

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université du 20 Août 1955 Skikda

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique



THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTEUR EN SCIENCES

Spécialité: Mécatronique

Par :

INEL FOUAD

THEME

Modélisation Cinématique et Géométrique des robots Parallèles à câbles (Application sur un Robot à Quatre Câbles)

Soutenue le : 15/06/2015

Devant le Jury composé de :

| | | | |
|--------------|---------------|------------|------------|
| Présidente : | M. ROUANIA | Professeur | U. Skikda |
| Rapporteur : | L. KHOCHEMANE | Professeur | U. Skikda |
| Examineurs : | T. BAHI | Professeur | U. Annaba |
| | A. BOUZAOUTE | M.C.A | U. Skikda |
| | M. KARA | M.C.A | U. TEBESSA |
| | Y. SOUFI | M. C. A | U. TEBESSA |

Remerciements

Mes premiers remerciements pour le dieu ALLAH pour m'avoir donné la force et la volonté d'accomplir ce travail.

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur **Lakhdar KHOCHEMANE**, Professeur au département Mécanique de l'université de Skikda. Je le remercie très sincèrement pour la confiance qu'il m'a accordée en m'associant aux groupes d'étudiants qui a suivi leurs encadrement avec bienveillance, pour son soutien ainsi que la confiance qu'il a manifesté à mon égard, et pour la patience inouïe qu'il m'a témoignée tout au long de l'élaboration de ce travail. Nos discussions stimulantes ont beaucoup contribué à la clarification des notions ainsi qu'à la bonne présentation de cette thèse. Qu'il reçoive l'expression de ma très grande reconnaissance.

Je remercie très sincèrement Madame **Mounira ROUAINIA**, Professeur au département d'électrotechnique et doyenne de l'université de SKIKDA, d'avoir accepté la présidence du jury. Je suis très reconnaissante à Monsieur **Tahar BAH**, Professeur à l'université de Annaba, d'avoir accepté d'examiner ma thèse avec attention et rigueur, et dont la participation à la soutenance m'honore beaucoup.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur **Azzedine BOUZAOUITE** maître de conférences à l'Université 20 Août 1955 Skikda, d'avoir accepté de participer dans le jury de ma thèse.

Je suis très sensible au fait que monsieur **Mouhamed KARA**, Maître de Conférences à l'université de Tebessa soit associé pour sa compétence à ce jury. Je remercie également Monsieur **Yucef SOUFI**, Maître de conférences à l'université de Tebessa, pour sa disponibilité et pour sa participation à ce jury.

Enfin dans le souci de n'oublier personne, que tous ceux qui m'ont aidé, de près ou de loin, que ce soit par leur amitié, leurs conseils ou leur soutien moral et matériel.

Je tiens à exprimer ma sympathie à tous mes collègues à l'Université de Skikda. Je pense particulièrement à mes collègues du département ST et mécanique et n'oublier pas le chef de département ST **Amouchi.N.**

Je ne peux terminer ces remerciements sans mentionner mes proches, à qui je dédie ce travail et dont l'amour et le soutien m'ont été plus que bénéfiques.

Je remercie également mes amis qui m'ont constamment soutenu, aidé, encouragé et supporté exceptionnellement **bilel bouchemal,rochdi,fares.B.**

A ma mère, A mon père

A toute la famille, **roukia, Chamssou et Badre el ddinne.**

A ma très cher fille **Nour el yakine** et ma cher femme **K.**

Merci à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de mon travail.

Résumé

L'objectif assigné à ce travail est l'utilisation du contrôleur PID (Proportionnel, Intégrateur et Dérivateur) au plan 2D (robots 3 et 4 câbles) avec des différentes trajectoires, une étude comparative des performances d'erreur (pour suivi la trajectoire désirée) entre deux contrôleurs PID et PD et modélisation dynamique pour le plan spatial 3D (robots 5 et 8 câbles) ensuite contrôle avec PID. Le premier chapitre est dédié à l'état de l'art sur les robots parallèles à câbles. Dans le chapitre suivant, nous avons présenté les modélisations géométriques directes et inverses pour les deux modes du plan (2D et 3D) en plus leurs représentations de l'interface graphique. Avec le troisième chapitre, nous présentons une description détaillée des deux modes du plan étudié. Nous avons aussi établir les différents modèles notamment le modèle cinématique direct et inverse, ainsi que le modèle dynamique. Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté les trajectoires désirées dans le but de comparer avec la trajectoire réelle qui sera présenté dans le chapitre suivant. Au sein du cinquième chapitre, on a présenté les performances du contrôleur PID en boucle fermée comparer avec les résultats en boucle ouverte et aussi comparer avec le contrôleur PD, en plus l'implémentation du même contrôleur pour le plan 3D en prenant en considération la résolution du problème de singularité ce dernier les résultats étaient des excellentes performances.

Ce travail se termine par une conclusion générale présentant les différentes contributions de cette thèse. Aussi, quelques perspectives ont été également proposées comme continuation de ce travail.

Mots clés: Robot parallèle à câbles, Modèle Géométrique et Cinématique, Modèle Dynamique, Interface Graphique d'utilisateur, Boucle fermée, Contrôleur PID, coordonnées spatiales.

Abstract

The objective of this work is the use of the PID controller (Proportional Integrator and diverter) for the 2D plane (robots with 3 and 4 cables) , with different trajectories, moreover, a comparative study of error performance (for tracking the desired trajectory) between PID and PD controllers, and dynamic modeling for 3D spatial plane then control it with PID. The first chapter is a review of art state on a parallel cable based robot. In the next chapter, we presented the direct and inverse geometrical models for both modes of the plane (2D and 3D) and more representations of the graphical user interface. With the third chapter we present a detailed description of the two modes of the plane studied, we also establish the different models mainly the direct and inverse kinematic model and the dynamic model. In the fourth chapter, we presented the desired trajectories in the aim of comparing with the actual path which will be presented in the next chapter. In the fifth chapter, PID controller performance was presented in closed loop compared with the results in open loop and also was compared with PD controller, in addition we implemented the same controller for 3D plane by taking with consideration the resolution of the singularity problem which presented a results with admirable performances. This work ends with a conclusion that summarizes the different contributions of this thesis. Moreover, some prospects have been proposed as a continuation for this work.

Key-words: Parallel cable-based robots, Spatial coordinates, Geometric modeling, Kinematic and dynamic modeling, Graphical user interface, closed loop, PID Controllers.

ملخص

إن الهدف الأساسي لهذا العمل هو استخدام وحدة تحكم PID (النسبي، التكاملي و المشتق) بالنسبة لمخطط ثنائي الأبعاد (الروبوتات ذو 3 و4 كابلات) و هذا لعدة مسارات مختلفة ، دراسة مقارنة الجودة لأداء خطأ (لتتبع مسار المطلوب) بين وحدة التحكم PD و PID وكذلك إعطاء النموذج الديناميكي للمخطط ثلاثي الأبعاد (الروبوتات 5 و 8كابلات) ثم مراقبتها باستخدام وحدة تحكم PID. الفصل الأول يكرس دراسة تاريخية حول الروبوت الموازية باستخدام الكابلات .في الفصل التالي، قدمنا النماذج الهندسية المباشرة والعكسية للكلى المخططين (ثنائي و الثلاثي الأبعاد) ، بالإضافة إلى تمثيلها من واجهة المستخدم الرسومية. مع الفصل الثالث قدمنا وصفا مفصلا للكلى المخططين الذين شملتهما الدراسة .و أيضا قمنا بإنشاء نماذج مختلفة منها نموذج الحركية المباشر والعكسي ونموذج ديناميكي، أما في الفصل الرابع، قدمنا جملة من المسارات المطلوبة من أجل هذا الأخير مقارنتها مع المسارات الحقيقية التي سنقوم بعرضها في الفصل اللاحق. في الفصل الخامس، قدمنا جودة أداة التحكم PID بالنسبة لحلقة مغلقة مقارنة مع نتائج الحلقة المفتوحة وإضافة إلى ذلك مقارنته مع أداة التحكم PD، زيادة على كل هذا تطبيق نفس أداة التحكم الأولى على المخطط ثلاثي الأبعاد مع الأخذ بعين الاعتبار حل مشكلة التفرد في الأخير نتائج كانت ممتازة. أخيرا ننتهي هذا العمل بعرض مختلف المساهمات المقدمة في هذه الأطروحة، كما تم اقتراح بعض آفاق استمرارها لهذا العمل.

كلمات مفتاحية: الروبوتات موازية الكابلات ، النموذج الهندسي والحركية ، النموذج الديناميكي ، واجهة المستخدم الهندسية ، حلقة مغلقة ، أداة تحكم PID ، الإحداثيات المكانية.

Table des Matières

INTRODUCTION GENERALE

Chapitre I L'état de l'art sur les robots parallèles à câbles

| | |
|--|----|
| 1. Introduction | 2 |
| 2. Généralités sur les robots parallèles | 2 |
| 2.2. Définition du robot parallèle | 4 |
| 3. Avantages et inconvénients | 6 |
| 4. Présentation d'un robot parallèle à câbles | 6 |
| 5. Les Applications des robots parallèles à câbles | 8 |
| 5.1. Mode suspendu | 12 |
| 5.2. Mode pleinement contraint | 12 |
| 5.3. Assistance et secours | 14 |
| 5.4. Rééducation | 15 |
| 6. Conclusion..... | 17 |

Chapitre II Présentation de la Caractérisation géométrique des Robots Parallèle à Câbles

| | |
|---|----|
| 1. Introduction | 19 |
| 2. Caractérisation d'un robot parallèle à câbles | 19 |
| 2.1. Définitions..... | 19 |
| 2.2. Plement contraint..... | 19 |
| 2.3. Sous-contraint..... | 19 |
| 3. La Géométrie d'un robot parallèle à câbles | 19 |
| 3.1. Modélisation géométrique direct et inverse | 20 |
| 3.1.1. Robots parallèles à trois et quatre câbles (plan 2D) | 20 |
| 3.1.1.a. Modèle géométrique inverse (MGI) | 21 |
| 3.1.1.b. Modèle géométrique direct (MGD) | 21 |
| 3.1.2. Robots parallèles à cinq et huit câbles (plan3D) | 21 |
| 3.1.2.a. Modèle géométrique inverse (MGI) | 23 |
| 3.1.2.b. Modèle géométrique direct (MGD) | 23 |

| | | |
|--------|---|----|
| 4. | Espace accessible des robots parallèle à câbles | 23 |
| 5. | Différentes modélisations du câble | 25 |
| 5.1. | Modèle d'un câble | 26 |
| 5.1.a. | Câble indéformable de masse nulle | 27 |
| 5.1.b. | Câble élastique de masse nulle | 27 |
| 5.1.c. | Câble élastique de masse non nulle | 28 |
| 6. | Singularités | 29 |
| 6.1. | Les singularités parallèles | 29 |
| 6.2. | Les singularités sérielles | 29 |
| 6.3. | Les singularités parallèles/sérielles | 29 |
| 7. | Représentation de l'interface graphique | 29 |
| 7.1. | Application sur le plan 2D (X, Y) | 29 |
| 7.2. | Application sur le plan 3D (X, Y, Z) | 32 |
| 8. | Conclusion..... | 34 |

Chapitre III Modélisation Cinématique et dynamique des Robots Parallèles à Câbles

| | | |
|--------|---|----|
| 1. | Introduction | 36 |
| 2. | Les structures aux plan cartésienne 2D (X, Y) | 36 |
| 3. | La Robot parallèle à trois et quatre Câbles | 36 |
| 3.1. | Modèle cinématique | 37 |
| 3.1.a. | Modèle Cinématique Inverse | 37 |
| 3.1.b. | Modèle Cinématique Direct | 38 |
| 4. | L'analyse Statique des Forces | 39 |
| 5. | La Structure Mécanique des Moteurs | 45 |
| 6. | Modèle dynamique | 46 |
| 6.1. | Modèle dynamique de l'effecteur..... | 46 |
| 6.2. | Modèle dynamique pour le plan 2D (robot à 3 et 4 câbles) | 46 |
| 6.3. | La Représentation d'état du système (robot à 3 et 4 Câbles) | 48 |
| 7. | La Structure du plan spatial 3D (X,Y,Z) | 49 |
| 7.1. | Robot parallèle à cinq et huit câbles..... | 49 |
| 7.2. | Modélisation cinématique | 51 |
| 7.2.a. | Modèle cinématique Inverse | 51 |
| 7.2.b. | Modèle cinématique Direct | 52 |
| 7.3. | L'analyse statique des forces | 52 |
| 7.4. | Modèle dynamique pour le plan 3D | 54 |
| 7.4.1. | Modèle dynamique de l'effecteur | 54 |

| | |
|---|-----|
| 4.2. Robot à quatre câbles | 97 |
| 5. Résultats de simulation en boucle fermée pour le plan 3D | 102 |
| 5.1. Simulation de la réponse des robots à 5 et 8 câbles | 102 |
| 5.1.a. Robot à 5 câbles sous forme pyramide | 102 |
| 5.1.b. Robot à huit câbles sous forme cubique | 113 |
| 6. Conclusion..... | 123 |

CONCLUSION GENERALE

PUBLICATIONS ET CONFERENCES

REFERENCES

Les Listes des Figures

| | |
|---|----|
| Figure. 1.1 La première application : le cinéma dynamique [3] | 2 |
| Figure. 1.2 La machine à peindre de Pollard à 5 degrés de liberté [5] | 3 |
| Figure. 1.3 La plateforme de Gough-Stewart pour le test de pneumatiques [7] | 3 |
| Figure. 1.4 La plateforme de Gough-Stewart pour la simulation de vol aérien [8] | 4 |
| Figure. 1.5 La plateforme de Gough-Stewart pour la simulation de vol aérien vue par Cappel [8] | 4 |
| Figure. 1.6 La plateforme de Gough-Stewart [7,8] | 5 |
| Figure. 1.7 Un exemple de robot sériel | 5 |
| Figure I.8a Exemple de robot parallèle à câbles | 7 |
| Figure I.8b Cas spatial du robot à 4 câbles du LARM | 7 |
| Figure 1.9 Deux exemples de mécanismes à câbles commerciaux utilisés pour la diffusion d'évènement sportifs, ou la prise de vue au cinéma..... | 8 |
| Figure I .10 Représentation d'un capteur de force pour les robots à câbles | 9 |
| Figure 1.11 Le prototype mécanique de STRING-MAN | 9 |
| Figure I .12 Interface haptique de 6 degrés de liberté | 10 |
| Figure 1.13 Schéma du robot Falcon, un des premiers robots à câbles pleinement contraint..... | 11 |
| Figure 1.14 Une des versions du NIST Robocrane, un des premiers robots Suspendus entraîné par câble | 12 |

| | |
|--|----|
| Figure 1.15 Un prototype de robots parallèle à câbles.(Le SEGESTA), développé à l'université de Duisburg-Essen..... | 13 |
| Figure 1.16 Premiers prototypes de robots parallèles à câbles développés au LIRMM en collaboration avec TECNALIA | 14 |
| Figure 1.17 Mise en situation du robot de secours MARIONET-CRANE, Développé à l'INRIA Sophia-Antipolis par l'équipe projet COPRIN..... | 15 |
| Figure 1.18 Deux exemples de robots à câbles spatiaux..... | 16 |
| Figure1.19 Représentation schématique d'un robot parallèle à câble pleinement contraint à six degrés de liberté actionné par huit câbles | 16 |
| Figure 1.19 Deux exemples de robots à câbles utilisés pour la rééducation du membre supérieur | 17 |
| Figure 2.1 Représentation schématique du robot à trois câbles | 20 |
| Figure 2.2 Représentation schématique du robot à quatre câbles | 20 |
| Figure 2.3 Représentation schématique du robot à cinq câbles se forme pyramide..... | 22 |
| Figure 2.4 Représentation schématique du robot à huit câbles se forme cubique..... | 22 |
| Figure 2.4 ETC obtenus pour un arrangement de six et huit câbles dans une pièce..... | 25 |
| Figure 2.6 Schéma d'un exemple de construction de câble | 26 |
| Figure 2.8 Un câble indéformable de masse nulle | 27 |
| Figure 2.9 Un câble élastique de masse nulle..... | 28 |
| Figure 2.10 Un câble élastique de masse non nulle..... | 28 |
| Figure.2.7 Simulation du transfert point à point (3 câbles) | 30 |
| Figure.2.8 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie(Sinusoïdale) | 30 |
| Figure.2.9 Simulation du transfert point à point (4 câbles) | 31 |
| Figure.2.10 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie (sinusoïdale) | 31 |
| Figure.2.11 Simulation du transfert point à point pour une pyramide (5 câbles) | 32 |

| | |
|---|----|
| Figure.2.12 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie (spirale) | 32 |
| Figure.2.13 Simulation du transfert point à point pour une cubique (8 câbles) | 33 |
| Figure.2.14 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie (Sinusoïdale) | 33 |
| Figure 3.1 Robot parallèle à trois câbles..... | 36 |
| Figure 3.2 Robot parallèle à quatre câbles..... | 37 |
| Figure 3.3 forces statiques pour le robot 3 câbles..... | 39 |
| Figure 3.4 forces statiques pour le robot 4 câbles..... | 39 |
| Figure 3.5 Représentation de l'espace de travail dans les secteurs..... | 43 |
| Figure 3.6 Structure de la poulie..... | 45 |
| Figure. 3.7 Représentation schématisé pour un robot à cinq câbles | 50 |
| Figure.3.8 Représentation schématisé pour un robot à huit câbles | 50 |
| Figure 3.9 Force statique pour 5 câbles | 53 |
| Figure 3.10 force statique pour 8 câbles | 53 |
| Figure 4.1 la trajectoire circulaire pour le mode statique..... | 60 |
| Figure 4.2 les longueurs du mode statique (3 câbles) | 60 |
| Figure 4.3 les tensions nécessaire pour tracer un cercle..... | 60 |
| Figure 4.4 la trajectoire circulaire pour le mode statique..... | 61 |
| Figure 4.5 les longueurs du mode statique (4 câbles) | 61 |
| Figure 4.6 les tensions nécessaire pour tracer un cercle..... | 61 |
| Figure 4.7 la trajectoire sinusoïdale pour le mode statique..... | 62 |
| Figure 4.8 les longueurs du mode statique (3 câbles) | 62 |
| Figure 4.9 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdale | 62 |
| Figure4.10 la trajectoire sinusoïdale pour le mode statique | 63 |
| Figure 4.11 les longueurs du mode statique (4 câbles) | 63 |
| Figure 4.12 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdale | 63 |
| Figure 4.13 la trajectoire échelon (step) pour le mode statique..... | 64 |
| Figure 4.14 les longueurs du mode statique (3 câbles) | 64 |
| Figure 4.15 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire échelon (step) | 64 |

| | |
|--|----|
| Figure 4.16 la trajectoire échelon (step) pour le mode statique..... | 65 |
| Figure 4.17 les longueurs du mode statique (4 câbles) | 65 |
| Figure 4.18 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire échelon (step) | 65 |
| Figure 4.19 la trajectoire spirale pour le mode statique avec l’affichage de espace du travail..... | 66 |
| Figure 4.20 la trajectoire spirale pour le mode statique sans l’affichage de espace du travail..... | 66 |
| Figure 4.21 les longueurs du mode Statique (5 câbles) | 66 |
| Figure 4.22 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire spirale..... | 66 |
| Figure 4.23 la trajectoire sinusoïdales pour le mode statique avec l’affichage de espace du travail | 67 |
| Figure 4.24 la trajectoire sinusoïdales pour le mode statique sans l’affichage de espace du travail | 67 |
| Figure 4.25 les longueurs du mode Statique (5 câbles) | 67 |
| Figure 4.26 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdales | 67 |
| Figure 4.27 la trajectoire spirale pour le mode statique avec l’affichage de espace du travail..... | 68 |
| Figure 4.28 la trajectoire spirale pour le mode statique sans l’affichage de espace du travail..... | 68 |
| Figure 4.29 les longueurs du mode statique (8 câbles) | 68 |
| Figure 4.30 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire spirale..... | 68 |
| Figure 4.31 la trajectoire spirale pour le mode statique ave l’affichage de espace du travail..... | 69 |
| Figure 4.32 la trajectoire spirale pour le mode statique sans l’affichage de espace du travail..... | 69 |
| Figure 4.33 les longueurs du mode statique (8 câbles) | 69 |
| Figure 4.34 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdale..... | 69 |
| Figure 5.1 Représentation d’un système en boucle fermée..... | 72 |
| Figure 5.2 Organigramme pour le contrôleur PID..... | 72 |
| Figure 5.3 architecture du contrôle PID..... | 73 |
| Figure 5.4 la réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire circulaire (3 câbles) | 74 |

| | |
|--|----|
| Figure 5.5 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire circulaire | 75 |
| Figure 5.6 les longueurs des câbles en boucle ouverte..... | 75 |
| Figure 5.7 les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID contrôle..... | 76 |
| Figure 5.8 les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle..... | 76 |
| Figure 5.9 les trajectoires calculés(X, Y) ont comparé avec la trajectoire désirée Xcons..... | 77 |
| Figure 5.10 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire sinusoïdale (3 câbles) | 77 |
| Figure 5.11 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire sinusoïdale..... | 78 |
| Figure 5.12 les longueurs des câbles en boucle ouverte..... | 78 |
| Figure 5.13 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID contrôle | 79 |
| Figure 5.14 les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle | 79 |
| Figure 5.15 les trajectoires calculées (Y) ont comparé avec la trajectoire désirée Xcons..... | 80 |
| Figure 5.16 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire échelon (step) (3 câbles) | 80 |
| Figure 5.17 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire échelon (step) | 81 |
| Figure 5.18 les longueurs des câbles en boucle ouverte..... | 81 |
| Figure 5.19 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID contrôle | 82 |
| Figure 5.20 Les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle | 82 |
| Figure 5.21 les trajectoires calculées (X,Y) ont comparé avec la trajectoire désirée Xcons..... | 83 |
| Figure 5.22 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire circulaire (4 câbles) | 84 |
| Figure 5.23 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire circulaire (4 câbles) | 84 |
| Figure 5.24 les longueurs des câbles en boucle ouverte..... | 85 |
| Figure 5.25 les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID..... | 85 |
| Figure 5.26 les tensions des câbles en boucle fermée avec PID | 86 |

| | |
|---|----|
| Figure 5.27 les trajectoires calculés(X, Y) ont comparé avec la trajectoire désirée Xcons | 86 |
| Figure 5.28 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire sinusoïdale (4 câbles) | 87 |
| Figure 5.29 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire sinusoïdale..... | 87 |
| Figure 5.30 les longueurs des câbles en boucle ouverte..... | 88 |
| Figure 5.31 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID | 88 |
| Figure 5.32 Les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle | 89 |
| Figure 5.33 les trajectoires calculées(X, Y) ont comparé avec la trajectoire désirée Xcons..... | 89 |
| Figure 5.34 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire se forme step(4 câbles) | 90 |
| Figure 5.35 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire se forme step(4cables) | 90 |
| Figure 5.36 les longueurs des câbles en boucle ouverte..... | 91 |
| Figure 5.37 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID | 91 |
| Figure 5.38 Les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle..... | 92 |
| Figure 5.39 les trajectoires calculées(X, Y) ont comparé avec la trajectoire désirée Xcons..... | 92 |
| Figure 5.40 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire circulaire (3cables) | 94 |
| Figure 5.41 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire circulaire (3cables) | 95 |
| Figure 5.42 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire circulaire (3cables) | 95 |
| Figure 5.43 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire échelon step (3cables) | 96 |
| Figure 5.44 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire échelon step (3cables) | 96 |

| | |
|--|-----|
| Figure 5.45 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire échelon step (3cables) | 97 |
| Figure 5.46 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire circulaire (4 câbles) | 97 |
| Figure 5.47 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire circulaire (4 câbles) | 98 |
| Figure 5.48 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire circulaire (4 câbles) | 98 |
| Figure 5.49 Erreur de suivi de la trajectoire désirée avec les deux contrôleurs PID et PD | 99 |
| Figure 5.50 comparaison entre trajectoire calculé avec PID et trajectoire avec PD (trajectoire circulaire) | 99 |
| Figure 5.51 Zoom sur la trajectoire de la figure (5.50) | 100 |
| Figure 5.52 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire échelon step (4cables) | 100 |
| Figure 5.53 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire échelon step (4cables) | 101 |
| Figure 5.54 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire échelon step (4 câbles) | 101 |
| Figure 5.55 La représentation de la trajectoire réelle et désirée avec l’affichage de l’espace de travail (robot à 5cables) | 103 |
| Figure 5.56 La représentation de la trajectoire réelle et désirée sans l’affichage de l’espace de travail (robot à 5cables) | 103 |
| Figure 5.57 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire Réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail..... | 104 |
| Figure 5.58 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 104 |
| Figure 5.59 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 105 |

| | |
|---|-----|
| Figure 5.60 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 105 |
| Figure 5.61 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 106 |
| Figure 5.62 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 106 |
| Figure 5.63 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID | 107 |
| Figure 5.64 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID | 107 |
| Figure 5.65 Les déplacements calculés par rapport au déplacement désirée..... | 108 |
| Figure 5.66 La représentation du trajectoire réelles et désirés avec l’affichage de l’espace de travail (robot à 5cables) | 108 |
| Figure 5.67 La représentation du trajectoire réelles et désirés sans l’affichage de l’espace de travail (robot à 5cables) | 109 |
| Figure 5.68 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 109 |
| Figure 5.69 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 110 |
| Figure 5.70 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 110 |
| Figure 5.71 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 111 |
| Figure 5.72 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 111 |
| Figure 5.73 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 112 |
| Figure 5.74 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID | 112 |
| Figure 5.75 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID | 113 |

| | |
|---|-----|
| Figure 5.76 La représentation de la trajectoire réelle et désirée avec l’affichage de l’espace de travail (robot à 8 câbles) | 114 |
| Figure 5.77 La représentation de la trajectoire réelle et désirée sans l’affichage de l’espace de travail (robot à 8 câbles) | 114 |
| Figure 5.78 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelles et désirés avec l’affichage de l’espace de travail..... | 115 |
| Figure 5.79 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 115 |
| Figure 5.80 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 116 |
| Figure 5. 81 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 116 |
| Figure 5.82 La face droite (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 117 |
| Figure 5.83 La face droite (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 117 |
| Figure 5.84 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID | 118 |
| Figure 5.85 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID | 118 |
| Figure 5.86 La représentation de la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail (robot à 8cables) | 119 |
| Figure 5.87 La représentation de la trajectoire réelle et désirée sans l’affichage de l’espace de travail (robot à 8cables) | 119 |
| Figure 5.88 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l’affichage de l’espace de travail | 120 |
| Figure 5.89 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés sans l’affichage de l’espace de travail..... | 120 |
| Figure 5.90 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 121 |
| Figure 5.91 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirés avec l’affichage de l’espace de travail | 121 |

Figure 5.92 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID 122

Figure 5.93 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID 122

Liste des tableaux

| | |
|--|-----|
| Tableau 5.1 l'erreur entre la trajectoire réelle et désirée par rapport au x et y | 93 |
| Tableau 4.2 les résultats obtenus avec les deux contrôles pour les deux robots (3 et 4 câbles) | 100 |

Introduction Générale

Les robots parallèles à câbles sont une variante originale des robots parallèles ; Ils sont beaucoup plus légers et rapides, à cause de leur faible masse et leur inertie des câbles. Ils ont aussi un espace de travail beaucoup plus grand grâce à l'enroulement des câbles, qui permettent à l'effecteur d'être très loin de sa base, et de réduire cette distance presque à zéro, avec une très grande accélération. Ils sont principalement constitués d'une base fixe, et d'une plate-forme mobile (organe terminal) [1]. Les câbles parcourent, depuis l'actionneur qui est généralement fixe, un chemin de câbles à travers différentes poulies jusqu'à s'attacher à une plate-forme mobile. L'actionneur est généralement composé d'un tambour, fixé au rotor du moteur, contrairement aux robots parallèles conventionnels, qui ont la particularité d'utiliser des liaisons constituées de vérins au lieu de câbles. Dans le cas général, on pourra considérer comme étant un robot à câbles tout mécanisme dont la plate-forme est reliée à plusieurs actionneurs au moyen exclusif des câbles.

Un robot pleinement parallèle, est un mécanisme en chaînes fermées à n degré de liberté, où l'organe terminal, est relié à la base fixe par $n+1$ câbles. De plus, ils sont faciles à construire et à transporter. Par contre, les problèmes et les inconvénients de ces manipulateurs parallèles, résident dans la modélisation (géométrique et dynamique) spécifiquement le plan 3D, problème de singularité et la nature des câbles, qui ne peuvent travailler que dans un seul sens, celui de la traction.

L'objectif de ce travail consiste, à simuler différentes trajectoires pour les robots à 3 et 4 câbles (plan 2D), ainsi que la présentation des performances du contrôleur PID avec la méthode d'erreur quadratique moyenne ($E_x = X_{consigne} - X_{calculé}$) entre la trajectoire désirée et la trajectoire réelle. Une étude comparative entre deux contrôleurs PID (Proportionnel, Intégrateur et Dérivateur) et PD (Proportionnel et Dérivateur) pour les deux robots précédents (3 et 4 câbles) avec deux trajectoires différentes. Aussi nous avons appliqué le même contrôleur PID au plan spatial (3D), pour deux robots différents (sous forme pyramide à 5 câbles, et sous forme cubique à 8 câbles).

Notre contribution se résume dans les points suivants :

- présentation des résultats de simulation en boucle fermée avec le contrôleur PID pour les robots à 3 et 4 câbles et les robots à 5 et 8 câbles (plans 2D et 3D).
- Modélisation géométrique et dynamique pour le plan spatial (3D) application sur les robots à 5 et 8 câbles.
- Linéarisation des fonctions d'états pour les deux plans 2D (robots à 3 et 4 câbles) et 3D (robots à 5 et 8 câbles) avec la méthode du Runge kutta.
- développement d'un programme de simulation, pour résoudre le problème de singularité, que nous avons rencontré surtout dans le plan spatial.

La thèse est organisée en cinq chapitres. Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art concernant les robots parallèles spécifiquement les robots parallèles à câbles. Nous commençons par rappeler un bref historique des robots à structure parallèle avant de présenter quelques définitions de base pour faciliter la lecture de la thèse. Ensuite nous présentons quelques applications importantes relatives aux robots parallèles à câbles ainsi que leurs avantages et inconvénients.

Le deuxième chapitre est consacré, à la présentation du modèle géométrique direct et inverse, concernant les robots parallèles à câbles. Ainsi que les schémas géométriques pour les deux modes du plan (2D et 3D), avec la description du problème de singularité, et à la fin la représentation de l'interface graphique pour chaque robot (3 et 4 câbles plan 2D , 5 et 8 câbles plan 3D). Nous avons aussi implémenté un programme de commande, permettant de simuler le déplacement de l'effecteur final, basé sur la commande géométrique inverse.

Au niveau du troisième chapitre, nous présentons une description détaillée des deux modes du plan étudié. En premier lieu le plan 2D (trois et quatre câbles) et en second lieu le plan 3D (pyramide avec cinq câbles et cubique avec huit câbles). Nous avons établi les différents modèles notamment le modèle cinématique direct et inverse (MCD, MCI), ensuite le modèle dynamique (MD), et la représentation d'état pour chaque robot (concernant les robots de 2D et 3D).

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté les trajectoires désirées avec leurs longueurs, et des tensions nécessaires, pour tracer une telle trajectoire demandée (pour le modèle statique). Cette dernière est utilisée pour la comparaison avec les résultats en boucle fermée.

Au sein du cinquième chapitre, nous avons présenté tout d'abord les résultats de simulation en boucle ouverte, et en boucle fermée, avec l'utilisation du contrôleur PID, appliqué au plan 2D (robots à 3 et 4 câbles) pour différentes trajectoires. Nous présentons ensuite Une étude comparative des performances d'erreur entre les deux contrôleurs PID et PD. Nous clôturons ce chapitre par la modélisation dynamique au plan spatial 3D (robots sous forme pyramide avec 5 câbles et sous forme cubique avec 8 câbles), et en plus la commande de ces robots du plan (3D) en boucle fermée (modèle dynamique) avec l'implémentation du contrôleur PID pour deux trajectoires différentes.

