_r	vitesse de déplacement de l'onde	$[m.s^{-1}]$
D	matrice de première dérivation de Chebyshev	
d_{jk}	les éléments de la matrice de dérivation première de Chebyshev	
F	fonction de courant adimensionnelle	
f	facteur de forme	
G	enthalpie adimensionnelle	
H	enthalpie totale	$[J.kg^{-1}]$
h	enthalpie statique	$[J.kg^{-1}]$
L	longueur de la plaque	$[m]$
l	longueur de mélange	$[m]$
Nu	nombre de Nusselt	
p	pression	$[Pa]$
Pr	nombre de Prandtl	
Re^*	nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de déplacement	
Re_x	nombre de Reynolds local	
St	nombre de Stanton	

T	température	$[K]$
T_k	polynôme de Tchebychev	
u	vitesse suivant Ox	$[m.s^{-1}]$
v	vitesse suivant Oy	$[m.s^{-1}]$
x	abscisse dans le sens de l'écoulement	$[m]$
y	coordonnée normale à la paroi	$[m]$
z_j	points de collocation de Gauss-Lobatto	

Lettres grecques

φ	amplitude adimensionnelle de la perturbation	
α	nombre d'onde	$[rad.m^{-1}]$
δ	épaisseur de couche limite	$[m]$
δ^*	épaisseur de déplacement	$[m]$
η	coordonnée normale adimensionnelle	
κ	constante de Karman	
μ	viscosité dynamique	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$
ν	viscosité cinématique	$[m^2.s^{-1}]$
ω	fréquence (ou pulsation)	$[rad.s^{-1}]$
ϕ	amplitude de la perturbation	$[m]$
ψ	fonction de courant	$[m^2.s^{-1}]$
ρ	masse volumique	$[kg.m^{-3}]$
σ	contrainte de cisaillement	$[N.m^{-2}]$
θ	épaisseur de quantité de mouvement	$[m]$
$\tilde{\psi}$	fonction de courant de perturbation	
ξ	coordonnée longitudinale adimensionnelle	

Indices

0	grandeurs de base non perturbées
∞	position à l'infinie
e	frontière extérieure de la couche limite

i	imaginaire
r	réel
t	grandeur turbulente
w	paroi
x	position suivant Ox
y	position suivant Oy

Introduction générale

Le contrôle des écoulements externes demeure un sujet de recherche d'actualité compte de ces nombreuses applications que ce soit en mécanique des fluides, en transfert de chaleur et de masse, et notamment en aérodynamique (Joslin, 1998; Breuer et al., 1999; Breuer, 2002; GadelHak, 2002).

Contrôler un écoulement, c'est l'amener dans un état souhaité et de contrôler dans une certaine mesure, les phénomènes prenant naturellement naissance dans l'écoulement tels que les instabilités et le phénomène de décollement. La manipulation de l'écoulement permet d'améliorer les performances aérodynamiques : diminuer les efforts de traînée, augmenter la portance, maîtriser les transferts thermiques et massiques, réduire le bruit et les vibrations, ...

C'est un défi important en aérodynamique dont les enjeux techniques et économiques de contrôle d'écoulement sont considérables, en particulier dans l'industrie aéronautique et l'industrie automobile.

Diverses méthodes de contrôle ont été envisagées afin de contrôler l'écoulement et qui peuvent être réparties en deux classes :

- Les méthodes passives qui utilisent principalement des caractéristiques géométriques ou physiques agissant sur l'écoulement : cas d'un changement de l'état de surface, l'utilisation de corps profilé, ...
- Les méthodes actives qui utilisent des informations relatives à l'écoulement pour adapter son action : cas de l'injection et de l'aspiration.

Ce travail de thèse est entrepris pour étudier numériquement l'influence du transfert pariétal de masse, par une méthode de contrôle actif à savoir l'injection ou l'aspiration, sur la stabilité hydrodynamique ainsi que sur les grandeurs dynamiques et thermiques d'un écoulement externe sur une paroi plane isotherme.

La thèse est structurée comme suit :

Le premier chapitre entreprend quelques notions de base en mécanique des fluides afin d'exposer la problématique de contrôle des écoulements et d'éclaircir les mécanismes d'action des processus de contrôle. Les principes généraux de la couche limite et les phénomènes d'instabilités

et de décollement sont aussi exposés.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de la stabilité temporelle linéaire d'un écoulement externe. La méthode spectrale de collocation de Chebyshev utilisée pour résoudre le système aux valeurs propres est présentée. Les résultats obtenus sont validés par comparaison à ceux de la littérature. Cette analyse de stabilité a permis d'identifier l'effet du transfert pariétal de masse par injection et aspiration sur les seuils d'apparition de l'instabilité hydrodynamique, sur les diagrammes de stabilité de l'écoulement ainsi que sur les spectres des valeurs et des vecteurs propres.

Le troisième chapitre décrit la formulation mathématique du modèle physique de l'écoulement de convection forcée sur une paroi plane combiné aux effets d'injection ou d'aspiration pariétale. Le comportement du fluide est modélisé par les équations de Navier-Stokes et de l'énergie, et les conditions aux limites adéquates sont posées. Ensuite, les principales grandeurs physiques sont définies. La résolution numérique des équations régissant le phénomène est basée sur la méthode implicite des différences finies centrées à maillage non uniforme.

Le quatrième chapitre est consacré aux résultats de la simulation numérique. L'influence du transfert pariétal de masse par injection ou aspiration sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement externe laminaire sur une paroi plane isotherme est analysée.

Le dernier chapitre présente une extension de l'étude précédente au cas d'un écoulement externe turbulent.

Le présent mémoire s'achève par une conclusion résumant les principaux résultats obtenus au cours de cette étude et dresse quelques perspectives.

Chapitre 1

Étude Bibliographique

*« Learn from yesterday, live for today,
hope for tomorrow. The important thing
is not to stop questioning. »*

Albert Einstein

Sommaire

1.1	Concept de couche limite	4
1.1.1	Définition	4
1.1.2	Paramètres caractéristiques	4
1.1.3	Structure de la couche limite turbulente	6
1.2	Le phénomène d'instabilité de la couche limite	6
1.2.1	Historique	6
1.2.2	Instabilité de la couche limite sur plaque plane	7
1.3	Le phénomène de décollement de la couche limite	9
1.3.1	Aspect physique	9
1.3.2	Les Causes de décollement	10
1.3.3	Les effets de décollement	10
1.4	Méthodes de contrôle de la couche limite	10
1.4.1	Contrôle passif	10
1.4.2	Contrôle actif	10

En pratique, on distingue une grande variété d'écoulements externes (l'écoulement d'air humide dans les séchoirs industriels, le ruissellement en film en génie chimique, l'écoulement d'air en aérodynamique, ...). L'écoulement externe, initialement parallèlement à la surface d'une paroi, peut être approché par les équations de la couche limite.

1.1 Concept de couche limite

1.1.1 Définition

Pour décrire la région proche de la paroi dans laquelle les effets visqueux se font sentir Prandtl introduit en 1904 le concept de couche limite. A l'extérieur de cette région, les effets visqueux sont négligeables et le fluide est considéré comme parfait. Au sein de la couche limite, la vitesse passe rapidement d'une valeur nulle imposée par la condition d'adhérence à la paroi à sa valeur en fluide parfait U_e . La variation de vitesse selon la normale à la paroi est donc élevée et les tensions de cisaillement deviennent importantes. La couche limite peut donc être définie comme la fine couche de fluide adjacente à la paroi où la variation de vitesse selon la normale à la paroi est suffisamment rapide pour que les forces de cisaillement visqueuses soient de l'ordre de grandeur des forces d'inertie. L'idée maîtresse de Prandtl fut d'introduire deux échelles de longueur :

- L , représentant la longueur de la plaque, pour caractériser les phénomènes de convection.
- δ , dans la direction normale de la plaque ou du profil.

Dans la zone extérieure, la viscosité ne s'annule pas à proprement parler (c'est une propriété intrinsèque du fluide) mais les variations de vitesse étant faibles, les forces de viscosité deviennent négligeables devant les forces d'inertie et de pression, on assimile donc le fluide à un fluide parfait.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Force d'inertie : } \rho \frac{U^2}{L} \\ \text{Force de viscosité : } \mu \frac{U}{\delta^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\delta}{L} \approx \frac{1}{\left(\frac{UL}{\nu}\right)^{(1/2)}} = \frac{1}{Re^{(1/2)}} \quad (1.1)$$

La relation 1.1 montre que la notion de couche limite s'applique à de grands nombres de Reynolds. Ce nombre initialement introduit comme rapport de similitude des écoulements apparaît aussi dans le rapport des échelles de longueur caractéristiques de diffusion et de convection.

1.1.2 Paramètres caractéristiques

Contrainte pariétale

Comme exprimé précédemment, l'un des objectifs majeurs du calcul de la couche limite est la détermination de la force de frottement pariétale. Celle-ci s'obtient par intégration suivant la

direction longitudinale de la contrainte pariétale τ_w .

$$\tau_w = \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (1.2)$$

Sous forme adimensionnelle, le coefficient de frottement est définie par :

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_e u_e^2} \quad (1.3)$$

Épaisseur de la couche limite

On définit classiquement l'épaisseur δ de la couche limite comme la distance à la paroi pour laquelle la vitesse atteint 99% de la valeur de la vitesse extérieure u_e , soit :

$$\frac{u(x, \delta(x))}{u_e(x)} = 0.99 \quad (1.4)$$

Épaisseur de déplacement

L'épaisseur de déplacement δ^* correspond à la perte de débit massique à travers une section de la couche limite par rapport au cas d'un écoulement de fluide parfait, soit :

$$\underbrace{\int_0^\delta \rho_e u_e dy}_{\text{débit massique idéal}} - \underbrace{\int_0^\delta \rho u dy}_{\text{débit massique réel}} = \rho_e u_e \delta^* \quad (1.5)$$

Donc δ^* s'exprimer par :

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) dy \quad (1.6)$$

Épaisseur de quantité de mouvement

L'épaisseur de quantité de mouvement θ correspond à la perte de quantité de mouvement dans la couche limite par rapport au cas d'un écoulement de fluide parfait, soit :

$$\theta = \int_0^\delta \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy \quad (1.7)$$

Facteur de forme

Le facteur de forme f est formé du rapport entre l'épaisseur de déplacement et de quantité de mouvement $f = \frac{\delta^*}{\theta}$. Il est constant pour une couche limite laminaire sans gradient de pression. A la zone de transition : l'évolution de l'écoulement moyen dans la couche limite est caractérisé par la déformation progressive du profil de vitesse moyenne et une diminution induite du facteur de forme f . Pour un écoulement d'un fluide incompressible sur une paroi plane sans gradient de pression, f est égal à 2.59 dans la zone laminaire puis tend vers $f \approx 1.4$ dans la région turbulente. Dans la zone de transition, le coefficient de frottement augmente rapidement et, en conséquence, l'épaisseur de quantité de mouvement croît de plus en plus vite ([Vermeersch, 2009](#)).

1.1.3 Structure de la couche limite turbulente

Une couche limite laminaire, se développant sur une surface plane lisse, devient turbulente à partir d'une certaine longueur correspondant à un nombre de Reynolds critique de l'ordre $3 \cdot 10^6$ (Cousteix, 1989).

La structure de la couche limite turbulente se développant sur une surface plane est décrite en se basant sur la distribution de vitesse et de température. Les observations concernant les couches limites dynamiques turbulentes permettent de distinguer deux zones au sein de celles-ci, tout d'abord une région interne dépendant fortement des conditions à la paroi, elle-même divisible en deux (sous-couche visqueuse et zone logarithmique) puis une région loin de la paroi contrôlée par la turbulence : c'est la région externe.

Dans chaque région, la turbulence est caractérisée par une échelle de longueur et une échelle de vitesse. L'échelle de longueur caractéristique de la région interne est la longueur visqueuse ν/u_τ , où u_τ représente l'échelle de vitesse ou vitesse de frottement, définie par $(\tau_w/\rho)^{1/2}$.

Dans la région externe, l'échelle de longueur de la turbulence est donnée par l'épaisseur de la couche limite, δ , et une échelle de vitesse fournie par la vitesse de frottement u_τ (Jovanovic, 2001).

1.2 Le phénomène d'instabilité de la couche limite

1.2.1 Historique

L'étude de l'instabilité hydrodynamique a commencé depuis l'expérience historique de Reynolds en 1883. Cette expérience consiste à faire écouler dans un tube transparent un filet coloré du même liquide que celui qui circule dans le tube et à la même vitesse. Différents régimes d'écoulements sont identifiés et qui sont illustrés sur la figure 1.1.

Lorsque la vitesse commune du filet coloré et du liquide principal est faible, le liquide coloré suit une trajectoire rectiligne sans dispersion visible, parallèle à l'axe du tube. Ce type d'écoulement est appelé laminaire. Lorsque la vitesse commune du filet coloré et du liquide principal est élevée, le filet oscille puis le colorant envahit tout le tube : l'écoulement est devenu turbulent.

En utilisant divers fluides, en faisant varier le diamètre du tube et le débit, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds Re . Si le nombre de Reynolds est petit, l'écoulement sera laminaire, si ce nombre est grand, il sera turbulent. L'expérience a montré que la valeur critique du nombre de Reynolds n'était pas universelle, la transition est également liée à la nature et à l'intensité des perturbations.

En 1887, Lord Rayleigh émit l'hypothèse que l'origine de la transition à la turbulence réside

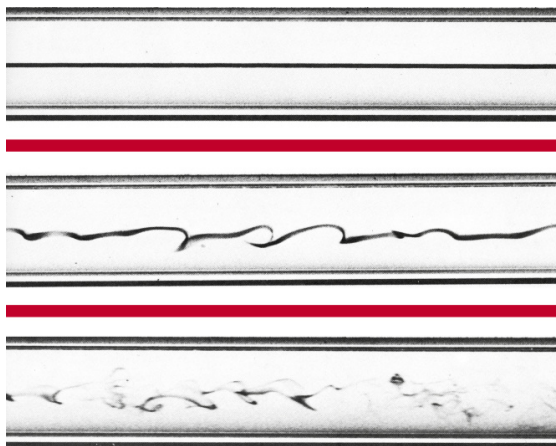


FIGURE 1.1 – Résultats de l'expérience historique de Reynolds

dans l'instabilité de l'écoulement laminaire. En partant de cette idée, il démontra qu'une condition nécessaire d'instabilité est que le profil de dérivée seconde de la vitesse de l'écoulement de base possède un point d'inflexion.

En 1904, Les bases mathématiques de la théorie de la stabilité linéaire incompressible furent établies par Orr et Sommerfeld. Ils démontrèrent que le développement des instabilités peuvent être modélisé par une équation différentielle ordinaire du quatrième ordre qui porte aujourd'hui leurs noms.

1.2.2 Instabilité de la couche limite sur plaque plane

L'instabilité de la couche limite se développant sur une plaque plane dans un environnement très peu perturbé (faible taux de turbulence extérieure, faible rugosité de surface, ...) est l'une des plus étudiées ([Arnal, 1984](#)).

L'évolution de l'écoulement moyen dans la couche limite est caractérisée par une déformation progressive du profil de vitesse et une diminution du facteur de forme. La transition du régime laminaire au régime turbulent provoque une augmentation rapide du coefficient de frottement et, en conséquence, un accroissement de l'épaisseur de la quantité de mouvement de plus en plus vers la fin de la transition.

Sur une plaque plane, la phase initiale de la transition est la formation des ondes bidimensionnelles régulières appelées ondes de Tollmien-Shlichting (TS) (figure 1.2). Ces ondes peuvent être représentées par un système de tourbillons. Initialement, sont parfaitement parallèles, mais au-delà d'une certaine distance à la paroi ces ondes sont déstabilisées et deviennent tridimensionnelles ([Cousteix, 1989](#)).

[Andersson et al. \(2001\)](#) ont étudié numériquement la déstabilisation des stries dans une

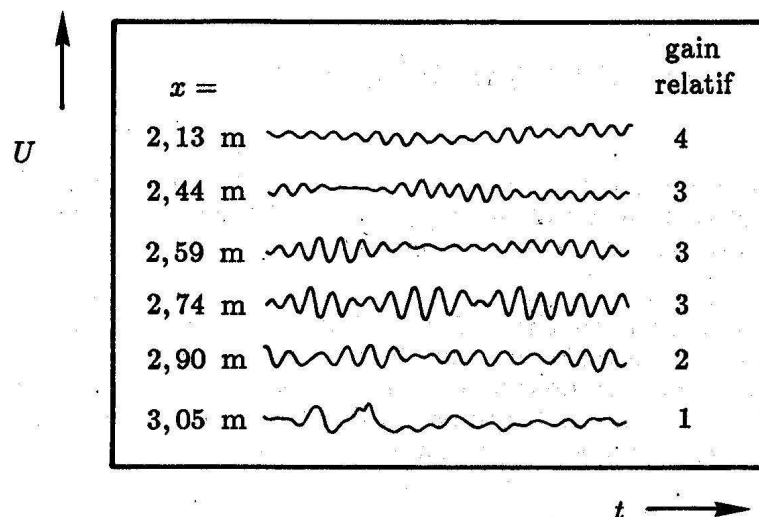


FIGURE 1.2 – Évolution des ondes de Tollmien-Schlichting dans une couche limite laminaire de plaque plane, d'après Schubauer et Skramstad (Content, 2011)

couche limite. Les stries sont générées en imposant à l'entrée les tourbillons issus de la théorie linéaire des perturbations optimales. Ces tourbillons sont sinusoïdaux dans la direction transversale. Ensuite, les auteurs ont calculé l'évolution non-linéaire des stries et leurs instabilités par une simulation numérique directe (DNS). En parallèle, ils ont étudié la stabilité linéaire basée sur la théorie de Floquet¹ avec une approche temporelle et non visqueuse.

Fasel (2002) a étudié l'interaction entre les stries et les ondes de Tollmien-Schlichting par une simulation numérique directe. Pour modéliser la turbulence extérieure, il a utilisé une force de volume concentrée près du bord d'attaque, qui génère des tourbillons longitudinaux de basses fréquences à l'extérieur de la couche limite. Le forçage est choisi comme une somme de modes de Fourier en z et t , avec des amplitudes gaussiennes en x et y . Les instabilités d'ondes de Tollmien-Schlichting sont générées par injection ou aspiration à la paroi. L'interaction génère un paquet d'ondes TS tridimensionnel d'amplitude croissante. D'après l'auteur, la route vers la turbulence est le résultat d'une résonance fondamentale avec une instabilité décrite par la théorie de Floquet.

Hallek et al. (2007) ont étudié et caractérisé expérimentalement l'effet d'une perturbation sur le profil de la couche limite se développant le long d'une plaque mince. Cette perturbation a été provoquée par la présence de rugosité au niveau de bord d'attaque d'une plaque mince. L'étude a porté sur deux valeurs différentes de rugosité. Les mesures expérimentales ont été réalisées à l'aide de la vélocimétrie à fil chaud.

1. Le théorème de Floquet est un résultat général sur les solutions des équations différentielles à coefficients périodiques

1.3 Le phénomène de décollement de la couche limite

1.3.1 Aspect physique

En 1904 dans un manuscrit Prandtl a mentionné pour la première fois le phénomène de décollement où il pose les premières notions de la couche limite. Il a mené aussi des expériences sur le contrôle de la couche limite autour d'un cylindre par aspiration pariétale, permettant la réduction de la traînée. De plus, il a étudié le décollement d'une couche limite bidimensionnelle stationnaire sur une surface plane en présence d'une distribution de pression extérieure donnée.

Les particules fluides dans la couche limite sont ralenties (freinées) par la présence d'un gradient de pression positif ou par les forces de frottement pariétales. De point de vue énergétique, il y a une dissipation d'énergie cinétique par le frottement pariétal des particules fluides dans la zone de gradient de pression négatif. Dans cette zone, les particules ont tendance à se détacher car elles sont aspirées par la dépression située au-dessus de la surface de paroi. La couche visqueuse se détache alors de la paroi, et la couche limite décolle (Aloui, 2010). Les approximations de couche limite ne sont plus valables puisque la composante normale de la vitesse augmente et l'écoulement devient rotationnel.

Au point de décollement, les particules fluides se déplacent dans la direction opposée à l'écoulement. Une zone de recirculation apparaît pour satisfaire la condition d'adhérence à la paroi. Cette zone, matérialisée par une inversion du profil de vitesse comme on peut le voir sur la figure 1.3, est responsable de la perte de performances aérodynamiques. En aval de la région décollée, la couche limite peut recoller à la paroi ou rester décollée..

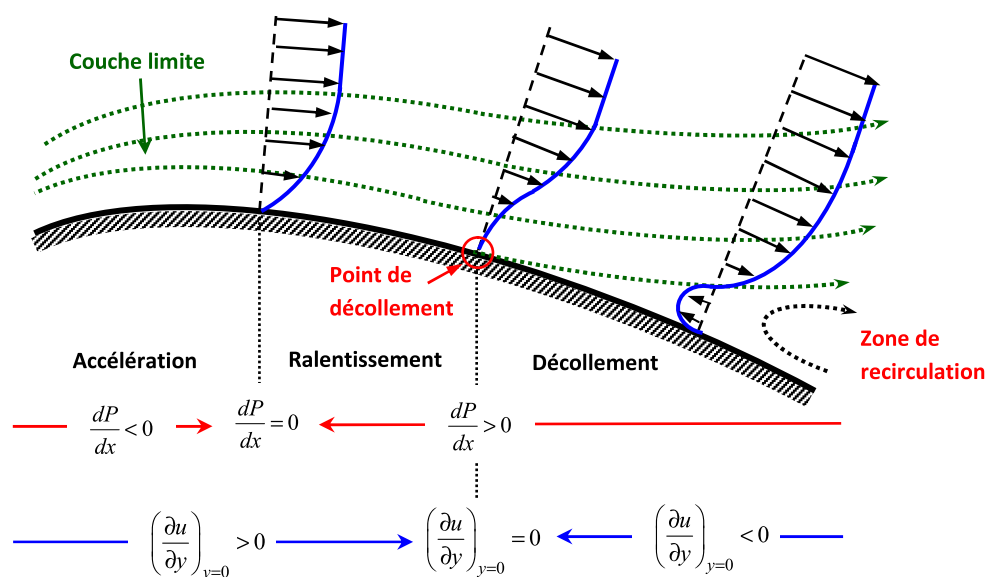


FIGURE 1.3 – Décollement de la couche limite

1.3.2 Les Causes de décollement

Généralement les décollements de couche limite se produisent en présence d'un obstacle venant perturber le champ de pression externe, sur des fortes courbures de paroi, ou par des modifications du champ de pression provoquées par des cycles de décrochage dynamique lorsque le profil est mis en mouvement (McCroskey, 1982; Favier, 1980, 2007).

1.3.3 Les effets de décollement

Les effets du phénomène de décollement de couche limite perturbent généralement les performances aérodynamiques et constituent des obstacles à la manœuvrabilité des appareils. Plus particulièrement :

- provoque de grandes perturbations dans les distributions de pression.
- augmente la traînée de pression.
- induit une chute brutale de la portance.
- Augmente les nuisances sonores dues à la forte vorticité présente dans la zone décollée.

1.4 Méthodes de contrôle de la couche limite

1.4.1 Contrôle passif

Plusieurs travaux de recherche se sont intéressés aux contrôles passifs visant à modifier l'écoulement sans dépense d'énergie externe (Gadelhak, 2002). Les techniques de contrôle passives incluent :

- les modifications de géométrie pour modifier le gradient de la pression.
- l'utilisation de générateurs mécaniques fixes de vortex pour contrôler le décollement.
- le placement des rainures longitudinales sur une surface pour réduire la traînée.

Favier (2007) et Aloui (2010) ont présenté quelques exemples d'actionneurs passifs utilisés dans le contrôle d'écoulement.

1.4.2 Contrôle actif

Il se caractérise par l'introduction d'une quantité d'énergie dans l'écoulement, sous forme de quantité de mouvement, de façon à modifier sa structure. En effet, cet apport de quantité de mouvement permet de retarder le développement de la couche limite et d'éviter son décollement. L'énergie nécessaire est fournie par une source extérieure à l'écoulement tel que des sources électrique, mécanique, thermique,... Le contrôle actif est donc potentiellement moins rentable que le contrôle passif (Favier, 2007; Aloui, 2010).

Actuellement, les techniques de contrôle actif remportent le plus de succès en vue du nombre considérable de recherches dans ce domaine (Hernandez, 1996; Munday et Jacob, 2007; Konieczny, 2004; Jones et al., 2004).

Nous nous limitons à rappeler quelques travaux sur le mode de contrôle actif par aspiration.

Contrôle par aspiration

L'aspiration de la couche limite est un phénomène déjà bien connu. Elle est en effet utilisée dans les souffleries pour éviter la formation d'une couche limite sur le plancher, qui pourrait fausser la validité des résultats. Dans la couche limite, la diffusion de la vorticité transversale implique en effet l'existence d'une composante verticale de vitesse, dirigée vers l'extérieur de la couche limite (Guyon et al., 1991) et qui entraîne l'épaississement de celle-ci. Cet épaississement se traduit par un ralentissement de l'écoulement dans la couche limite et dans certains cas par un décollement, car la quantité de mouvement ne permettant plus de contrer le gradient de pression adverse. L'idée consiste à s'opposer à l'épaississement naturel de la couche limite en appliquant une aspiration pariétale.

La plupart des publications scientifiques associées au contrôle par aspiration s'intéressent à l'écoulement autour de géométries académiques (Bourgeois et Tensi, 2003; Fournier et al., 2004).

Bourgeois et Tensi (2003) considèrent un écoulement de vitesse $v_0 = 30 \text{ m.s}^{-1}$ autour d'un cylindre de diamètre $D = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$ et de longueur $L = 10^{-1} \text{ m}$. La transition du régime laminaire au régime turbulent est déclenchée grâce à des scies d'aéromodélisme placées à la position azimutale $\theta = 30^\circ$. Des visualisations pariétales permettent de déterminer le point de décollement qui intervient pour une position azimutale $\theta = 86^\circ$. L'aspiration est alors appliquée selon une fente d'épaisseur $e = 0.8 \times 10^{-3} \text{ m}$ placée à $\theta_f = 112^\circ$ qui permet de repousser le décollement à $\theta = 120^\circ$. Le gain en traînée associée est de l'ordre de 30%. Des résultats similaires sont obtenus numériquement par Fournier et al. (2004) sur la même géométrie. Une aspiration localisée à $\theta = 112^\circ$ permet de repousser le décollement à $\theta = 120^\circ$ et entraîne une réduction de la traînée de 26%.

De précédentes études expérimentales font état d'une chute de traînée due à la transition laminaire/turbulent de la couche limite pour un nombre de Reynolds de 45×10^5 . L'écoulement décolle alors naturellement à la position azimutale $\theta = 120^\circ$. Ces résultats suggèrent que l'aspiration, placée sur un cylindre pour une position azimutale $\theta < 120^\circ$, permet de recoller la couche limite en déclenchant la turbulence.

Le principe de l'aspiration de la couche limite est basé sur un changement de la distribution de vitesse de l'écoulement externe par l'aspiration de l'écoulement, au niveau d'une fente par exemple. Cela accélère l'écoulement en aval du point d'aspiration. Le résultat est une diminution

considérable de la traînée, une résistance plus forte au gradient de pression antagoniste.

Autres travaux relatif au domaine

[Jerome \(1998\)](#) a étudié numériquement et expérimentalement le transfert de chaleur et de masse entre un écoulement externe et un film liquide ruisselant le long d'une paroi poreuse. Les résultats numériques, en accord avec l'expérience, concernent le couplage entre l'échange interfacial et à l'intérieur de la paroi poreuse en fonction du taux d'injection, de la température de l'écoulement potentiel et de la porosité.

Dans le cas des écoulements sur plaque plane poreuse avec température de paroi et de vitesse d'injection uniformes, [Moffat et Kays \(1984\)](#), obtiennent des nombres de Stanton expérimentaux à partir d'un bilan thermique effectué sur la plaque poreuse. Ils montrent que pour un taux d'injection proche 1% et un nombre de Reynolds d'environ 106, le décollement de la couche limite thermique se produit. Et que même pour de faible taux, l'injection modifie considérablement l'allure du profil des vitesses.

[Whitten et al. \(1970\)](#) montrent que le nombre de Stanton peut être calculé localement en fonction du taux d'injection et de l'épaisseur d'enthalpie.

L'expérience de [Béra et al. \(1998\)](#) est menée en soufflerie sur un cylindre dont les couches limites sont rendues turbulentes par adjonction de fils de transition, à un nombre de Reynolds subcritique de 133 000. Un contrôle par jet puisé à débit moyen nul permet de modifier de façon très significative la distribution de pression pariétale autour du cylindre. Pour un débit fluctuant de quantité de mouvement du jet de l'ordre de 0,025, le contrôle conduit à une génération de portance et une augmentation de traînée d'environ 17%.

[Karabis et Kafoussias \(2001\)](#) ont étudié l'effet d'injection et de l'aspiration localisée à travers deux emplacements, avec une distribution gaussienne de la vitesse à la paroi, sur la stabilité spatiale d'une couche limite bidimensionnelle sur un cône mince. La solution de l'écoulement de base et les équations de stabilité sont obtenus par une technique numérique spectrale.

[Watanabe et al. \(1999\)](#) ont présenté une étude théorique sur les caractéristiques de la stabilité d'un écoulement d'air en convection libre sur une paroi perméable verticale soumise à un flux de chaleur constant. Les équations de perturbations sont résolues numériquement sur la base de la théorie de la stabilité linéaire pour une large gamme du nombre de Grashof modifié et d'un paramètre caractéristique de l'aspiration ou de l'injection.

Chapitre 2

Influence du transfert pariétal de masse sur la stabilité d'un écoulement externe

« Le plus court chemin d'un point à un autre est la ligne droite, à condition qu'ils soient bien l'un en face de l'autre. »

Pierre Dac

Sommaire

2.1	Introduction	14
2.2	Calcul de l'état de base	14
2.2.1	Équations de conservations	15
2.2.2	Conditions aux limites	15
2.2.3	Équations adimensionnelles	16
2.3	Formulation du problème de stabilité	16
2.3.1	Équations de perturbation	17
2.3.2	La forme de perturbation	18
2.3.3	Équation de stabilité	19
2.4	Procédure de résolution numérique	21
2.4.1	Vitesse de l'écoulement de base	21
2.4.2	Résolution de l'équation de stabilité par la méthode spectrale	22
2.5	Résultats et discussions	27
2.5.1	Validation	27
2.5.2	Profils de vitesse de l'écoulement de base	30
2.5.3	Résultats de l'analyse de stabilité	30

2.1 Introduction

L'étude de la stabilité hydrodynamique linéaire vise à décrire quantitativement le comportement d'un écoulement soumis à des perturbations. Cet écoulement perturbé est représenté par ses champs de vitesse et de pression qui vérifient les équations de Navier-Stokes. L'écoulement peut être considéré comme la superposition des perturbations sur un écoulement non perturbé appelé écoulement de base. La notion de stabilité se définit ainsi comme la capacité de l'écoulement perturbé à revenir vers l'état non perturbé. Dans le cas contraire, l'écoulement est dit instable. La stabilité d'un écoulement peut être étudiée en caractérisant l'évolution temporelle d'une perturbation initiale aléatoire introduite sur l'écoulement de base à un instant initial $t = 0$.

Dans le contexte de la théorie de la stabilité linéaire, l'amplitude de la perturbation initialement superposée à l'écoulement de base est très petite. L'évolution temporelle de cette perturbation peut alors être décrite par des équations linéaires. Ces équations linéaires sont obtenues par linéarisation des équations de Navier-Stokes autour du l'écoulement de base, c'est-à-dire en négligeant les termes non-linéaires dont l'ordre de grandeur est largement inférieur à celui des termes linéaires. Une étude de la stabilité linéaire consiste à déterminer, pour un écoulement de base donné, si l'amplitude de la perturbation linéaire peut croître suffisamment et devenir de l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement de base. Dans ce cas, le champ de base est dit linéairement instable.

Tout au long de ce chapitre, une analyse numérique de l'influence du transfert pariétal de masse par injection ou aspiration sur la stabilité linéaire d'un écoulement externe sur une paroi plane horizontale est développée. Il s'agit de comprendre les mécanismes opérants et de déterminer les seuils des paramètres conduisant à cette instabilité. Le chapitre commence par la présentation des équations gouvernant le problème. Cela permettra d'aboutir à la caractérisation de l'écoulement de base, à savoir, trouver la distribution de vitesse en régime dynamique établi, et d'étudier l'évolution des perturbations infinitésimales de l'écoulement de base en utilisant le formalisme classique de l'analyse linéaire de la stabilité. La méthode de résolution numérique du problème aux valeurs propres issue de l'analyse linéaire ainsi que les résultats obtenus sont présentés.

2.2 Calcul de l'état de base

Une paroi plane horizontale en contact direct avec un écoulement externe laminaire d'air est considérée. La configuration étudiée est représentée sur la figure 2.1.

L'origine du repère Oxy est située sur la paroi et coïncide avec la position d'entrée de l'écoulement. L'axe Ox est orienté suivant le sens de l'écoulement ; l'axe Oy est perpendiculaire à la

paroi et orienté vers l'intérieur.

