

Université 20 Août 1955-Skikda

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique

Ref : D012116018D



جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة

كلية التكنولوجيا

قسم: الهندسة الميكانيكية

المرجع:

Thèse présentée en vue de l'obtention
Du diplôme de
Doctorat en électromécanique

Option :
Mécanisation Industrielle

**Modélisation du phénomène de dégradation des roulements
par le processus Wiener et Gamma**

Présentée par :
LOUAHEM M'SABAH HANENE

Soutenue publiquement le 07 / 12 / 2016

Devant le jury composé de :

Président	: Lakhdar KHOCHEMANE	Professeur	Université de Skikda
Encadreur	: Azzedine BOUZAOUIT	Maitre de conférences A	Université de Skikda
Examineurs	: Elias HADJADJ Aouel	Professeur	Université d'Annaba
	Rachid CHAIB	Professeur	Université de Constantine
	Nedjme Eddine BENCHOUIA	Maitre de conférences A	Université de Souk ahras

Remerciements

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements et toute ma reconnaissance à monsieur BOUZAOUIT AZZEDINE maître de conférence au département génie mécanique de l'université du 20 Août 1955 Skikda directeur de cette thèse, pour avoir assuré la direction de mes travaux et pour la qualité de son encadrement, ainsi que son soutien scientifique durant toute la durée de thèse.

Je remercie chaleureusement Monsieur KHOCHEMANE LAKHDAR Professeur, à l'université du 20 Août 1955 Skikda de m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Je voudrais aussi témoigner toute ma gratitude à Monsieur HADJADJ AOUEL ELIAS, Professeur à l'université de BADJI MOKHTAR Annaba, ainsi que Monsieur CHAIB RACHID Professeur à l'université MENTOURI de Constantine, d'avoir accepté d'être membre de jury.

Je tiens à remercier Docteur BENCHOUIA NEDJME EDDINE, Maître de conférences à l'université de SOUK AHRAS, pour leur participation à ce jury.

J'adresse également mes remerciements à monsieur MOKHBI chef service maintenance au niveau de la raffinerie de Skikda pour leur aide et leur disponibilité.

Je remercie monsieur ZAHZOUH ZOUBIR maître de conférence à l'université du 20 Août 1955- Skikda, Monsieur DADOU MEHDI ainsi que madame BOUKHEDCHA IMENE pour leurs aide et leurs disponibilité.

Je tiens à remercier du fond du cœur mon père, ma mère, mon mari qui me supportent et soutiennent depuis toujours ; merci à CHAIMA, MERIEM, MOUSTAPHA et mon fils MOUSLIME, et sans oublier la belle famille BOUKHEDCHA.

Je n'oublie pas à remercier toutes les personnes de près ou de loin, qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse. Je ne pourrai terminer cet espace sans remercier mes collègues avec lesquels j'ai passé des moments agréables à l'Université 20 Août 1955 Skikda.

Résumé

Intitulé "Modélisation du phénomène de dégradation des roulements par le processus Wiener et Gamma"

Une maintenance prévisionnelle efficace repose sur la modélisation et sur des techniques de supervision et de pronostic utilisées pour modéliser les différents phénomènes. Sur cette base, et partant des connaissances et des paramètres significatifs, nous proposons une approche basée sur les processus stochastiques qui représentent une structure mathématique pour la modélisation, principalement les modèles de dégradation continue et plus particulièrement le processus Wiener et Gamma.

Notre travail est consacré au suivi du processus de dégradation des roulements au niveau d'une motopompe et permet d'évaluer la durée de fonctionnement limite, ainsi que l'évolution dans le temps du changement d'état, par l'analyse vibratoire car les vibrations sont des phénomènes physiques utilisés pour mettre en évidence des défauts de fonctionnement ou de dégradation d'une machine tournante et donnent une meilleure mesure de son état. Cette méthodologie nous a permis de développer un modèle mathématique qui décrit le processus de dégradation des roulements, ainsi donc fournir une bonne prédiction des pannes et une planification efficace d'action de maintenance.

Mots clés : maintenance prévisionnelle, analyse vibratoire, processus stochastique, processus Wiener, modélisation.

Abstract

Entitled "Modeling of bearings degradation phenomenon by wiener process and gamma"

Effective predictive maintenance relies on modeling and monitoring techniques and prognostic tools used to model the different phenomena. On that basis starting with the knowledge and the significant parameters, we propose an approach based on stochastic processes that represent a mathematical structure for modeling mostly continues degradation models in particular the Wiener process.

Our work is devoted to the control of bearings degradation process at a pump, and permits to evaluate the limit operating time and the evolution of the state change during time by the Vibration analysis because the vibrations are the physical phenomena used to bring out operating faults or degradation of a rotating machine and give a better measure of his state. This methodology permits to us to develop a mathematical model that describes the process of degradation of the bearings, so provide a good prediction of failures and efficient planning of maintenance action.

Keywords: predictive maintenance, vibration analysis, stochastic processes, Wiener process, modeling.

المخلص

عنوان المذكرة " نمذجة ظاهرة تدهور المدرجة الميكانيكية عن طرق منهجية وينر و غاما " الصيانة التنبؤية الفعالة تستند على نمطية و على التقنيات التنبؤية والتوقعية المستعملة في معالجة مختلف الظواهر، على هذا الأساس انطلاقا من المعارف و المعالم الهادفة ، نقترح مقاربة مبنية على مناهج ستوكاستيكية التي تمثل بنية رياضية من اجل نمذجة مظاهر التدهور المستمر و خاصة مناهج وينر و غاما.

هذه الدراسة مخصصة من اجل متابعة نمط تدهور المدرجة الميكانيكية على مستوى مضخة فهي تسمح بتقدير مدة التشغيل المحدودة كذلك تقدمها مع مرور الزمن و تغيير حالتها عن طريق التحليل الاهتزازية لان الاهتزازات هي ظواهر فيزيائية تستعمل من اجل تحديد أخطاء التشغيل بفعالية و حتمية أو تدهور الحالة العامة للألة و التي تعطي أحسن قياس لحالة الآلة.

هذه المنهجية سمحت لنا بتطوير نمط رياضي والذي يصف منهج تدهور المدرجات، إذن يعطينا توقع جيد لحالات الاعطاب و تخطيط جيد لعمليات الصيانة الممكنة.

الكلمات المفتاحية : الصيانة التنبؤية، تحليل الاهتزاز، منهجيه وينر، المناهج الستوكاستيكية ، عملية النمذجة.

Table de matières

Table de matières

Remerciements.....	i
Résumé.....	ii
Table de matières.....	v
Nomenclature.....	x
Acronymes.....	xii
Listes des figures.....	xiii
Liste des tableaux.....	xvi
Introduction générale.....	1
Chapitre I : Analyse du fonctionnement des systèmes complexes	
I.1. Introduction.....	5
I.2. Définition et objectifs de la maintenance.....	5
I.3. Différents types de la maintenance.....	6
I.3.1. Maintenance corrective.....	7
I.3.2. Maintenance préventive.....	8
I.4. Modélisation et évaluation de la maintenance	9
I.5. Méthodes d'analyse de la sûreté de fonctionnement d'un système complexe.....	10
I.5.1. Généralités sur la sûreté de fonctionnement.....	10
I.5.2. Les critères de classification des méthodes d'analyse de la SdF.....	11
I.5.3. Les méthodes fonctionnelles.....	12
I.5.3.1. La méthode APTE (Analyse Fonctionnelle Externe)	13
I.5.3.2. La méthode SADT (Structured Analysis Design)	14
I.5.3.3. La méthode SART (Structured Analysis –Real time)	14
I.5.4. Les méthodes statistiques.....	14
I.5.4.1. La méthode AMDEC	15
I.5.4.2. La méthode AF (L'arbre de fautes)	15
I.5.4.3. La méthode AF (L'arbre de fautes)	16
I.5.4.4. La méthode DF (Le diagramme de fiabilité)	16
I.5.4.5. Le réseau bayésien (RB)	16
I.5.4.6. Graphes de Markov (GM)	17

I.5.4.7. Files d'attente (FE)	17
I.5.5. Les méthodes de simulation.....	18
I.5.5.1. Réseaux de Pétri Stochastiques (RdPS)	18
I.5.5.2. Simulation de Monte-Carlo (SMC)	19
I.6. Conclusion	19
Chapitre II : Les processus stochastiques (méthodes de modélisation)	
II.1. Introduction.....	22
II.2. Pourquoi la modélisation.....	22
II.3. La modélisation et la prévision statistique.....	23
II.4. Statistique et probabilité.....	23
II.5. Les tests statistiques.....	24
II.6. Principe d'un test d'hypothèses.....	25
II.7. Les lois de probabilités pour la sûreté de fonctionnement.....	25
II.7.1. Les lois discrètes.....	25
II.7.2. Les lois continues.....	26
II.7.3. Les principales lois en fiabilité.....	26
II.7.3.1. La loi exponentielle.....	26
II.7.3.2. La loi de Weibull.....	27
II.7.3.3. La loi normale.....	27
II.7.3.4. La loi lognormale.....	28
II.7.3.5. La loi gamma.....	28
II.7.3.6. La loi bêta.....	28
II.7.3.7. La loi uniforme.....	29
II.8. Processus aléatoires.....	29
II.8.1. Définition d'un processus stochastique.....	30
II.8.2. Processus stochastiques particuliers.....	31
II.8.2.a. Processus strictement stationnaire.....	31
II.8.2.b. Processus stationnaire	31
II.8.2.c. Processus à accroissements indépendants.....	32

II.8.2.d. Processus à accroissements indépendants stationnaires.....	32
II.8.2.e. Processus gaussien.....	32
II.9. Exemple des processus aléatoires.....	32
II.9.1. Processus de Markov.....	32
II.9.2. Martingale.....	33
II.9.3. Réseaux bayésien RB.....	33
II.9.4. Processus Gamma.....	33
II.10. Processus Wiener (mouvement brownien)	34
II.10.1. Introduction historique.....	34
II.10.2. Définition du mouvement brownien (standard)	36
II.10.3. Diverses utilisations du processus Wiener.....	37
II.10.4. Construction du mouvement brownien.....	38
II.11. Mouvement brownien avec dérive et écart-type.....	43
II.12. Mouvement brownien géométrique.....	43
II.13. Pont brownien.....	43
II.14. Continuité des trajectoires.....	44
II.15. Régularité des trajectoires.....	44
II.16. Conclusion.....	45
Chapitre III Généralités sur Les roulements et leurs Modes de Dégradation	
III.1. Introduction.....	47
III.2. Généralités sur les roulements.....	47
III.3. Paramètres de choix et classification des roulements.....	50
III.3.1. Roulement rigide à une seule rangée de billes (contact radial)	51
III.3.2. Roulement à contact oblique sur deux rangées de billes.....	51
III.3.3. Roulement à contact oblique sur deux rangées de billes.....	51
III.3.4. Roulements à rotule sur deux rangées de.....	51
III.3.5. Roulement montés par paire.....	52
III.3.6. Roulement à une seule rangée de rouleaux cylindriques.....	52
III.3.7. Roulement à rotule sur deux rangées de rouleaux.....	52

III.3.8. Butée à billes.....	53
III.3.9. Butée à rouleaux cylindriques.....	53
III.3.10. Roulements à rouleaux coniques.....	53
III.4. Répartition des charges.....	56
III.5. Les différents modes de détérioration des roulements.....	56
III.5.1. L'écaillage de fatigue.....	58
III.5.2. L'écaillage superficiel.....	58
III.5.3. Le grippage.....	59
III.5.4. Usure par déformation.....	59
III.5.5. La corrosion.....	60
III.5.6. La fissuration des bagues.....	60
III.5.7. Usure par abrasion.....	60
III.5.8. La détérioration des cages.....	61
III.5.9. La coloration.....	61
III.6. Différentes méthodes de détection des défauts de roulements.....	62
III.6.1. Paramétrage de l'échantillonnage.....	62
III.6.2. Résolution.....	63
III.6.3. Méthodes d'analyse.....	63
III.6.3.1. Méthodes temporelles.....	63
III.6.3.2. Méthodes fréquentielles.....	66
III.7. Conclusion.....	68
Chapitre IV Modélisation stochastique	
IV.1. Introduction.....	70
IV.2. Description du système industriel étudié.....	70
IV.3. Rappel sur le mouvement Brownien (processus Wiener) et Gamma.....	71
IV.4. Méthodologie du travail.....	73
IV.4.1. Le test statistique.....	73
IV.4.2. Le processus de dégradation.....	74
IV.4.3. Analyse statistique.....	74
IV.4.4. Validation du modèle.....	78
IV.4.5. Simulation sur Matlab.....	79

IV.4.6. Estimation de la fiabilité (fonction de survie)	82
IV.4.7. Interprétation des résultats.....	83
IV.5. Application du processus Gamma.....	84
IV.6. Conclusion.....	86
Conclusion générale	88
Bibliographie	91
Annexe	97
Annexe A : Quelques Lois de la fiabilité.....	98
Annexe B : Vérification des données (Easyfit 5.4)	100
Annexe C : Programmation du processus Wiener.....	103
Annexe D : Résultat de la simulation Matlab.....	105
Annexe E : Publication et communication relatives à ce travail.....	107

Nomenclature

Ω	Ensemble total des événements
\mathcal{C}	La tribu
ω	Un événement particulier
x	Variation aléatoire
$X(t)$	Variation au cours du temps
H_0	L'hypothèse nulle
H_1	L'hypothèse alternative
$\Pr(x)$	Probabilité de x
$F(x)$	La fonction de répartition de la variable aléatoire x
$f(x)$	La fonction de densité de probabilité
$R(t)$	La fonction de fiabilité
$\lambda(t)$	Le taux de défaillance
$W(\eta, \beta, \gamma)$	La loi Weibull
η	Paramètre d'échelle (la loi Weibull)
β	Paramètre de forme (la loi Weibull)
γ	Paramètre de localisation (la loi Weibull)
$N(\mu, \sigma)$	La loi normale
μ	Dérive (loi normale)
σ	Ecart-type (la loi normale)
h	Le pas de temps
$Ga(\alpha, \beta)$	La loi Gamma
α	Paramètre de forme (la loi gamma)
β	Paramètre d'échelle (la loi gamma)
$B(t)$	Le mouvement brownien
f_e	La fréquence d'échantillonnage
T_e	Une période
T_{acq}	Le temps d'acquisition
f_{max}	La fréquence maximale
N_e	Nombre de points enregistrés
V_{RMS}	Valeur efficace
$x(n)$	Le signal temporel mesuré

N_e	Le nombre d'échantillons prélevés
V_C	Valeur crête
F_C	Facteur crête
\bar{x}	La valeur moyenne des amplitudes
M_4	Moment statistique d'ordre 4
M_2	Moment statistique d'ordre 2
$X(f)$	La transformée de Fourier
t	La variable temps
f	La variable fréquence
$X(k\Delta f)$	La transformée de Fourier discrète rapide
t_e	La période d'échantillonnage du signal temporel
n	Le numéro de l'échantillon
k	Le numéro de la ligne fréquentielle
Δf	L'intervalle entre deux raies fréquentielles
$C[s(t)]$	Le cepstre
D_0	Fonction théorique
D	Fonction observée
$R(s, t)$	Fonction de corrélation
$E(x(t))$	L'espérance
$V(x(t))$	La variance
$C_v(x(t))$	Le coefficient de variation
α	Le degré de risque
$\phi(t)$	La fonction de répartition de la loi normale centrée
$Y(t)$	Processus de dégradation
χ^2	La loi Khi carré

Acronymes

SdF	Sûreté de fonctionnement
FDMS	Fiabilité, disponibilité, maintenabilité et sécurité
APR	Analyse Préliminaire des Risques
AMDEC	Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticités
DdF (DF)	Diagramme de Fiabilité
AdD	Arbres de Défaillances
MEE	Méthodes de l'Espace des Etats
APTE	Analyse Fonctionnelle Externe
SADT	Structured Analysis Design
SART	Structured Analysis –Real time
AF	Arbre de fautes
MAE	La méthode des arbres d'événements
MACA	Méthode de l'Arbre des Causes
MAQS	L'arbre des conséquences
MAD	La Méthode de l'Arbre de défaillances
MDS	La Méthode du Diagramme de succès
RB	Le réseau bayésien
GM	Graphes de Markov
FE	Files d'attente
RdPS	Réseaux de Pétri Stochastiques
SMC	Simulation de Monte-Carlo
EDO	Equations différentielles ordinaires
EDP	Equations aux dérivées partielles
càd-làg	Continue à droite, limite à gauche
M.B	Mouvement brownien
RMS	Valeur efficace (Root Mean Square)
HFRT	Analyse d'enveloppe

Liste des Figures

Chapitre I

Fig. I.1	Classification des types de maintenance	7
-----------------	---	---

Chapitre II

Fig. II. 1	Aspect du mouvement brownien décrit par le centre de gravité d'une particule de pollen en suspension	35
Fig. II. 2	Représentation du mouvement brownien	37
Fig. II. 3	Trajectoire d'un mouvement brownien simulé à partir d'un processus gaussien	40
Fig. II. 4	Flux de trajectoire d'un mouvement brownien simulé à partir d'un processus gaussien	40
Fig. II. 5	Trajectoire brownienne comme limite d'une marche aléatoire.....	41
Fig. II. 6	Approximation d'un mouvement brownien par le D.K.L	42

Chapitre III

Fig. III. 1	La réduction du frottement	48
Fig. III. 2	Schéma du premier roulement à billes	48
Fig. III. 3	Les éléments d'un roulement	49
Fig. III. 4	Roulement à bille à contact radial.....	51
Fig. III. 5	Roulement à bille à contact oblique.....	51
Fig. III. 6	Roulement à contact oblique Sur de rangées de billes	51
Fig. III. 7	Roulement à rotule Sur deux rangées de billes.....	51
Fig. III. 8	Roulements montés par paire.....	52
Fig. III. 9	Roulements à une seule rangée de rouleaux cylindriques.....	52
Fig. III. 10	Roulements à rotule sur deux rangées de rouleaux	52
Fig. III. 11	Butée à billes à simple effet	53
Fig. III. 12	Butée à billes à double effet	53
Fig. III. 13	Butée à rouleaux cylindriques.....	53
Fig. III. 14	Roulements à rouleaux coniques	53
Fig. III. 15	Montage en X.....	54
Fig. III. 16	Montage en O.....	54
Fig. III. 17	Classement des roulements.....	55

Fig. III. 18	La répartition des charges.....	56
Fig. III. 19	Courbe en baignoire.....	57
Fig. III. 20	Ecaillage sur la bague intérieure d'un roulement à billes à gorges profonde.....	58
Fig. III. 21	Ecaillage de fatigue sur la bague intérieure d'un roulement à rouleaux sphérique.....	58
Fig. III. 22	Écaillage superficiel sur rouleaux.....	59
Fig. III. 23	Ecaillage superficiel sur la bague extérieure d'un roulement à rouleaux sphérique.....	59
Fig. III. 24	Grippage sur la bague intérieure d'un roulement à rouleaux cylindrique..	59
Fig. III. 25	Grippage sur les rouleaux.....	59
Fig. III. 26	Usure par déformation d'une bague externe.....	59
Fig. III. 27	Corrosion de contact sur la bague Intérieur d'un roulement à rouleaux sphérique.....	60
Fig. III. 28	Corrosion de contact sur la bague intérieur d'un roulement de Contact angulaire.....	60
Fig. III. 29	Fissure longitudinal de la bague interne.....	60
Fig. III. 30	Usure par abrasion d'une bague interne.....	61
Fig. III. 31	Déformation de cage d'un roulement à rouleaux cylindrique.....	61
Fig. III. 32	Déformation de cage d'un roulement à billes de contact angulaire.....	61
Fig. III. 33	Usure par coloration de la bague externe.....	61
Fig. III. 34	Discrétisation du signal.....	62
Fig. III. 35	Signal temporel et densité de probabilité d'un roulement non dégradé.....	65
Fig. III. 36	Signal temporel et densité de probabilité d'un roulement non écaillé.....	66
Fig. III. 37	Densité spectrale de puissance effectuée sur un roulement avec un écaillage sur la bague extérieure à 34,75 Hz.....	67

Chapitre IV

Fig. IV. 1	Photo de l'installation de notre machine.....	71
Fig. IV. 2	Schéma de la machine.....	71
Fig. IV. 3	Fonction de densité de probabilité la loi normale.....	75

Fig. IV. 4	Fonction de répartition normale.....	75
Fig. IV. 5	Présentation du modèle N (4.9, 1.19).....	78
Fig. IV. 6	Présentation du modèle de dégradation N(0,1).....	79
Fig. IV. 7	Tracé de10 trajectoires selon un processus de Wiener de paramètres $\mu =4.9 \ \sigma=1.19$	81
Fig. IV. 8	Tracé de1000 trajectoires selon un processus de Wiener de paramètres $\mu =4.9 \ \sigma=1.19$	81
Fig. IV. 9	Fonction de fiabilité (fonction de survie).....	82
Fig. IV. 10	Fonction de densité de probabilité la loi gamma.....	84
Fig. IV. 11	Fonction de répartition de la loi gamma.....	84
Fig. IV. 12	Tracé de10 trajectoires selon un processus Gamma de paramètres $\alpha =17.36 \ \beta=0.28$	85
Fig. IV. 13	Tracé de1000 trajectoires selon un processus Gamma de paramètres $\alpha =17.36 \ \beta=0.28$	85

Liste des tableaux

Chapitre IV

Tableau IV .1 Mesures vibratoires.....	74
Tableau IV .2 Résultats d'ajustement.....	77
Tableau IV .3 Calcule de la fonction de répartition.....	77

Introduction Générale

Introduction générale

Contexte

Dans les domaines industriels actuels, la plupart des processus liés à la production en vu que leurs performances s'augmentent en raison d'une nécessité croissante de la sûreté de fonctionnement, ainsi que par l'intégration de nouvelles technologies. Pour améliorer la maintenance des équipements par anticipation des défaillances. La maintenance prévisionnelle des systèmes dynamiques complexes s'inscrit ainsi dans un domaine de recherche relativement récent. Elle repose sur des outils de supervision, de suivi et de pronostic de défaillance.

De nombreux matériels ou systèmes se dégradent dans le temps avant de tomber en panne. Pour modéliser ces dégradations et pour mieux comprendre les causes de pannes de ces systèmes ou de ces matériels, nous avons besoin de développer des modèles permettant de prendre en compte les données de dégradation et de les lier à des éventuelles pannes.

Les modèles qui décrivent la dégradation des systèmes ont un intérêt majeur parce qu'ils permettent d'appréhender la dynamique de dégradation. De plus, ils jouent un rôle central lorsqu'il s'agit d'améliorer la fiabilité et la politique de maintenance des systèmes. Pour ce la on choisit Les processus stochastiques (ou aléatoires) qui permettent de modéliser des systèmes dont le comportement n'est que partiellement prévisible. La théorie est fondée sur le calcul des probabilités et les statistiques, comme le mouvement brownien avec tendance et le processus gamma. Chacun de ces processus a des particularités qui le rendent plus ou moins approprié en pratique

Nous nous intéressons dans cette étude au mouvement brownien (le processus Wiener) parce que ce dernier permet de décrire avec succès le comportement thermodynamique des gaz (théorie cinétique des gaz), ainsi que le phénomène de diffusion. Il est aussi très utilisé dans des modèles de mathématiques financières (valeur d'échange d'une action sur un marché boursier) [1].

Objectifs de la thèse

L'objectif de cette thèse consiste à développer des modèles de maintenance pour des systèmes qui se dégrade. De nombreux travaux ont été portés sur la modélisation de la maintenance dans le but de minimiser les coûts de maintenance et maximiser la durée de

fonctionnement. L'approche conditionnelle est plus efficace que l'approche systématique car elle permet d'intégrer dans le processus de décision, des informations sur l'état courant du système par le biais d'un processus stochastique croissant dans le temps. Donc on va définir un modèle de fiabilité pour fournir une bonne prédiction des pannes, et l'amélioration de la planification des opérations de la maintenance pour éviter les imprévues. Les étapes principales de la recherche sont :

- permet de modéliser et simuler les comportements dysfonctionnels des systèmes
- Etablir un modèle mathématique selon les courbes des essais des roulements.
- Validation et identification des paramètres du modèle.

Contenu de la thèse

Le manuscrit de thèse est structuré en quatre chapitres :

Le 1^{er} chapitre démontre des généralités sur la maintenance industrielle. Dans un premier temps, l'historique de la maintenance, les différents types de maintenance utilisés dans les milieux industriels, ainsi que l'intérêt de mettre en œuvre une stratégie de maintenance Prévisionnelle des systèmes évolutifs. Dans un deuxième temps, généralités sur la sûreté de fonctionnement qui est progressivement devenue partie intégrante de l'évaluation des performances des systèmes industriels, comme il décrit les méthodes d'analyses et de modélisation des systèmes complexes.

Méthodes fonctionnelles qui Servent à décrire l'état du système et son fonctionnement ; les méthodes statistiques qui visent à établir, par des techniques mathématiques, des hypothèses qui permettront de prédire des événements dans des situations analogues.

Les méthodes de simulation ; qui sont utilisées lorsque le nombre de données à traiter rend le calcul analytique complexe. Finalement quelques exemples sur les outils d'analyses fonctionnelles et dysfonctionnelles.

Le 2^{ème} chapitre aborde la théorie des probabilités qui permet de modéliser efficacement certains phénomènes aléatoires et d'en faire l'étude théorique. Cette partie est focalisé sur les méthodes statistiques qui ont l'aspect dysfonctionnel spécialement les processus stochastiques par exemple : réseaux bayésiens, réseaux de pétri, Graphes de Markov, Files d'attente, Simulation de Monte-Carlo ; en plus d'allez plus loin dans le calcul des probabilités précisément le test statistique qui représente une démarche conduisant à

élaborer une règle de décision permettant de faire un choix entre deux hypothèses statistiques.

Finalement une étude bibliographique sur le processus Wiener (mouvement brownien) et leur utilisation en fiabilité.

Le 3^{ème} chapitre, nous étudions la conception et la fabrication des roulements, avec une présentation du schéma des roulements les plus répandus, ainsi que les domaines d'application de chaque type de roulements. Ainsi que la démonstration des différents modes de dégradation des roulements et les différentes méthodes de détection des défauts de roulements.

Le 4^{ème} chapitre est réservé pour l'analyse statistique de l'évolution de la dégradation des roulements et par l'utilisation de quelques lois de probabilité. On met en place une première modélisation, dont la visée est de faire associer un modèle mathématique aux résultats obtenus lors d'une étude sur le suivi de la dégradation d'un roulement qui permet de valider le modèle et d'identifier ces paramètres.

Chapitre I

Analyse du fonctionnement des systèmes complexes

Sommaire

I.1. Introduction

I.2. Définition et objectifs de la maintenance

I.3. Différents types de la maintenance

I.3.1. Maintenance corrective

I.3.2. Maintenance préventive

I.4. Modélisation et évaluation de la maintenance

I.5. Méthodes d'analyse de la sûreté de fonctionnement d'un système complexe

I.5.1. Généralités sur la sûreté de fonctionnement

I.5.2. Les critères de classification des méthodes d'analyse de la SdF

I.5.3. Les méthodes fonctionnelles

I.5.4. Les méthodes statistiques

I.5.5. Les méthodes de simulation

I.6. Conclusion

I.1. Introduction

Des contraintes d'exploitation de plus en plus sévères, une complexité de plus en plus croissante et une continuité de service de plus en plus exigeante amènent les entreprises à un contrôle accru de l'état de leurs installations. La maintenance régulière s'impose pour répondre aux besoins des entreprises, mais elle n'est pas souvent suffisante ou applicable à l'ensemble des équipements pour des raisons économiques ou techniques. La maintenance a été longtemps jugée par les entreprises comme un poste de dépense inévitable. C'est que récemment elle se libère de cette réputation faussement acquise pour réapparaître comme étant un facteur de compétitivité jouant un rôle fondamental dans la maîtrise des risques, qu'ils soient sécuritaires, financiers ou environnementaux [2]. Dans ce chapitre nous allons focaliser sur la politique de maintenance qui a pour objectif de prévenir, d'éviter ou de corriger les dysfonctionnements des systèmes très divers et presque souvent complexes : réseaux, systèmes électronique, ...etc.

La sûreté de fonctionnement est devenue un facteur incontournable dans le développement de tout système industriel. Il est souvent nécessaire de s'appuyer sur une modélisation pour rester compétitives. Pour cela on s'intéresse aux principales méthodes et techniques d'analyse de la sûreté de fonctionnement, détaillés ci-après.

I.2. Définition et objectifs de la maintenance

D'après la norme française NF EN 13306 X 60-319 [3] la maintenance " est l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans le quel il peut accomplir la fonction requise ".

L'activité actuelle de la maintenance s'inscrit dans un cadre de participation à la réalisation des objectifs de productivité, de rentabilité et de croissance de l'entreprise. Il est donc important de s'assurer du bon fonctionnement de cette maintenance. Mais en pratique il est difficile d'évaluer et de comparer les gains et les coûts de décisions de cette dernière, ainsi définir une approche rationnelle pour que celle-ci représente un réel bénéfice.

Une bonne modélisation des processus de maintenance selon nécessité et besoin peuvent être un support intéressant pour l'évaluation et la rationalisation des pratiques de maintenance [4].

Dekker dans [5] décompose les objectifs de la maintenance en 4 points en fonction du domaine d'application et des priorités du décideur :

1. Assurer le fonctionnement du système

Généralement vis-à-vis d'objectifs de production, c'est la vision la plus commune de la maintenance dans le domaine du Génie Industriel. Elle se mesure au travers d'indicateurs fonctionnels tels que la fiabilité, la disponibilité, l'efficacité et aussi au travers d'indicateurs qualité tels que le taux de rebut. Dans ce contexte, il est possible d'évaluer la valeur économique des résultats de maintenance au travers de ces indicateurs.

2. Maintenir la valeur économique du bien

Grâce à la maintenance, on préserve l'état du système en augmente sa durée d'usage. Cet objectif est particulièrement étudié dans le domaine des structures civiles pour lesquelles il peut être difficile de mesurer l'effet de maintenance et de définir la notion de défaillance, par exemple, à quel niveau de dégradation juge-t-on une route défaillante ?