En fin nous terminons cette thèse par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre I

L'état de L'art sur les Robots Parallèles à Câbles

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| I.1 Introduction | 2 |
| I.2 Généralités à propos des robots parallèles | 2 |
| I.3 Avantages et inconvénients | 6 |
| I.4 Présentation d'un robot parallèle à câbles | 6 |
| I.5 Les Applications des robots parallèles à câbles | 8 |
| I.5.1 Mode suspendu | 12 |
| I. 5.4 Rééducation..... | 15 |
| I. 6 Conclusion | 17 |

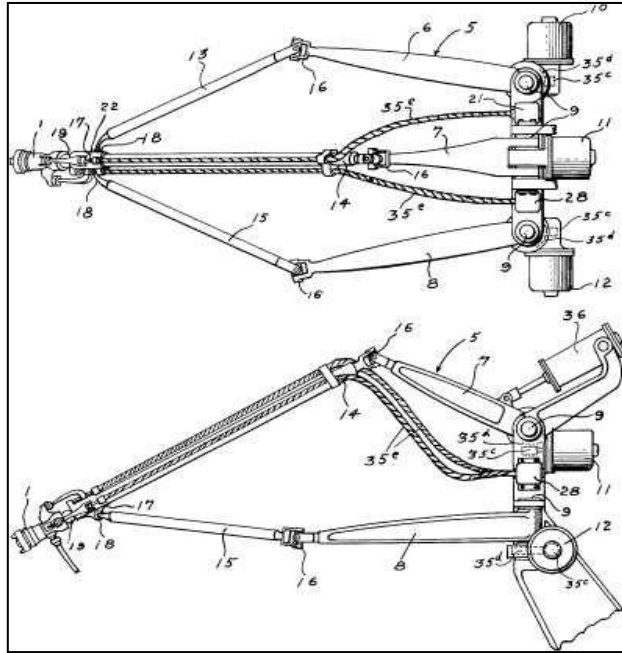


Figure. 1.2 La machine à peindre de Pollard à 5 degrés de liberté [5]

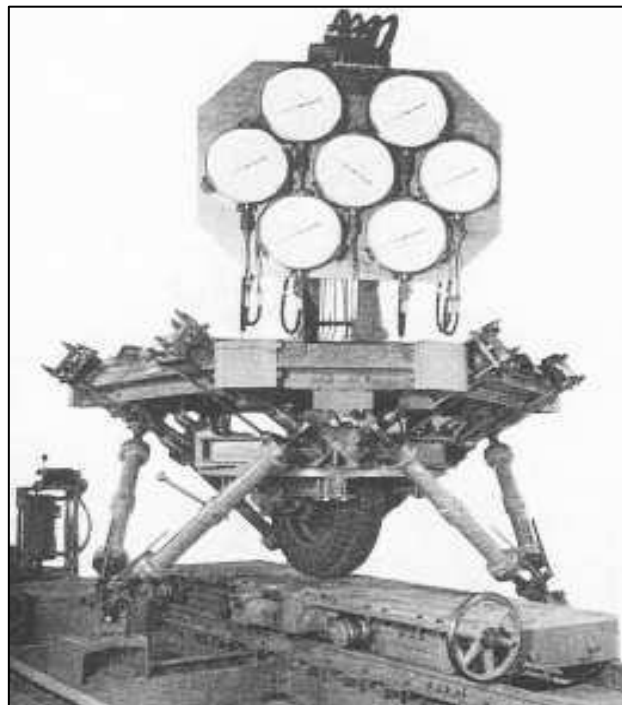


Figure. 1.3 La plateforme de Gough-Stewart pour le test de pneumatiques [7]

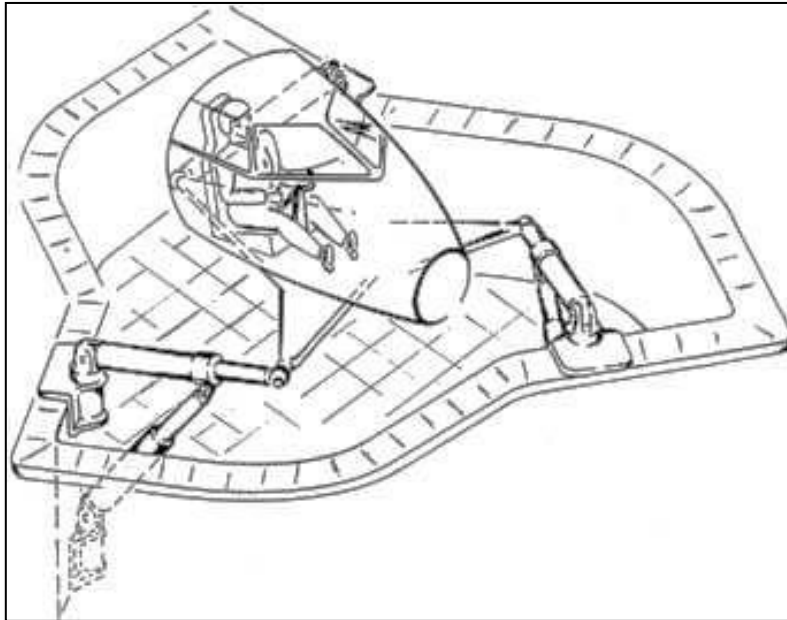


Figure. 1.4 La plateforme de Gough-Stewart pour la simulation de vol aérien [8]

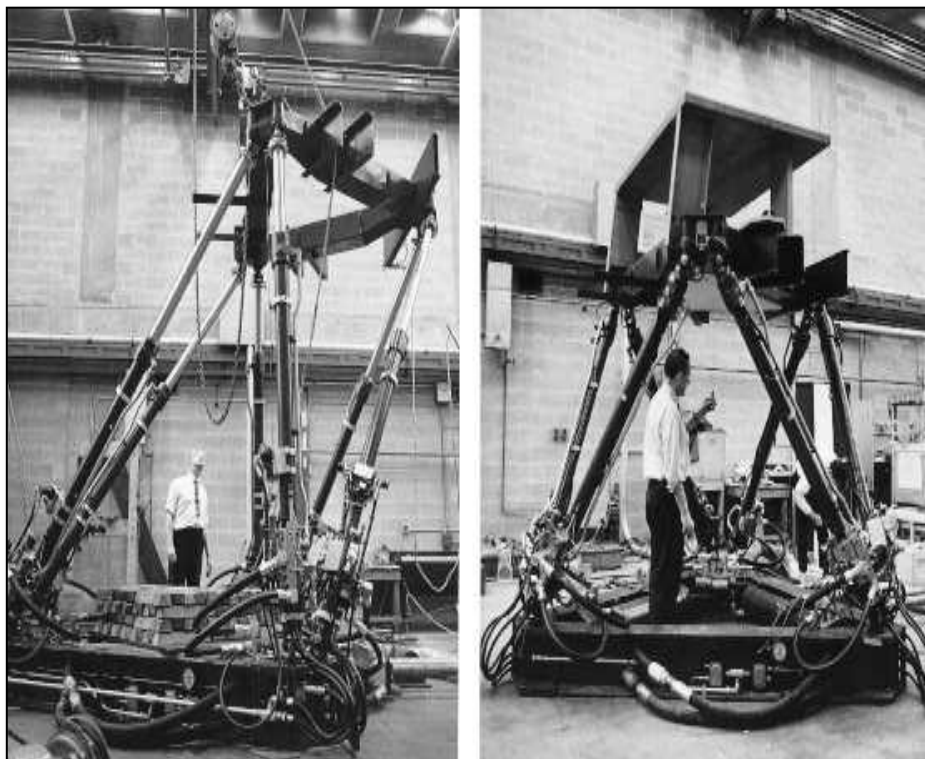


Figure. 1.5 La plateforme de Gough-Stewart pour la simulation de vol aérien vue par Cappel [8]

I.2.1. Définition du robot parallèle

Les robots parallèles représentés dans la (Figure 1.6) diffèrent, conceptuellement, par rapport aux robots sériels qui sont représenté dans la (Figure1.7). Les premiers type présentent une

architecture mécanique en boucle fermée, alors que, les deuxièmes ne sont constitués que d'une seule chaîne cinématique, ils sont donc en boucle ouverte. La modélisation et la commande ayant été développées à l'origine pour la robotique sérielle, elles doivent alors être adaptées à la complexité d'une structure mécanique en boucle fermée par rapport à une structure en boucle ouverte. Ceci est d'autant plus important que les applications industrielles actuelles sont particulièrement exigeantes en termes de qualité d'exécution et de rapidité. A refaire [13]

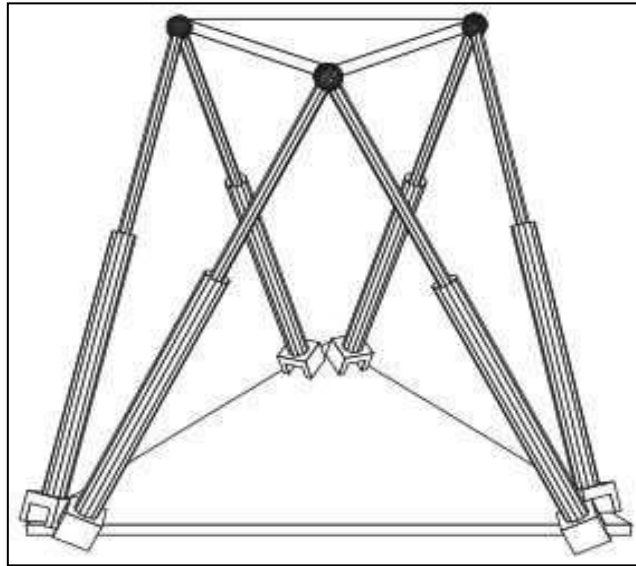


Figure. 1.6 La plateforme de Gough-Stewart [7,8]



Figure. 1.7 Un exemple de robot sériel

I.3. Avantages et inconvénients

L'utilisation des câbles confère aux robots parallèles à câbles un certain nombre d'avantages par rapport aux robots parallèles conventionnels. Tout d'abord, les câbles sont des éléments mécaniques flexibles, relativement, faciles à stocker, qu'il est possible de dérouler tant que leur longueur le permet. Un robot parallèle à câbles peut ainsi avoir un très grand espace de travail [14]. Les robots parallèles à câbles peuvent être conçus pour répondre à des applications dont les échelles, allant du mètre à plusieurs centaines de mètres, sont très différentes, En plus de cela les robots à câbles ont une structure légère qui présente de bonnes propriétés dynamiques, un rapport charge utile/masse élevé et un prix de construction réduit et une bonne portabilité et une construction économique.[15]

Comme des inconvénients, l'utilisation de câbles pose des questions septiques lors de la conception et de la commande des robots parallèle à câbles. L'espace de travail d'un robot parallèle à câbles dépend de nombreux paramètres dont certains sont fonction de la pose de la plateforme. Par conséquent, il peut varier au cours d'une tâche et il est important de correctement le définir. Cette problématique a été abordée dans un grand nombre de travaux [16]- [17]. L'espace de travail est, principalement, limité par l'unilatéralité de l'actionnement, par les tensions minimales et maximales acceptables dans les câbles, par leur longueur, ainsi, que par les collisions des câbles entre eux, avec la plateforme ou avec l'environnement. La détermination et la gestion des collisions des câbles, ont notamment été, traitées dans [18]- [20].

I.4. Présentation d'un robot parallèle à câbles

Un robot entraîné par des câbles est un type de manipulateur parallèle utilisant comme moyen de transmission des câbles reliant une base fixe à une plateforme mobile. Le contrôle coordonné des longueurs et des tensions dans les câbles permet de déplacer et d'appliquer des efforts à la plateforme (organe terminal), En effet, les éléments mécaniques qui relient la plateforme mobile à la base fixe d'un robot parallèle à câbles ne sont pas rigides, mais composés des câbles flexibles. Un câble est un élément de transmission unidirectionnelle qui ne peut agir sur la plateforme qu'en traction - tension positive [20]. Dès lors qu'un ou plusieurs câbles sont détendus (par exemple quand la commande demande à ces câbles de pousser - tensions négatives - sur la plateforme), le robot perd un ou plusieurs degrés d'actionnement. Celle-ci ne peut donc pas atteindre avec précision la pose désirée. La Figure(I.8a) extraite de la référence [21] montre un exemple de robot à quatre câbles.

Généralement, la base est fixe et chaque câble est attaché à une de ses extrémités de la plateforme. Sous l'effet des moments moteurs, le câble s'enroule ou se déroule autour de la poulie permettant de contrôler la position et l'orientation de la plateforme mobile. La figure I.8b montre le cas spatial où le robot est sous contraint.

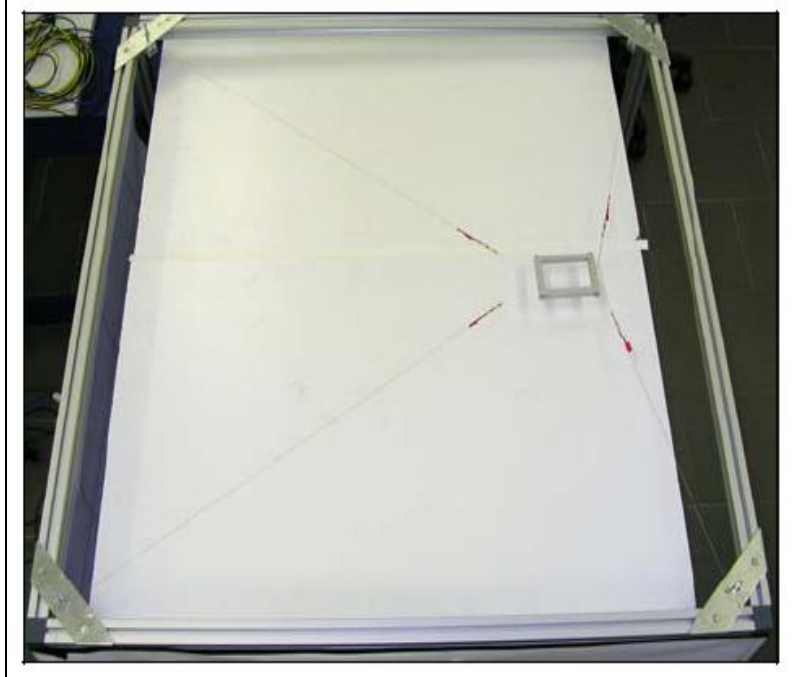


Figure I.8a Exemple de robot parallèle à câbles



Figure I.8b Cas spatial du robot à 4 câbles du LARM

I.5. Les Applications des robots parallèles à câbles

La première étude à proprement parler à des robots parallèle à câbles remonte vrai, semblablement, à 1984, lorsque Landsberger et Sheridan eurent l'idée de remplacer les jambes d'une plateforme de Stewart par des câbles. Bien que, les études sur les robots parallèles soient récentes, différentes applications ont été envisagées, notamment, en aviation (simulateurs d'avions), dans interfaçage haptique, pour le soulèvement de charges, ainsi que pour la réhabilitation des handicapés. Afin d'illustrer l'état de l'art, on présentera quelque exemples d'applications typiques. Une application tirant profit de l'espace de travail important des robots parallèles à câbles consiste à déplacer une caméra fixée sur la plateforme mobile. Cette application est, probablement, celle d'un mécanisme à câbles ayant, à ce jour, trouvé le plus sa place dans le marché de la robotique. Ce type de caméra, présente à la Fig.1.9 (Figure a) et (Figure b) [1].

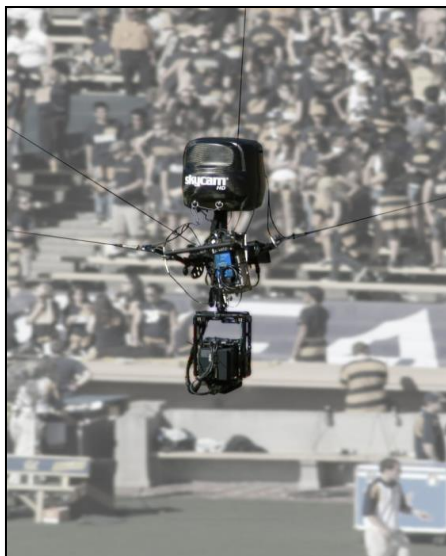


Figure (a) Skycam



Figure (b) Spidercam

Figure 1.9 Deux exemples de mécanismes à câbles commerciaux utilisés pour la diffusion d'évènement sportifs, ou la prise de vue au cinéma.

Un autre champ d'intérêt dans les applications biomédicales est le suivi du mouvement. On citera l'exemple de CaTraSys (Cassino Tracking System) a été utilisé pour l'identification des paramètres cinématiques et la mobilité de l'homme [22]. Le Cassino Tracking System est un système de mesure qui a été conçu et construit au LARM (laboratoire de robotique et mécatronique) à Cassino (Italie). Il a été utilisé pour déterminer la position de l'extrémité des

membres pendant son mouvement et en plus de, il peut mesurer des forces et des couples qui sont exercés par le membre.



Figure I.10 Représentation d'un capteur de force pour les robots à câbles (CaTraSys)

Système à câbles pour la réadaptation de jambe, ce système est appelé STRING-MAN. C'est un manipulateur à câbles pour soutenir le rétablissement de la thérapie [23]. Sa conception a été inspirée par le principe de corde marionnette. La structure mécanique, dans la figure I.11, a une configuration avec dix câbles. Il y a un tapis roulant qui permet le mouvement du patient. Les câbles sont reliés au tronc et au bassin humain au moyen d'une interface utilisateur. Le corps humain est l'organe terminal de robot.



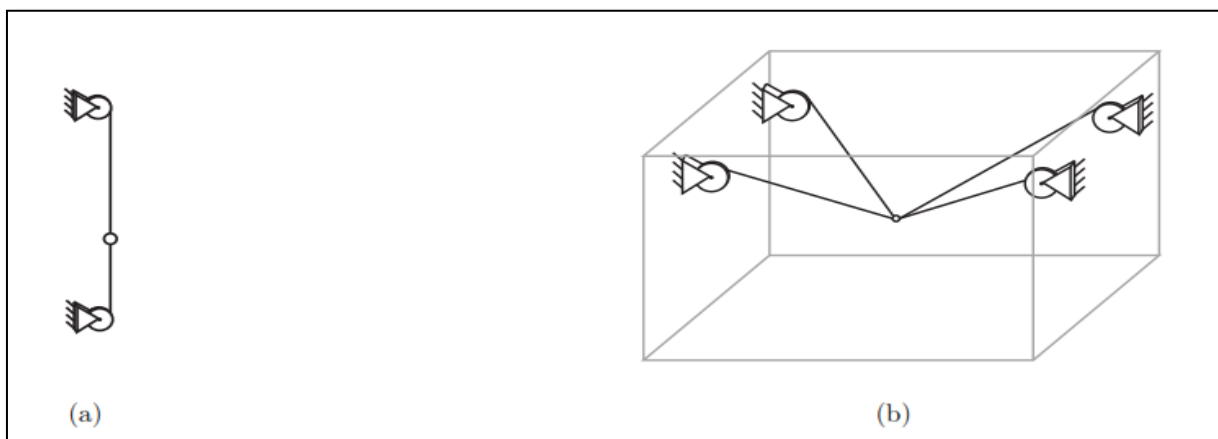
Figure 1.11 Le prototype mécanique de STRING-MAN

Une interface haptique est un robot à huit câbles a été développé et établie à l'université de l'Ohio. Le but est de créer un dispositif d'entrée/sortie qui fournit des forces et des moments six degrés de liberté (six DDL), qui agissent sur l'opérateur humain en réalité virtuelle dans les applications distances, la structure représentée dans la figure (I.12) [24].



Figure I.12 Interface haptique de 6 degrés de liberté

Figure (1.13) illustre les schémas de mécanismes parallèles entraînés par câbles : Un degré de liberté en position et deux câbles (a), trois degrés de liberté en position et quatre câbles (b), deux degrés de liberté en position et quatre câbles (c), trois degrés de liberté (deux en position, un en rotation) et quatre câbles (d), six degrés de liberté (trois en position et trois en rotation) et six câbles (e) [25].



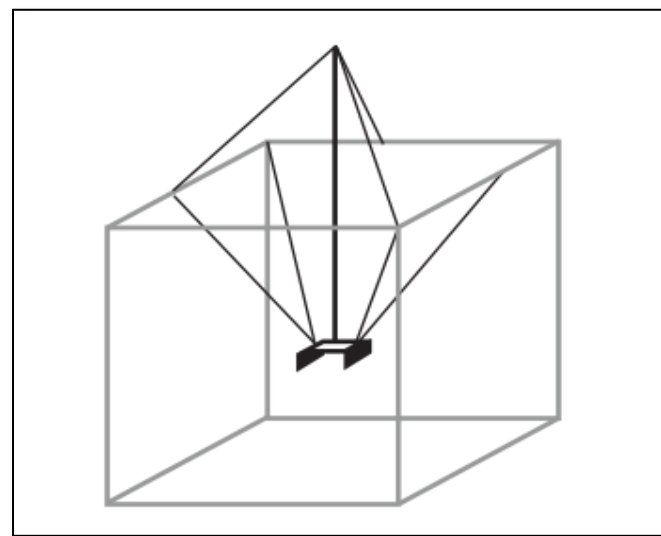
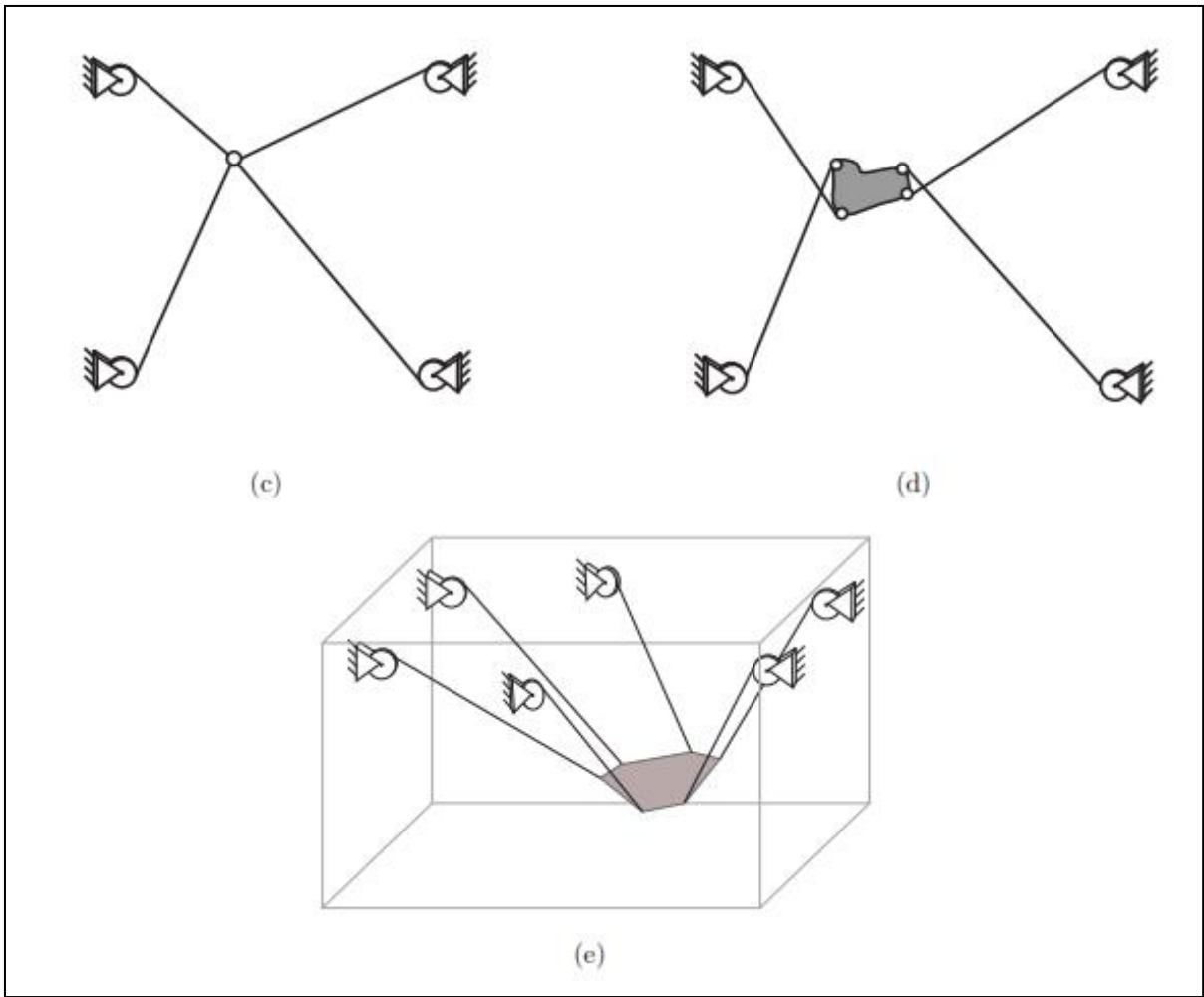


Figure 1.13 Schéma du robot Falcon, un des premiers robots à câbles pleinement contraint.

I.5.1. Mode suspendu

Un exemple de ce mode d'opération est montré à la figure (1.14). Dans ce mode, le robot ne peut générer des efforts que dans certaines directions. La gravité joue, alors, un rôle prédominant dans son fonctionnement car c'est elle qui garde les câbles en tension. Ce mode est possible pour des robots possédant plus ou autant de câbles que de degrés de liberté de mouvement à la plateforme. Dans ce mode, les câbles ne peuvent pas créer de tension interne en travaillant les uns contre les autres.



Figure 1.14 Une des versions du NIST Robocrane, un des premiers robots suspendus entraîné par câble.

I.5.2. Mode pleinement contraint

Un robot en mode pleinement contraint est dans une configuration polyvalente [25], où il peut générer des efforts dans toutes les directions. Un exemple est montré à la figure (1.8). Pour qu'un robot à n degrés de liberté se retrouve dans ce mode, une condition nécessaire mais, non suffisante est qu'il possède au moins $n + 1$ câbles [26]. Dans l'espace des poses polyvalentes, les câbles peuvent travailler les uns contre les autres et les tensions doivent donc être gérées en plus des longueurs de câbles dans le contrôle.

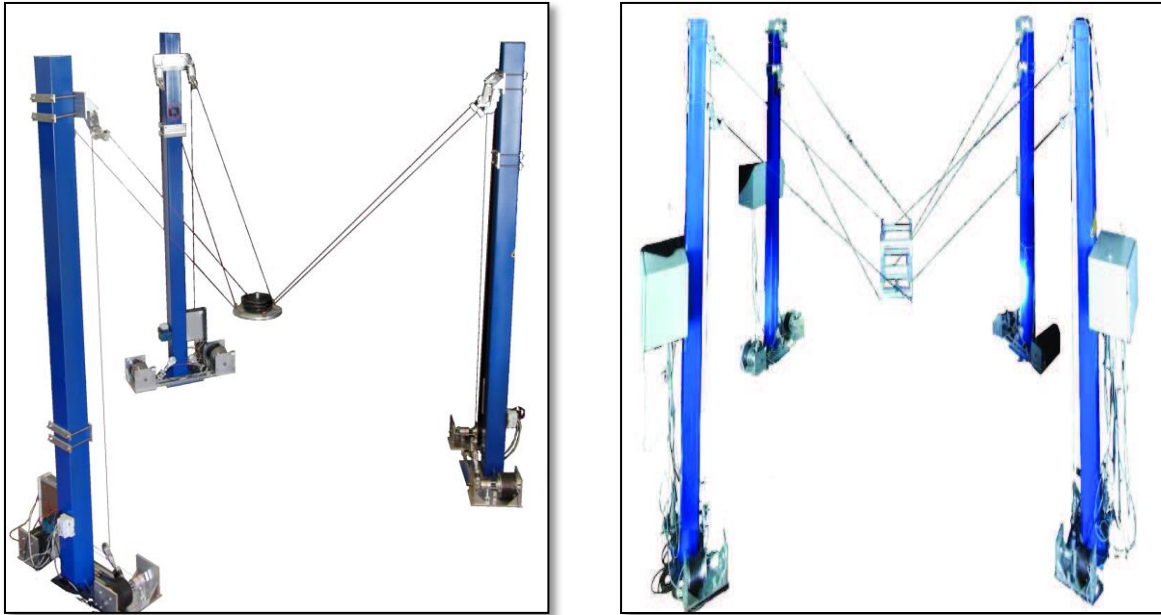
Des robots parallèles à câbles en configuration pleinement contrainte, ont également été,

développés pour des opérations de manipulation d'objets à grande vitesse. Citons deux robots parallèles à câbles redondant s'équipés de sept câbles pour six DDL, le FALCON [27] et le SEGESTA [28], dont une photo est donnée à la figure 1.6b, ainsi que, trois robots parallèles à câbles équipés de huit câbles pour six DDL, le WARP [29] et une version de l'IPANEMA [30], montrées à la figure I.15[20].



Figure 1.15 Un prototype de robots parallèle à câbles.(Le SEGESTA),
développé à l'Université de Duisburg-Essen

Le prototype suivant TECNALIA.REELAX6, montré à la figure I.16a est un robot parallèle à câbles suspendu équipé de six câbles pour contrôler les six DDL de la plateforme. La version actuelle, REELAX8, est un robot parallèle à câbles à redondance d'actionnement doté de huit câbles pour six DDL. Ce prototype se décline en deux configurations: REELAX8-S suspendu, illustré à la figure 1.16b et REELAX8-PC pleinement contraint [1].



(a) REELAX6

(b) REELAX8-S

Figure 1.16 Premiers prototypes de robots parallèles à câbles développés au LIRMM en collaboration avec TECNALIA.

I.5.3. Assistance et secours

Des robots parallèles à câbles suspendus “mobiles” ont également été imaginés pour des opérations de secours sur des zones étendues suite à des catastrophes naturelles. Ces systèmes bénéficient de la simplicité, de la légèreté et de la flexibilité des robots parallèle à câbles afin d’être déployés autour de personnes à secourir. Bosscher et al. ont proposé ce concept en 2005 dans [31]. Dans cet article, les auteurs proposent de monter trois poteaux télescopiques, supports des points de sortie des câbles, sur des véhicules mobiles. Le robot possède six câbles ou plus, pour six DDL. Merlet et Danet [32] proposent d’équiper le MARIONET-CRANE d’une caméra thermique capable de localiser un corps à plus de cinquante mètres. Afin de faciliter l’installation sur place d’un tel système, il est envisageable d’utiliser des générateurs d’électricité portables et de communiquer avec les variateurs en Wi-Fi. Cette application est illustrée par la figure 1.17. [33]



Figure 1.17 Mise en situation du robot de secours MARIONET-CRANE, développé à l'INRIA Sophia-Antipolis par l'équipe projet COPRIN.

I.5.4.Rééducation

La robotique parallèle à câbles peut aussi être appliquée à la rééducation. Ici, les robots parallèles à câbles permettent de soulager, totalement ou partiellement, le patient du poids d'une ou plusieurs parties de son corps lors d'exercices. On trouve des exemples d'applications de robotique parallèle à câbles pour la rééducation de la marche [34] du bras [35, 36,37] ou encore de la jambe [38, 36, 39].

D'après exposé la définition et leur application, la classe des robots parallèle à câbles partiellement contraints inclue les robots parallèle à câbles suspendus. Une configuration suspendue, illustrée à la figure 1.18, décrit une géométrie où les points de sortie des câbles sont toujours situés au-dessus de la plateforme, [40] quelle que soit sa pose dans son espace d'évolution. La gravité ici joue un rôle crucial, elle permet, dans certaines poses, de garder tous les câbles tendus. La gravité aussi agit alors comme un câble vertical supplémentaire à tension constante. Une telle configuration ne sera jamais pleinement contrainte. En effet, aucun ensemble de tensions des câbles ne permet, par exemple, de résister à une action extérieure verticale ascendante appliquée sur la plate-forme. Toutefois, sous certaines conditions, il est possible de contrôler l'ensemble des DDL de la plate-forme mobile.[19]

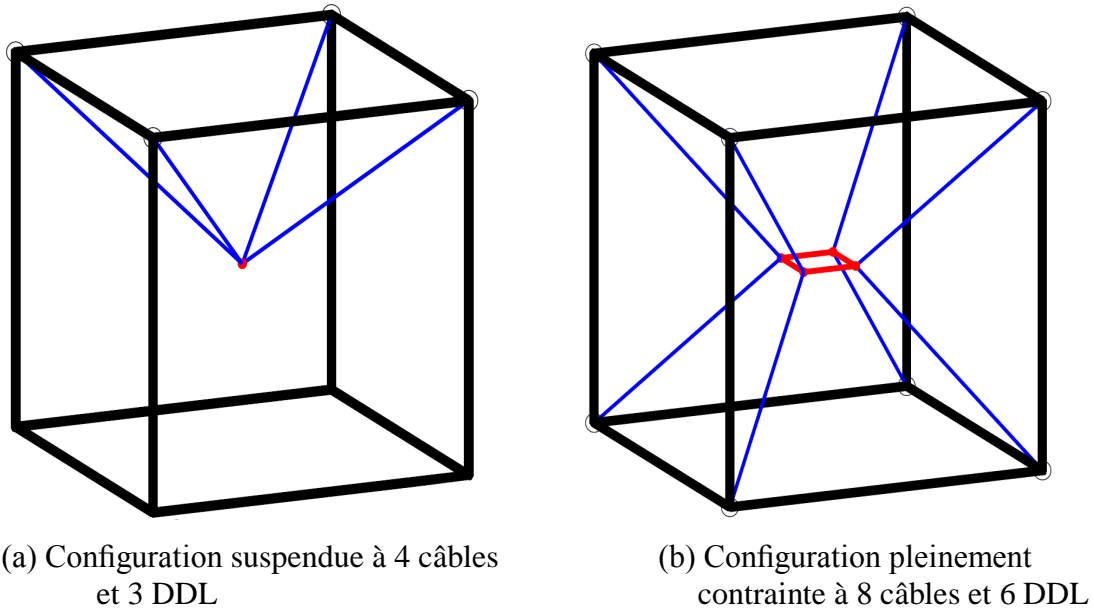


Figure 1.18 Deux exemples de robots à câbles spatiaux.

Une autre représentation d'un robot à câbles entraîné par huit câbles est représentée par la figure(19).