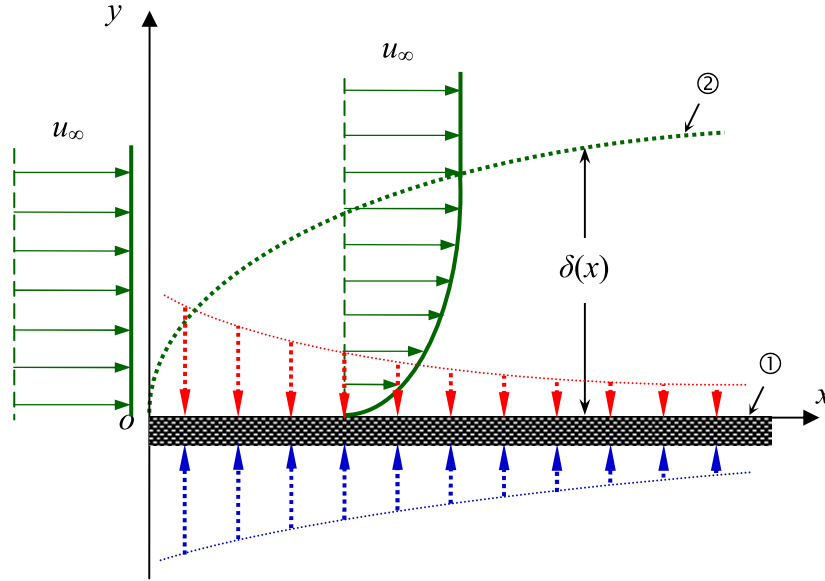


FIGURE 2.1 – Schéma descriptif de l'écoulement de base ;
 ① paroi plane perméable (avec injection ou aspiration), ② couche limite dynamique

2.2.1 Équations de conservations

Le fluide est supposé être newtonien, incompressible et en écoulement laminaire bidimensionnel. Le système d'équations est décrit par les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement en considérant l'approximation de couche limite :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.2)$$

2.2.2 Conditions aux limites

A la paroi $y = 0$

La condition d'adhérence à la paroi s'écrit :

$$u = 0 \quad (\text{surface immobile}) \quad (2.3)$$

$$u = u_w \quad (\text{surface en mouvement}) \quad (2.4)$$

L'injection à la surface de la paroi se traduit par :

$$v = v_w(x) \quad (v_w(x) > 0) \quad \text{ou} \quad F = F_w(x) \quad (F_w(x) < 0) \quad (2.5)$$

L'aspiration à la surface de la paroi se traduit par :

$$v = v_w(x) \quad (v_w(x) < 0) \quad \text{ou} \quad F = F_w(x) \quad (F_w(x) > 0) \quad (2.6)$$

A la frontière extérieure de la couche limite $y = \delta$

$$u = u_\infty \quad (2.7)$$

2.2.3 Équations adimensionnelles

En se basant sur l'hypothèse de similitude des profils de vitesse dans la couche limite laminaire, exprimée par les relations suivantes :

$$\frac{u}{u_e} = F'(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = \left(\frac{u_e \nu}{x}\right)^{\frac{1}{2}} y \quad (2.8)$$

En introduisant la fonction de courant dimensionnelle ψ définie par :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{et} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Avec :

$$\psi = (\rho_e \nu x)^{\frac{1}{2}} F(\eta) \quad (2.9)$$

D'où :

$$u = u_e F'(\eta) \quad \text{et} \quad v = \frac{1}{2} \left(\frac{u_e \nu}{x}\right)^{\frac{1}{2}} (\eta F' - F) \quad (2.10)$$

En reportant les diverses grandeurs dans l'équation de quantité de mouvement 2.2, et après avoir posé la condition, $u_e = Cte$ correspond à $dp/dx = 0$ on aboutit à l'équation ci-dessous, faisant intervenir seulement la coordonnée adimensionnelle η .

$$F''' + \frac{1}{2} F F'' = 0 \quad (2.11)$$

Où le symbole « ' » dénote la dérivation par rapport à η .

2.3 Formulation du problème de stabilité

L'étude de la stabilité des écoulements a été initiée à la fin du 19^e siècle avec les travaux de Helmholtz, Kelvin, Rayleigh et Reynolds. Lorsqu'un écoulement initialement laminaire est instable, la moindre perturbation va entraîner sa désorganisation impliquant sa transition vers la turbulence. L'étude de la stabilité linéaire d'un écoulement revient à chercher s'il existe une (ou plusieurs) perturbation(s) susceptible(s) d'initier sa transition vers la turbulence.

2.3.1 Équations de perturbation

Pour un écoulement externe laminaire et bidimensionnel les équations de base sont l'équation de continuité et les équations de Navier-Stokes, exprimées par :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.14)$$

Autour de l'état de base, les variables de l'écoulement (vitesses et pression) sont décomposées en sommes de grandeurs de base non perturbées et de leurs perturbations infinitésimales :

$$\begin{cases} u(x, y, t) = U_0(x, y, t) + u'(x, y, t) \\ v(x, y, t) = V_0(x, y, t) + v'(x, y, t) \\ p(x, y, t) = P_0(x, y, t) + p'(x, y, t) \end{cases} \quad (2.15)$$

Les équations de perturbation linéarisées sont obtenues en remplaçant u , v et p par les expressions 2.15 dans le système d'équations 2.12–2.14. Après avoir négligé les termes quadratiques des perturbations devant les termes linéaires, on aboutit à :

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U_0 \frac{\partial u'}{\partial x} + V_0 \frac{\partial u'}{\partial y} + u' \frac{\partial U_0}{\partial y} + v' \frac{\partial U_0}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} \right) \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + U_0 \frac{\partial v'}{\partial x} + V_0 \frac{\partial v'}{\partial y} + u' \frac{\partial V_0}{\partial y} + v' \frac{\partial V_0}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y^2} \right) \quad (2.18)$$

Ces équations sont appliquées aux écoulements externes, sont fréquemment associées à quelques hypothèses simplificatrices :

- La variation des quantités (U_0 , V_0) suivant y est plus important que suivant x .
- La composante normale de la vitesse dimensionnelle V_0 reste très inférieure à U_0 dans toute l'épaisseur de la couche limite. C'est l'hypothèse d'écoulement parallèle.

Ces deux hypothèses peuvent être traduites ainsi :

$$U_0 \approx U_0(y), \quad P_0 \approx P_0(y) \quad (2.19)$$

Par application de l'équation de continuité, et des conditions aux limites : $V_0 = 0$

- Les perturbations sont de faibles amplitudes. Les phénomènes non-linéaires sont donc négligés.

Ces hypothèses permettent de simplifier les équations de perturbation 2.16–2.18 sous la forme :

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U_0 \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial U_0}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} \right) \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + U_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y^2} \right) \quad (2.22)$$

2.3.2 La forme de perturbation

On modélise généralement les perturbations élémentaires sous la forme d'un paquet d'ondes qui se déplace en transportant l'énergie de la perturbation avec une vitesse de propagation propre, appelée vitesse de groupe (Lighthill, 1978).

De manière habituelle, pour l'étude de la stabilité d'un écoulement parallèle (Drazin et Reid, 2004) la formulation du système permet d'introduire les perturbations sous la forme appelée mode normale :

$$u' = \hat{u}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \quad (2.23)$$

$$v' = \hat{v}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \quad (2.24)$$

Où x désigne la direction de propagation, \hat{u} et \hat{v} les amplitudes des perturbations des vitesses longitudinale et transversale, α le nombre d'onde complexe et $\omega = \alpha c_0$ la fréquence (ou la pulsation) complexe.

Il est alors commode d'introduire la fonction de courant :

$$\tilde{\psi}(x, y, t) = \phi(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \quad (2.25)$$

Cela nous permet d'écrire les perturbations des vitesses longitudinal et transversal :

$$u' = \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \quad (2.26)$$

$$v' = -\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x} = -i\alpha \phi(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \quad (2.27)$$

Avec :

$$\hat{u} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.28)$$

$$\hat{v} = -i\alpha \phi \quad (2.29)$$

Dans le cadre de la théorie temporelle, dans l'équation (2.25), α est une quantité réelle. La quantité ω étant complexe (Akiva et Uriel, 2012).

2.3.3 Équation de stabilité

Les dérivées temporelles et spatiales de l'équation des perturbations sont ensuite calculées comme suit :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u'}{\partial t} &= -i\omega \frac{\partial \phi}{\partial y}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}, & \frac{\partial v'}{\partial t} &= -\alpha \omega \phi(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \\
\frac{\partial u'}{\partial x} &= i\alpha \frac{\partial \phi}{\partial y}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}, & \frac{\partial v'}{\partial x} &= \alpha^2 \phi(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \\
\frac{\partial u'}{\partial y} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}, & \frac{\partial v'}{\partial y} &= -i\alpha \frac{\partial \phi}{\partial y}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \\
\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} &= -\alpha^2 \frac{\partial \phi}{\partial y}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}, & \frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} &= i\alpha^3 \phi(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \\
\frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} &= \frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}, & \frac{\partial^2 v'}{\partial y^2} &= -i\alpha \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}
\end{aligned}$$

Par substitution des expressions des dérivées dans les équations 2.20–2.22, les relations suivantes sont déduites :

$$e^{i(\alpha x - \omega t)} \left[i\alpha \frac{\partial \phi}{\partial y} - i\alpha \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = 0 \quad (2.30)$$

$$-\rho e^{i(\alpha x - \omega t)} \left[-i\omega \frac{\partial \phi}{\partial y} + i\alpha U_0 \frac{\partial \phi}{\partial y} - i\alpha \phi \frac{\partial U_0}{\partial y} - \nu \left(-\alpha^2 \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi^3}{\partial y^3} \right) \right] = \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (2.31)$$

$$-\rho e^{i(\alpha x - \omega t)} \left[-\alpha \omega \phi + U_0 \alpha^2 \phi - \nu \left(i\alpha^3 \phi - i\alpha \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \right] = \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (2.32)$$

Après élimination des termes de la fluctuation de pression :

$$\begin{aligned}
\frac{1}{-\rho e^{i(\alpha x - \omega t)}} \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial y} &= -i\omega \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + i\alpha \frac{\partial U_0}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + i\alpha U_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - i\alpha \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial U_0}{\partial y} - \\
&\quad - i\alpha \phi \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} + \nu \left(\alpha^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{\partial \phi^4}{\partial y^4} \right) \quad (2.33)
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{-i\alpha \rho e^{i(\alpha x - \omega t)}} \frac{\partial^2 p'}{\partial x \partial y} = -\alpha \omega \phi + U_0 \alpha^2 \phi + \nu \left(-i\alpha^3 \phi + i\alpha \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) \quad (2.34)$$

La combinaison des équations (2.33–2.34) se traduit par :

$$-i\omega \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + i\alpha U_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - i\alpha \phi \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} + \nu \left(2\alpha^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{\partial \phi^4}{\partial y^4} - \alpha^4 \phi \right) + i\alpha^2 \omega \phi - iU_0 \alpha^3 \phi = 0 \quad (2.35)$$

Enfin, la simplification de l'équation ci-dessus conduit à une équation différentielle linéaire d'ordre 4, connue sous le nom « d'équation d'Orr-Sommerfeld » :

$$\left(U_0 - \frac{\omega}{\alpha}\right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \alpha^2 \phi\right) - \phi \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} + \frac{i\nu}{\alpha} \left(\frac{\partial \phi^4}{\partial y^4} - i\alpha^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \alpha^4 \phi\right) = 0 \quad (2.36)$$

Adimensionalisation de l'équation d'Orr-Sommerfeld

L'équation de Orr-Sommerfeld (2.36) est adimensionalisée en utilisant les paramètres suivants,

$$U = \frac{U_0}{u_\infty}, \quad \zeta = \frac{y}{\delta^*}, \quad \varphi = \frac{\phi}{u_\infty \delta^*}, \quad c = \frac{c_0}{u_\infty}, \quad \alpha = \alpha \delta^*, \quad Re^* = \frac{u_\infty \delta^*}{\nu} \quad (2.37)$$

Avec $c_0 = \frac{\omega}{\alpha}$. et δ^* l'épaisseur de déplacement de la couche limite

En substituant les grandeurs (2.37) dans l'équation (2.36) on obtient :

$$\begin{aligned} (U u_\infty - c u_\infty) \left(\frac{1}{\delta^{*2}} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} (\varphi u_\infty \delta^*) - \left(\frac{\alpha}{\delta^*} \right)^2 (\varphi u_\infty \delta^*) \right) - \frac{\varphi u_\infty \delta^*}{\delta^{*2}} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} (U u_\infty) + \\ + \frac{i\nu \delta^*}{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^4} \frac{\partial^4}{\partial \zeta^4} (\varphi u_\infty \delta^*) - \frac{2\alpha^2}{\delta^{*4}} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} (\varphi u_\infty \delta^*) + \frac{\alpha^4}{\delta^{*4}} (\varphi u_\infty \delta^*) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

Cette équation peut être simplifiée sous la forme :

$$\begin{aligned} u_\infty (U - c) \left(\frac{u_\infty}{\delta^*} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} - \frac{\alpha^2 u_\infty}{\delta^*} \varphi \right) - \frac{u_\infty^2}{\delta^*} \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} \varphi + \\ + \frac{i\nu \delta^*}{\alpha} \left(\frac{u_\infty}{\delta^{*3}} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \zeta^4} - \frac{2\alpha^2 u_\infty}{\delta^{*3}} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} + \frac{\alpha^4 u_\infty}{\delta^{*3}} \varphi \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

En multipliant cette expression par $\frac{\delta^*}{u_\infty^2}$ on trouve l'équation adimensionnelle d'Orr-Sommerfeld :

$$(U - c) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} - \alpha \varphi \right) - \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} \varphi + \frac{i}{\alpha Re^*} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial \zeta^4} - 2\alpha^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} + \alpha^4 \varphi \right) = 0 \quad (2.40)$$

Ou sous la forme :

$$(U - c) (\varphi'' - \alpha \varphi) - U'' \varphi + \frac{i}{\alpha Re^*} (\varphi'''' - 2\alpha^2 \varphi'' + \alpha^4 \varphi) = 0 \quad (2.41)$$

Où le symbole « ' » dénote la dérivation par rapport à ζ .

Les conditions aux limites associées à l'équation 2.41 sont :

$$\varphi = \varphi' = 0 \quad \text{à} \quad \zeta = 0 \quad (2.42)$$

$$\varphi = \varphi' = 0 \quad \text{à} \quad \zeta \rightarrow \infty \quad (2.43)$$

L'équation 2.41 et les conditions aux limites 2.42–2.43 ramènent l'analyse linéaire à un problème aux valeurs et vecteurs propres. Ce système ne présente alors de solution que si α , c et Re^* satisfont une relation de dispersion de la forme :

$$D[\alpha, c, Re^*] = 0 \quad (2.44)$$

La relation de dispersion 2.44 peut être considérée de deux manières différentes par :

- *Une étude spatiale* $\alpha(c, Re^*)$: où les nombres d'onde complexes $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ sont calculés pour une fréquence c réelle (perturbation harmonique en temps).
- *Une étude temporelle* $c(\alpha, Re^*)$: où la fréquence complexe $c = c_r + ic_i$ est déterminée en fonction du nombre d'onde α réel (perturbation périodique spatialement).

Où c_r représente la vitesse de déplacement de l'onde et c_i la vitesse d'amplification.

Dans notre cas, c'est la stabilité temporelle de l'écoulement qui est étudiée. Cela signifie qu'au cours du temps, la structure spatiale de l'onde ne sera pas modifiée et que son amplitude augmentera ou diminuera exponentiellement selon le signe de c_i . Par définition, une perturbation est stable lorsque son amplitude décroît en fonction du temps, donc lorsque $c_i < 0$. De même, une perturbation sera dite instable lorsque son amplitude croît au cours du temps, c'est-à-dire lorsque $c_i > 0$. Enfin, une perturbation est neutre lorsque son amplitude reste inchangée au cours du temps, donc lorsque $c_i = 0$. L'étude de stabilité consiste donc à déterminer pour une perturbation correspondant à un nombre d'onde α donné, les valeurs de c vérifiant la relation de dispersion 2.44.

2.4 Procédure de résolution numérique

2.4.1 Vitesse de l'écoulement de base

On remarque bien que pour résoudre l'équation d'Orr–Sommerfeld 2.41 il faut d'abord résoudre l'équation de mouvement 2.11 pour trouver la vitesse adimensionnel U de l'écoulement de base. Pour cela, la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 est utilisée. L'application de cette méthode nécessite le changement de variables suivant :

$$F = F, \quad F_1 = F', \quad F_2 = F'' \quad (2.45)$$

Ce qui donne, le système d'équations :

$$\frac{\partial F}{\partial \eta} = F_1 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \eta} = F_2 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \eta} = -\frac{1}{2} F F_2 \quad (2.48)$$

sous les conditions aux limites appropriées suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} F(\eta = 0) = F_w = -\frac{1}{(u_e \nu x)^{\frac{1}{2}}} \int_0^x v_w dx \\ F_1(\eta = 0) = 0 \\ F_2(\eta = 0) = F_{2,w} \end{array} \right. \quad (2.49)$$

La troisième condition est inconnue, ainsi lors de la résolution la valeur de $F_{2,w}$ sera ajustée jusqu'à la satisfaction de la condition physique $F_1(\eta = \eta_e) = 1$.

La vitesse adimensionnelle de l'écoulement de base est définie selon la transformation de coordonnées (§ 2.4.2) en fonction de la nouvelle variable par :

$$U(\zeta) = U\left(\frac{\eta}{\delta^*}\right) = F'\left(\frac{\eta}{\delta^*}\right) \quad (2.50)$$

$$U''(\zeta) = \frac{1}{\delta^{*2}} U''\left(\frac{\eta}{\delta^*}\right) = \frac{1}{\delta^{*2}} F'''\left(\frac{\eta}{\delta^*}\right) \quad (2.51)$$

Le profil de vitesse de l'écoulement de base est calculé numériquement par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Ce calcul est effectué sur une grille de calcul fine : 400 points uniformément répartis sur le domaine $0 < y < 10 \delta^*$. Pour le reste du domaine la vitesse est considérée uniforme.

Le calcul de stabilité s'effectue sur une grille différente de celle du calcul de l'écoulement de base. Il faut donc interpoler les valeurs depuis la grille de l'écoulement de base dans la grille de stabilité. Ainsi une interpolation à base de polynômes de Chebychev est implantée.

2.4.2 Résolution de l'équation de stabilité par la méthode spectrale

Les méthodes spectrales sont d'excellents outils de résolution numérique des équations différentielles ordinaires et aux dérivées partielles compte tenu de leur remarquable précision. Elles consistent en un développement des variables dépendantes sur un ensemble de fonctions orthogonales.

Dans le présent travail, la méthode spectrale de collocation de Chebychev est appliquée pour la résolution numérique de l'équation de la stabilité linéaire pour le cas de l'écoulement stationnaire d'un fluide visqueux sur une paroi plane horizontale. Une discussion détaillée des propriétés des méthodes spectrales et leurs applications est fournie par [Hussaini et al. \(1987\)](#); [Canuto et al. \(1988, 2007\)](#); [Peyret \(2002\)](#); [Labrosse \(2011\)](#).

Polynômes de Chebychev

Les polynômes de Tchebychev constituent un outil important dans le domaine de l'interpolation, nommés ainsi en l'honneur du mathématicien russe Pafnouti Lvovitch Tchebychev. Les polynômes de Chebyshev sont utilisés car ils fournissent une bonne résolution dans les régions

de hauts gradients, notamment près des bords (Gottlieb et Orszag, 1977). Les propriétés des polynômes de Chebyshev avec des grilles de collocation sont données par Gottlieb et al. (1984). On appelle polynôme de Chebychev de degré $k(k \in N)$, l'application définie comme suit :

$$T_k(z) = \cos \left(k \cos^{-1} z \right); \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (2.52)$$

Les dix premiers polynômes de Chebychev sont données par :

$$T_0(z) = 1$$

$$T_1(z) = z$$

$$T_2(z) = 2z^2 - 1$$

$$T_3(z) = 4z^3 - z$$

$$T_4(z) = 8z^4 - 8z^2 + 1$$

$$T_5(z) = 16z^5 - 20z^3 + 5z$$

$$T_6(z) = 32z^6 - 48z^4 + 18z^2 - 1$$

$$T_7(z) = 64z^7 - 112z^5 + 56z^3 - 7z$$

$$T_8(z) = 128z^8 - 256z^6 + 160z^4 - 32z^2 + 1$$

$$T_9(z) = 256z^9 - 576z^7 + 432z^5 - 120z^3 + 9z$$

$$T_{10}(z) = 512z^{10} - 1280z^8 + 1120z^6 - 400z^4 + 50z^2 - 1$$

Les cinq premiers polynômes de Chebyshev sont représentés sur la la figure 2.2.

Points de collocation

Dans la méthode spectrale présentée, le problème est discrétisé par “collocation” en des points obtenus à partir des points de Gauss-Lobatto . Ces points correspondent aux racines des polynômes de Chebyshev et sont définis par :

$$z_j = \cos \left(\frac{\pi j}{N} \right) \quad \text{pour} \quad j = 0, 1, \dots, N \quad (2.53)$$

- Ces points sont irrégulièrement répartis sur l'intervalle $[-1; 1]$ et d'autant plus resserrés qu'ils se trouvent proche des bornes de celui-ci.
- Les deux bornes de l'intervalle, $z_0 = -1$ et $z_N = 1$ font partie du jeu de points de collocation.
- Ces points sont symétriquement répartis autour de 0.

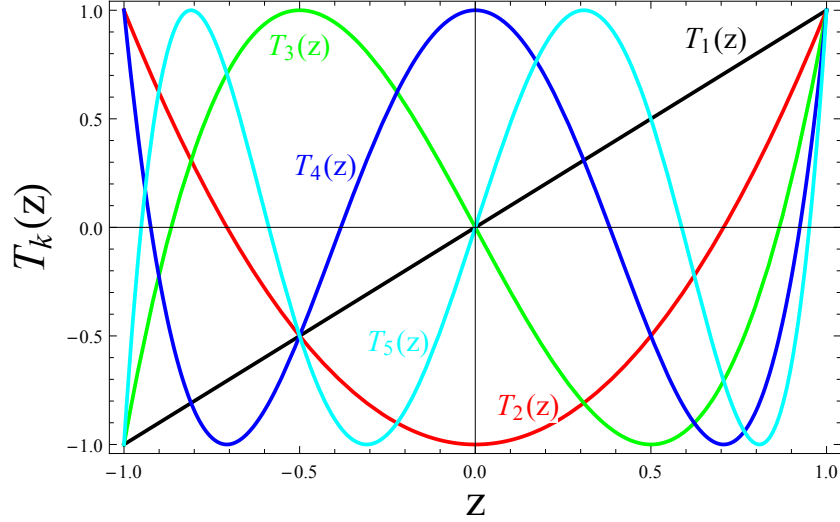


FIGURE 2.2 – Représentation graphique des cinq premiers polynômes de Chebyshev

Dérivation spectrale

La quantité physique $\varphi(z)$ est approchée par interpolation polynomiale en termes des points de collocation en utilisant la série de Chebyshev :

$$\varphi(z) = \sum_{k=0}^N a_k T_k(z) \quad (2.54)$$

Cette expression peut être exprimée sous la forme :

$$\varphi(z) = \sum_{k=0}^N C_k(z) \varphi(z_k) \quad (2.55)$$

Les coefficients d'expansion C_k sont évalués par :

$$C_k(z) = \frac{2}{N b_k} \sum_{m=0}^N \frac{1}{b_m} T_m(z_k) T_m(z) \quad (2.56)$$

Avec

$$\begin{cases} b_k = 1 & (k = 1, 2, \dots, N-1) \\ b_0 = b_N = 2 \end{cases} \quad (2.57)$$

Les $n^{\text{ièmes}}$ dérivées de $\varphi(z)$ sont exprimées par :

$$\varphi^{(n)}(z) = \sum_{k=0}^N C_k^{(n)}(z) \varphi(z_k) \quad (2.58)$$

Où n est l'ordre de dérivation.

Au niveau des points de collocation ces dérivées peuvent s'écrire :

$$\varphi^{(n)}(z_j) = \sum_{k=0}^N C_k^{(n)}(z_j) \varphi(z_k) \quad (2.59)$$

La première dérivée aux points de collocation satisfait :

$$C_k^{(1)}(z_j) = d_{jk} \quad (2.60)$$

Où d_{jk} sont les éléments de la matrice de dérivation première de Chebyshev (D) associés aux points de collocation définis par (Boyd, 2001; Canuto et al., 1988) :

$$D = \begin{cases} d_{00} = -\frac{2N^2 + 1}{6} \\ d_{NN} = -d_{00} \\ d_{kj} = \frac{b_k (-1)^{k+j}}{b_j} \frac{z_k - z_j}{z_j} \quad (k \neq j) \\ d_{jj} = -\frac{z_j}{2(1 - z_j^2)} \end{cases} \quad (2.61)$$

La première dérivée de la fonction $\varphi(z_j)$ peut être exprimée comme suit :

$$\varphi'(z_j) = \varphi^{(1)}(z_j) = \sum_{k=0}^N d_{jk} \varphi(z_k) \quad (2.62)$$

La relation ci-dessus peut s'écrire sous la forme d'un produit matrice vecteur :

$$\hat{\varphi}^{(1)} = D \hat{\varphi} \quad (2.63)$$

avec :

$$\begin{cases} \hat{\varphi}^{(1)} = (\varphi^{(1)}(z_0), \dots, \varphi^{(1)}(z_N))^T \\ \hat{\varphi} = (\varphi(z_0), \dots, \varphi(z_N))^T \end{cases}$$

La deuxième dérivée de la fonction $\varphi(z_j)$ peut être exprimée par :

$$\varphi''(z_j) = \varphi^{(2)}(z_j) = \sum_{k=0}^N C_k^{(2)}(z_j) \varphi(z_k) \quad (2.64)$$

Cette relation peut s'écrire sous la forme d'un produit matrice vecteur :

$$\hat{\varphi}^{(2)} = D^{(2)} \hat{\varphi} \quad (2.65)$$

avec :

$$\hat{\varphi}^{(2)} = (\varphi^{(2)}(z_0), \dots, \varphi^{(2)}(z_N))^T$$

la dérivée seconde $D^{(2)}$, peut être exprimée par (Peyret, 2002) :

$$D^{(2)} = D \times D = (D^{(1)})^2$$

La généralisation de cette règle de dérivation se traduit par :

$$D^{(n)} = (D^{(1)})^n \quad (2.66)$$

Ainsi toutes les dérivées de φ seront connues une fois que la matrice $D^{(1)}$ est calculée.

Transformation de coordonnées

Puisque l'équation de la fonction d'interpolation spectrale ($T_k(z)$) est définie sur $[-1, 1]$ et que le problème physique d'intérêt est un domaine semi-infini $[0, y_\infty]$, une transformation algébrique est utilisée. Les études des méthodes spectrales et des transformations de coordonnées de régions non bornées ont été menées par [Boyd \(2001\)](#) et [Grosch et Orszag \(1977\)](#). Ces travaux préconisent entres autres une transformation algébrique transformant le domaine semi-infini :

$$\zeta = L \frac{(1+z)}{(1-z)} \quad (2.67)$$

Cette transformation étant singulière pour $z \rightarrow 1$, au lieu de (2.67), la transformation algébrique proposée par [Motsa et al. \(2011\)](#) est utilisée :

$$\zeta = y_\infty \frac{1+z}{2} \quad (2.68)$$

Par conséquent :

$$\begin{cases} \zeta = 0 & \text{pour } z = -1 \\ \zeta = y_\infty & \text{pour } z = 1 \end{cases} \quad (2.69)$$

Et les dérivées de $\varphi(\zeta)$ sont alors évaluées par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{d\zeta} = \frac{\partial \varphi}{dz} \frac{\partial z}{d\zeta} = \frac{2}{y_\infty} \frac{\partial \varphi}{dz} \\ \varphi^{(1)}(\zeta_j) = \frac{2}{y_\infty} \varphi^{(1)}(z_j) \\ \varphi^{(n)}(\zeta_j) = \frac{2}{y_\infty} \varphi^{(n)}(z_j) \end{cases} \quad (2.70)$$

La nouvelle matrice de dérivation \hat{D} est défini par :

$$\hat{D} = \left(\frac{2}{y_\infty} \right) D \quad (2.71)$$

Les dérivées première et seconde de $\varphi(\zeta)$, exprimées aux points de collocation du domaine physique peuvent être représentées sous la forme :

$$\begin{cases} \hat{\varphi}^{(1)} = \hat{D} \hat{\varphi} \\ \hat{\varphi}^{(2)} = \hat{D}^{(2)} \hat{\varphi} \\ \hat{\varphi}^{(1)} = \left(\varphi^{(1)}(z_0), \dots, \varphi^{(1)}(z_N) \right)^T \\ \hat{\varphi}^{(2)} = \left(\varphi^{(2)}(z_0), \dots, \varphi^{(2)}(z_N) \right)^T \end{cases} \quad (2.72)$$

D'après cette transformation, l'équation de stabilité 2.41 peut être s'écrire sous la forme suivante :

$$\left[Re^{*-1} \left(\hat{D}^{(2)} - \alpha^2 I \right)^2 - i\alpha U \left(\hat{D}^{(2)} - \alpha^2 I \right) + i\alpha U'' I \right] \varphi = \left[-i\alpha \left(\hat{D}^{(2)} - \alpha^2 I \right) \right] \varphi \quad (2.73)$$

I est la matrice identité d'ordre $N \times N$.

L'expression 2.73 est une équation différentielle ordinaire homogène avec des conditions aux limites homogènes se présentant comme un problème aux valeurs propres, où c et $\varphi(\zeta)$ désignent respectivement la valeur propre et la fonction propre.

L'équation 2.73 peut être mise sous la forme matricielle suivante :

$$\hat{A}(\alpha, Re^*) \hat{\varphi} = c \hat{B}(\alpha, Re^*) \hat{\varphi} \quad (2.74)$$

Les matrices A et B dépendent de l'écoulement de base, du nombre d'onde α et du nombre de Reynolds Re^* . Elles sont définies par :

$$\begin{aligned} \hat{A} &= Re^{*-1} \left(\hat{D}^{(2)} - \alpha^2 I \right)^2 - i\alpha U \left(\hat{D}^{(2)} - \alpha^2 I \right) + i\alpha U'' I \\ \hat{B} &= -i\alpha \left(\hat{D}^{(2)} - \alpha^2 I \right) \end{aligned}$$

Le programme de calcul est mis en œuvre à l'aide de MATLAB et le nombre de points de discrétisation est fixé à $N = 120$.

2.5 Résultats et discussions

2.5.1 Validation

La méthode de collocation spectrale formulée ci-dessus est basée sur l'utilisation des polynômes de Chebyshev aux points de collocation de Gauss-Lobatto. Elle a été implémentée dans l'environnement MATLAB pour traiter le problème de stabilité linéaire considéré. La précision du calcul dépend principalement du nombre de discrétisations N . Le programme de calcul a été validé en comparant les résultats obtenus avec d'autres travaux de la littérature.

L'un des résultats importants de cette étude se visualise sous la forme de la courbe de stabilité marginale (courbe neutre) que l'on associe à un écoulement donné. Cette courbe représente l'ensemble des points du plan (Re^*, α) d'amplification nulle ($c_i = 0$). La figure 2.3 donne la courbe neutre associée à l'écoulement de couche limite sur une paroi imperméable ($F_w = 0$). Les résultats obtenus sont en bon accord avec la littérature et montrent que l'écoulement de base devient instable quand le nombre de Reynolds dépasse la valeur critique $Re_c^* = 519.4$.

Les paramètres critiques adimensionnés sont : $\alpha_c = 0.303$ pour un $Re_c^* = 519.4$. Ce mode instable est appelé mode de Tollmien-Schlichting (Schlichting et Gersten, 2000). L'onde correspondant est bidimensionnelle et se déplace vers l'aval à une faible vitesse.

Le tableau 2.1 présente une comparaison entre les valeurs propres obtenues correspondent au mode instable $c_i > 0$ à ceux d'autres études de la littérature pour le cas de : $Re^* = 580$ et $\alpha = 0.179$.