3. Assurer la sécurité des biens et des hommes

La sécurité est le premier objectif dans les cas où la défaillance peut causer des conséquences dramatiques dans des domaines tels que le nucléaire, l'aviation...etc. L'objectif de la maintenance dans ces cas est d'assurer que le niveau de risque reste inférieur à une limite stricte et appropriée. De-là, l'inspection et l'examen sont des missions essentielles qui jouent un rôle important dans le processus de maintenance.

4. Assurer le bien-être de l'humanité

On considère le bien-être de l'Homme comme objectif dans les cas où il n'y a pas une relation directe avec les aspects économiques ou techniques, mais plutôt d'ordre psychologique, par exemple, la restauration d'œuvres d'arts tels que les peintures, les statues... etc. Cet objectif est le plus difficile à quantifier.

I.3. Différents types de la maintenance

Il existe deux types de maintenances généralement utilisées dans les entreprises : la maintenance corrective et la maintenance préventive. Ces différents types de maintenance en fonction de l'état du système sont illustrés sur la figure (I.1) [6], chaque type de maintenance et son mode d'application sont détaillés par la suite.

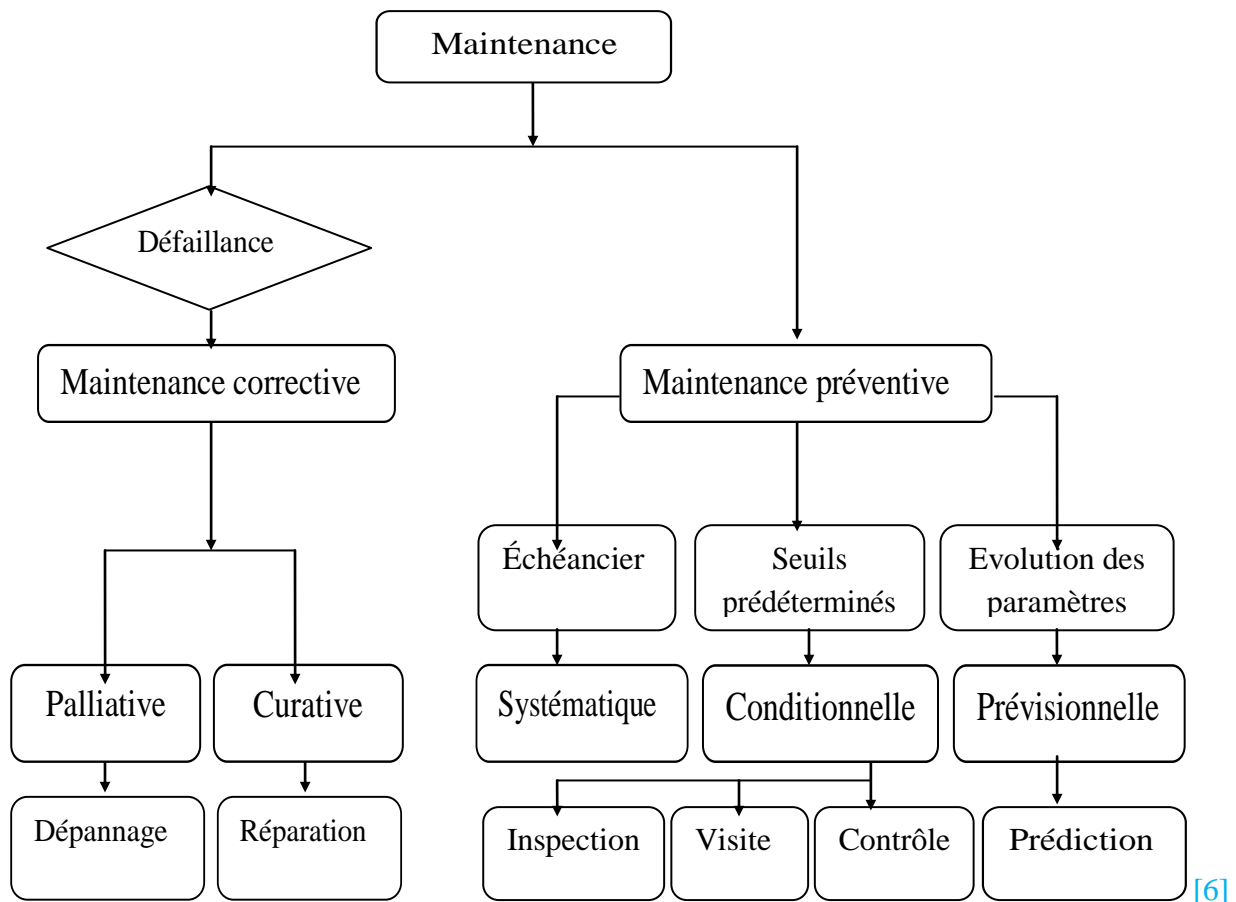


Fig. I. 1 : Classification des types de maintenance

I.3.1. Maintenance corrective

La maintenance corrective regroupe l'ensemble de l'activité réalisée après la détection et la localisation d'une défaillance sur un procédé. Elle peut être palliative ou curative.

- **Maintenance palliative**

Regroupe les actions permettant à un procédé d'accomplir provisoirement tout ou une partie de la fonction requise, elle est appelée couramment le dépannage. Ces actions de maintenance sont principalement constituées d'actions à caractère provisoire qui devront être suivies d'actions curatives [7].

- **Maintenance curative**

A pour but de rechercher les causes initiales d'une défaillance et de la réparer, ou les composant(s) défaillant(s), et ainsi éviter toute nouvelle occurrence de défaillance. Le résultat

des activités réalisées doit présenter un caractère permanent. La garantie de l'état du fonctionnement du procédé industriel dépend totalement du service de maintenance [7].

I.3.2. Maintenance préventive

La maintenance préventive a pour but d'améliorer la fiabilité et la disponibilité des procédés. Ainsi elle permet de diminuer les coûts de maintenance, notamment en limitant les arrêts de fonctionnement subis. La maintenance préventive comprend trois niveaux : maintenance systématique, maintenance conditionnelle, et prévisionnelle.

- **Maintenance systématique**

Elle consiste sur le remplacement périodique des composants du procédé, selon les préconisations du constructeur, qu'ils soient défectueux ou non. Les inconvénients de ce type c'est que le composant peut tomber en panne avant l'instant critique prévu par son modèle de défaillance.

- **Maintenance conditionnelle**

Celle-ci s'appuie sur la mesure et l'analyse des données issues de capteurs, elle est déclenchée lorsque les paramètres caractéristiques surveillés des conditions de fonctionnement d'un procédé dépassent les seuils prédéfinis.

- **Maintenance prévisionnelles**

Elle est relativement liée à la surveillance et à l'analyse de l'évolution des paramètres significatifs de la dégradation d'un procédé, autrement dit, l'analyse en temps réel de l'état de fonctionnement du procédé. La dénomination de maintenance prévisionnelle est liée corollairement avec la maintenance prédictive selon certains auteurs [8], actuellement la maintenance prévisionnelle tend à s'affirmer comme la solution la plus performante pour répondre aux objectifs de sûreté de fonctionnement et aux contraintes liées à la compétitivité des entreprises [9].

La mise en œuvre de stratégie de maintenance prévisionnelle se justifié par la préoccupation des entreprises à rendre leurs systèmes plus fiables, plus disponibles et plus sûrs. La maintenance prévisionnelle ne diffère pas de la maintenance conditionnelle; que par l'idée d'extrapolation de la tendance analysée. Elle permet de passer de « l'état constaté » à « l'état prévisible » [10].

I.4. Modélisation et évaluation de la maintenance

Lorsqu' on doit faire un choix vis-à-vis d'une politique de maintenance, l'efficacité des décisions qui doivent être prises vont dépendre de la qualité du modèle qui représente le système. La modélisation du système permet en effet d'avoir accès au comportement du système, comportement "a priori" en terme de probabilité d'occurrence : probabilité de tomber en panne à chaque instant, probabilité d'être dans un état de dégradation donné en fonction du temps [4].

En milieu industriel, le pronostic consiste donc à prédire ce que pourra être l'état d'une installation dans le futur vis-à-vis de son état actuel et celle du passé [11].

- Les actions de maintenance qui s'appuient à la fois sur la modélisation du système et les informations données par le dispositif de surveillance seront dites conditionnelles, le terme "conditionnel" indique ici que l'on agit en fonction de la condition de l'état du système (panne, dépassement d'un seuil de dégradation).
- Les actions de maintenance qui se fondent uniquement sur le modèle de durée de vie du système seront dites systématiques : elles consistent à prévoir des échéances fixes sur le système indépendamment de l'état d'usure, de marche ou de panne.

Les différentes étapes pour l'élaboration d'un modèle sont les suivantes :

Tout d'abord, l'espace d'états qui correspond à l'ensemble des mesures qui permettent de rendre compte de l'état fonctionnel du système à chaque instant. Les états menant à la défaillance du système sont généralement modélisés par l'une des manières suivantes [12] :

- Soit comme une « boîte blanche » qui corresponde à un modèle conceptuel dont l'idée est de décrire le comportement du système à un niveau de réduction donnée.
- Soit comme une « boîte noire » qui est à l'opposé du modèle conceptuel, c'est un modèle empirique où on ne cherche pas à comprendre pourquoi le système fonctionne comme on l'observe mais à décrire les relations variables de sortie et d'entrée.
- Soit comme une « boîte grise » qui est un bon intermédiaire entre la boîte blanche et la boîte noire, elle correspond à une approche stochastique : la dégradation du système peut être modélisée par un processus stochastique basé sur des quantités mesurables corrélées au niveau de dégradation. Tandis que dans la boîte grise est un modèle

stochastique, on associe, pour une entrée donnée une distribution de probabilité des sorties. Ce type de modèle est très utile en mode prédictif où l'on peut évaluer l'évolution du système en fonction d'un comportement aléatoire des variables.

I.5. Méthodes d'analyse de la sûreté de fonctionnement d'un système complexe

I.5.1. Généralités sur la sûreté de fonctionnement

Selon Alain Villemeur, la sûreté de fonctionnement est l'aptitude d'une entité à satisfaire une ou plusieurs fonctions requises dans des conditions données. Elle traduit la confiance qu'on peut accorder à un système ; la sûreté de fonctionnement est donc considérée comme la science des défaillances et des pannes [13].

La sûreté de fonctionnement appliquée à un système complexe a pour objectifs de réduire le nombre de défaillances potentielles du système et de maîtriser les conséquences des défaillances qui pourraient malgré tout survenir.

La sûreté de fonctionnement (SdF) fait partie des enjeux majeurs de ces dernières années et des années à venir. Cette notion désigne à la fois un ensemble de moyens et de résultats produits par ces moyens :

- des méthodes et des outils pour caractériser et maîtriser les effets des aléas, des pannes et des erreurs.
- la quantification des caractéristiques des systèmes pour exprimer la conformité leurs comportements et de leurs actions dans le temps.

Différents auteurs [13, 14, 15, 16, 17] définissent la sûreté de fonctionnement comme étant :

- la fiabilité, la disponibilité, la maintenabilité et la sécurité.
- la science des défaillances.
- la confiance justifiée dans le service délivré.
- le maintien de la qualité dans le temps.

La définition «Fiabilité, disponibilité, maintenabilité et sécurité » qu'on retrouve dans l'acronyme FDMS, fait référence aux définitions de ces termes et met en avant leur complémentarité. Si la fiabilité, la disponibilité, la maintenabilité ou la sécurité sont aussi des

performances d'un système, la sûreté de fonctionnement ne se réduit pas uniquement à une de ces performances, elle se construit à travers toutes ces dernières [15].

La définition de la Sdf sera considérée globalement comme la conjugaison de ces quatre définitions. L'ensemble de ces définitions est cohérent et fournit une image plus complète de la Sdf prise selon plusieurs points de vue.

I.5.2. Les critères de classification des méthodes d'analyse de la SdF

Dans le processus de développement des systèmes complexes, la sûreté de fonctionnement est devenue une caractéristique essentielle [14]. Ainsi, afin d'optimiser le développement de ces systèmes, il est impératif de disposer de méthodes permettant d'évaluer la sûreté de fonctionnement en cours de développement.

L'évaluation de la sûreté de fonctionnement d'un système consiste à analyser les défaillances des composants pour estimer leurs conséquences sur le service rendu par le système. Les principales méthodes utilisées lors d'une analyse de la sûreté de fonctionnement sont : l'Analyse Préliminaire des Risques (APR), l'Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leurs Criticités (AMDEC), le Diagramme de Fiabilité (DdF), les Arbres de Défaillances (AdD), la Méthodes de l'Espace des Etats (MEE), ...etc.

Les méthodes classiques de la sûreté de fonctionnement, comme celles citées précédemment, sont statiques. Ces méthodes basées sur la logique booléenne sont adaptées à des systèmes à configuration statique, c'est-à-dire des systèmes dont les relations fonctionnelles entre leurs composants restent figées.

Les méthodes les plus adaptées à la modélisation et à l'analyse des systèmes dynamiques hybrides sont les modèles *états-transitions* tels que les graphes d'états (les graphes de Markov et les automates) et les approches basées sur les réseaux de Pétri [18].

Les méthodes d'analyse de la fiabilité d'un système complexe sont nombreuses, nous avons caractérisé chaque démarche ou méthodes étudiée selon trois critères ou bien modes de classification [19]:

- **Approches qualitatives / quantitatives**

Approches qualitative : les résultats renseignent sur les caractéristiques du système : points

faibles du système, fausses redondances, influence d'un élément donné sur la fiabilité, repérage des chemins critiques, test des méthodes d'élimination.

Approches quantitatives : les résultats sont ceux de calcul de fiabilité, de disponibilité, par exemple probabilité d'occurrence d'une combinaison d'événements ou de la racine d'un arbre.

- **Approches inductives / déductives**

Approches inductives : basées sur une démarche descendante, elles considèrent un événement initiateur (défaillance technique, dysfonctionnement organisationnel) dont elles cherchent à caractériser les conséquences sur le système et son environnement.

Approches déductives : basées sur une démarche ascendante, elles considèrent un événement redouté (arrêt du système, anomalie de fonctionnement) dont elles cherchent à expliquer les causes, le plus souvent sous forme de séquence d'événement.

- **Approches statiques /dynamiques**

Approches statiques, elles permettent d'analyser le système d'un point de vue structurel sans tenir compte des évolutions au cours du temps ; elles s'appuient sur un modèle mathématique booléen du système qui fournira par exemple : les combinaisons de défaillances entraînant la perte du système.

Approches dynamiques, les méthodes dynamiques permettent la prise en compte des aspects comportemental et temporel.

Les méthodes d'analyse peuvent être distinguées selon trois types présentés ci après.

I.5.3. Les méthodes fonctionnelles

Avant de réaliser des études sur un système, il est nécessaire de connaître son utilité et son fonctionnement. Pour cela, l'analyse fonctionnelle permet de décrire synthétiquement les modes de fonctionnement d'un système et de connaître les fonctions à garantir. Il existe plusieurs méthodes pour réaliser cette analyse : APTE, SADT, arbre fonctionnel. Elles sont toutes fondées sur l'expression du besoin du système et sa spécificité technique.

Ces méthodes permettent l'identification des fonctions à assurer. Elles sont basées sur une approche structurée de manière hiérarchique, descendante et modulaire, à partir de

raffinements successifs. Ces méthodes qui s'appuient très souvent sur un formalisme graphique débouchent sur des spécifications.

Chaque niveau peut ensuite être décomposé en respectant les entrées-sorties du niveau supérieur. La décomposition se poursuit jusqu'à l'obtention du niveau de détail jugé suffisant pour l'analyse.

Elles sont décrites en détail dans de nombreux articles spécifiques et ne seront pas développées plus avant ici. Notons seulement que certaines d'entre-elles ne sont pas seulement appliquées à l'identification des fonctions réalisées (ou à réaliser) par le système mais qu'elles sont engagées dans le processus même de conception du système.

D'autres outils, basés sur les mêmes principes, sont disponibles pour l'analyse de systèmes particuliers. Citons, par exemple :

- L'approche Merise [20] pour le traitement des systèmes d'information, basée sur la séparation des données et des traitements à effectuer en plusieurs modèles conceptuels et physiques.
- La méthode Grai [21] pour celle des systèmes décisionnels, s'appuyant sur un modèle conceptuel élaboré selon différents points de vue à partir des théories sur les systèmes hiérarchisés, et les systèmes d'organisation.

De nombreux outils ont été développés pour la réalisation de l'analyse fonctionnelle et pour la plupart, ils peuvent s'adapter aux domaines biologiques, mécatroniques, pharmaceutiques, médicales [22]. Voici quelques méthodes utilisées pour l'analyse fonctionnelle d'un système.

I.5.3.1. La méthode APTE (Analyse Fonctionnelle Externe)

l'une des méthodes les plus utilisées en sûreté de fonctionnement, la démarche de la méthode APTE est divisée en quatre étapes principales :

1. La mise en évidence du besoin à satisfaire en utilisant un formalisme nommé *bête à cornes*.
2. La recherche des milieux extérieurs.
3. La détermination des fonctions principales et des fonctions de contraintes.

4. La contribution d'un schéma général de raisonnement permettant de faire apparaître les lignes de flux.

I.5.3.2. La méthode SADT (Structured Analysis Design)

Elle consiste à considérer tout système complexe comme une structure composée de systèmes plus simples en interaction. Un modèle SADT est constitué d'un ensemble hiérarchisé de diagrammes, permettant de représenter à divers niveaux de détail et sous une forme relativement concise, des systèmes simples au très complexes. Ces diagrammes sont constitués de 5 à 6 boîtes, la méthode propose deux formes de représentation « actigramme » et « datagramme ». Un actigramme représente une activité par un verbe dans une boîte alors que le datagramme identifie une donnée par un nom dans une boîte.

I.5.3.3. La méthode SART (Structured Analysis –Real time)

C'est une méthode d'analyse fonctionnelle et opérationnelle qui permet de réaliser une description graphique et textuelle de l'application en termes de besoins. A partir de la méthode SA-RT, nous pouvons avoir une correspondance avec les réseaux de Pétri.

I.5.4. Les méthodes statistiques

Basées sur l'observation d'événements expérimentaux, ces méthodes visent à établir, par des techniques mathématiques, des hypothèses qui permettront de prédire des événements dans des situations analogues. Les méthodes statistiques pures utilisées pour décrire un échantillon de données peuvent être classées en méthodes de régression, d'analyse de la variance, d'analyse multivariée.

Divers supports de type « analyse des données statistiques », souvent corrélés aux méthodes et outils de gestion de la qualité, sont accessibles à ce niveau.

Des méthodes plus élaborées permettent l'établissement d'indicateurs spécifiques et sont bien adaptés à l'établissement d'éléments de tableaux de bord. On peut citer en particulier des méthodes comme :

- Diagramme de Pareto et méthode ABC.
- Lois statistiques (beta, normal, poisson, weibull, théorème centrale limite...).

Une présentation de ces méthodes peut être trouvée dans les articles [23] et [24]. Rappelons encore, parmi les outils de traitement, ceux fondés sur l'algèbre booléenne et les opérateurs logiques qui permettent une agrégation de l'information, ou ceux qui s'appuient

sur la théorie stochastique pour :

- Établir les probabilités servant aux calculs de base : l'Analyse Probabiliste.
- Ou traiter une information hétérogène (historique et prévisions) : la théorie de Bayes et les réseaux Bayésiens.

Enfin, en rapport avec les méthodes de recueil de connaissances, on peut citer l'approche de la méthode DELPHI [25] qui réunit les analyses de groupes d'experts dans une forme interactive de convergence (débat contrôlé) dans le but de parvenir à un consensus.

Dans le paragraphe qui suit en va présenter quelques exemples sur des outils d'évaluation de la sûreté de fonctionnement pour l'aspect dysfonctionnel. L'analyse fonctionnelle précédemment étudiée, n'apporte aucune information sur les défaillances potentielles que peut rencontrer un système complexe. Pour cette raison l'utilisation de l'analyse dysfonctionnelle est nécessaire dans le but de nous fournir ces informations manquantes. Ceci nous permet de déterminer les causes de défaillance ainsi que de spécifier les différents états du système. Voici quelques méthodes de l'analyse dysfonctionnelle :

I.5.4.1. La méthode AMDEC

L'Analyse des Modes de Défaillances, de leurs Effets et de leur Criticité, extension de l'AMDE (Analyse des Modes de Défaillances et de leurs Effets), est une méthode ascendante qui, à partir d'un recensement des défaillances susceptibles d'affecter un système et de leur criticité, permet d'évaluer les effets de chaque mode de défaillance des composants du système sur les différentes fonctions de celui-ci et d'identifier ceux influant les caractéristiques FMDS du système [26]. Il est mis en évidence pour chaque mode de défaillance : les causes, les effets, les moyens de détection, ceux de compensation, plusieurs autres méthodes s'appuient, de manière analogue à l'AMDEC, sur une représentation tabulaire de la connaissance. Citons les méthodes d'Analyse Préliminaire des Dangers (APD), des Risques (APR), d'Analyse Opératoire des Dangers (HAZOP (Hazard and Operability)), toutes essentiellement qualitatives.

I.5.4.2. La méthode AF (L'arbre de fautes)

L'AF (ou encore la Méthode de l'Arbre des Causes (MACA), la Méthode de l'Arbre de défaillances (MAD) est une méthode graphique descendante qui permet de combiner des éléments par leurs états, des événements, des fonctions d'un système [27]. La méthode

autorise plusieurs niveaux d'abstraction, La démarche consiste à décrire graphiquement au moyen d'une structure arborescente un enchaînement causal depuis un événement indésirable unique et rechercher les causes de cet événement. L'arbre est formé de niveaux successifs tels que chaque événement résulte d'événements des niveaux inférieurs liés par certaines relations logiques. La décomposition est arrêtée lorsqu'elle met en œuvre des événements de base, non décomposables, indépendants et pouvant être caractérisés par des taux d'occurrence.

I.5.4.3. La méthode MAQS (l'arbre des conséquences)

C'est celle qui distingue les situations de succès et d'échec consécutives à un événement indésirable, qui s'appuie sur les mêmes principes d'analyse tout comme la méthode des arbres d'événements (MAE). Bien sûr, la même forme d'approche peut être appliquée pour analyser les conditions de réussite de la mission ; la Méthode du Diagramme de succès (MDS) est basée sur cette approche.

Plusieurs autres méthodes exploitent cette représentation arborescente des situations. Citons quelques outils particuliers : le diagramme d'Ishikawa (ou causes- effet) qui permet la recherche systématique des causes possibles d'un effet donné organisées au niveau d'antériorité et classées en cinq catégories par exemple les graphes d'éventualité, les graphes de décision.

I.5.4.4. La méthode DF (Le diagramme de fiabilité)

Le diagramme de fiabilité permet de déterminer la fiabilité globale d'un système et présente l'intérêt d'offrir une modélisation quasi directe de sa vue fonctionnelle. La représentation consiste en la juxtaposition série, parallèle ou mixte de blocs associés aux entités de base du système traduisant les conditions d'accomplissement du service à fournir par le système. L'association d'une expression booléenne à la structure topologique permet d'accéder à des résultats quantitatifs.

I.5.4.5. Le réseau bayésien (RB)

Dérivé du théorème de Bayes et basé sur les probabilités conditionnelles, cet outil permet de prévoir et d'établir une prévision du futur à partir du passé [28]. Il utilise deux composantes :

- Un graphe causal orienté et acyclique ; les nœuds représentent les variables d'intérêt

du domaine, les arcs les relations de dépendance entre ces variables (le graphe est une représentation qualitative de la connaissance).

- Un ensemble de distributions locales de probabilités qui constituent les paramètres du réseau; chaque nœud comporte une table de probabilité représentant la distribution locale de probabilité qui ne dépend que de l'état des parents du nœud (les tables sont une représentation quantitative de la connaissance).

I.5.4.6. Graphes de Markov (GM)

Les graphes de Markov sont une représentation des systèmes permettant de rendre compte de leur comportement en tenant compte des dépendances entre leurs éléments constitutifs. L'approche est basée sur l'identification des différents états du système (Méthode de l'Espace d'Etats) [13] et l'analyse de la dynamique d'évolution entre ces états. Ci-après différents ouvrages et articles sont disponibles [29]

Les sommets du graphe correspondent aux différents états du système ; les sommets sont reliés par des arcs valués à l'aide de taux (ou de probabilités) de transition nullement associés aux évènements correspondant aux conditions de passage (les transitions) qui font évoluer le système d'un état à un autre.

Les graphes de Markov sont couramment utilisés pour étudier la fiabilité des systèmes réparables, le modèle associe une représentation graphique et son écriture matricielle (matrice de transition). Les traitements relèvent de calcul matriciel à partir de l'équation de Chapman Kolmogorov. À chaque instant t , la probabilité d'occupation d'un état du système ne dépend que de la distribution initiale (à $t=0$) d'occupation des états et de la matrice de transition.

I.5.4.7. Files d'attente (FE)

Les files d'attentes sont une forme de représentation et de traitement de problèmes stochastiques concernant les phénomènes d'attente [30]. Ce phénomène d'attente qui implique clients et serveurs peut être considéré dans des situations très diversifiées : systèmes bouclés, réseaux, (clients ré-entrants, coexistence de plusieurs serveurs et plusieurs files d'attente), règles de priorité. La théorie permet de prendre en compte et de modéliser les goulots d'étranglement dans les processus. Les résultats sont essentiellement quantitatifs et portent sur le temps de séjour dans une file, et la longueur de cette dernière.

I.5.5. Les méthodes de simulation

Ces méthodes sont utilisées lorsque le nombre de données à traiter rendent le calcul analytique complexe. Elles permettent de représenter virtuellement le comportement du système soumis à des contraintes choisies dans un environnement donné.

Ces méthodes peuvent être génériques comme celles basées sur les systèmes à événements discrets utilisées dans le cadre de la simulation de flux avec des outils de type Réseau de Pétri [31] ; elles peuvent aussi être propres à des disciplines comme, par exemple, la méthode des différences finies, très utilisée dans le domaine de la conception mécanique.

Citons, parmi les méthodes de simulation dynamique, la simulation de Monte Carlo qui prend en compte la dynamique d'événements et permet d'établir des données statistiques, méthode que nous retrouverons, elle aussi, en évaluation de sûreté de fonctionnement. Les outils et méthodes cités précédemment permettent l'analyse du système considéré dans des conditions nominales de fonctionnement. La qualité des résultats dépend des hypothèses faites dans l'approche de modélisation.

Globalement, ces méthodes d'analyse ne prennent en compte que les paramètres connus ou envisagés pour décrire le système et son évolution ; elles n'intègrent pas la notion d'incertitude et le caractère aléatoire liés à l'apparition de phénomènes non maîtrisés par le concepteur ou l'utilisateur. Seules, les méthodes statistiques se réfèrent au passé du système abordent cet aspect mais elles restent limitées à ce passé sans considération sur ce qui pourrait arriver mais qui ne s'est pas produit.

La prise en compte des paramètres incertains (données, hypothèses,...etc) et, plus largement la considération des modes anormaux sont nécessaires à une description plus fidèle du système et à une évaluation réaliste des performances.

Les méthodologies et démarches de calcul à engager porteront sur le traitement de problèmes stochastiques, c'est-à-dire problèmes dans lesquels le hasard entre en jeu. L'incertitude pourra être directement intégrée à ces méthodes par la connaissance de sa forme de distribution.

I.5.5.1. Réseaux de Pétri Stochastiques (RdPS)

Les RdPS sont des outils d'analyse de la structure et du comportement des systèmes dynamiques à événements discrets. Basés sur la description des relations existant entre les

conditions et les évènements intervenant sur le système, ils s'appuient sur une représentation mathématique qui s'ouvre à différentes formes d'analyse.

De nombreux travaux et ouvrages exposent les caractéristiques des RdPS et les principales extensions auxquelles ils ont donné lieu. Citons, parmi les dossiers qui sont consacrés pour ces travaux, techniques de l'ingénieur [32].

Les RdPS Stochastiques sont une extension des Réseaux de Pétri pour lesquels sont associées à chaque transition une variable aléatoire temporelle avec sa fonction de densité de probabilité. Les RdPS sont souvent couplés à la méthode de simulation de Monte-Carlo évoqué plus loin.

Les RdPS permettent deux formes d'exploitation :

- L'analyse directe du graphe des marquages conséquents qui permet de caractériser les propriétés générales et spécifiques (analyse de points de vue) du modèle (le traitement du graphe de marquage est une analyse qualitative).
- L'exploitation du processus stochastique associé (Markovien, semi-markovien, avec points de régénération,...ect) qui permet d'évaluer le comportement en régime permanent et transitoire du modèle (fréquence moyenne de franchissement de transition (événement), temps moyen de séjour dans les états tangibles,... etc. Cette approche est quantitative.

I.5.5.2.Simulation de Monte-Carlo (SMC)

La méthode est basée sur la simulation informatique de variables aléatoires. L'approche consiste à créer un grand nombre de scénarios en répétant l'attribution d'une valeur numérique à la (aux) variable(s) dépendant du déroulement des processus stochastiques puis à effectuer un traitement statistique des résultats successifs obtenus (calcul de la moyenne, et de la dispersion,...etc. sur la distribution de probabilités des résultats. L'ouvrage de Koller [33] constitue une bonne présentation de la méthode.

I.6. Conclusion

Ce chapitre est un rappelle des généralités de la maintenance et de la sûreté de fonctionnement, ainsi que la modélisation de cette dernière à travers la maintenance prédictive qui est basée sur le suivi de l'état de fonctionnement, la détection des dégradations

et la prévision de la situation futur du procédé en temps réel. Pour montrer l'intérêt de la démarche modélisation pour l'évaluation de la maintenance, nous avons mis l'accent sur les types d'analyses des systèmes complexes qui sont l'analyse fonctionnelle et l'analyse dysfonctionnelle. Les méthodes d'analyse fonctionnelle qui permettent de lister toutes les fonctions d'un système complexe après avoir effectué une première analyse fonctionnelle externe, ainsi que des méthodes d'analyse dysfonctionnelle grâce auxquelles il est possible de mettre en évidence tous les modes de défaillance que peut subir un système. Ce qui nous intéresse dans l'analyse dysfonctionnelle ces les méthodes statistiques et les méthodes de simulation qui ont un avantage majeur qui consiste à détecter les défaillances des éléments.

Ils existent plusieurs méthodes d'analyse de sûreté de fonctionnement, mais les plus adaptées à la modélisation et à l'analyse des systèmes complexes sont les processus stochastiques. Ces processus sont détaillés dans le chapitre suivant.