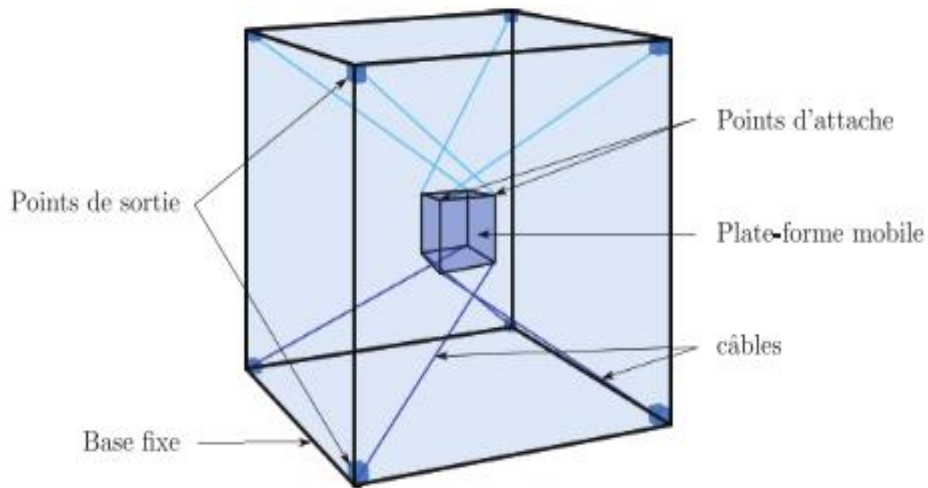


Figure1.19 Représentation schématique d'un robot parallèle à câble pleinement contraint à six degrés de liberté actionné par huit câbles.

Ainsi, des applications de rééducation ont été proposées pour les segments supérieurs ou inférieurs (Fig. 1.20b). Ce type d'application peut, également, tirer profit de la discrétion des câbles afin de coupler les tâches de rééducation à un environnement de réalité virtuelle (Fig. 1.20b).[22]



(a) NEREBOT [41]



(b) KINEHAPTIC 2 [42]

Figure 1.20 Deux exemples de robots à câbles utilisés pour la rééducation du membre supérieur.

I.6.Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les robots parallèles à câbles et les notions qui s'y rapportent. Ces robots sont très diversifiés. Nous avons rappelé qu'il existe plus que 1140 architectures possibles de robots plans (x,y) ou les robots spatiaux. Toutes ces architectures ne sont pas évidentes à modéliser comme il n'existe pas de méthode systématique permettant de le faire. En plus, de ces difficultés de modélisation, il existe des configurations singulières à éviter. Ces configurations singulières rendent la simulation des robots parallèles très compliquée.

Chapitre II

Présentation de la Caractérisation géométrique des robots parallèle à câbles

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| II.1 Introduction | 19 |
| II.2 Caractérisation d'un robot parallèle à câbles..... | 19 |
| II.3 La Géométrie d'un robot parallèle à câbles | 19 |
| II.3.1 Modèle géométrique inverse..... | 21 |
| II.3.2 Modèle géométrique direct..... | 21 |
| II. 5 Différentes modélisations du câble | 26 |
| II. 6 Singularité | 29 |
| II. 7 Représentation de l'interface graphique..... | 29 |
| II. 8 Conclusion..... | 34 |

II.1.Introduction

Dans ce chapitre on a présenté la géométrie du mécanisme sera étudié pour les robots parallèles, ainsi que les choix qui ont mené à sa conception. Ce robot est intéressant car son actionnement peut être déporté et sa compacité peut ainsi être améliorée. L'utilisation des câbles au lieu des segments rigides permet d'augmenter de manière significative l'espace de travail dès lors que des câbles longs peuvent être utilisés.

II.2. Caractérisation d'un robot parallèle à câbles

II.2.1. Définitions

Un manipulateur à câbles est un robot de type parallèle dont les jambes sont des câbles. Il est constitué d'une base fixe, d'une plate-forme rigide et des câbles les liants. La longueur des câbles est pilotée par des actionneurs qui permettent de déplacer et orienter la plate-forme. Les tensions dans les câbles imposent le torseur d'actions mécaniques désiré à la plate-forme. Étant donné qu'on ne peut que tirer sur les câbles, leur tension doit être positive. [43]

L'architecture d'un robot à câbles est définie par sa géométrie, le nombre de câbles et la position des points d'attache respectivement sur l'effecteur et sur la base. Le nombre de câbles et les positions d'attache permettent d'estimer le nombre de ddl. Selon les contraintes de mobilité, le nombre de câbles et le nombre de ddl, ces robots peuvent être classifiés en deux catégories [42].

II.2.2. Pleinement contraint

Le robot est dit pleinement contraint s'il est capable de générer des efforts dans toutes les directions. Pour qu'un robot à n ddl soit dans cette catégorie, il est nécessaire d'avoir au moins $n+1$ câbles pour que les efforts dans les n directions soient contrôlables [43] Cette condition est nécessaire mais pas suffisante.

II.2.3. Sous-contraint

Le robot est sous-contraint s'il est capable de générer des efforts uniquement dans certaines directions. C'est le cas des robots suspendus où la gravité assure le maintien des câbles en tension. Ainsi, un effort dans un sens opposé à la gravité ne peut pas être compensé par ce type de robot.

II.3. La Géométrie d'un robot parallèle à câbles

La géométrie des robots à l'étude sont présentées dans les figures suivantes. Ils consistent en une structure comporte des moteurs, enroulant chacun un câble. Chaque câble repose sur une poulie avant de se rattacher à l'effecteur, qui lui reste suspendu.

Il est aussi intéressant de noter que, lors des tests pratiques, un effecteur spatial est utilisé cinq câbles reliant l'effecteur à la structure. Les câbles sont effectivement utilisés deux par deux, tout simplement pour tenter de contraindre le déplacement du robot à un plan, comme le prototype lui est en trois dimensions. Ce même prototype pourra être réutilisé lors de la conception d'une méthode de planification de trajectoire et commande dans l'espace. [46]

II.3.1. Modélisation géométrique direct et inverse

Dans cette section, on cherche à établir le modèle géométrique direct et le modèle géométrique inverse pour les robots à câbles dans le plan 2D (3 et 4 câbles), et pour les robots à câbles dans le plan 3D (5 et 8 câbles).

II. 3.1.1. Robots parallèles à 3 et 4 câbles (plan 2D)

Les figures ci-dessus montrent la représentation schématique des robots à trois et quatre câbles.

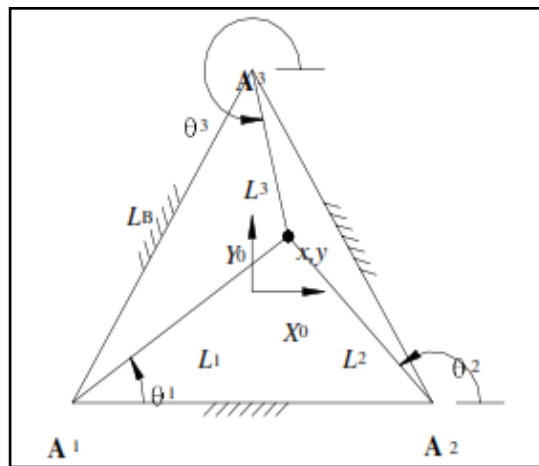


Figure 2.1 Représentation schématique du robot à trois câbles

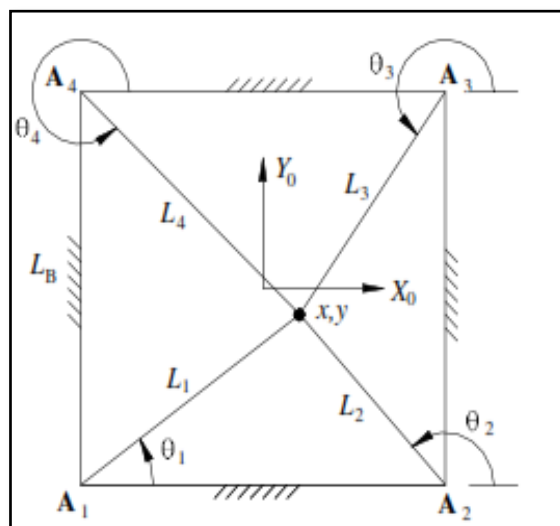


Figure 2.2 Représentation schématique du robot à quatre câbles

II. 3.1.1.a.Modèle géométrique inverse (MGI)

Ce modèle a pour le but de déterminer les longueurs des câbles « L_i » et les angles « Θ » entre l'axe X et les câbles en fonction de la position {X, Y}. Le modèle géométrique Inverse peut s'exprimer par les relations suivantes [47] :

$$L_i = \sqrt{(x - A_{ix})^2 + (y - A_{iy})^2} ; i=1...(3ou 4) \dots\dots\dots \text{(II.1)}$$

$$\Theta_i = \arctan g\left(\frac{y - A_{iy}}{x - A_{ix}}\right) ; i=1...(3ou 4)\dots\dots\dots \text{(II.2)}$$

II. 3.1.1.b.Modèle géométrique direct (MGD)

Le MGD exprime la position de l'effecteur M(x, y) en fonction des longueurs des câbles L_i . Pour les manipulateurs parallèles, le modèle géométrique directe est difficile à résoudre, cause de sa structure fermée (les angles Θ_i sont liés avec les longueurs des câbles L_i). La relation entre la position $X=(x, y)$ et les coordonnées généralisées est non linéaire.

Ce problème peut être simplifié en déplaçant le repère R(O,X,Y) en point A1 ce qui nous donne des nouveaux coordonnées des points $A_1=(0,0)^T$ et $A_2=(Lb,0)^T$. Alors la solution du modèle géométrique direct est l'intersection de deux cercles, un de centre A_1 avec rayon L_1 , et l'autre de centre A_2 de rayon L_2 . Le résultat est [47]:

$$\begin{cases} x = \frac{Lb^2 + L_1^2 - L_2^2}{2Lb} \\ y = \pm\sqrt{L_1^2 - x^2} \end{cases} \dots\dots\dots \text{(II.3)}$$

La solution de modèle géométrique direct exige le choix la valeur positive de y

II. 3.1.2.Robots parallèles à cinq et huit câbles (plan3D)

Les figures ci-dessus montrent la représentation schématique des robots à cinq et huit câbles

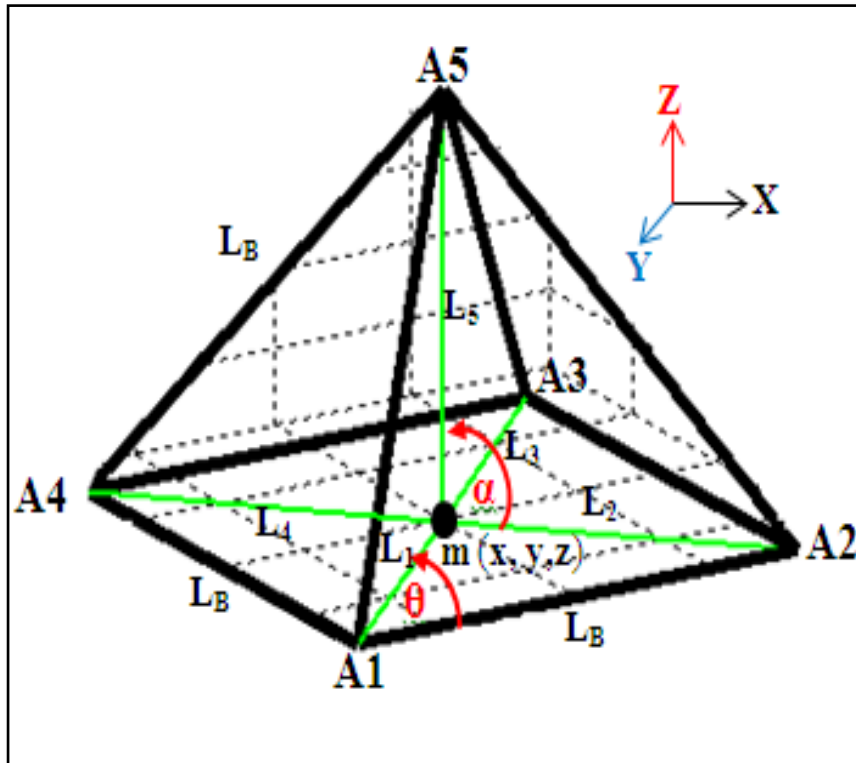


Figure 2.3 Représentation schématique du robot à cinq câbles se forme pyramide

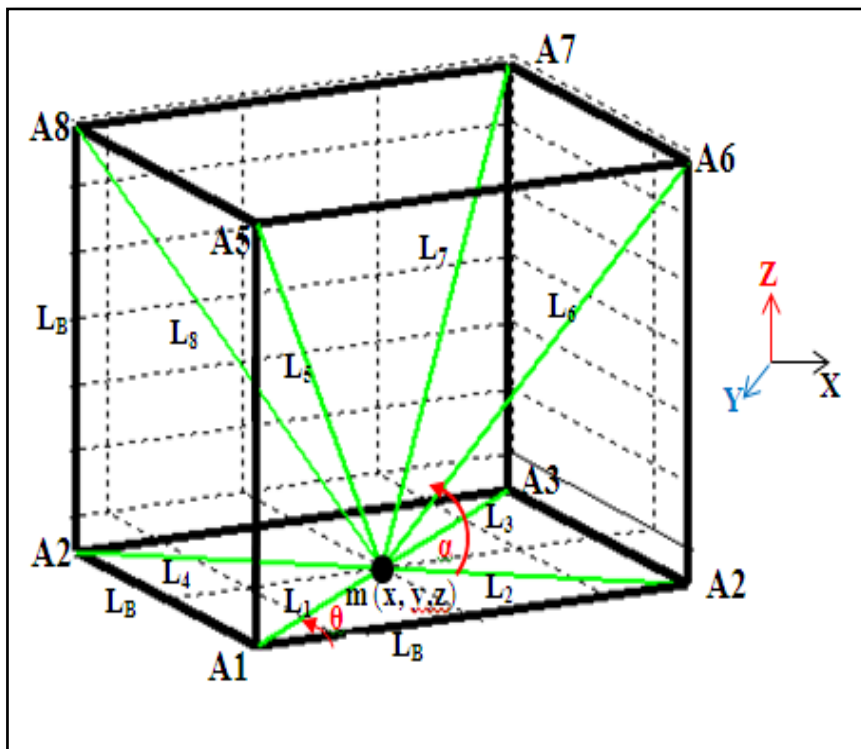


Figure 2.4 Représentation schématique du robot à huit câbles se forme cubique

II. 3.1.2.a. Modèle géométrique inverse (MGI)

Ce modèle a pour but de déterminer les longueurs des câbles « L_i » et les angles « Θ » entre l'axes X, Y et « α » entre le plan horizontale (X,Y) et l'axe Z. Le modèle géométrique Inverse peut s'exprimer par les relations suivantes :

$$L_i = \sqrt{(x - A_{ix})^2 + (y - A_{iy})^2 + (z - A_{iz})^2} ; i=1...(5ou 8) \dots\dots\dots (II.4)$$

$$\Theta_i = \arctan g\left(\frac{y - A_{iy}}{x - A_{ix}}\right) ; i=1...(5ou 8) \dots\dots\dots (II.5)$$

$$\alpha_i = \arctan g\left(\frac{z - A_{iz}}{\sqrt{(x - A_{ix})^2 + (y - A_{iy})^2}}\right) ; i=1...(5ou 8) \dots\dots\dots (II.6)$$

II. 3.1.2.b. Modèle géométrique direct (MGD)

Même méthode qui suivi en plan 2D (X,Y), on a appliqué en plan 3D (X,Y,Z) pour trouver les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{Lb^2 + L_1^2 - L_2^2}{2Lb} \\ z = \frac{Lb^2 + L_1^2 - L_5^2}{2Lb} \\ y = \pm\sqrt{L_1^2 - x^2} \end{array} \right. \dots\dots\dots (II.7)$$

II.4. Espace accessible des robots parallèle à câbles

Pour les robots conventionnels, parallèles ou sériels, l'espace de travail est généralement limité par les butées articulaires, les singularités et les éventuelles collisions entre les segments du robot. Pour les robots parallèles à câbles, comme nous l'avons vu à la sectionII.3.1, les limites dues aux butées articulaires sont repoussées très largement étant donné qu'il est généralement possible de dérouler de grandes longueurs de câble. L'espace de travail des robots parallèles à câbles est ainsi principalement limité par la nécessité de garder tous les câbles tendus [1].

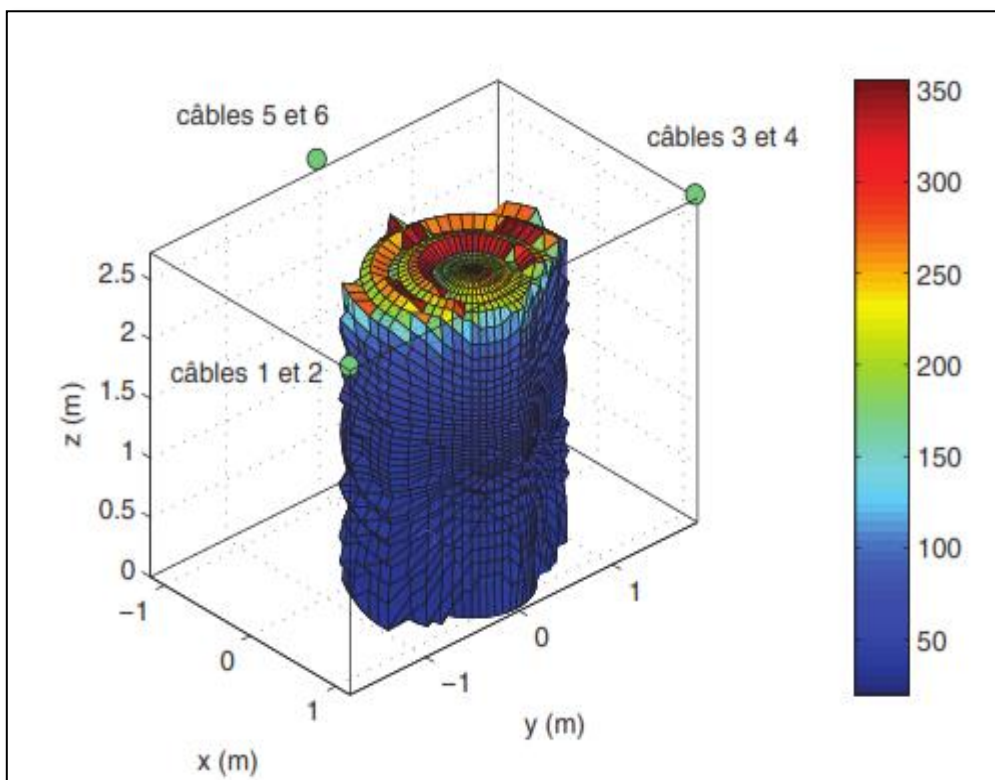
Le dimensionnement d'un mécanisme à câbles consiste à assure l'adéquation de son espace de travail par rapport à la tâche souhaitée. L'espace de travail se définit comme l'ensemble des poses de l'effecteur pour des contraintes, chaque contrainte définit un espace qui lui est propre et l'intersection de ces espaces définit l'espace atteignable.

Définition 1: L'ensemble des poses (positions et orientations) de la plate-forme libre de collisions (câble-câble ou câble-plate-forme) pour lesquelles les câbles peuvent équilibrer tout

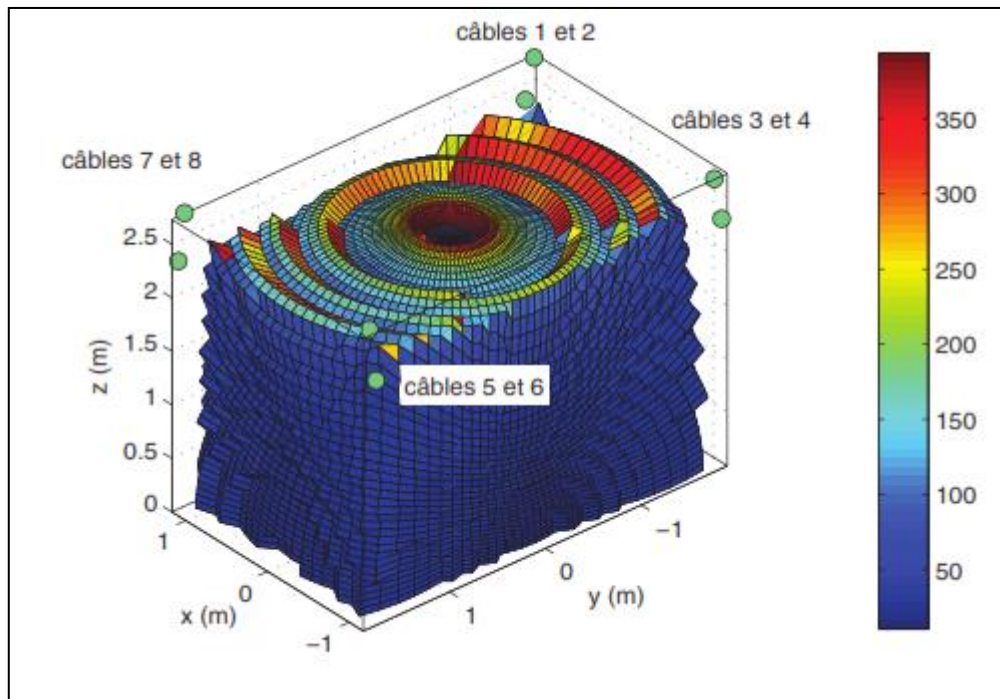
torseur d'efforts d'un ensemble donné T de torseurs avec des tensions admissibles ($0 \leq t$) est appelé Espace de Travail Commandable (ETC). Cette définition pratique de l'espace de travail d'un robot parallèle à câbles dépend $\min \leq t \leq \max$. [20]

- des coordonnées des points de sortie des câbles de la base du robot.
- des coordonnées des points d'attache des câbles sur la plate-forme.
- de l'arrangement des câbles entre ces deux ensembles de points.
- des tensions minimales t_{\min} et maximales t_{\max} des câbles.
- de l'ensemble des torseurs T .

Les deux exemples suivants montrent l'accroissement du volume du robot, par rapport au volume d'une pièce de dimension donnée.



(a) Configuration à six câbles.



(b) Configuration à huit câbles.

Figure 2.4 ETC obtenus pour un arrangement de six et huit câbles dans une pièce.

II.5. Différentes modélisations du câble

Une caractéristique critique des robots parallèles à câbles est le caractère unidirectionnel de l'actionnement. Ainsi, les moyens à mettre en œuvre afin de garder les câbles tendus lors de la réalisation d'une tâche sont très régulièrement discutés dans la littérature. Ces études, bien qu'indispensables, se focalisent cependant sur cette problématique et utilisent des modèles de câbles basiques. Les câbles sont généralement assimilés à des corps homogènes, rigides et sans masse. Cette modélisation « simpliste » permet de considérer les câbles comme des segments de droite indéformables ayant une masse négligeable à condition qu'ils soient tendus.

De surcroît, les matériaux qui composent les câbles sont très variés, allant de la fibre métallique (acier inoxydable, acier galvanisé, zinc,...) au tissu, en passant par différents types de matériaux polymères (Dyneema, Kevlar,...). Les câbles peuvent également être Composés de matériaux différents, par exemple quand le cœur du câble (toron central) est d'un matériau différent de celui des torons externes. Le cœur du câble peut également être un câble de signal ou de puissance. Cette hétérogénéité va de pair avec un comportement non-linéaire du câble.

[1]

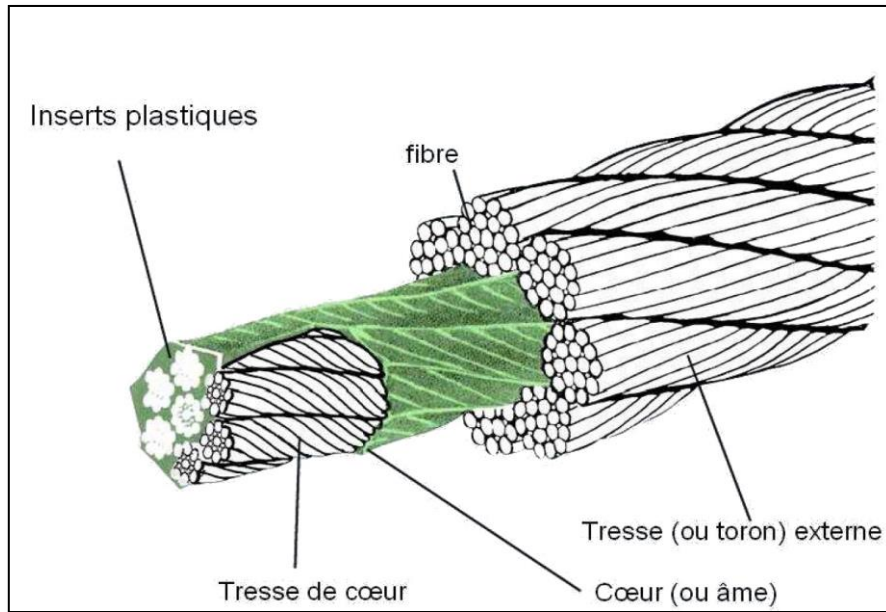


Figure 2.6 Schéma d'un exemple de construction de câble.

II.5.1. Modèle d'un câble

Le problème le plus rencontré dans la modélisation des robots à câbles est le comportement des câbles sous tension [48]. Actuellement, la majorité des travaux réalisés sur les robots à câbles utilisent un modèle de câble simplifié, sans masse ni élasticité, cette modélisation permet en effet d'utiliser de nombreux résultats issus des robots parallèles rigides d'architecture de type Gough [49, 50].

La figure suivante présente comment relie un point A_i de la base fixe et le point B_i de l'effecteur final.

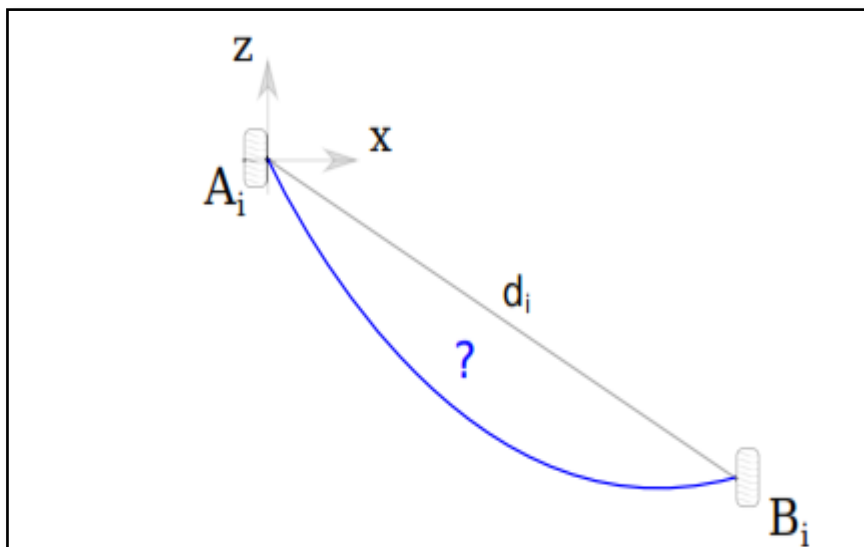


Figure 2.7 comment modéliser un câble dans le plan vertical contenant A_i et B_i ?

Avec :

d_i : la distance entre A_i et B_i

l_i : la longueur de câble déroulée (c'est à dire sans effort et tension nulle)

L_i : la longueur réelle du câble.

II.5.1.a. câble indéformable de masse nulle

Quand on dit qu'un câble sans masse c'est à dire un corps rigide qui n'existe pas. Cette hypothèse forte permet une modélisation simplifiée des robots et l'erreur commise par l'utilisation de ce modèle. Ce modèle est considéré le câble comme un segment droit de longueur l_i entre A_i et B_i c'est à dire $d_i = l_i = L_i$ comme représenté dans la figure 2.8.

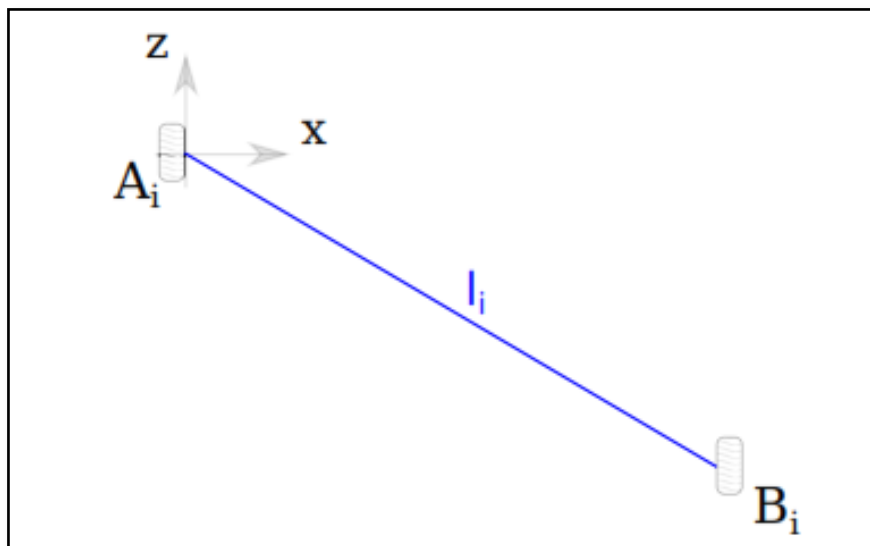


Figure 2.8 Un câble indéformable de masse nulle

II.5.1.b Câble élastique de masse nulle

D'après l'étude qui on a fait sur les câbles on remarque que la majorité des câbles sont élastiques, c'est à dire il faut s'étaler en fonction de tension. Il est possible de prendre en compte cette élasticité tout en considérant la masse du câble comme négligeable. Ainsi que la relation de la tension peut s'écrire comme suite :

$$\tau_i = k (L_i - l_i)$$

Où k définit les caractéristiques physiques du câble et τ_i c'est la tension du câble.

La figure suivante présente ce cas.

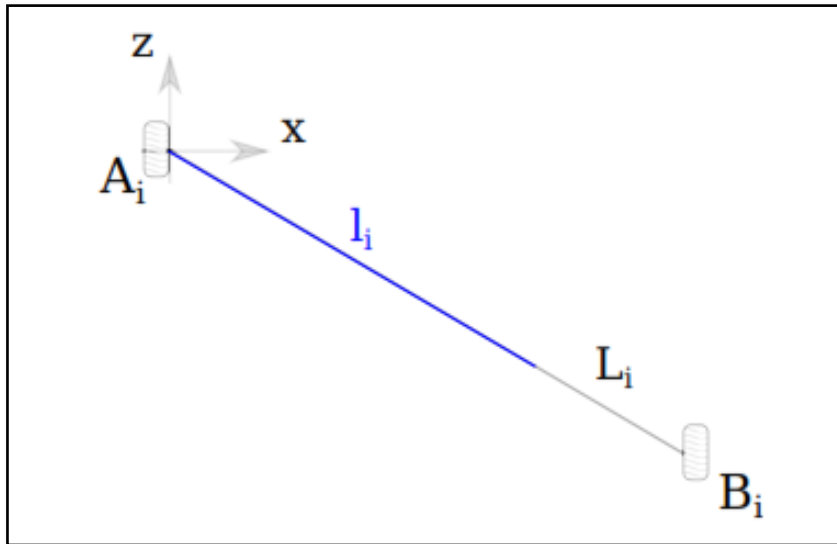


Figure 2.9 Un câble élastique de masse nulle

II.5.1.c. Câble élastique de masse non nulle

Ce modèle est très rarement utilisé pour les robots parallèles à câbles, par contre est plus réalistes pour les travaux d'ivtrine dans le génie civil [51]. Il est utilisé dans la modélisation de structure à haubans principalement et les quantités L_i, l_i, d_i sont grandeurs différentes comme représenté dans la figure ci-après.[48]

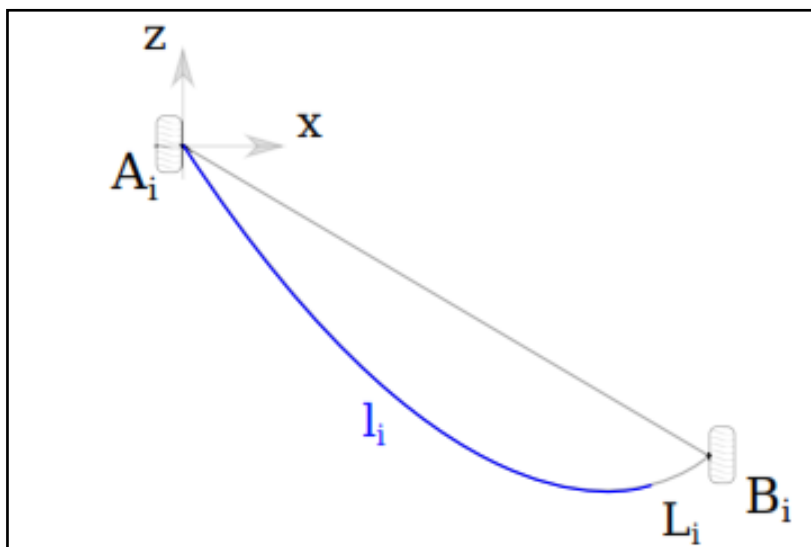


Figure 2.10 Un câble élastique de masse non nulle

Dans notre étude on a utilisé le premier cas (indéformable avec une masse nulle)

II.6. Singularités

Tous les manipulateurs qu'ils soient parallèles ou sériels, présentent des configurations où le nombre de degrés de liberté du manipulateur est différent de celui des autres configurations. Dans le cas où le nombre de câbles est égal à $n + 1$, avec n le degré de liberté du robot. Ces configurations sont appelées configurations singulières. Les manipulateurs peuvent alors gagner ou perdre des degrés de liberté dans ces configurations singulières. De plus, ces configurations peuvent être à la frontière de l'espace de travail comme pour les robots parallèle à câbles. Elles peuvent être aussi à l'intérieur de l'espace de travail. [49].