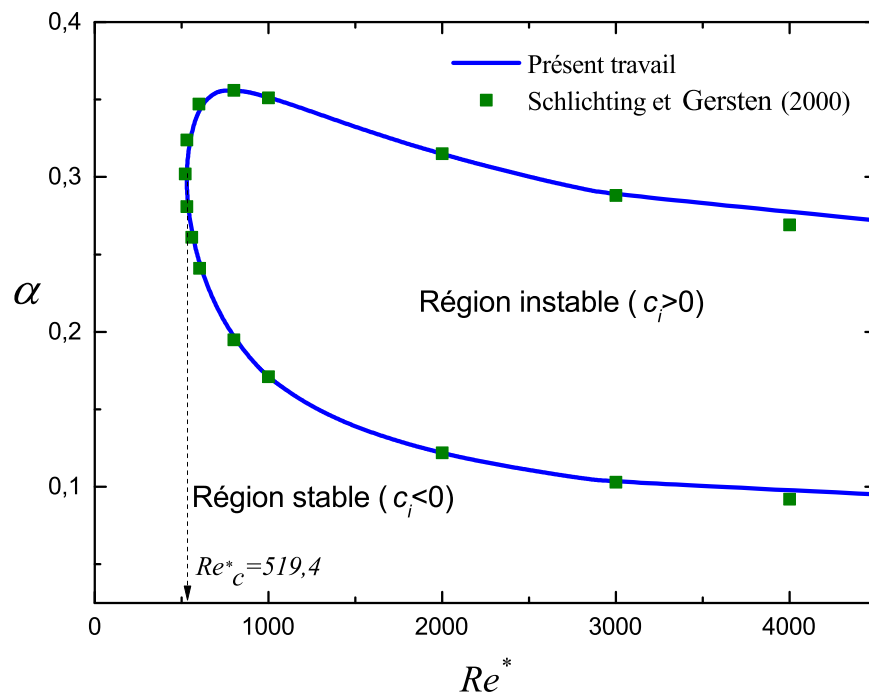
FIGURE 2.3 – Courbe neutre pour l'écoulement de couche limite sur une paroi imperméable $F_w = 0$

TABLEAU 2.1 – les valeurs propres correspondent à $c_i > 0$ pour un écoulement externe sur une paroi imperméable ($F_w = 0$),

y_∞	$N + 1$	présent travail	Zebib (1984)	Hatziavramidis et Ku (1985)	Ming-liang et al. (2007)
10	36	$0.368841 + 0.002535i$	$0.367590 + 0.006212i$	$0.369843 + 0.001365i$	–
	40	$0.368737 + 0.002614i$	$0.367591 + 0.006429i$	$0.369826 + 0.001400i$	–
20	36	$0.364471 + 0.007710i$	$0.364034 + 0.007920i$	$0.364520 + 0.007824i$	–
	40	$0.364552 + 0.007779i$	$0.364143 + 0.007959i$	$0.364372 + 0.007884i$	$0.36455 + 0.0077793i$

2.5.2 Profils de vitesse de l'écoulement de base

Les figures 2.4–2.5 illustrent les variations adimensionnelles de la vitesse de l'écoulement de base en fonction de la coordonnée adimensionnelle ξ , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. Les courbes correspondantes à la paroi imperméable sont représentées en ligne noire et sont considérées comme les points de référence dans la comparaison entre les effets de l'injection (en lignes bleues) et l'aspiration (en lignes rouges). On constate que les épaisseurs de la couche limite dynamique augmentent avec la vitesse d'injection (fonction de courant négative) et diminuent avec la vitesse d'aspiration (fonction de courant positive).

Les figures 2.6–2.7 présentent les dérivées secondes de la vitesse adimensionnelle de l'écoulement de base pour le cas d'injection et de l'aspiration. Ces figures jouent un rôle important dans l'étude de la stabilité hydrodynamique de l'écoulement. Elles montrent que les profils de vitesse n'ont pas de point d'inflexion pour le cas d'une paroi avec aspiration, par contre ces profils en présentent pour le cas d'une paroi avec injection.

2.5.3 Résultats de l'analyse de stabilité

Les courbes de stabilité sont représentées sous forme des contours dans le plan (Re^*, α) , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. La figure 2.8 correspond à une paroi imperméable avec $F_w = 0$, les figures 2.9–2.10 pour une paroi avec aspiration caractérisée par des valeurs positives de la fonction de courant ($F_w > 0$) et celles 2.11–2.12 pour une paroi avec injection caractérisée par $F_w < 0$. L'augmentation de l'intensité d'aspiration provoque un décalage des courbes de stabilité vers la droite c'est-à-dire vers les plus grandes valeurs du nombre de Reynolds ce qui rend l'écoulement plus stable (diminution de la zone d'instabilité). Par contre l'augmentation de l'intensité d'injection va élargir la zone d'instabilité et rend l'écoulement plus instable.

On remarque aussi que la forme des courbes de stabilité dépend beaucoup du profil de vitesse de l'écoulement de base. Dans le cas d'une paroi imperméable ou avec aspiration, les branches des courbes tendent vers zéro lorsque le nombre de Reynolds tend vers l'infini, c'est-à-dire que toutes les ondes deviennent stables. Au contraire pour les profils de vitesse avec un point d'inflexion (cas d'une paroi avec injection), il existe toujours une gamme de nombres d'ondes instables même pour un nombre de Reynolds infini.

Les figures 2.13–2.14 donnent les cartes de stabilité de l'écoulement. Chaque courbe de stabilité marginale de cette figure sépare la zone stable de la zone instable de l'écoulement, pour chaque couple du nombre de Reynolds critique Re_c^* et du nombre d'onde critique α_c .

L'écoulement retrouve sa stabilité, comme le montre la figure 2.13, en augmentant l'intensité

d'aspiration du fluide à travers la paroi. L'augmentation de la valeur de fonction de courant imposée F_w affecte les seuils de stabilité de cet écoulement en provoquant une augmentation du nombre de Reynolds critique Re_c^* . On remarque aussi qu'à grand nombre de Reynolds, la largeur de la bande instable diminue.

La figure 2.14 illustre l'effet d'injection sur la stabilité de l'écoulement. Elle montre qu'une augmentation de la fonction de courant imposée entraîne, en plus de la baisse du nombre de Reynolds critique, un élargissement de la zone d'instabilité pour une plus grande gamme du nombre d'onde. Donc l'écoulement devient de plus en plus instable.

La synthèse des calculs de stabilité pour un écoulement bidimensionnel de convection forcée sur une plaque plane avec des conditions pariétales d'injection ou aspiration soumise à des perturbations bidimensionnelles linéaires est présentée par les figures 2.15–2.16. Ces figures montrent que le nombre de Reynolds critique augmente avec l'augmentation de l'intensité d'aspiration ou avec la diminution de l'intensité d'injection.

Les figures 2.17–2.34 représentent les spectres des valeurs propres et les modules des fonctions propres pour les différents cas : paroi imperméable (figures 2.17–2.18), paroi avec aspiration (figures 2.19–2.26) et paroi avec injection (figures 2.27–2.34).

Dans tous les spectres des valeurs propres existe une branche des valeurs autour de $c_r \sim 1$ correspondant aux modes stables (valeurs négatives de c_i). Il existe aussi un mode isolé (mode instable) dont la valeur propre caractérise l'instabilité de Tollmien-Schlichting. Les modes instables pour différents valeurs de la fonction de courant imposée sont représentés dans le tableau 2.2.

TABLEAU 2.2 – Les modes instables pour différents valeurs de la fonction de courant imposée.

	F_w	Re^*	α	Mode instable
paroi avec aspiration	+0.2	8071	0.06	$0.3406394 + 0.0004712i$
	+0.4	12180	0.06	$0.2773512 + 0.0012687i$
	+0.6	18382	0.06	$0.2607756 + 0.0000865i$
	+0.8	35511	0.06	$0.2291222 + 0.0003862i$
paroi imperméable	0.0	580	0.179	$0.364552 + 0.0077791i$
paroi avec injection	-0.2	610	0.179	$0.3723625 + 0.0166485i$
	-0.4	378	0.179	$0.3945309 + 0.0295909i$
	-0.6	282	0.179	$0.4213418 + 0.0590931i$
	-0.8	234	0.179	$0.4459824 + 0.0960862i$

Les modules des fonctions propres correspondant à chaque mode instable sont aussi représentés. Dans ces courbes, le trait continu représente l'amplitude de la fluctuation de vitesse longitudinale et le trait discontinu l'amplitude de la fluctuation de la vitesse normale. Le maxi-

Le maximum de fluctuation de vitesse est localisé près de la paroi ce qui montre que l'écoulement se déstabilise d'abord dans la région de proche paroi. De plus, le maximum de fluctuation pour v correspond au minimum de fluctuation pour u . Également, dans toutes ces courbes, le module de la fluctuation de vitesse longitudinale s'annule, ce qui correspond en fait à un changement de phase (le changement de phase indique que l'amplitude change de signe autour d'un point).

Pour une paroi avec injection ou aspiration, l'allure générale des fonctions propres est peu différente de celle obtenue avec une paroi imperméable ($F_w = 0$). Les amplitudes des composantes longitudinale et normale augmentent avec l'injection et diminuent avec l'aspiration.

Pour une paroi avec injection, l'évolution de l'amplitude des perturbations de la vitesse longitudinale (figure 2.34) montre l'apparition progressive du troisième maximum. En effet, ce maximum repère la position du point d'inflexion observé sur le profil de la dérivée seconde de la vitesse.

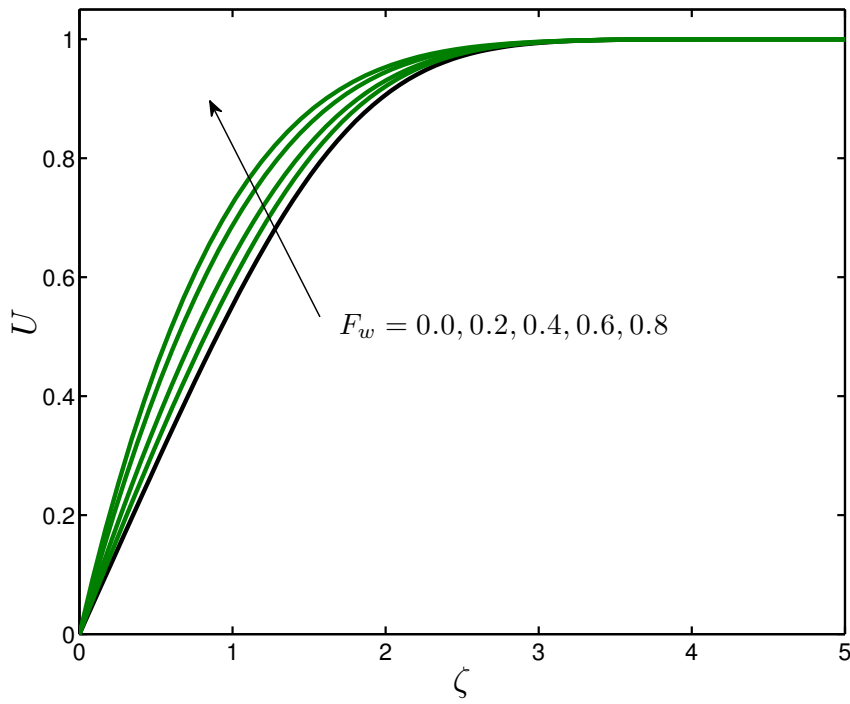


FIGURE 2.4 – Profil de vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec aspiration

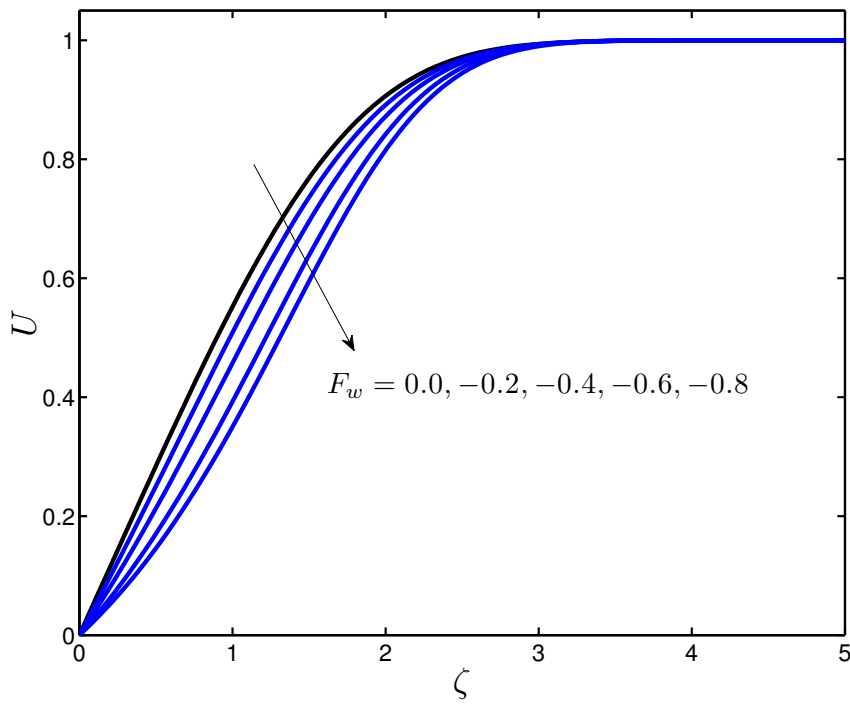


FIGURE 2.5 – Profil de vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec injection

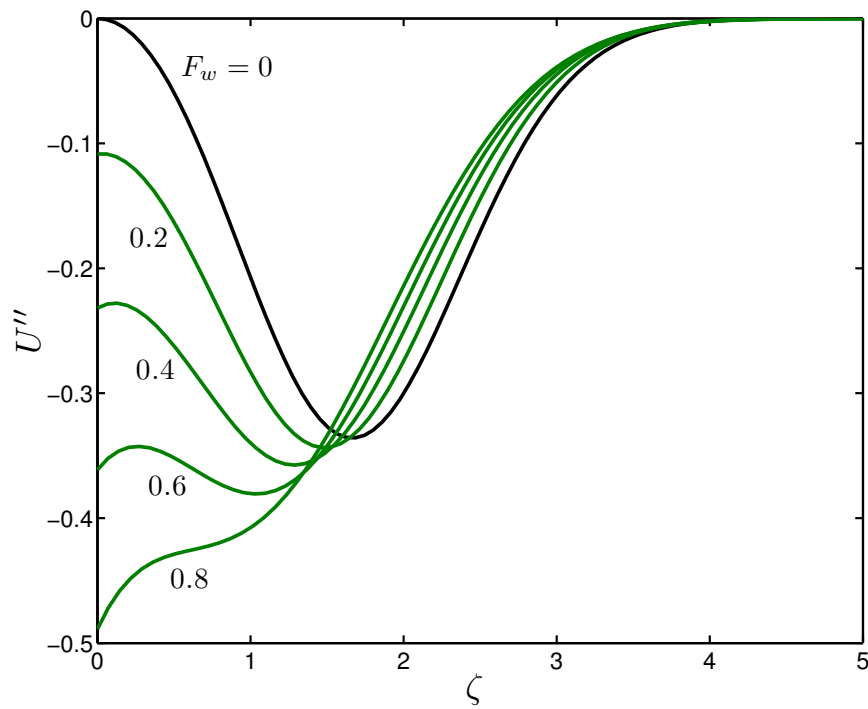


FIGURE 2.6 – La dérivée seconde de la vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec aspiration

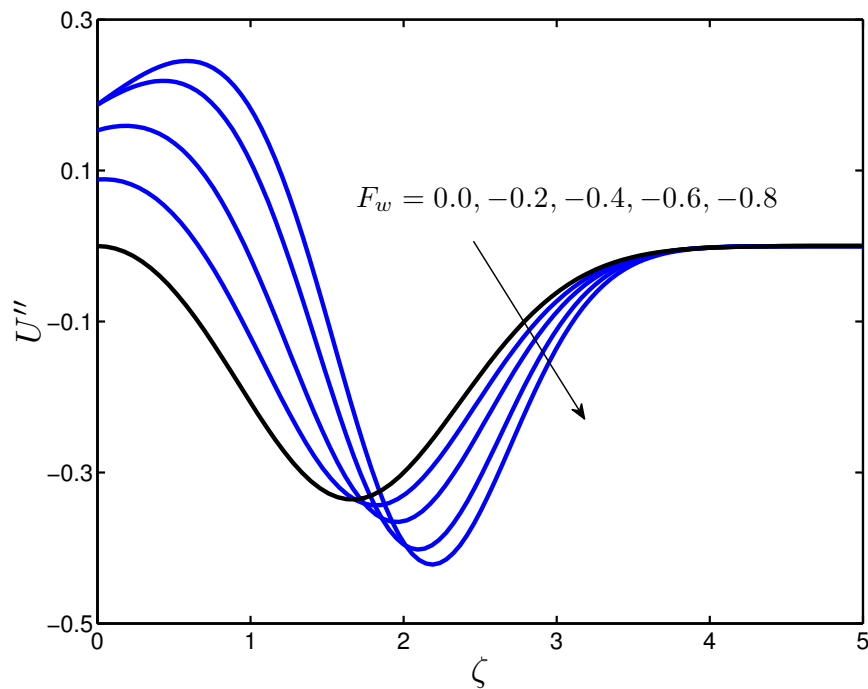
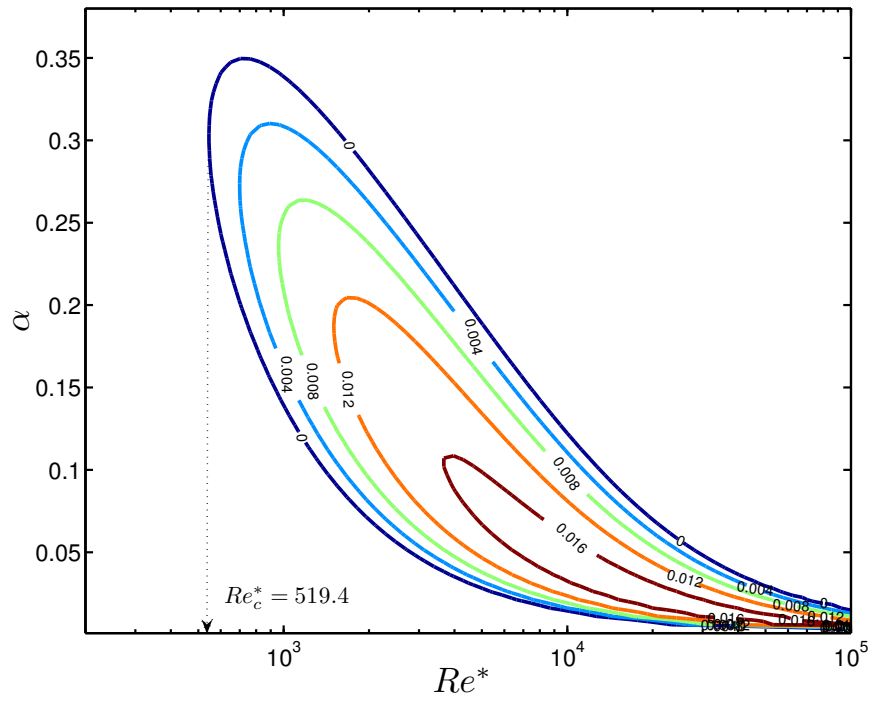


FIGURE 2.7 – La dérivée seconde de la vitesse adimensionnelle, pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec injection

FIGURE 2.8 – Diagramme de stabilité, cas d'une paroi imperméable $F_w = 0$

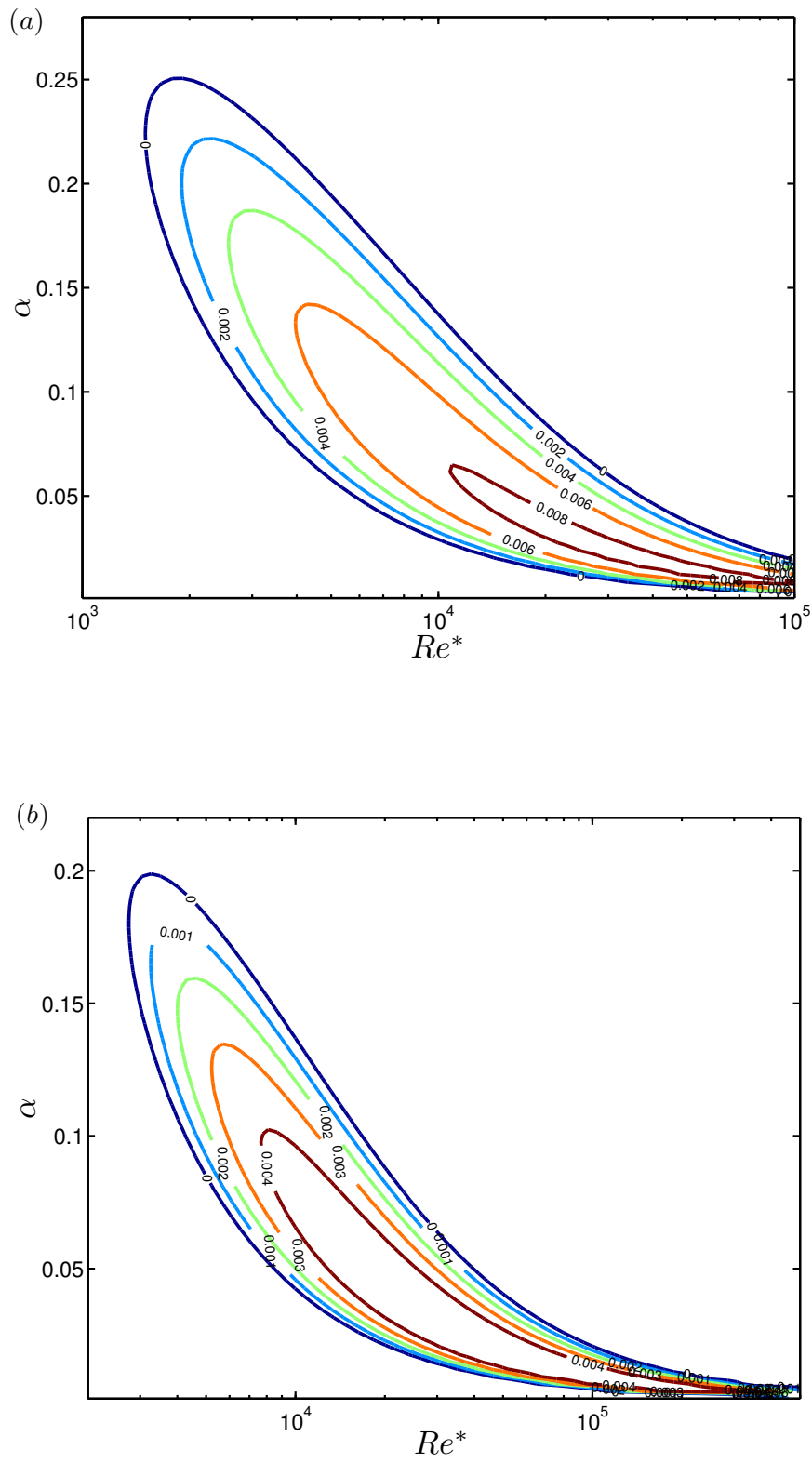


FIGURE 2.9 – Diagramme de stabilité pour une paroi avec aspiration.
 (a) : $F_w = 0.2$; (b) : $F_w = 0.4$

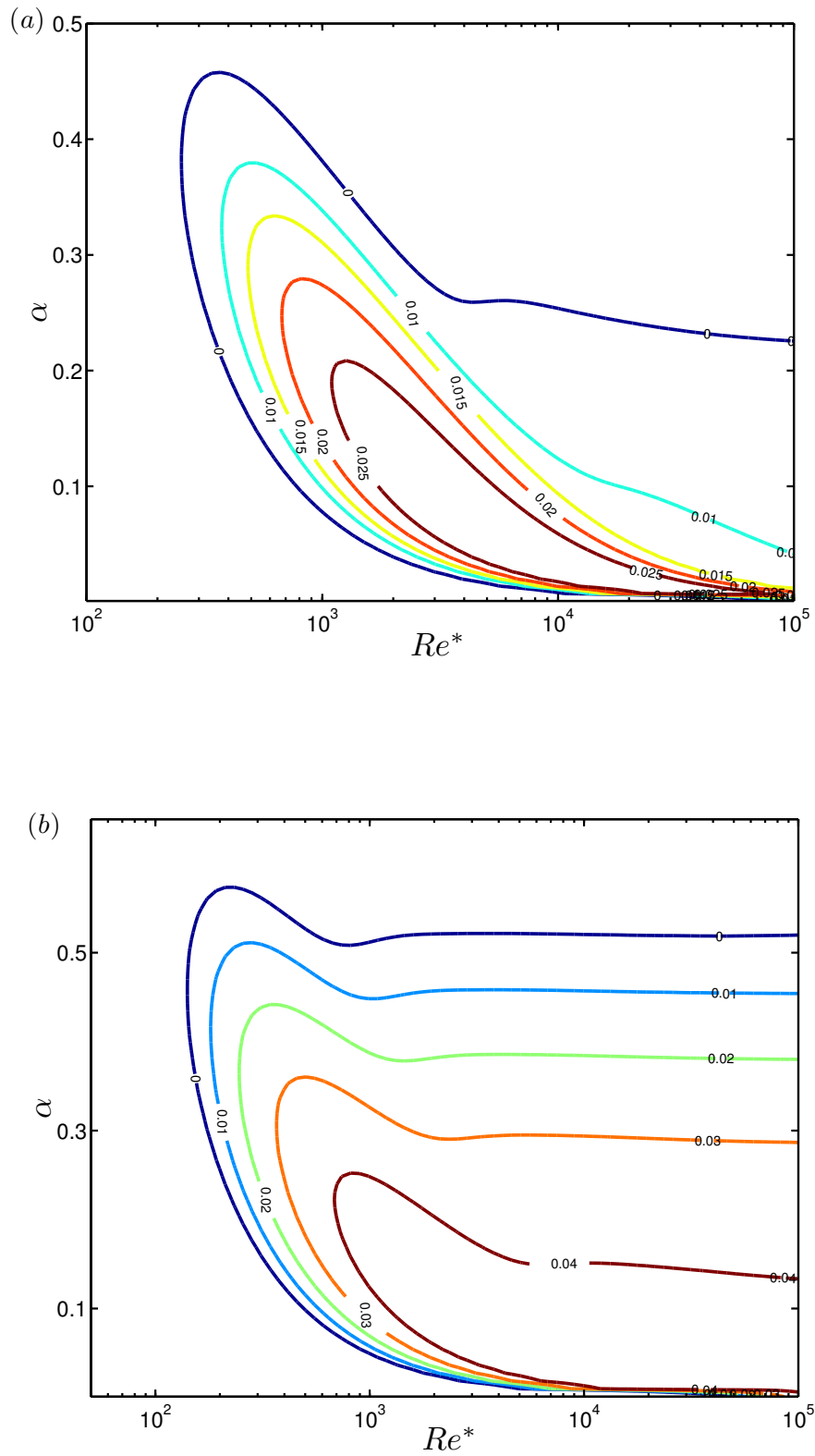


FIGURE 2.11 – Diagramme de stabilité pour une paroi avec injection
 (a) : $F_w = -0.2$; (b) : $F_w = -0.4$

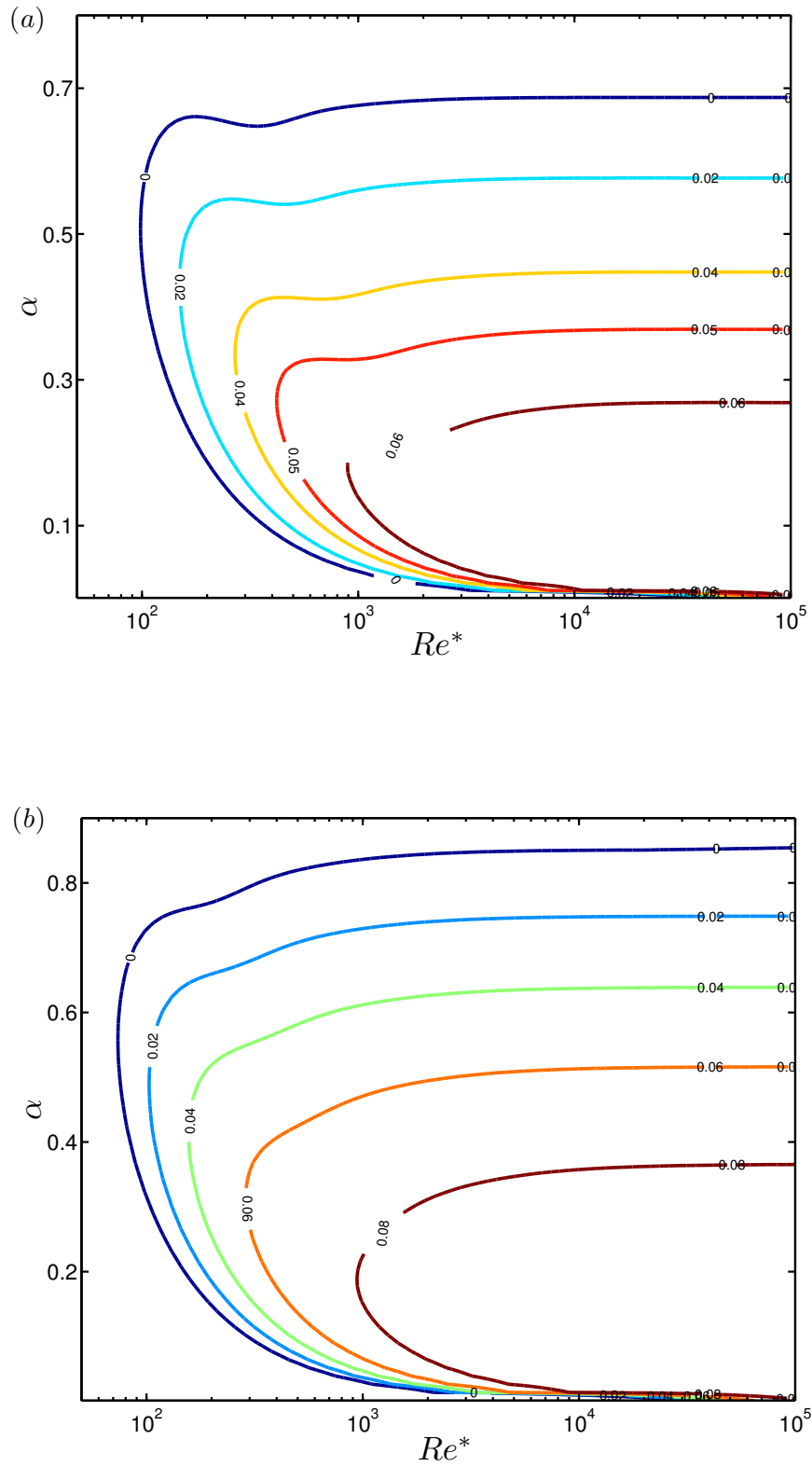


FIGURE 2.12 – Diagramme de stabilité pour une paroi avec injection.
 (a) : $F_w = -0.6$; (b) : $F_w = -0.8$

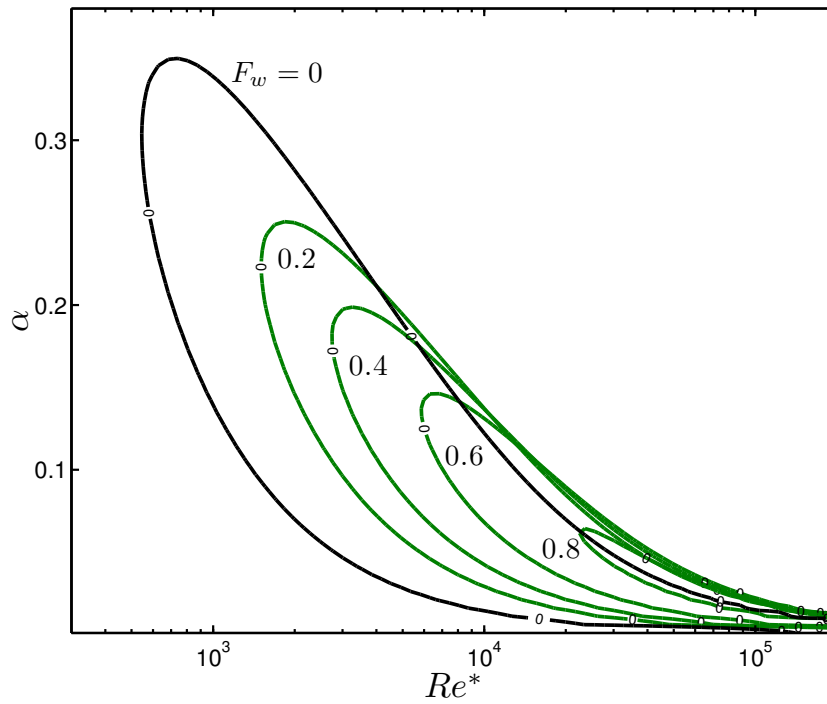


FIGURE 2.13 – Courbes neutres pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec aspiration