Chapitre II

Les processus stochastiques (méthodes de modélisation)

Sommaire

- II.1.** Introduction
- II.2.** Pourquoi la modélisation
- II.3.** La modélisation et la prévision statistique
- II.4.** Statistique et probabilité
- II.5.** Les tests statistiques
- II.6.** Principe d'un test d'hypothèses
- II.7.** Les lois de probabilités pour la sûreté de fonctionnement
 - II.7.1.** Les lois discrètes
 - II.7.2.** Les lois continues
 - II.7.3.** Les principales lois en fiabilité
- II.8.** Processus aléatoires
 - II.8.1.** Définition d'un processus stochastique
 - II.8.2.** Processus stochastiques particuliers
- II.9.** Exemple des processus aléatoires
- II.10.** Processus Wiener (mouvement brownien)
- II.11.** Mouvement brownien avec dérivé et écart-type
- II.12.** Mouvement brownien géométrique
- II.13.** Pont brownien
- II.14.** Continuité des trajectoires
- II.15.** Régularité des trajectoires
- II.16.** Conclusion

II.1. Introduction

Les méthodes statistiques sont aujourd'hui utilisées presque dans tout les secteurs de l'activité humaine et font partie des connaissances de base de l'ingénieur, du gestionnaire de l'économiste, du biologiste, de l'informaticien ; et parmi ces innombrables applications citons par exemple dans le domaine industriel : la fiabilité des matériels, le contrôle de qualité, l'analyse des résultats de mesure et leurs planifications, la prévision, et dans le domaine de l'économie et les sciences humaines : les modèles économétriques, les sondages, les enquêtes d'opinion, les études quantitatives de marché.

La théorie des probabilités permet de modéliser efficacement certains phénomènes aléatoires et d'en faire l'étude théorique. Le modèle probabiliste permet alors de représenter comme des variables aléatoires les déviations entre vraie valeurs et valeurs observées.

Tout processus dont l'évolution temporelle peut être analysée en termes de probabilité est dit processus stochastique, La notion de processus stochastique est donc très générale, il se manifeste par l'observation d'une grandeur $x(t)$ variable au cours du temps t . Donc ce chapitre fait une démonstration sur la statistique et les processus stochastiques.

II.2. Pourquoi la modélisation ?

Une grande partie des mathématiques appliquées consiste, d'une façon ou d'une autre, à faire de la modélisation, c'est-à-dire à définir un (ou plusieurs) modèle(s), de nature mathématique, permettant de rendre compte, d'une manière suffisamment générale, d'un phénomène donné, qu'il soit physique, biologique, économique ou autre. De façon un peu schématique, on peut distinguer la modélisation déterministe (au sein d'un modèle déterministe, on ne prend pas en compte les variations aléatoires) et la modélisation stochastique (qui prend en compte ces variations aléatoires en essayant de leurs associer une loi de probabilité).

Les outils classiques de la modélisation déterministe sont les équations différentielles ordinaires (EDO) et les équations aux dérivées partielles (EDP), qui prennent en compte les variations d'un phénomène en fonction de facteurs tels que le temps, la température.

La modélisation stochastique a pour but essentiel de préciser des lois de probabilité rendant compte des variations aléatoires de certains phénomènes, variations dues à des causes soit inconnues, soit impossible à mesurer (par exemple, parce qu'elles sont à venir).

Au sein de la modélisation stochastique, la modélisation probabiliste a surtout pour but de donner un cadre formel permettant, d'une part de décrire les variations aléatoires dont il est question ci-dessus, d'autre part d'étudier les propriétés générales des phénomènes qui les régissent. Plus appliquée, la modélisation statistique consiste essentiellement à définir des outils appropriés pour modéliser des données observées, en tenant compte de leur nature aléatoire.

La modélisation de phénomènes, correspondant à la démarche scientifique classique, cette méthode doit leur permettre de ne plus percevoir les mathématiques comme un simple outil de calcul, mais comme le langage permettant de comprendre des phénomènes du monde qui nous entoure. Cette méthode a aussi pour objectif de développer certaines habiletés comme celles d'observer et d'analyser, habiletés nécessaires pour dresser le modèle et pour effectuer des synthèses, pour communiquer et pour rédiger. Elle développe aussi l'habileté à travailler en équipe. En termes d'attitude. La modélisation des phénomènes relevant d'autres disciplines (physique, biologie...) favorise le transfert des connaissances et l'autonomie dans le travail. La modélisation est une forme d'apprentissage par problèmes.

II.3. La modélisation et la prévision statistique

La modélisation consiste généralement à rechercher une relation approximative entre une variable et plusieurs autres, la forme de cette relation étant le plus souvent linéaire. Lorsque la variable à <<expliquer>> ou à prévoir est numérique ainsi que les variables on parle de régression linéaire, si certaines variables explicatives sont qualitatives le modèle linéaire général en est une extension [34].

II.4. Statistique et probabilité

La théorie des probabilités est une branche des mathématiques qui traite des propriétés de certaines structures, d'où le hasard intervient dans la modélisation des phénomènes. Considérer comme une théorie mathématique abstraite qui repose sur une axiomatique et se développe de façon autonome par rapport à la réalité physique [34].

Le calcul des probabilités est donc un des outils essentiels de la statistique pour pouvoir extrapoler à la population les résultats constatés sur l'échantillon mais on ne peut y réduire la statistique : à côté du calcul des probabilités.

La statistique utilise l'informatique car les calculs à mettre en œuvre nécessitent l'emploi

d'ordinateurs : l'informatique a révolutionné la pratique de la statistique en permettant la prise en compte de données multidimensionnelles ainsi que l'exploration rapide par simulation de nombreuses hypothèses [34].

II.5. Les tests statistiques

La théorie des tests consiste à formuler des hypothèses particulières sur les paramètres ou sur les lois qui interviennent dans les problèmes étudiés, puis à apporter un jugement sur ces hypothèses. Ce jugement est basé d'une part, sur l'acceptation d'un certain risque dans la prise de décision, et d'autre part sur les résultats obtenus sur un ou plusieurs échantillons extraits de la population concernée [35].

Les tests peuvent être classés en différentes catégories :

- Tests sur une hypothèse relative à la valeur particulière d'un ou plusieurs paramètre(s) ou tests paramétriques.
- Tests de conformité de deux distributions ou *tests d'ajustement* entre une distribution théorique et une distribution expérimentale.
- Tests de comparaison de deux populations (comparaison des moyennes, des variances...).
- Tests d'indépendance de deux caractères quantitatifs ou qualitatifs.

Un test d'hypothèse ou test statistique est une démarche conduisant à élaborer une règle de décision permettant de faire un choix entre deux hypothèses statistiques, les hypothèses envisagées a priori s'appellent :

" H_0 " l'hypothèse nulle selon laquelle on fixe a priori la valeur d'un paramètre.

" H_1 " l'hypothèse alternative, on peut choisir pour cette hypothèse n'importe quelle hypothèse compatible avec le problème étudié, mais différente de H_0 .

Avant toute démarche statistique, il faut définir à quelle condition l'une ou l'autre des hypothèses sera considérée comme vraisemblable.

Les deux hypothèses ne jouent pas le même rôle. En effet, c'est l'hypothèse nulle H_0 qui est soumise au test et toute démarche statistique consiste à la considérer comme vraie. Si le test conduit à la rejeter, c'est l'hypothèse alternative H_1 qui sera considérée comme vraie.

II.6. Principe d'un test d'hypothèses

La nature d'une expérience stochastique d'où les résultats d'essais effectués dans le passé nous permettent souvent d'émettre une hypothèse relative à l'expérience considérée. Cette hypothèse peut avoir trait, soit à un paramètre inconnu soit à la forme d'une loi de probabilité, ou à la liaison stochastique entre deux variables aléatoires [36].

Exemple : on a de bonnes raisons d'admettre

- qu'un dé est équilibré.
- que la durée de vie d'un équipement électrique obéit approximativement à une loi exponentielle.
- que le nombre d'articles défectueux par envoi ne dépasse pas une valeur donnée.
- que deux machines fonctionnent indépendamment l'une de l'autre.

De telles hypothèses statistiques sont alors acceptées ou rejetées en vu des résultats numériques obtenus lors de la réalisation de n expériences indépendantes. Un test est donc un procédé permettant de décider si une hypothèse donnée, notée généralement H_0 , peut être considérée comme vraie ou fausse. Notons cependant qu'aucune décision statistique ne peut être prise avec une certitude absolue, quelle qu'en soit la conclusion, le risque de se tromper existe toujours.

II.7. Les lois de probabilités pour la sûreté de fonctionnement

Les lois de probabilités sont des objets mathématiques qui permettent aux statisticiens de fabriquer des modèles pour décrire des phénomènes où le hasard intervient, on distingue de deux variétés de probabilités l'une qui est continue l'autre discrètes [35].

II.7.1. Les lois discrètes

Une variable aléatoire discrète prend ses valeurs sur un ensemble fini ou dénombrable de points. La loi de probabilité d'une telle variable est appelée loi discrète.

Une loi de probabilité discrète est caractérisée par l'énumération des valeurs x_i , appartenant à \mathbb{R} ou à un intervalle de \mathbb{R} , prises par la variable aléatoire X et par les probabilités associées, c'est-à-dire les nombres réels positifs p_i tels que :

$$\Pr(X = x_i) = p_i \quad 0 \leq p_i \leq 1 \quad \sum_i p_i = 1, \quad (\text{II.1})$$

La fonction de répartition est une fonction en escalier, constante sur tout intervalle $[x_i, x_{i+1}[$ admettant en chaque point x_i un saut égal à $p_{i+1} = Pr(X = x_{i+1})$.

II.7.2. Les lois continues

Une variable aléatoire continue prend ses valeurs sur un ensemble infini, non dénombrable de points, elle décrit par exemple la durée de vie d'une batterie de voiture, l'heure d'arrivée des voitures à un péage donné d'autoroute. Il existe une fonction f non négative, définie pour toute valeur x appartenant à \mathbb{R} et vérifiant, pour toute partie A de \mathbb{R} , la propriété :

$$Pr(X \in A) = \int_A f(x)dx, \quad (\text{II.2})$$

et tel que :

$$\int_{\mathbb{R}} f(x)dx = 1, \quad (\text{II.3})$$

La fonction de répartition de la variable aléatoire X est définie par :

$$F(a) = Pr(X < a) = \int_{-\infty}^a f(x)dx, \quad (\text{II.4})$$

II.7.3. Les principales lois en fiabilité

La fiabilité est, de plus en plus fréquemment, une grandeur quantitative et nécessite la connaissance des distributions de durée de vie afin de l'estimer. Dans le cadre du système mécatronique, ces distributions doivent absolument tenir compte de tous les mécanismes de défaillance associés aux différentes technologies.

Nous présentons dans cette section les lois et les modèles de fiabilité susceptibles, selon l'expérience, de représenter des distributions de durée de vie qui interviennent le plus fréquemment dans l'analyse de la fiabilité mécatronique.

Nous rappelons les principales propriétés de ces lois, les fonctions de fiabilité associées, les densités de probabilité ainsi que les taux de défaillance [37].

II.7.3.1. La loi exponentielle

Cette loi a de nombreuses applications dans plusieurs domaines. Elle décrit la vie des matériels qui subissent des défaillances brutales. La loi exponentielle est la plus couramment utilisée en fiabilité électronique pour décrire la période durant laquelle le taux de défaillance des équipements est considéré comme constant (défaillance aléatoire).

Elle décrit le temps écoulé jusqu'à une défaillance, ou l'intervalle de temps entre deux défaillances. Elle est définie par un seul paramètre, le taux de défaillance λ .

Elle est caractérisée par :

- La fiabilité $R(t) = e^{-\lambda t}$ (II.5)

- La densité de probabilité $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ (II.6)

- Le taux de défaillance $\lambda(t) = \lambda$ (II.7)

II.7.3.2. La loi de Weibull

La loi de Weibull, est souvent utilisée en mécanique ; elle caractérise bien le comportement du produit dans les trois phases de vie selon la valeur du paramètre de forme β : période de jeunesse ($\beta < 1$), période de vie utile ($\beta = 1$) et période d'usure ou vieillissement ($\beta > 1$).

La loi de Weibull est définie par trois paramètres: η (paramètre d'échelle) dont l'unité est homogène à l'unité de la sollicitation, β (paramètre de forme) qui traduit la finesse de la distribution et γ (paramètre de localisation).

Elle est caractérisée par :

- La fiabilité $R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$ (II.8)

- La densité de probabilité $f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$ (II.9)

- Le taux de défaillance $\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}$ (II.10)

La loi de Weibull est définie par deux paramètres lorsque $\gamma = 0$.

II.7.3.3. La loi normale

La loi normale est très répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes. La loi normale est définie par la moyenne μ et l'écart type σ .

Elle est caractérisée par :

- La fonction de répartition
$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (\text{II.11})$$

- La densité de probabilité
$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(t-\mu)}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{II.12})$$

II.7.3.4. La loi lognormale

Une variable aléatoire continue et positive t est distribuée selon une loi lognormale, si son logarithme est distribué suivant une loi normale. Cette distribution est utilisée en fiabilité pour modéliser les défaillances par fatigue. La loi lognormale a deux paramètres μ et σ :

- La fiabilité
$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right) \quad (\text{II.13})$$

- La densité de probabilité
$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(\log(t)-\mu)}{\sigma}\right)^2} \quad (\text{II.14})$$

- Le taux de défaillance
$$\lambda(t) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{(\log(t)-\mu)}{\sigma}\right)^2}}{t \int_0^{\infty} \sigma\sqrt{2\pi}f(t)dt} \quad (\text{II.15})$$

II.7.3.5. La loi Gamma

Elle représente la loi de probabilité d'occurrence d'un événement dans un processus poissonnier. Par exemple si t_i est le temps entre les défaillances successives d'un système, et que t_i suit une distribution exponentielle, le temps cumulé d'apparition de la défaillances suit une loi Gamma avec deux paramètres $a>0$ et $b>0$ (a le paramètre de forme et b le paramètre d'échelle).

Elle est caractérisée par :

- La densité de probabilité
$$f(t) = \frac{t^{a-1} e^{-\frac{t}{b}}}{b^a \Gamma(a)} \quad (\text{II.16})$$

- Le taux de défaillance
$$\lambda(t) = \frac{t^{a-1} e^{-\frac{t}{b}}}{b^a \int_t^{\infty} \Gamma(a) f(u) du} \quad (\text{II.17})$$

II.7.3.6. La loi Bêta

Cette loi représente, en particulier, la probabilité pour qu'un matériel survive jusqu'à un instant t , quand on essaie n matériels. D'où son intérêt dans l'évaluation de la durée des essais de fiabilité. La loi Bêta a deux paramètres a et b :

- La densité de probabilité $f(t) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} t^{a-1} \cdot (1-t)^{b-1}$ (II.18)

II.7.3.7. La loi uniforme

La loi uniforme est souvent utilisée en fiabilité, pour les essais bayésiens en l'absence de connaissances pour construire l'information a priori. Cette loi peut prendre toute valeur dans un intervalle (a, b) avec une densité de probabilité constante.

- La densité de probabilité $F(t) = \frac{1}{b-a}$ (II.19)

- la fonction de répartition $F(t) = \frac{t-a}{b-a}$ (II.20)

II.8. Processus aléatoires

Un système est à évolution aléatoire s'il peut prendre au cours du temps une série d'états successifs, sans qu'il soit possible d'en prévoir sa configuration exacte à un instant futur ; son évolution au cours du temps dépend donc du hasard. En d'autres termes, ces situations ne peuvent pas être étudiées en utilisant simplement le calcul des probabilités qui décrit des événements où le résultat possible de chaque épreuve est un nombre.

L'étude de ces systèmes évoluant d'une manière aléatoire avec le temps et présentant parfois un caractère périodique est un vaste sujet. Ces systèmes ont été étudiés par Markov (1906), qui a fait l'hypothèse que le passé et le futur étaient indépendants étant donné le présent [35].

Puis les bases théoriques et mathématiques ont été formulées par Paul Lévy (1931), Doob (1933) après que Kolmogorov a élaboré la théorie mathématique du calcul des probabilités, résultants elles-mêmes de la théorie de l'intégration. Ils ont des applications dans de nombreux

domaines, en économie, en recherche opérationnelle, et peuvent intervenir dans l'étude de problèmes plus spécifiquement physiques. Donnons quelques exemples :

- L'état de la fortune d'un joueur dans un jeu de hasard,
- Le débit journalier d'une rivière,
- En recherche opérationnelle, les problèmes de file d'attente, les arrivées de clients dans un service, le stock de pièces détachées dans un atelier,
- L'évolution démographique d'une population,
- La propagation d'une épidémie.

II.8.1. Définition d'un processus stochastique

Un processus stochastique comprend plusieurs caractéristiques et fonctionnalités peuvent être résumées comme suit :

Définition 1 :

L'origine des processus stochastiques remonte aux progrès faits au début du XXe siècle dans certaines branches appliquées, telles que la mécanique statistique (par Gibbs, Boltzmann, Poincaré, Smoluchowski et Langevin). Les bases théoriques ont été formulées plus tard par Kolmogorov [38], et d'autres (1930-1942). C'est durant cette période que le mot "stochastique", qui provient du grec *stokhastikos* "conjectural", a commencé à être employé. D'autres progrès ont été faits aussi à partir du mouvement brownien en physique (par Einstein, Lévy et Wiener).

Un processus stochastique ou aléatoire représente la modélisation d'un phénomène évoluant au cours du temps. C'est une application de l'espace probabilisé (Ω, C, Pr) dans un espace probabilisable de fonctions (Ω', C') [35].

Un processus associe à tout élément ω de Ω une fonction de la variable $t \in T$

telle que :

$$\omega \rightarrow X_t(\omega)$$

$X_t(\omega)$ étant l'application :

$$t \rightarrow X_t(\omega)(t) = X(\omega, t)$$

Un processus est donc décrit par une suite de variables aléatoires indexées par la variable t , on écrit $(X_t, t \in T)$ ou plus simplement (X_t) [35].

Définition 2 :

L'espace (Ω', C') est appelé espace des états du processus.

- Si (Ω, \mathcal{C}) est l'espace $(\mathbb{R}, \mathfrak{R})$, le processus est réel.
- Si (Ω, \mathcal{C}) est l'espace $(\mathbb{R}^n, \mathfrak{R}^n)$, le processus est multidimensionnel
- Si $\Omega \subset \mathbb{Z}$, le processus est à espace d'états discrets

Définition 3 :

Pour tout $\omega \in \Omega$ fixé, $X_t(\omega)$ est la trajectoire de la variable X pour l'individu ω .

- Si T est l'ensemble \mathbb{R} , le processus est continu.
- Si T est l'ensemble discret infini \mathbb{Z} , le processus est discret. $(X_t, t \in T)$ est défini soit par : $\dots X_{m-1}, X_m \dots$ Soit par : $\dots X_m, X_{m+1} \dots$ Ou encore par : $\dots X_0, X_1 \dots$
- Si T est un intervalle de \mathbb{R} , le processus $(X_t, t \in T)$ peut être appelé famille à un paramètre.
- Si t est fixé, $X_t(\omega)$ définit une variable aléatoire réelle.

Définition 4 :

La loi du processus est la loi Pr_X , loi image de Pr par X . Donc, $\forall t_1, t_2, \dots, t_K$ la loi du vecteur $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_K})$ est la loi marginale correspondante extraite de Pr_X [35].

Définition 5 :

Soit un processus (X_t) indexé dans un ensemble $T \subset \mathbb{R}$. La variable aléatoire $X(t_j) - X(t_i)$ où $t_i < t_j$ est l'accroissement du processus sur l'intervalle $[t_i, t_j]$.

II.8.2. Processus stochastiques particuliers

II.8.2.a. Processus strictement stationnaire

Un processus X_t est strictement stationnaire si pour tout entier n et pour tous réels t_1, t_2, \dots, t_n et pour tout h , les variables aléatoires $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ et $X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h}$ ont même loi.

II.8.2.b. Processus stationnaire

Un processus X_t est stationnaire (ou faiblement stationnaire) si son espérance $\mathbb{E}(X_t)$ est une constante indépendante du temps t et sa fonction de corrélation $R(s, t)$ ne dépend que de la différence $\tau = t - s$, ainsi que $R(\tau)$ est continu (à l'origine).

II.8.2.c. Processus à accroissements indépendants

Un processus X_t est un processus à accroissements indépendants si pour tous réels $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, les variables aléatoires $X_{t_0}, X_{t_1} - X_{t_0}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$ sont indépendantes. Si X_t est un processus à accroissements indépendants, alors pour tout s et t tels que $0 \leq s \leq t$, $X_t - X_s$ est indépendant de $\mathcal{F}_s = \sigma(X_u, U \leq s)$. La loi de X_t est entièrement déterminée par la loi de $X_t - X_s$.

II.8.2.d. Processus à accroissements indépendants stationnaires

Un processus X_t est un processus à accroissements indépendants stationnaires si X_t est un processus à accroissements indépendants et si $X_t - X_s$ a même loi que X_{t-s} . Si X_t est un processus à accroissements indépendants.

II.8.2.e. Processus gaussien

Un processus X_t est gaussien si pour tout entier n et pour tous réels t_1, t_2, \dots, t_n les variables aléatoires $(X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n})$ ont une distribution gaussienne. Si on note $m(t)$ l'espérance de X_t et $R(s, t)$ la fonction de corrélation du processus.

II.9. Exemple des processus aléatoires

De nombreux types de processus peuvent être définis et classés selon leurs propriétés, cette section représente quelque processus aléatoires et en particulier le mouvement brownien.

II.9.1. Processus de Markov

Un processus de Markov ou processus markovien peut se décrire de la façon simple suivante. L'état d'un système est connu à l'instant t ; on suppose que les informations sur le comportement du système avant l'instant t sont sans influence sur les prédictions relatives à l'évolution de ce système après l'instant t .

Pour un « présent » donné, le « passé » et le « futur » sont indépendants. Le temps d'arrêt du système peut lui-même être aléatoire. En termes mathématiques, cette propriété se traduit de la façon suivante. Soit un système, observé en une suite discrète d'instant $T = (t_1, \dots, t_n)$ et ne pouvant prendre qu'une suite d'états en nombre fini ou dénombrable. On note X_n l'état du système à l'instant t_n . Un processus markovien est tel que :

$$Pr(X_n = j_n / X_0 = j_0, \dots, X_{n-1} = j_{n-1}) = Pr(X_n = j_n / X_{n-1} = j_{n-1}) \quad (\text{II.21})$$

L'ensemble T étant une suite discrète, on dit soit processus soit chaîne de Markov.

II.9.2. Martingale

Une martingale désigne un type de processus stochastique tel que sa valeur espérée, connaissant l'information disponible à une certaine date n , dénoté \mathcal{F}_n , est sa valeur à cette même date ; et voici la définition mathématique d'une martingale :

Une suite (X_n) de variables aléatoires définies sur un espace probabilisé (Ω, C, Pr) est une martingale si :

- l'espérance $E(X_n)$ est finie pour toute valeur de t .
- $E(X_{n+1}/X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n) = x_n \quad \forall n \geq 1$ (presque sûrement).

II.9.3. Réseaux bayésiens (RB)

Basé sur les probabilités conditionnelles et dérivé du théorème de Bayes, cet outil permet d'établir une prévision du futur à partir du passé [29]. Il utilise deux composantes :

- Un graphe causal orienté et acyclique ; les nœuds représentent les variables d'intérêt du domaine, les arcs les relations de dépendance entre ces variables (le graphe est une représentation qualitative de la connaissance).
- Un ensemble de distributions locales de probabilités qui constituent les paramètres du réseau ; chaque nœud comporte une table de probabilité représentant la distribution locale de probabilité qui ne dépend que de l'état des parents du nœud (les tables sont une représentation quantitative de la connaissance).

II.9.4. Processus Gamma

Le processus gamma étant un processus à espace d'état continu et à accroissements positifs, il permet de modéliser les mécanismes de vieillissement qui sont par nature lents, continus et progressifs (en particulier, les défauts considérés ne se résorbent pas et ne se stabilisent pas non plus).

D'autres caractéristiques de ce processus sont a priori intéressantes pour modéliser les mécanismes de dégradation : l'indépendance des accroissements, le fait de pouvoir formuler une hypothèse de stationnarité (ou de non stationnarité) des accroissements sur laquelle les experts peuvent apporter de l'information, et enfin, le fait de pouvoir formuler une hypothèse sur la tendance moyenne de l'évolution des dégradations.

Abdel-Hameed a été le premier à proposer le processus gamma pour modéliser la dégradation d'un système. Le processus gamma est un processus à accroissements positifs, indépendants et stationnaires. Il diffère du processus de Wiener par ses trajectoires càd-làg (continue à droite et admettent des limites à gauche) et par ses accroissements positifs [39].

Le processus $X(t)$ est un processus **Gamma stationnaire** $Ga(\alpha, \beta)$ qui traduit des dégradations linéaires en moyenne [77] si:

- $X(0)=0$
- $X(t)$ est un processus à accroissements indépendants et positifs
- Pour tout $t > 0$ et $\Delta t > 0$, la loi d'accroissement $X(t+\Delta t) - X(t)$ est une loi gamma $Ga(\alpha\Delta t, \beta)$ de densité :

$$f(x) = \frac{\beta^{-\alpha\Delta t}}{\Gamma(\alpha\Delta t)} x^{\alpha\Delta t - 1} e^{-x/\beta} \quad (\text{II.22})$$

Les paramètres α, β sont respectivement : paramètre de forme et paramètre d'échelle, le processus Gamma a pour espérance $E[X(t)] = \alpha\beta t$ et pour variance $Var[X(t)] = \alpha\beta^2 t$.

Le processus **Gamma non- stationnaire** $Ga(m(t), \beta)$ permet de représenter une évolution plus complexe des dégradations, caractérisé par, une fonction $m(t)$ croissante.

La loi d'accroissement $X(t+\Delta t) - X(t)$ est une loi gamma $Ga(m(t+\Delta t) - m(t), \beta)$ de densité pour tout $t > 0$:

$$f(x) = \frac{\beta^{-(m(t+\Delta t) - m(t))}}{\Gamma(m(t+\Delta t) - m(t))} x^{m(t+\Delta t) - m(t) - 1} e^{-x/\beta} \quad (\text{II.23})$$

II.10. Processus Wiener (mouvement brownien)

II.10.1. Introduction historique

Le mouvement Brownien est une description mathématique du mouvement aléatoire d'une grosse particule immergée dans un fluide et qui n'est soumise à aucune autre interaction que par des chocs avec les petites molécules du fluide environnant. Il en résulte un mouvement très irrégulier de la grosse particule, qui a été décrit pour la première fois en 1827 par le biologiste Robert Brown [40] alors qu'il observait du pollen de *Clarkia pulchella* (une espèce

de fleur sauvage nord-américaine), puis de diverses autres plantes, en suspension dans l'eau.

Vers les années 1860 et avec les expériences faites dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, ces dernières ont montré que :

- Le mouvement brownien augmente lorsque la taille des particules en suspension décroît (pour les rayons inférieurs à 1 micron).
- De même si la viscosité du fluide décroît.
- Aussi si la température augmente.

Christian Wiener titulaire de la chaire de géométrie descriptive à Karlsruhe réaffirma en 1863 que le mouvement ne pouvait être dû à des interactions entre particules, ni à des différences de température, ni à de l'évaporation ou à des courants de convection. Le mouvement brownien aurait alors été relié aux vibrations de l'éther, à une longueur d'onde correspondant à celle de la lumière rouge et à la taille du plus petit groupe de molécules se mouvant ensemble dans le liquide [41].

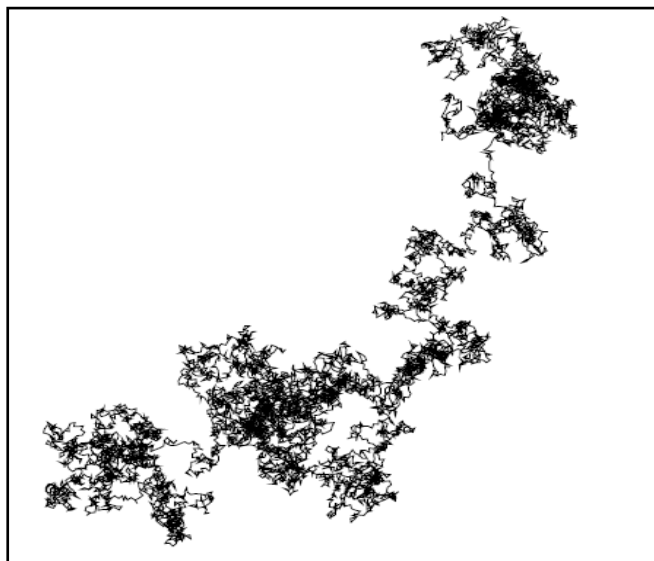


Fig. II. 1 : Aspect du mouvement brownien décrit par le centre de gravité d'une particule de pollen en suspension

Un physicien français, Louis-Georges Gouy, fit en 1888 les meilleures observations sur le mouvement brownien, d'où il ressortissait les conclusions suivantes :

- Le mouvement est extrêmement irrégulier, et la trajectoire semble ne pas avoir de tangente.
- Deux particules browniennes, même si proches, ont des mouvements indépendants l'un de l'autre.

- Plus les particules sont petites, plus leur mouvement est vif.
- La nature et la densité des particules n'ont aucune influence.
- Le mouvement est plus actif dans les fluides les moins visqueux.
- Le mouvement est plus actif à plus haute température.
- Le mouvement ne s'arrête jamais.

Quelques années plus tard en 1905, Albert Einstein mit en évidence les étranges relations que le processus entretenait avec l'équation de chaleur. Vers 1909, Jean Perrin commença son étude expérimentale et Paul Langevin posa la première équation. Mais il faudra attendre 1925 et les travaux de Norbert Wiener pour que le mouvement brownien ait véritablement un sens mathématique comme modèle d'un bruit blanc.

Perrin reçut le prix Nobel en 1926 pour son travail sur le mouvement brownien. Son livre, « les atomes », l'un des livres de physiques parmi les plus fins écrits au vingtième siècle [42].