II.6.1. Les singularités parallèles

Ces singularités sont nécessitées à la perte de place de la matrice jacobienne parallèle. Dans ce cas, il est possible de déplacer la plateforme mobile tout en bloquant les (câbles) actionneurs. Ces singularités, propres aux manipulateurs parallèles, existent à l'intérieur de l'espace de travail, ce qui est extrêmement gênant lors de la planification de trajectoire. [49].

II.6.2. Les singularités sérielles

Ces singularités sont dues à la perte de rang de la matrice jacobienne sérielle. Dans ce cas, certaines vitesses de la plateforme ne peuvent pas être obtenues. Ces singularités représentent les limites de l'espace de travail.

II.6.3. Les singularités parallèles/sérielles

Ces singularités correspondent à une perte de rang simultanée des matrices jacobiennes parallèle et série. Dans ce cas il est possible de déplacer la plateforme mobile tout en bloquant les (câbles) actionneurs et en plus de cela, il existe des vitesses de la plateforme qui ne peuvent pas être obtenues.

II.7. Représentation de l'interface graphique

On a présenté ici l'interface graphique pour les deux plans 2D (X,Y) et 3D (X,Y,Z).

II. 7.1. Application sur le plan 2D (X,Y)

Fig. 2.7, 2.8 et 2.9, 2.10 présentent des interfaces de l'utilisateur graphique qui visualiser le comportement de notre robot à câble (3 et 4 câbles).

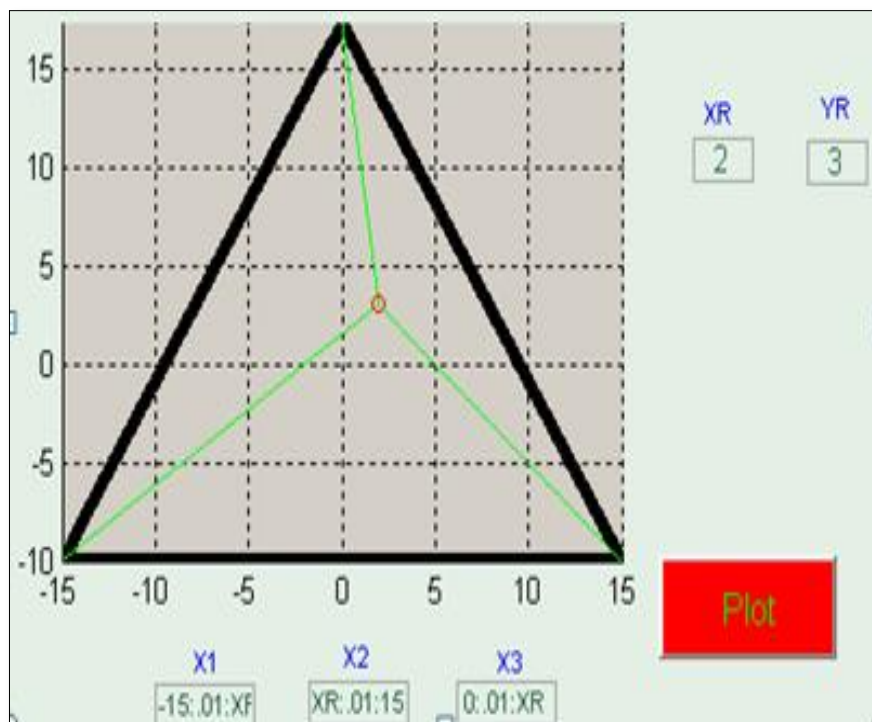


Figure.2.7 Simulation du transfert point à point (3 câbles)

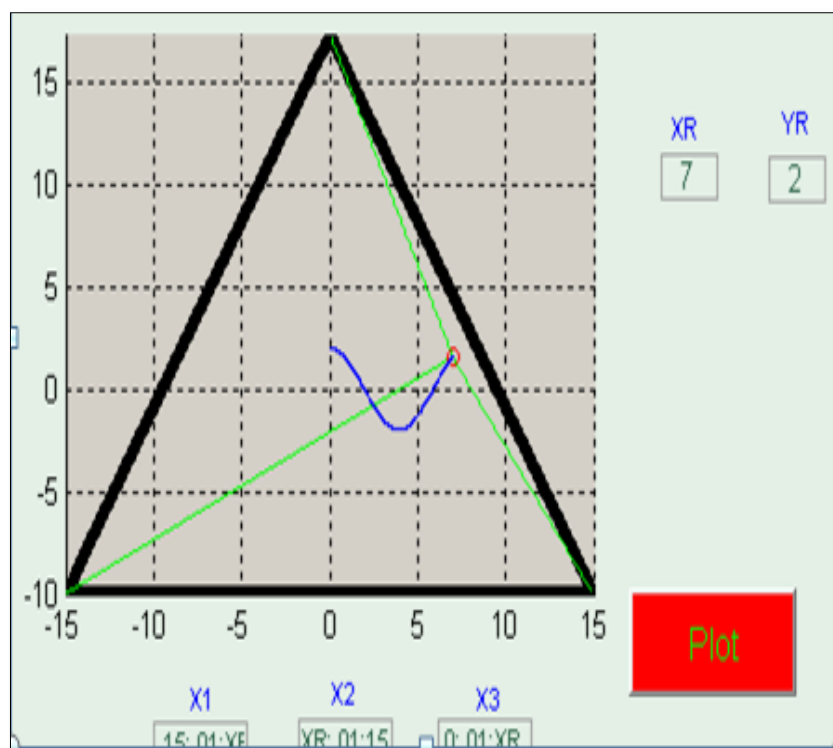


Figure.2.8 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie(Sinusoidale)

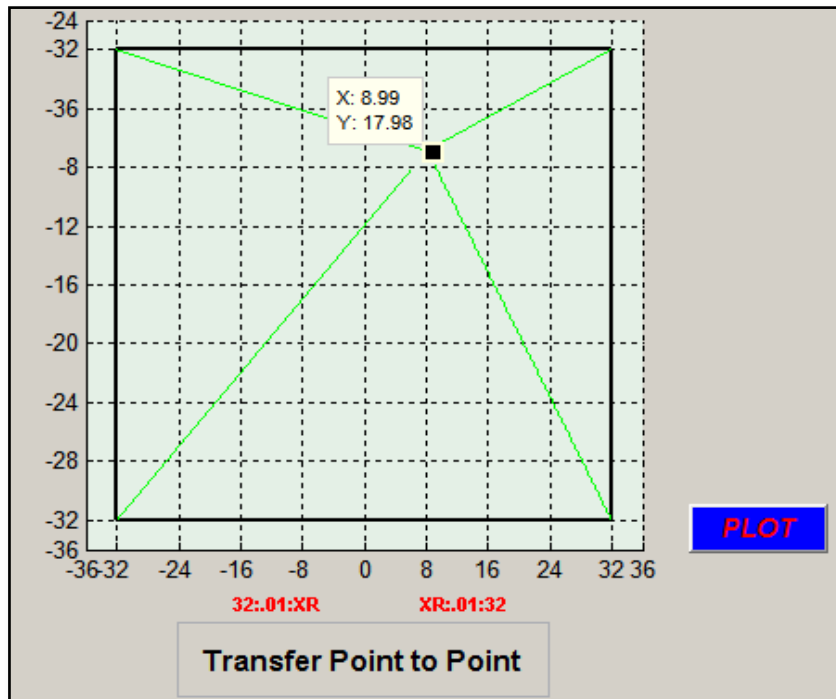


Figure.2.9 Simulation du transfert point à point (4 câbles)

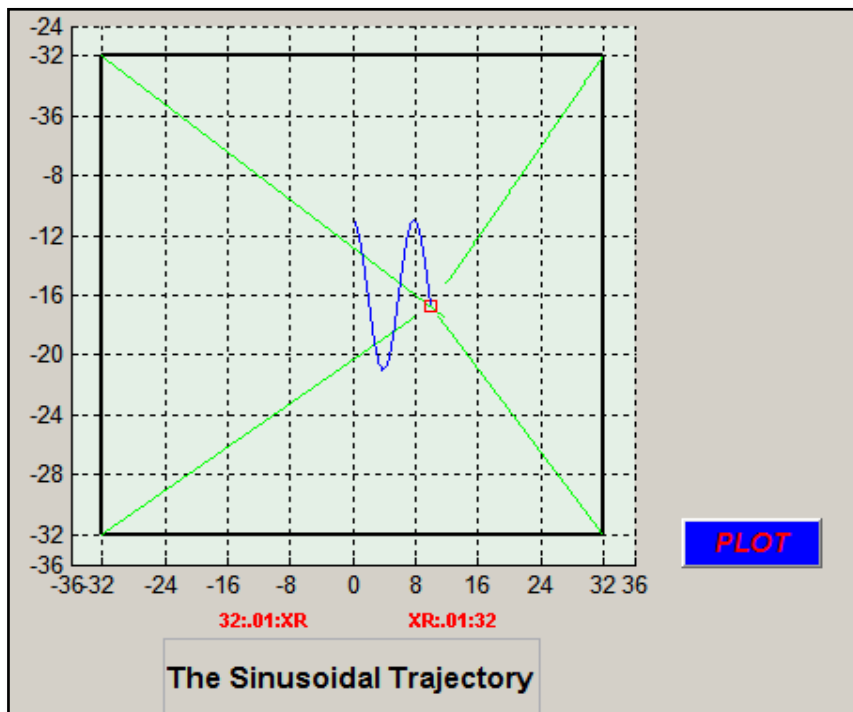


Figure.2.10 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie (sinusoïdale)

II.7.2 . Application sur le plan 3D (X,Y,Z)

Les figures ci-dessous présentent le comportement de notre robot à câble (5 et 8 câbles).

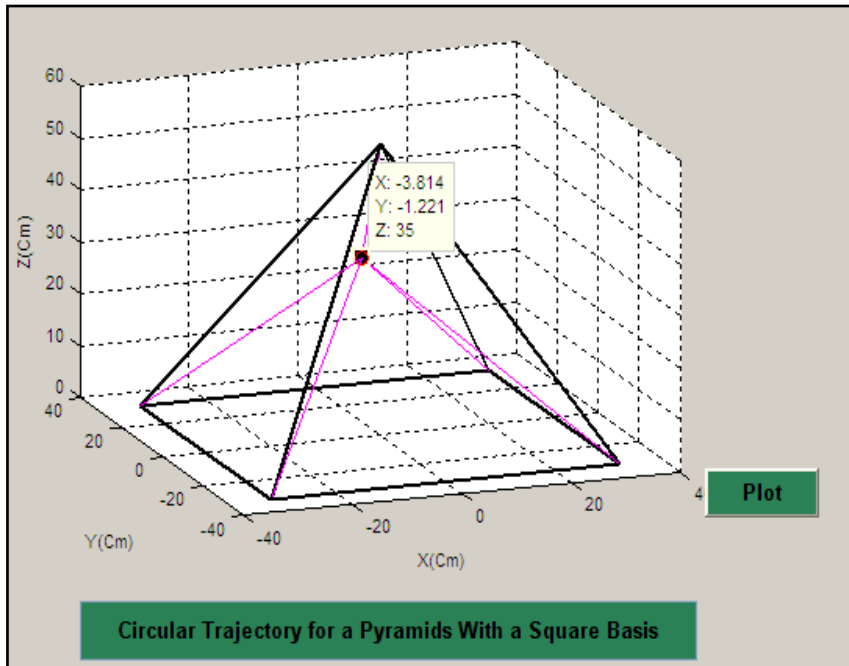


Figure.2.11 Simulation du transfert point à point pour une pyramide (5 câbles)

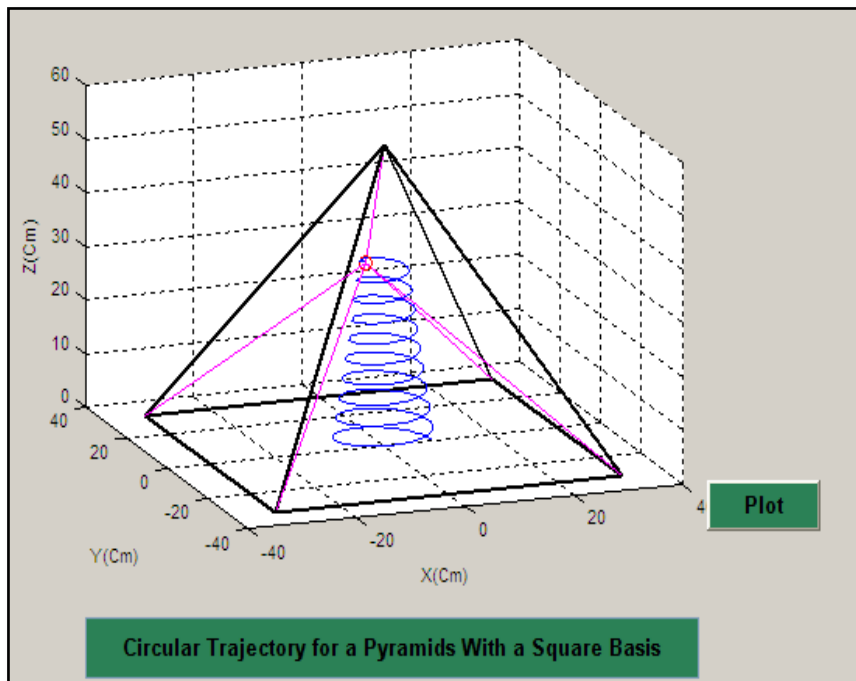


Figure.2.12 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie (spirale)

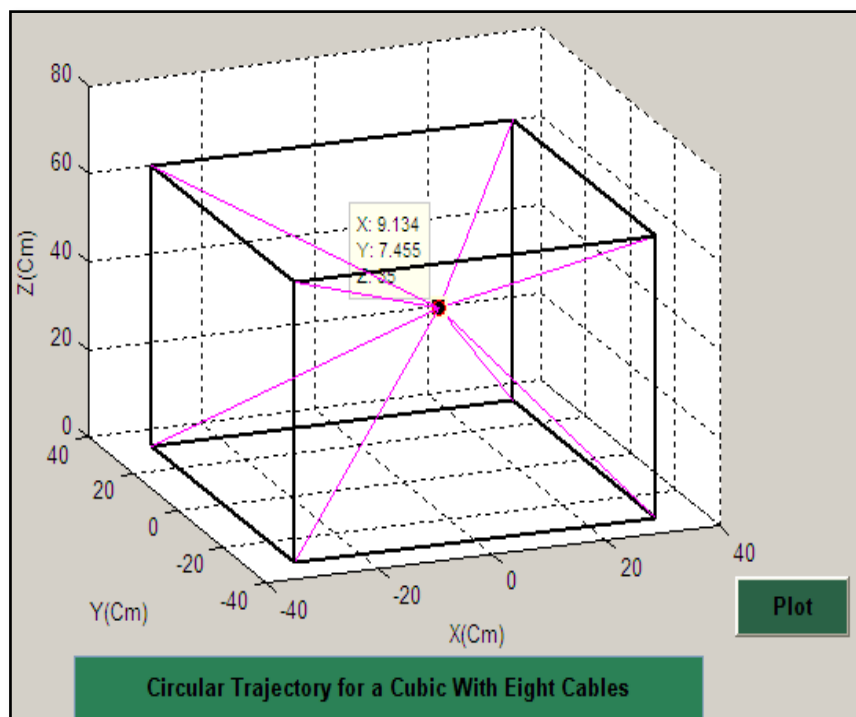


Figure.2.13 Simulation du transfert point à point pour une cubique (8 câbles)

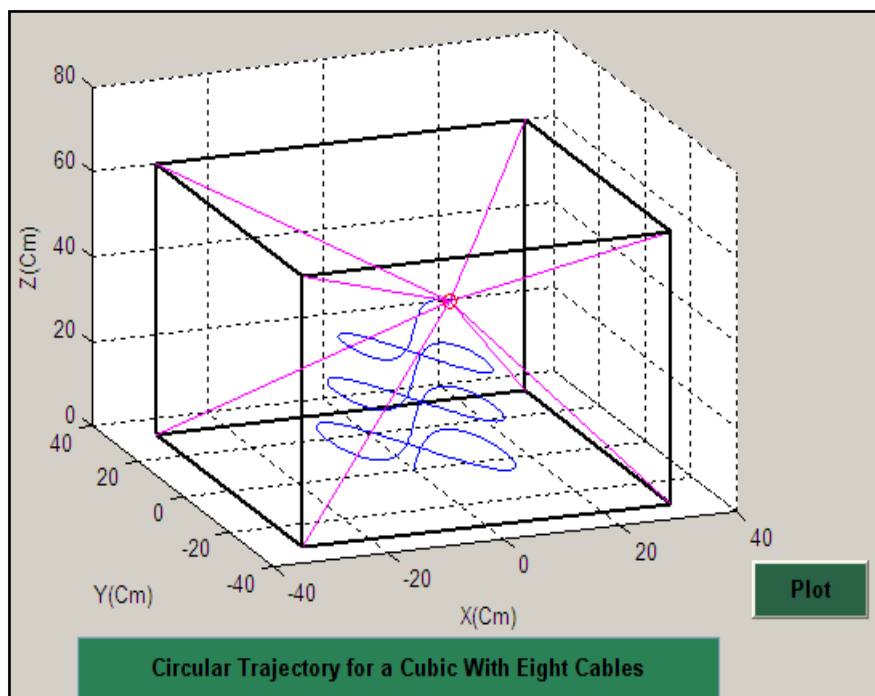


Figure.2.14 Simulation du transfert de l'effecteur final d'après une trajectoire prédéfinie (Sinusoïdale)

II.8. Conclusion

Ce chapitre a montré le modèle géométrique directe et inverse pour projeter l'espace opérationnel à n dimensions des coordonnées spatiales 3D de la plate-forme et dans l'espace à m dimensions des coordonnées cartésienne 2D du robot et plus on a expliqué le problème de l'espace de travail et le singularité et on a terminé ce chapitre avec la représentation de l'interface graphique pour les deux modes de plan.

CHAPITRE III

Modélisation Cinématique et dynamique des Robots Parallèles à Câbles

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| 1. Introduction | 35 |
| 2. Les Structures aux plan cartésienne 2D (X,Y) | 35 |
| 3. La Robot parallèle à 3 et 4 Câbles | 36 |
| 3.1. Modèle cinématique | 37 |
| 3.2. Modèle dynamique | 46 |
| 7. Les Structures aux plan spatial 3D (X,Y) | 49 |
| 7.1. Robot parallèle à cinq et huit Câbles | 49 |
| 8. Conclusion..... | 57 |

III.1.Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier deux types du plan pour les robots parallèles à câbles premièrement de réaliser un mouvement dans le plan cartésienne 2D (x,y), pour se là on a présenté une trajectoire est constituée de trois et quatre câbles réalisent un mouvement plan à deux et trois degrés de liberté. Pour le deuxième type du plan cartésienne 3D c'est à dire coordonnée spatiale (x,y,z), ce dernier on a présenté aussi deux structures ; une pyramide avec cinq câbles et une cubique à huit câbles (6ddl). Pour chacun des deux types du plan, on présentera la modélisation cinématique et aussi la modélisation dynamique.

III.2. Les Structures aux plan cartésienne 2D (X,Y)

III.3. Robots parallèle à trois et quatre câbles

La structure mécanique de ces robots sont constituées par:

- une base (cadre) fixe de forme triangle pour trois et carré pour quatre câbles.
- une plateforme mobile, qui porte l'organe terminal.
- La base et la plateforme mobile sont liées à traverse trois ou quatre câbles.
- chaque câble est lié à la base par un actionneur (moteurs). **Figure (3.1) et (3.2).**

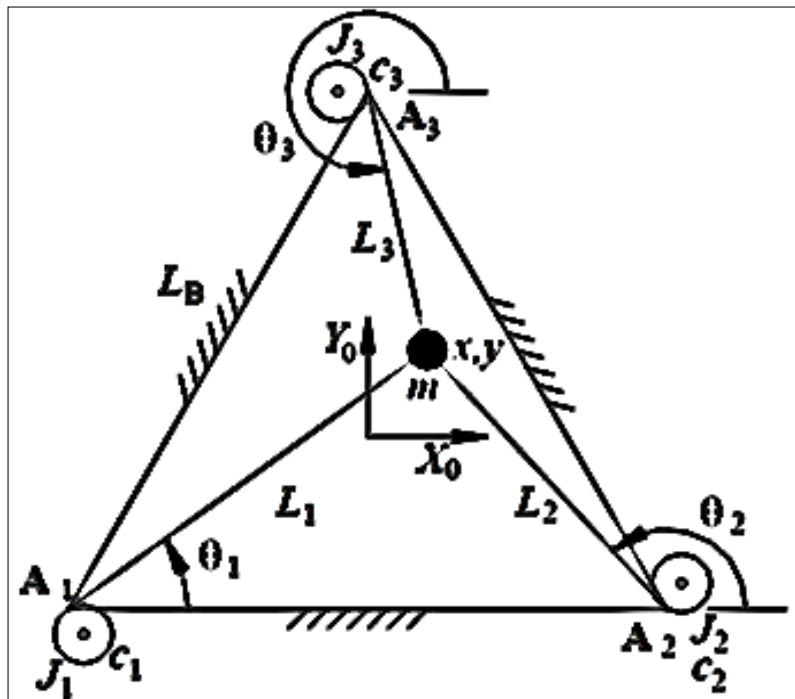


Figure 3.1 Robot parallèle à trois câbles

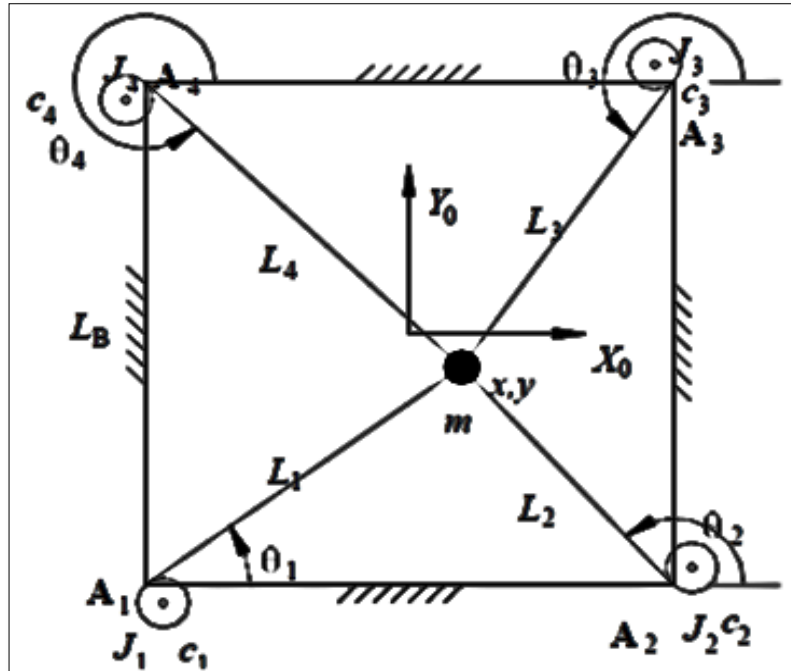


Figure 3.2 Robot parallèle à quatre câbles

Avec

r : Le rayon de la poulie de chaque moteur

m : La masse de l'organe terminal

C : Les coefficients d'amortissement visqueux de chaque arbre de moteur

J : Les inerties du rotor et de la poulie de chaque moteur

$\tau(i)$: Les couples appliqués par les moteurs

$\Theta(i)$: l'angle entre les axes X et les longueurs $L(i)$.

Quand on applique un couple τ ($\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$) sur les moteurs, ces couples produisent des tensions T (t_1, t_2, t_3) pour le robot à trois câbles et T (t_1, t_2, t_3, t_4) pour quatre câbles ces derniers appliquées sur les câbles des longueurs $L(i)$ avec ($i=1, \dots, 3$ ou 4) et la force résultante

$$f_R = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$$

III.3.1. Modélisation Cinématique

Dans cette partie nous présentons la modélisation inverse et directe de la vitesse du plan 2D pour les robots 3 et 4 câbles.

III.3.1.a. Modèle Cinématique Inverse

Premièrement on va commencer par le robot parallèle à 3 câbles, pour calculer le modèle cinématique inverse, nous considérons le i^{eme} vecteur suivant :

$$x = A_{ix} + L_i \cos(\Theta_i) \quad y = A_{iy} + L_i \sin(\Theta_i); i=1..3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{ix} + L_i \cos(\Theta_i) \\ A_{iy} + L_i \sin(\Theta_i) \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{(III.6)}$$

Si on le dérive $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ par rapport au temps et on inverse, on obtient :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta_i) & -L_i \sin(\Theta_i) \\ \sin(\Theta_i) & L_i \cos(\Theta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{L}_i \\ \dot{\Theta}_i \end{pmatrix} \quad i=1..3 \dots\dots\dots \text{(III.7)}$$

A partir de l'équation (III.7) on obtient que:

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_i \\ \dot{\Theta}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta_i) & \sin(\Theta_i) \\ -\sin(\Theta_i)/L_i & \cos(\Theta_i)/L_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad i=1..3 \dots\dots\dots \text{(III.8)}$$

Comme nous nous intéressons à la longueur du câble actif en fonction de la position de l'effecteur nous pouvons extraire la première ligne de (III.8) pour obtenir la vitesse cinématique.

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta_1) & \sin(\Theta_1) \\ \cos(\Theta_2) & \sin(\Theta_2) \\ \cos(\Theta_3) & \sin(\Theta_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{(III.9)}$$

Pour le robot à 4 câbles même équations au lieu 3 câbles on a remplacé par 4 câbles (i=1...4), c'est à dire l'équation (III.9) contient pour 4 câbles comme suite (III.10):

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \\ \dot{L}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta_1) & \sin(\Theta_1) \\ \cos(\Theta_2) & \sin(\Theta_2) \\ \cos(\Theta_3) & \sin(\Theta_3) \\ \cos(\Theta_4) & \sin(\Theta_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{(III.10)}$$

III.3.1.b. Modèle Cinématique Direct

Pour obtenir le modèle cinématique direct pour les deux structures 3 et 4 câbles, on doit inverser l'équation (II.9) et (II.10) qui nous donne $\dot{X} = M^{-1} \dot{L}$ donc la solution exige le calcul de la matrice jacobéenne inverse. En raison de redondance d'actionnement, M n'est pas carré mais de dimension (nx2) ce qui nous crée un problème de calcul de M^{-1} . Alors pour résoudre ce problème, nous avons utilisés le pseudo inverse de Moore-Penrose. Le pseudo-inverse, proposé par Whitney [60] :

$$\dot{X} = M^+ \dot{L} \quad \text{où} \quad M^+ = (M^T M)^{-1} M^T.$$

On peut écrire l'équation (II.10) ou (II.9) sous la forme : $X^* = M^{-1} L^*$ où:

\dot{L} : Est le vecteur de vitesse du trois câbles.

M^{-1} : est la matrice Jacobienne inverse.

$\dot{X} = (\dot{x}, \dot{y})$: est le vecteur de vitesse de l'organe terminal.

III.4. L'Analyse statique des forces

Dans l'équilibre statique, toujours on applique la lois d'équilibre la somme des forces extérieures exercées sur l'effecteur par les câbles doivent être égale à la force résultante F_R externe exercée sur l'environnement .Les **Figures (3.3)** et **(3.4)** montrent la statique du corps libre pour 3 et 4 câbles.[24].

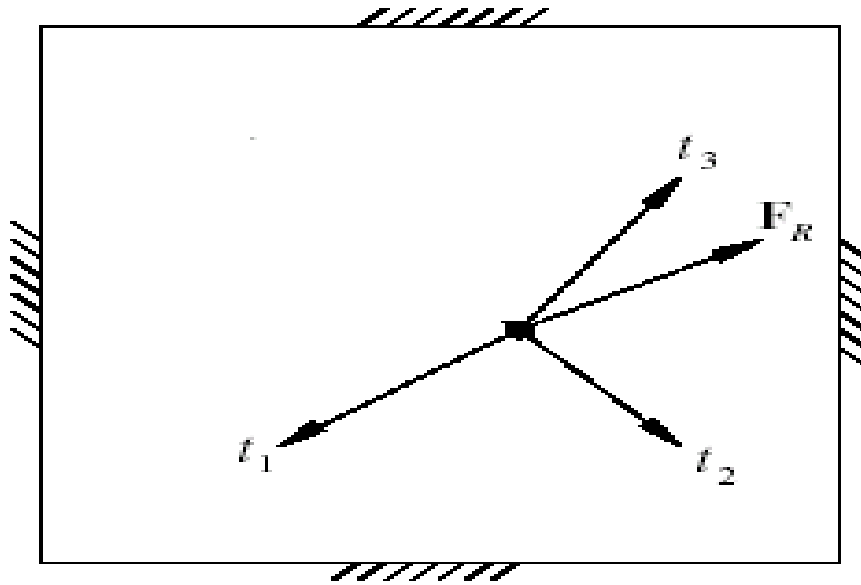


Figure 3. 3 forces statiques pour le robot 3 câbles

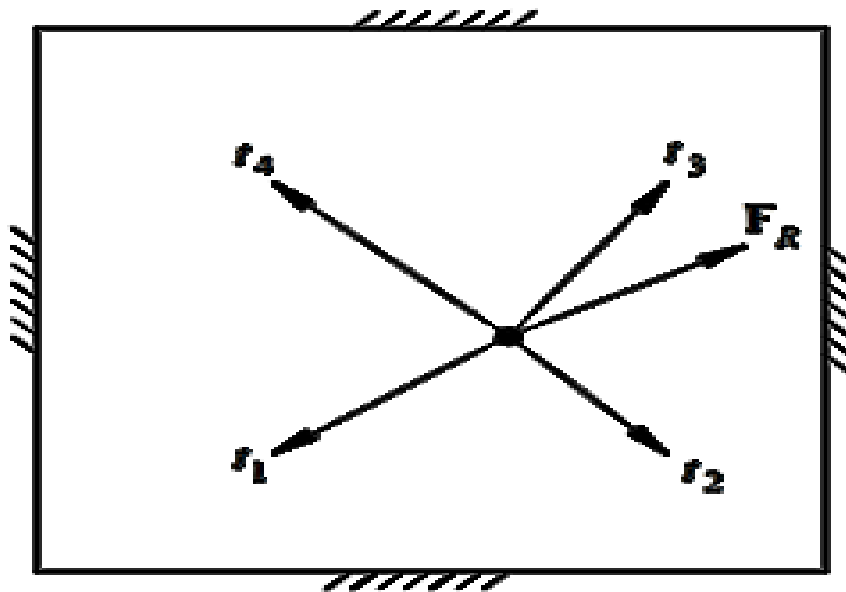


Figure 3.4 forces statiques pour le robot 4 câbles

L'équation suivante exprime cette relation:

$$\sum_{i=1}^3 t_i = -\sum_{i=1}^3 t_i \vec{L}_i = F_R \quad \dots\dots\dots \text{(III.11a)}$$

$$\sum_{i=1}^4 t_i = -\sum_{i=1}^4 t_i \vec{L}_i = F_R \quad \dots\dots\dots \text{(III.11b)}$$

Où : $\vec{L}_i = (\cos(\Theta_i) \quad \sin(\Theta_i))^T$

Dans ce cas, la gravité est ignorée parce qu'elle est supposée perpendiculaire.

L'équation (III.11a ou 11b) peut être exprimée comme :

$$S^*T=F_R \quad \dots\dots\dots \text{(III.11c)}$$

Où: $S = \langle -\vec{L}_1, -\vec{L}_2, -\vec{L}_3 \rangle^T$ pour 3 câbles et $S = \langle -\vec{L}_1, -\vec{L}_2, -\vec{L}_3, \vec{L}_4 \rangle^T$ pour 4 câbles sont des matrices de dimension (n×2), et elles sont le transpose de la matrice Jacobienne. Cette matrice dépende des caractéristiques physiques de manipulateur. A partir de l'équation (III.11a, b et c) on peut l'exprimer par [53]:

$$\begin{pmatrix} -\cos \Theta_1 & -\cos \Theta_2 & -\cos \Theta_3 \\ -\sin \Theta_1 & -\sin \Theta_2 & -\sin \Theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \quad 1\dots 3 \dots\dots\dots \text{(III.12a)}$$

$$S = \begin{pmatrix} -\cos \Theta_1 & -\cos \Theta_2 & -\cos \Theta_3 \\ -\sin \Theta_1 & -\sin \Theta_2 & -\sin \Theta_3 \end{pmatrix}; \text{ Pour 3 câbles}$$

Et

$$\begin{pmatrix} -\cos \Theta_1 & -\cos \Theta_2 & -\cos \Theta_3 & -\cos \Theta_4 \\ -\sin \Theta_1 & -\sin \Theta_2 & -\sin \Theta_3 & -\sin \Theta_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} \quad 1\dots 4 \dots\dots\dots \text{(III.12b)}$$

$$S = \begin{pmatrix} -\cos \Theta_1 & -\cos \Theta_2 & -\cos \Theta_3 & -\cos \Theta_4 \\ -\sin \Theta_1 & -\sin \Theta_2 & -\sin \Theta_3 & -\sin \Theta_4 \end{pmatrix}; \text{ Pour 4 câbles}$$

L'équation (III.12 (a ou b)) est sous-contrainte ce qui signifie qu'il y a infini des solutions à du vecteur du tensions du câbles T par exercer la force F_R. Pour inverser cette équation (à exprimer les tensions des câbles T en fonction de F_R), nous utilisons la notion de solution particulière et homogène.[50]

$$T = S^+ F_R + (I_n - S^+ S)Z \quad \dots\dots\dots \text{(III.13)}$$

Où:

I_n : est la matrice d'identité de dimension (nxn)

z : est un vecteur arbitraire de dimension n.