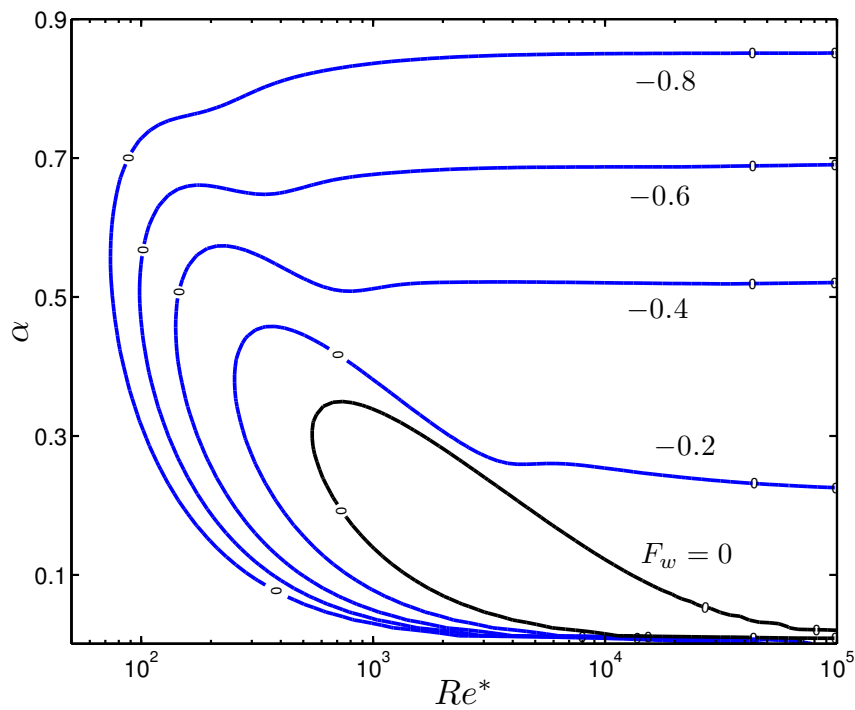


FIGURE 2.14 – Courbes neutres pour différentes valeurs de la fonction de courant, cas d'une paroi avec injection

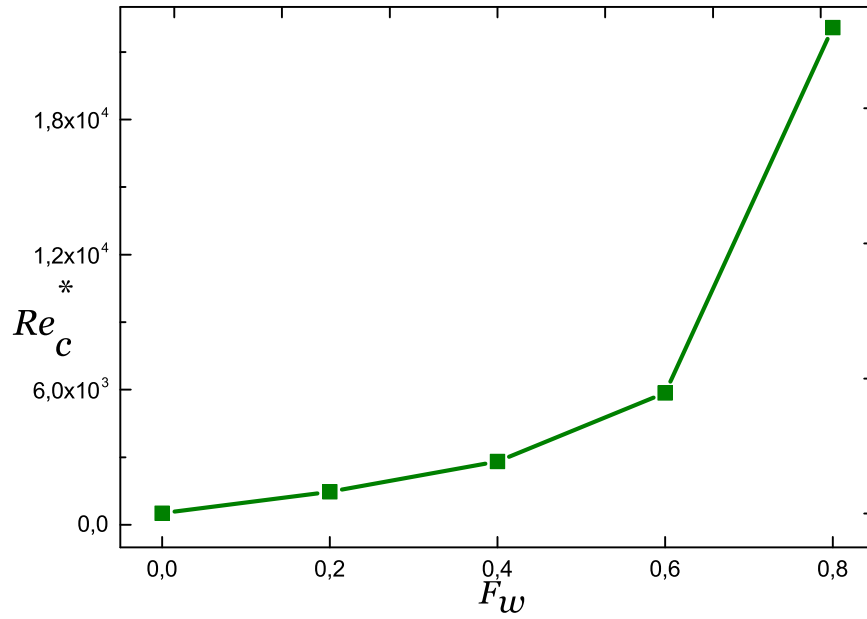


FIGURE 2.15 – Nombre de Reynolds critique pour différentes valeurs de la fonction courant, cas d'une paroi avec aspiration

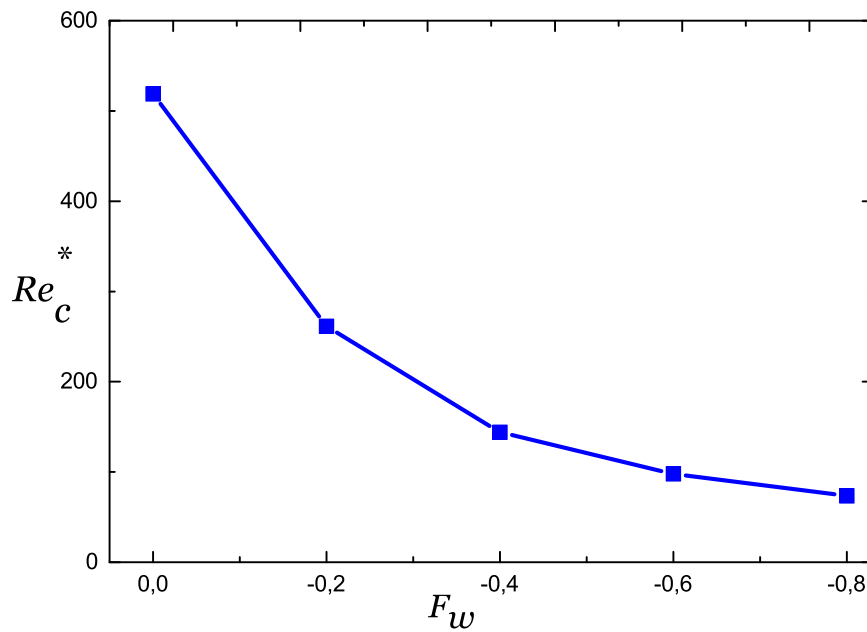


FIGURE 2.16 – Nombre de Reynolds critique pour différentes valeurs de la fonction courant, cas d'une paroi avec injection

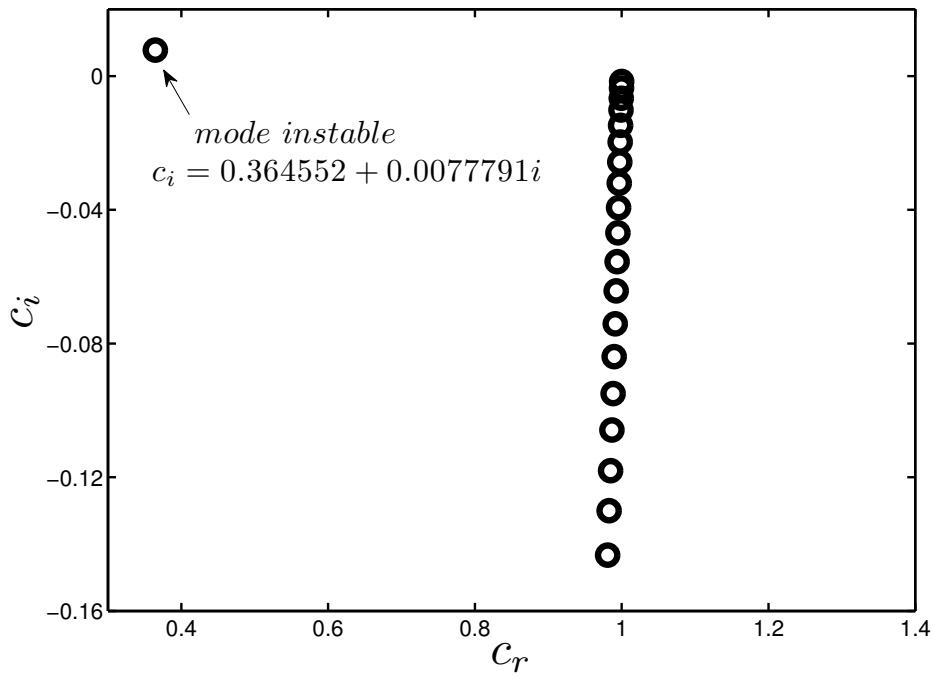


FIGURE 2.17 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi imperméable.
 $F_w = 0, Re^* = 580, \alpha = 0.179$

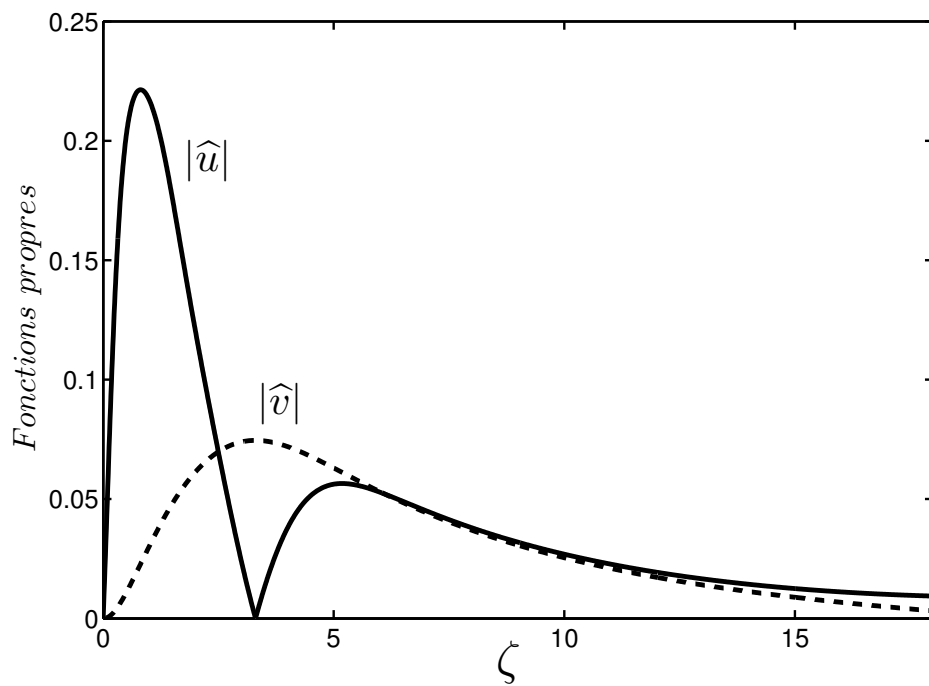


FIGURE 2.18 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi imperméable.
 $F_w = 0, Re^* = 580, \alpha = 0.179, c = 0.364552 + 0.0077791i$

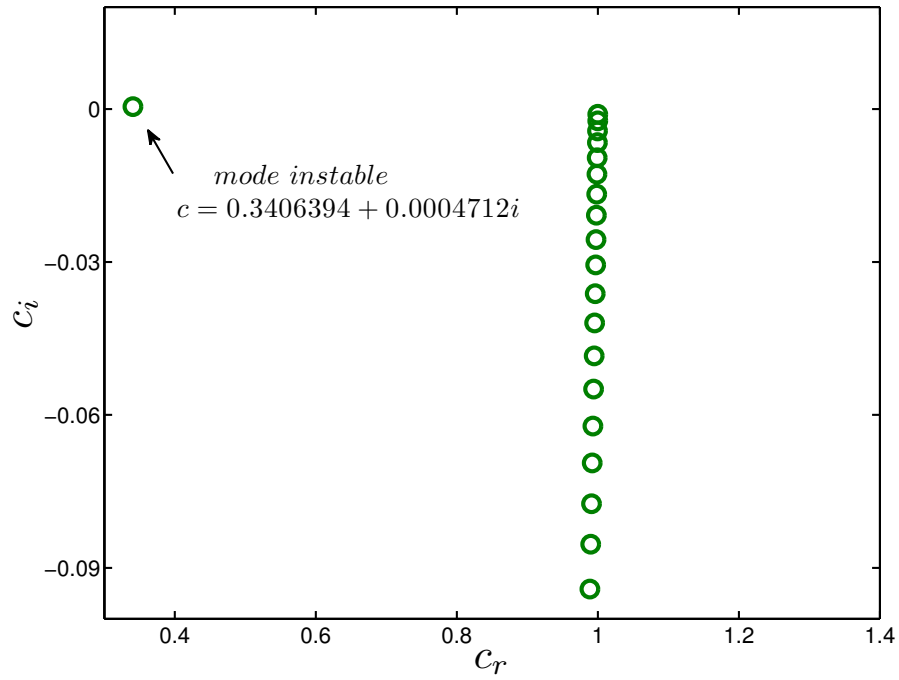


FIGURE 2.19 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.2$, $Re^* = 8071$, $\alpha = 0.06$,

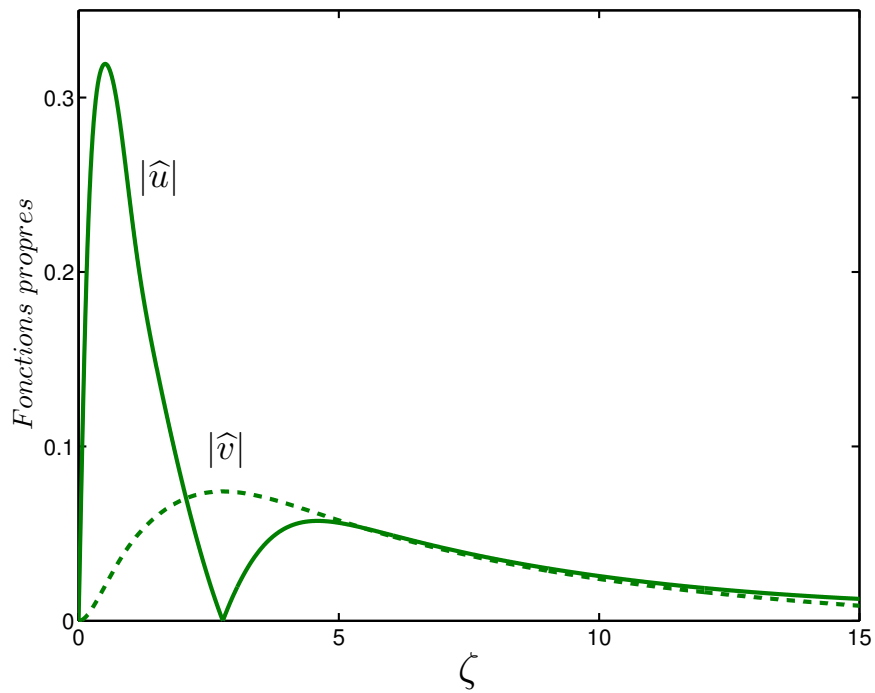


FIGURE 2.20 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.2$, $Re^* = 8071$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.3406394 + 0.0004712i$

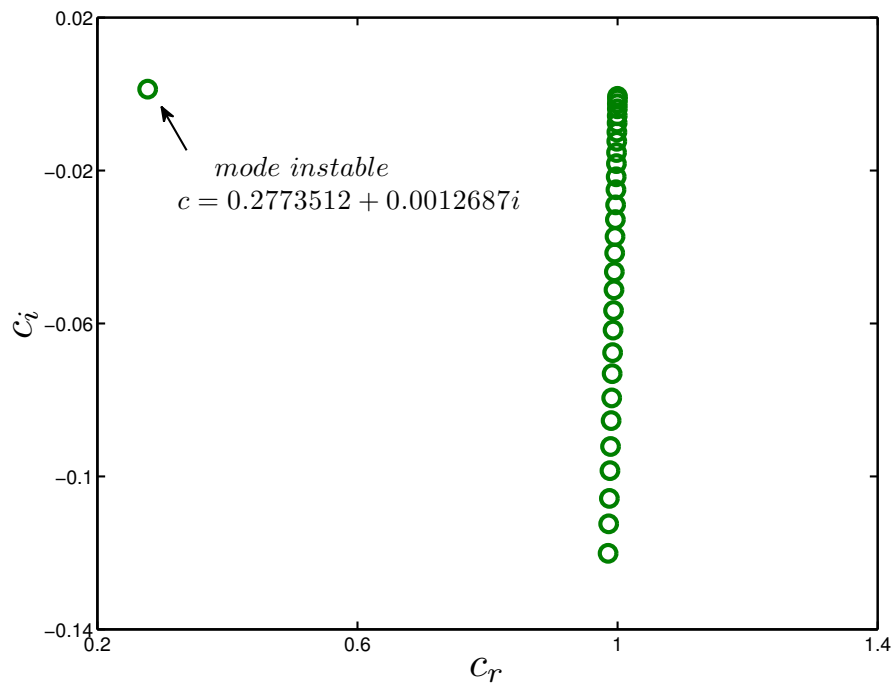


FIGURE 2.21 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.4$, $Re^* = 12180$, $\alpha = 0.06$.

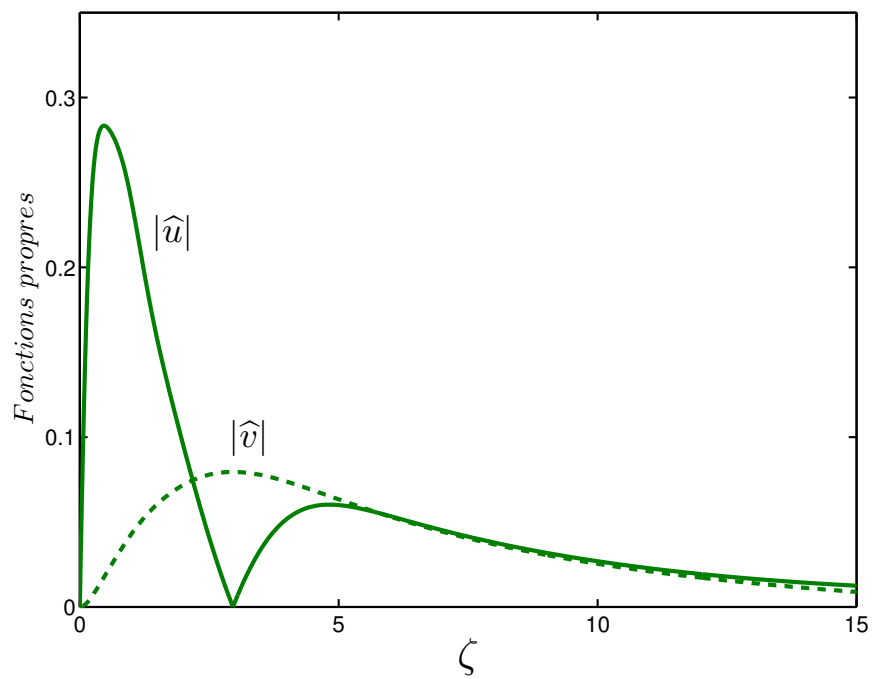


FIGURE 2.22 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.4$, $Re^* = 12180$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.2773512 + 0.0012687i$

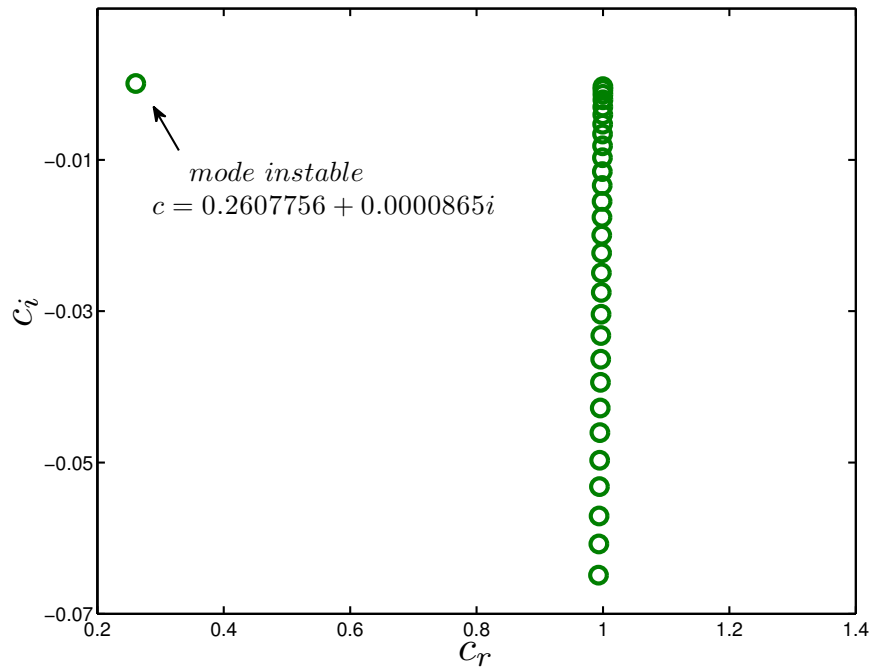


FIGURE 2.23 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.6$, $Re^* = 18382$, $\alpha = 0.06$.

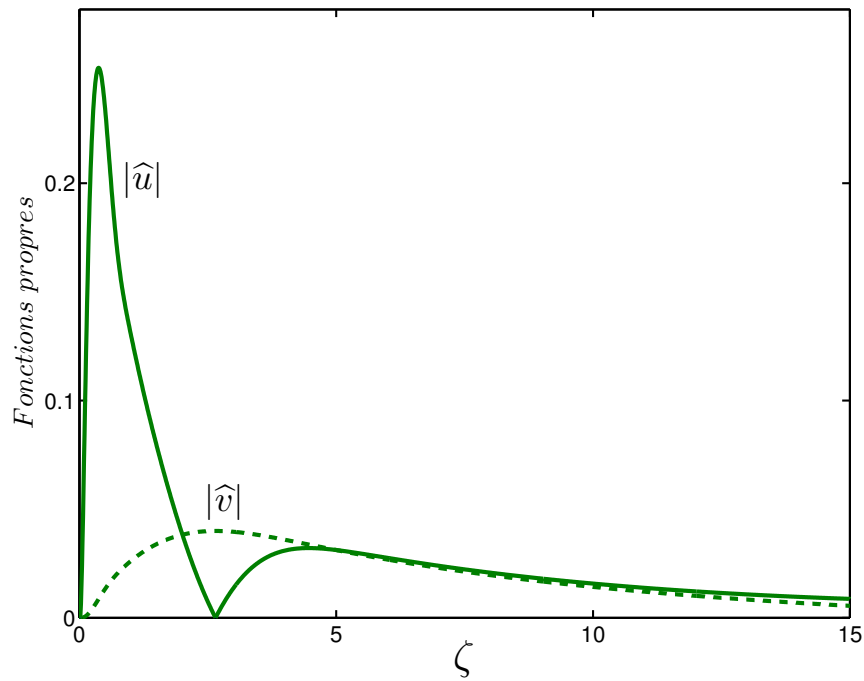


FIGURE 2.24 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.6$, $Re^* = 18382$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.2607756 + 0.0000865i$

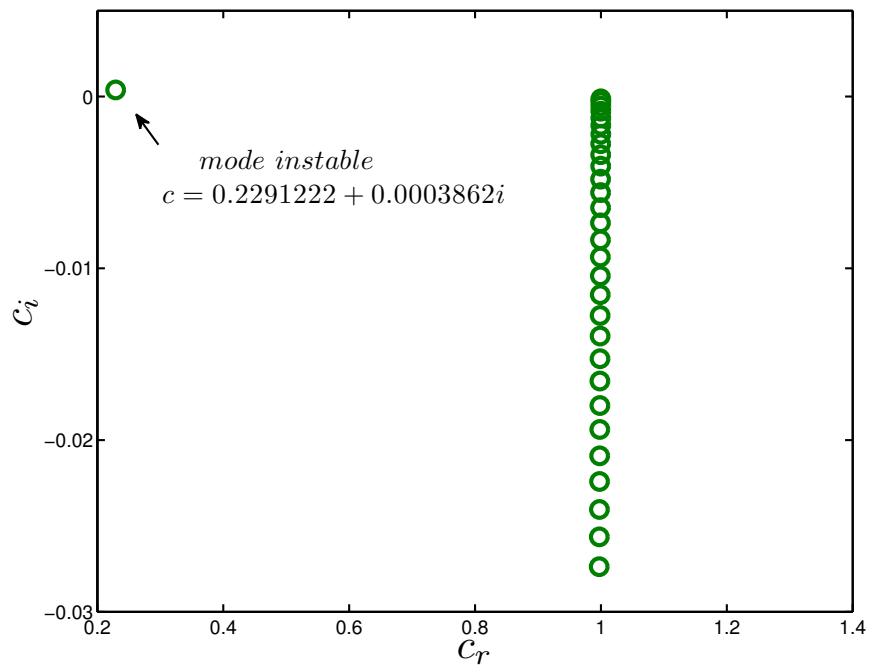


FIGURE 2.25 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.8$, $Re^* = 35511$, $\alpha = 0.06$.

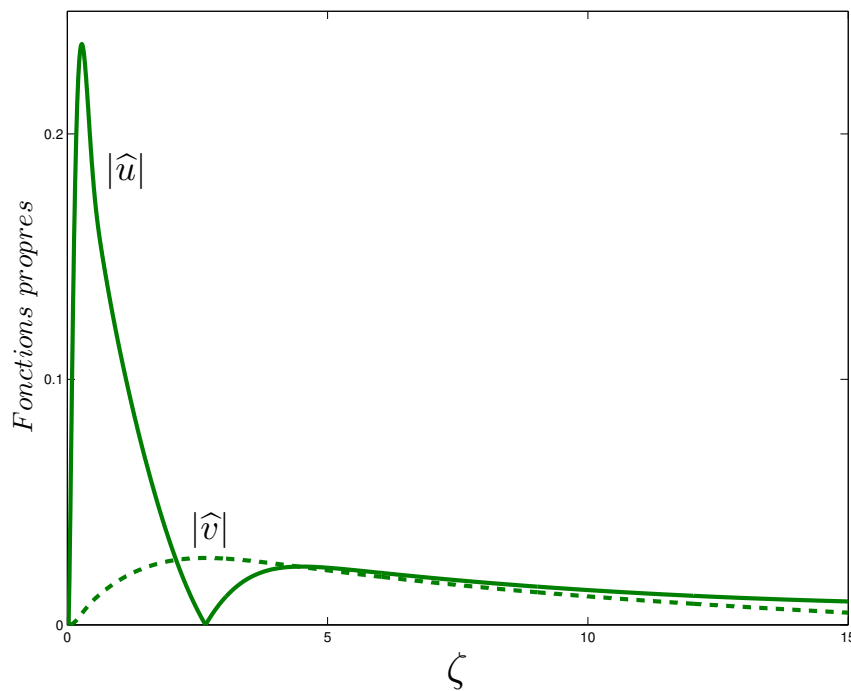


FIGURE 2.26 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec aspiration, $F_w = +0.8$, $Re^* = 35511$, $\alpha = 0.06$, $c = 0.2291222 + 0.0003862i$

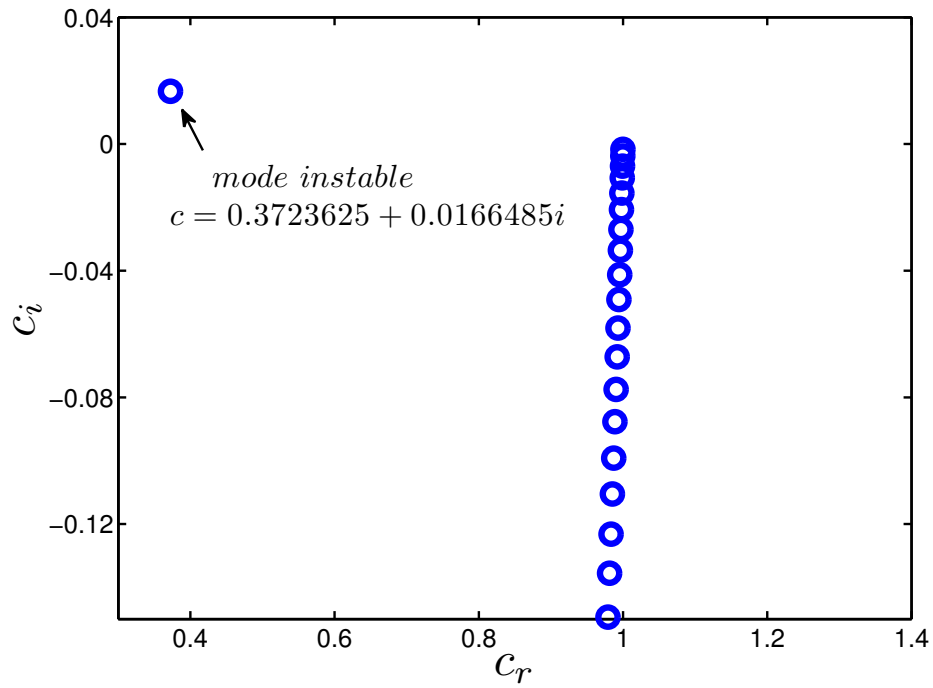


FIGURE 2.27 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.2$, $Re^* = 610$, $\alpha = 0.179$.

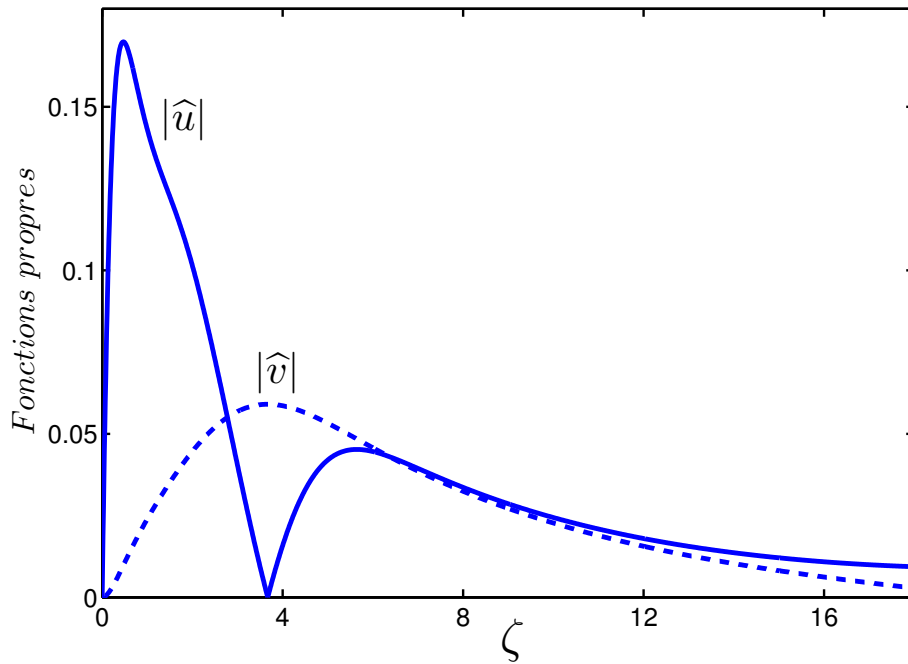


FIGURE 2.28 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.2$, $Re^* = 610$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.3723625 + 0.0166485i$

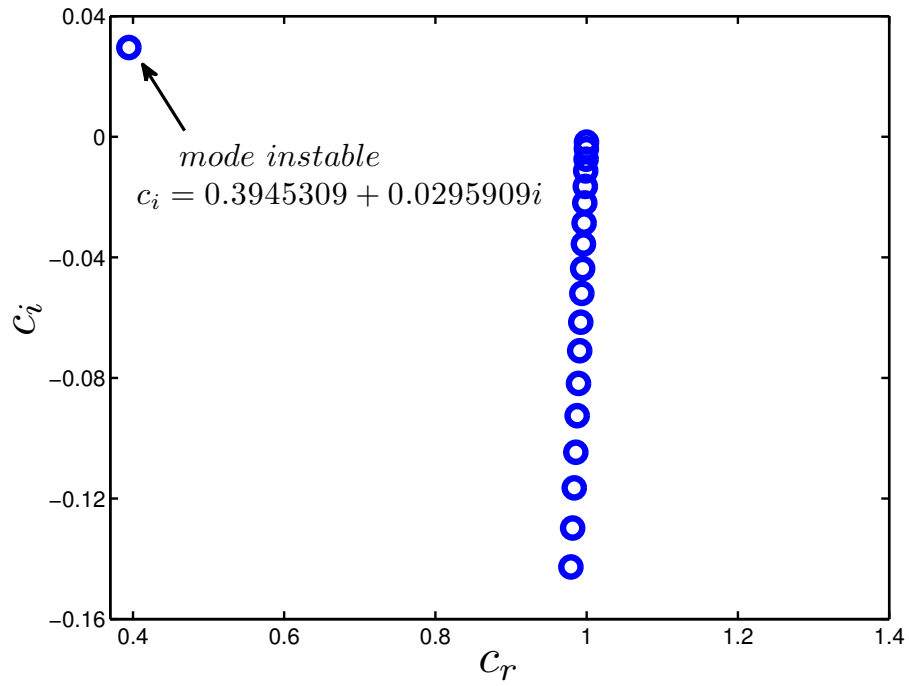


FIGURE 2.29 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.4$, $Re^* = 378$, $\alpha = 0.179$.