II.10.2. Définition du mouvement brownien (standard)

Le mouvement brownien standard [43] $\{B(t)\}_{t \geq 0}$ est une famille de variables aléatoires continues définies pour tout temps continu $t \geq 0$ qui possède les caractéristiques suivantes :

- a) Initialement à 0 :** Le processus est à l'état 0 au temps $t = 0$, c'est-à-dire que $B(0) = 0$.
- b) Accroissements indépendants :** Les accroissements sur des périodes de temps disjointes sont indépendants. En particulier, l'accroissement sur l'intervalle de temps $(t, t + h]$ pour $t, h > 0$, soit $B(t+h) - B(t)$, est indépendant de $B(s) = B(s) - B(0)$. Pour $0 \leq s \leq t$. Cela implique que le processus est donc markovien.

$$\begin{aligned} Pr(B(t+h) \leq a | B(s) = b_s, 0 \leq s \leq t) &= Pr(B(t+h) - B(t) \leq a - b_t) \\ &= Pr(B(t+h) \leq a | B(t) = b_t). \end{aligned} \tag{II.24}$$

- c) Accroissements de loi normale d'espérance nulle et de variance égale au temps écoulé:** L'accroissement sur l'intervalle de temps $[t, t + h]$ pour $t, h > 0$ est donné par : $B(t+h) - B(t) \sim N(0; h)$ en particulier, cela implique que :

$$E(B(t+h) | B(s)); 0 \leq s \leq t) = B(t) + E(B(t+h) - B(t)) = B(t), \tag{II.25}$$

Le processus est donc une martingale à temps continu. De plus, la fonction de densité de la variable aléatoire $B(t) = B(t) - B(0)$ est donnée par :

$$p_t(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{x^2}{2t}}, \quad (\text{II.26})$$

Pour $-\infty < x < +\infty$, pour $t > 0$. Il est facile de vérifier que cette fonction est la solution de l'équation aux dérivées partielles, qui est l'équation de diffusion d'Einstein.

$$\frac{\partial}{\partial t} p_t(x) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} p_t(x) = \left(\frac{x^2}{\sqrt{8\pi t^5}} - \frac{1}{8\pi t^3} \right) e^{-\frac{x^2}{2t}}, \quad (\text{II.27})$$

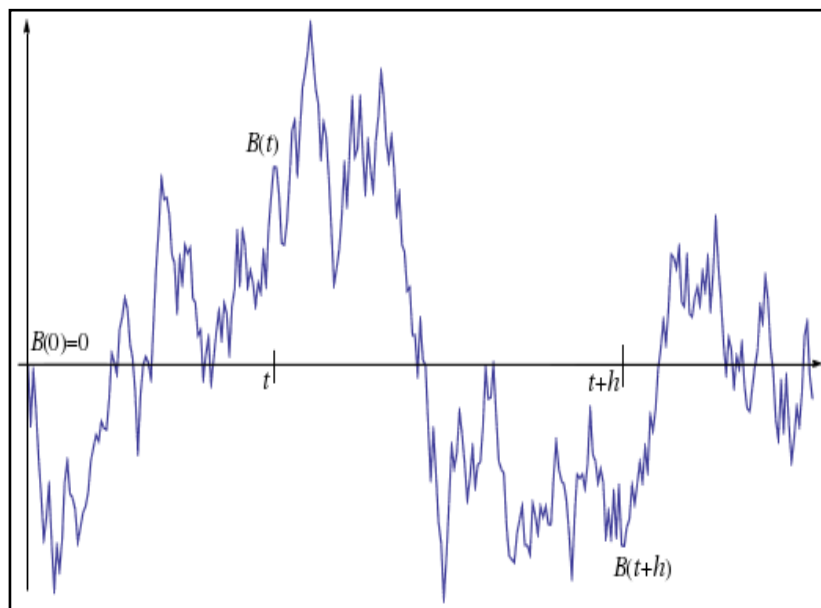


Fig. III. 2 : Représentation du mouvement brownien.

II.10.3. Diverses utilisations du processus Wiener

Le mouvement brownien est un processus qui n'est pas régulier, il peut prendre en considération des réparations mineures du système provoqué au cours du temps par BARKER [44]. Pour un tel modèle, à l'évidence, les accroissements ne sont pas nécessairement positifs, ce qui peut dans certaines situations être dans l'incompatibilité avec le phénomène modélisé ou mesuré. En conséquence ce modèle soit dans l'inadaptation à la modélisation de phénomène de dégradation monotone tels que la propagation d'une fissure, ou encore l'usure d'une pièce. Par contre si de tels phénomènes sont mesurés et ces dernières sont entachées d'erreurs, donc ce modèle est sensé car la tendance μt représente la dégradation intrinsèque au temps t , alors que σB_t s'interprète comme l'erreur de mesure au temps t .

Toute fois, Doksum et Hóyland [45] considèrent un modèle de défaillance par fatigue pour lequel la dégradation cumulée est modélisée par un processus gaussien continu.

De nombreux auteurs [44; 45; 46; 47; 48; 49; 50] ont introduit des modèles en supposant que la dégradation est décrite par un processus gaussien $(W_t)_{t \geq 0}$ vérifiant $W_t = \sigma B_t + \mu t$ où μ est la tendance, $(B_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien et σ^2 (avec $\sigma > 0$) est la variance du processus.

Whitmore [48] a étendu l'approche par processus de Wiener en incluant la possibilité de prendre en compte des inspections imparfaites. Les erreurs de mesure sont supposées indépendantes du processus de dégradation et identiquement distribuées de loi normale.

Une autre extension intéressante est l'analyse bidimensionnelle de processus gaussien réalisée par Whitmore et al. [49]. Dans cette approche le processus de dégradation est combiné à un marqueur (il s'agit d'un élément quantitatif sanguin ; il est considéré comme covariable dans les applications médicales).

Cependant, Oh [51] considère qu'une fissure de fatigue peut se résorber et modélise son évolution avec un tel processus. De même, Doksum et Hóyland [45]. Selon van Noortwijk [52], ces auteurs sont les premiers à proposer une transformation du temps dans une forme générale. Le temps réel t est transformé en un temps virtuel $v = \Lambda(t)$ où Λ est une fonction croissante. Cette transformation du temps est utilisée afin de prendre en compte des effets de stress. De plus, les auteurs calculent la loi du premier temps d'atteinte d'un certain seuil de sécurité pour ce processus gaussien.

Une approche réalisée par deux autres auteurs Crowder et Lawless [53] utilisent le mouvement brownien avec tendance $(W_t)_{t \geq 0}$ en raisonnant sur l'espérance pour illustrer leur politique d'unique inspection pour l'entretien des plaquettes de frein d'une automobile. Cette espérance est linéairement croissante avec le temps $\mathbb{E}(W_t) = \mu t$ Ensuite μ est estimé à chaque inspection par $\tilde{\mu}$ via la méthode des moments.

II.10.4. Construction du mouvement brownien

Le mouvement brownien, ou processus de Wiener, joue un rôle fondamental dans de nombreux domaines. Il fut introduit par Bachelier en 1900, pour des applications à la finance à l'heure actuelle il est devenu depuis un des outils majeurs de la modélisation en physique. Il peut être construit de différentes manières :

- la méthode de Kolmogorov (1933 et 1956) : Il a utilisé la notion de consistance et un critère de continuité, pour démontrer l'existence d'une probabilité P sur $\mathbb{R}^{[0,\infty[}$, $\beta_{[0,\infty[}$ et un processus stochastique $((W_t)_{t \geq 0}, \mathfrak{F}_t^W)$ sur le même espace, tels que avec P , W est un mouvement brownien.
- Wiener (1923), Lévy (1948) : ils ont fait une construction basée sur la théorie des espaces de Hilbert et sur le caractère gaussien du M.B.
- Donsker (1951) : il a fait une construction sur l'ensemble $C([0, \infty[)$ d'une mesure, appelée mesure de Wiener, en utilisant la notion de convergence faible de variables aléatoires, il a montré que le M.B s'obtient comme limite de promenades aléatoires renormalisées.

Les définitions les plus usuelles du mouvement brownien sont les suivantes :

- **Construction par un processus gaussien**

Soit B_t un mouvement brownien, le vecteur $(B_{t_0}, B_{t_1}, \dots, B_{t_n})$ est un vecteur gaussien. Le processus B_t suit une loi gaussienne de moyenne mt et de variance $\sigma^2 t$ [54]. On peut facilement simuler une trajectoire de mouvement brownien dans un intervalle de temps $[0, T]$, il suffit de fixer un pas de temps $\Delta t > 0$ et d'écrire

$$B(\Delta t) = B(\Delta t) - B(0) \sim N(0, \Delta t) \sim \sqrt{\Delta t} N(0, 1), \quad (\text{II.28})$$

Les accroissements $(B_{n\Delta t} - B_{(n-1)\Delta t})$ étant indépendants et gaussiens, il suffit donc de simuler une loi gaussienne :

$$B_{(t+\Delta t)} - B_t \sim N(0, \Delta t) \sim \sqrt{(\Delta t)} N(0, 1)$$

Ainsi, nous pouvons simuler facilement une seule trajectoire Brownienne par la façon suivante : on considère la subdivision de l'intervalle de temps $[0, T]$ suivante :

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_N = T \text{ avec } t_{i+1} - t_i = \Delta t \text{ pour } i = 0 \text{ on a } B(t_0) = 0.$$

Algorithme de simulation

1. Initialiser l'indice i à zéro ($i = 0$).
2. Initialiser la position de départ $B(t_0) = 0$.
3. $i = i + 1$.

4. Générer une nouvelle variable aléatoire Z de distribution gaussienne $N(0,1)$.
5. $B(t_i) = B(t_{i-1}) + Z\sqrt{\Delta t}$.
6. Si $i \leq N$, allez à l'étape 3.

La fonction `Sim_MB_Inc_Trj`, code [1], permet de simuler un mouvement Brownien standard $\{B_t, t \geq 0\}$ dans l'intervalle de temps $[t_0, T]$ avec un pas $\Delta t = (T - t_0)/n$, et la fonction `Sim_MB_Inc_Flx`, code [2], permet de simuler un flux Brownien standard.

R> `Sim_MB_Inc_Trj` (n= 1000, t₀=0, T=1)

R> `Sim_MB_Inc_Flx` (n= 100, N=250, t₀=0, T=1)

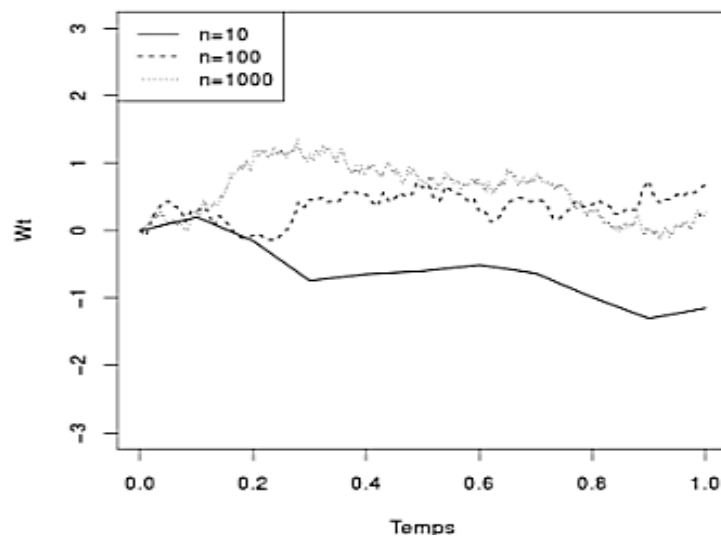


Fig. II. 3 : Trajectoire d'un mouvement brownien simulé à partir d'un processus gaussien

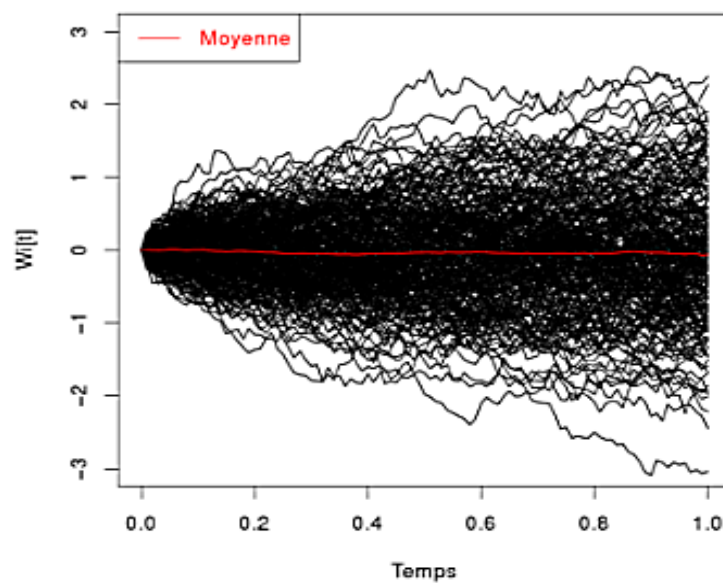


Fig. II. 4 : Flux de trajectoire d'un mouvement brownien simulé à partir d'un processus gaussien.

• **Construction par une limite d'une marche aléatoire**

Une caractérisation du mouvement brownien indique qu'il peut voir en tant que limite d'une marche aléatoire dans le sens suivant. Considérons une suite de variables aléatoires indépendants. X_i centrées de variance σ^2 et la marche aléatoire $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, où

$$X_i = \begin{cases} +1 & \text{si } p = 1/2 \\ -1 & \text{si } p = 1/2 \end{cases}$$

On définit une suite de variables Y_n par la formule suivante (où $[\cdot]$ est la partie entière) :

$$Y_n(t) = \frac{S_{[nt]} + (nt - [nt])X_{[nt]+1}}{\sigma\sqrt{n}}, \tag{II.29}$$

Ce résultat fondamental est donné par le théorème de Donsker (1951), le principe d'invariance de Donsker est : Soit $(X_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires réelles indépendantes, identiquement distribuées, avec $\mathbb{E}(X_n) = 0$ et $\mathbb{E}(X_n^2) = 1$.

Soit $S_n = \sum_{1 \leq i \leq n} X_i$ avec $S_0 = 0$. Les processus des sommes normalisées $Y_t^n = \frac{1}{\sqrt{n}} S_{[nt]}$ (Où $[nt]$ désigne la partie entière de nt) convergent en loi, en tant que processus, vers le mouvement brownien. Cette convergence donne une définition du mouvement brownien comme l'unique limite (en loi) de marches aléatoires.

La figure (II.5) donne une représentation d'une approximation d'un mouvement brownien par une marche aléatoire pour $n = 10$, $n = 100$ et $n = 1000$.

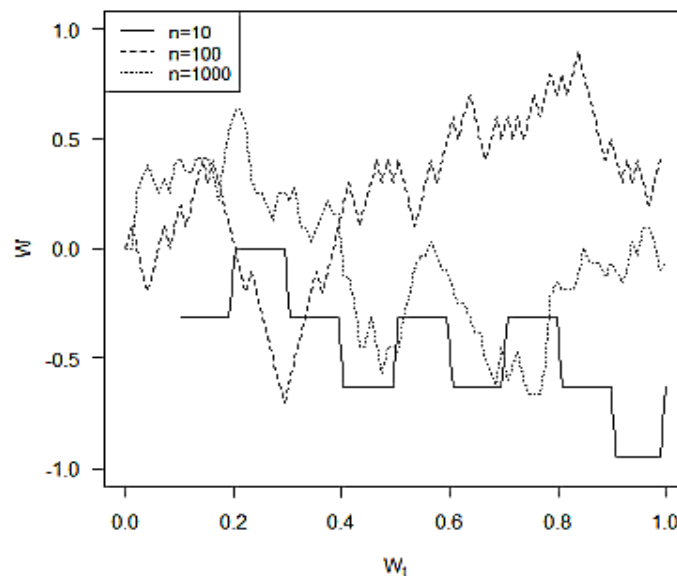


Fig. II.5 : Trajectoire brownienne comme limite d'une marche aléatoire.

• **Construction par le développement de Karhunen-Loève (D.K.L)**

Pour un mouvement brownien $\{B_t, 0 \leq t \leq 1\}$, le développement de Karhunen-Loève s'écrit pour une suite de variables aléatoires Z_n de la loi normale centrée réduite telles que $E|Z_n^2| = 1$ [54].

$$B_t = \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} Z_n \frac{\sin((n+1/2)\pi t)}{(n+1/2)\pi}, \quad \forall t \in [0, 1] \quad (\text{II.30})$$

Algorithme de simulation

1. Initialiser l'indice i à zéro ($i = 0$).
2. Initialiser la position de départ $B(t_0) = 0$.
3. $i = i + 1$.
4. Générer une nouvelle variable aléatoire Z de distribution gaussienne $N(0,1)$.
5. $B_{t_i} = \sqrt{2} \sum_{i=1}^{\infty} Z_i \frac{\sin((i+1/2)\pi t)}{(i+1/2)\pi} \quad \forall t \in [0,1]$
6. Si $i \leq N$, allez à l'étape 3.

La fonction `Sim_MB_KL_Trj`, code [3], permet de simuler la trajectoire d'un mouvement Brownien obtenu par le développement de Karhunen-Loève, la fonction `Sim_MB_KL_Trj`, code [4] permet de simuler un flux Brownien. La figure (II.6) donne une représentation graphique du une approximation d'un mouvement brownien par le D.K.L pour $n = 10$, $n = 100$ et $n = 1000$.

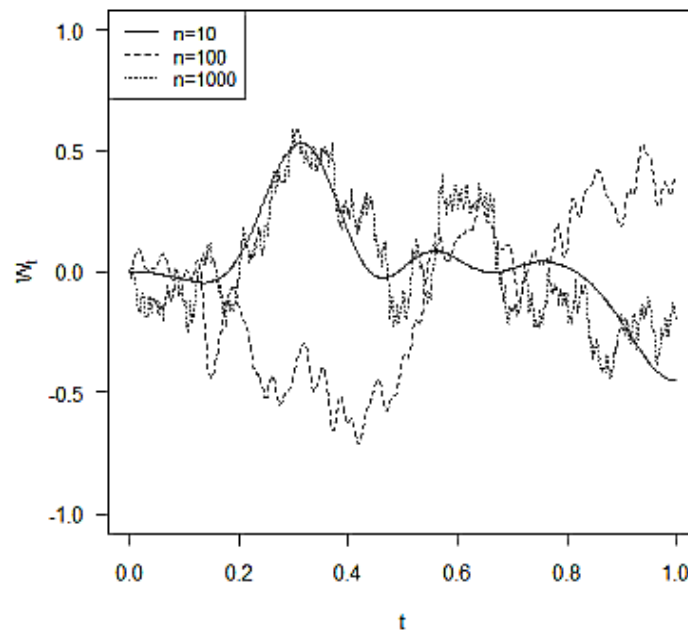


Fig. II. 6 : Approximation d'un mouvement brownien par le D.K.L.

II.11. Mouvement brownien avec dérive et écart-type

Un mouvement brownien plus général est obtenu en définissant $X(t) = \mu t + \sigma B(t)$.

Pour $t \geq 0$, où $\{B(t)\}_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien standard, alors que μ et $\sigma > 0$ sont des constantes [55]. On remarque que :

$$E(X(t)) = \mu t + E(B(t)) = \mu t, \quad (\text{II.31})$$

Et

$$\text{Var}(X(t)) = \sigma^2 \text{Var}(B(t)) = \sigma^2 t, \quad (\text{II.32})$$

Les μ et $\sigma > 0$ sont appelés respectivement la dérive et l'écart-type du processus.

II.12. Mouvement brownien géométrique

Soit $(Y_t)_{t \geq 0}$ est appelé mouvement brownien avec dérive μ et variance σ^2 , alors le processus $(X_t)_{t \geq 0}$ défini par $X_t = e^{Y_t}$ est appelé **mouvement brownien géométrique**. Si $(X_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien géométrique avec dérive μ et Volatilité σ , pour tout $t \geq 0$, la densité de X_t est :

$$f_t(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2t\sigma^2}}, \quad (\text{II.33})$$

Avec

$$\mathbb{E}[X] = e^{\mu} e^{\frac{\sigma^2}{2}}, \quad (\text{II.34})$$

$$\text{Var}(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}, \quad (\text{II.35})$$

On peut généraliser la définition du mouvement brownien géométrique ou bien le mouvement brownien log-normale $(Y_t)_{t \geq 0}$

$$Y(t) = Y(0)e^{X(t)}, \quad (\text{II.36})$$

Où $X(t)$ est de loi $N(\mu t, \sigma^2 t)$

II.13. Pont brownien

Un pont brownien standard est un objet mathématique de la théorie des probabilités. C'est un processus stochastique à temps continu de loi, mais celle du processus Wiener et conditionné à s'annuler en 0 et en 1.

Un pont brownien standard est un processus stochastique $B_t, t \geq 0$ à temps continu dont la loi est celle du processus Wiener sachant l'événement $B_0 = B_1 = 0$.

Il s'agit d'un processus aléatoire gaussien, c'est-à-dire que la loi de probabilité de tout vecteur $(B_{t_1}, \dots, B_{t_n})$ conditionnellement à $B_1 = 0$ est gaussienne. Il est alors caractérisé par sa moyenne et sa fonction de covariance, qui sont données par :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(B_t | B_1 = 0) &= 0 & \forall 0 \leq t \leq 1 \\ \text{cov}(B_s, B_t | B_1 = 0) &= s(1-t) & \forall 0 \leq s < t \leq 1 \end{aligned}$$

II.14. Continuité des trajectoires

Si $(X_t)_{t \in T}$ est un processus aléatoire à valeurs dans un espace E , les trajectoires de X sont les applications $T \ni t \rightarrow X_t(\omega)$ obtenues en fixant ω . Les trajectoires constituent donc une famille, indexée par $\omega \in \Omega$, d'applications de T dans E [55].

Soit $B = (B_t)_{t \geq 0}$ un pré-mouvement brownien. Au stade où nous en sommes, on ne peut rien affirmer au sujet des trajectoires de B : il n'est même pas évident (ni vrai général) que ces applications soient mesurables. Le but de ce paragraphe est de montrer que, quitte à modifier (un peu) B , on peut faire en sorte que ses trajectoires soient continues.

Soient $(X_t)_{t \in T}$ et $(\bar{X}_t)_{t \in T}$ deux processus aléatoires indexés par le même ensemble T et à valeurs dans le même espace E . On dit que \bar{X} est une modification de X si :

$$\forall t \in T \quad P[\bar{X}_t = X_t] = 1, \tag{II.37}$$

II.15. Régularité des trajectoires

Le mouvement brownien a de nombreuses propriétés dont certaines peuvent être prise comme définition [43].

Proposition 2.2 Le processus W_t est un processus à accroissement indépendants de fonction de covariance

$$K(s, t) = \mathbb{E}(W_s W_t) = \sigma^2 \min(s, t), \tag{II.38}$$

Preuve : le mouvement brownien est processus centré, les accroissements étant indépendants, on a pour $0 \leq s \leq t$.

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}(B_s B_t) &= \mathbb{E}(B_s(B_t - B_s)) + \mathbb{E}(B_s^2), & (\text{II.39}) \\
 &= \mathbb{E}(B_s)\mathbb{E}(B_t - B_s) + \text{var}(B_s) \\
 &= 0 + \sigma^2 s = \sigma^2 s
 \end{aligned}$$

D'où : $\mathbb{E}(B_s B_t) = \sigma^2 \min(s, t)$

II.16. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé la théorie des probabilités et statistiques car cette dernière permet de modéliser les phénomènes aléatoires à travers les processus stochastiques ; utilisés pour la prédiction et le pronostic de la durée de vie de certain équipement ainsi de leur fiabilité, et de leur taux de défaillance.

Les modèles stochastiques ont été utilisés parce qu'ils permettent une meilleure modélisation de la variabilité de l'évolution de la dégradation dans le temps. Ces modèles de dégradation sont à l'origine des processus qui déterminent les échecs dans ces systèmes. De plus, ils jouent un rôle central dans les efforts visant à améliorer la fiabilité et les maintenances des systèmes. Citons quelque processus stochastiques et en particulier le processus Wiener, avec une explication détaillée, ce processus joue un rôle fondamental dans de nombreux domaines, ainsi que leur application en fiabilité.

Chapitre III

Généralités sur les roulement et leurs modes de dégradation

Sommaire

III.1. Introduction

III.2. Généralités sur les roulements

III.3. Paramètres de choix et classification des roulements

III.6.1. Roulement rigide à une seule rangée de billes (contact radial)

III.6.2. Roulement à contact oblique à une seule rangée de billes

III.6.3. Roulement à contact oblique sur deux rangées de billes

III.6.4. Roulements à rotule sur deux rangées de billes

III.6.5. Roulements montés par paire

III.6.6. Roulements à une seule rangée de rouleaux cylindriques

III.6.7. Roulements à rotule sur deux rangées de rouleaux

III.6.8. Butée

III.6.9. Roulements à rouleaux coniques

III.4. Répartition des charges

III.5. les différents modes de détérioration des roulements

III.6. les méthodes de détection des défauts de roulements

III.7. Conclusion

III.1. Introduction

Plusieurs recherches ont été effectuées sur la détection et le diagnostic des défauts des roulements. Les méthodes vibratoires et acoustiques ont été détaillées dans une revue rédigées par Tandon et Choudhury [56]. Les mesures sonores, la méthode d'ondes de choc et la technique d'émission acoustique. Tandon et Choudhury [57] ont ensuite mis à jours les critiques incorporant des œuvres plus récentes et des techniques avancées.

La majorité des recherches faites sur le diagnostic peuvent être classées dans le domaine temporel et fréquentiel. Pour cela la technique la plus utilisées pour la surveillance et le diagnostic des roulements est l'analyse vibratoire [58].

La dégradation des roulements se traduit par un écaillage qui représente une dégradation par fatigue. Il y a diverses sortes de dégradation dont les principales sont liées à des défauts de lubrification, d'étanchéité ou à un montage défectueux [59].

III.2. Généralités sur les roulements

- **Bref historique**

Pendant des siècles, l'homme a dû compter sur son propre pouvoir de pousser ou tirer de gros objets sur la terre. Le concept d'un roulement -pour réduire la friction entre un objet et la surface sur laquelle il est déplacé - est presque aussi vieux que l'homme lui-même.

La première solution pour soulager une partie de cette friction de glissement a été enregistrée dès 3500 ans avant J-C. Ce fut alors que les Mésopotamiens utilisaient l'un des premiers paliers connus à l'homme, une invention appelée la roue. Lorsque la roue et l'essieu touché, ils ont mis un roulement en cuir ou en bois et lubrifiée avec de la graisse animale [60].

Dessins anciens de 1100 ans avant J-C. montre les Assyriens et les Babyloniens déplacent d'énormes rochers pour leurs monuments et palais avec des rouleaux, illustrant le principe de la friction du roulement de base pour réduire et remplacer le frottement de glissement par le frottement de roulements; c'est la première idée.

Une seconde idée pour réduire le frottement consiste à lubrifier les contacts. Dès 2400 ans avant J-C, des bas-reliefs égyptiens montrent l'usage de substances liquides versées à l'avant de « traineaux » lors du déplacement de statues afin de réduire le frottement de glissement figure (III.1) [61].



Remplacement du frottement de glissement par le frottement de roulement

Lubrification des contacts

Fig. III. 1 : La réduction du frottement.

Ces deux techniques de réduction du frottement vont donc évoluer ensemble et ce n'est qu'au XVème siècle que le premier roulement, muni d'une cage évitant le contact entre les éléments roulants, est imaginé et dessiné par LEONARD DE VINCI, nous sommes donc en présence du premier roulement à billes (figure III.2) [61].

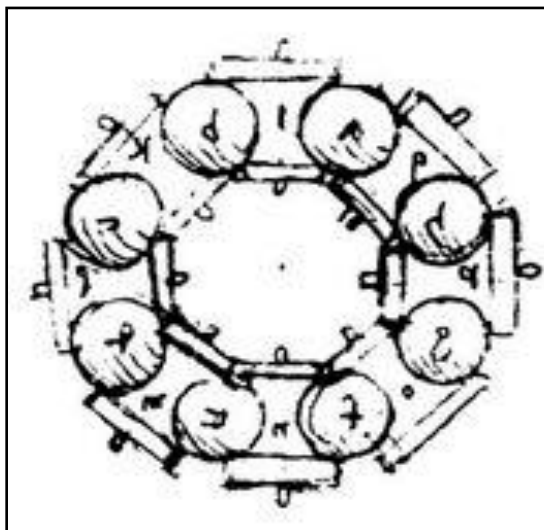


Fig. III 2 : Schéma du premier roulement à billes.

- **Définition d'un roulement**

Le roulement est un organe qui assure la liaison mobile entre deux éléments d'un mécanisme en rotation l'un par rapport à l'autre. Sa fonction principale est de permettre la rotation relative de ces éléments, sous charge, avec précision et avec un frottement minimal.

- **Conception d'un roulement**

La performance des roulements est directement liée à la qualité du matériau utilisé en particulier sa propreté. En effet les concentrations de contraintes liées à la géométrie du contact sont considérablement amplifiées par la présence de défauts de type inclusions non métalliques dans la zone de charge, ce qui implique que la durée de vie du roulement est dépendante de la nature, la répartition et la forme de ces inclusion [59]. Quelque soit le type, un roulement est composé de 4 parties principales:

- La bague extérieure.
- La bague intérieure.
- Les éléments roulants.
- La cage.

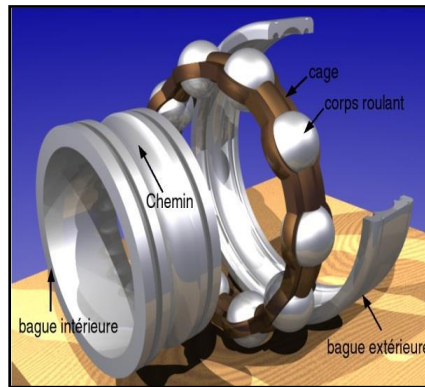


Fig. III. 3 : Les éléments d'un roulement.

a/ La bague extérieure :

C'est l'élément qui limite les dimensions extérieures du roulement, elle sera montée dans un logement fixe (bague extérieure fixe) ou dans un moyeu tournant (bague extérieure tournante).

b/ La bague intérieure :

Elle est montée sur un arbre fixe ou mobile. C'est-à-dire, elle est fixe si la bague extérieure est mobile, et le contraire.

c/ Les éléments roulants :

Il s'agit des billes, rouleaux et des aiguilles. Se sont les éléments des roulements qui assurent la transmission de la charge entre les deux bagues du roulement, ils sont responsables de la rotation relative d'une bague par rapport à l'autre.

d/ La cage :

Elle a pour rôle de maintenir le même écartement entre les éléments roulants, à fin de préserver la même zone de charge du roulement, elle ne supporte aucune charge.