S^+ : est la pseudo- inverse de S par la méthode de Moore- Penrose de dimension (nx3) ou (n x4)

Le premier terme de (III.13) est la solution particulière, et le deuxième terme est la solution homogène. Pour la redondance d'actionnement du premier degré, une expression équivalente à l'équation (III.14) est :

$$T = \begin{pmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \\ t_{p3} \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \quad \text{pour 3 câbles.....(III.14)}$$

La solution particulière est le premier terme dans (III.14) et la solution homogène est exprimée comme le noyau du vecteur N multiplié par un scalaire arbitraire α . Afin de déterminer si un point donné se trouve dans l'espace de travail statique pour un simple il faut assurer que les tensions t_i ($i=1,2,3$) sont positives pour toutes les forces exercées. Alors il est nécessaire et suffisant que tous les composants du vecteur de noyau N ont le même signe ($\forall n_i, n_i > 0$, ou, $n_i < 0$) $i=1..4$ Si l'un de ces deux conditions n'est rempli, un scalaire α peut être assuré que toutes les tensions sont positives. Mais si $\exists n_i = 0$ alors le point donné n'appartient pas à l'espace de travail. Pour calculer les composants de vecteur N pour 3 câbles, on utilise la méthode : .[52]

$n_i = (-1)^{i+1} |S_i|$ Où $|S_i|$ est le facteur déterminant de sous -matrice de S , ce qui nous donnons :

$$N = \begin{pmatrix} \sin(\Theta_3 - \Theta_2) \\ \sin(\Theta_1 - \Theta_3) \\ \sin(\Theta_2 - \Theta_1) \end{pmatrix} \dots\dots\dots (III.15)$$

La solution particulière est :

$$\begin{pmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \\ t_{p3} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\Theta_1)\sin(\Theta_2 - \Theta_1) + \sin(\Theta_3)\sin(\Theta_1 - \Theta_3)}{\det} & \frac{\cos(\Theta_3)\sin(\Theta_1 - \Theta_3) - \cos(\Theta_2)\sin(\Theta_2 - \Theta_1)}{\det} \\ \frac{\sin(\Theta_1)\sin(\Theta_2 - \Theta_1) + \sin(\Theta_3)\sin(\Theta_3 - \Theta_2)}{\det} & \frac{\cos(\Theta_3)\sin(\Theta_3 - \Theta_2) - \cos(\Theta_1)\sin(\Theta_2 - \Theta_1)}{\det} \\ \frac{\sin(\Theta_1)\sin(\Theta_3 - \Theta_1) + \sin(\Theta_2)\sin(\Theta_3 - \Theta_2)}{\det} & \frac{\cos(\Theta_2)\sin(\Theta_3 - \Theta_2) - \cos(\Theta_1)\sin(\Theta_1 - \Theta_3)}{\det} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} fx \\ fy \end{bmatrix} \quad \text{(III.16)}$$

$$\det = \frac{1}{2} * (3 \sin^2(\Theta_1 - \Theta_2) + 3 \sin^2(\Theta_1 - \Theta_3) + 3 \sin^2(\Theta_2 - \Theta_3) - \sin^2(\Theta_1 + \Theta_2) - \sin^2(\Theta_1 + \Theta_3) - \sin^2(\Theta_2 + \Theta_3))$$

Les intervalles des angles des câbles admissibles [51].

Sont : $0 \leq \Theta_1 \leq 60^\circ, 120^\circ \leq \Theta_2 \leq 180^\circ, \text{ et } 240^\circ \leq \Theta_3 \leq 300^\circ$.

Alors que les valeurs possibles de trois composants de N sont :

$$60^\circ \leq \Theta_3 - \Theta_2 \leq 180^\circ, -300^\circ \leq \Theta_2 - \Theta_1 \leq -180^\circ, \text{ et } 60^\circ \leq \Theta_2 - \Theta_1 \leq 180^\circ$$

Pour assurer les tentions optimales il faut que

$$t_{opt} = \begin{pmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \\ t_{p3} \end{pmatrix} + \alpha_i \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \geq t_{min}$$

$$\alpha_i = (t_{min} - t_{pi}) / ni \quad \alpha_i > 0 \text{ implique } n(i) > 0$$

Et pour 4 câbles on utilise la méthode :

$$T = \begin{pmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \\ t_{p3} \\ t_{p4} \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{(III.17)}$$

Avec $N = (n_1, n_2, n_3, n_4)^T$ et $M = (m_1, m_2, m_3, m_4)^T$.

La condition statique pour la configuration s'allonger dans l'espace de travail est:

$$\alpha \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{pmatrix} > \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On a divisé l'espace de travail en quatre secteurs comme dans la Figure si dessous.[53]

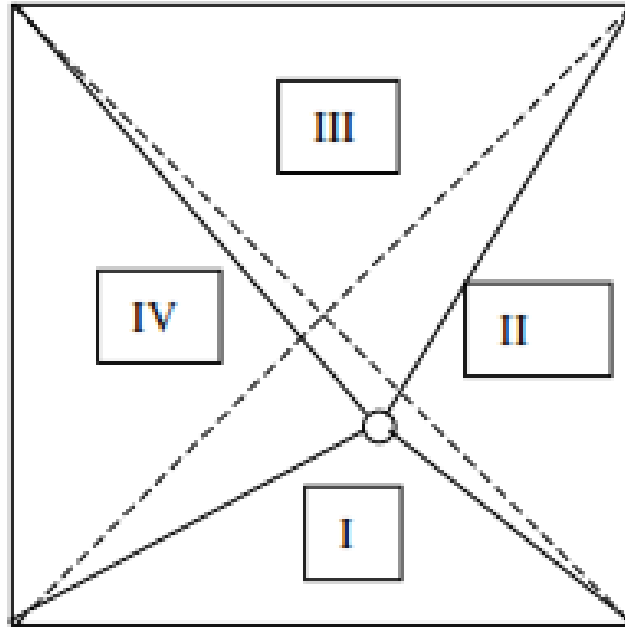


Figure 3.5 Représentation de l'espace de travail dans les secteurs

Secteur I :

Laissez-nous supposer que le vecteur final dans le premier secteur, alors que

$$N = \begin{pmatrix} \sin(\Theta_4 - \Theta_2) / \sin(\Theta_2 - \Theta_1) \\ \sin(\Theta_1 - \Theta_4) / \sin(\Theta_2 - \Theta_1) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} \sin(\Theta_3 - \Theta_2) / \sin(\Theta_2 - \Theta_1) \\ \sin(\Theta_1 - \Theta_3) / \sin(\Theta_2 - \Theta_1) \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Et les angles sont : $0^\circ < \theta_1 \leq 45^\circ$, $135^\circ < \theta_2 \leq 180^\circ$, $225^\circ < \theta_3 \leq 270^\circ$ et $270^\circ < \theta_4 \leq 315^\circ$ et les delta θ sont : $90^\circ < \theta_4 - \theta_2 < 135^\circ$, $90^\circ < \theta_2 - \theta_1 < 180^\circ$, $-270^\circ < \theta_1 - \theta_3 \leq -180^\circ$, $45^\circ < \theta_3 - \theta_2 < 135^\circ$ et $-315^\circ < \theta_1 - \theta_4 < -225^\circ$

Par conséquent tout le sinus fonctionne dans **(III.16)** est positif ou nul et toute combinaison de N et M (avec les coefficients de α et β toujours positif).

Secteur II:

Nous supposons que le vecteur final est dans le deuxième secteur alors :

$$N = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin(\Theta_4 - \Theta_3) / \sin(\Theta_3 - \Theta_2) \\ \sin(\Theta_2 - \Theta_4) / \sin(\Theta_3 - \Theta_2) \\ 1 \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin(\Theta_1 - \Theta_3) / \sin(\Theta_3 - \Theta_2) \\ \sin(\Theta_2 - \Theta_1) / \sin(\Theta_3 - \Theta_2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Et les angles sont : $0^\circ < \theta_1 \leq 45^\circ$, $90^\circ < \theta_2 \leq 135^\circ$, $225^\circ < \theta_3 \leq 270^\circ$ et $315^\circ < \theta_4 \leq 360^\circ$ et les delta θ

sont : $45^\circ < \theta_4 - \theta_3 < 135^\circ$, $-225^\circ < \theta_2 - \theta_4 \leq -180^\circ$, $-270^\circ < \theta_1 - \theta_3 < -180^\circ$, $45^\circ < \theta_2 - \theta_1 < 315^\circ$ et $90^\circ < \theta_3 - \theta_2 < 135^\circ$.

Par conséquent tout le sinus fonctionne dans **(III.16)** est positif ou nul et toute combinaison de N et M (avec les coefficients de α et β toujours positif).

Le deux dernier secteurs sont identiques .

$$N = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \sin(\Theta_2 - \Theta_4) / \sin(\Theta_4 - \Theta_3) \\ \sin(\Theta_3 - \Theta_2) / \sin(\Theta_4 - \Theta_3) \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sin(\Theta_1 - \Theta_4) / \sin(\Theta_4 - \Theta_3) \\ \sin(\Theta_3 - \Theta_1) / \sin(\Theta_4 - \Theta_3) \end{pmatrix}$$

Et

$$N = \begin{pmatrix} \sin(\Theta_3 - \Theta_4) / \sin(\Theta_4 - \Theta_1) \\ 0 \\ 1 \\ \sin(\Theta_1 - \Theta_3) / \sin(\Theta_4 - \Theta_1) \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} \sin(\Theta_2 - \Theta_4) / \sin(\Theta_4 - \Theta_1) \\ 1 \\ 0 \\ \sin(\Theta_1 - \Theta_2) / \sin(\Theta_4 - \Theta_1) \end{pmatrix}$$

La solution particulière est

$$\begin{pmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \\ t_{p3} \\ t_{p4} \end{pmatrix} = [S^{-1}] * \begin{bmatrix} fx \\ fy \end{bmatrix} \dots \dots \dots \text{(III.18)}$$

Est aussi on peut calculer la tension moyenne avec cette équation :

$$t_{\min} = \text{Max} \left\{ \left\{ J \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \dot{x} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \ddot{x} \right) + c \frac{\partial \beta}{\partial x} \dot{x}, 0 \right\} \dots \dots \dots \text{(III.19)} \right.$$

Cette équation soit être vérifier dans la simulation pour que les tentions doit être positif.

III.5. La Structure mécanique des moteurs

Le comportement dynamique de moteur est exprimé par l'équation :

$$J \ddot{\beta} + C \dot{\beta} = \tau - rT \dots \dots \dots (III.20)$$

La structure de la poulie est représentée dans la figure ci-dessous

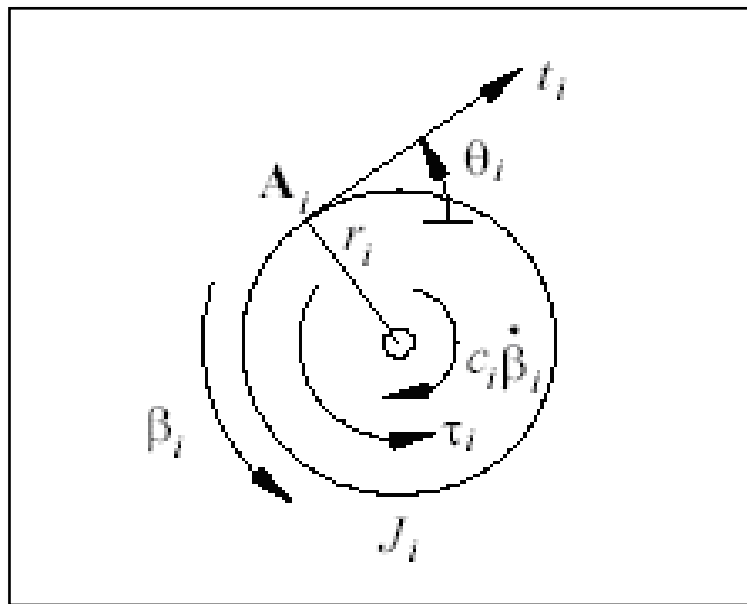


Figure 3.6 Structure de la poulie

Avec $J = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix}, et C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}$ pour 3 câbles

$$J = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 \end{pmatrix}, et C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix} \quad \text{Pour 4 câbles.}$$

sont des matrices diagonale qui représentent les inerties (J) et les coefficients d'amortissement visqueux (C) de chaque moteur .Nous considérons que tous les rayons de la poulie sont identiques $r_i = r(i=1.2.3,4)$, $\tau (\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4)^T$ est le vecteur des couples appliqués par les moteurs, $T(t_1, t_2, t_3, t_4)^T$ est le vecteur des tensions des câbles. β est l'angle de rotation de la poulie.[54]

Donc :
$$T = \frac{1}{r}(\tau - J \ddot{\beta} - C \dot{\beta}) \dots\dots\dots (III.21)$$

III.6. Modèle dynamique

III.6.1. Modèle dynamique de l'effecteur

Le modèle dynamique de l'effecteur est exprimé par la relation suivante [52].

$$m \ddot{X} = F_R$$

$$\begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (III.22)$$

Où

m : est la matrice de masse

\ddot{X} : Est le vecteur d'accélération de l'organe terminal

$F_R = (F_{Rx} \quad F_{Ry})^T$: est la force résultante de toutes les tensions des câbles appliqués sur l'organe terminal.

III.6.2. Modèle dynamique pour le plan 2D (robots à 3 et 4 câbles)

Dans cette section on a montré le modèle dynamique global du système est obtenu par combinaison entre les modèles de l'organe terminal et les moteurs. Si on considère que les angles des poulies sont nulles quand la position de l'organe terminal est au centre de polygone $x = (0,0)^T$ par rapport à cette position les relations entre les angles des rotations des poulies (β_i) et les variations des longueurs des câbles (ΔL_i) est :

$$\beta_i * r = -\Delta L_i \text{ Et } \Delta L_i = L_i - L_{i0} \dots\dots\dots (III.23)$$

Où $L_i = \sqrt{(x - A_i x)^2 + (y - A_i y)^2}$; $i=1...3$ pour 3 câbles et $i=1...4$ pour 4 câbles.

Et L_{i0} sont les longueurs initiales des câbles : $L_{i0} = \sqrt{(A_i x)^2 + (A_i y)^2}$

Donc

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1(X) \\ \beta_2(X) \\ \beta_3(X) \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} L_{10} - L_1 \\ L_{20} - L_2 \\ L_{30} - L_3 \end{pmatrix} \text{ 3 câbles } \dots\dots\dots (III.24)$$

Et

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1(X) \\ \beta_2(X) \\ \beta_3(X) \\ \beta_4(X) \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} L_{10} - L_1 \\ L_{20} - L_2 \\ L_{30} - L_3 \\ L_{40} - L_4 \end{pmatrix} \quad \text{4 câbles} \quad \dots\dots\dots(\text{III.25})$$

En dérivant successivement (II.(24 ou 25)) par rapport au temps, on obtient :

$$\ddot{\beta} = \frac{1}{r} \left[\begin{pmatrix} \dot{\Theta}_1 \sin(\Theta_1) & -\dot{\Theta}_1 \cos(\Theta_1) \\ \dot{\Theta}_2 \sin(\Theta_2) & -\dot{\Theta}_2 \cos(\Theta_2) \\ \dot{\Theta}_3 \sin(\Theta_3) & -\dot{\Theta}_3 \cos(\Theta_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos(\Theta_1) & \sin(\Theta_1) \\ \cos(\Theta_2) & \sin(\Theta_2) \\ \cos(\Theta_3) & \sin(\Theta_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} \right] \quad \dots\dots\dots(\text{III.26a})$$

Et pour 4 câbles

$$\ddot{\beta} = \frac{1}{r} \left[\begin{pmatrix} \dot{\Theta}_1 \sin(\Theta_1) & -\dot{\Theta}_1 \cos(\Theta_1) \\ \dot{\Theta}_2 \sin(\Theta_2) & -\dot{\Theta}_2 \cos(\Theta_2) \\ \dot{\Theta}_3 \sin(\Theta_3) & -\dot{\Theta}_3 \cos(\Theta_3) \\ \dot{\Theta}_4 \sin(\Theta_4) & -\dot{\Theta}_4 \cos(\Theta_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos(\Theta_1) & \sin(\Theta_1) \\ \cos(\Theta_2) & \sin(\Theta_2) \\ \cos(\Theta_3) & \sin(\Theta_3) \\ \cos(\Theta_4) & \sin(\Theta_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} \right] \quad \dots\dots\dots(\text{III.26b})$$

Par substitution (III.21) en (III.26a ou b) on obtient:

$$T = \frac{1}{r} \left(\tau - J \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \dot{X}} \right) \dot{X} + \frac{\partial \beta}{\partial X} \ddot{X} \right) - C \frac{\partial \beta}{\partial X} \dot{X} \right) \quad \dots\dots\dots(\text{III.27})$$

Enfin, en combinant (III.11c) ,(III.22) et (II.27), l'ensemble des équations du modèle dynamique peut être exprimé dans une forme standard pour les systèmes robotiques [54] :

$$M(X) \ddot{X} + N(X, \dot{X}) = S(X) \tau \quad \dots\dots\dots(\text{III.28})$$

$$\ddot{X}(t) = M^{-1}(X) * N(X, \dot{X}) + M^{-1}(X) * S(X) * \tau \quad \dots\dots\dots(\text{III.28a})$$

Où

$$M = r * m + S(X) J \frac{\partial \beta}{\partial \dot{X}} \quad \text{Et} \quad N(X, \dot{X}) = S(X) \left(J \frac{d}{dt} \frac{\partial \beta}{\partial \dot{X}} + C \frac{\partial \beta}{\partial X} \dot{X} \right)$$

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}, \text{et}, N(X, \dot{X}) = \begin{pmatrix} N_1(X, \dot{X}) \\ N_2(X, \dot{X}) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Avec : } M_{11} &= r * m + \frac{J1 \cos^2(\Theta_1) + J2 \cos^2(\Theta_2) + J3 \cos^2(\Theta_3)}{r} \\
 M_{12} &= \frac{J_1 \cos(\Theta_1) \sin(\Theta_1) + J_2 \cos(\Theta_2) \sin(\Theta_2) + J_3 \cos(\Theta_3) \sin(\Theta_3)}{r} \\
 M_{21} &= M_{12} \\
 M_{22} &= r * m + \frac{J1 \sin^2(\Theta_1) + J2 \sin^2(\Theta_2) + (\sin^2 \Theta_3)}{r} \\
 N_{11} &= \cos(\Theta_1) (C_1 \cos(\Theta_1) - J_1 \dot{\Theta}_1 \sin(\Theta_1)) + \cos(\Theta_2) (C_2 \cos(\Theta_2) - J_2 \dot{\Theta}_2 \sin(\Theta_2)) + \cos(\Theta_3) (C_3 \cos(\Theta_3) - \\
 & J_3 \dot{\Theta}_3 \sin(\Theta_3)) / r \\
 N_{12} &= \cos(\Theta_1) (C_1 \sin(\Theta_1) + J_1 \dot{\Theta}_1 \cos(\Theta_1)) + \cos(\Theta_2) (C_2 \sin(\Theta_2) + J_2 \dot{\Theta}_2 \cos(\Theta_2)) \\
 & + \cos(\Theta_3) (C_3 \sin(\Theta_3) + J_3 \dot{\Theta}_3 \cos(\Theta_3)) / r \\
 N_{21} &= \sin(\Theta_1) (C_1 \cos(\Theta_1) - J_1 \dot{\Theta}_1 \sin(\Theta_1)) + \sin(\Theta_2) (C_2 \cos(\Theta_2) - J_2 \dot{\Theta}_2 \sin(\Theta_2)) \\
 & + \sin(\Theta_3) (C_3 \cos(\Theta_3) - J_3 \dot{\Theta}_3 \sin(\Theta_3)) / r \\
 N_{22} &= \sin(\Theta_1) (C_1 \sin(\Theta_1) + J_1 \dot{\Theta}_1 \cos(\Theta_1)) + \sin(\Theta_2) (C_2 \sin(\Theta_2) + J_2 \dot{\Theta}_2 \cos(\Theta_2)) \\
 & + \sin(\Theta_3) (C_3 \sin(\Theta_3) + J_3 \dot{\Theta}_3 \cos(\Theta_3)) / r
 \end{aligned}$$

III.6.3. La Représentation d'état du système (robot à 3 et 4 Câbles)

A partir de l'équation dynamique (III.28a) on établit les changements suivants :

$$\begin{aligned}
 x_{12d}(t) &= x(t) \\
 x_{22d}(t) &= \dot{x}_{12d}(t) \\
 x_{32d}(t) &= y(t) \\
 x_{42d}(t) &= \dot{x}_{32d}(t)
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 \dot{x}_{12d}(t) = x_{22d}(t) \\
 M_{11} \dot{x}_{22d}(t) + M_{12} \dot{x}_{42d}(t) = u_1(t) - N_{11} x_{22d}(t) - N_{12} x_{42d}(t) \\
 \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\
 M_{21} \dot{x}_{22d}(t) + M_{22} \dot{x}_{42d}(t) = u_2(t) - N_{21} x_{22d}(t) - N_{22} x_{42d}(t)
 \end{cases}
 \dots (III.29)$$

Donc la représentation d'état est comme suit :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{11} & 0 & M_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & M_{21} & 0 & M_{22} \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_{12d}(t) \\ x_{22d}(t) \\ \dot{x}_{32d}(t) \\ x_{42d}(t) \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -N_{11} & 0 & -N_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -N_{21} & 0 & -N_{22} \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} x_{12d}(t) \\ x_{22d}(t) \\ x_{32d}(t) \\ x_{42d}(t) \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix} 0 \\ u_1(t) \\ 0 \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Ou:

$$M_{2d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{11} & 0 & M_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & M_{21} & 0 & M_{22} \end{bmatrix} \quad N_{2d} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -N_{11} & 0 & -N_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -N_{21} & 0 & -N_{22} \end{bmatrix} \quad U(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ u_1(t) \\ 0 \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Alors on a l'équation d'état suivante:

$$\dot{X}_{2d}(t) = f(X, X_{2d}) + g(X, X_{2d}) * U(t) \dots \dots \dots \text{(III.30)}$$

Avec:

$\dot{X}_{2d}(t)$: Est le vecteur d'état du système à 3 ou 4 câbles.

$f(X, X_{2d}), g(X, X_{2d})$: Sont des fonctions non linéaires.

$U(t)$: Est le vecteur de commande.

III.7. La Structure du plan spatial 3D (X,Y,Z)

III.7.1. Robot parallèle à cinq et huit Câbles

Cette structure schématisée un robot parallèle à cinq et huit câbles motorisés. Les figures suivantes représentent : un robot à cinq câbles se forme pyramide avec l'effecteur final en position de repos ($x=y=z=0$) et robot à huit câbles se forme cubique, toujours l'effecteur final en position de repos [56].

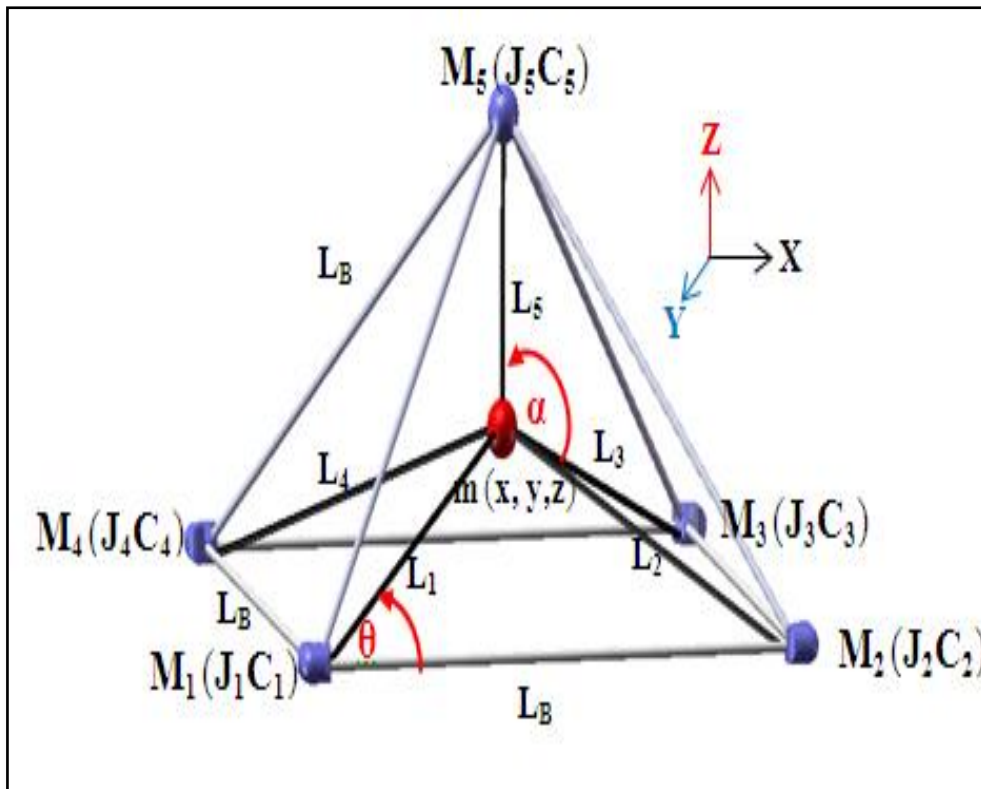


Figure. 3.7 Représentation schématisé pour un robot à cinq câbles

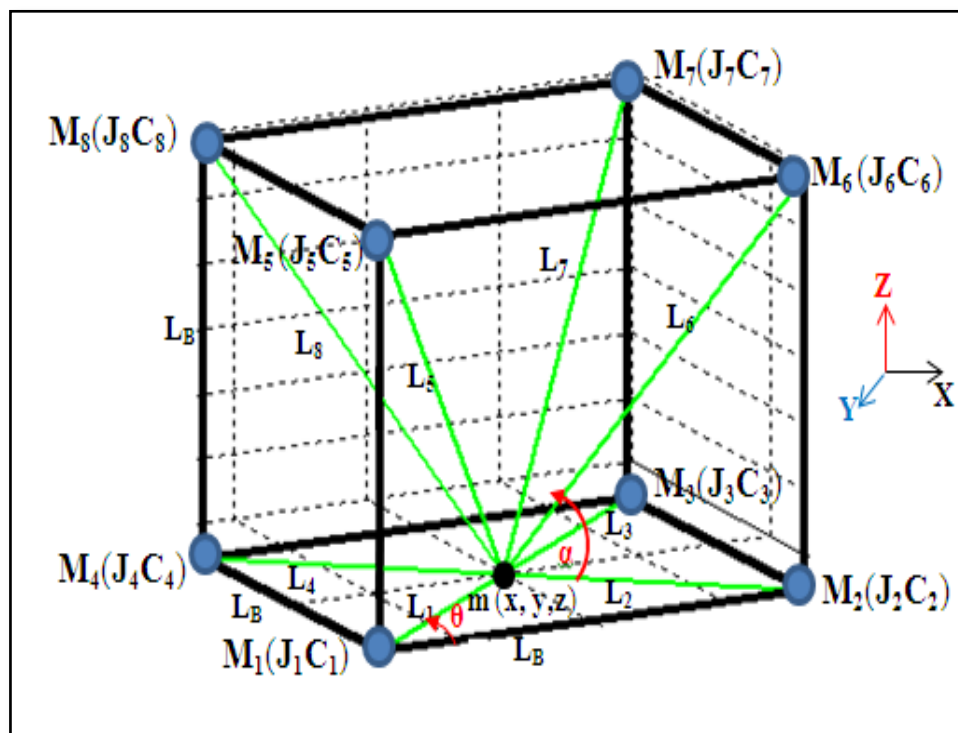


Figure.3.8 Représentation schématisé pour un robot à huit câbles

Avec $\alpha(\mathbf{i})$: l'angle entre le plan horizontale (x,y) et l'axe z. Par contre les autres paramètres (C,J,...) sont les mêmes que les robots à 3 et 4 câbles.

III.7.2. Modélisation cinématique

Dans cette partie nous présentons la modélisation cinématique inverse et directe de la vitesse du plan 3D pour les robots à 5 et 8 câbles.

III.7.2.a. Modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse pour le plan 3D représenté avec les équations suivantes :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Aix + Li * \cos(\alpha_i) * \cos(\Theta_i) \\ Aiy + Li * \cos(\alpha_i) * \sin(\Theta_i) \\ Aiz + Li * \sin(\alpha_i) \end{pmatrix} \quad i=1..5 \text{ ou } 8 \dots \dots \dots \text{(III.31)}$$

Si on le dérive $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ par rapport au temps et on inverse, on obtient :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_i) * \cos(\Theta_i) & Li * -\sin(\alpha_i) * \cos(\Theta_i) & -Li * \cos(\alpha_i) * \sin(\Theta_i) \\ \cos(\alpha_i) * \sin(\Theta_i) & Li * -\sin(\alpha_i) * \sin(\Theta_i) & Li * \cos(\alpha_i) * \cos(\Theta_i) \\ \sin(\alpha_i) & Li * \cos(\alpha_i) & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{L}_i \\ \dot{\alpha}_i \\ \dot{\Theta}_i \end{pmatrix} \quad i=1..5 \text{ ou } 8 \dots \dots \dots \text{(III.32)}$$

A partir de l'équation (III.32) on obtient que:

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_i \\ \dot{\Theta}_i \\ \dot{\alpha}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_i) & (\cos(\alpha_i))\sin(\Theta_i) & (\sin(\alpha_i)) \\ \frac{-\cos(\Theta_i)}{L_i \cos(\alpha_i)} & \frac{\cos(\Theta_i)}{L_i \cos(\alpha_i)} & 0 \\ \frac{-\sin(\alpha_i) \cos(\Theta_i)}{L_i} & \frac{\sin(\alpha_i) \cos(\Theta_i)}{L_i} & \frac{\cos(\alpha_i)}{L_i} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad i=1..5 \text{ ou } 8 \dots \dots \dots \text{(III.33)}$$

Comme nous nous intéressons pour obtenir la vitesse cinématique de la longueur du câble

- pour 5 câbles :

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \\ \dot{L}_4 \\ \dot{L}_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) \cos(\Theta_1) & \cos(\alpha_1) \sin(\Theta_1) & \sin(\alpha_1) \\ \cos(\alpha_2) \cos(\Theta_2) & \cos(\alpha_2) \sin(\Theta_2) & \sin(\alpha_2) \\ \cos(\alpha_3) \cos(\Theta_3) & \cos(\alpha_3) \sin(\Theta_3) & \sin(\alpha_3) \\ \cos(\alpha_4) \cos(\Theta_4) & \cos(\alpha_4) \sin(\Theta_4) & \sin(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_5) \cos(\Theta_5) & \sin(\alpha_5) \sin(\Theta_5) & \cos(\alpha_5) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \dots \dots \dots \text{(III.34)}$$

- pour huit câbles

$$\begin{pmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \\ \dot{L}_3 \\ \dot{L}_4 \\ \dot{L}_5 \\ \dot{L}_6 \\ \dot{L}_7 \\ \dot{L}_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) \cos(\Theta_1) & \cos(\alpha_1) \sin(\Theta_1) & \sin(\alpha_1) \\ \cos(\alpha_2) \cos(\Theta_2) & \cos(\alpha_2) \sin(\Theta_2) & \sin(\alpha_2) \\ \cos(\alpha_3) \cos(\Theta_3) & \cos(\alpha_3) \sin(\Theta_3) & \sin(\alpha_3) \\ \cos(\alpha_4) \cos(\Theta_4) & \cos(\alpha_4) \sin(\Theta_4) & \sin(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_5) \cos(\Theta_5) & \sin(\alpha_5) \sin(\Theta_5) & \cos(\alpha_5) \\ \sin(\alpha_6) \cos(\Theta_6) & \sin(\alpha_6) \sin(\Theta_6) & \cos(\alpha_6) \\ \sin(\alpha_7) \cos(\Theta_7) & \sin(\alpha_7) \sin(\Theta_7) & \cos(\alpha_7) \\ \sin(\alpha_8) \cos(\Theta_8) & \sin(\alpha_8) \sin(\Theta_8) & \cos(\alpha_8) \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \dots\dots(\text{III.35})$$

III.7.2.b. Modèle cinématique direct

Pour obtenir le modèle cinématique direct pour les deux structure 5 et 8 câbles, on doit inverser l'équation (III.34) et (III.35) qui nous donne $\dot{X} = M^{-1} \dot{L}$ donc la solution exige le calcul de la matrice jacobéenne inverse. En raison de redondance d'actionnement, M n'est pas carré mais de dimension $(n \times 3)$ ce qui nous crée un problème de calcul de M^{-1} . Alors pour résoudre ce problème, nous avons utilisé le pseudo inverse de Moore-Penrose : [55]

$$\dot{X} = M^+ \dot{L} \quad \text{où} \quad M^+ = (M^T M)^{-1} M^T.$$

On peut écrire cette équation sous la forme :

$$X^\bullet = M^{-1} L^\bullet$$

III.7.3. L'analyse statique des forces

Les Figures (3.9) et (3.10) montrent la statique du corps libre pour des robots 5 et 8 câbles.