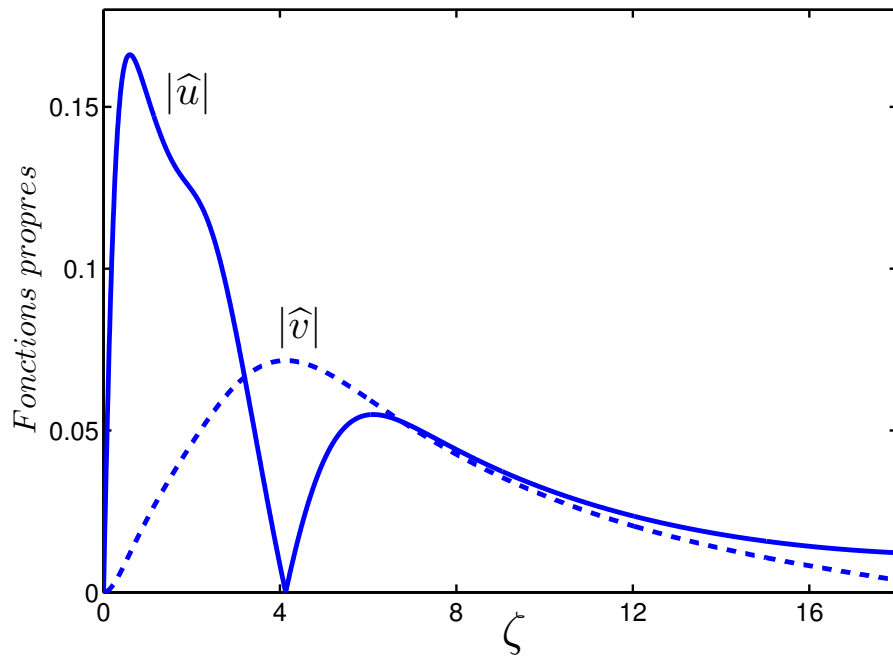


FIGURE 2.30 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.4$, $Re^* = 378$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.3945309 + 0.0295909i$

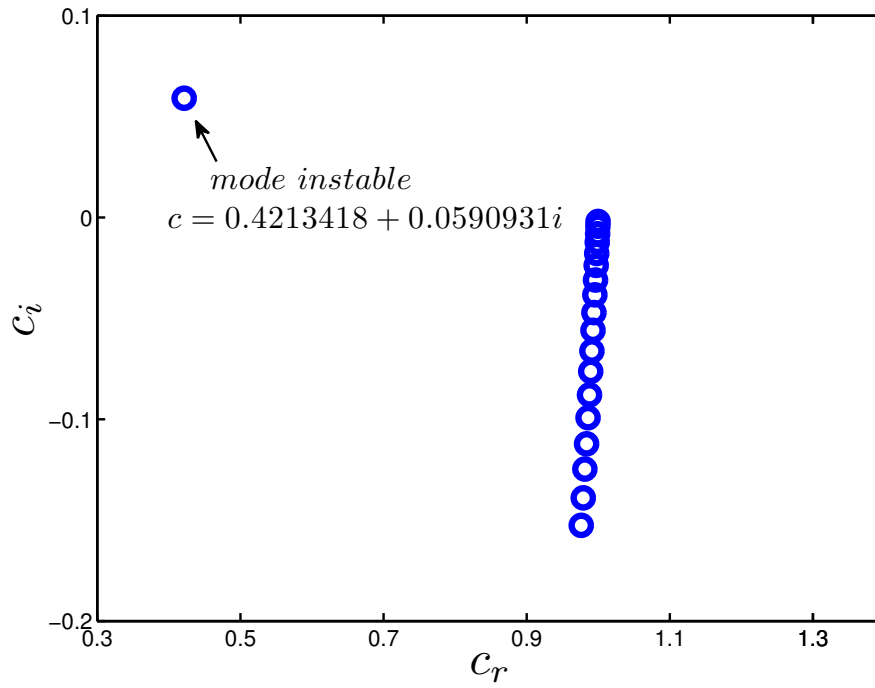


FIGURE 2.31 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.6$, $Re^* = 282$, $\alpha = 0.179$.

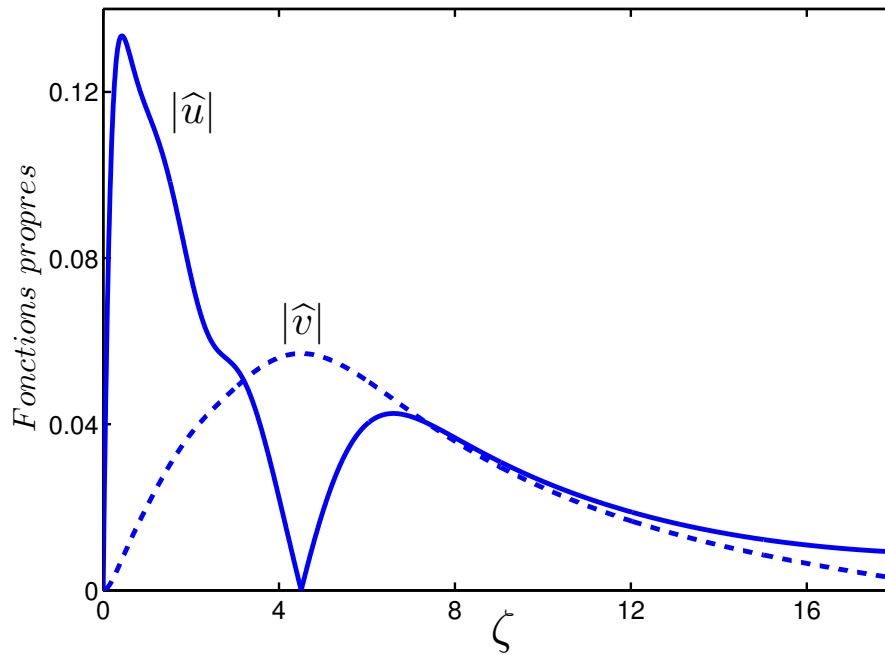


FIGURE 2.32 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.6$, $Re^* = 282$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.4213418 + 0.0590931i$

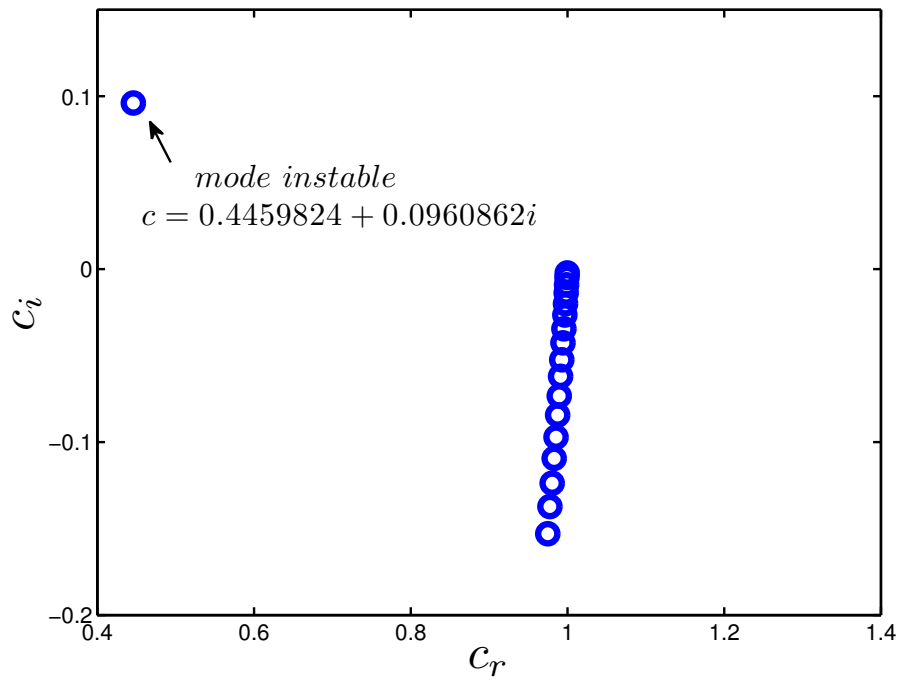


FIGURE 2.33 – Spectre des valeurs propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.8$, $Re^* = 234$, $\alpha = 0.179$.

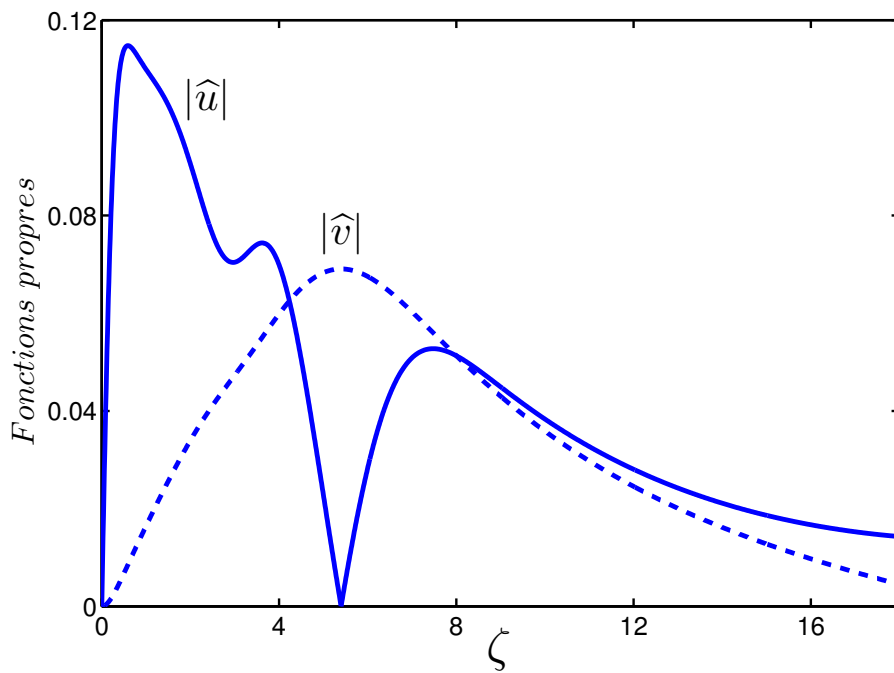


FIGURE 2.34 – Module des fonctions propres, cas d'une paroi avec injection, $F_w = -0.8$, $Re^* = 234$, $\alpha = 0.179$, $c = 0.4459824 + 0.0960862i$

Chapitre 3

Modélisation physique d'un écoulement externe

« Tout le monde veut vivre au sommet de la montagne, sans soupçonner que le vrai bonheur est dans la manière de gravir la pente. »

Gabriel Garcia Marquez

Sommaire

3.1	Configuration de l'écoulement et hypothèses simplificatrices	52
3.2	Formulation du problème	53
3.2.1	Équations de conservations	53
3.2.2	Conditions aux limites	53
3.3	Adimensionnalisation des équations	54
3.3.1	Équations de conservations	54
3.3.2	Conditions aux limites	55
3.4	Principales grandeurs physiques	55

Dans ce chapitre, le problème régissant l'injection et l'aspiration à la surface d'une paroi, de géométrie plane, en présence d'un écoulement forcé externe laminaire et turbulent est formulé. Les équations de bilan et les conditions aux limites sous forme adimensionnelle sont exprimées. Les principales grandeurs dynamiques et thermiques sont introduites.

3.1 Configuration de l'écoulement et hypothèses simplificatrices

On considère une paroi plane isotherme, en contact direct avec un écoulement externe laminaire et turbulent d'air. L'échauffement de la paroi, l'injection et l'aspiration créent un transfert de chaleur au sein de l'écoulement gazeux. Le problème physique est schématisé sur la figure 3.1. L'origine du repère Oxy est située sur la paroi est coïncide avec la position d'entrée. L'axe Ox est orienté suivant le sens de l'écoulement ; l'axe Oy est perpendiculaire à la paroi et orienté vers l'intérieur de l'écoulement gazeux.

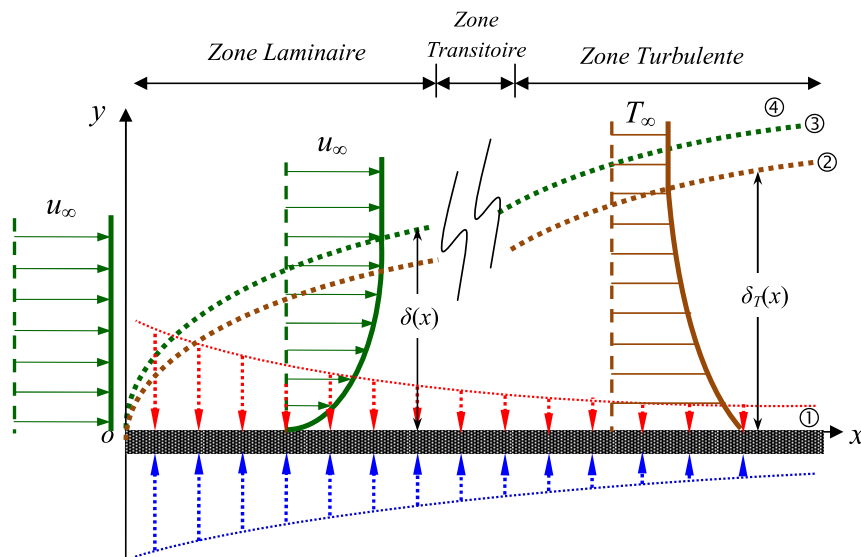


FIGURE 3.1 – Schéma descriptif d'un écoulement externe, forcé, laminaire et turbulent sur une paroi plane
 ① paroi plane perméable (avec injection \uparrow ou aspiration \downarrow), ② couche limite thermique, ③ couche limite dynamique, ④ écoulement libre.

Nous posons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- L'écoulement gazeux ainsi que le transfert de chaleur sont permanents.
- La longueur de la paroi est grande devant l'épaisseur de la couche limite.
- L'écoulement gazeux s'effectue en couche limite bidimensionnelle laminaire et/ou turbulente.
- Les forces de volume sont sans influence sur le transfert de chaleur.

3.2 Formulation du problème

3.2.1 Équations de conservations

En utilisant les concepts de la viscosité turbulente μ_t et du nombre de Prandtl turbulent Pr_t , le système d'équations de la couche limite s'écrit :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (3.2)$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[C_p \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (3.3)$$

L'équation 3.3 peut être exprimée en fonction de l'enthalpie totale H

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial H}{\partial y} - \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) u \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (3.4)$$

La viscosité turbulente est calculée à l'aide du modèle de longueur de mélange utilisant la formulation de Cebeci où la région de transition, les gradients de pression, la compressibilité et de transfert pariétal de masse sont prises en considération (Cebeci et Bradshaw, 1984). Notons que la longueur de mélange s'utilise essentiellement pour traiter des problèmes de couche limite.

3.2.2 Conditions aux limites

A la paroi $y = 0$

La condition d'adhérence à la paroi s'écrit :

$$u = 0 \quad (\text{surface immobile}) \quad (3.5)$$

$$u = u_w \quad (\text{surface en déplacement}) \quad (3.6)$$

L'injection à la surface de la paroi se traduit par :

$$v = v_w(x) \quad (v_w(x) > 0) \quad \text{ou} \quad F = F_w(x) \quad (F_w(x) < 0) \quad (3.7)$$

L'aspiration à la surface de la paroi se traduit par :

$$v = v_w(x) \quad (v_w(x) < 0) \quad \text{ou} \quad F = F_w(x) \quad (F_w(x) > 0) \quad (3.8)$$

La condition de paroi à température ou à flux imposé

$$T = T_w(x) \quad \text{ou} \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \varphi_w(x) \quad (3.9)$$

A la frontière extérieure de la couche limite $y = \delta$

$$u = u_\infty, \quad T = T_\infty \quad (3.10)$$

3.3 Adimensionnalisation des équations

3.3.1 Équations de conservations

Afin de réduire le nombre d'équations, nous introduisons la fonction de courant ψ :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.11)$$

L'équation de continuité est satisfaite et le nombre des équations de bilan est réduit à deux :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.12)$$

En introduisant la transformation de Skan-Flkner, appliquée essentiellement aux couches limites (Schröppel et Thiele, 1983) :

$$(x, y) \rightarrow (\xi, \eta), \quad \psi(x, y) \rightarrow F(\xi, \eta) \quad (3.13)$$

Les coordonnées adimensionnelles longitudinale ξ et normale η sont définies par :

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta = \frac{u_\infty}{\sqrt{\rho_\infty u_\infty \mu_\infty x}} \int_0^y \rho dy \quad (3.14)$$

L est une longueur caractéristique désignant la longueur de la paroi plane.

La fonction de courant adimensionnelle F est définie par :

$$F(\xi, \eta) = \frac{\psi}{\sqrt{\rho_\infty u_\infty \mu_\infty x}} \quad (3.15)$$

L'enthalpie totale adimensionnelle s'écrit

$$G = \frac{H}{H_\infty} \quad (3.16)$$

Où les enthalpies statique h et totale H sont données par

$$h = \int_0^T C_p dT, \quad H = h + \frac{u^2}{2} \quad (3.17)$$

En introduisant les grandeurs adimensionnelles ci-dessus, les équations de bilan obtenues, s'écrivent respectivement :

$$(b_1 F'')' + \frac{1}{2} F' F'' = \xi \left(F' \frac{\partial F'}{\partial \xi} - F'' \frac{\partial F}{\partial \xi} \right) \quad (3.18)$$

$$(b_2 G' + b_3 F' F'')' + \frac{1}{2} F G' = \xi \left(F' \frac{\partial G}{\partial \xi} - G' \frac{\partial F}{\partial \xi} \right) \quad (3.19)$$

Les coefficients b_1, b_2, b_3 , sont données par :

$$b_1 = \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty}, \quad b_2 = \frac{b_1}{Pr}, \quad b_3 = \frac{u_\infty^2}{H_\infty} (b_1 - b_2) \quad (3.20)$$

3.3.2 Conditions aux limites

A la paroi $\eta = 0$

$$F'_w = \frac{u_w}{u_\infty}, \quad F = F_w(x) \quad (3.21)$$

$$a_w G_w + b_w P_w = 0 \quad (3.22)$$

($a_w = 1, b_w = 0$: température imposée ; $a_w = 0, b_w = 1$: flux imposé)

A la frontière extérieure de la couche limite

$$F'_e = 1, \quad G_e = 1 \quad (3.23)$$

3.4 Principales grandeurs physiques

Le nombre de Reynolds local et le nombre de Prandtl sont définis par :

$$Re = \frac{\rho_\infty u_\infty x}{\mu_\infty}, \quad Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (3.24)$$

Les composantes longitudinale et normale de la vitesse sont exprimées par :

$$u = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial y} = u_\infty F' \quad (3.25)$$

$$v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \left(A(x) \frac{\partial F}{\partial x} + F \frac{\partial A(x)}{\partial x} + A(x) F' \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \quad (3.26)$$

Avec : $A(x) = \sqrt{\rho_\infty \mu_\infty u_\infty x}$.

Les épaisseurs adimensionnelles de déplacement δ^* et de quantité de mouvement θ sont définies par :

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \right) dy = \frac{x}{\sqrt{Re_x}} \int_0^\infty (1 - F') d\eta \quad (3.27)$$

$$\theta = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy = \frac{x}{\sqrt{Re_x}} \int_0^\infty F' (1 - F') d\eta \quad (3.28)$$

Le facteur de forme :

$$f = \frac{\delta^*}{\theta} \quad (3.29)$$

Le coefficient de frottement est donné par :

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2} \quad (3.30)$$

La densité adimensionnelle de flux de chaleur :

$$q_w = - \left((k + k_t) \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.31)$$

Le nombre de Nusselt local correspondant au transfert de la chaleur est défini par :

$$Nu = - \frac{qx}{\frac{k_\infty}{Cp_\infty} (H_\infty - H_w)} \quad (3.32)$$

Le nombre de Stanton local correspondant au transfert de la chaleur St_q est donné par ([Schröppel et Thiele, 1983](#)) :

$$St_q = - \frac{q}{\rho_\infty u_\infty (H_\infty - H_w)} \quad (3.33)$$

Chapitre 4

Effet du transfert pariétal de masse sur un écoulement externe laminaire

*« La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne.
La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi.
Rien n'est plus proche du vrai que le faux
»*

Albert Einstein

Sommaire

4.1	Fonction de courant imposée	58
4.2	Vitesse imposée	59
4.3	Conclusion	60

La méthode de résolution basée sur la méthode implicite aux différences finies centrées à maillage variable est appliquée. Elle a été efficacement appliquée et validée numériquement par différents travaux antérieurs (Cebeci et Bradshaw, 1984; Mezaache et Dagenet, 2000).

Les résultats présentés caractérisent l'influence du transfert pariétal de masse par injection et aspiration sur les grandeurs dynamiques et thermiques d'un écoulement externe laminaire le long d'une paroi plane isotherme.

Les conditions pariétales imposées sont la vitesse $\frac{v_w}{u_\infty}$ et la fonction de courant F_w . Les paramètres de l'écoulement sont fixés à : température 20°C ; vitesse 10 m/s ; pression $1.013 \times 10^5\text{ Pa}$. La température de la paroi isotherme est fixée à : 80°C . Les résultats numériques obtenus sont commentés au paragraphe suivant.

4.1 Fonction de courant imposée

Les figures 4.1–4.2 schématisent les variations adimensionnelles de la vitesse et de l'enthalpie en fonction de la coordonnée adimensionnelle η , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. On remarque que l'injection et l'aspiration provoquent une déformation des profils de la vitesse et de l'enthalpie. Elles influencent aussi les épaisseurs dynamique et thermique de la couche limite. En effet ces deux épaisseurs augmentent avec l'injection et diminuent avec l'aspiration.

Les figures 4.3–4.4 représentent les variations des épaisseurs de déplacement, δ^* , et de quantité de mouvement, θ , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction du courant imposée. Elles montrent que les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement augmentent avec l'augmentation de l'intensité d'injection correspondent à des valeurs négatives de la fonction de courant imposée et diminuent avec l'augmentation de l'intensité d'aspiration (fonction du courant imposée positive).

La figure 4.5 présente les variations du facteur de forme, f , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. Pour un écoulement laminaire, la valeur du facteur de forme est gouvernée par les conditions de paroi et non pas par celles de l'écoulement externe. En effet, le facteur de forme augmente avec l'injection et diminue avec l'aspiration. Pour une condition de paroi donnée, le facteur de forme a une valeur constante indépendante du nombre de Reynolds de l'écoulement externe.

La figure 4.6 montre la variation du coefficient de frottement, C_f , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. On remarque que le coefficient de frottement est maximum au bord d'attaque et qu'il décroît progressivement en aval. Le coefficient de frottement s'accroît avec l'aspiration (fonction de courant imposée

positive) et se réduit avec l'injection (fonction de courant imposée négative).

Les figures 4.7–4.8 illustrent les variations des nombre de Nusselt, Nu , et de Stanton, St , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. On distingue un comportement identique à celui du coefficient de frottement C_f . En effet, ces deux nombres augmentent avec la vitesse d'aspiration, correspondant à des valeurs positives de la fonction de courant, et s'atténuent avec la vitesse d'injection.

4.2 Vitesse imposée

Les figures 4.9–4.14 illustrent les variations adimensionnelles de la vitesse et de l'enthalpie en fonction de la coordonnée adimensionnelle η , pour différentes positions axiales x ou différents nombres de Reynolds Re_x . On constate que pour une paroi imperméable (figures 4.9–4.10), caractérisée par une vitesse $v_w = 0$, les profils de la vitesse et de l'enthalpie sont similaires le long de la plaque. Les figures 4.11–4.14 montrent que l'augmentation de la vitesse d'aspiration ou d'injection fait perdre la similitude de l'écoulement, c'est à dire que les profils des grandeurs physiques dépendent aussi du coordonnée axiale x caractérisant la position le long de la plaque. L'influence de la vitesse v_w est plus importante à l'aspiration qu'à l'injection. En s'éloignant du bord d'attaque, l'épaisseur de la couche limite diminue avec l'aspiration du fluide et augmente avec l'injection.

Les figures 4.15–4.17 montrent les variations des épaisseurs de déplacement, δ^* , de quantité de mouvement, θ , et le facteur du forme, f , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la vitesse imposée. Ces grandeurs présentent un profil quasi linéaire en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , dont la pente dépend de la vitesse normale d'injection ou d'aspiration v_w . Cette pente est positive pour le cas d'injection et négative pour le cas d'aspiration.

La figure 4.18 illustre la variation du coefficient de frottement, C_f , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la vitesse imposée. Le coefficient C_f subit une variation décroissante le long de la plaque. Cette variation est beaucoup plus marquée au niveau du bord d'attaque. L'aspiration affecte considérablement le coefficient de frottement. En effet, ce coefficient s'amplifie avec l'aspiration et s'atténue légèrement avec l'injection.

La figure 4.19 présente la variation du nombre de Nusselt, Nu , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la vitesse imposée. Cette variation est linéaire dont la pente dépend de la vitesse pariétale d'injection et d'aspiration. Le nombre de Nussel est nettement augmenté lors de l'aspiration. Ce comportement est évident, en effet le fait de réduire l'épaisseur de la couche limite, permet d'augmenter le gradient de température et par conséquent

le nombre de Nusselt.

Les profils du nombre de Stanton, St , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la vitesse imposée sont illustrés sur la figure 4.20. Ils présentent une forte ressemblance au coefficient de frottement et peuvent être commentés de la même manière.

4.3 Conclusion

L'étude de l'influence du transfert pariétal de masse sur les grandeurs dynamiques et thermique d'un écoulement laminaire sur une paroi isotherme a été réalisée. Notons que l'injection correspond à des valeurs positives de la vitesse pariétale imposée, v_w/u_e , ou des valeurs négatives de la fonction de courant, F_w . Quant à l'aspiration, elle correspond à des valeurs de vitesse et de fonction de courant de signe contraire. Les principaux résultats numériques sont :

- L'augmentation de la vitesse d'aspiration, correspondant à des valeurs positives de la fonction de courant ou des valeurs négatives de la vitesse pariétale imposée, influence les grandeurs dynamiques et thermiques, d'où résulte un accroissement du coefficient de frottement, du nombre de Nusselt et de Stanton ; une diminution de l'épaisseur de la couche limite dynamique et thermique, de l'épaisseur de déplacement, de l'épaisseur de quantité de mouvement et du facteur de forme.
- L'augmentation de la vitesse d'injection, correspondant à des valeurs négatives de la fonction de courant ou des valeurs positives de la vitesse pariétale imposée, influence les grandeurs dynamiques et thermiques, conduisant à un accroissement de l'épaisseur de la couche limite dynamique et thermique, de l'épaisseur de déplacement, de l'épaisseur de quantité de mouvement, du facteur de forme et une diminution du coefficient de frottement, du nombre de Nusselt et de Stanton.

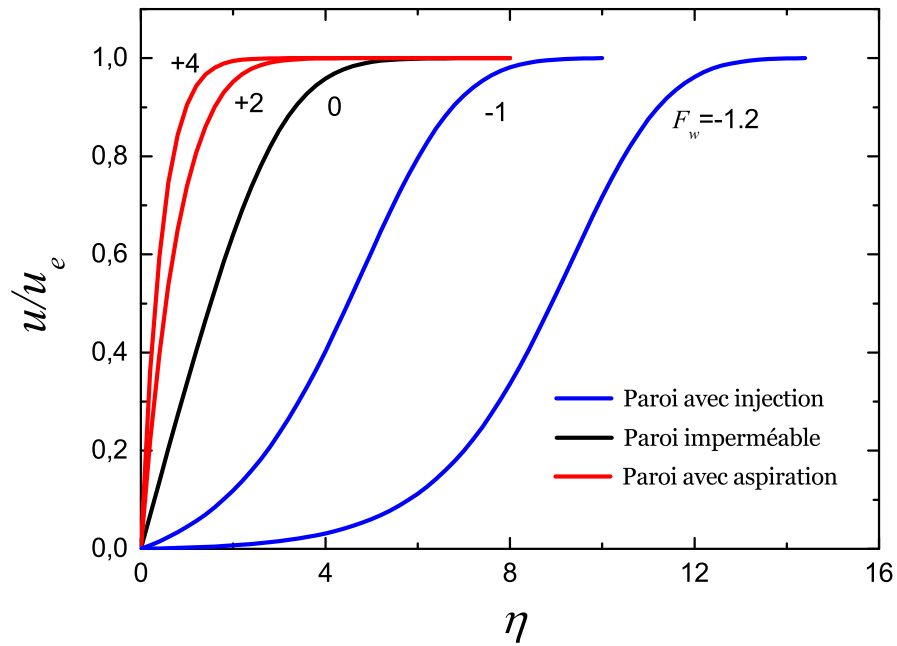


FIGURE 4.1 – Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée

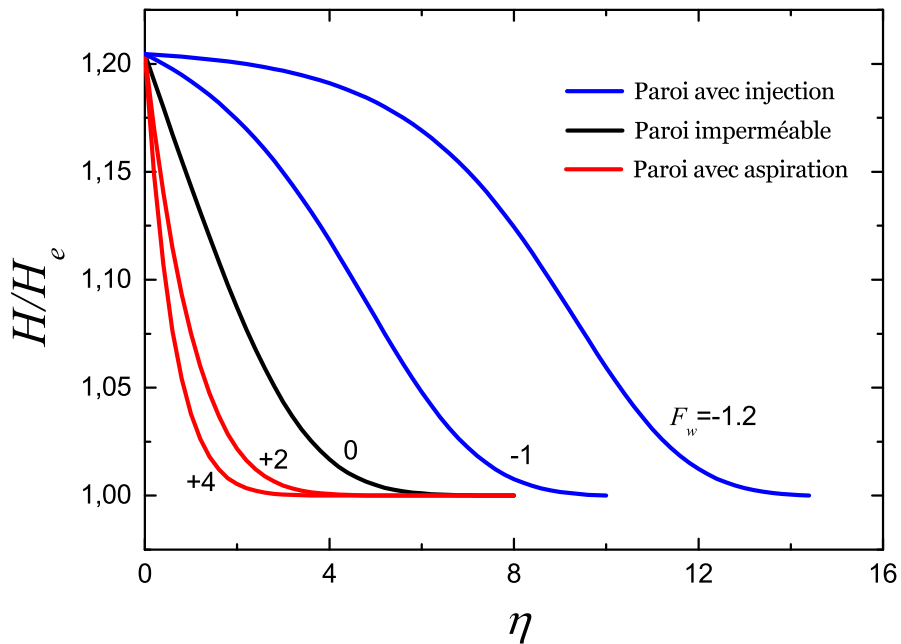


FIGURE 4.2 – Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée

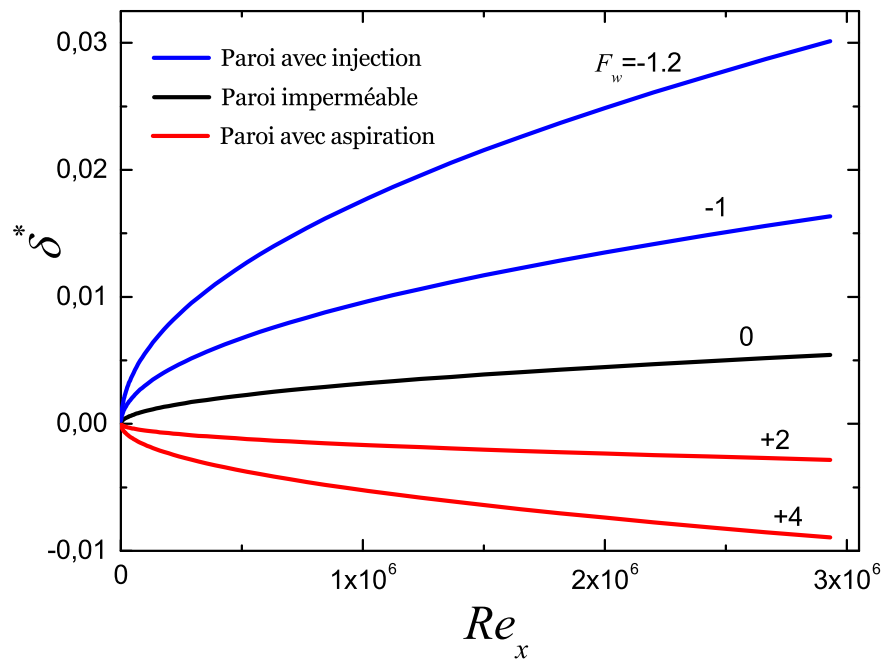


FIGURE 4.3 – Variation de l'épaisseur de déplacement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

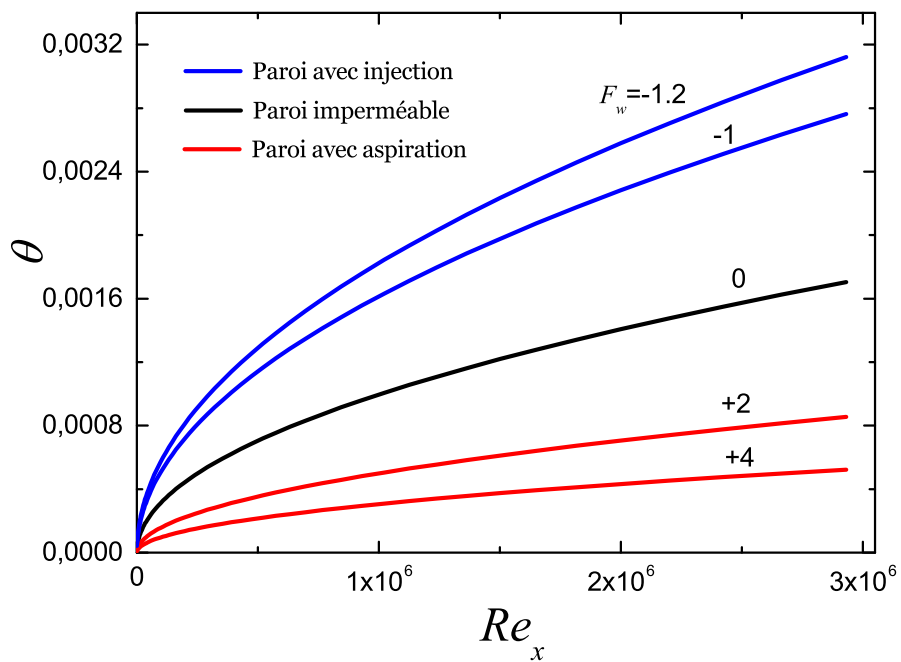


FIGURE 4.4 – Variation de l'épaisseur de quantité de mouvement en fonction de nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