III.3. Paramètres de choix et classification des roulements

Chaque type de roulements est conçu pour fonctionner sous un éventail limité de conditions. Donc pour une application donnée, seulement un nombre limité de types de roulements peuvent fonctionner de manière efficace. C'est pourquoi, qu'il est important de connaître les caractéristiques de chaque type de roulements.

Quelque soit la taille, la qualité et la matière utilisée pour la fabrication du roulement, ces derniers sont classés en plusieurs manières, ils se divisent en deux catégories principales *roulements à billes* et *roulements à rouleaux*. Les roulements à billes sont classés en fonction de leurs configurations des bagues du roulement : profondeur, type de rainure et type de contact angulaire. Par contre les roulements à rouleaux sont classés en fonction de la forme du rouleau cylindrique: aiguilles, conique et sphérique,

On peut aussi les classés en fonction de la direction dans laquelle la charge est appliquée : roulements radiaux transportent des charges radiales et butée comportent des charges axiales. D'autres méthodes de classification comprennent: le nombre de rangées de roulement (simple, double, ou 4 rangs), séparable et non séparable, dans lequel la bague intérieure ou extérieure peut être détachée [63].

Le choix du type et de la taille d'un roulement est basé sur les conditions de fonctionnement et les caractéristiques de construction à fin d'assurer un bon fonctionnement à des coûts réduits [59]. Pour réaliser un choix optimal de roulement il faut tenir en considération les facteurs suivants :

- Savoir la nature, la direction ainsi que l'intensité de la charge que doit supporter le roulement.
- La vitesse de rotation du roulement.
- La durée de vie souhaitée (demandée).
- La température à laquelle le roulement va travailler
- La précision de fonctionnement à fin de permettre fixé le jeu interne de chaque roulement.
- Il faut tenir en compte le mode de la lubrification, ainsi que le type du lubrifiant.
- La nature de la machines pour faire le choix du type de montage du roulement.
- La matière de l'arbre et du logement qui permettent de calculer le jeu résiduel (fonctionnel) du roulement.

- L'encombrement (l'espace) réservé au roulement.

III.3.1. Roulement rigide à une seule rangée de billes (contact radial) :

C'est un roulement symétrique, ce qui lui permettra de supporter des charges purement radiales importantes, ou celles combinées dans les deux sens, il est bien adapté pour des vitesses de rotation très élevée et une faible perte de puissance [64].



Fig. III. 4 : Roulement à bille à contact radial

III.3.2. Roulement à contact oblique à une seule rangée de billes :

Dans ce type de roulement, les pistes (chemins) sont usinées avec un épaulement haut sur la bague intérieure, et un autre bas sur la bague extérieure. Les deux épaulements sont disposés l'un en face de l'autre, à cet effet, ce type de roulement est adapté pour des charges axiales appliquées sur un seul sens.



Fig. III. 5 : Roulement à bille à contact oblique.

III.3.3. Roulement à contact oblique sur deux rangées de billes :

C'est le type de roulement où les bagues intérieure et extérieure possèdent deux chemins de pistes pour chacune. Les deux rangées de billes sont disposées de façon que les angles de contact ayant deux roulements dans une seule rangée. Ils peuvent supporter des charges axiales importantes dans les deux sens.



Fig. III. 6 : Roulement à contact oblique Sur de rangées de billes.

III.3.4. Roulements à rotule sur deux rangées de billes :

La bague intérieure de ce type de roulement est caractérisée par deux (pistes) profondes et la bague extérieure dispose d'une seule piste de forme sphérique, Ce type de roulement est adapté pour des applications où la précision d'alignement des alésages des logements n'est pas assurée.



Fig. III. 7 : Roulement à rotule Sur deux rangées de billes.

III.3.5. Roulements montés par paire

Dans certain cas, il est utile d'assurer un montage par paire des roulements à contact oblique, à une seule rangée de billes, de façon que les bagues intérieure et extérieure soient disposées en opposition, c'est un montage qui permet aussi de réduire le jeu axial et radial, ou bien pour régler la zone de charge (pré charge) à fin d'augmenter la rigidité des roulements.

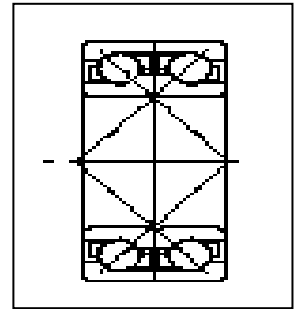


Fig. III. 8 : Roulements montés par paire.

III.3.6. Roulements à une seule rangée de rouleaux cylindriques

Pour réduire les contraintes (forces de contact) dans le cas d'une charge radiale importante, il faut que la surface de contact soit importante. Dans ce cas, il est nécessaire de passer d'un contact ponctuel à un autre linéaire, c'est-à-dire il faut installer des roulements à rouleaux cylindriques au lieu des roulements à billes.



Fig. III. 9 : Roulements à une seule rangée de rouleaux cylindriques.

III.3.7. Roulements à rotule sur deux rangées de rouleaux

Les roulements à rotule sur deux rangées de rouleaux comportent deux chemins usinés sur la bague intérieure et séparés par un épaulement à fin d'assurer un bon guidage. Ce type de roulement est utilisé pour compenser les défauts d'alignement. Cette construction permet le déplacement libre de l'ensemble (bague intérieure – cage – rouleaux) à l'intérieur de la bague extérieure, à cet effet et en plus des charges radiales, le roulement peut admettre aussi des charges axiales.



Fig. III 10 : Roulements à rotule sur deux rangées de rouleaux.

III.3.8. Butée à billes :

- Butée à billes à simple effet :

Ce type de roulement est destiné pour supporter des charges purement axiales à des vitesses par fois élevées et pour maintenir le guidage de l'arbre dans un seul sens.



Fig. III. 11 : Butée à billes à simple effet.

- Butée à billes à double effet :

Elle supporte des charges axiales, comme elle fixe l'arbre dans les deux sens.



Fig. III. 12 : Butée à billes à double effet.

III.3.9. Butée à rouleaux cylindriques :

Les butées à rouleaux cylindriques sont utilisées si la capacité des butées à billes est insuffisante. Se sont des butées à simple effet qui n'admettent pas les charges axiales que dans un seul sens, elles peuvent supporter des très fortes charges axiales et sont très sensibles aux chocs



Fig. III. 13 : Butée à rouleaux cylindriques.

III.3.10. Roulements à rouleaux coniques :

Ils ont la possibilité de supporter des efforts axiaux et radiaux importants. Du fait de la disposition des contacts de roulement. Ils constituent une liaison rotule équivalente (unilatérale) entre les bagues, d'une grande rigidité. Ce type de composant est idéal pour les guidages de grandes précisions qui devront subir de gros efforts (pivot de roue de véhicules, broche de machines).



Fig. III. 14 : Roulements à rouleaux coniques.

a/ Montage en X ou montage direct : Il s'agit des solutions les plus simples à réaliser et à mettre en œuvre. Ce type de montage est utilisé:

- Dans le cas des arbres tournants avec organes de transmission (engrenages,..) situés entre les roulements
- lorsque l'écart entre les deux roulements est faible.

Le réglage du jeu interne est réalisé sur les bagues extérieures (Figure III .15), les dilatations de l'arbre ayant tendance à charger un peu plus les roulements, cela tend à diminuer le jeu interne.

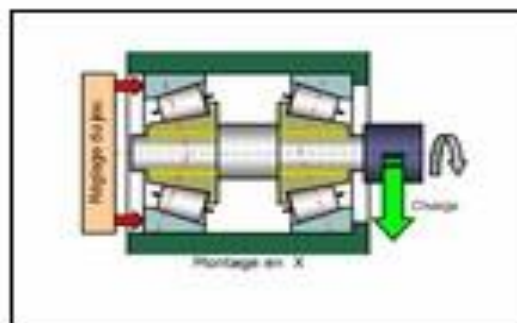


Fig. III. 15 : Montage en X.

b/ Montage en O ou montage indirect : Ce type de montage est à privilégier lorsque:

- Les logements sont tournants.
- On recherche une grande rigidité d'ensemble de la liaison.
- L'écart entre les deux roulements est important

Le réglage du jeu interne est réalisé sur les bagues intérieures. Les dilatations de l'arbre ayant tendance à diminuer la charge sur les roulements, cela tend à augmenter le jeu interne. Le montage en O s'emploie aussi avec les arbres tournants lorsque les organes de transmission sont situés en dehors de la liaison (engrenages en porte à faux).

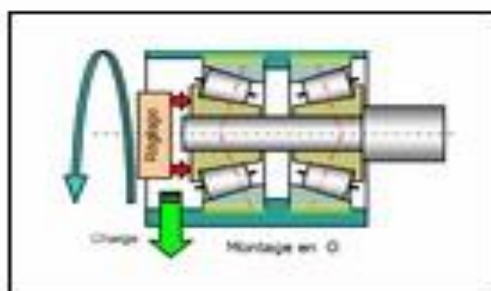


Fig. III. 16 : Montage en O.

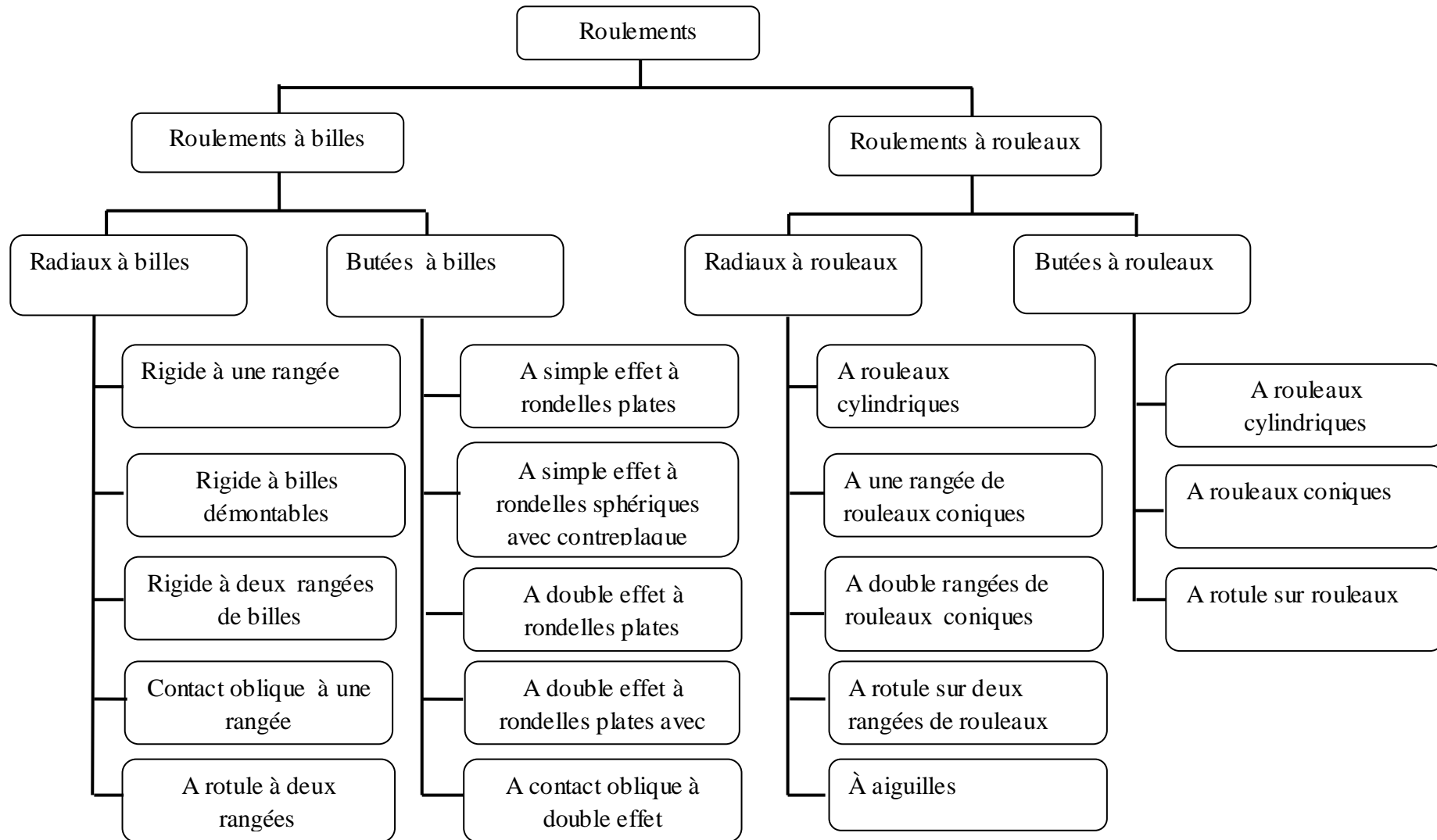


Fig. III. 17 : Classement des roulements.

III.4. Répartition des charges

L'une des fonctions essentielles du roulement est de supporter les charges qui lui sont imposées, il existe 2 types de charges : les charges radiales et les charges axiales [62].

Les charges radiales sont celles dirigées perpendiculairement à l'axe de roulement, tandis que les charges axiales sont dirigées selon l'axe de roulement. Il existe également des charges composées qui associent les deux types de charges axiale et radiale. On peut donc classer les roulements en 2 catégories : *roulements radiaux* ou portant pour les roulements ne supportant que des charges radiales, et *roulements axiaux* ou butées pour ceux ne supportant que des charges axiales, les roulements supportant les deux types de charges sont des obliques [62].

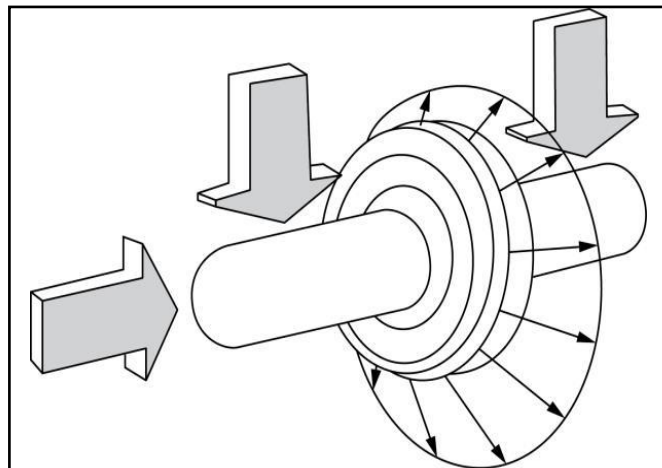


Fig. III. 18 : La répartition des charges.

III.5. Les différents modes de détérioration des roulements

Au début du développement d'un système, le concepteur doit choisir l'architecture satisfaisant à des critères de performance et de fiabilité exprimés dans les spécifications.

Tous les systèmes contiennent inévitablement des défauts qui se manifestent potentiellement par l'apparition de défaillances au cours de la vie opérationnelle du système. Il est donc important de connaître les mécanismes de défaillance pour déterminer l'architecture optimale d'un système et pour évaluer sa fiabilité.

La fiabilité des systèmes, des sous-ensembles et des composants est généralement décrite par la courbe caractéristique dite en baignoire (Figure III.19).

Elle décrit l'évolution du taux de défaillance $\lambda(t)$ en fonction du temps t et permet de mettre en évidence, de manière empirique, trois phases de la vie d'un produit ou d'un système. Le taux de défaillance est élevé au début de la vie. Ensuite, le taux diminue assez rapidement avec le temps (taux de défaillance décroissant), cette phase de vie est appelée période de jeunesse. Après, il se stabilise à une valeur qu'on souhaite aussi basse que possible pendant une période appelée période de vie utile (taux de défaillance sensiblement constant).

A la fin, il remonte lorsque l'usure et le vieillissement font sentir leurs effets, ce qui correspond à la période de vieillissement (taux de défaillance croissant) [65].

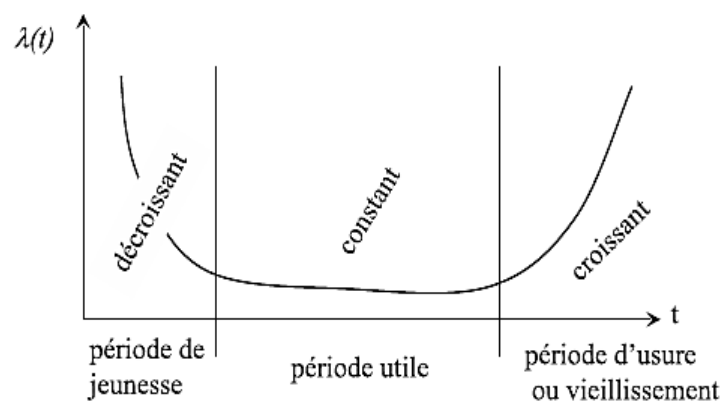


Fig. III. 19 : Courbe en baignoire.

- **La période de jeunesse**

Concerne les défaillances précoces dues à des problèmes de conception (mauvais dimensionnement d'un composant,...etc) ou de production (dérive d'un processus de fabrication,...etc).

- **La période utile,**

Plus ou moins importante selon le type de matériel (plus pour l'électronique et moins pour la mécanique), est caractéristique des défaillances aléatoires.

- **La période d'usure**

La période de vieillissement correspond aux défaillances dues à des phénomènes d'usure, de vieillissement.

La détérioration est un phénomène évolutif et irréversible, c'est-à-dire la pièce détruite ne reprendra jamais son état précédent. Les nombreuses natures de détérioration des roulements sont classées en plusieurs genres :

- Ecaillage.
- Abrasion.
- Déformation ou coupe par corps durs.
- Adhésion, jonctions intermétalliques.
- Micro grippages.
- Corrosion, réactivité avec l'ambiance.
- Corrosion de contact.
- Sur-contraintes provoquant des accidents brusques.
- Fluage, déformation sans perte de matière (la repousse de la matière).
- Fatigue, endommagement sous des contraintes cycliques.
- Phénomènes divers : érosion, dissolution, passage du courant électrique.

Avec les différentes techniques de contrôle, l'expérience du personnel de la maintenance ainsi que l'historique des machines équipées par le type du roulement en question. Nous pouvons distinguer les modes de détérioration des roulements de la manière suivante :

III.5.1. L'écaillage de fatigue

C'est un écaillage unilatéral, il est caractérisé par des petites fissures et arrachement de fragments de matière .il se produit lors de l'application d'une surcharge, un désalignement ou lors d'un défaut sur les logements ou les portées voir Figure (III. 20, 21).



Fig. III. 20 : Ecaillage sur la bague intérieure d'un roulement à billes à gorges profonde.



Fig. III. 21 : Ecaillage de fatigue sur la bague intérieure d'un roulement à rouleaux sphérique.

III.5.2. L'écaillage superficiel

Causé et due par concentration des contraintes accentuées (résultent probablement d'un défaut d'alignement) ou bien par la modification de la zone de recharge. Aussi par la présence

de particules étrangères à l'intérieur du roulement Voir figure (III-22,23).



Fig. III. 22 : Écaillage superficiel sur rouleaux.



Fig. III. 23 : Ecaillage superficiel sur la bague extérieure d'un roulement à rouleaux sphériques.

III.5.3. Le grippage

C'est un effet d'adhérence (blocage) de deux pièces en mouvement relatif. Il est caractérisé par l'apparition des traces brunes d'échauffement, laminage du métal. Il est dû à leurs dilatation (jeu résiduel nul) ou à une absence de la lubrification figure (III.24, 25).donc, on peut dire que le grippage est un phénomène qui se caractérise par des micro- arrachements des particules métalliques.



Fig. III. 24 : Grippage sur la bague intérieure d'un roulement à rouleaux cylindrique.



Fig. III. 25 : Grippage sur les rouleaux.

III.5.4. Usure par déformation

C'est une déformation plastique des chemins des roulements, causée par des chocs importants répétés figure (III.26), ou une vibration importante à haute fréquence. C'est une usure sans perte de matière (présence des empreintes).

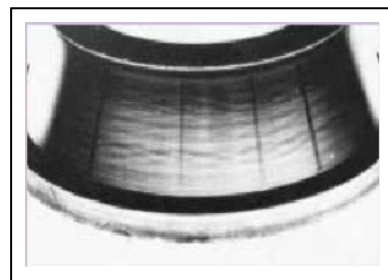


Fig. III. 26 : Usure par déformation d'une bague externe.

III.5.5. La corrosion

Causée par la présence de l'humidité aux points de contact des éléments roulants avec les chemins. La figure représente une corrosion sur bague intérieure d'un roulement à rouleaux conique, voir figure (III. 27, 28).



Fig.III. 27: Corrosion de contact sur la bague Intérieur d'un roulement à rouleaux sphérique.



Fig. III. 28 : Corrosion de contact sur la bague intérieure d'un roulement de Contact angulaire.

III.5.6. La fissuration des bagues

C'est l'apparitions des fissures et des petites cassures sur les éléments du roulement Les coups lors du montage, le non respect des portées de roulement (ajustement trop serré), sont responsables sur ce type de détérioration Figure (III. 29). Elle est provoquée par une déformation plastique.



Fig. III. 29: Fissure longitudinal de la bague interne.

III.5.1. Usure par abrasion

L'abrasion est caractérisée par la présence d'une couche brillante, due au glissement des éléments roulants sur les pistes, et la par le manque de lubrification ou par un jeu résiduel très important.

Elle concerne de nombreux mécanismes fonctionnant dans des conditions sévères : machines agricoles, matériels de travaux publics, matériels miniers, l'abrasion est un phénomène qui caractérise le rodage des pistes figure (III. 30), sous forme des empreintes

superficielles et épaulement de guidage (une repousse de matière sans usure).



Fig. III. 30: Usure par abrasion d'une bague interne.

III.5.2. La détérioration des cages

La vibration inadmissible ainsi que les coups durant le montage sont responsable de la déformation et de la détérioration des cages. Il s'agit même de la déformation et de la rupture de la cage du roulement figure (III. 31, 32).



Fig. III. 32: Déformation de cage d'un roulement à billes de contact angulaire.



Fig. III. 31 : Déformation de cage d'un roulement à rouleaux cylindrique.

III.5.3. La coloration

Ce type de détérioration est du à la réaction à haute température des éléments du roulement avec le lubrifiant figure (III. 33), ou bien il est causé par l'insuffisance de la quantité du lubrifiant.



Fig. III. 33 : Usure par coloration de la bague externe

III.6. Différentes méthodes de détection des défauts de roulements

La détection d'un défaut nécessite d'une part une prise de mesures vibratoire puis une exploitation du signal recueilli. Nous présentons, au cours de cette partie, l'essentiel de la démarche à suivre [66].

III.6.1. Paramétrage de l'échantillonnage

Un échantillon discret est l'ensemble des valeurs d'un signal continu prises aux instants $t = t_0 + i\Delta t$, i étant un entier positif. La discrétisation d'un signal induit une perte d'information, qui peut être préjudiciable au diagnostic. Cette perte d'information est liée au nombre des composantes des fréquences élevées qu'introduit le processus de discrétisation (théorème de Shannon). L'opération de discrétisation est effectuée périodiquement sur le signal temporel à une période T_e . La fréquence d'échantillonnage équivaut alors à $f_e = 1/T_e$ comme le montre la figure III. 34.

En pratique, la valeur couramment choisie pour la fréquence d'échantillonnage est :

$$f_e = 2.56 f_{max} \quad (III.1)$$

Le temps d'acquisition T_{acq} qui correspond à la durée d'observation du signal est :

$$T_{acq} = N_e T_e = \frac{N_e}{f_e} = \frac{N_e}{2.56 f_{max}} \quad (III.2)$$

Où

f_{max} : fréquence maximale

N_e : nombre de points enregistrés.

T_e et f_e : période et la fréquence de l'échantillonnage.

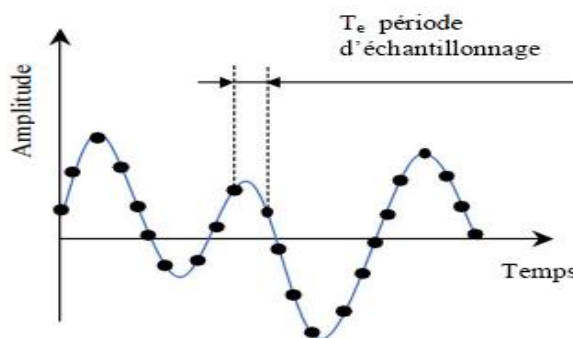


Fig. III. 34 : Discrétisation du signal

III.6.2. Résolution

Pour réaliser de bonnes mesures, il est nécessaire de choisir une résolution appropriée dans la bande de fréquence de travail [67]. Une résolution est satisfaisante lorsqu'elle permet de dissocier des fréquences voisines. Elle dépend de la largeur de la bande de fréquences, du nombre de points N_e et du nombre de lignes de l'analyseur.

Autrement dit :

$$\Delta f = \frac{\text{Fréquence pleine échelle}}{\text{Nombre de lignes}} \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Nombre de lignes} = \frac{N_e}{2.56} \quad (\text{III.4})$$

En général, pour séparer deux composantes dont l'espacement fréquentiel est de δf , une résolution de $r = \delta f/4$ est nécessaire. Une mauvaise résolution peut engendrer un mauvais diagnostic notamment si les pics des fréquences sont proches.

$$\Delta f = \frac{f_e}{N_e} = \frac{1}{N_e} = \frac{1}{T_{acq}} \quad (\text{III.5})$$

III.6.3. Méthodes d'analyse

Il existe différents outils d'analyse vibratoire permettant de détecter et de diagnostiquer l'apparition des défauts dans les roulements. De nombreuses publications synthétisent ces différentes méthodes ou outils [56]. Elles sont généralement classées en deux grandes familles

III.6.3.1. Méthodes temporelles

Les méthodes temporelles sont basées sur l'analyse statistique du signal recueilli, elles s'appliquent à des machines simples et consistent à effectuer des mesures de vitesse dans des gammes de fréquences faibles et des mesures d'accélération dans des gammes de fréquences élevées pour minimiser l'influence des vibrations induites par la rotation des arbres.

Cette méthode utilise des indicateurs scalaires qui permettent de suivre l'évolution d'une grandeur décrivant la puissance ou l'amplitude crête du signal. Sa valeur peut ne pas avoir de signification intrinsèque, c'est son évolution dans le temps qui est significative du défaut.

➤ **Valeur efficace ou valeur RMS (Root Mean Square)**

C'est un indicateur scalaire « large bande » très utilisé bien qu'il présente des inconvénients [68]. Il est sensible à l'effet de masque, c'est-à-dire qu'il peut s'avérer inefficace lors de l'apparition de certains défauts et il s'écrit sous forme discrétisée :

$$V_{efficace} = V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N_e} \sum_{n=1}^{N_e} [x(n)]^2} \quad (\text{III.6})$$

Où $x(n)$ est le signal temporel mesuré, N_e représente le nombre d'échantillons prélevés dans le signal. Globalement, la valeur efficace ne détecte pas tous les défauts et donne une alarme tardive, ce qui représente un inconvénient majeur dans le cadre de la maintenance conditionnelle. Son efficacité dépend de son bon paramétrage en terme de bandes de fréquence d'analyse liées à la structure même des machines.

➤ **Indicateur de crête**

Contrairement à la valeur efficace de l'amplitude d'un signal, les indicateurs spécifiques comme le facteur de crête ou le Kurtosis sont mieux adaptés pour représenter un signal induit par des forces impulsionnelles tels que les écaillages de roulements. Ces indicateurs sont issus des valeurs crêtes [69] du signal temporel mesuré. Le facteur crête défini comme étant le rapport entre la valeur crête et la valeur efficace.

$$F_C = \text{Facteur crête} = \frac{\text{Valeur crête}}{\text{Valeur efficace}} = \frac{\text{Sup}|x(n)|}{\sqrt{\frac{1}{N_e} \sum_{n=1}^{N_e} [x(n)]^2}} \quad (\text{III.7})$$

Le facteur crête a l'avantage de détecter les défauts avant la valeur efficace. Ceci provient du fait que pour un roulement sans défaut, le rapport reste sensiblement constant et augmente lorsqu'une dégradation apparaît, alors que la valeur crête croit pendant que la valeur efficace reste à peu près constante [69].

➤ **Kurtosis**

C'est un indicateur permettant de caractériser la nature impulsive d'un signal et la détection précoce d'un défaut de roulement. Dans le cas d'un roulement sans écaillage, la distribution des amplitudes contenues dans le signal recueilli est gaussienne ce la entraîne une

valeur de Kurtosis proche de 3.

Lorsqu'un défaut est détecté, sa valeur devient supérieure à 3 [70]. L'analyse des défauts de roulement par le Kurtosis peut également être réalisée dans différentes bandes de fréquences liées aux résonances de la structure.

$$Kurtosis = \frac{M_4}{M_2^2} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x(n) - \bar{x})^4}{\left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x(n) - \bar{x})^2 \right]^2} \quad (III.8)$$

Où

M_4 et M_2 sont les moments statistiques d'ordre 4 et d'ordre 2.

$x(n)$ est le signal temporel.

\bar{x} est la valeur moyenne des amplitudes.

N est le nombre d'échantillons prélevés dans le signal.

La figure (III. 35) illustre le signal temporel et la densité de probabilité d'un roulement non dégradé.