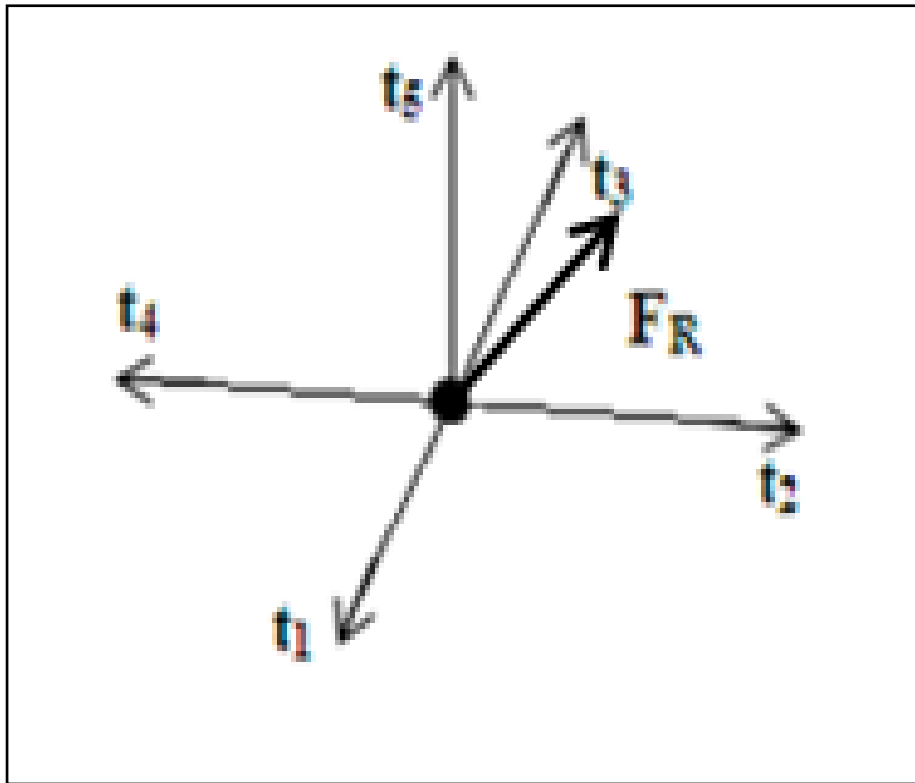


Figure 3.9 Force statique pour 5 câbles

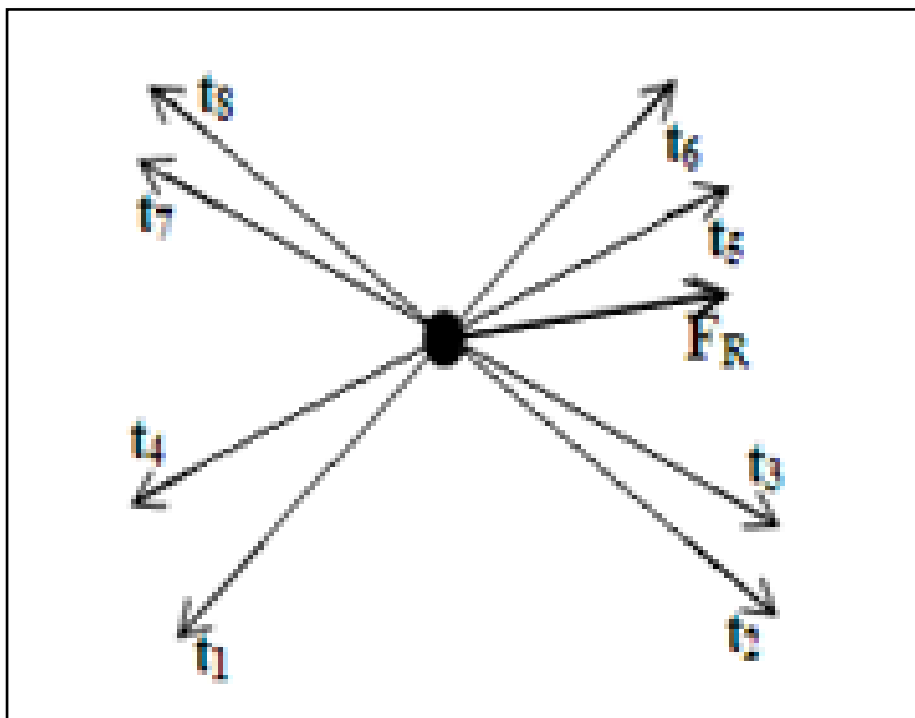


Figure 3.10 force statique pour 8 câbles

Même étapes qui suivit pour la structure 2D on a appliqué sur le plan 3D pour trouver les équations suivantes :

• **robot à 5 câbles**

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha_1)\cos(\Theta_1) & \cos(\alpha_2)\cos(\Theta_2) & \cos(\alpha_3)\cos(\Theta_3) & \cos(\alpha_4)\cos(\Theta_4) & \sin(\alpha_5)\cos(\Theta_5) \\ \cos(\alpha_1)\sin(\Theta_1) & \cos(\alpha_2)\sin(\Theta_2) & \cos(\alpha_3)\sin(\Theta_3) & \cos(\alpha_4)\sin(\Theta_4) & \sin(\alpha_5)\sin(\Theta_5) \\ \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) & \sin(\alpha_3) & \sin(\alpha_4) & \cos(\alpha_5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad \dots(\text{III.36})$$

• **Robot à 8 câbles**

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha_1)\cos(\Theta_1) & \cos(\alpha_2)\cos(\Theta_2) & \cos(\alpha_3)\cos(\Theta_3) & \cos(\alpha_4)\cos(\Theta_4) & \sin(\alpha_5)\cos(\Theta_5) & \sin(\alpha_6)\cos(\Theta_6) & \sin(\alpha_7)\cos(\Theta_7) & \sin(\alpha_8)\cos(\Theta_8) \\ \cos(\alpha_1)\sin(\Theta_1) & \cos(\alpha_2)\sin(\Theta_2) & \cos(\alpha_3)\sin(\Theta_3) & \cos(\alpha_4)\sin(\Theta_4) & \sin(\alpha_5)\sin(\Theta_5) & \sin(\alpha_6)\sin(\Theta_6) & \sin(\alpha_7)\sin(\Theta_7) & \sin(\alpha_8)\sin(\Theta_8) \\ \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) & \sin(\alpha_3) & \sin(\alpha_4) & \cos(\alpha_5) & \cos(\alpha_6) & \cos(\alpha_7) & \cos(\alpha_8) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \\ t_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad \dots\dots(\text{III.37})$$

III.7.4. Modèle dynamique pour le plan 3D

III.7.4.1. Modèle dynamique de l'effecteur

L'effecteur est exprimé par la relation suivante :

$$m \ddot{X} = F_R$$

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{Rx} \\ F_{Ry} \\ F_{Rz} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(\text{III.38})$$

III.7.4.2. Modèle dynamique pour le système

Mêmes étapes qui ont présenté précédent on a appliqué ici pour trouver les équations suivantes :

$$Li = \sqrt{(x - Aix)^2 + (y - Aiy)^2 + (z - Aiz)^2} \quad ; \quad i=1\dots5 \text{ et } i=1\dots8 \text{ (8 câbles).}$$

$$L_{i0} = \sqrt{(Aix)^2 + (Aiy)^2 + (Aiz)^2}$$

$$\Theta_i = \arctan g\left(\frac{y - Aiy}{x - Aix}\right) \quad ; \quad i=1...5 \text{ et } i=1...8 \text{ (8 câbles).}$$

$$\alpha_i = \arctan g\left(\frac{z - Aiz}{\sqrt{(x - Aix)^2 + (y - Aiy)^2}}\right) ; i=1...5 \text{ et } i=1...8 \text{ (8 câbles).}$$

Donc

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1(X) \\ \beta_2(X) \\ \beta_3(X) \\ \beta_4(X) \\ \beta_5(X) \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} L_{10} - L_1 \\ L_{20} - L_2 \\ L_{30} - L_3 \\ L_{40} - L_4 \\ L_{50} - L_5 \end{pmatrix} \quad \text{5 câbles(III.39)}$$

Et

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1(X) \\ \beta_2(X) \\ \beta_3(X) \\ \beta_4(X) \\ \beta_5(X) \\ \beta_6(X) \\ \beta_7(X) \\ \beta_8(X) \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} L_{10} - L_1 \\ L_{20} - L_2 \\ L_{30} - L_3 \\ L_{40} - L_4 \\ L_{50} - L_5 \\ L_{60} - L_6 \\ L_{70} - L_7 \\ L_{80} - L_8 \end{pmatrix} \quad \text{8 câbles(III.40)}$$

En dérivant successivement (III.40) par rapport au temps, on obtient :

- **Robot à 5 câbles**

$$\dot{\beta} = \frac{\partial \beta}{\partial x} \dot{x} = -\frac{1}{r} \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1)\cos(\Theta_1) & \cos(\alpha_1)\sin(\Theta_1) & \sin(\alpha_1) \\ \cos(\alpha_2)\cos(\Theta_2) & \cos(\alpha_2)\sin(\Theta_2) & \sin(\alpha_2) \\ \cos(\alpha_3)\cos(\Theta_3) & \cos(\alpha_3)\sin(\Theta_3) & \sin(\alpha_3) \\ \cos(\alpha_4)\cos(\Theta_4) & \cos(\alpha_4)\sin(\Theta_4) & \sin(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_5)\cos(\Theta_5) & \sin(\alpha_5)\sin(\Theta_5) & \cos(\alpha_5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad \text{..... (III.41.a)}$$

Et

$$\ddot{\beta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \dot{x} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \ddot{x}$$

• Robot à 8 câbles

$$\dot{\beta} = \frac{\partial \beta}{\partial x} \dot{x} = -\frac{1}{r} \left[\begin{array}{ccc} \cos(\alpha_1) \cos(\Theta_1) & \cos(\alpha_1) \sin(\Theta_1) & \sin(\alpha_1) \\ \cos(\alpha_2) \cos(\Theta_2) & \cos(\alpha_2) \sin(\Theta_2) & \sin(\alpha_2) \\ \cos(\alpha_3) \cos(\Theta_3) & \cos(\alpha_3) \sin(\Theta_3) & \sin(\alpha_3) \\ \cos(\alpha_4) \cos(\Theta_4) & \cos(\alpha_4) \sin(\Theta_4) & \sin(\alpha_4) \\ \sin(\alpha_5) \cos(\Theta_5) & \sin(\alpha_5) \sin(\Theta_5) & \cos(\alpha_5) \\ \sin(\alpha_6) \cos(\Theta_6) & \sin(\alpha_6) \sin(\Theta_6) & \cos(\alpha_6) \\ \sin(\alpha_7) \cos(\Theta_7) & \sin(\alpha_7) \sin(\Theta_7) & \cos(\alpha_7) \\ \sin(\alpha_8) \cos(\Theta_8) & \sin(\alpha_8) \sin(\Theta_8) & \cos(\alpha_8) \end{array} \right] \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \dots\dots\dots \text{(III.41.b)}$$

Et

$$\ddot{\beta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \dot{x} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \ddot{x}$$

III.7.4.3. La Représentation d'état du système (5 et 8 Câbles)

A partir de l'équation dynamique (III.28) on établit les changements suivants :

$$M(X) \ddot{X} + N(X, \dot{X}) = S(X) \tau$$

$$F_R = S(X) \tau$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{12d}(t) = x(t) \\ x_{22d}(t) = \dot{x}_{12d}(t) \\ x_{32d}(t) = y(t) \\ x_{42d}(t) = \dot{x}_{32d}(t) \\ x_{52d}(t) = z(t) \\ x_{62d}(t) = \dot{x}_{52d}(t) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_{12d}(t) = x_{22d}(t) \\ M_{11} \dot{x}_{22d}(t) + M_{12} \dot{x}_{42d}(t) + M_{13} \dot{x}_{62d}(t) = u_1(t) - N_{11} x_{22d}(t) - N_{12} x_{42d}(t) - N_{13} x_{62d}(t) \\ x_{32d}(t) = x_{42d}(t) \\ M_{21} \dot{x}_{22d}(t) + M_{22} \dot{x}_{42d}(t) + M_{23} \dot{x}_{62d}(t) = u_2(t) - N_{21} x_{22d}(t) - N_{22} x_{42d}(t) - N_{23} x_{62d}(t) \\ x_{52d}(t) = x_{62d}(t) \\ M_{31} \dot{x}_{22d}(t) + M_{32} \dot{x}_{42d}(t) + M_{33} \dot{x}_{62d}(t) = u_3(t) - N_{31} x_{22d}(t) - N_{32} x_{42d}(t) - N_{33} x_{62d}(t) \end{array} \right.$$

Donc la représentation d'état est comme suit :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{11} & 0 & M_{12} & 0 & M_{13} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{21} & 0 & M_{22} & 0 & M_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & M_{31} & 0 & M_{32} & 0 & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{12d}(t) \\ x_{22d}(t) \\ \dot{x}_{32d}(t) \\ x_{42d}(t) \\ \dot{x}_{52d}(t) \\ x_{62d}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -N_{11} & 0 & -N_{12} & 0 & -N_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -N_{21} & 0 & -N_{22} & 0 & -N_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -N_{31} & 0 & -N_{32} & 0 & -N_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{12d}(t) \\ x_{22d}(t) \\ x_{32d}(t) \\ x_{42d}(t) \\ x_{52d}(t) \\ x_{62d}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_1(t) \\ 0 \\ u_2(t) \\ 0 \\ u_3(t) \end{bmatrix}$$

Ou:

$$M_{2d} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{11} & 0 & M_{12} & 0 & M_{13} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{21} & 0 & M_{22} & 0 & M_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & M_{31} & 0 & M_{32} & 0 & M_{33} \end{bmatrix}; N_{2d} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -N_{11} & 0 & -N_{12} & 0 & -N_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -N_{21} & 0 & -N_{22} & 0 & -N_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -N_{31} & 0 & -N_{32} & 0 & -N_{33} \end{bmatrix}; U(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ u_1(t) \\ 0 \\ u_2(t) \\ 0 \\ u_3(t) \end{bmatrix}$$

Avec :

$$N(x, \dot{x}) = S(x) * \left(Jmat * \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right) + Cmat * \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \right) \dot{x} \dots \dots \dots \text{(III.42)}$$

$$M(x, \ddot{x}) = r * mass + \left(S(x) * Jmat * \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \right) \dots \dots \dots \text{(III.43)}$$

III.8. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté la modélisation cinématique et dynamique du plan cartésienne 2D (robots à 3 et 4 câbles), ainsi que la représentation schématisé et la représentation d'état pour différents exemples pour les deux robots précédents et aussi on a présenté la modélisation cinématique et dynamique pour les robots 3D (pyramide avec 5 câbles et cubique avec 8 câbles) qui sont un nouveau type plus la représentation schématisé et la représentation d'état.

Chapitre IV

Présentation de résultat de simulation des trajectoires désirées du modèle statique

Sommaire

| | |
|---|-----------|
| I. Introduction..... | 60 |
| 2. Les résultats de simulation pour les robots à 3 et 4 câble..... | 60 |
| 2 .1. Pour un robot à 3 câbles | 60 |
| 2.1.a Trajectoire circulaire..... | 60 |
| 2.2. Pour un robot à 4 câbles..... | 63 |
| 2.2.a Trajectoire circulaire | 63 |
| 3. Les résultats de simulation pour les robots à 5 et 8 câble..... | 66 |
| 3 .1.Robot se forme pyramide avec 5 câbles | 66 |
| 3.1.a. Trajectoire spirale..... | 66 |
| 3 .2.Robot se forme cubique avec 8 câbles | 68 |
| 3.2.a. Trajectoire spirale | 68 |
| 4. Conclusion..... | 70 |

IV.1.Introduction

D'après les équations du modèle statique qui à représenter dans le chapitre précédent, on a utilisé dans ce chapitre pour déterminer et simuler les différentes trajectoires désirés, leurs longueurs et leurs tentions nécessaires, tout ça pour les robots de plan 2D et de plan spatial 3D.

IV.2.Les résultats de simulation pour les robots à 3 et 4 câbles (Plan 2D)

IV.2 .1. Pour un robot à 3 câbles

IV.2 .1. a. Trajectoire circulaire

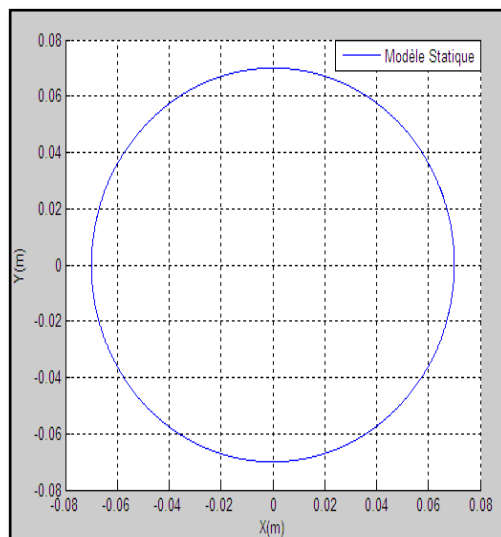


Figure 4.1 la trajectoire circulaire pour le mode statique

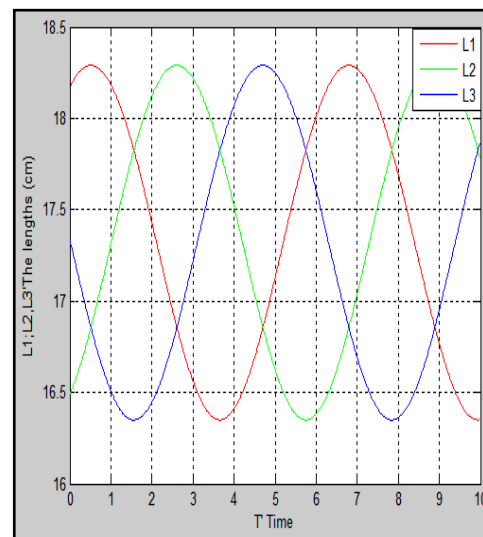


Figure 4.2 les longueurs du mode statique (3 câbles)

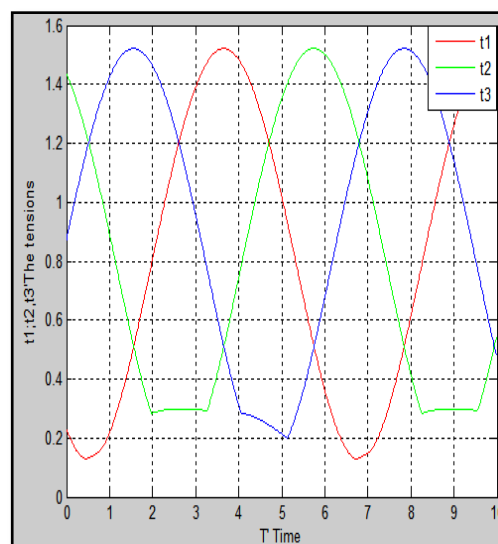


Figure 4.3 les tensions nécessaire pour tracer un cercle

IV.2 .1.b.Trajectoire sinusoïdale

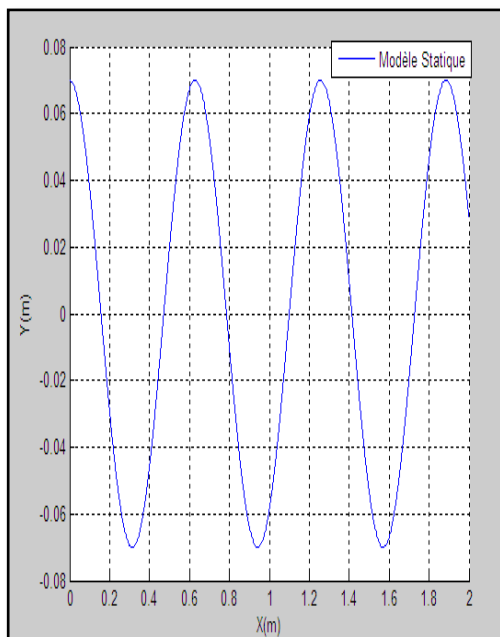


Figure 4.7 la trajectoire sinusoïdale pour le mode statique

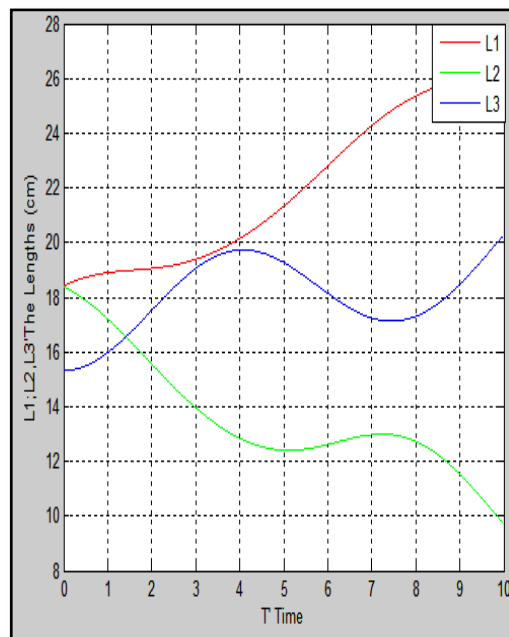


Figure 4.8 les longueurs du mode statique (3 câbles)

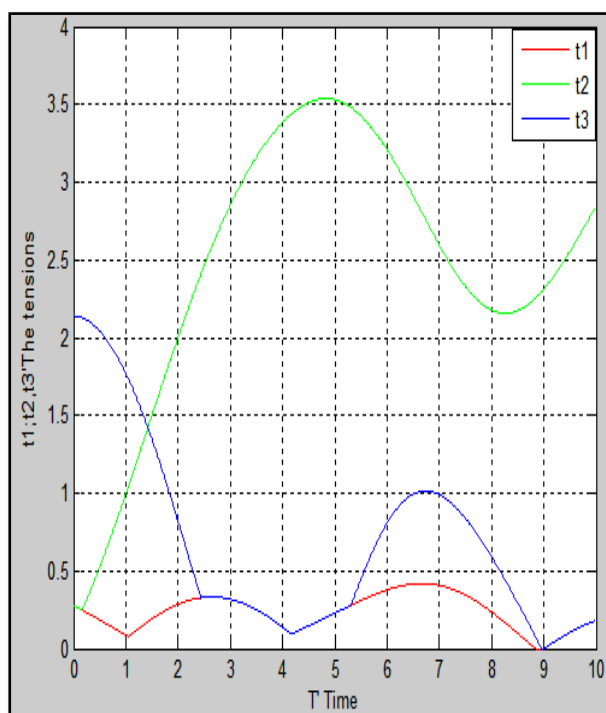


Figure 4.9 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdale

IV.2 .1.c.Trajectoire échelon (step)

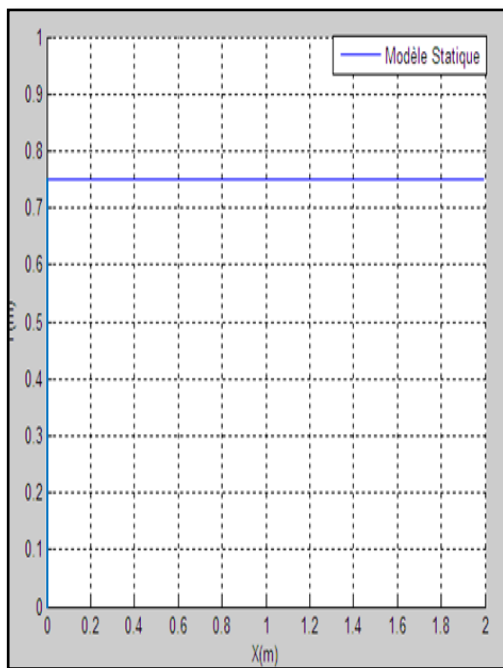


Figure 4.13 la trajectoire échelon (step) pour le mode statique

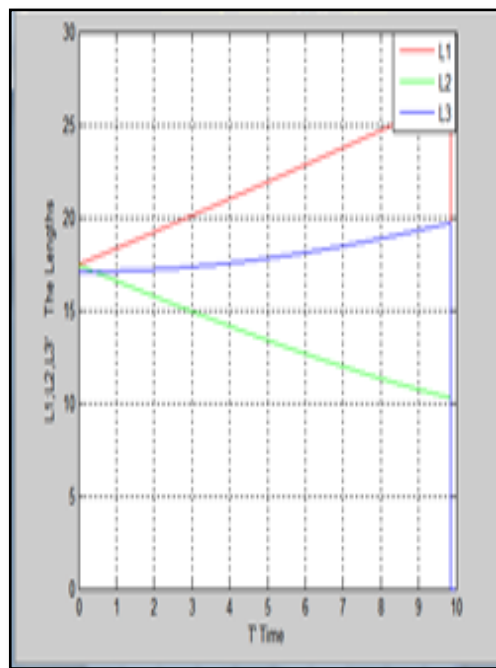


Figure 4.14 les longueurs du mode statique (3 câbles)

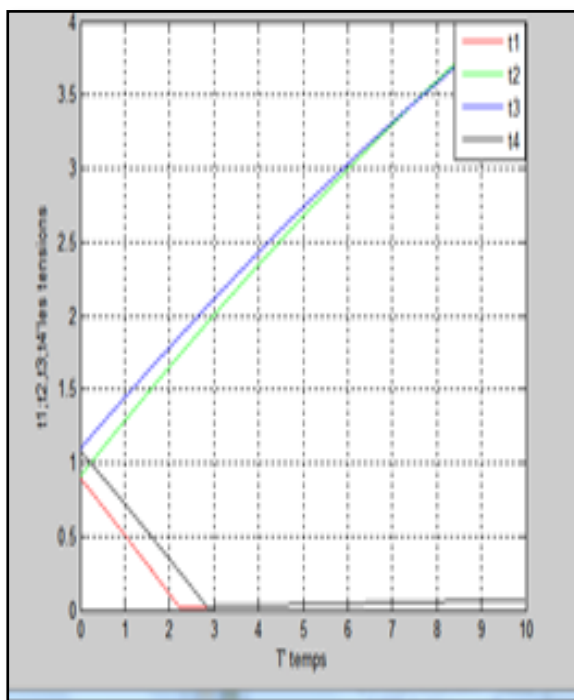


Figure 4.15 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire échelon (step)

IV.2.2. Pour un robot à 4 câbles

IV.2 .2.a.Trajectoire circulaire

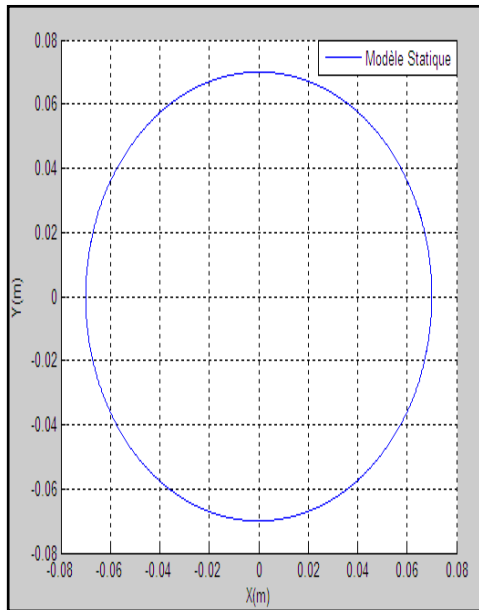


Figure 4.4 la trajectoire circulaire pour le mode statique

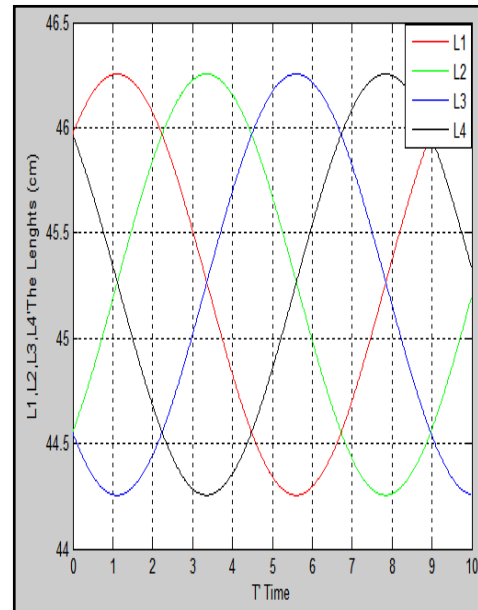


Figure 4.5 les longueurs du mode statique (4 câbles)

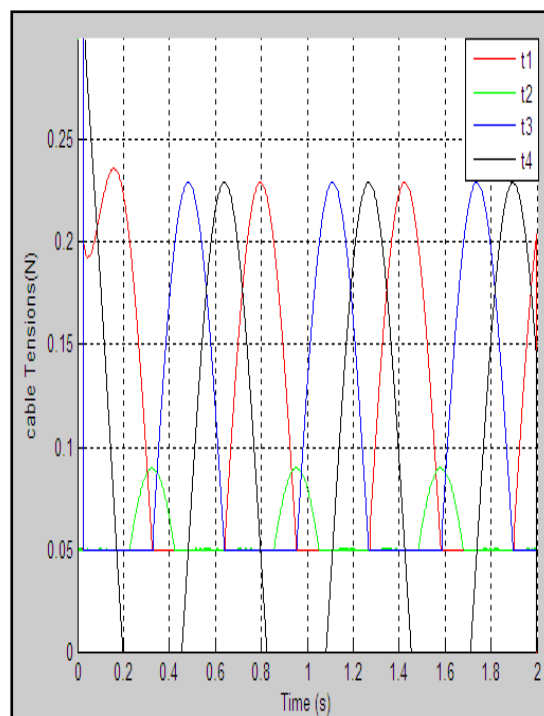


Figure 4.6 les tensions nécessaire pour tracer une cercle

IV.2 .2.b.Trajectoire sinusoïdale

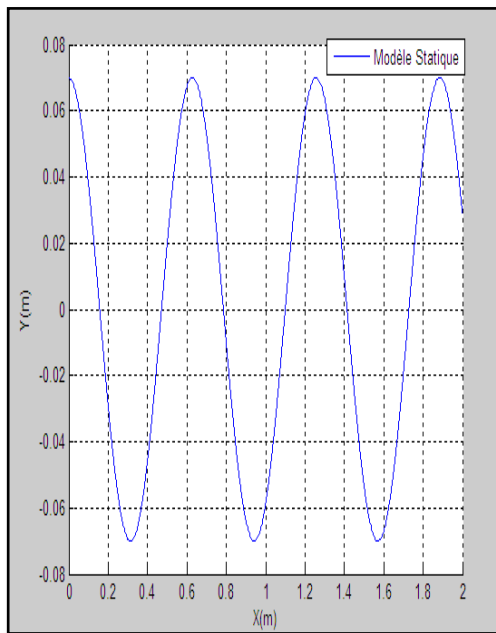


Figure 4.10 la trajectoire sinusoïdale pour le mode statique

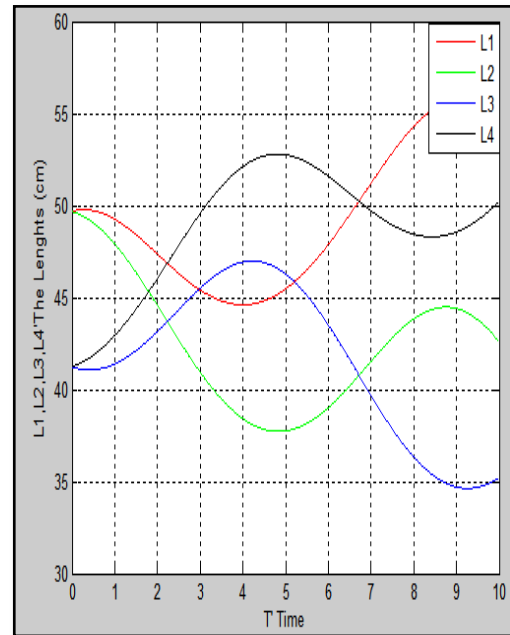


Figure 4.11 les longueurs du mode statique (4 câbles)

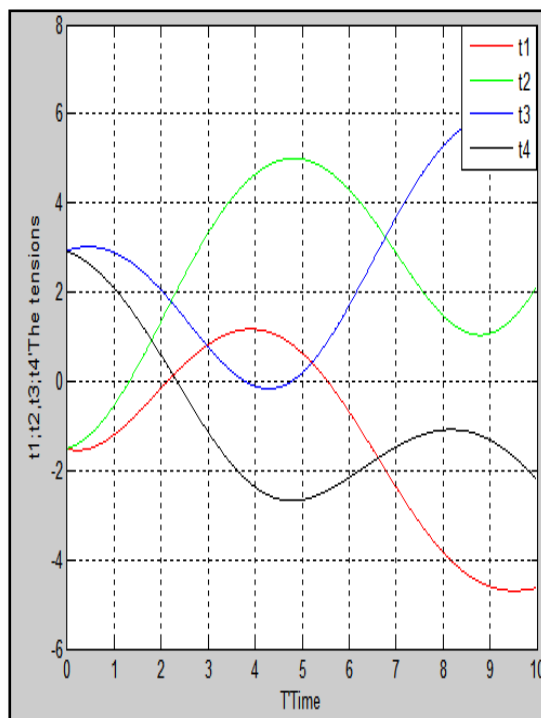


Figure 4.12 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdale

IV.2 .2.c.Trajectoire échelon (step)