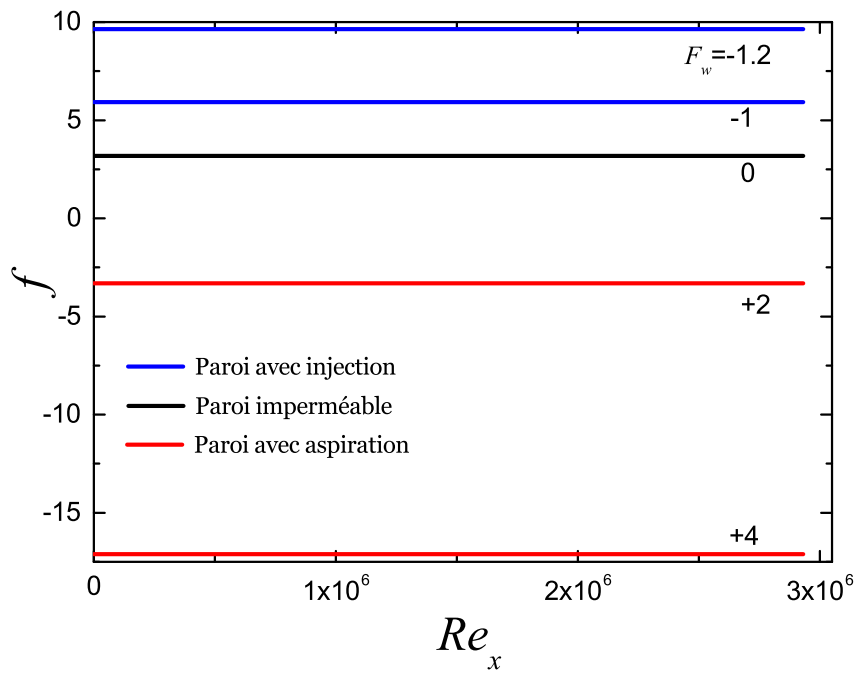


FIGURE 4.5 – Variation du facteur de forme en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

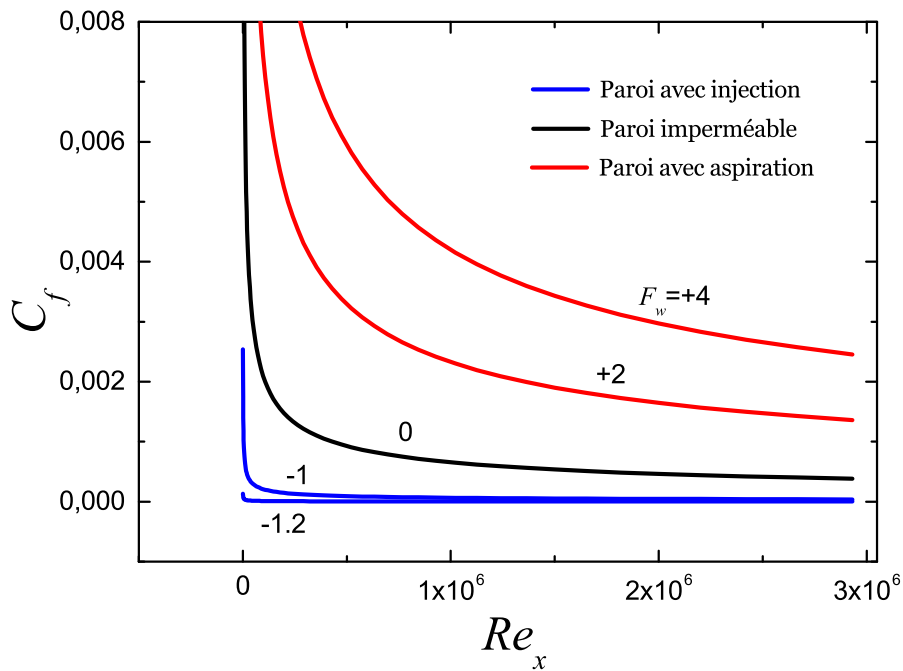


FIGURE 4.6 – Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

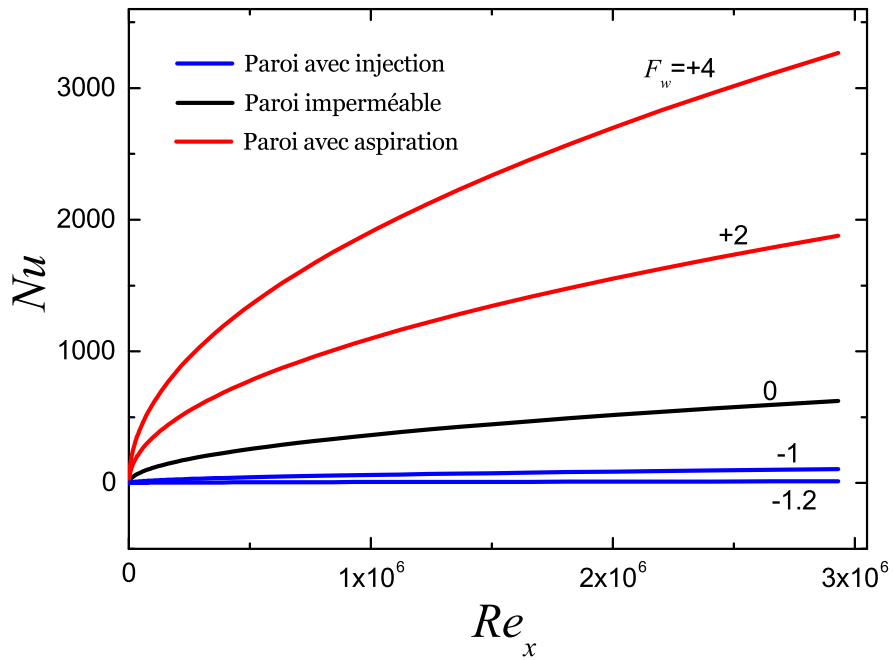


FIGURE 4.7 – Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

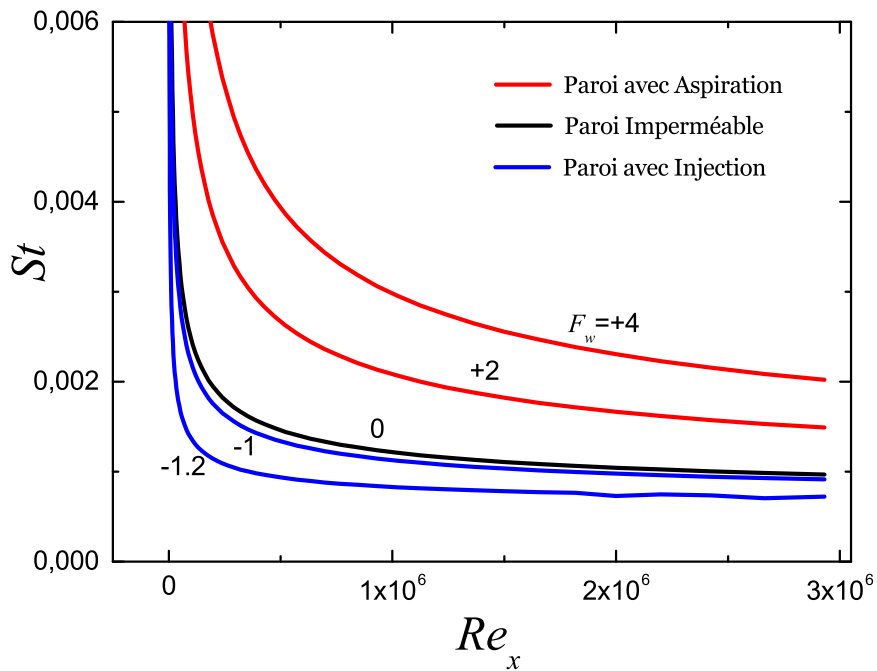


FIGURE 4.8 – Variation du nombre de Stanton en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

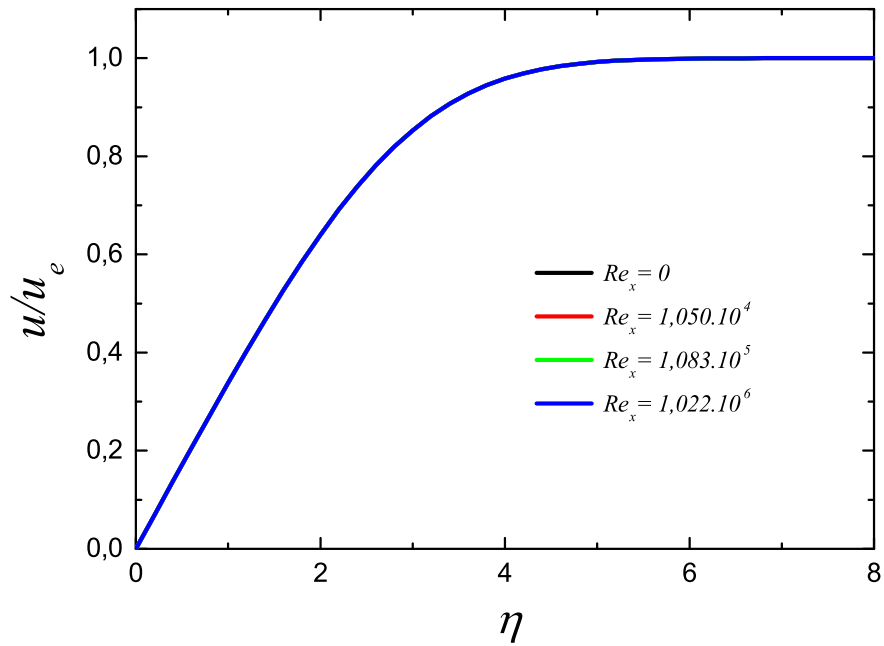


FIGURE 4.9 – Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x cas d'une paroi imperméable sous la condition $v_w/u_e = 0$

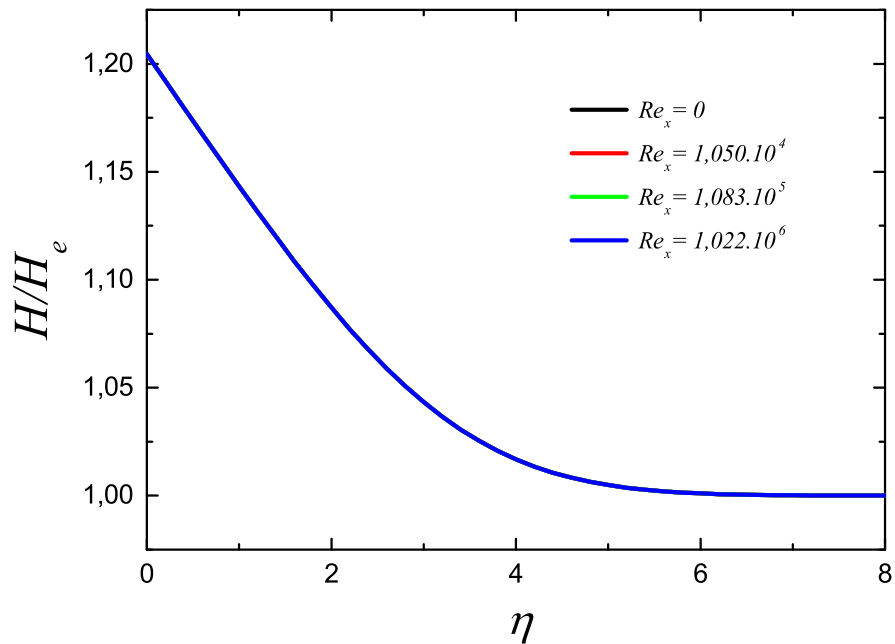


FIGURE 4.10 – Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi imperméable sous la condition $v_w/u_e = 0$

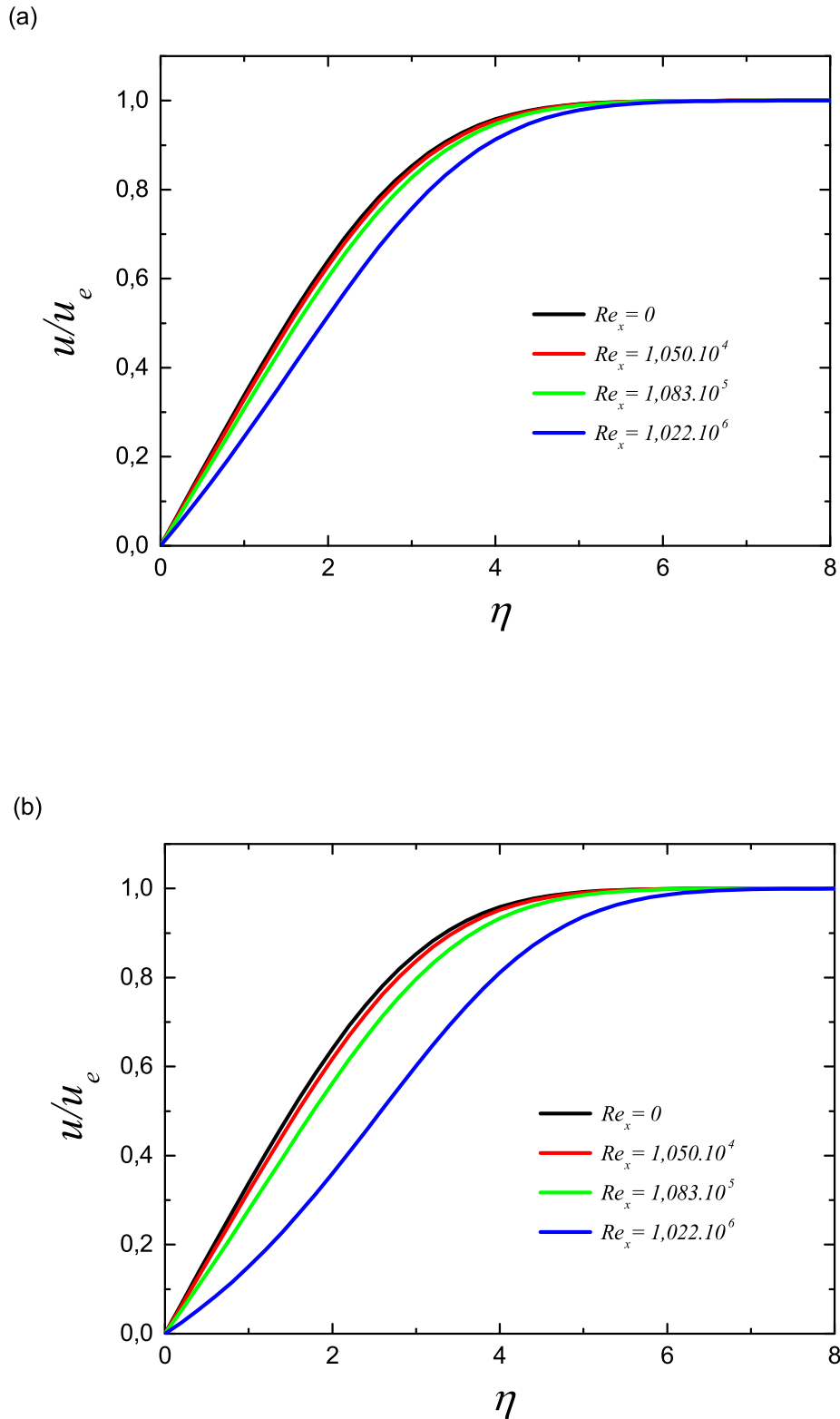


FIGURE 4.11 – Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec aspiration

(a) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0004$

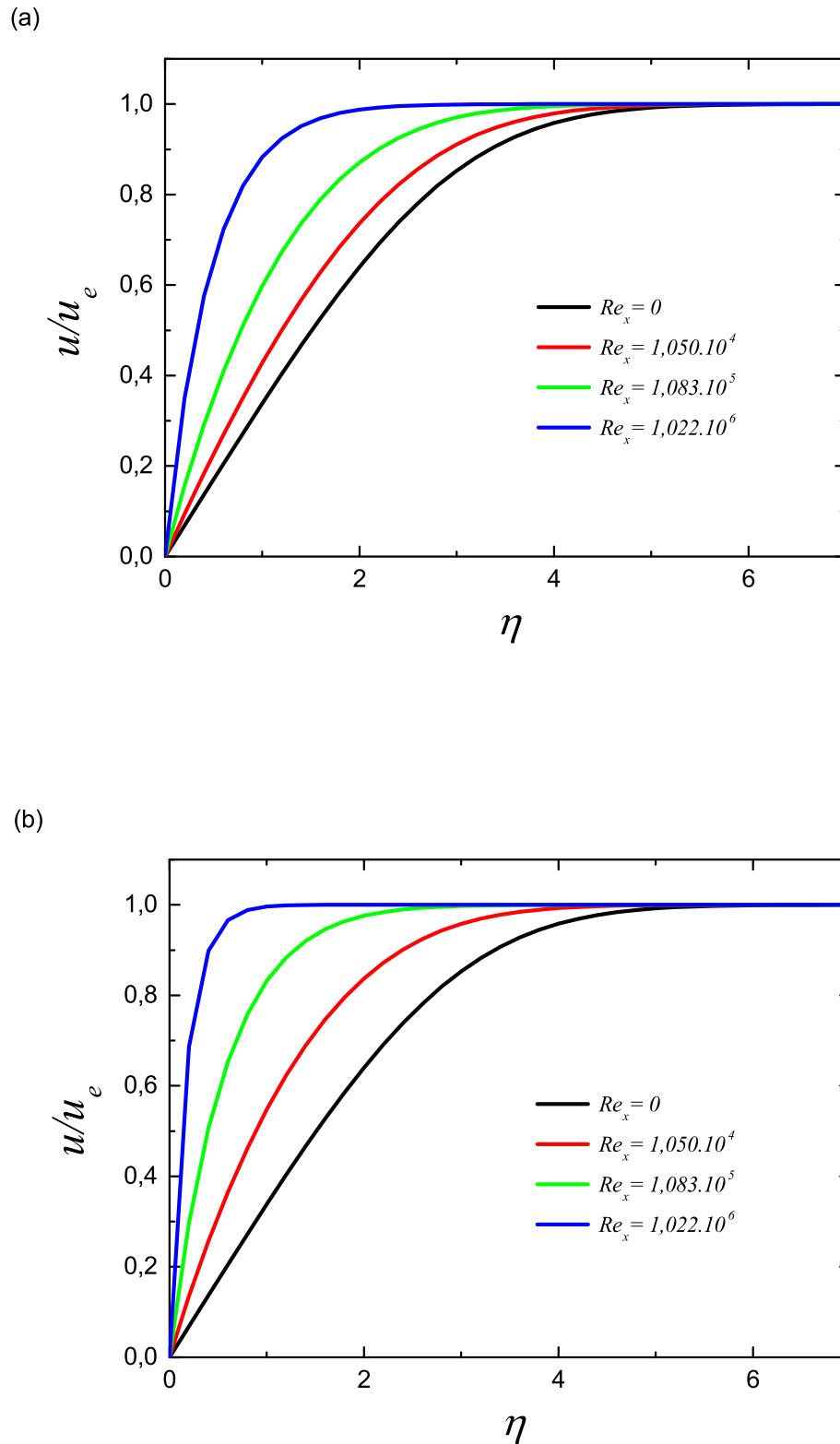


FIGURE 4.12 – Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec injection

(a) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.005$

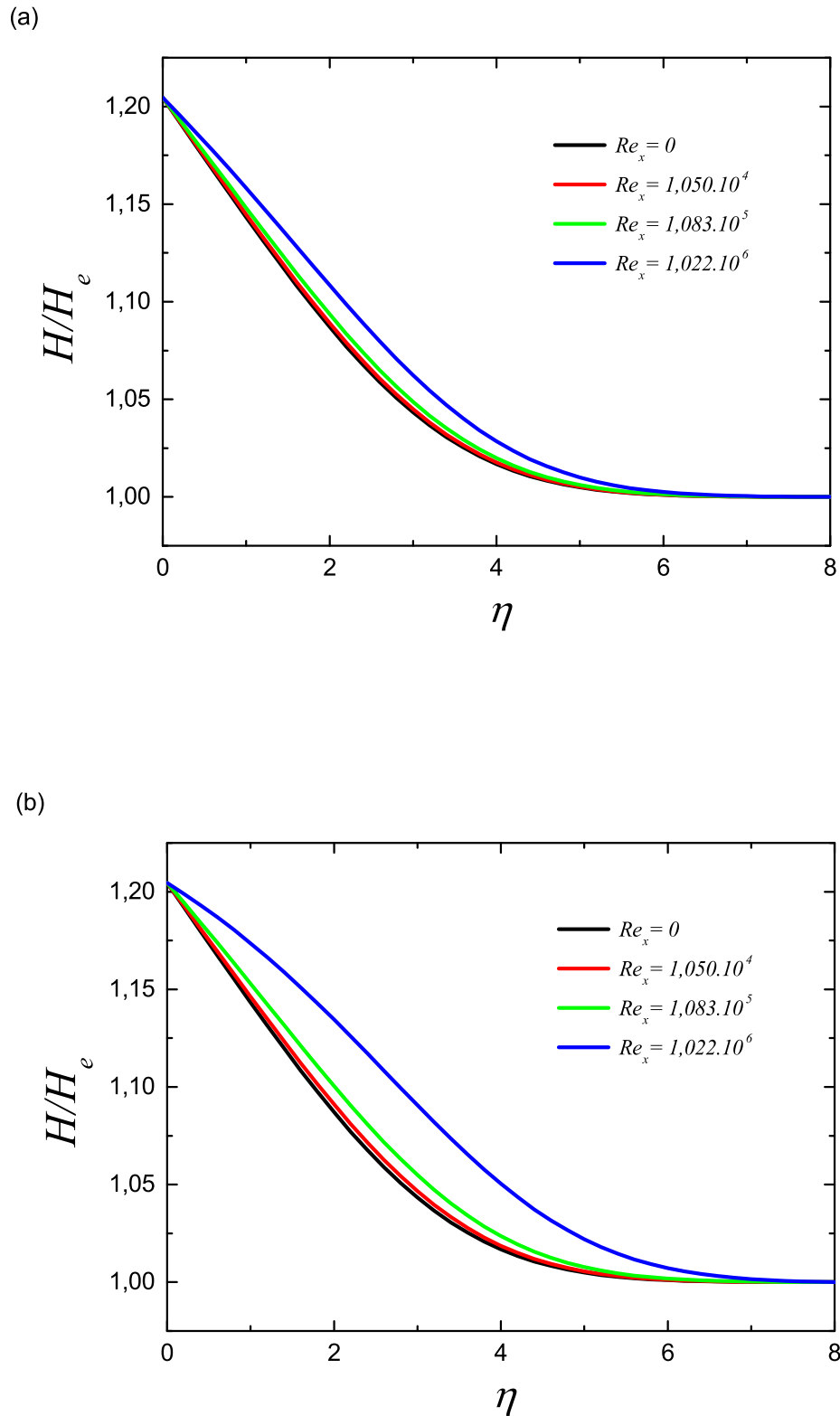


FIGURE 4.13 – Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec aspiration

(a) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = 0.0004$

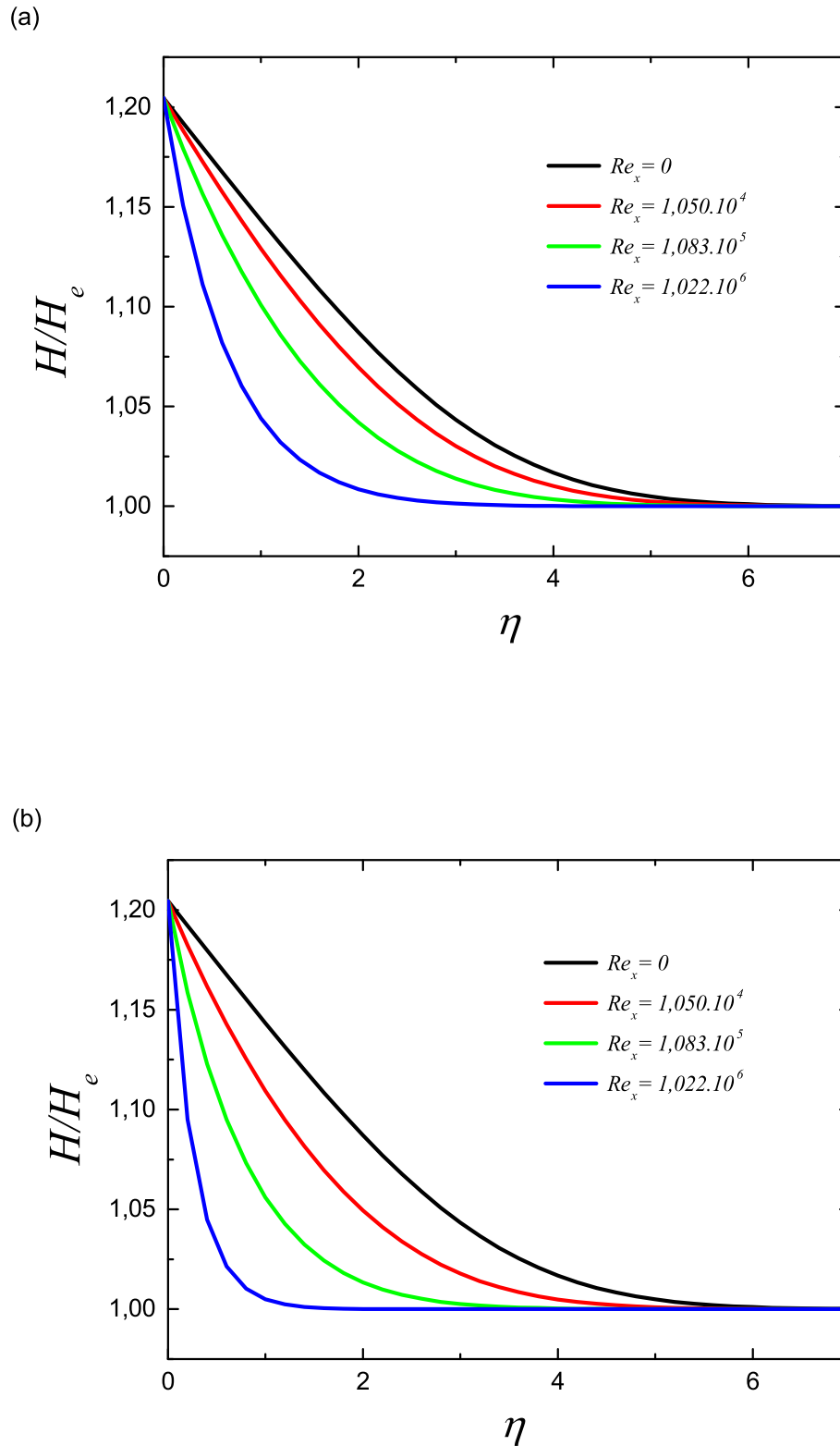


FIGURE 4.14 – Profil d'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différentes positions x , cas d'une paroi avec injection

(a) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.002$, (b) vitesse imposée $v_w/u_e = -0.005$

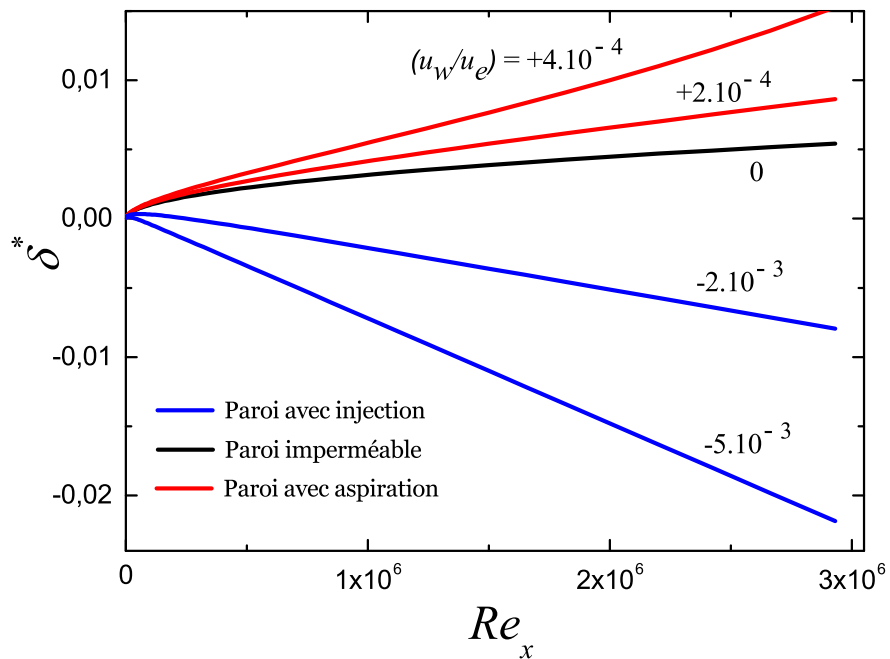


FIGURE 4.15 – Variation de l'épaisseur de déplacement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée

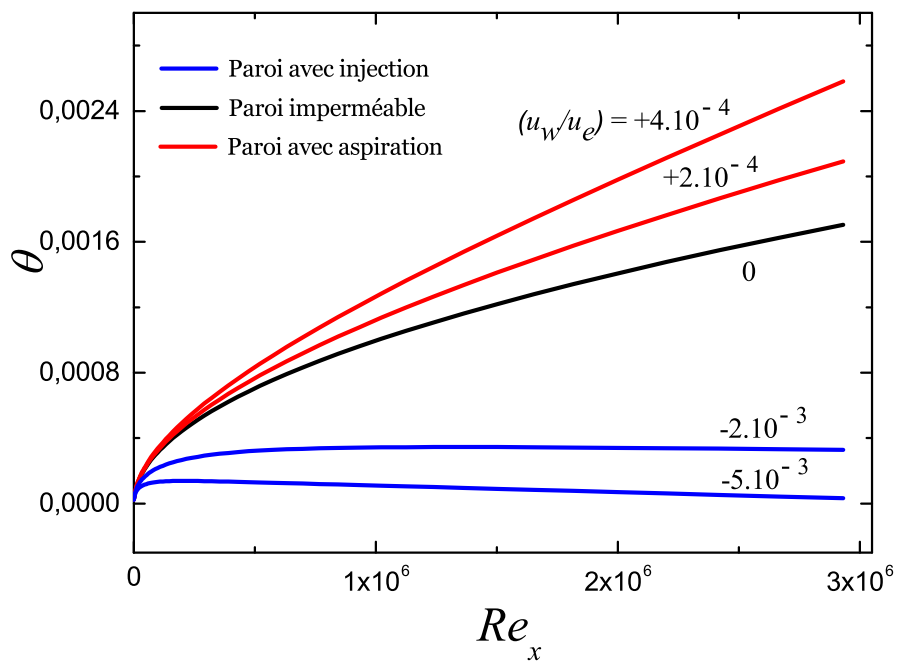


FIGURE 4.16 – Variation de l'épaisseur de quantité de mouvement en fonction de nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée

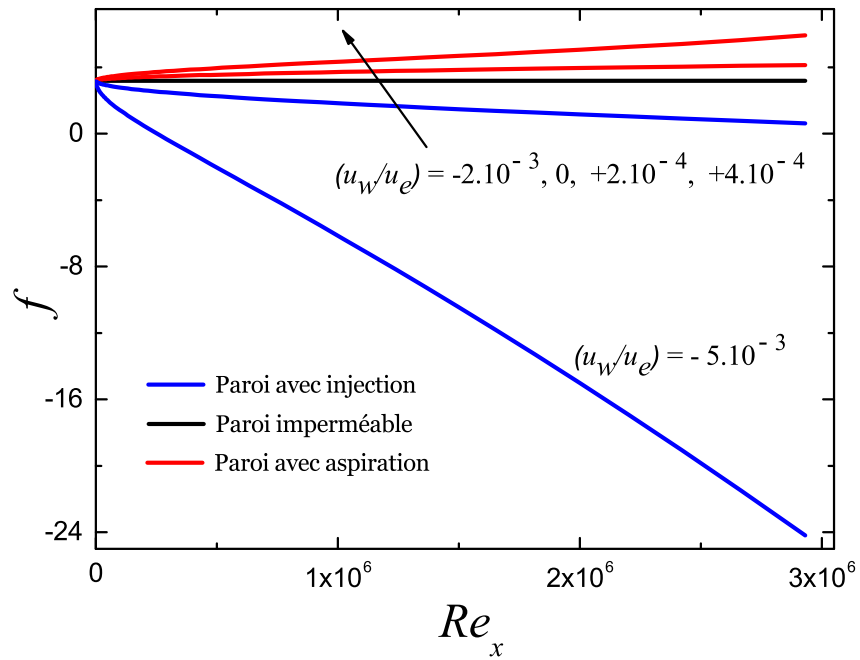


FIGURE 4.17 – Variation du facteur de forme, f , en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée