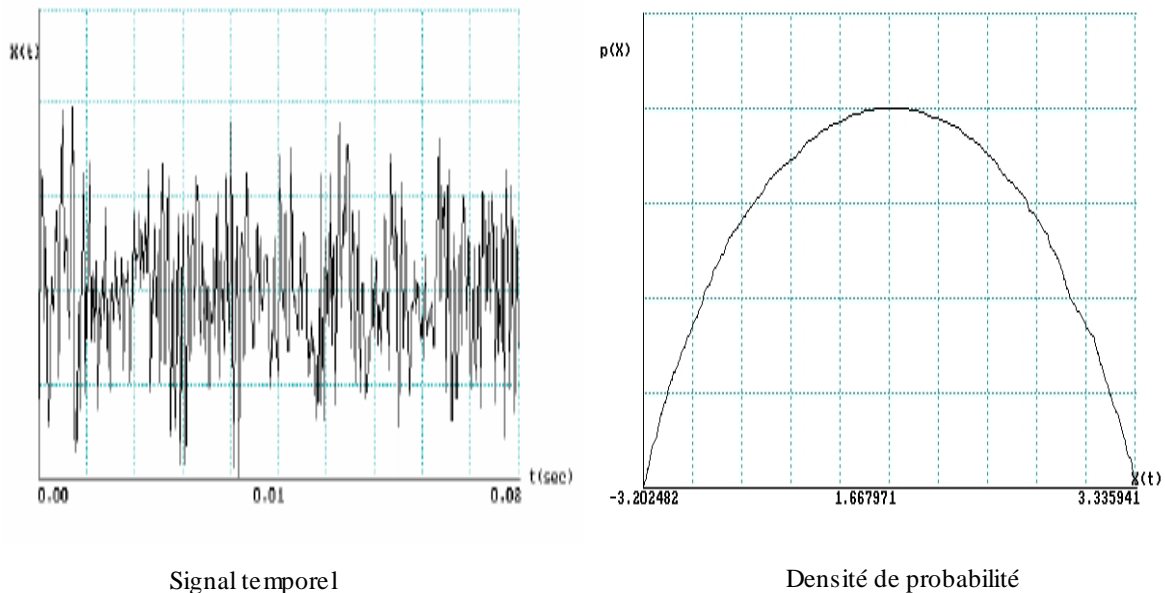


Figure (III.35) : signal temporel et densité de probabilité d'un roulement non dégradé.

Le Kurtosis doit être utilisé avec précaution car il est très sensible aux chocs, la figure (III. 36) illustre le signal temporel et la densité de probabilité d'un roulement écaillé.

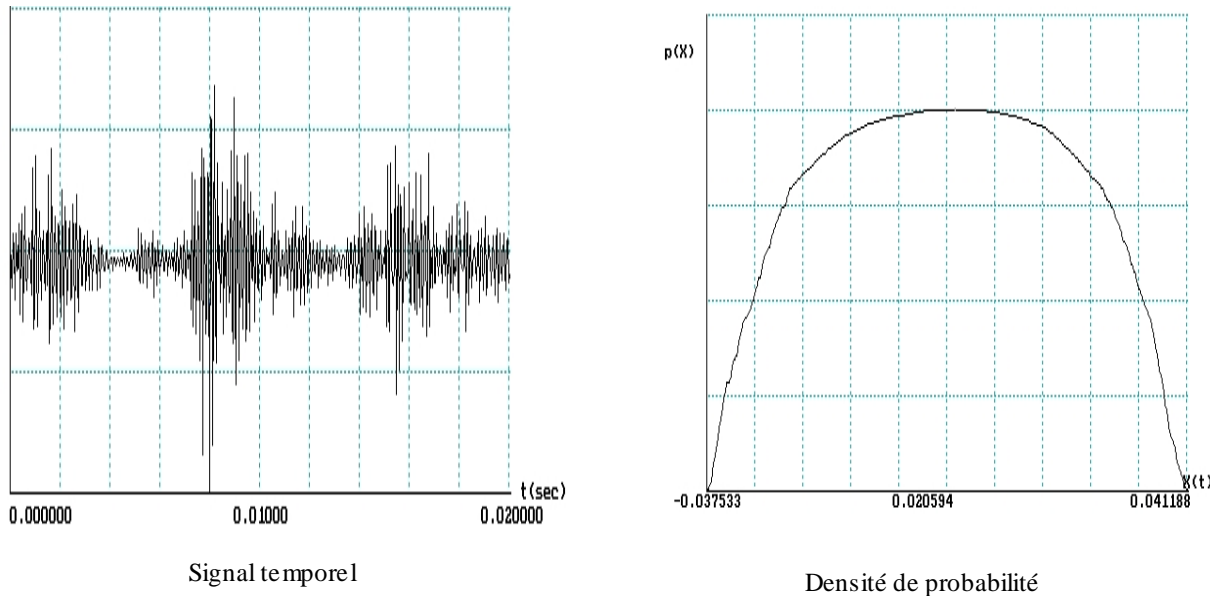


Figure (III.36) : signal temporel et densité de probabilité d'un roulement non écaillé.

III.6.3.2. Méthodes fréquentielles

Les méthodes fréquentielles sont basées sur la transformée de Fourier. La connaissance des fréquences caractéristiques permet d'identifier et de localiser les défauts issus des composants mécaniques en analysant leur spectre. Elles sont souvent utilisées pour les machines complexes comportant beaucoup de composants mécaniques.

➤ Analyse en fréquence

L'analyse en fréquence est devenue l'outil fondamental pour le traitement des signaux vibratoires. Elle s'appuie sur la transformée de Fourier qui permet le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel. Cette représentation permet de connaître le contenu spectral d'énergie ou de puissance, présent dans le signal à la fréquence f , et donc de détecter la présence d'un défaut générant un choc périodique à une fréquence de défaut. La comparaison de cette fréquence avec celle des défauts théoriques potentiels (fréquences caractéristiques) sur le roulement permet sa localisation. Dans la pratique, on utilise la transformée de Fourier qui est discrète et rapide sur des signaux numérisés.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (III.9)$$

Où

$X(f)$ est la transformée de Fourier,

t est la variable temps.

f est la variable fréquence.

$$X(k\Delta f) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(nt_e) e^{-j2\pi k \frac{n}{N}} \quad (\text{III.10})$$

Où

$X(k\Delta f)$ est la transformée de Fourier discrète rapide.

t_e est la période d'échantillonnage du signal temporel.

n est le numéro de l'échantillon.

k est le numéro de la ligne fréquentielle.

Δf est l'intervalle entre deux raies fréquentielles.

N est le nombre d'échantillons prélevés.

➤ Analyse d'enveloppe (HFRT)

Est une méthode qui permet de détecter des chocs périodiques à partir des résonances de structure [71]. En effet, pour des défauts tels que les écaillages de roulements, les harmoniques peuvent exciter un mode de résonance de structure figure III. 37.

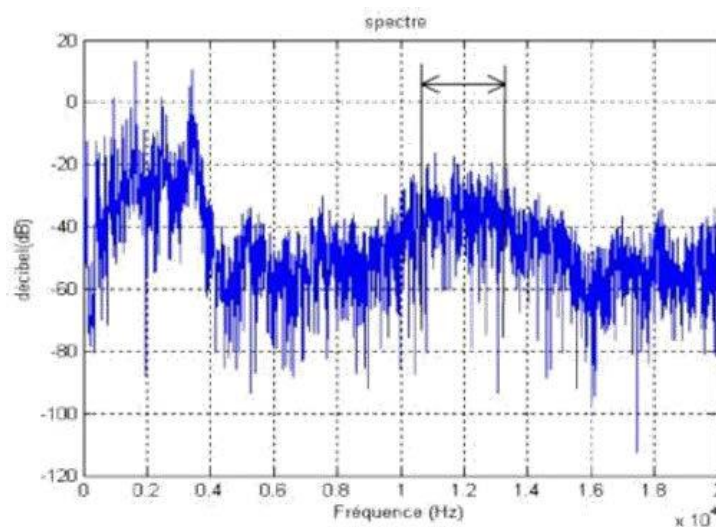


Figure III. 37 : Densité spectrale de puissance effectuée sur un roulement avec un écaillage sur la bague extérieure à 34,75 Hz

➤ Le cepstre

Le cepstre se définit comme la transformée de Fourier inverse du logarithme décimal de la transformée de Fourier [69] :

$$C[s(t)] = TF^{-1} \log |TF[s(t)]|^2 \quad (\text{III.11})$$

Il a pour but d'identifier et de quantifier toutes les structures périodiques contenues dans le spectre. Il permet de définir des indicateurs adaptés à la détection précoce des défauts induisant à des stades plus ou moins avancés.

Le cepstre est caractérisé par les amplitudes des composantes dont les quéfrenes correspondent aux périodes de répétition des chocs induits par les défauts de la machine surveillée. Il est largement utilisé pour la détection des défauts d'engrenage et dans une moindre mesure pour les défauts de roulements [72].

II.7. Conclusion

Nous avons vu qu'il existe plusieurs types de roulements, chaque type de roulements présente des caractéristiques qui dépendent de sa conception et qui le rendent plus ou moins adapté à une application donnée.

Nous avons défini dans cette partie les différentes phases d'une usure (détérioration), ainsi que le type de l'avarie et les causes probables pour chaque type. Comme nous avons confirmé aussi l'influence des conditions de travail sur l'état de la pièce telle que la température excessive qui va conduire à une détérioration par grippage, coloration et la grâce au changement des propriétés physico-chimiques du lubrifiant par l'augmentation de cette température.

Chapitre IV

Modélisation stochastique

Sommaire

- IV.1. Introduction
- IV.2. Description du système industriel étudié
- IV.3. Rappel sur le processus Wiener et Gamma
- IV.4. Méthodologie du travail
 - IV.4.1. Le test statistique
 - IV.4.2. Le processus de dégradation
 - IV.4.3. Analyse statistique
 - IV.4.4. Validation du modèle
 - IV.4.5. Simulation Matlab
 - IV.4.6. Estimation de la fiabilité
 - IV.4.7. Interprétation des résultats
- IV.5. Application du processus Gamma
- IV.6. Conclusion

IV.1. Introduction

La modélisation stochastique des processus de dégradation est un élément décisif dans l'estimation des modèles probabilistes, dans laquelle cette estimation s'appuiera sur les prévisions extrapolées de l'analyse et de l'évaluation des paramètres significatifs de la dégradation du bien au cours du temps, dans le but est d'agir sur l'élément défaillant au plus près de sa période de dysfonctionnement et permet aussi de suivre une dégradation dans le cas d'une durée de vie variable d'un élément. Toutes ces actions s'effectuent à travers les techniques de la maintenance conditionnelle préventive comme: l'analyse des huiles, la thermographie et la plus connue est l'analyse vibratoire, car celle-ci permet de détecter la majorité des défauts susceptibles d'apparaître dans les machines tournantes.

Les modèles stochastiques ont fait l'objet de nombreux articles ces dernières décennies surtout : les modèles de dégradation continue, donc cette partie décrit les processus stochastiques les plus fréquemment utilisés. Le processus Wiener et le processus gamma qui permettent de déterminer le modèle prédictif de l'évolution de la dégradation au cours du temps. Mais nous nous focalisons dans cette étude sur l'application du processus Wiener.

IV.2. Description du système industriel étudié

LA 10MP15A est une motopompe de circulation située au niveau de l'unité de distillation atmosphérique (raffinerie de Skikda), elle aspire le flux de circulation pour faire une meilleure séparation d'essence et voici les caractéristiques de notre machine :

Section	DISTILLATION ATM
Vitesse rpm	1480
Moteur	ANSALDO CT 315X4
pompe	NUOVO PIGNONE M8X21 TC
Bride aspiration	diamètre 10"
Bride refoulement	Diamètre 8"
Pression d'aspiration	4 - 6.7 kg /cm ²
Pression de refoulement	9.3 kg /cm ²
Débit	310 – 685 m ³ /h
Roulement à billes	6316 Côté accouplement CA avec (8 éléments roulants)
Les diamètres de roulement	D _{ext} = 176 mm, d _{int} = 80 mm



Fig. IV. 1 : photo de l'installation de notre machine.

Voici le schéma qui représente l'installation de notre machine avec roulement. Choisissons le point 34, 31 et prenant les valeurs efficaces d'après l'historique vibratoire de la machine, car le roulement coté accouplement est le plus sollicité à la défaillance (roulement rigide à une seule rangée de billes).

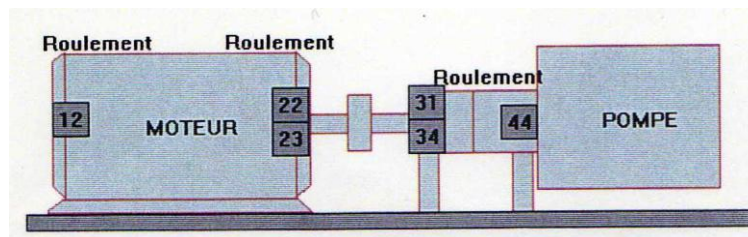


Fig. IV. 2 : Schéma de la machine

IV.3. Rappel sur le mouvement Brownien (processus Wiener) et Gamma

D'après l'étude théorique des processus stochastique voici un petit rappel sur le mouvement Brownien et le processus Gamma

- **Le processus Wiener**

De nombreux matériels ou systèmes se dégradent dans le temps avant de tomber en panne. Pour modéliser ces dégradations et pour mieux comprendre les causes de panne de ces systèmes ou de ces matériels, nous avons besoin de développer des modèles permettant de prendre en compte les données de dégradation et de les lier à d'éventuelles pannes. Pour cela on va utiliser le processus Wiener, qui sera présenté comme suit:

Un processus $(Y_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement Brownien s'il satisfait les propriétés suivantes :

- $Y(0) = 0$.
- $Y(t)$ est un processus stochastique à accroissements indépendants à trajectoires continues.
- Pour tout $t > 0$ et $h > 0$, la loi d'accroissement $Y(t + h) - Y(t)$ est une loi normale $N(\mu h, \sigma^2 h)$ de densité :

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi h}} \exp\left(-\frac{(y - \mu h)^2}{2h\sigma^2}\right) \quad (\text{IV.1})$$

Pour tout $t > 0$, $E(Y(t)) = \mu t$, $Var(Y(t)) = \sigma^2 t$ et $CV(Y(t)) = \sigma/\mu\sqrt{t}$, avec $E(\cdot)$ l'espérance, $Var(\cdot)$ la variance et $CV(\cdot)$ le coefficient de variation.

- **Le processus Gamma**

Abdel-Hameed a été le premier à proposer le processus gamma pour modéliser la dégradation d'un système. Le processus gamma est un processus à accroissements positifs, indépendants et stationnaires. Il diffère du processus de Wiener par ses trajectoires càd-làg (continue à droite, limite à gauche) et par ses accroissements positifs [39].

Un processus Gamma décrit une trajectoire de dégradations à accroissements indépendants positifs qui peut être stationnaire ou non-stationnaire.

Le processus $X(t)$ est un processus **Gamma stationnaire** $Ga(\alpha, \beta)$ si :

- $X(0) = 0$
- $X(t)$ est un processus à accroissements indépendants et positifs
- Pour tout $t > 0$ et $\Delta t > 0$, la loi d'accroissement $X(t + \Delta t) - X(t)$ est une loi gamma $Ga(\alpha\Delta t, \beta)$ de densité :

$$f(x) = \frac{\beta^{-\alpha\Delta t}}{\Gamma(\alpha\Delta t)} x^{\alpha\Delta t - 1} e^{-x/\beta} \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

- α : paramètre de forme
- β : paramètre d'échelle

IV.4. Méthodologie du travail

Cette étude a pour but de suivre le processus de dégradation des roulements au niveau d'une motopompe et permet d'évaluer la durée de fonctionnement limite ainsi que l'évolution du changement de son état dans le temps.

En effet, parmi les roulements endommagés, seul un tout petit pourcentage (09 %) est effectivement détruit par écaillage au bout du temps normal, c'est pourquoi il est préconisé de programmer des mesures vibratoires a différents intervalles de temps réguliers appelés "classe d'âge ou périodicité de mesure". L'évolution de la vibration d'un roulement est exprimée par deux niveaux : l'alarme et l'alerte, à cet effet nous allons considérer que chaque dégradation passe obligatoirement par ces deux niveaux.

La visée de ce travail est de faire associer un modèle mathématique aux résultats obtenus lors d'une étude sur le suivi de la dégradation d'un roulement installé sur une motopompe au niveau de la raffinerie de Skikda RAK1.

Premièrement, on exécute un test statistique sur les mesures vibratoires pour résumer les informations sur notre échantillon $(\mu, \sigma, H_0, \alpha)$ avec :

- μ : la moyenne du modèle.
- σ : l'écart-type.
- α : le degré de risque (intervalle de confiance).
- H_0 : hypothèse testée par l'ajustement de Kolmogorov.

Ensuite on détermine les différents paramètres du modèle probabiliste et de faire tracer les deux courbes théorique et celle de notre essai (validation du modèle). Finalement la simulation par processus Wiener est proposée.

IV.4.1. Le test statistique

Le test statistique est une démarche conduisant à élaborer une règle de décision permettant de faire un choix entre deux hypothèses statistiques. L'hypothèse envisagée a priori s'appelle : l'hypothèse nulle H_0 : C'est l'hypothèse selon laquelle on fixe a priori la valeur d'un paramètre. On notera que l'utilisation de ce test consiste à comparer nos données à la loi normale.

IV.4.2. Le processus de dégradation

Le processus à accroissements indépendants bien connu est le processus de Wiener avec une tendance croissante qui décrit des trajectoires de dégradation croissante en moyenne, par contre, la probabilité de voir la dégradation décroître sur un intervalle est non nulle [73].

Dans un processus Wiener, il est possible que le niveau de dégradation décroît d'un instant à l'autre [74].

L'évolution de la dégradation au cours du temps en fonction de la loi normale, est représentée par le modèle suivant [75] avec dans ce cas $N(0, 1)$ une loi normale de moyenne $\mu = 0$ et d'écart-type $\sigma = 1$:

$$W(t + h) - W(t) = \sigma \times N(0, h) + \mu \times h \quad (\text{IV.3})$$

Dans le processus Gamma l'évolution de la dégradation au cours du temps en fonction de la loi gamma, est représentée par le modèle suivant [75] avec une loi Gamma $\Gamma(\alpha, \beta)$ de paramètre de forme α et de paramètre d'échelle β :

$$G(t + h) - G(t) = \beta \times \Gamma(\alpha, \beta) + \alpha \times h \quad (\text{IV.4})$$

IV.4.3. Analyse statistique

On a réalisé cette étude à l'aide d'un logiciel de statistique Easy-fit 5.4. Ce logiciel permet de vérifier si les mesures suivent une loi normale ou non. Et voici ci-dessous dans le tableau (IV-1) les résultats de mesures de l'évolution du niveau global au cours du temps.

Les mesures vibratoires représentent la valeur efficace (RMS : the rootmean square) qui est la racine carrée moyenne ; et la moyenne quadratique des valeurs efficaces de chaque vibration harmonique.

Nb de mesure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeur efficace (g)	2.678	2.743	4.213	3.839	4.589	4.029	5.414	7.723	4.856	4.453
Nb de mesure	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Valeur efficace (g)	4.770	4.915	5.316	4.667	5.384	4.448	4.882	5.175	5.887	6.436
Nb de mesure	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Valeur efficace (g)	6.748	5.714	5.712	4.438	4.956	4.882	5.971	5.489	6.508	2.126

Tableau IV.1 : Mesures vibratoires.

1^{ère} étape : Vérification de la distribution :

On teste les mesures vibratoires (les valeurs efficaces de la dégradation des roulements) par le logiciel de statistique Easy-fit 5.4, dans l'idée globale de ce test est de comparer la répartition de nos données (mesures effectuées) avec une répartition théorique. Donc selon Wiener les mesures vibratoires suivent une loi normale et d'après la représentation graphiques ci-dessous figure (IV-3) et figure (IV-4) indiquent que les données sont très proches de celle de la loi normale.

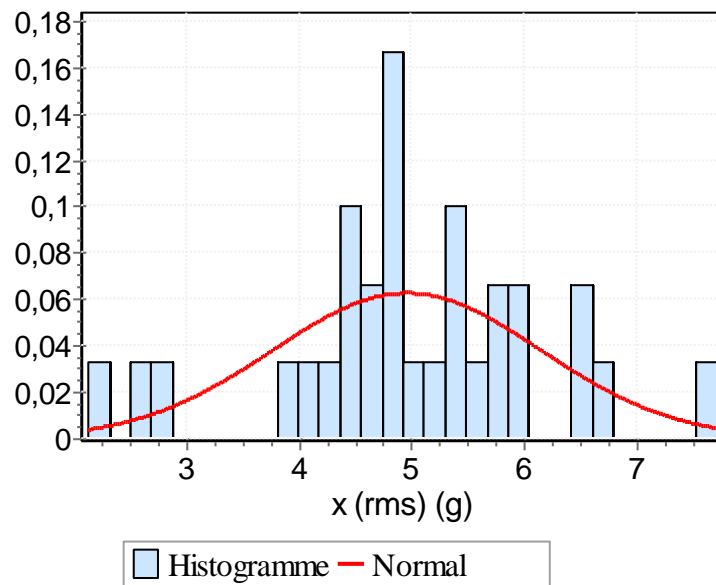


Fig. IV. 3 : Fonction de densité de probabilité la loi normale

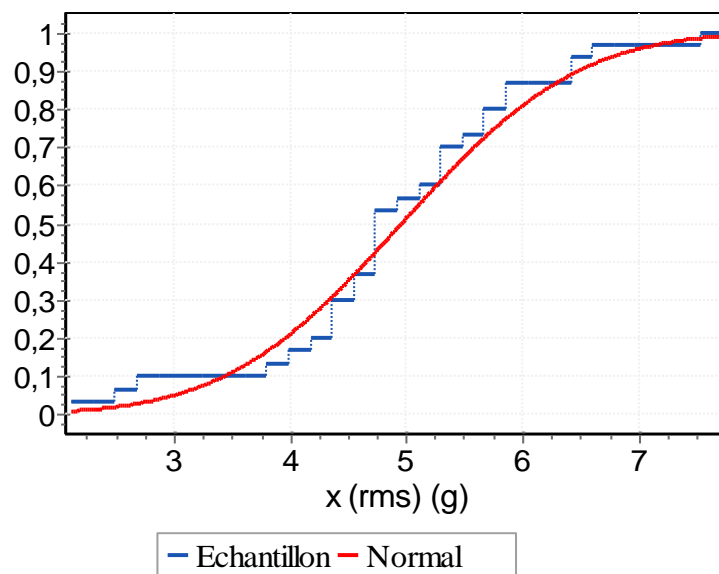


Fig. IV. 4 : Fonction de répartition la loi normale

2^{ème} étape : Test d'ajustement :

Le problème que nous allons examiner dans ce chapitre est d'une grande importance pratique. Notre échantillon observé x_1, x_2, \dots, x_n constitué d'une suite numérique de mesures indépendantes d'un phénomène aléatoire dont la loi de probabilité n'est pas connue précisément. On veut tester si cet échantillon provient d'une loi F donnée par exemple de la loi $N(0, 1)$. Les méthodes qu'on va utiliser s'appellent méthodes d'ajustement de l'échantillon observé à la loi théorique F .

Le principe de ces méthodes est le suivant : On fait l'hypothèse H_0 que l'échantillon observé est issu de la loi F .

La méthode consiste à transformer les valeurs observées d'une certaine façon (soit en un nombre pour l'ajustement du χ^2 , soit en une fonction pour l'ajustement de Kolmogorov-Smirnov) de sorte que et suivant le résultat obtenu, on puisse décider avec un niveau de confiance $1 - \alpha \in]0, 1[$ donné, soit de rejeter l'hypothèse H_0 , soit de l'accepter.

Le nombre α généralement petit (0.05 ou 0.01) est la probabilité d'accepter l'hypothèse alors qu'elle est fautive ; c'est le risque d'erreur (de première espèce) dont nous reparlerons plus en détail ci-dessous mais il est important de comprendre que c'est l'expérimentateur qui fixe le risque α qu'il accepte de prendre. La méthode tient compte de ce risque et donne un résultat qui se traduit par la décision d'accepter ou de rejeter l'hypothèse. C'est le *Test de Kolmogorov-Smirnov*.

Le test de Kolmogorov Smirnov est un test non paramétrique (très pratique, donc pour des données ordonnées par exemple) qui permet de tester l'hypothèse H_0 selon laquelle les données observées suivent une loi théorique. Les calculs de probabilité reposent sur l'écart maximal entre la fonction théorique et la fonction observée réellement.

On souhaite tester les hypothèses suivantes :

H_0 : $D = D_0$: nos données suivent la loi théorique

Les données observées sont engendrées par une loi de probabilité théorique considérée comme étant un modèle convenable, le résultat du test est le suivant :

Suit une loi Normal avec

- taille de l'échantillon=30
- statistique=0.12901
- valeur de $p=0.65316$

α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Valeur critique	0.19032	0.21756	0.2417	0.27023	0.28987
Rejeter?	Non	Non	Non	Non	Non

Tableau IV. 2 : Résultats d'Ajustement

3^{ème} étape : Calcul de la fonction de répartition $F(x)$:

Sous Excel, la fonction de répartition s'obtient par la formule suivante : Selon la loi normale « $F(x) = \text{LOI.NORMALE}(x; \sigma; \mu; \text{Vrai})$ » avec :

- x : la valeur efficace (la valeur dont on cherche la distribution)
- σ : écart-type
- μ : Espérance
- **vrai** : cumulative représente une valeur logique pour la fonction distribution cumulative

Nb de mesure	Valeur efficace (g)	F(x) fonction de répartition	Nb de mesure	Valeur efficace (g)	F(x) fonction de répartition
1	2.678	0.027	16	4.448	0.332
2	2.743	0.031	17	4.882	0.472
3	4.213	0.264	18	5.175	0.570
4	3.839	0.172	19	5.887	0.781
5	4.589	0.376	20	6.436	0.892
6	4.029	0,216	21	6.748	0.933
7	5.414	0.647	22	5.714	0.735
8	7.723	0.990	23	5.712	0.735
9	4.856	0.464	24	4.438	0.329
10	4.453	0.334	25	4.956	0.497
11	4.770	0.435	26	4.882	0.472
12	4.915	0.483	27	5.971	0.801
13	5.316	0.616	28	5.489	0.670
14	4.667	0.401	29	6.508	0.902
15	5.384	0.638	30	2.126	0.009

Tableau IV. 3 : Calcul de la fonction de répartition

IV.4.4. Validation du modèle :

Nous étudions dans cette partie le phénomène de dégradation des roulements utilisant le processus de Wiener, qui permet de prendre en compte des incréments de dégradation positifs et des incréments négatifs provoqués par des erreurs de mesures.

Plusieurs études montrent que le processus Wiener fournit de très bons résultats à partir de données générées [73].

Les processus de dégradation sont issus de trajectoires de processus stochastiques à accroissement indépendants, d'où le processus de Wiener caractérise des dégradations croissantes en moyenne. Cette dégradation suit le modèle interprété dans l'équation (3). La figure (IV.5) nous présente deux courbes celle du modèle Wiener qui suit $N(4.9, 1.19)$ et l'autre mesuré.

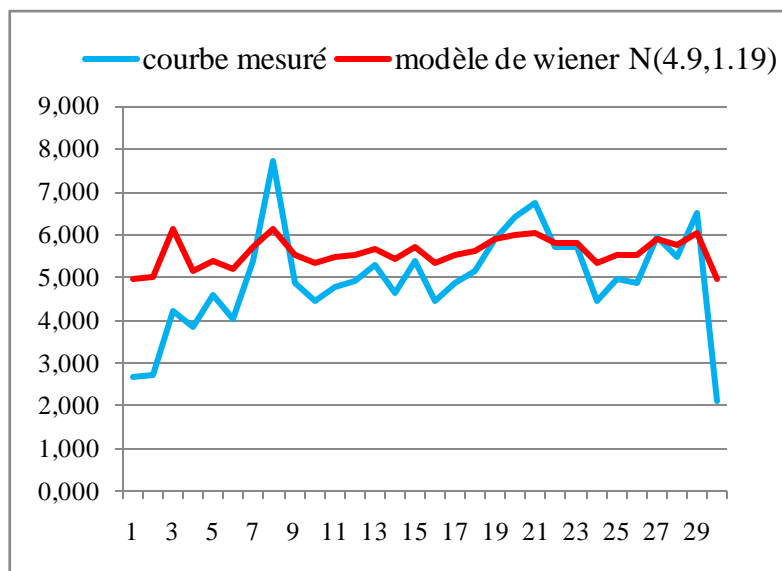


Fig. IV. 5 : Présentation du modèle $N(4.9, 1.19)$

Pour obtenir les modèles de dégradation on remplace les valeurs de σ et μ qui sont respectivement (l'écart type, la moyenne) pour le processus de Wiener. Pour aboutir à une meilleure interprétation du processus de dégradation, ΔW suit la loi normale avec une moyenne nulle $N(0,1)$. Le modèle interprété dans l'équation (1) devient comme suit:

$$W(t + h) - W(t) = 1.19 \times N(0, h) + 4.96 \times h \quad (\text{IV.5})$$

Les valeurs de notre loi normale $N(0,1)$ sont déterminées d'après l'exécution de cette fonction `normrnd(0,1,[30,1])`; voici les résultats obtenues de la première simulation

$N(0,1)$: [1.5233, 1.7985, -0.1169, -0.3202, 0.8175, 0.4902, 0.7653, 0.7783, -1.4803, 0.5404, -0.0915, -0.7603, -0.6936, 1.2815, -0.8097, -1.2368, 0.2147, 2.0108, 0.0256, 0.3083, -0.9382, 1.6742, 0.1250, 0.5301, -0.9521, 0.8540, 0.3891, -1.1560, 0.0397, -0.4506].

La figure (IV.6) nous présente deux courbes, celle du modèle de dégradation qui suit la loi normale $N(0,1)$ et l'autre mesuré.

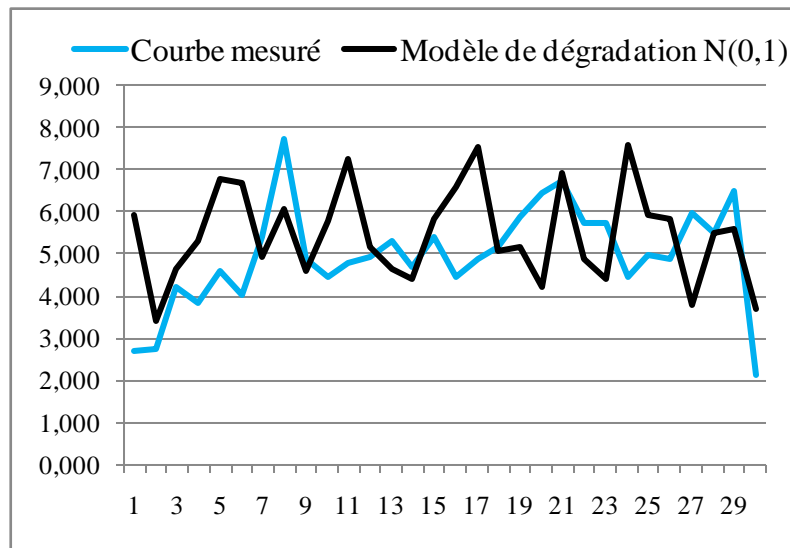


Fig. IV. 6 : Présentation du modèle de dégradation $N(0,1)$

IV.4.5. Simulation sur MATLAB :

Le processus Wiener permet de décrire des trajectoires de dégradation croissantes en moyenne cela peut entraîner une diminution de la dégradation entre deux instants successifs.