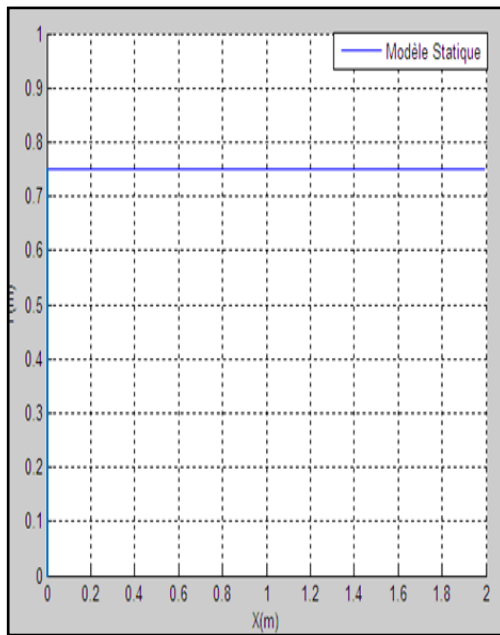


Figure 4.16 la trajectoire échelon (step) pour le mode statique

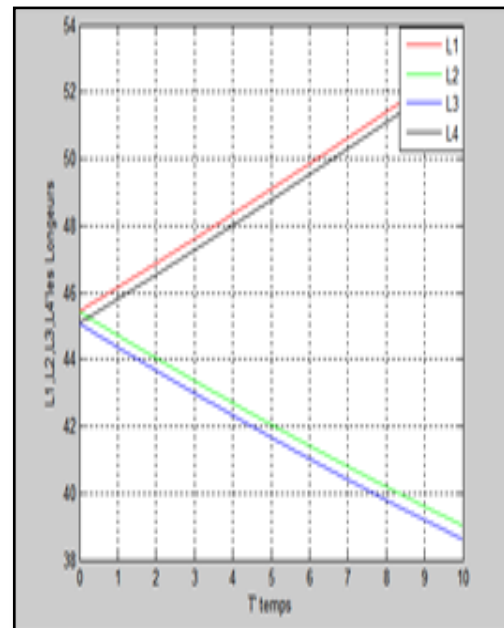


Figure 4.17 les longueurs du mode statique (4 câbles)

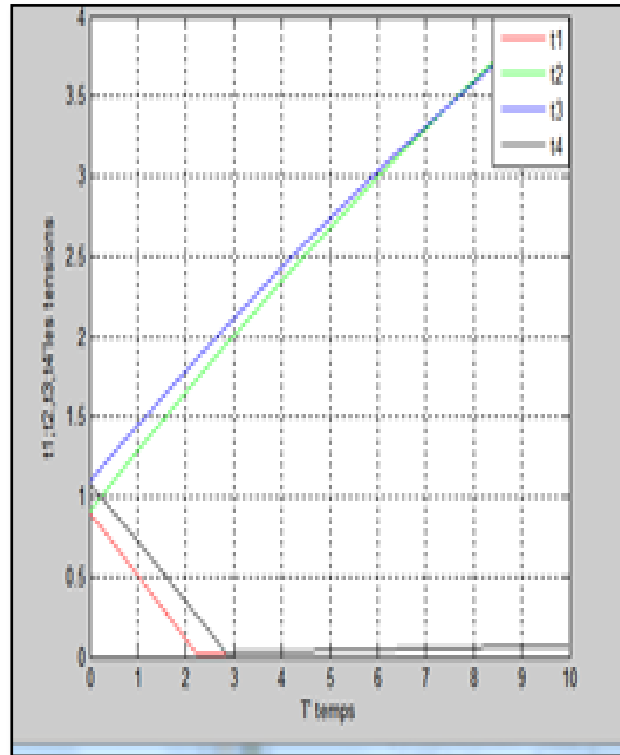


Figure 4.18 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire échelon (step)

IV.3. Les résultats de simulation pour les robots à 5 et 8 câbles (Plan 3D)

IV.3 .1.Robot se forme pyramide avec 5 câbles

IV.3.1.a.Trajectoire spirale

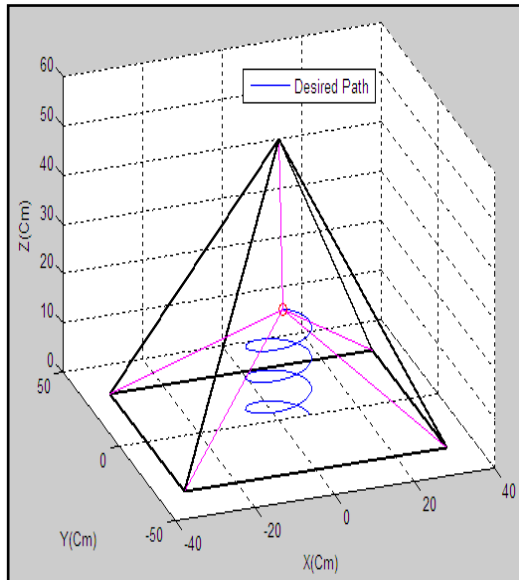


Figure 4.19 la trajectoire spirale pour le mode statique avec l'affichage de l'espace de travail

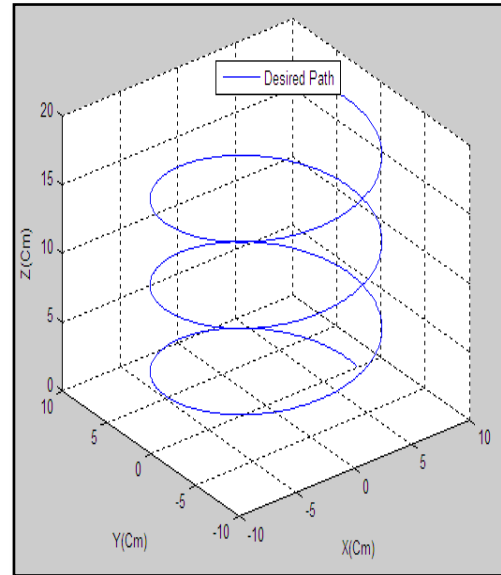


Figure 4.20 la trajectoire spirale pour le mode statique sans l'affichage de l'espace de travail

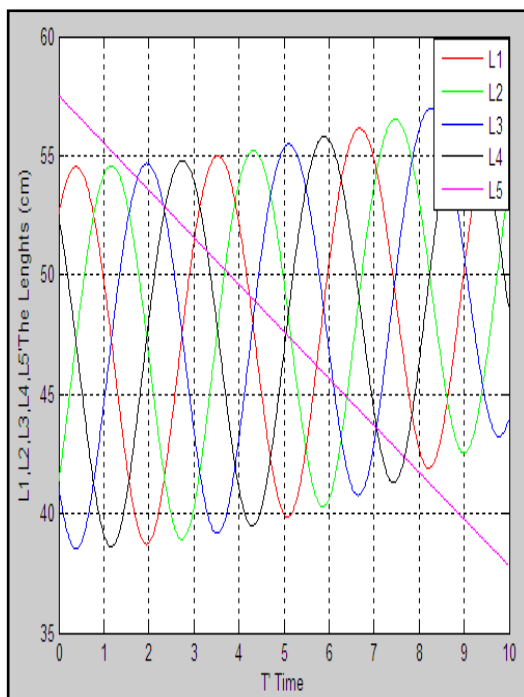


Figure 4.21 les longueurs du mode Statique (5 câbles)

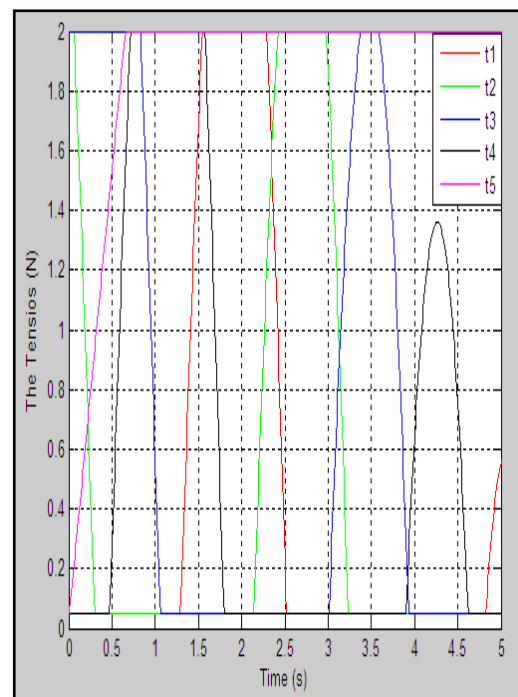


Figure 4.22 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire spirale

IV.3.1.b. Pour une trajectoire sinusoïdale

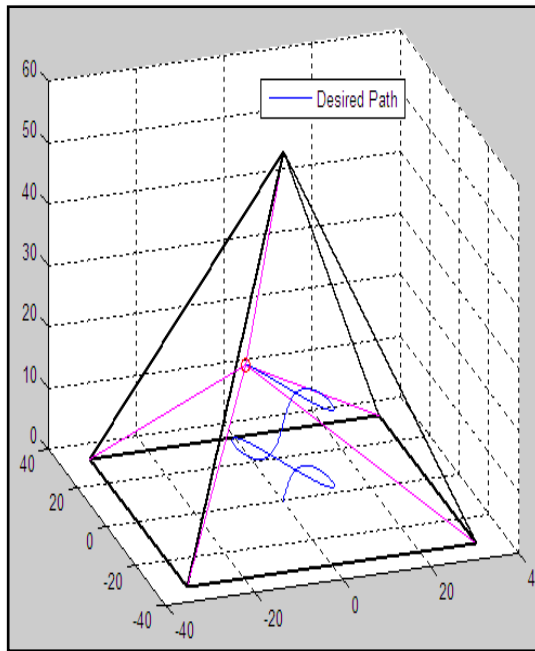


Figure 4.23 la trajectoire sinusoïdale pour le mode statique avec l'affichage de l'espace de travail

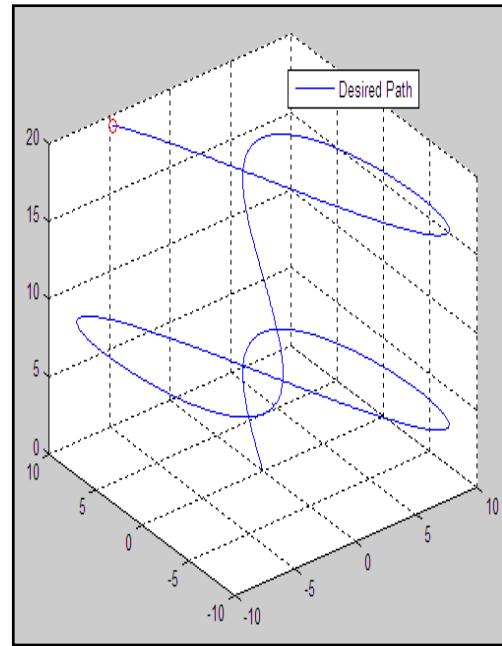


Figure 4.24 la trajectoire sinusoïdale pour le mode statique sans l'affichage de l'espace de travail

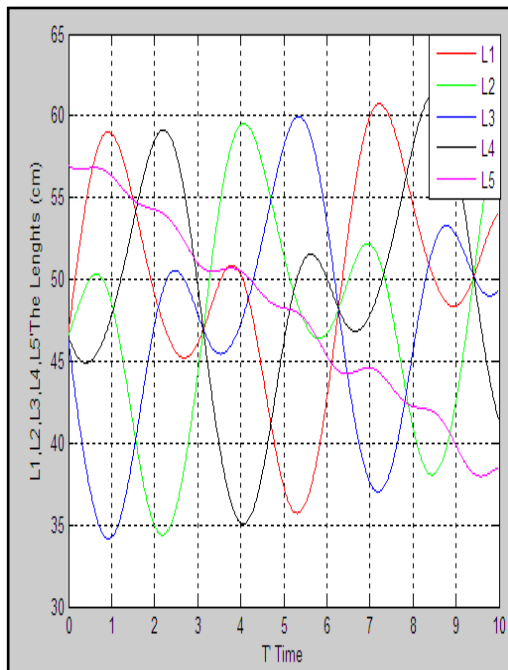


Figure 4.25 les longueurs du mode Statique (5 câbles)

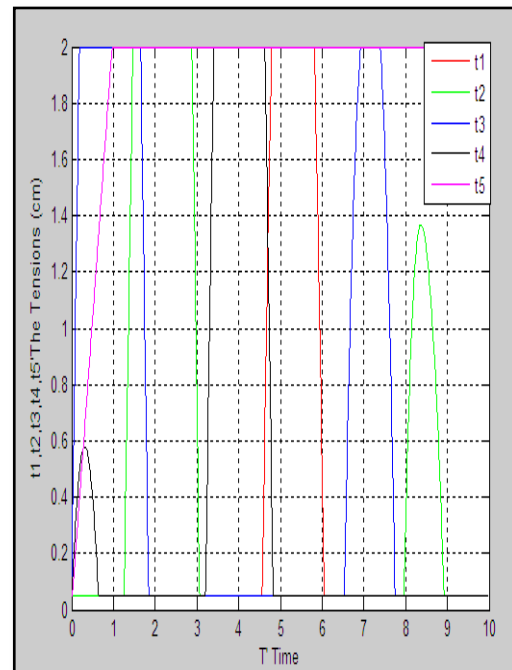


Figure 4.26 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdale

IV.3 .2.Robot se forme cubique avec 8 câbles

IV.3.2.a.Trajectoire spirale

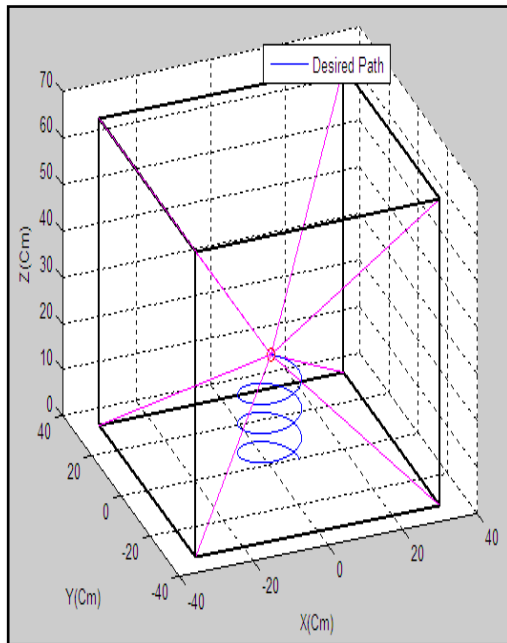


Figure 4.27 la trajectoire spirale pour le mode statique avec l'affichage de l'espace de travail

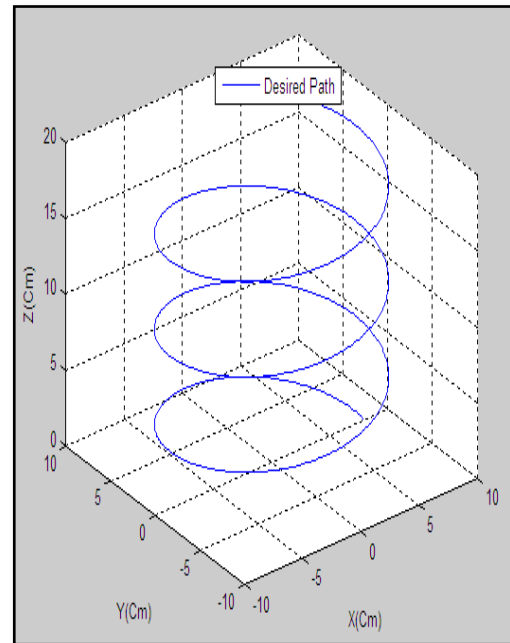


Figure 4.28 la trajectoire spirale pour le mode statique sans l'affichage de l'espace de travail

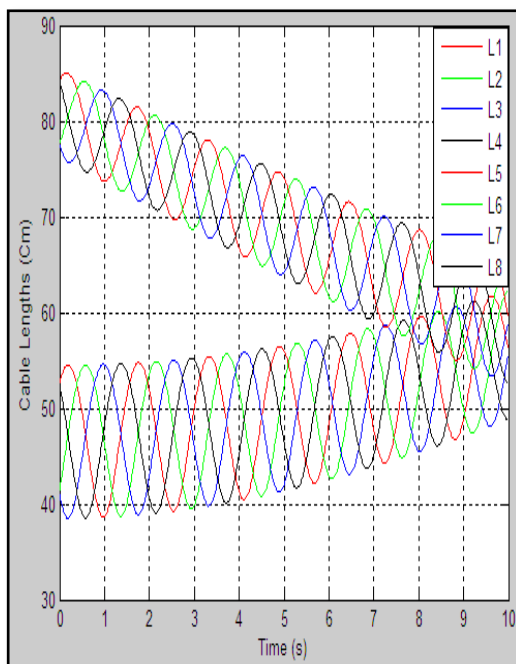


Figure 4.29 les longueurs du mode Statique (8 câbles)

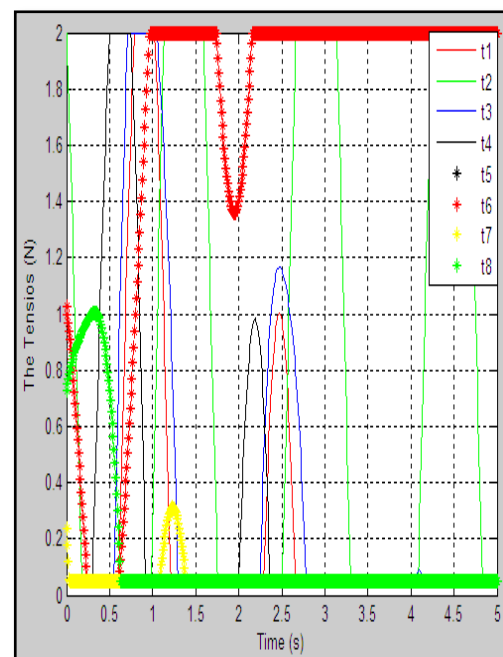


Figure 4.30 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire spirale

IV.3.2.b.Trajectoire sinusoïdale

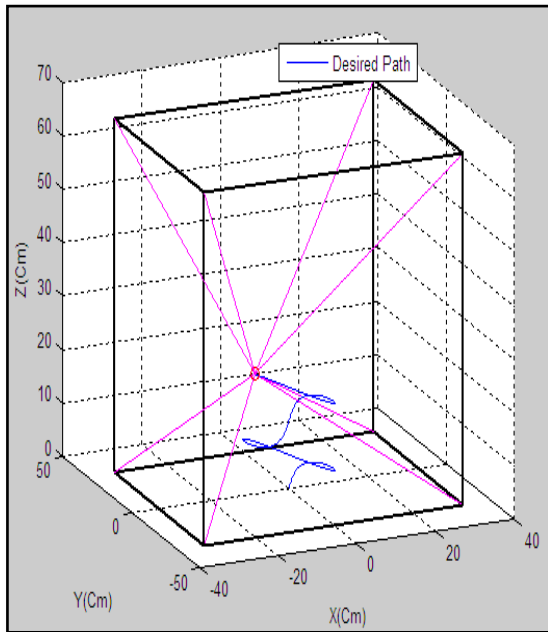


Figure 4.31 la trajectoire spirale pour le mode statique avec l'affichage de l'espace de travail

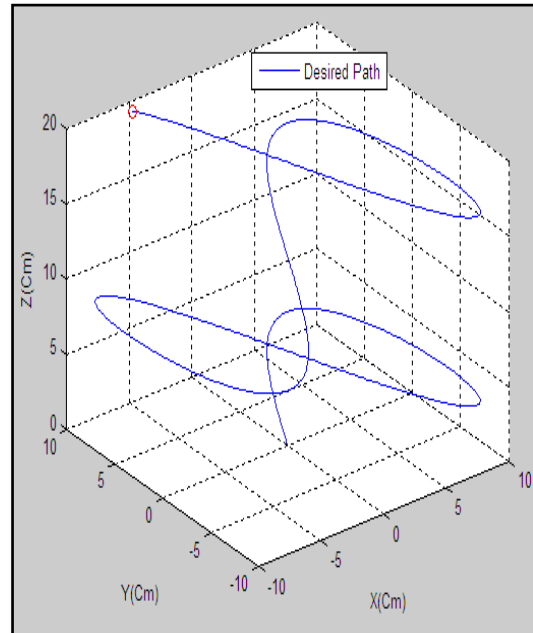


Figure 4.32 la trajectoire spirale pour le mode statique sans l'affichage de l'espace de travail

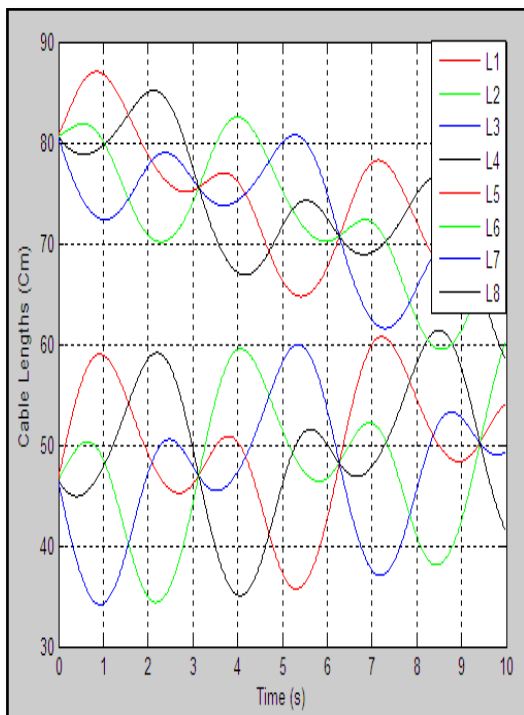


Figure 4.33 les longueurs du mode Statique (8 câbles)

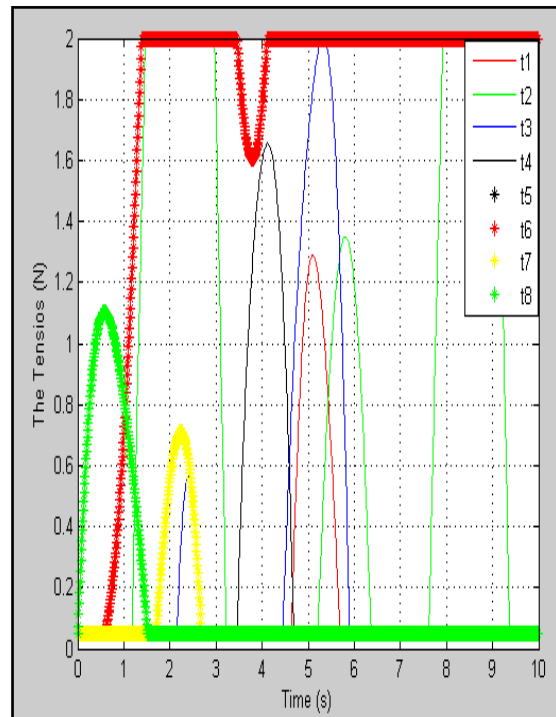


Figure 4.34 les tensions nécessaire pour tracer une trajectoire sinusoïdale

Le but principal de la simulation du mode statique

pour les deux modes des plans (2D et 3D) Toutefois dans le but de comparer prochainement les longueurs et les tensions avec les résultats du modèle dynamique et utilisé la trajectoire désirée comme repère a suivi par la trajectoire réelle.

IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté les résultats de simulation du modèle statique pour différentes trajectoires (circulaire et sinusoïdale) appliqués au deux plans 2D (les robots à 3 et 4 câbles) et 3D (les robots à 5 et 8 câbles) avec la présentation de leurs longueurs et les tensions nécessaires pour tracer ces trajectoires.

CHAPITRE V

Résultats et discussion

Sommaire

| | |
|---|------------|
| V.1 Introduction | 72 |
| V.2 Système en boucle fermée | 72 |
| 2.2. Etablissement de la Loi de Commande en PID..... | 73 |
| 2.3. Architecture du contrôle | 73 |
| V.3. Résultats de simulation en boucle fermée pour le plan 2D..... | 74 |
| 3.a . Robot à 3 câbles | 74 |
| V.4. Etude comparative entre deux régulateurs PID et PD | 94 |
| 4.1. Robot à trois câbles | 94 |
| V.5.Résultats de simulation en boucle fermée pour le plan 3D..... | 102 |
| 5.1.a. Robot à 5 câbles sous forme pyramide..... | 102 |
| 5.1.b. Robot à 8 câbles sous forme cubique | 113 |
| V.7. Conclusion..... | 123 |

V.1.Introduction

Dans ce chapitre on va présenter les résultats de simulation en boucle ouverte, ainsi que en boucle fermée avec l'implémentation du régulateur PID (Proportionnelle, Intégrateur et Dérivateur) qui a appliqué sur les deux modes du plan 2D et 3D pour différentes trajectoires.

V.2. Système en boucle fermée

On peut représenter un système en boucle fermée par le schéma de principe suivant [57].

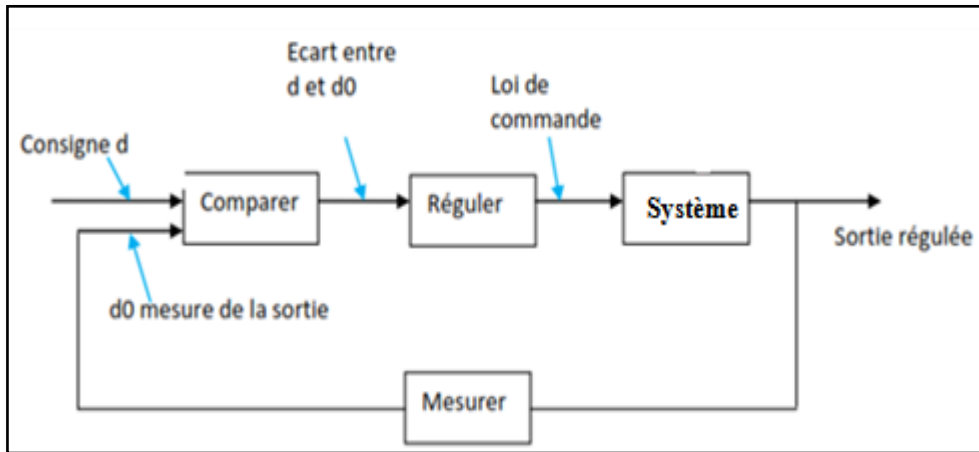


Figure 5.1 Représentation d'un système en boucle fermée

V.2.1. Approche du commande par PID

Régulateur PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) C'est un système d'auto régulation (boucle fermée), qui cherche à réduire l'erreur entre la consigne et la mesure avec $e = \text{consigne} - \text{mesure}$ [58].

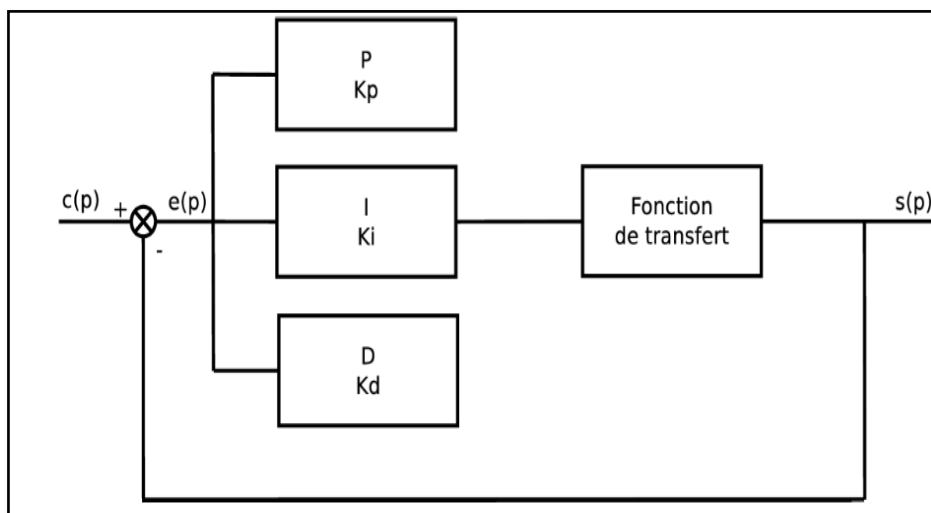


Figure 5.2 Organigramme pour le contrôleur PID

V.2.2. Etablissement de la loi de commande en PID

Bien que le modèle de notre système soit non linéaire sous la forme de l'équation (III.14 chapitre III), il a été effectuée par la méthode numérique de Runge Kutta et peut théoriquement être contrôlé par un régulateur de type PID. Pour notre application, il faut que ces tensions soient toujours positives. De même, ces dernières doivent être limitées entre *tmin* et *tmax*, pour que les câbles restent toujours rigides, de plus, l'organe terminal ne doit pas dépasser l'espace de travail. La simulation du fonctionnement de notre système nécessite l'intégration du système d'équations sous les contraintes précitées.

L'établissement de la loi du contrôle sur x et y (2D) plus z (3D) pour est:

$$\begin{cases} U_X = K_P e_X(t) + K_I \int_{i=1}^{n-1} e_X + K_D \dot{e}_X(t) \\ U_Y = K_P e_Y(t) + K_I \int_{i=1}^{n-1} e_Y + K_D \dot{e}_Y(t) \\ U_Z = K_P e_Z(t) + K_I \int_{i=1}^{n-1} e_Z + K_D \dot{e}_Z(t) \end{cases} \dots\dots(V.1)$$

V.2.3. Architecture du contrôle

L'architecture du contrôle (Fig.5.3) est composée de trois parties différentes: le contrôleur PID, calcul la tension et l'angle de la poulie pour déterminer les longueurs du câble Li [59].

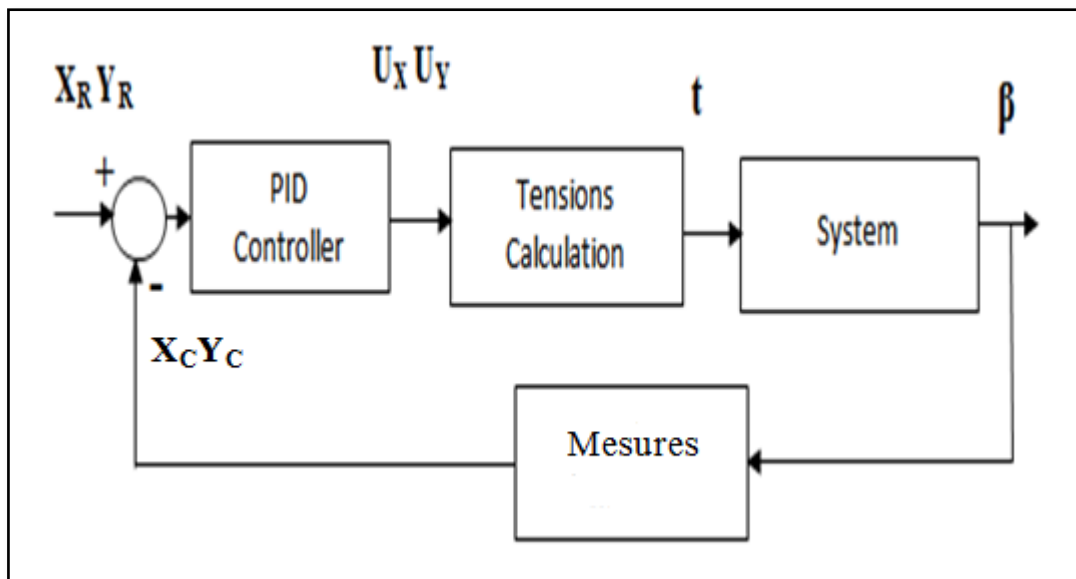


Figure 5.3 architecture du contrôle PID

V.3. Résultats de simulation en boucle fermée pour le plan 2D

V.3.a. Robot à 3 câbles

Cette partie a fait pour simuler des réponses avec un robot à 3 câbles qui est un système d'équation non linéaire. A cet effet, on utilisera la méthode numérique de Runge Kutta pour les conditions suivantes:

Les inerties du rotor et de la poulie de chaque moteur, J_i ($i=1:3$) =0.0008 kgm², les coefficients d'amortissement visqueux de chaque arbre de moteur C_i ($i=1:3$)=0.01 Nms. La masse de l'organe $m=100g$, le rayon de la poulie de chaque moteur r_i ($i=1:3$)=0.01m, Aussi on pose que le repère de notre système est ou point milieu pour tous les configurations (0,0).
Don: $A_{x1}=-0.15m$, $A_{y1}=-0.0866m$, $A_{x2}= 0.15m$, $A_{y2}=-0.0866m$, $A_{x3}=0m$, $A_{y3}=0.1732m$.

Avec A_{xi} ($i=1:3$) la position de poulie selon l'axe x et A_{yi} ($i=1:3$) la position de poulie selon l'axe y, et les paramètres du contrôleur PID sont : $K_p=25000$, $K_i=0.008$ et $K_d=1000$.

On présentera suivante les trajectoires : circulaire, Sinusoïdale et échelon (Step).