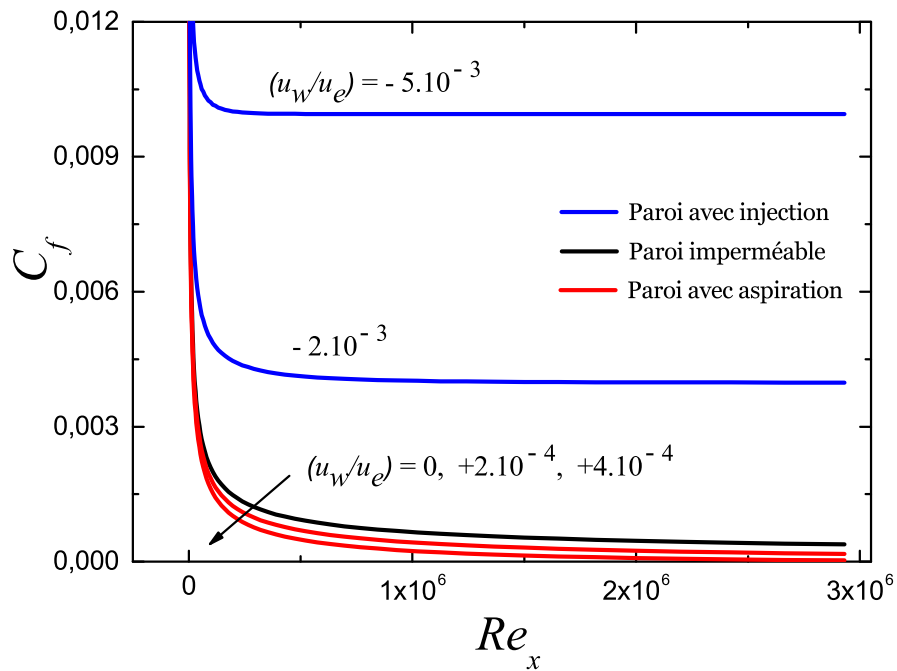


FIGURE 4.18 – Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée

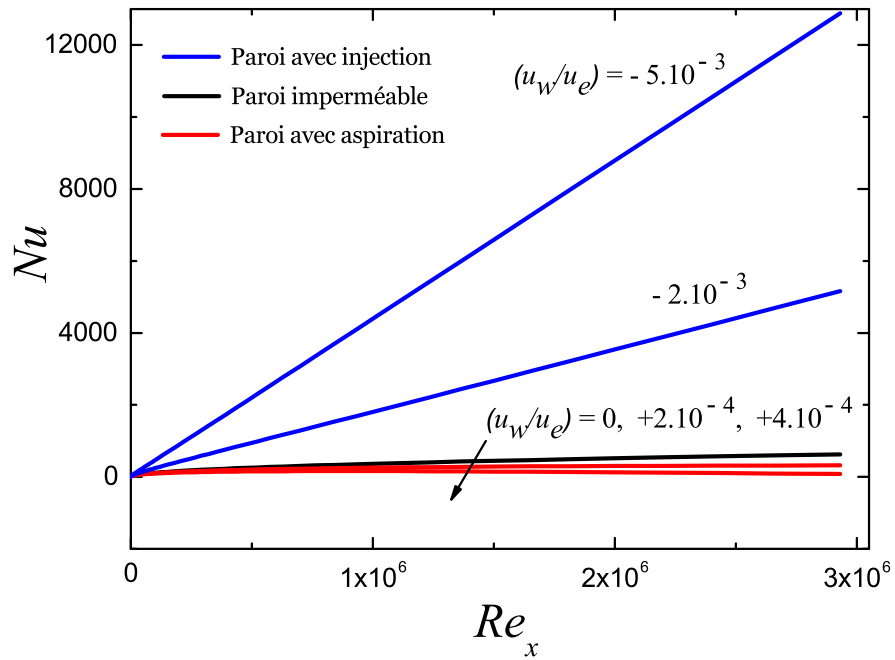


FIGURE 4.19 – Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds local pour différentes valeurs de la vitesse imposée

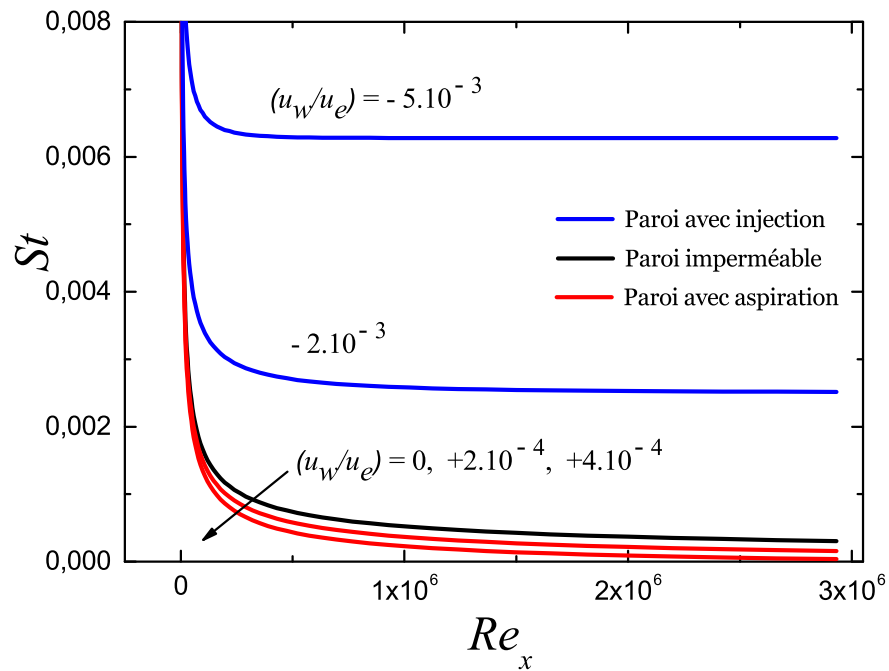


FIGURE 4.20 – Variation du nombre de Stanton en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la vitesse imposée

Chapitre 5

Effet du transfert pariétal de masse sur un écoulement externe turbulent

« An experiment is a question which science poses to Nature, and a measurement is the recording of Nature's answer. »

Max Planck

Sommaire

5.1	Introduction	74
5.2	Influence de l'injection et de l'aspiration sur les grandeurs dynamiques et thermiques	74
5.3	Conclusion	75

5.1 Introduction

Ce chapitre représente une extension de l'étude présentée précédemment concernant un écoulement laminaire avec transfert pariétal de masse par injection ou aspiration au cas d'un écoulement turbulent. La procédure de résolution est basée sur la méthode implicite des différences finies centrées. Le modèle de turbulence de longueur de mélange, basé sur la notion de viscosité apparente de Cebeci, est utilisé. Les conditions de calcul sont choisies comme suit : température de l'écoulement $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; vitesse de l'écoulement $u_\infty = 10 \text{ m/s}$; pression $p_\infty = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$, température de la paroi isotherme $T_w = 80 \text{ }^\circ\text{C}$.

5.2 Influence de l'injection et de l'aspiration sur les grandeurs dynamiques et thermiques

L'étude porte sur l'influence de l'injection et de l'aspiration sur les grandeurs dynamiques et thermiques d'un écoulement turbulent le long d'une paroi plane isotherme. L'injection et l'aspiration pariétales sont induites en imposant une fonction de courant F_w positif ou négatif au niveau de la paroi. Les valeurs négatives de F_w concernent l'injection, celles positives se rapportent à l'aspiration.

Les résultats numériques obtenus sont représentés par les figures suivantes :

Les figures 5.1–5.6 illustrent les évolutions des profils de la vitesse et de l'enthalpie adimensionnelle de la couche limite laminaire et turbulente en fonction de la coordonnée adimensionnelle η , pour différentes valeurs de la position axiale x ou du nombre de Reynolds local Re_x . La courbe en ligne continue en couleur noire concerne le régime laminaire juste avant la transition vers la turbulence caractérisée par un nombre de Reynolds de transition $Re_{tr} = 3 \times 10^6$. Ces figures montrent qu'en régime laminaire, pour une paroi isotherme en faisant changer le nombre de Reynolds de la valeur zéro (bord d'attaque) à Re_{tr} , les profils de vitesse, d'enthalpie et des grandeurs caractérisant le transfert sont quasiment indépendantes de la coordonnée longitudinale x . Ce qui confère à la région de l'écoulement laminaire la propriété de similitude. La turbulence entraîne une déformation des profils de la vitesse et de l'enthalpie le long de la paroi. Les profils de vitesse et d'enthalpie subissent une très forte variation au niveau de la zone la plus proche de la paroi dite zone visqueuse. Pour le reste de la couche limite, les grandeurs physiques sont pratiquement uniformes. Ce comportement est en accord avec les propriétés de la turbulence qui éliminent les écarts de température et de vitesse au sein de l'écoulement afin de d'homogénéiser l'écoulement sur le plan dynamique et thermique. On remarque également que les épaisseurs dynamique et thermique de la couche limite turbulente augmentent avec l'injection et s'atténuent avec l'aspiration. Ces épaisseurs sont très nettement supérieures à celles de l'écoulement

laminaire.

Les figures 5.7–5.8 présentent la variation de l'épaisseur de déplacement, δ^* , et de quantité de mouvement, θ , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. Dans la partie turbulente de l'écoulement, ces grandeurs ont une variation linéaire croissante le long de la plaque. L'injection provoque une faible augmentation des épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement et confère à ces grandeurs une variation linéaire caractérisée par une pente constante pratiquement égale à celle de la plaque imperméable. Pour l'aspiration la pente des variations est dépendante de la fonction de courant imposée et diffère de celle de la paroi imperméable.

La figure 5.9 représente la variation du facteur de forme, f , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. Comparativement au régime laminaire, la turbulence entraîne une diminution du facteur de forme si la paroi est imperméable ou avec injection pariétale, par contre elle entraîne une augmentation de ce dernier pour une paroi avec aspiration.

Les figures 5.10–5.11 illustrent les variations de coefficient de frottement, C_f , et du nombre de Stanton, St , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. On constate que le coefficient de frottement et le nombre de Stanton subissent une forte augmentation lors de la transition du régime laminaire au turbulent. Dans la région turbulente, ces deux grandeurs ont des valeurs pratiquement constantes, présentant une légère décroissance le long de la plaque. La turbulence amplifie le frottement et le transfert de chaleur comparativement au régime d'écoulement laminaire.

La figure 5.12 présente la variation du nombre de Nusselt, Nu , en fonction du nombre de Reynolds, Re_x , pour différentes valeurs de la fonction du courant imposée. La transition du régime laminaire au régime turbulent engendre une forte augmentation du nombre de Nusselt. Dans la région turbulente, le nombre de Nusselt a une variation linéaire croissante le long de la plaque et l'injection n'affecte pratiquement pas ce nombre. Quant à l'aspiration, elle induit une forte amélioration de ce nombre.

5.3 Conclusion

L'étude de l'influence du transfert pariétal de masse par injection et aspiration en présence d'un écoulement turbulent le long d'une paroi isotherme à l'aide d'une procédure de résolution basée sur la méthode implicite des différences finies centrées est réalisée. L'injection ou l'aspiration sont induites en imposant une fonction de courant pariétale positive ou négative. Les résultats présentés concernant l'influence de l'injection et de l'aspiration sur les grandeurs

dynamiques et thermiques de l'écoulement turbulent montrent que :

- L'écoulement turbulent amplifie le frottement et le transfert de chaleur comparativement au cas laminaire.
- Le nombre de Nusselt et de Stanton augmentent avec la vitesse d'aspiration induite par des valeurs positives de la fonction de courant et diminuent avec celle de l'injection induite par des valeurs négatives de la fonction de courant.
- L'augmentation de la vitesse d'injection influence les grandeurs dynamiques, d'où résultent un accroissement de l'épaisseur de déplacement, de quantité de mouvement et du facteur de forme et une diminution de coefficient de frottement. Cependant, l'augmentation de la vitesse d'aspiration influence aussi différemment ces grandeurs, d'où on constate un accroissement du coefficient de frottement ; une diminution de l'épaisseur de déplacement, de quantité de mouvement et du facteur de forme.

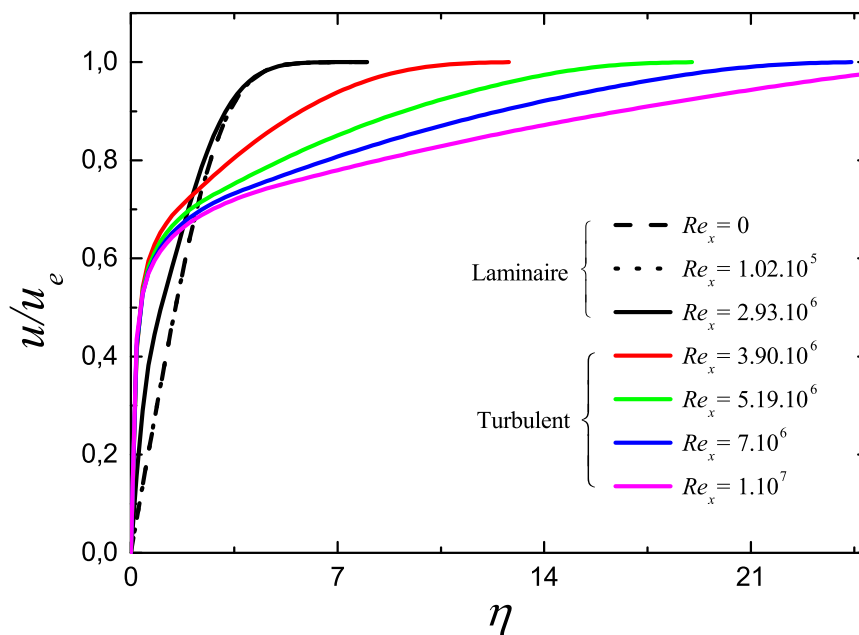


FIGURE 5.1 – Profil de la vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi imperméable sous la condition $F_w = 0$

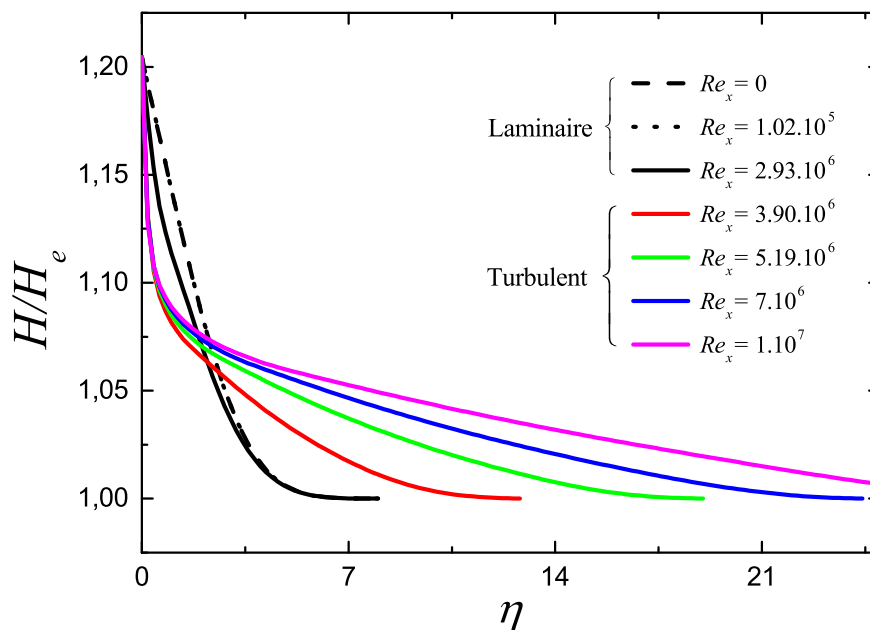


FIGURE 5.2 – Profil de l'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi imperméable sous la condition $F_w = 0$

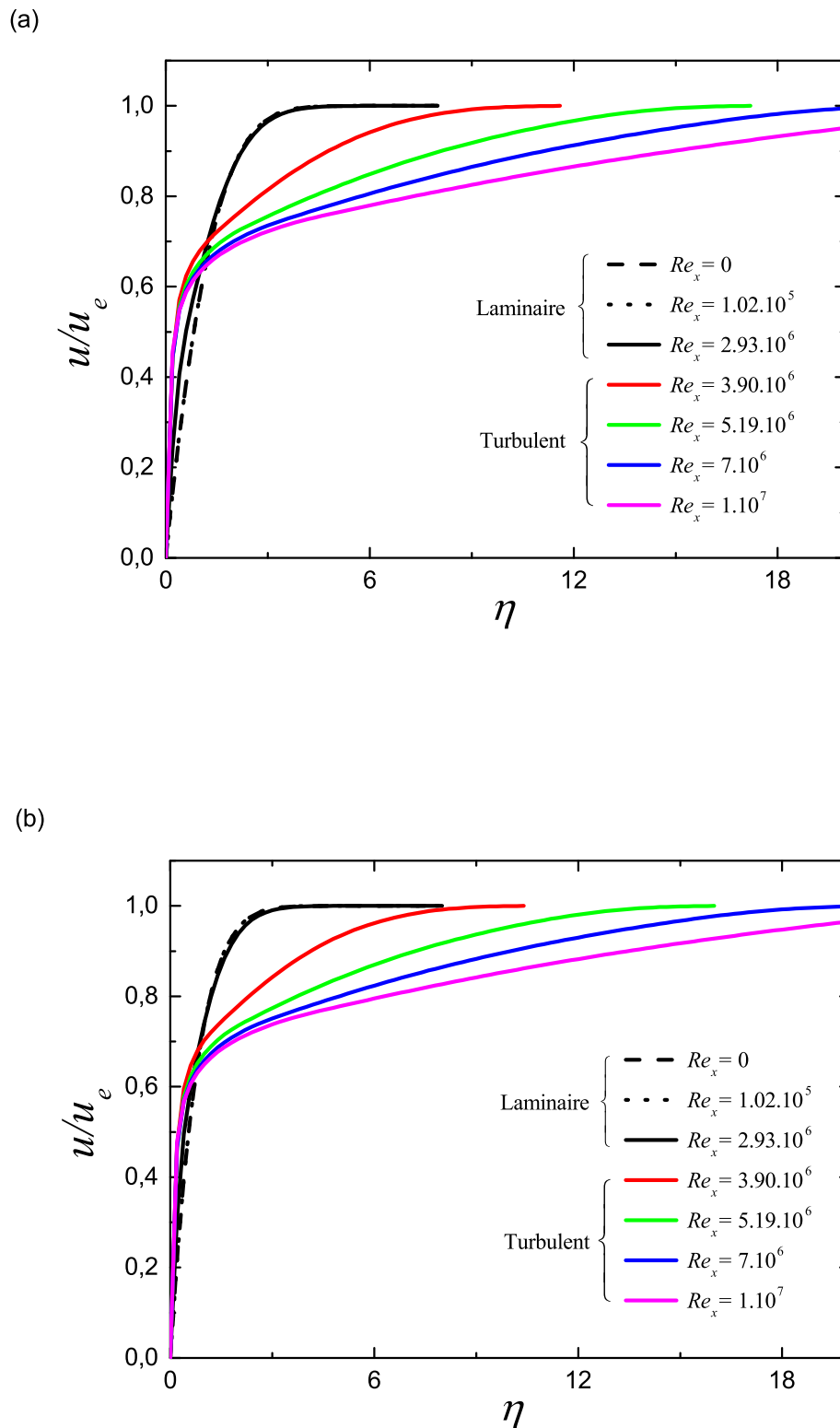


FIGURE 5.3 – Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec aspiration

(a) fonction de courant imposée $F_w = 1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = 2$

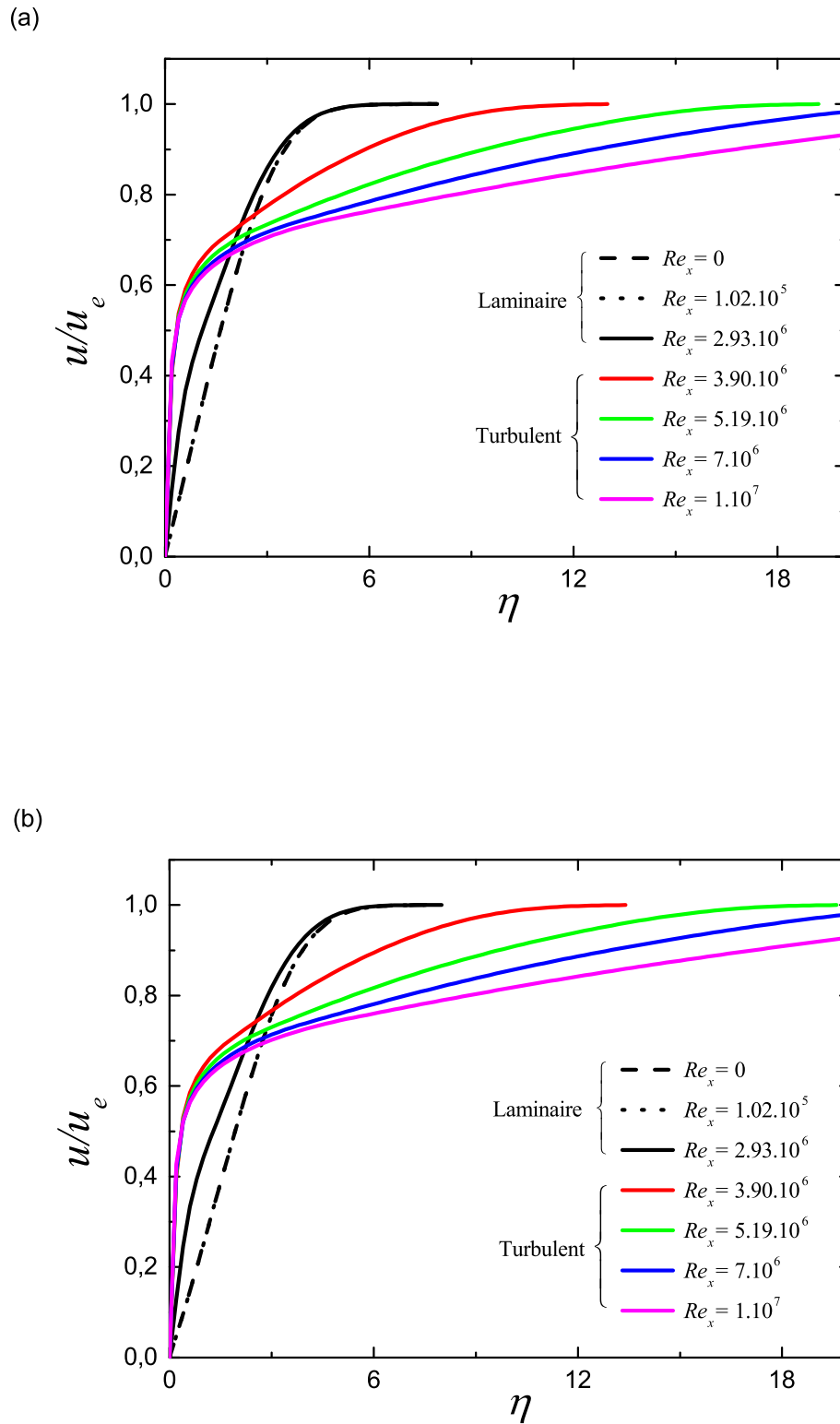
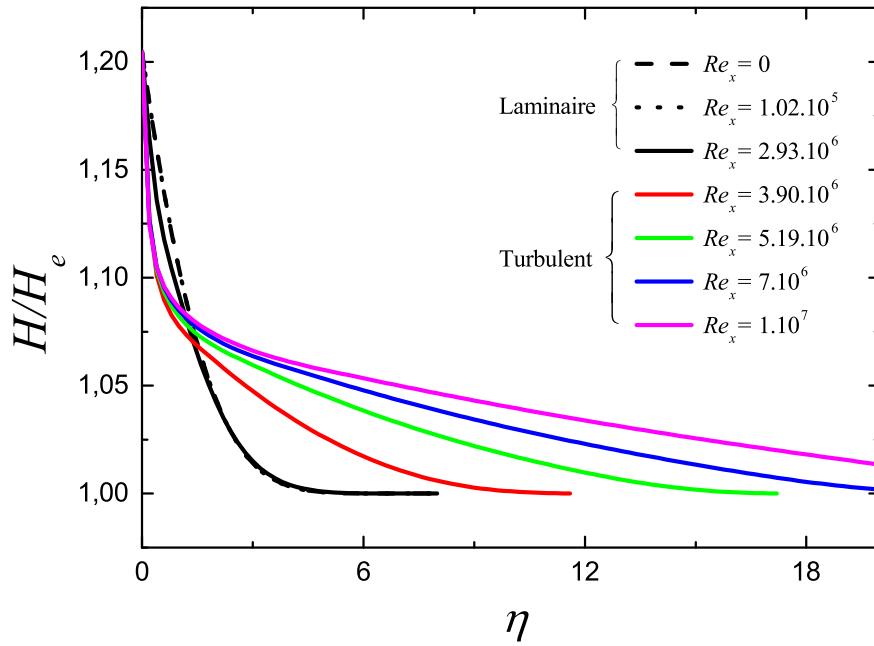


FIGURE 5.4 – Profil de vitesse adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec injection

(a) fonction de courant imposée $F_w = -0.1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = -0.3$

(a)



(b)

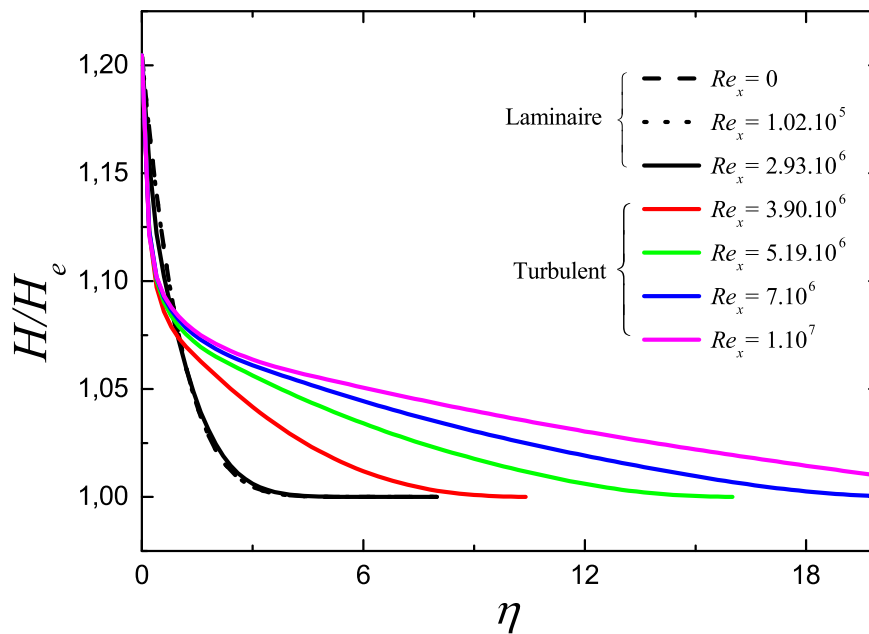


FIGURE 5.5 – Profil de l'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec aspiration

(a) fonction de courant imposée $F_w = 1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = 2$

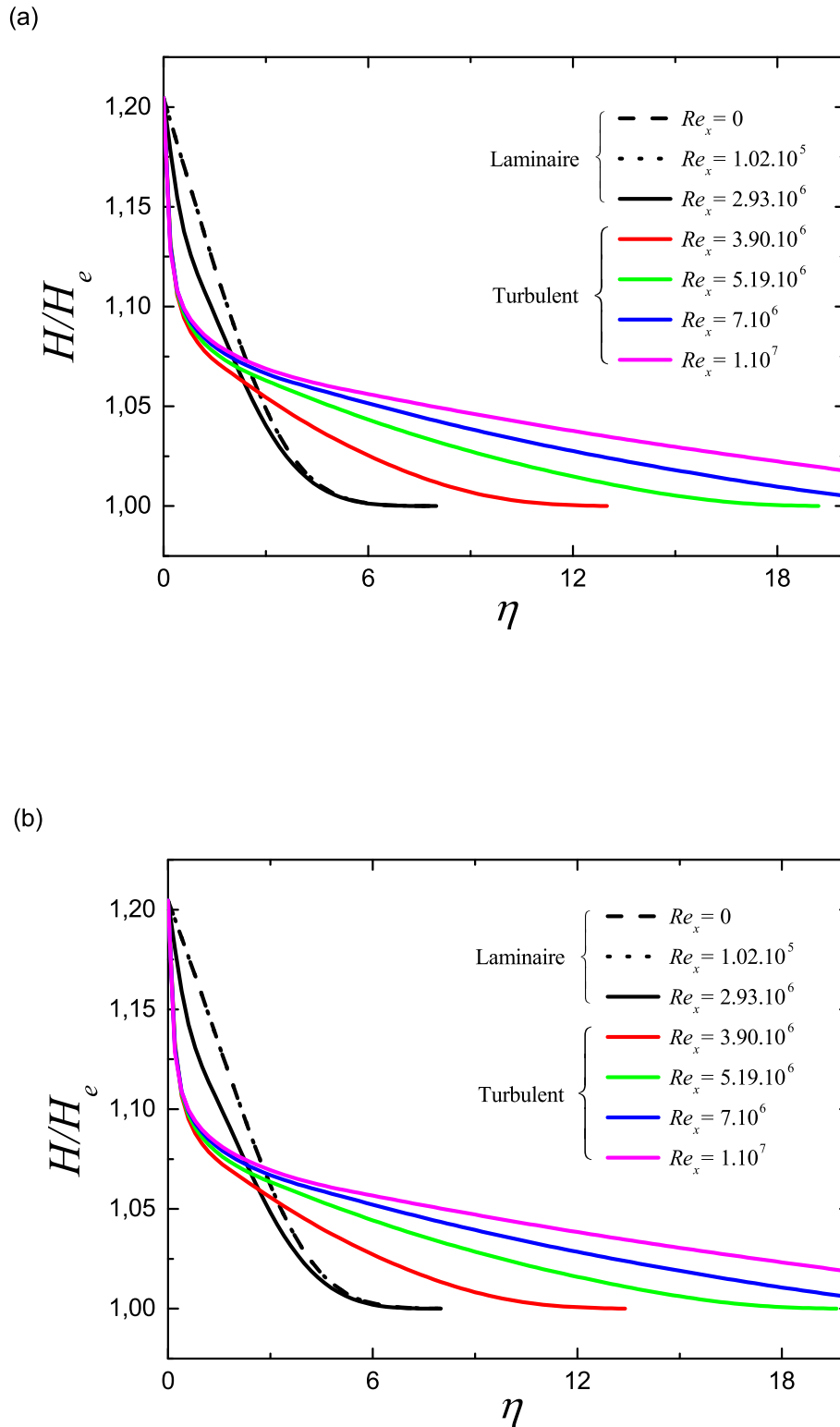


FIGURE 5.6 – Profil de l'enthalpie adimensionnelle en fonction de η , pour différents nombres de Reynolds, cas d'une paroi avec injection

(a) fonction de courant imposée $F_w = -0.1$, (b) fonction de courant imposée $F_w = -0.3$

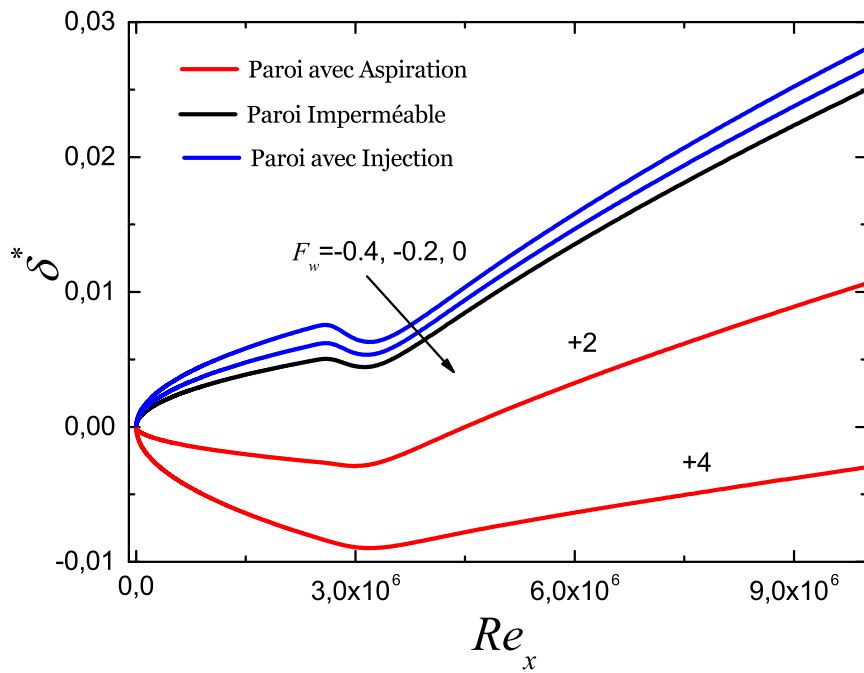


FIGURE 5.7 – Variation de l'épaisseur de déplacement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