Les trajectoires sont simulées selon le processus Wiener par le programme sous MATLAB suivant [76] :

```
Clear all
```

```
%-----
```

```
% Initialisation des paramètres
```

```
a = 1; % Nombre de trajectoires de référence
```

```
b = 1000; % Nombre de trajectoires
```

```
n = a+b; % Nombre total de trajectoires tracées
```

```
m = 5; % Nombre de points par trajectoire
```

```
p = 5; % Nombre de points pour les courbes théoriques
```

```
c = m-1; % nombre de colonnes de la matrice contenant les accroissements de dégradation
```

```

l = b; % nombre de lignes de la matrice contenant les accroissements de dégradation
Tmax = 100; % Temps de la simulation
deltaT = Tmax/(m-1); % Intervalle de temps entre deux points
mu = 4.96; % Moyenne
Sigma = 1.19; % Ecart-type
X0 = 2.12; % Valeur initiale de la dégradation
Z0 = 7.72; % Dégradation maximale acceptable
nclass = floor(1+(10/3)*log(b)); % Nombre de classes pour la répartition des défaillances
%-----
% Matrices de temps
temps = zeros(m,1);
for i = 1:m % Calcul de la position temporelle de chaque point
    temps(i) = (i-1)*deltaT;
end
temps_th = zeros(p,1);
for i = 1:p % Calcul de la position temporelle de chaque point
    temps_th(i) = (i-1)*Tmax/(p-1);
end
%-----
% Génération des trajectoires
y = zeros(n,m);
for i = 1:m
    y(1,i) = mu*temps(i); % Calcul de la dégradation moyenne
    y(2,i) = Z0; % Calcul de la dégradation maximale autorisée
end

for j = 3:n % Pour chaque autre trajectoire, la valeur initiale de la dégradation vaut X0
    y(j,1) = X0;
end

for j = 3:n % On génère chaque trajectoire suivant un processus de Wiener
    for i = 2:m
        y(j,i) = y(j,i-1) + normrnd(deltaT*mu,(deltaT^1.19)*sigma);
    end
end

```

```

%-----
% Tracé de l'ensemble des trajectoires
figure(1)
plot(temps,y)
title('Ensemble des Trajectoires')
ylabel('Niveau de la Dégradation')
xlabel('Temps')
grid on
    
```

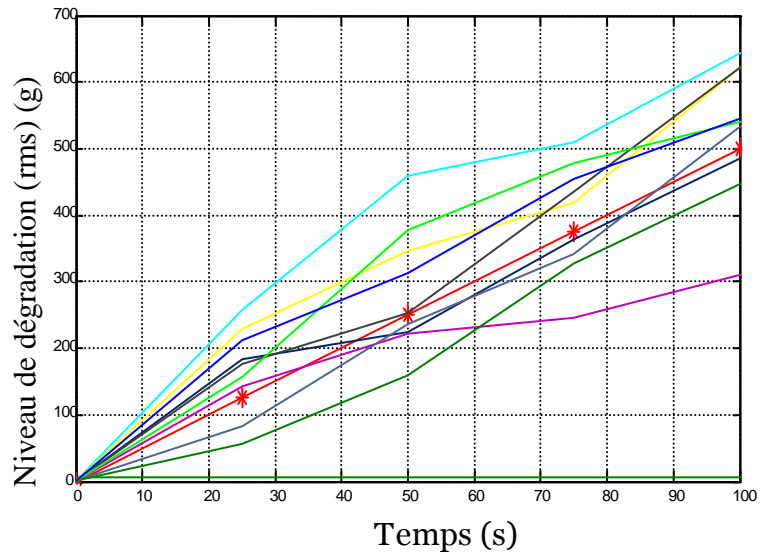


Fig. IV. 7: Tracé de 10 trajectoires selon un processus de Wiener de paramètres $\mu = 4.9$ $\sigma = 1.19$.

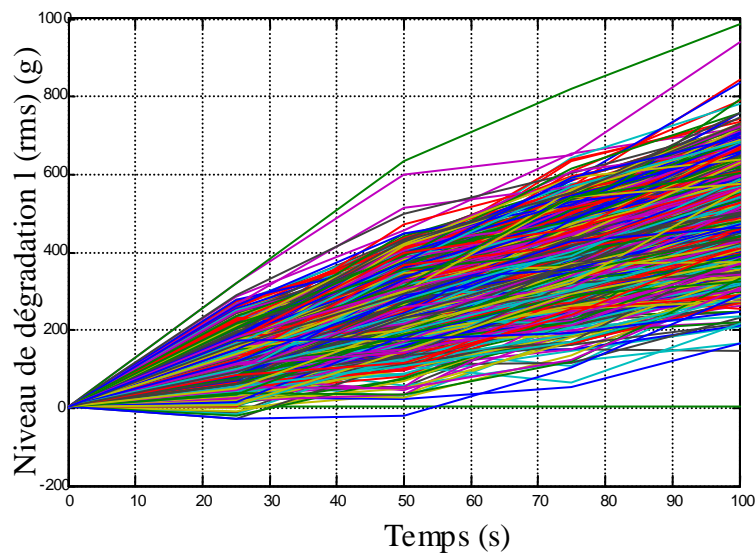


Fig. IV. 8 : Tracé de 1000 trajectoires selon un processus de Wiener de paramètres $\mu = 4.9$ $\sigma = 1.19$.

IV.4.6. Estimation de la fiabilité (fonction de survie)

L'analyse ainsi que le calcul de la fiabilité dans le domaine de la mécanique sont des outils très importants pour caractériser le comportement du produit dans les différentes phases de vie ; mesurer l'impact des modifications de conception sur l'intégrité du produit, qualifier un nouveau produit et améliorer ses performances tout au long de sa mission.

La fiabilité d'un dispositif au bout d'un temps t correspond à la probabilité, pour que ce dispositif n'ait pas de défaillance entre 0 et l'instant t .

En désignant par T la variable aléatoire caractérisant l'instant de défaillance du dispositif, la fiabilité s'exprime par la fonction $R(t)$ « de l'anglais Reliability » telle que : $R(t)$ c'est la Prob (qu'une entité E soit non défaillante sur la durée $[0 ; t]$, en supposant qu'elle n'est pas défaillante à l'instant $t=0$)

$$R(t) = P(T \geq t) = 1 - F(t)$$

$F(t)$ est la fonction de répartition de la variable T

Pour la loi normale la fiabilité est donnée par :

$$R(t) = 1 - \Phi((t - \mu)/\sigma)$$

Où Φ est la fonction de répartition de la loi normale centrée ($\mu = 0$) réduite ($\sigma = 1$)

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

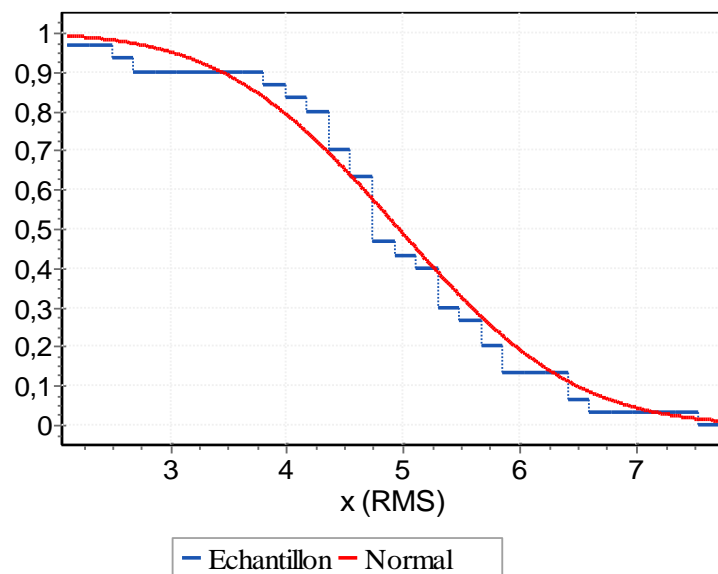


Fig. IV. 9 : Fonction de fiabilité (fonction de survie).

La figure (IV.9) c'est une représentation graphique de la fonction de survie, d'après cette dernière nous constatons une bonne adéquation de nos données avec la courbe de la fonction de fiabilité (qui suit une loi normale).

IV.4.7. Interprétation des résultats :

L'exécution du test statistique montre que les mesures vibratoires de la dégradation des roulements suivent une loi normale $N(\sigma, \mu)$ d'écart type = 1.19 et de moyenne = 4.9, et d'après l'ajustement de Kolmogorov les données observées sont acceptées par la règle de décision quelque soit $\alpha = [0.1 - 0.2 - 0.01 - 0.02 - 0.05]$, de sorte que l'hypothèse H_0 a été réalisée, les valeurs de α représentent les valeurs de l'intervalle de confiance, le test statistique est inférieure à la valeur critique donc la règle de décision est acceptée.

Exemple : pour un risque $\alpha = 0.01$

- Le test statistique vaut : $D = 0.12901$
- La valeur critique vaut : $D_0 = 0.28987$
- Règle de décision : $D < D_0$ accepter

La figure (IV.5) présente deux courbes, elles sont très corrélées (coefficient de corrélation $k = 0.971$), la courbe selon le modèle probabiliste suit la loi normale $N(4.9, 1.19)$ a fixé le seuil critique de défaillance des roulements car les valeurs maximales obtenues par la courbe de prédiction est de 6.

La figure (IV.6) nous présente deux courbes, celle du modèle de dégradation qui suit la loi normale $N(0,1)$ et l'autre mesuré. Nous avons abouti à une meilleure interprétation du processus de dégradation ΔW .

Tout cela nous permet de prédire la défaillance des roulements et de faire minimiser les interventions de maintenance et par conséquent les coûts de maintenance.

Dans l'estimation de la fiabilité nous constatons une bonne adéquation des deux courbes de la fonction de fiabilité, celle des données mesurées par rapport à la courbe théorique.

Le suivi de la progression de la dégradation des roulements dans le temps permet aussi de modéliser le phénomène par le processus de Wiener, parce que la dégradation peut être temporairement réduite par des phénomènes d'amélioration [77], la simulation par le processus de Wiener fournit une bonne prédiction.

IV.5. Application du processus Gamma

Pour l'application du processus gamma on va suivre la même méthodologie utilisé pour le processus Wiener. Voici les résultats obtenus par le test statistique ; les trajectoires sont simulées selon un processus Gamma et voici les figures (IV.9) et (IV.10) qui représentent les trajectoires de dégradation.

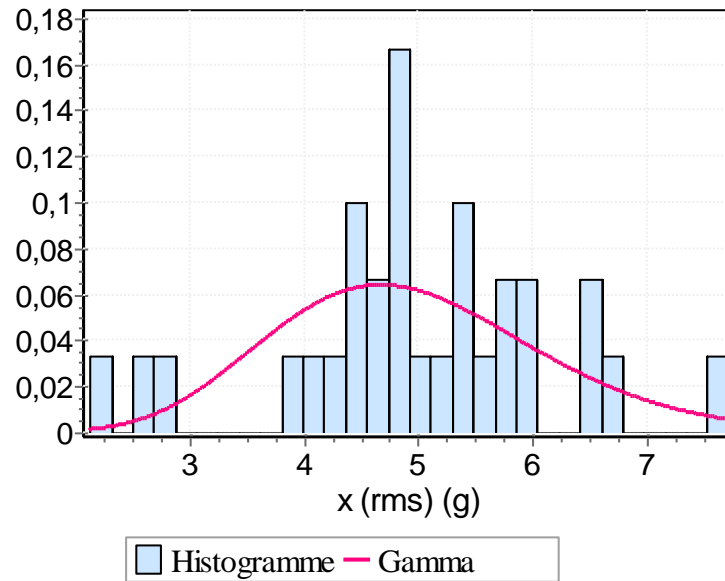


Fig. IV. 10 : Fonction de densité de probabilité la loi gamma.

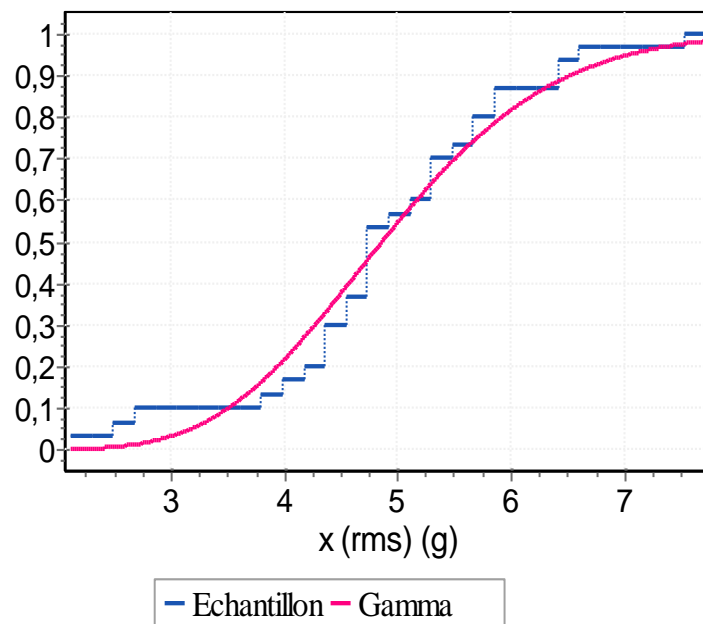


Fig. IV. 11 : Fonction de répartition de la loi gamma.

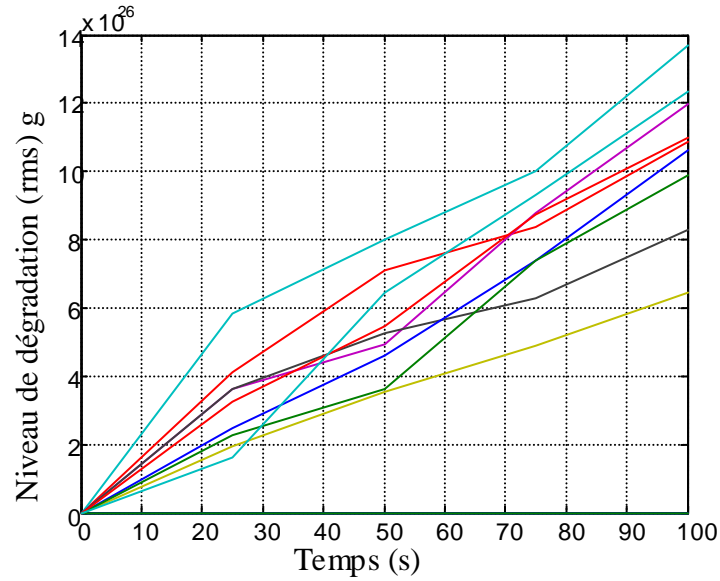


Fig. IV. 12: Tracé de 10 trajectoires selon un processus Gamma de paramètres $\alpha = 17.36$ $\beta = 0.28$.

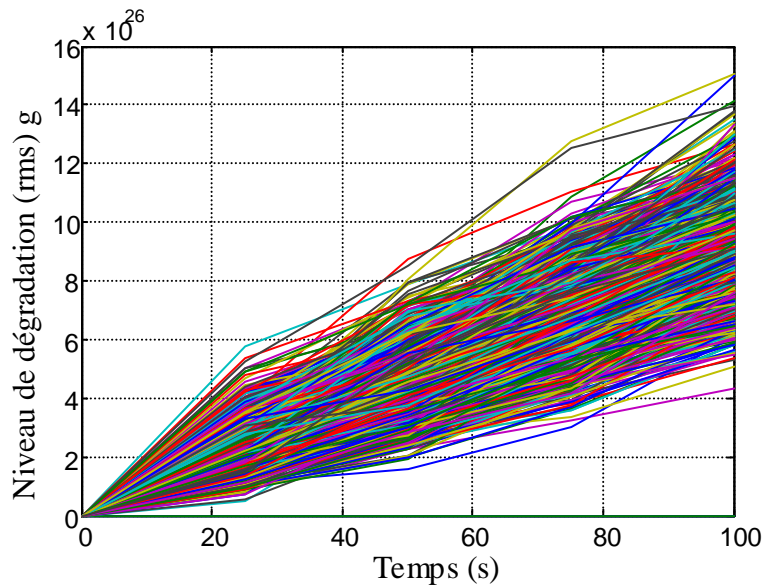


Fig. IV. 13: Tracé de 1000 trajectoires selon un processus Gamma de paramètres $\alpha = 17.36$ $\beta = 0.28$.

Après avoir effectué la même méthodologie proposée pour ce processus nous avons repéré que nos données suit une loi gamma de paramètres $\alpha = 17.36$ et $\beta = 0.28$.

IV.6. Conclusion

L'état de dégradation d'un élément est déterminé par les variations d'un certain paramètre d'état X. Si la valeur du paramètre X dépasse un certain seuil toléré et fixé par la

technologie de réparation ou par les clauses techniques d'utilisation, la réparation devient nécessaire, car elle est considérée comme une défaillance. Les variations du paramètre X forment un processus aléatoire dans le temps [78]. Dans ce travail, nous avons présenté une méthodologie d'analyse statistique utilisant le processus Wiener et Gamma, dans le but de traiter les résultats d'essais, et permettent de vérifier la possibilité de modéliser la dégradation des roulements avant de dépasser le seuil de danger, car à partir de ce dernier, un roulement peut se détériorer à tout moment, et la grâce à l'étude vibratoire qui mis en évidence l'origine de la défaillance des roulements.

L'ajustement d'un processus Wiener et Gamma à partir de données d'essais a permis de définir un modèle de fiabilité prévisionnelle aussi fournir une bonne prédiction des pannes, et aider à la planification des opérations de la maintenance.

Conclusion Générale

Conclusion générale :

L'ensemble de ce travail de recherche traite principalement les méthodes d'analyse et de modélisation des systèmes complexes, précisément la modélisation stochastique des processus de dégradation qui représente est un point décisif dans l'estimation des modèles probabilistes dans la quelle cette estimation s'appuiera sur les prévisions extrapolées de l'analyse et de l'évaluation des paramètres significatifs de la dégradation du bien au cours du temps.

Le suivi et le diagnostic des défauts de roulement sont un problème typique dans les machines et dans les processus de diagnostic et de détection de défauts, les techniques habituelles pour la détection de défauts sont basées sur l'analyse des signaux vibratoires dans le domaine temporel et fréquentiel. C'est pour cela que notre recherche s'articule autour de deux axes principaux :

- la maintenance conditionnelle (les indicateurs, paramètres significatifs)
- modélisation stochastiques (les tests statistiques, le processus Wiener)

La première partie présente des généralités sur la maintenance industrielle et les différents types de maintenance utilisées dans les milieux industriels, en plus l'intérêt de mettre en œuvre une stratégie de maintenance Prévisionnelle des systèmes évolutifs. D'un autre coté l'importance de la sûreté de fonctionnement dans le milieu industriel, ainsi que les différentes techniques utilisées pour l'analyse et la modélisation des systèmes, bien sur pour les deux cas dysfonctionnement et fonctionnement

La deuxième partie est consacrée à une étude bibliographique de la théorie des probabilités qui permet de modéliser efficacement certains phénomènes aléatoires ainsi que les méthodes statistiques qui ont l'aspect dysfonctionnel plus spécialement les processus stochastiques (le processus Wiener)

La troisième partie a permet de donner une idée sur la conception et la méthode de fabrication ainsi que les différents types des roulements et leurs domaines d'application, cette partie permettra aussi de choisir le roulement convenable pour chaque application.

La quatrième partie présente une méthodologie expérimentale qui consiste à déterminer un modèle mathématique pour l'endommagement des roulements, ce modèle est le résultat d'analyse statistique d'un échantillon de roulement utilisé dans les machines tournantes, il

s'agit d'un roulement à billes, il est alors possible, à partir des données d'estimer la fiabilité des systèmes de même prévoir et éviter les pannes imprévus.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] Samuel Karlin, Howard M. Taylor, « A second course in stochastic processes ». Academic Press, 1981.
- [2] Hédi Kaffel, « La maintenance distribuée : conception, évaluation et mise en œuvre ». Thèse de doctorat .Université de Laval, 2001.
- [3] NF EN 13306 X 60-319. « Terminologie de la maintenance ». Norme AFNOR 2001.
- [4] Estelle Deloux, « Politique de la maintenance conditionnelle pour un système à dégradation continue soumis à un environnement stressant ». Thèse de doctorat. Université de Nantes ,2008.
- [5] Rommert Dekker, « Applications of maintenance optimization models: a review and analysis ». Reliability Engineering and System Safety 51(1996), 229–240.
- [6] Fatime Ly, « Contribution par la surveillance prédictive indirecte à l'optimisation de la maintenance dans les systèmes flexibles de production manufacturière ». Thèse de doctorat. Université des sciences et technologie de Lille, 1999.
- [7] AFNOR, « Maintenance-concepts et définitions des activités de maintenance », Norme NFX60-010, Association Française de Normalisation, 28 Page, 1994.
- [8] M. C. Carnero. «Selection of diagnostic techniques and instrumentation in a predictive maintenance program ». A case study: decision support Systems, vol.38: pp.539-555, 2005.
- [9] Alexandre Muller. « Contribution à la maintenance prévisionnelle des systèmes de production par la formalisation d'un processus de pronostic ». Thèse de doctorat. Université Henri Poincaré, Nancy1, 2005.
- [10]François Monchy, Jean- pierre Vernier, « Maintenance : méthodes et organisation », 3^e édition. 2010.
- [11]Rachid Chaïb, « La maintenance industrielle ». Université Mentouri de Constantine, Edition 2004.
- [12]Robin Pieter Nicolai. « Maintenance Models for Systems subject to measurable Deterioration ». Thèse de doctorat. Université d'Erasmus Rotterdam, 2008.
- [13]A. Villemeur, « Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels ». Paris, « Collection de la direction des études et recherches d'Électricité de France », Ed. Eyrolles, 1988, Paris.

- [14] Y. Mortureux. « La sûreté de fonctionnement : méthodes pour maîtriser les risques ». Techniques de l'ingénieur, octobre 2001.
- [15] J-P. Fournier. « Fiabilité du logiciel. Concepts, modélisations, perspectives ». Hermès, Paris. 1993.
- [16] Henri. Procaccia, Patrick. Morilhat. « Fiabilité des structures des installations industrielles ». Théorie et Applications de la mécanique probabiliste, 1996.
- [17] J.C. Laprie, J. Arlat, J-P. Blanquart, A. Costes, Y. Crouzet, Y. Deswarte, J-C. Fabre, H. Guillermain, M. Kaâniche, K. Kanoun, C. Mazet, D. Powell, and C. Rabéjac, P. Thévenod. « Guide de la sûreté de fonctionnement ». 1995.
- [18] Malika Medjoudj, « Contribution à l'analyse des systèmes pilotés par calculateurs : Extraction de scénarios redoutés et vérification de contraintes temporelles ». Thèse de doctorat. Université Paul Sabatier de Toulouse, 2006.
- [19] <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/genie-industrielth6/methodes-de-production-42521210/analyse-des-systemes-ag3520/>
- [20] J-P. Matheron. « Comprendre Merise : outils conceptuels et organisationnels ». Editions Eyrolles, 2002.
- [21] M. Roboam. « La méthode Grai : principes, outils, démarche et pratiques », Editions Teknea, 1993.
- [22] P. Lyonnet. « Ingénierie de la fiabilité ». Lavoisier, tec. & doc. édition, mars 2006.
- [23] E. Le Coz. « Méthodes et outils de la qualité. Outils classiques ». Techniques de l'Ingénieur, AG 1770, 2001
- [24] N. Chèze. « Statistique inférentielle- Estimation ». Techniques de l'Ingénieur, AF168, 2001.
- [25] S. Crochemore. « Méthode Delphi ». Techniques de l'Ingénieur, AG 3740, 2005.
- [26] M. Ridoux. « AMDEC. Moyen ». Techniques de l'Ingénieur, AG 4 220, 1999
- [27] Y. Mortureux. « Arbres de défaillance, des causes et d'événements ». Techniques de l'Ingénieur, SE 4050, 2002.
- [28] P. Naïm, P-H. Wuillemin, P. Leray, O. Pourret, A. Becker. « Réseaux bayésiens, Collection : Algorithmes ». Editeur(s) : Eyrolles, (3e édition) 2007

- [29] D. Noyes, « Approche analytique par espace d'états : Markov. Maîtrise des Risques et Sûreté de Fonctionnement des Systèmes de Production », Collection IC2, Hermès 2002.
- [30] Bruno Baynat, « Théorie des files d'attente. Des chaînes de Markov aux réseaux à forme produit ». Editions Hermès-Lavoisier, 2000.
- [31] P. Ladet, « Outils de modélisation des automatismes séquentiels-Réseaux de Pétri ». Techniques de l'Ingénieur, S 7252, 2009
- [32] M. Combacau, P. Esteban, A. Nketsa. « Commandes à réseaux de Pétri. Mise en œuvre et application ». Techniques de l'Ingénieur, S 7573, 2005.
- [33] G. Koller, « Risk assessment and Decision Making in Business and Industry ». A practical Guide. CRC Press LCC, 1999.
- [34] Gilbert Saporta, « Probabilités Analyse des données et statistique », 2^e édition révisée et augmentée. 2006.
- [35] Renée veysseyre, « Aide-mémoire statistique et probabilités pour l'ingénieur », 2^e édition DUNOD paris 2001, 2006.
- [36] Alan Ruegg, « Probabilités et statistique, méthodes mathématique pour l'ingénieur 4^e édition », presses polytechnique et universitaires romandes.
- [37] C. Marcovici, J-C. Ligeron, « Utilisation des techniques de fiabilité en mécanique ». Technique et documentation, 1974.
- [38] Kolmogorov A N (1936). Math. Sbornik. N.S., 1, pp. 607–610.
- [39] Ali Salami, « Inférence statistique pour un modèle de dégradation en présence de variables explicatives ». Thèse de doctorat. Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2011.
- [40] R. Brown, « A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies ». Philosophical Magazine, 4, pp.161-173. 1828. <http://sciweb.nybg.org/science2/pdfs/dws/Brownian.pdf>.
- [41] Bertrand Duplantier, « Le mouvement brownien 'divers et ondoyant' », séminaire Poincaré 1, France (2005), pp : 155-212.
- [42] J. Perrin, « Les atomes », librairie Félix Alan 1913 ; <http://gallica.bnf.fr/>.
- [43] Franck Jedrzejewski, « Modèles aléatoires et physique probabiliste ». France2009.

- [44] Colin Thomas Barker, « Maintenance Policies to Guarantee Optimal Performance of Stochastically Deteriorating Multi-Component Systems ». Thèse de doctorat. School of Engineering and Mathematical Sciences City University of London, 2006.
- [45] K. A. Doksum, A. Hóyland, « Models for variable-stress accelerated life testing experiments based on Wiener processes and the inverse Gaussian distribution », 34(1):74–82, 1992.
- [46] K. A. Doksum, S. L. Normand, « Gaussian models for degradation processes-Part I: methods for the analysis of biomarker data ». *Lifetime Data Analysis*, 1:131–144, 1995.
- [47] W. J. Padgett, M. A. Tomlinson, « Inference from accelerated degradation and failure data based on Gaussian process models ». *Lifetime Data Analysis*, 10(2):191–206, 2004.
- [48] G. A. Whitmore, « Estimating degradation by a Wiener diffusion process subject to measurement error ». *Lifetime Data Analysis*, 1:307–319, 1995.
- [49] G. A. Whitmore, M. J. Crowder, J. F. Lawless, « Failure inference from a marker process based on a bivariate Wiener mode ». *Lifetime Data Analysis*, 4(3):229–251, 1998.
- [50] G. A. Whitmore, F. Schenkelberg, « Modeling accelerated degradation data using Wiener diffusion with a time scale transformation ». *Lifetime Data Analysis*, 3(1):27–45, 1997.
- [51] K. P. OH, « A diffusion model for fatigue crack growth ». *Proceedings of the Royal Society London A*, 367:47–58, 1979.
- [52] J. M. van Noortwijk. « A survey of the application of gamma processes in maintenance ». *Reliability Engineering and System Safety*, 94(1):2–21, 2009.
- [53] M. J. Crowder et J. F. Lawless, « On a scheme for a predictive maintenance ». *European Journal of Operational Research*, 176(3):1713–1722, 2007.
- [54] Mohamed Amine kacef, Jamil Hanifi, « Les temps de passage dans les processus de types pont de diffusion, processus stochastiques appliqués à la finance », 2014.
- [55] Lefebvre, Mario. « Processus stochastiques appliqués ». Presses Internationales Polytechniques, 2005.
- [56] Tandon. N, and Choudhury, A. « A review of vibration and acoustic measurement methods for the detection of defects in rolling element bearings ». *Tribology International*, 1999. 32(8): p. 469-480.

- [57] Choudhury, A. Tandon, N. « Application of acoustic emission technique for the detection of defects in rolling element bearings ». Tribology International, 2000. 33(1): p. 39-45.
- [58] Yongyong He, Xinming, Z. Michael I. F, « Defect Diagnosis for Rolling Element Bearings Using Acoustic Emission ». Journal of Vibration and Acoustics, 2009. 131(ASME).
- [59] Bouzaouit Azzedine, « Influence de la vibration sur la durée de vie des roulements ». Thèse de doctorat. Université d'Annaba, 2008.
- [60] Pole position, Bearing self study guide ,SKF group 2008.
- [61] Emmanuel Tonicello. « Etude et modélisation de la fatigue de contact en présence d'indentation dans le cas de roulements tout acier et hybrides ». Thèse de doctorat. Université de Lyon, 2012.
- [62] Mécanique Générale Roulements - Engrenages –Réducteurs, Épreuve Sectorielle maintenance 2014.
- [63] Ball and Roller Bearings ,Catalog, NTN corporation 2009.
- [64] Roulements, NSK, www.nsk-europe.fr
- [65] Rémi Laronde, « Fiabilité et durabilité d'un système complexe dédié aux énergies renouvelables- Application à un système photovoltaïque ». Thèse de doctorat. Université d'Angers, 2011.
- [66] Omar Djebili, « Contribution à la maintenance prédictive par analyse vibratoire des composants mécaniques tournants. Application aux butées à billes soumises à la fatigue de contact de roulement ».Thèse de doctorat. Université de Reims champagne Ardenne. 2013.
- [67] AFNOR, « Surveillance des machines par analyse des vibrations », ISBN: 2123090123, 1995.
- [68] Pachaud, C. R. salvetat, C. Fray, « Crest factor and kurtosis contributions to identify defects inducing periodical impulsive forces », Mechanical Systems and Signal Processing vol. 11 numéro (6), 903-916 (1997).
- [69] Alain Boulenger, Cristian Pachaud, « Diagnostic vibratoire en maintenance préventive », Dunod 1998.