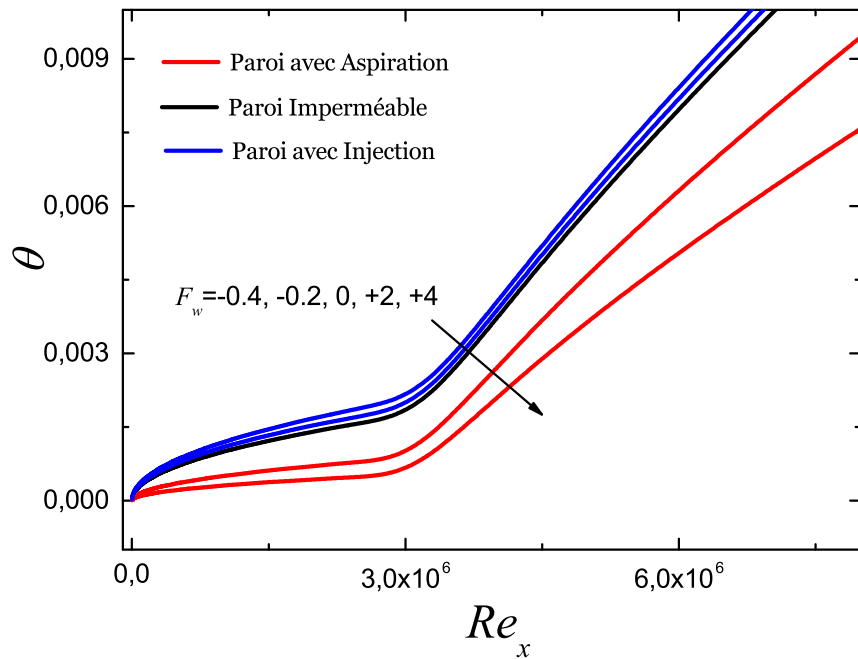


FIGURE 5.8 – Variation de l'épaisseur de quantité de mouvement en fonction de nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

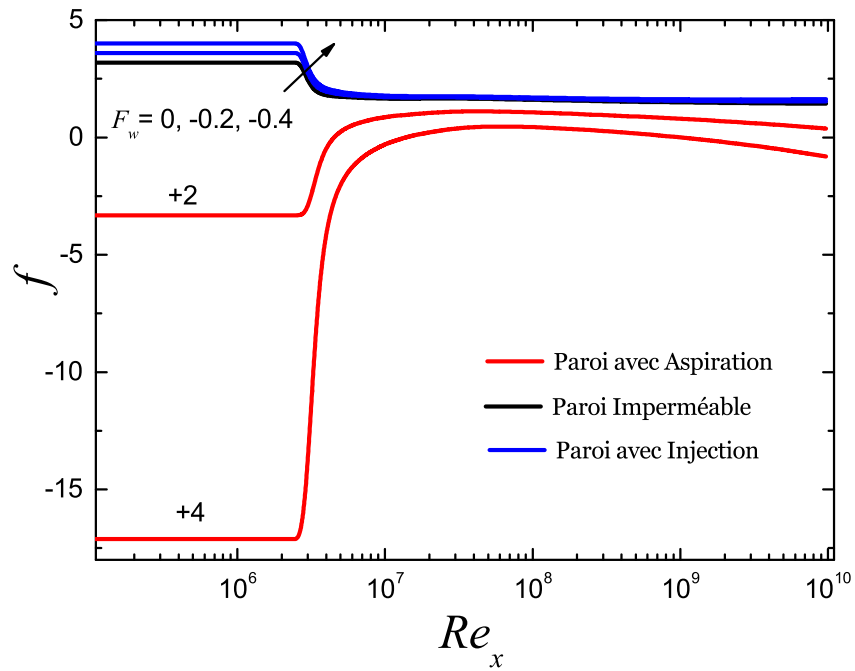


FIGURE 5.9 – Variation du facteur de forme, f , en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

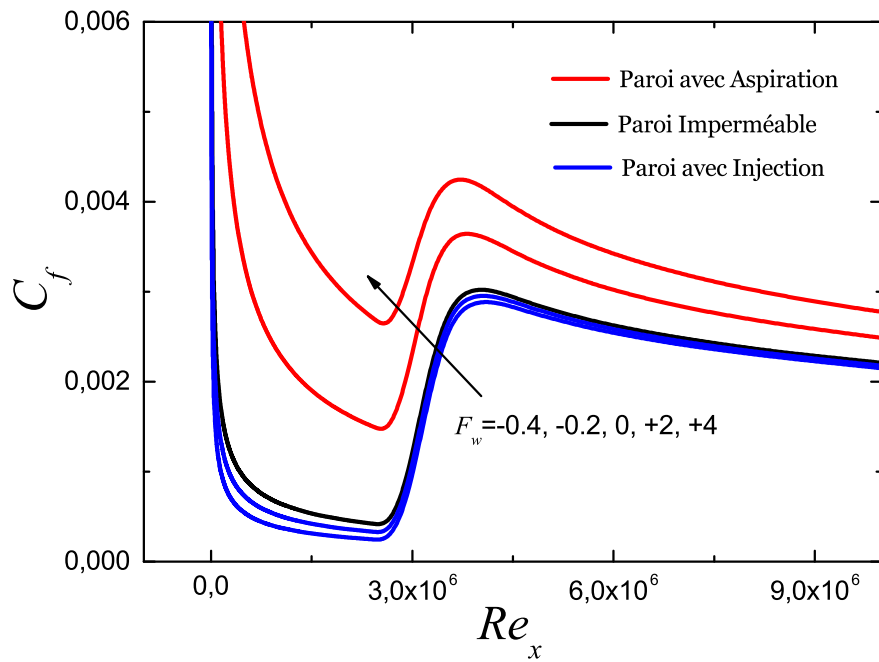


FIGURE 5.10 – Variation du coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

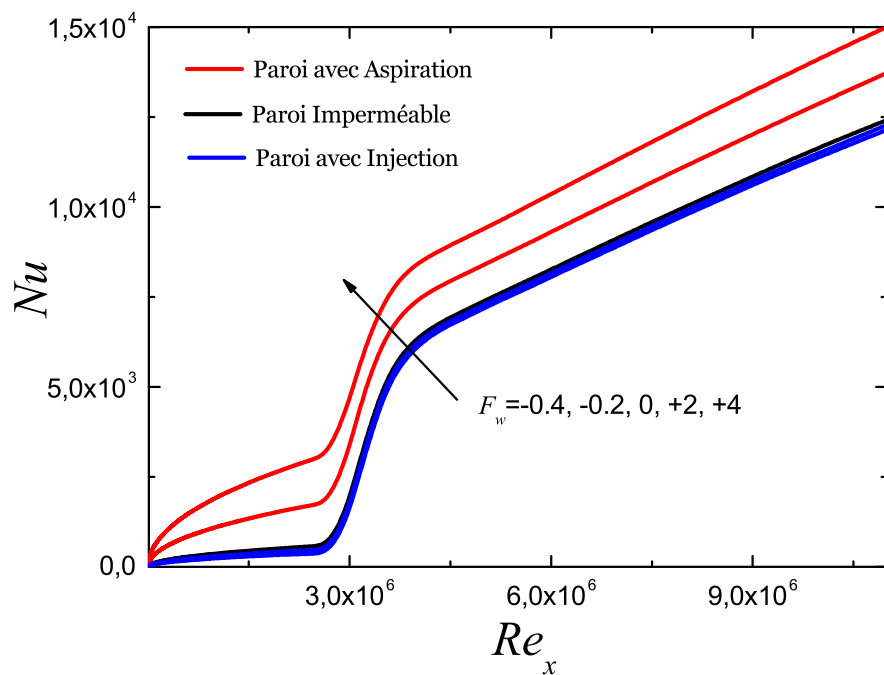


FIGURE 5.11 – Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds local pour différentes valeurs de la fonction de courant

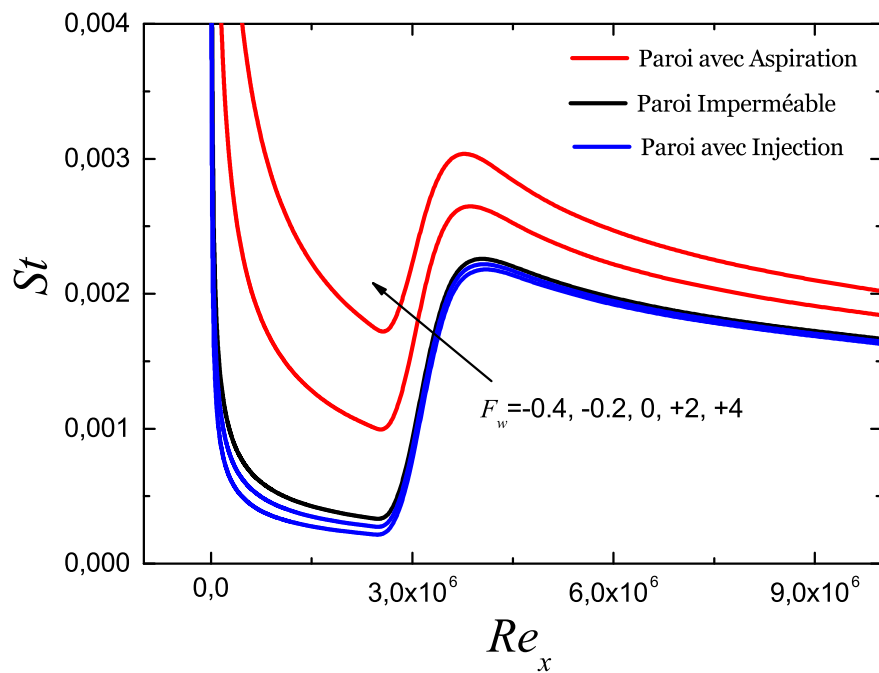


FIGURE 5.12 – Variation du nombre de Stanton en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de la fonction de courant

Conclusion générale

Une analyse de la stabilité linéaire temporelle d'un écoulement externe sur une plaque plane soumise à une condition d'injection ou d'aspiration pariétale est conduite. La solution de l'écoulement de base considérée est présentée sous forme numérique par la méthode de Runge-Kutta. Par ailleurs, les perturbations de ces solutions de base sont exprimées sous forme d'ondes bidimensionnelles de Tollmien-Schlichting. L'équation classique d'Orr-Sommerfeld ainsi obtenue dans ces conditions, est résolue par la méthode spectrale de collocation de Chebyshev. Cette méthode a permis d'obtenir les spectres des valeurs et des vecteurs propres, et de tracer les diagrammes de stabilité marginale pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée, variant de $+0,2$ à $+0,8$ pour une paroi avec aspiration et de $-0,2$ à $-0,8$ pour une paroi avec injection. Les solutions numériques montrent l'importance de l'effet d'injection et d'aspiration sur les caractéristiques de stabilité de l'écoulement. Dans le cas d'aspiration, la valeur du nombre de Reynolds critique augmente avec l'augmentation de l'intensité d'aspiration, la gamme des fréquences amplifiées diminue et le taux d'amplification des ondes instables est réduit. D'autre part, l'augmentation de l'intensité de l'injection a un effet contraire à celle de l'aspiration.

Une extension de l'étude précédente concernant un écoulement laminaire avec transfert pariétal de masse par injection et aspiration au cas d'un écoulement turbulent a été présentée. Elle a permis de mettre en évidence l'influence de l'injection et de l'aspiration pariétales sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement externe laminaire et turbulent sur une paroi plane isotherme. La modélisation mathématique de ce problème est basée sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Des hypothèses simplificatrices justifiées ont été introduites. Le modèle de turbulence de longueur de mélange basé sur la formulation algébrique de la viscosité apparente de Cebeci est utilisé.

Les résultats présentés ont été obtenus à partir d'une simulation numérique bidimensionnelle basée sur une méthode implicite aux différences finies centrées et à maillage non uniforme. L'injection est produite en imposant une vitesse pariétale positive, ce qui correspond à des valeurs négatives de la fonction de courant. Quant à l'aspiration, elle est produite, en imposant des conditions pariétales inverses. Pour le cas laminaire, la condition de fonction de courant imposée confère à l'écoulement un comportement de similitude pour les situations d'injection

et d'aspiration. La condition de vitesse imposée induit un comportement de non similitude. L'injection et l'aspiration influencent fortement les grandeurs dynamiques et thermiques de l'écoulement. L'augmentation de la vitesse d'injection accroît l'épaisseur de déplacement, de quantité de mouvement et le facteur de forme et réduit le coefficient de frottement, le nombre de Stanton et le nombre de Nusselt. La vitesse d'aspiration a un effet contraire à celle de l'injection.

Comme extensions possibles, cette étude peut être adaptée à l'étude des instabilités interfaciales pour d'autres conditions physiques : cas des parois mobiles, les films liquides ruisselants, les géométries à symétrie de révolution, . . .

Bibliographie

- Akiva, M. Y. et Uriel, F., *Hydrodynamic Instability and Transition to Turbulence*, Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2012. [18](#)
- Aloui, F., *Etude de Contrôle des Écoulements*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2010. [9](#), [10](#)
- Andersson, P., Brandt, L., Bottaro, A., et Henningson, D. S., On the breakdown of boundary layer streaks, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. **428**, pp. 29–60, 2001. [7](#)
- Arnal, D., Special course on stability and transition of laminar flow, *AGARD Special Course at the von Karman Institute*, *AGARD Report N°709*, pp. 26–30, 1984. [7](#)
- Bourgois, S. et Tensi, J., Contrôle de l'écoulement autour d'un cylindre par techniques fluidiques et acoustiques, *16eme Congrès Français de Mécanique, Nice*, 2003. [11](#)
- Boyd, J. P., *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*, Dover Publications, 2001. [25](#), [26](#)
- Breuer, K. S., *Design, Fabrication and Performance of MEMS Actuators for Flow Control*, Flow control and MEMS Von Karman Institute Lecture Series Brown University, Providence, Division of Engineering, 2002. [1](#)
- Breuer, K. S., Bayt, R., et Nayaar, A., Micromachined shear and temperature sensors, *presented at the 4th ASME Microfluids Symposium, Nashville TN*, 1999. [1](#)
- Béra, J. C., ComteBellot, G., et Sunyach, M., Contrôle par jet pulsé du décollement d'une couche limite turbulente, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Astronomy*, vol. **326**, pp. 859–865, 1998. [12](#)
- Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A., et Zang, T. A., *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer, 1988. [22](#), [25](#)
- Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A., et Zang, T. A., *Spectral Methods*, Springer, 2007. [22](#)
- Cebeci, T. et Bradshaw, P., *Physical and computational aspects of convective heat transfer*, Springer-Verlag, New York, 1984. [53](#), [58](#)
- Content, C., *Méthode innovante pour le calcul de la transition laminaire-turbulent dans les codes Navier-Stokes*, PhD thesis, ISAE Toulouse, 2011. [iii](#), [8](#)
- Cousteix, J., *Turbulence et couche limite*, Cepadues, Toulouse, 1989. [6](#), [7](#)

- Drazin, P. G. et Reid, W. H., *Hydrodynamic Stability*, 2nd Edition, Cambridge University Press, 2004. 18
- Fasel, H., Numerical investigation of the interaction of klebanoff-mode with a tollmien-schlichting wave, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 450, pp. 1–33, 2002. 8
- Favier, D., *Aérodynamique subsonique instationnaire d'un profil d'aile soumis à des variations de vitesse et d'incidence*, Thèse d'état, Université d'Aix-Marseille II, 1980. 10
- Favier, J., *Contrôle d'écoulements : approche expérimentale et modélisation de dimension réduite*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007. 10
- Fournier, G., Bourgois, S., Pellerin, S., TaPhuoc, L., Tensi, J., et ElJabi, R., Wall suction influence on the flow around a cylinder in laminar wake configuration by large eddy simulation and experimental approaches, *39e Colloque d'Aérodynamique Appliquée, Contrôle des écoulements, 22-24 Mars, Paris*, 2004. 11
- Gadelhak, M., *Flow control*, The MEMS Handbook, CRC ed., New York, 2002. 1, 10
- Gottlieb, D., Hussaini, M. Y., et Orszag, S. A., Theory and applications of spectral methods. in : Spectral methods for partial differential equations, *SIAM, Philadelphia*, pp. 1–54, 1984. 23
- Gottlieb, D. et Orszag, S. A., *Numerical analysis of spectral methods : theory and applications*, SIAM-CBMS, Philadelphia, 1977. 23
- Grosch, C. E. et Orszag, S. A., Numerical solution of problems in unbounded regions : coordinate transforms, *Journal of Computational Physics*, vol. 25, pp. 273–295, 1977. 26
- Guyon, E., Hulin, J. P., et Petit, L., *Hydrodynamique physique*, CNRS Éditions, 1991. 11
- Hallek, K., Bouterra, M., El Cafsil, A., Beghith, A., Lusseyran, F., et Gougat, P., Etude expérimentale d'une couche limite perturbée en amont d'une plaque, *Revue des Énergies Renouvelables*, vol. 10, pp. 93–100, 2007. 8
- Hatzivramidis, D. et Ku, H. C., An integral chebyshev expansion method for boundary-value problems of ode type, *Comp. and Maths, with Appls*, vol. 11(6), pp. 581–586, 1985. 29
- Hernandez, G., *Contrôle actif des instabilités hydrodynamiques des écoulements subsoniques compressibles*, Thèse de l'INPT, 1996. 11
- Hussaini, M. Y., Zang, et Quarteroni, A., Spectral methods in fluid dynamics, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 19, pp. 339–367, 1987. 22
- Jerome, B., *Transfert de masse et de chaleur dans la couche limite pariétale et à l'intérieur d'une paroi poreuse plane soumise à de l'effusion ou de la transpiration*, Thèse de Doctorat, Institut National Des Sciences Appliquées de LYON, 1998. 12
- Jones, K. D., Nakashima, M., Bradshaw, C. J., Papadopoulos, J., et Platzer, M. F., *On Flow Separation Control by Means of Flapping Wings*, chap.5. Edition, Tokyo : Springer-Verlag, 2004. 11

- Joslin, R. D., Aircraft laminar flow control, *Ann. Rev. Fluid Mech*, vol. **30**, pp. 1–29, 1998. [1](#)
- Jovanovic, M., Computation of incompressible turbulent boundary layer with favorable and adverse pressure gradient at high reynolds numbers, *Mechanics, Automatic, Control end Robotics*, vol. **3**, pp. 1–33, 2001. [6](#)
- Karabis, A. et Kafoussias, N., The effect of distributed suction/injection on the spatial linear inviscid instability of a supersonic boundary layer past a slender cone, *Acta Mechanica*, vol. **152**, pp. 109–119, 2001. [12](#)
- Konieczny, P., *Contrôle de stries pariétales par ondulation de surface au moyen d'actionneurs piézo-électriques*, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse., 2004. [11](#)
- Labrosse, G., *Méthodes spectrales, méthodes locales, méthodes globales, problèmes d'Helmutz et de Stokes, équations de Navier-Stokes*, Ellipses, 2011. [22](#)
- Lighthill, M. J., *Waves in fluides*, Cambridge University Press, London, 1978. [18](#)
- McCroskey, W. J., Unsteady airfoils, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. **14**, pp. 285–311, 1982. [10](#)
- Mezaache, E. et Daguinet, M., Etude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire et turbulent d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée, *The canadian journal of chemical engineering*, vol. **78** **Is.5**, pp. 994–1005, 2000. [58](#)
- Ming-liang, X., Jian-zhong, L., et Fu-tang, X., On the hydrodynamic stability of a particle-laden flow in growing flat plate boundary layer, *J Zhejiang Univ Sci A*, vol. **8**, pp. 275–284, 2007. [29](#)
- Moffat, R. J. et Kays, W. M., A review of turbulent-boundary-layer heat transfer research at stanford, *Advances in heat transfer*, vol. **16**, pp. 241–365, 1984. [12](#)
- Motsa, S. S., Marewo, G. T., Sibanda, P., et Shateyi, S., An improved spectral homotopy analysis method for solving boundary layer problems, *Boundary Value Problems, Springer Open Journal*, 2011. [26](#)
- Munday, D. et Jacob, J., *Active control of separation on a wing with conformal camber*, In AIAA, Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 39th. Reno NV., 2007. [11](#)
- Peyret, R., *Spectral Methods for Incompressible Viscous Flow*, Springer, 2002. [22](#), [25](#)
- Schlichting, H. et Gersten, K., *Boundary-Layer Theory*, eight Edition, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000. [27](#)
- Schröppel, J. et Thiele, F., On the calculation of momentum, heat, and mass transfer in laminar and turbulent boundary layer flows along a vaporizing liquid film, *Numerical Heat transfer*, vol. **B6**, pp. 475–496, 1983. [54](#), [56](#)
- Vermeersch, O., *Étude et modélisation du phénomène de croissance transitoire pour des couches limites incompressibles et compressibles*, Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2009. [5](#)

- Watanabe, T., Taniguchi, H., et Kumagai, M., Stability of free convection with uniform suction or injection from a vertical flat plate subjected to a constant wall heat flux, *Acta Mechanica*, vol. **136**, pp. 143–153, 1999. [12](#)
- Whitten, D. G., Moffat, R. J., et Kays, W. M., Heat transfer to a turbulent boundary layer with non-uniform blowing and surface temperature, *Advances in heat transfer*, 1970. [12](#)
- Zebib, A., A chebyshev method for the solution of boundary value problems, *J. Comput. Phys.*, vol. **53**, pp. 443–455, 1984. [29](#)

Annexe A

Production Scientifique

A.1 Articles Journaux :

1. Laouer A., Mezaache E., Laouar S., Influence of Surface Mass Transfer on the Stability of Forced Convection Flow Over an Horizontal Flat Plate. *Computational Thermal Sciences, Begell House*, Vol. 08, No.4, pp. 355-369, 2016.
2. Laouer A., Mezaache E., Laouar S., Study of the Effect of Parietal Suction and Blowing on the Stability of Laminar External Flow. *International Journal of Heat and Technology*, Vol. 34, No.2, pp. 302-310, June 2016.
3. Laouer A., Mezaache E., Numerical Study of the Effect of Parietal Suction and Injection on Momentum and Heat Transfer of Laminar and Turbulent External Flow. *Energy Procedia, Elsevier*, Vol. 36, pp. 1101 – 1110, 2013.
4. Laouer A., Laouar S., Mezaache E., Stabilité Interfaciale d'un Film Liquide Ruisselant. *Journal of Scientific Research*, N°0, vol. 1, pp.257-261, 2010.

A.2 Communications édités :

1. Laouer A., Mezaache E., Zeghamati B., Stability of a Falling Liquid Film, *5th International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics, ICAMEM2010*, 18-20 December, 2010, Hammamet, Tunisia.
2. Laouer A., Tegggar M., Mezaache E., Study of the Effect of Wall injection and Aspiration on Laminar external Flow, *International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics*, 2008, Sousse, Tunisia.
3. Laouer A., Mezaache E., Etude de l'influence de l'injection et de l'aspiration pariétale sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement externe turbulent, *Conférence Internationale sur les Energies Renouvelables et le Développement Durable, ICRES-07*, 21-24 Mai 2007, Tlemcen, Algérie.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UN ÉCOULEMENT EXTERNE AVEC INJECTION OU ASPIRATION

RÉSUMÉ

Une étude de l'influence du transfert pariétal de masse par injection et aspiration sur la stabilité hydrodynamique ainsi que sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement externe laminaire et turbulent le long d'une paroi plane isotherme est présentée. Le travail est organisé en trois parties. Dans la première, les principes généraux des écoulements externes, les phénomènes d'instabilités, de décollement et les mécanismes de contrôle des écoulements sont rappelés.

Dans la deuxième partie, une étude de la stabilité linéaire de l'écoulement externe sur une plaque plane soumise à un transfert pariétal de masse par injection et aspiration est présentée. L'écoulement est supposé de couche limite similaire, laminaire et bidimensionnel. Les profils de vitesse de l'écoulement de base sont obtenus numériquement. La formulation du problème de stabilité conduit à l'équation d'Orr-Sommerfeld, résolue en utilisant la méthode spectrale de collocation de Chebyshev. Les diagrammes de stabilité déterminant les seuils des paramètres conduisant à l'instabilité hydrodynamique ont été obtenus et analysés pour le cas d'injection et d'aspiration.

Dans la dernière partie, une extension de l'étude précédente au cas laminaire et turbulent est réalisée. L'écoulement est décrit par les équations de la couche limite bidimensionnelle et permanente. La turbulence est prise en considération à l'aide du modèle de turbulence de longueur de mélange basé sur la formulation algébrique de la viscosité apparente de Cebeci. L'étude numérique est basée sur la méthode implicite aux différences finies centrées. Cette étude nous a permis de mettre en évidence l'influence des conditions pariétales d'injection et d'aspiration sur les grandeurs dynamiques et thermiques de l'écoulement.

MOTS-CLÉS : transfert de chaleur et de masse, injection, aspiration, écoulement laminaire, écoulement turbulent, stabilité, équation d'Orr-Sommerfeld, méthode spectrale, différences finies.

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF HEAT AND MASS TRANSFER IN
EXTERNAL FLOW WITH SUCTION OR BLOWING

ABSTRACT

The influence of the parietal suction and blowing mass transfer on the hydrodynamic stability, dynamical and thermal behavior of laminar and turbulent external flow over a flat plate is studied. The study is structured in three parts. In the first one, the general principles of external flow, the instability and separation phenomena, and the mechanisms of flow control processes are rappelled. In the second part, the linear stability analysis of flow over a flat plate subjected to a parietal suction and blowing mass transfer is presented. The flow is assumed similar two-dimensional laminar boundary-layer. The mean velocity profiles are obtained numerically. The stability problem formulation leads to the Orr-Sommerfeld equation, solved using the Chebyshev spectral collocation method. The stability diagrams and the fundamental parameters leading to hydrodynamic instabilities were obtained and analyzed for the case of suction or blowing.

In the third part, an extension of the previous study is performed for both laminar and turbulent cases. The flow is described by two-dimensional boundary layer equations. Turbulence is taken into account using the model of mixing length based on the algebraic formulation of the apparent viscosity of Cebeci. The numerical study is based on the implicit finite difference method. The influence of the parietal conditions, more particularly the suction and the blowing induced by the wall velocity and stream function, on the hydrodynamic stability and thermal behavior of the flow, is clarified.

KEY-WORDS : heat and mass transfer, suction, blowing, laminar flow, turbulent flow, stability, Orr-Sommerfeld equation, spectral method, finite differences.

المساهمة في دراسة انتقال الحرارة و المادة على جريان خارجي خاضع لحقن و امتصاص

الملخص :

في هذا العمل، قمنا بدراسة تأثير الانتقال السطحي للمادة و المعبر عنه بالحقن و الامتصاص على الاستقرار الهيدروديناميكي و على التركيبية الديناميكية و الحرارية لجريان خارجي على صفيحة مستوية ذات درجة حرارة ثابتة. بعد التذكير بالمبادئ الأساسية للجريان الخارجي و عرض ظواهر عدم الإستقرار والإقلاع و توضيح آليات عملية التحكم، خصصنا الجزء الأول من هذا العمل لدراسة الإستقرار الخطي لجريان خارجي على صفيحة مستوية خاضعة لانتقال سطحي للمادة (حقن و امتصاص). الجريان تم اعتباره على انه صفائحي ثنائي البعد لطبقة حدية متشابهة. منحنيات السرعة للجريان القاعدي تحصلنا عليها عدديا. علاقات الإستقرار قادتنا الى معادلة Orr-Sommerfeld حيث استعملنا الطريقة الطيفية من نوع Chebyshev لحل هذه المعادلة والتي سمحت لنا بالحصول على منحنيات الاستقرار وتحديد العتبات المؤدية إلى عدم الاستقرار لكلا الحالتين : الحقن و الامتصاص. في الجزء الثاني من هذا العمل تطرقنا لدراسة عددية باستعمال طريقة الفروق المنتهية الممركزة لجريان خارجي صفائحي و مضطرب. قمنا بعرض النموذج الفيزيائي المرتكز على معادلات الطبقة الحدية ثنائية البعد و المستقرة. الاضطراب أخذ بعين الاعتبار و ذلك بتطبيق نموذج «طول الخلط» الذي يركز على العلاقة الجبرية للزوج الظاهرية لـ Cebecei. هذه الدراسة سمحت لنا بإبراز بشكل واضح تأثير الشروط السطحية، خاصة منها الحقن و الامتصاص المعبر عنها بالسرعة ودالة التيار، على المقادير الديناميكية و الحرارية للجريان الخارجي.

الكلمات المفتاحية : انتقال الحرارة و المادة، الحقن، الامتصاص، جريان صفائحي، جريان مضطرب، الاستقرار، معادلة Orr-Sommerfeld، الطريقة الطيفية، الفروق المنتهية.

الملخص – في هذا العمل، قمنا بدراسة تأثير الانتقال السطحي للمادة و المعبر عنه بالحقن و الامتصاص على الاستقرار الهيدروديناميكي و على التركيبة الديناميكية و الحرارية لجريان خارجي على صفيحة مستوية ذات درجة حرارة ثابتة. بعد التذكير بالمبادئ الأساسية للجريان الخارجي و عرض ظواهر عدم الإستقرار والإقلاع و توضيح آليات عملية التحكم، خصصنا الجزء الأول من هذا العمل لدراسة الاستقرار الخطي لجريان خارجي على صفيحة مستوية خاضعة لانتقال سطحي للمادة (حقن وامتصاص). الجريان تم اعتباره على انه صفائحي ثنائي البعد لطبقة حدية متشابهة. منحنيات السرعة للجريان القاعدي تحصلنا عليها عدديا. علاقات الإستقرار قادتنا الى معادلة Orr-Sommerfeld حيث استعملنا الطريقة الطيفية من نوع Chebyshev لحل هذه المعادلة والتي سمحت لنا بالحصول على منحنيات الاستقرار و تحديد العتبات المؤدية إلى عدم الاستقرار لكلتا الحالتين: الحقن و الامتصاص. في الجزء الثاني من هذا العمل تطرقنا لدراسة عددية باستعمال طريقة الفروق المنتهية الممركزة لجريان خارجي صفائحي و مضطرب. قمنا بعرض النموذج الفيزيائي المرتكز على معادلات الطبقة الحدية ثنائية البعد و المستقرة. الاضطراب أخذ بعين الاعتبار و ذلك بتطبيق نموذج «طول الخلط» الذي يرتكز على العلاقة الجبرية للزوجة الظاهرية لـ Cebeci. هذه الدراسة سمحت لنا بإبراز بشكل واضح تأثير الشروط السطحية، خاصة منها الحقن و الامتصاص المعبر عنها بالسرعة و دالة التيار، على المقادير الديناميكية و الحرارية للجريان الخارجي.

الكلمات المفتاحية : انتقال الحرارة و المادة، الحقن، الامتصاص، جريان صفائحي، جريان مضطرب، الاستقرار، معادلة Orr-Sommerfeld، الطريقة الطيفية، الفروق المنتهية.

Résumé – Une étude de l'influence du transfert pariétal de masse par injection et aspiration sur la stabilité hydrodynamique ainsi que sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement externe laminaire et turbulent le long d'une paroi plane isotherme est présentée. Le travail est organisé en trois parties. Dans la première, les principes généraux des écoulements externes, les phénomènes d'instabilités, de décollement et les mécanismes de contrôle des écoulements sont rappelés. Dans la deuxième partie, une étude de la stabilité linéaire de l'écoulement externe sur une plaque plane soumise à un transfert pariétal de masse par injection et aspiration est présentée. L'écoulement est supposé de couche limite similaire, laminaire et bidimensionnel. Les profils de vitesse de l'écoulement de base sont obtenus numériquement. La formulation du problème de stabilité conduit à l'équation d'Orr-Sommerfeld, résolue en utilisant la méthode spectrale de collocation de Chebyshev. Les diagrammes de stabilité déterminant les seuils des paramètres conduisant à l'instabilité hydrodynamique ont été obtenus et analysés pour le cas d'injection et d'aspiration. Dans la dernière partie, une extension de l'étude précédente au cas laminaire et turbulent est réalisée. L'écoulement est décrit par les équations de la couche limite bidimensionnelle et permanente. La turbulence est prise en considération à l'aide du modèle de turbulence de longueur de mélange basé sur la formulation algébrique de la viscosité apparente de Cebeci. L'étude numérique est basée sur la méthode implicite aux différences finies centrées. Cette étude nous a permis de mettre en évidence l'influence des conditions pariétales d'injection et d'aspiration sur les grandeurs dynamiques et thermiques de l'écoulement.

Mots-Clés : transfert de chaleur et de masse, injection, aspiration, écoulement laminaire, écoulement turbulent, stabilité, équation d'Orr-Sommerfeld, méthode spectrale, différences finies.

Abstract – The influence of the parietal suction and blowing mass transfer on the hydrodynamic stability, dynamical and thermal behavior of laminar and turbulent external flow over a flat plate is studied. The study is structured in three parts. In the first one, the general principles of external flow, the instability and separation phenomena, and the mechanisms of flow control processes are rappelled. In the second part, the linear stability analysis of flow over a flat plate subjected to a parietal suction and blowing mass transfer is presented. The flow is assumed similar two-dimensional laminar boundary-layer. The mean velocity profiles are obtained numerically. The stability problem formulation leads to the Orr-Sommerfeld equation, solved using the Chebyshev spectral collocation method. The stability diagrams and the fundamental parameters leading to hydrodynamic instabilities were obtained and analyzed for the case of suction or blowing. In the third part, an extension of the previous study is performed for both laminar and turbulent cases. The flow is described by two-dimensional boundary layer equations. Turbulence is taken into account using the model of mixing length based on the algebraic formulation of the apparent viscosity of Cebeci. The numerical study is based on the implicit finite difference method. The influence of the parietal conditions, more particularly the suction and the blowing induced by the wall velocity and stream function, on the hydrodynamic stability and thermal behavior of the flow, is clarified.

Key-Words : heat and mass transfer, suction, blowing, laminar flow, turbulent flow, stability, Orr-Sommerfeld equation, spectral method, finite differences.