- [70] Martin H. R, Honarvar. F, « Application of statistical moments to bearing failure detection », *Applied Acoustics*, Volume 44, numéro 1, pp 67-77, 1995.
- [71] P. D. McFadden, J. D. Smith, « Vibration monitoring of rolling element bearings by the high frequency resonance technique ». *Tribology international* volume 17, numéro (1), p 3-10. 1984.
- [72] Cousinard Olivier. « Contribution à l'étude et au développement d'un système intégré de suivi de l'endommagement des composants mécaniques sur les machines tournantes: Application au développement et au choix des outils d'analyse et de mesure vibratoire ». Thèse de doctorat de l'Université de Reims 2002.
- [73] Baussaron. J, Barreau. M, Gerville. L, Guerin. f, S. Paul, « Estimation de la fiabilité à partir de mesures de dégradation : Quelles méthodes utiliser ? » 17^e congrès de maîtrise des risques et de sûreté de fonctionnement [5-7octobre 2010]. La Rochelle, pp: 1-10.
- [74] Hersant. J, Guérin. F, Cloupet. S, Germain. G, « Etude d'un phénomène de dégradation par usure : Phénomène physique, modélisation et analyse », *QUALITA* congrès 2013, Compiègne : France, pp : 1-5.
- [75] Michael. L. Wenocur, « A reliability model based on the gamma process and its analytic theory », *advances in applied probability*, volume 21, numéro 4, pages 899-918, 1989.
- [76] Hersant Julien, « Comparaison de plusieurs méthodes de calcul de fiabilité associées à la prédiction de l'usure dans les contacts roulants ». Thèse de master SDS. Institut des sciences et techniques de l'ingénieur d'Angres. 2009.
- [77] Bosse. S, Quadri. G, Gilard. O, Cabarbaye. A, « Modèle prédictif de dégradation non linéaire dans des conditions d'environnements varies », *Lambda Mu* 18 e congrès [16, 17,18octobre2012], pp : 1-8.
- [78] Anthony Kelly, « Maintenance and the industrial organization ». *Plant Maintenance Management Set* 2006; 3(1): 3-8.

Annexe

Annexe A

Quelque Lois de la fiabilité

Annexe B

Vérification des données (Easyfit 5.4)

Annexe C

Programmation du processus Wiener

Annexe D

Résultat de la simulation MATLAB

Annexe E

Publication relative à ce travail

Présentation de la revue scientifique

Annexe A :

• Loi normale

La loi normale est une variable aléatoire réelle X , prenant ses valeurs dans \mathbb{R} , suit une loi de Laplace-Gauss ou loi normale, de paramètres m et σ , si sa densité de probabilité est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

La fonction f définit une densité. En effet :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

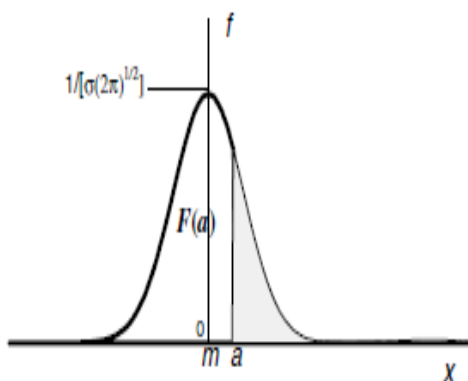
Cette loi est notée, en général $N(m ; \sigma)$. On dit indifféremment qu'une variable suivant une telle loi est une variable normale ou gaussienne.

Fonction de répartition :

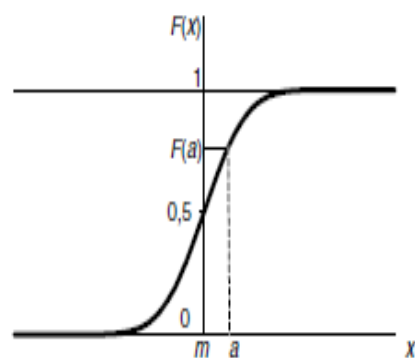
$$\Pr(x < a) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Cette intégrale n'ayant pas d'expression mathématique simple, des tables donnent les valeurs de la fonction de répartition.

Sur la courbe représentant la densité de probabilité d'une variable gaussienne, la valeur de $F(a)$ est représentée par la partie non hachurée. Cette courbe a un axe de symétrie vertical pour $x = m$ et du fait de sa forme, elle est souvent appelée « courbe en cloche ».



Densité de la loi normale



Fonction de répartition de la loi normale

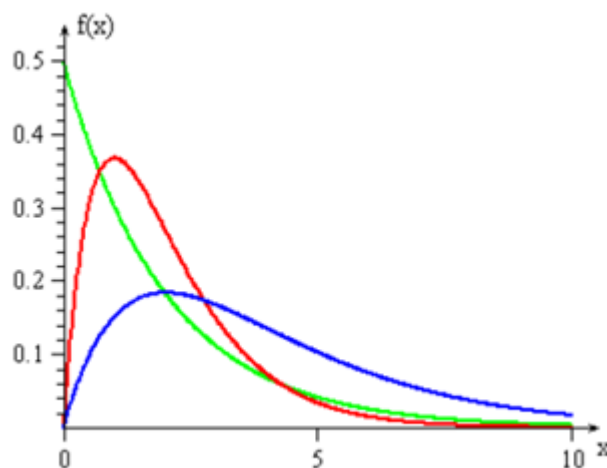
- **La loi Gamma**

La loi Gamma est souvent utilisée pour modéliser les temps de défaillance d'un matériel et peut, par conséquent, être employée comme distribution a priori dans l'analyse de la fiabilité bayésienne. Elle est conjuguée avec la loi Exponentielle, ce qui facilite singulièrement leur intégration.

La densité de probabilité de la loi Gamma de paramètres $a > 0$ et $b > 0$, notée $\Gamma(a, b)$, a pour densité de probabilité :

$$f(x) = \frac{a^b}{\Gamma(b)} e^{-ax} x^{b-1} \text{ pour } x > 0$$

Le paramètre a correspond à un facteur d'échelle. La figure suivante illustre la densité de probabilité d'une loi Gamma pour quelques valeurs des paramètres.



**Densité de probabilité de $\Gamma(a, b)$ – en vert : $a = 0.5$ et $b = 1$,
en rouge : $a = 1$ et $b = 2$, en bleu $a = 0.5$ et $b = 2$.**

La distribution Gamma peut être considérée comme une généralisation de la loi exponentielle et une alternative à la distribution de Weibull. Comme cette dernière, la distribution Gamma peut représenter toutes les phases de vie d'un matériel.

Annexe B :

- **Vérification des données (Easyfit 5.4)**

Easyfit 5.4 permet de vérifier si les données suivent une loi normale ou bien une loi Gamma et voici les résultats de mesures de l'évolution du niveau globale au cours du temps, en dessous la fonction de densité et la fonction de répartition, ainsi que la qualité d'ajustement.

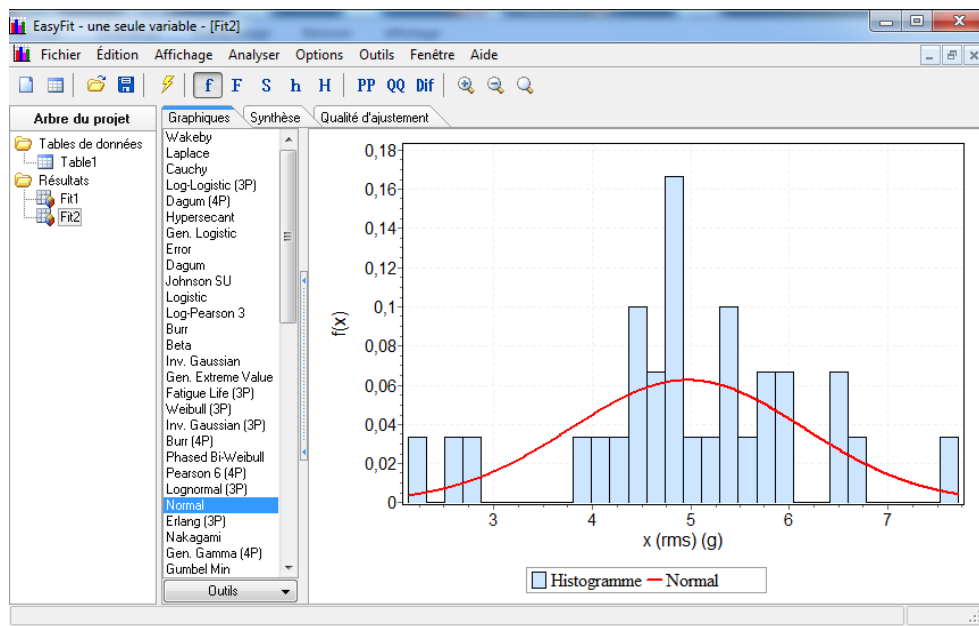


Fig. IV. 3 : La fonction de densité selon la loi normale.

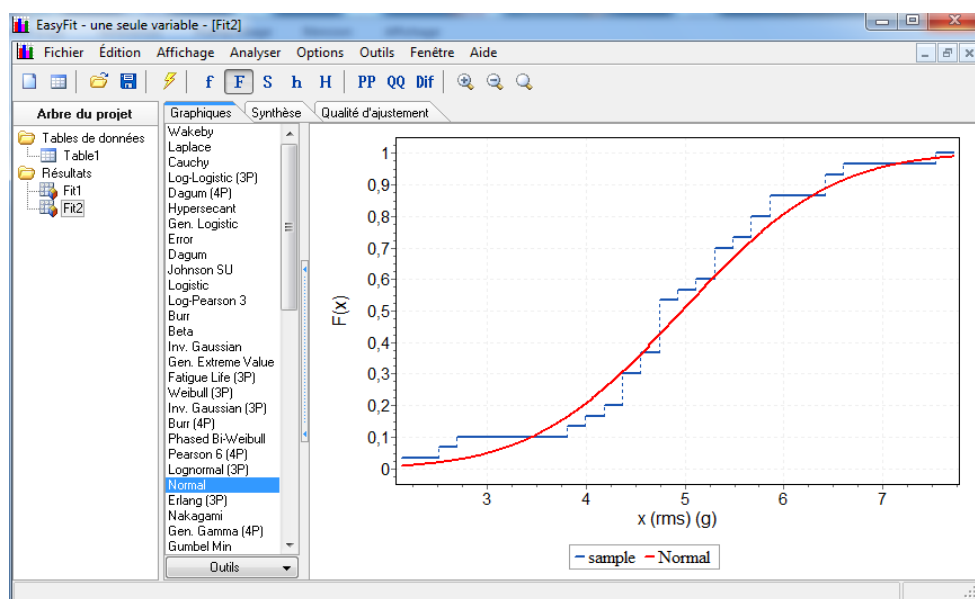
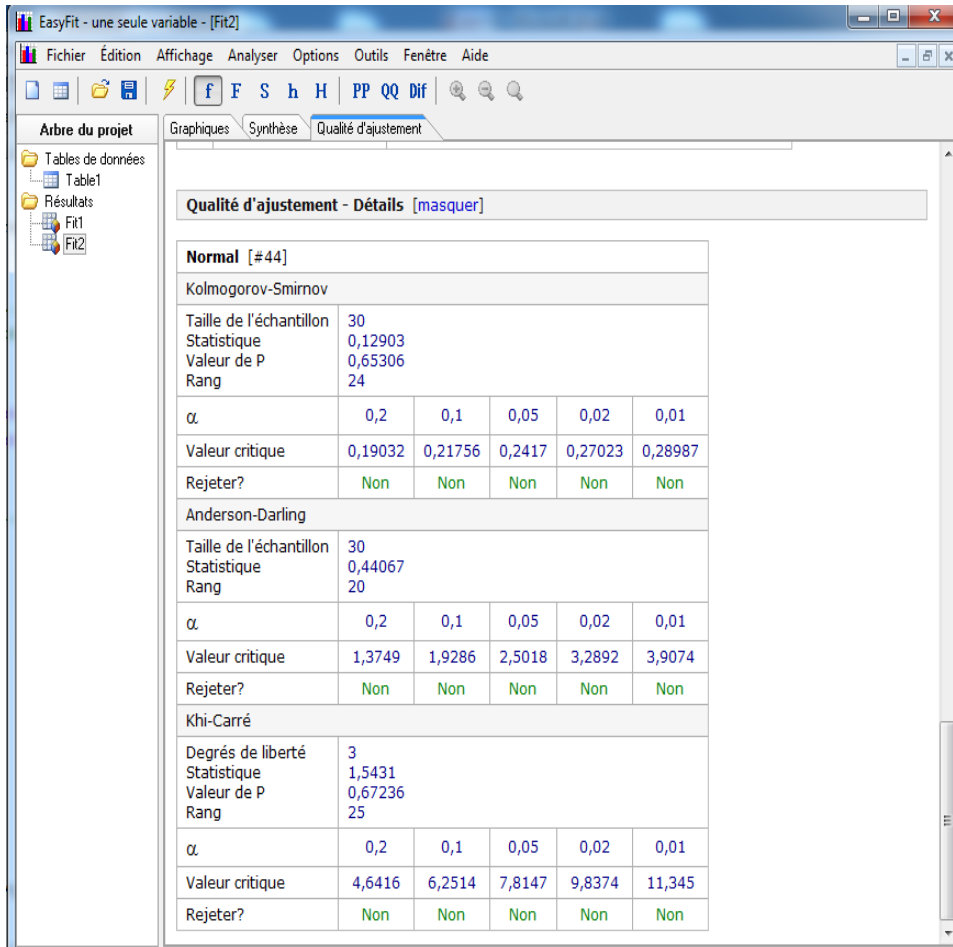


Fig. IV. 4 : La fonction de répartition selon la loi normale.



Résultat d'ajuste ment selon la loi normale.

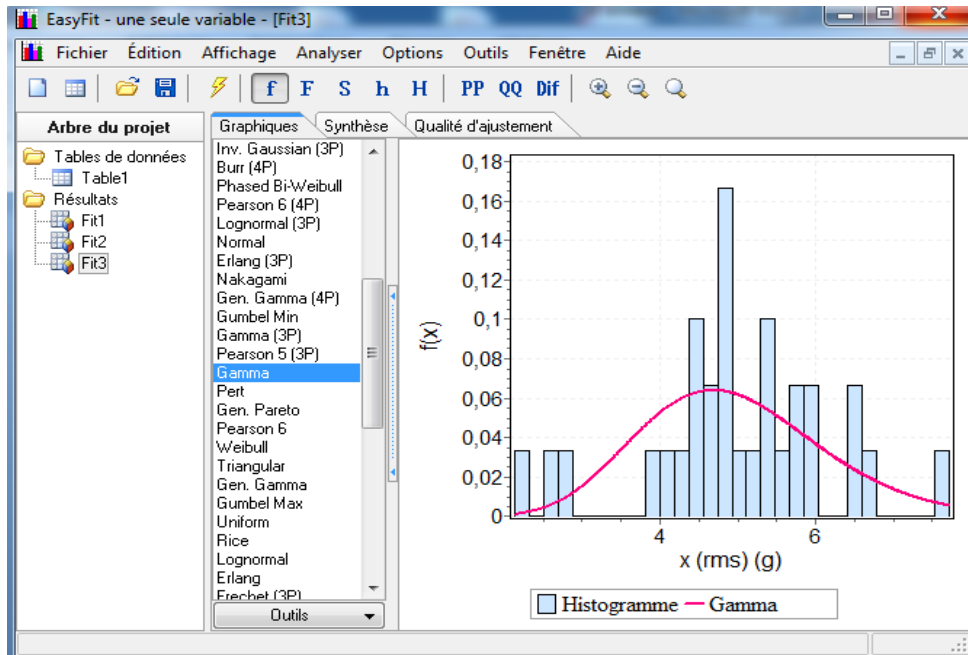


Fig. IV. 10: La fonction de densité selon la loi gamma.

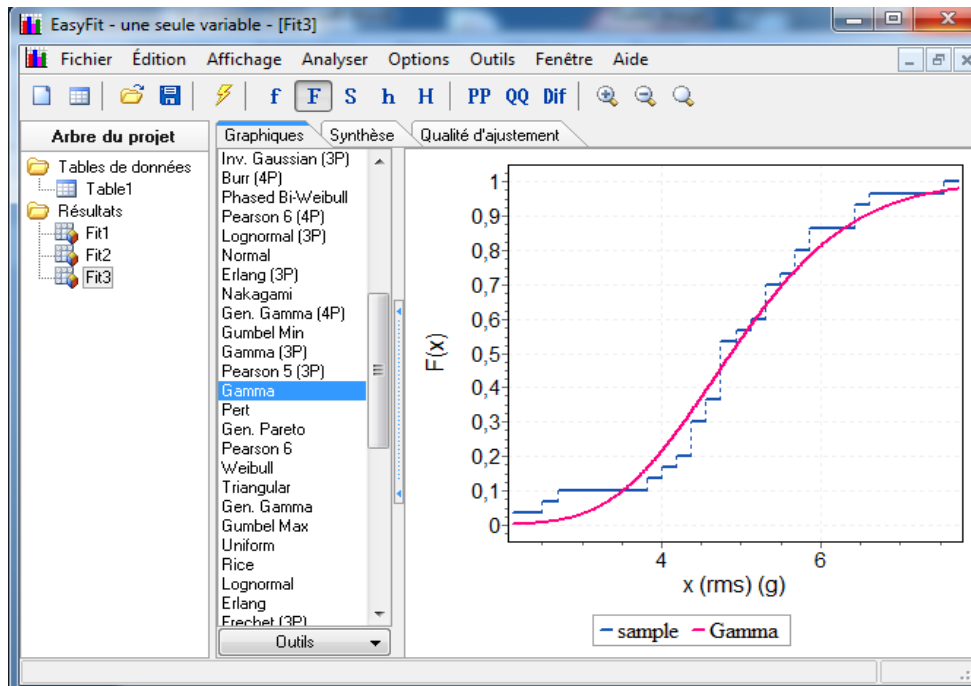


Fig. IV. 11 : La fonction de répartition selon la loi gamma.

Qualité d'ajustement - Détails [masquer]

Gamma [#19]

Kolmogorov-Smirnov

Taille de l'échantillon	30
Statistique	0,15253
Valeur de P	0,44394
Rang	31

α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valeur critique	0,19032	0,21756	0,2417	0,27023	0,28987
Rejeter?	Non	Non	Non	Non	Non

Anderson-Darling

Taille de l'échantillon	30
Statistique	0,75189
Rang	32

α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valeur critique	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Rejeter?	Non	Non	Non	Non	Non

Khi-Carré

Degrés de liberté	3
Statistique	1,6765
Valeur de P	0,64217
Rang	30

α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Valeur critique	4,6416	6,2514	7,8147	9,8374	11,345
Rejeter?	Non	Non	Non	Non	Non

Résultat d'ajustement selon la loi gamma.

Annexe C : Programmation du processus Wiener

➤ Le processus Wiener [76]

Clear all

```
%-----g-----  
% Initialisation des paramètres  
a = 1; % Nombre de trajectoires de référence  
b = 1000; % Nombre de trajectoires  
n = a+b; % Nombre total de trajectoires tracées  
m = 5; % Nombre de points par trajectoire  
p = 5; % Nombre de points pour les courbes théoriques  
c = m-1; % nombre de colonnes de la matrice contenant les accroissements de dégradation  
l = b; % nombre de lignes de la matrice contenant les accroissements de dégradation  
Tmax = 100; % Temps de la simulation  
deltaT = Tmax/(m-1); % Intervalle de temps entre deux points  
mu = 4.96; % Moyenne  
sigma = 1.19; % Ecart-type  
X0 = 2.12; % Valeur initiale de la dégradation  
Z0 = 7.72; % Dégradation maximale acceptable  
nclass = floor (1+(10/3)*log(b)); % Nombre de classes pour la répartition des défaillances  
%-----  
% Matrices de temps  
temps = zeros(m, 1);  
for i = 1:m % Calcul de la position temporelle de chaque point  
    temps(i) = (i-1)*deltaT;  
end  
temps_th = zeros(p,1);  
for i = 1:p % Calcul de la position temporelle de chaque point  
    temps_th(i) = (i-1)*Tmax/(p-1);  
end  
%-----  
% Génération des trajectoires  
y = zeros(n,m);
```

```

for i = 1:m
y(1,i) = mu*temps(i); % Calcul de la dégradation moyenne
y(2,i) = Z0; % Calcul de la dégradation maximale autorisée
end

for j = 3:n % Pour chaque autre trajectoire, la valeur initiale de la dégradation vaut X0
y(j,1) = X0;
end

for j = 3:n % On génère chaque trajectoire suivant un processus de Wiener
for i = 2:m
y(j,i) = y(j,i-1) + normrnd(deltaT*mu,(deltaT^1.19)*sigma);
end
end
%-----
% Tracé de l'ensemble des trajectoires
figure(1)
plot(temps,y)
title('Ensemble des Trajectoires')
ylabel('Niveau de la Dégradation')
xlabel('Temps')
grid on

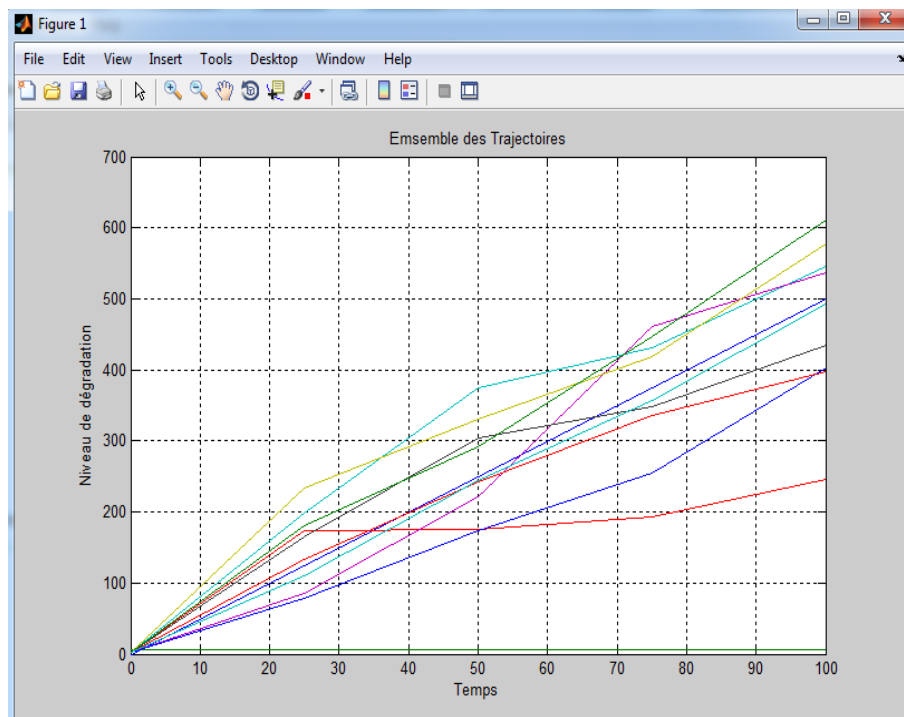
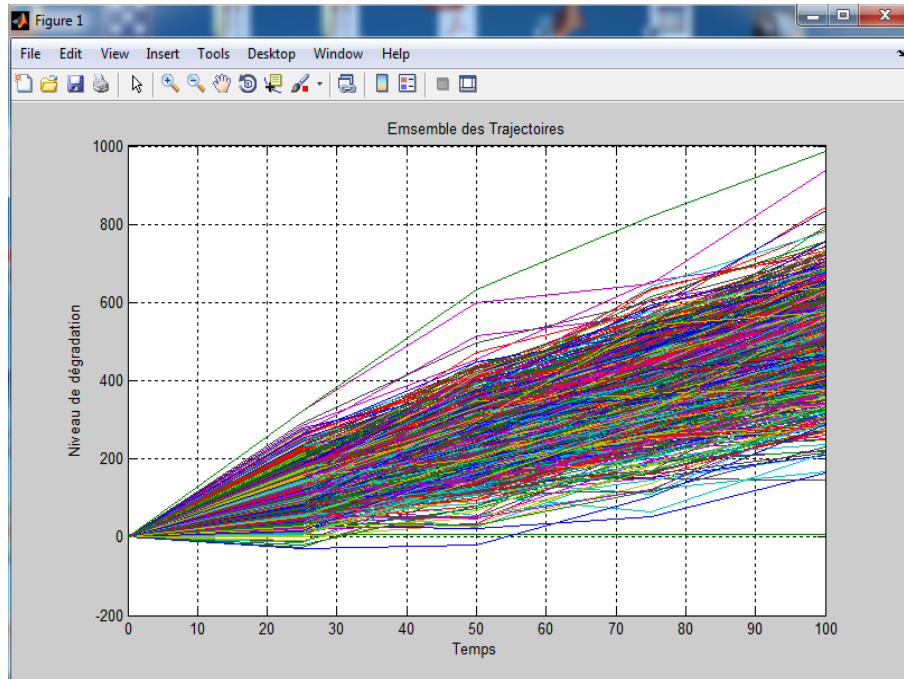
```

Annexe D :

Résultat de la simulation MATLAB

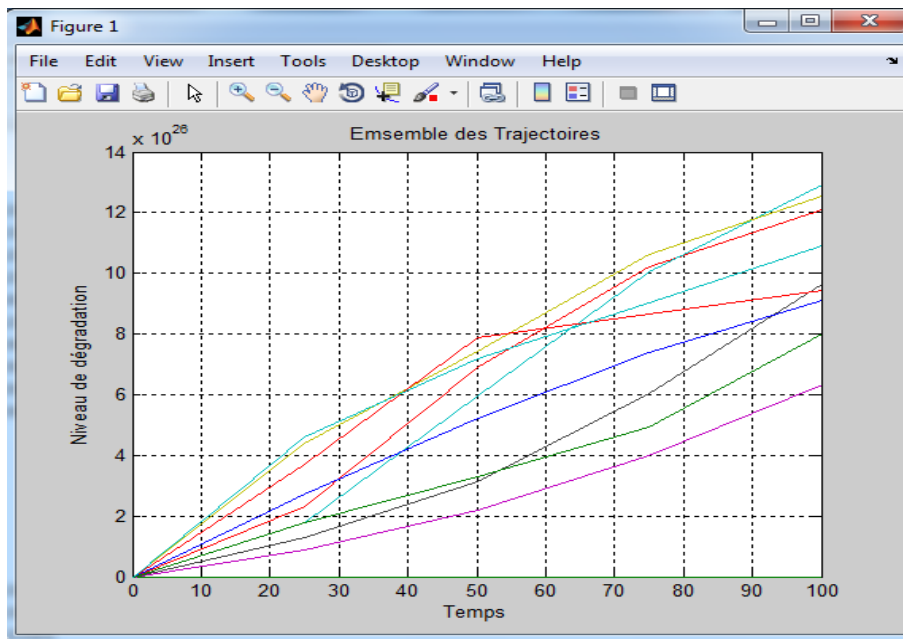
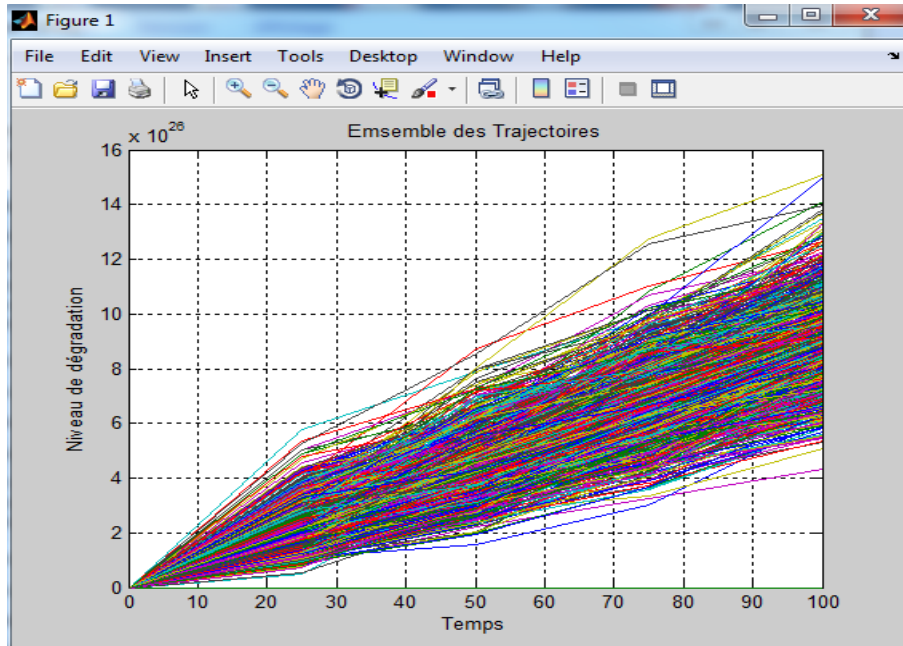
➤ Selon le processus Wiener

Après l'exécution du programme voici les trajectoires du processus de Wiener, tracé de 10 et 1000 trajectoires avec les paramètres $\mu = 4.9$ $\sigma = 1.19$



Selon Gamma

Après l'exécution du programme dans le Matlab voici les trajectoires du processus de Gamma, tracé de 10 et 1000 trajectoires avec les paramètres $\alpha=17.36$ et $\beta=0.28$



Annexe E :

Publication et communication relatives à ce travail

- H. Louahem M'sabah, A. Bouzaouit. « Degradation model of the bearings by wiener process ». MECHANIKA. Volume. 22 (2016) N° (3). ISSN 1392-1207. Page: 225-228. Université de technologie Kaunas, Lituanie.
- H. Louahem M'sabah, A. Bouzaouit. « Degradation model of the bearings by wiener process ». 3^{ème} Conférence internationale sur «La Maintenance et la Sécurité Industrielle » CIMSI'2015. Skikda.