- **Trajectoire circulaire**

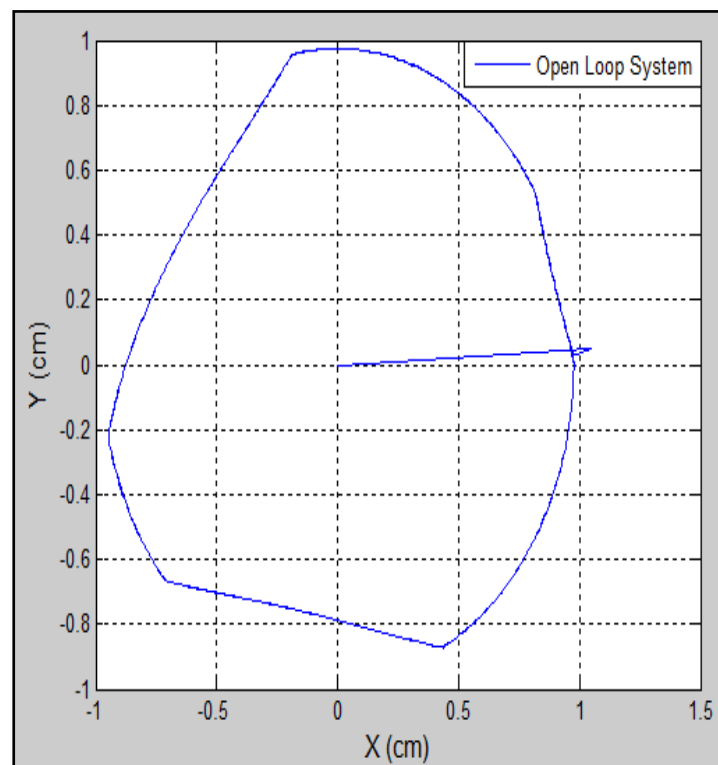


Figure 5.4 la réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire circulaire (3 câbles)

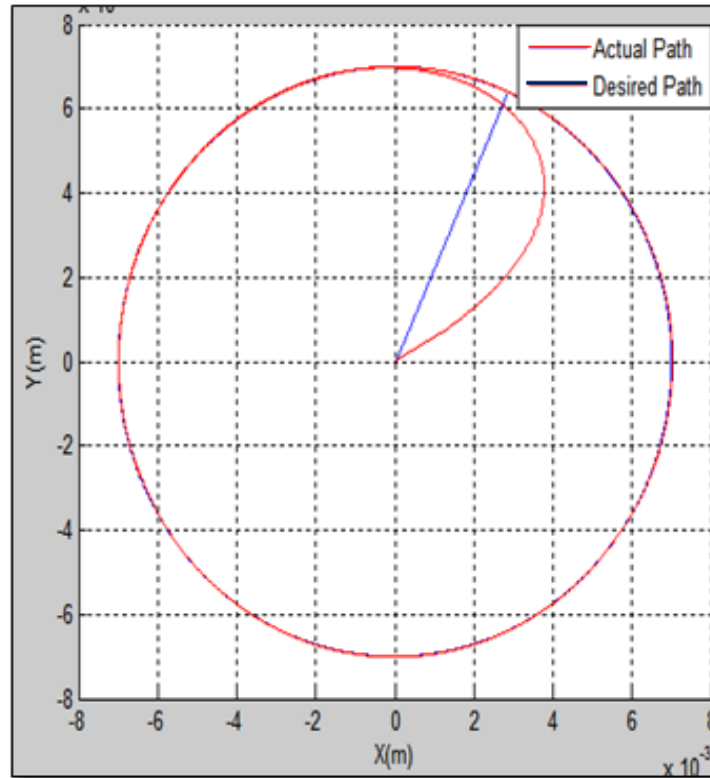


Figure 5.5 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID (trajectoire circulaire)

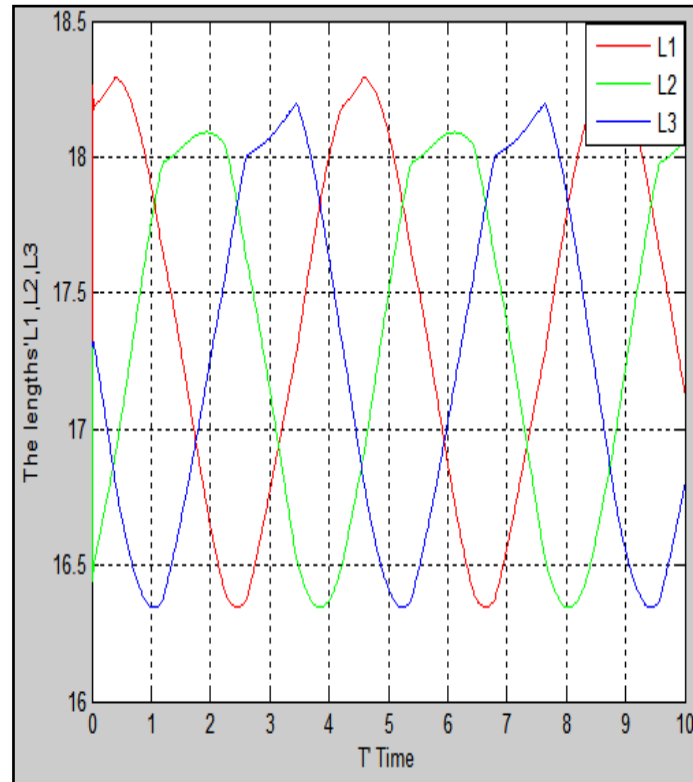


Figure 5.6 les longueurs des câbles en boucle ouverte pour une trajectoire circulaire

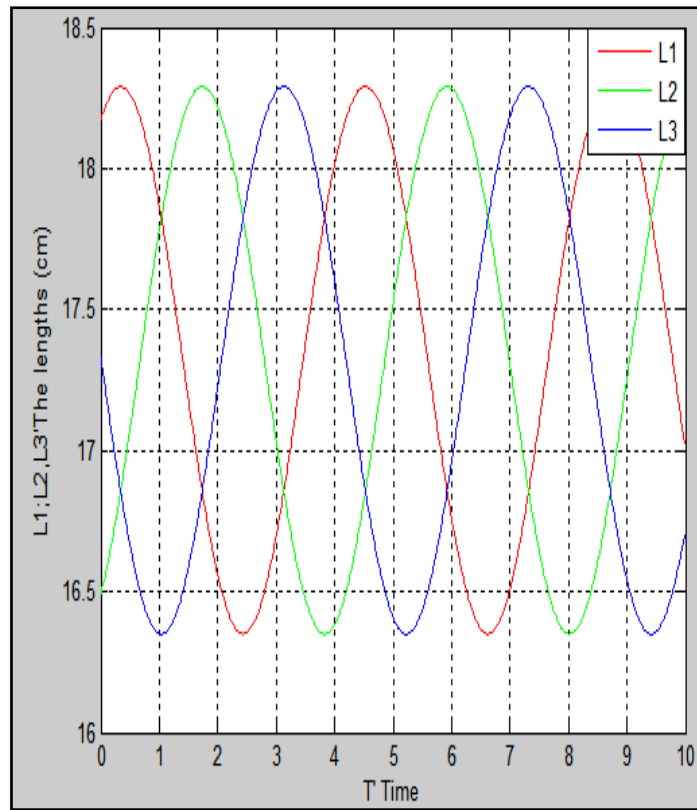


Figure 5.7 les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID contrôle

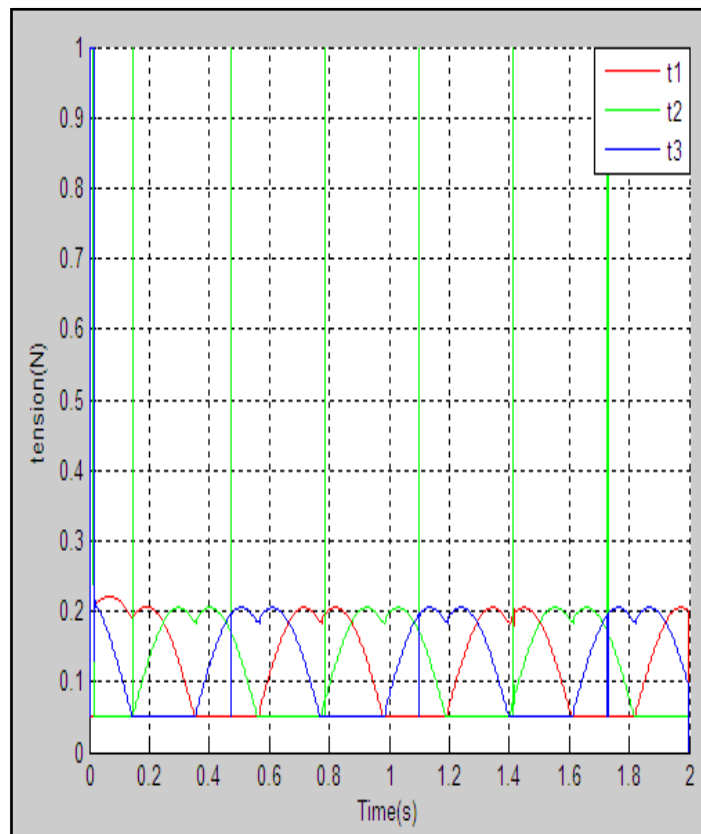


Figure 5.8 les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle

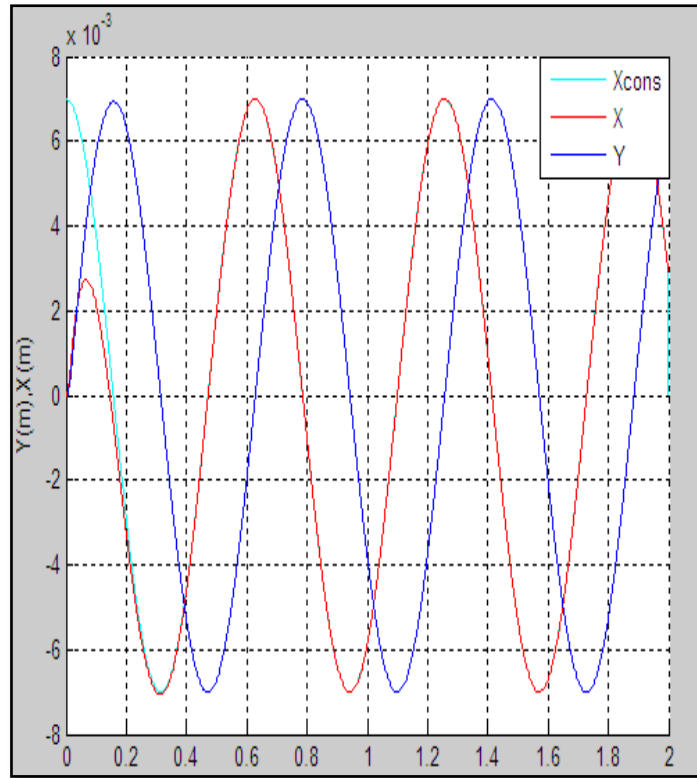


Figure 5.9 Les trajectoires calculés(X, Y) comparées avec la trajectoire désirée Xcons

- **Trajectoire sinusoïdale**

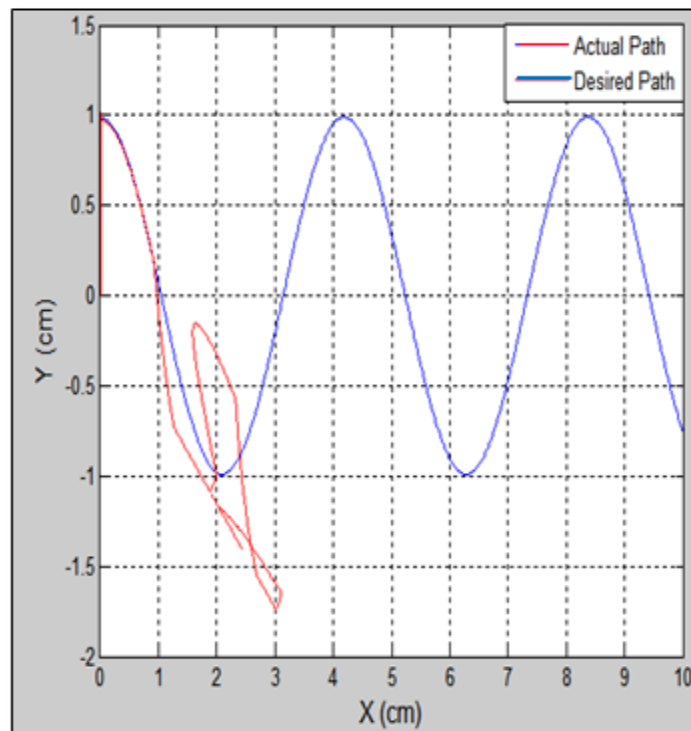


Figure 5.10 La réponse du système en boucle ouverte pour Une trajectoire sinusoïdale (3 câbles)

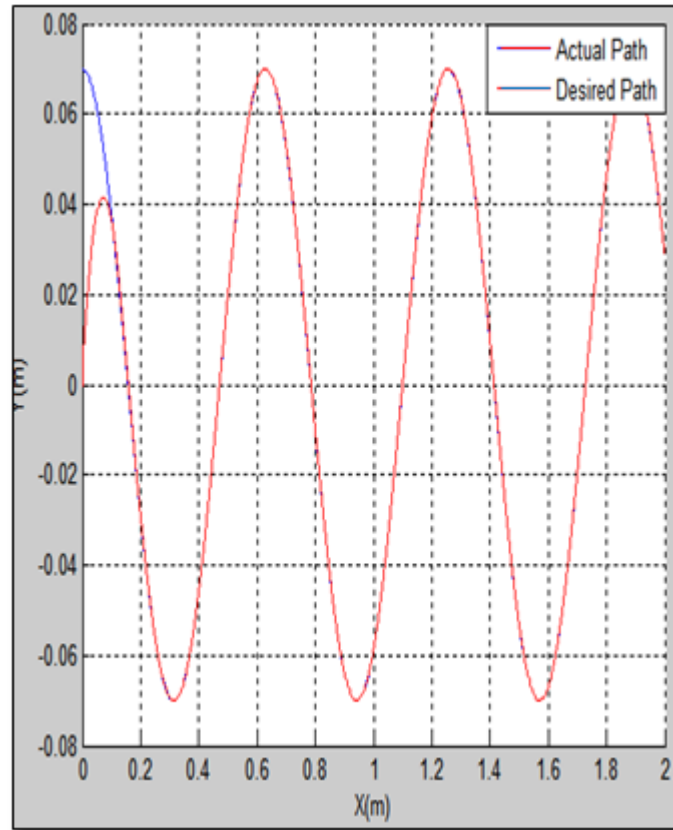


Figure 5.11 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire sinusoïdale

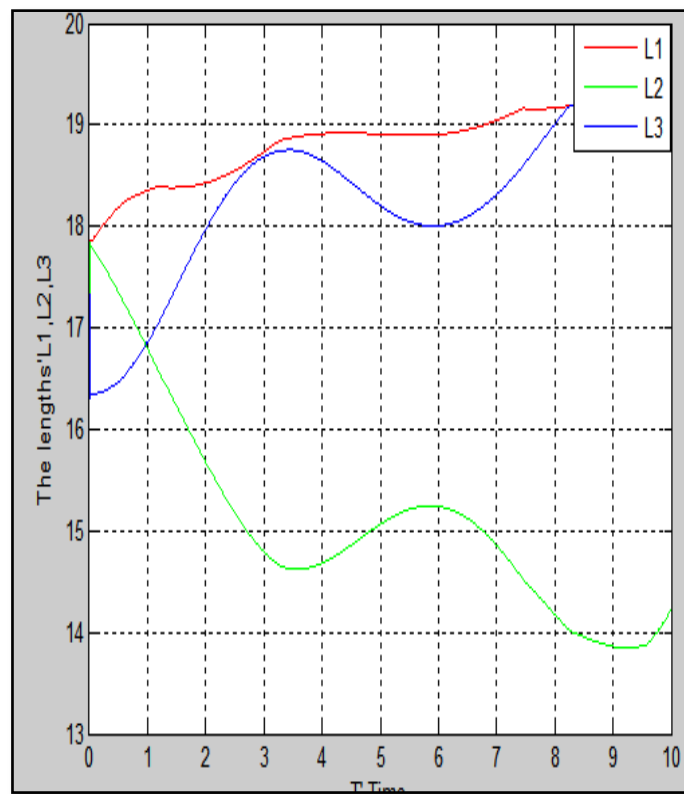


Figure 5.12 les longueurs des câbles en boucle ouverte (3 câbles)

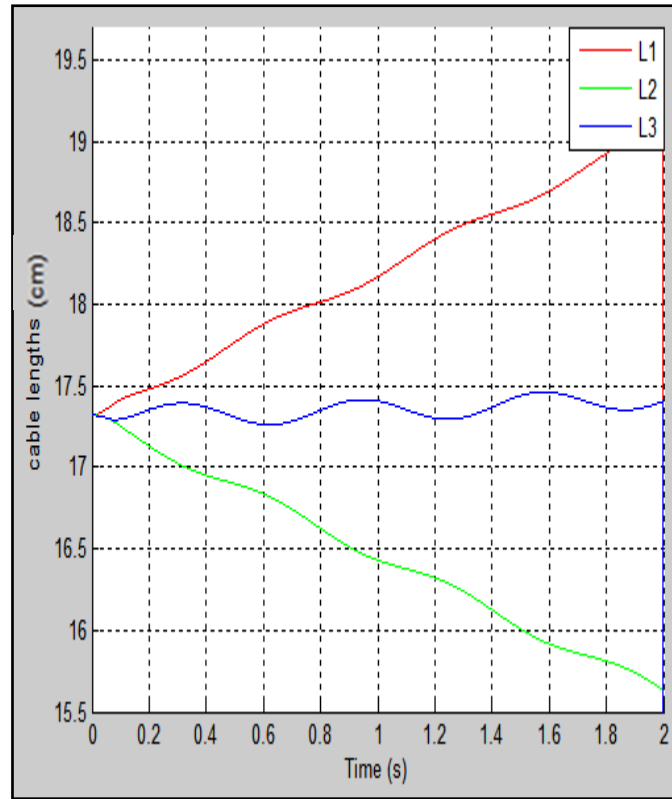


Figure 5.13 Les longueurs des câbles en boucle fermée
Avec le contrôleur PID

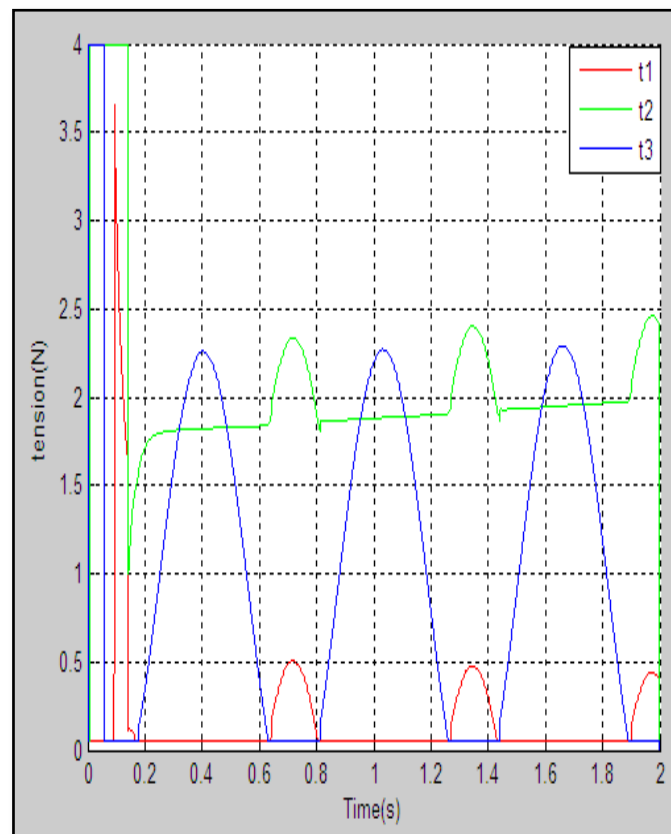


Figure 5.14 les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

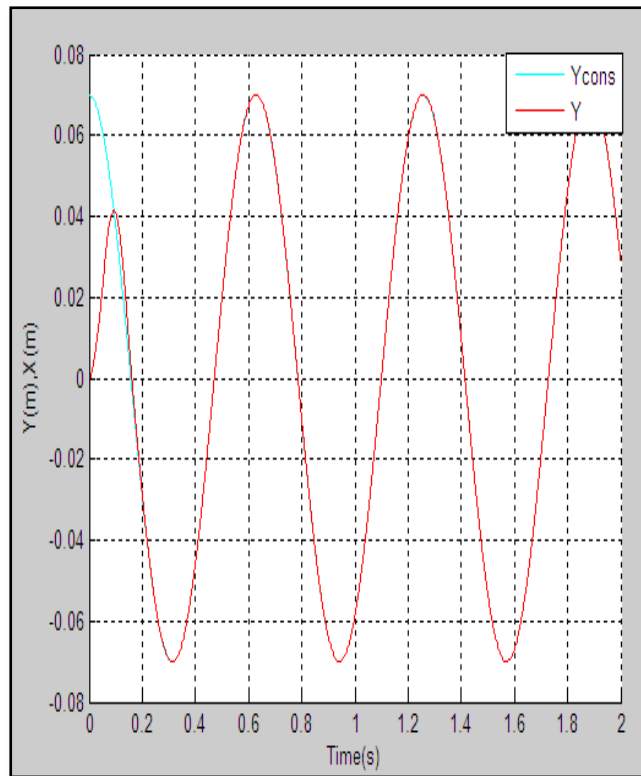


Figure 5.15 la trajectoire calculée (Y) comparée avec la trajectoire désirée Ycons

- **Trajectoire échelon (Step)**

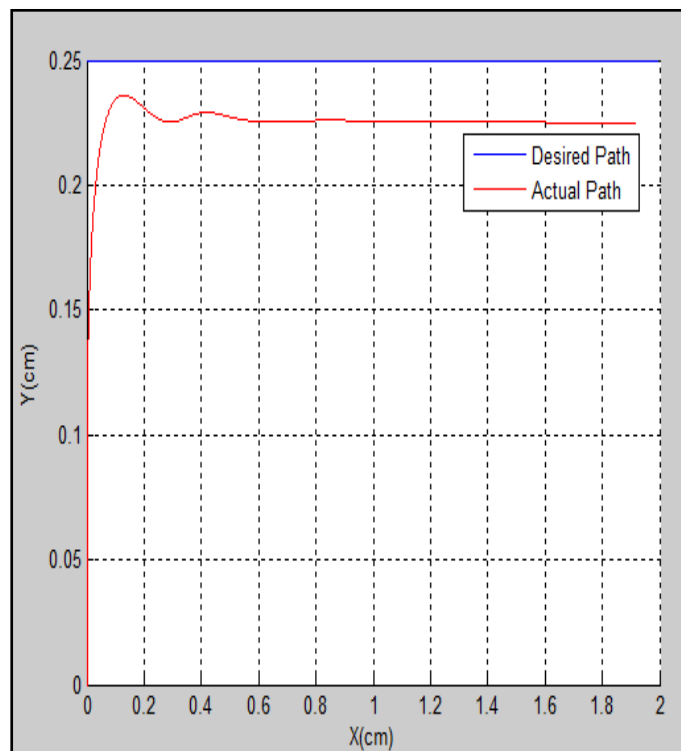


Figure 5.16 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire échelon (Step) (3 câbles)

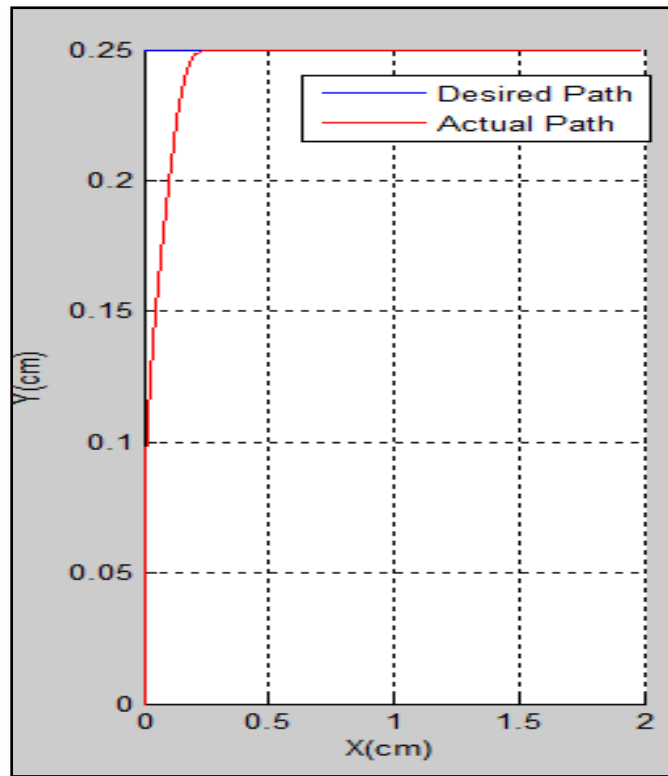


Figure 5.17 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire échelon (step)

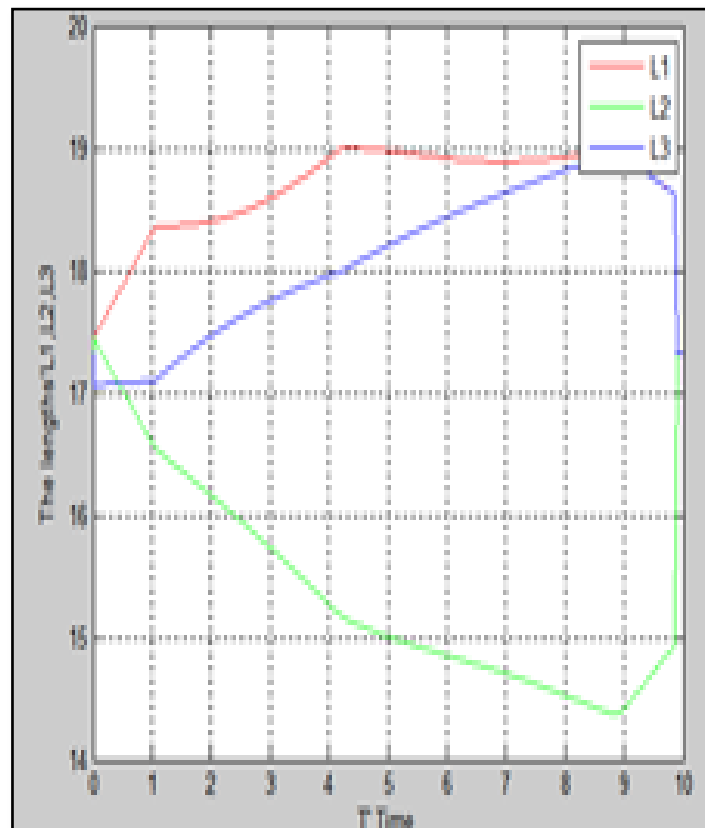


Figure 5.18 les longueurs des câbles en boucle ouverte

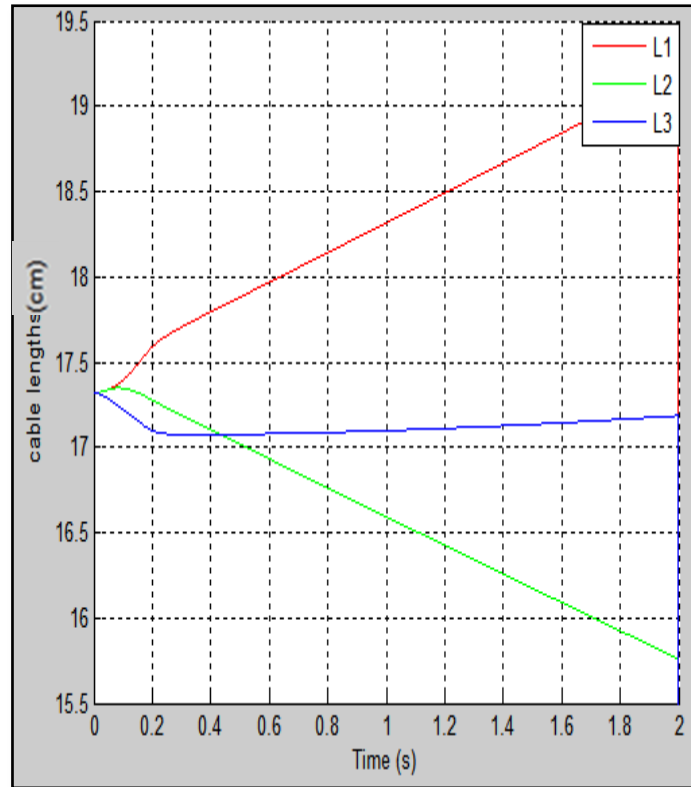


Figure 5.19 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

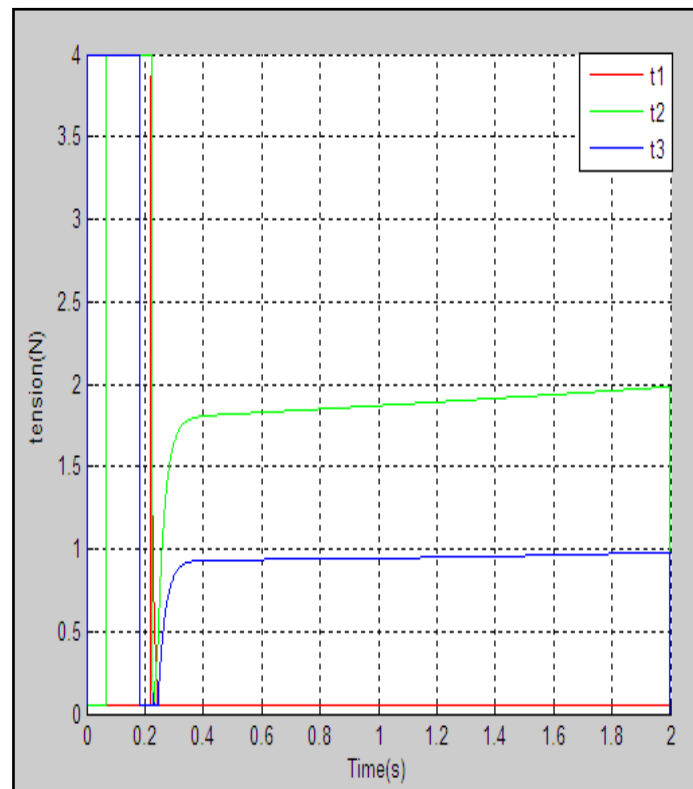


Figure 5.20 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

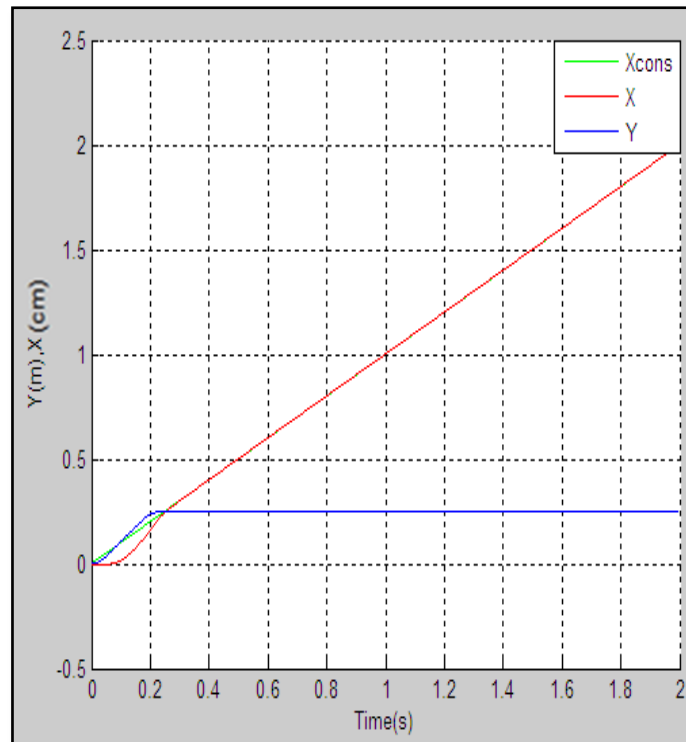


Figure 5.21 les trajectoires calculées (X,Y) comparées avec la trajectoire désirée Xconsigne

V.3.b. Robot à 4 câbles

Pour 4 câbles même conditions du robot à 3 câbles avec: $A_{x1}=-0.32m$, $A_{y1}=-0.32$, $A_{x2}= 0.32$, $A_{y2}=-0.32$, $A_{x3}=0.32m$, $A_{y3}=0.32m$ et $A_{x4}=-0.32m$, $A_{y4}=0.32m$ et A_{xi} ($i=1: 4$) la position de poulie selon l'axe x et A_{yi} ($i=1:4$) la position de poulie selon l'axe y.

Les paramètres du contrôleur PID sont les même que le robot à 3 câbles.

Aussi on présentera les mêmes trajectoires précédentes, mais ce dernier appliqué sur quatre câbles avec leurs câbles et tensions.

- Trajectoire circulaire

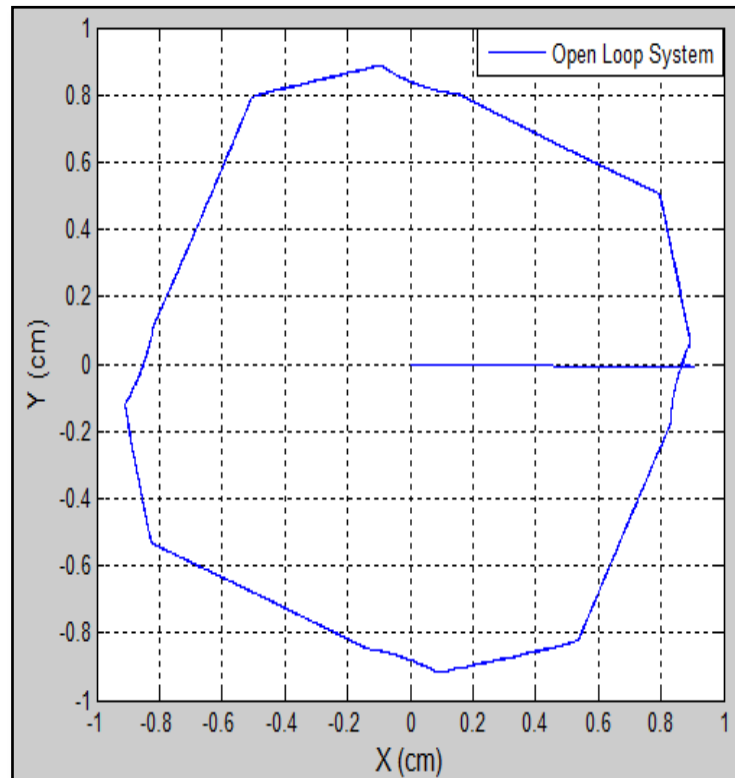


Figure 5.22 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire circulaire (4 câbles)

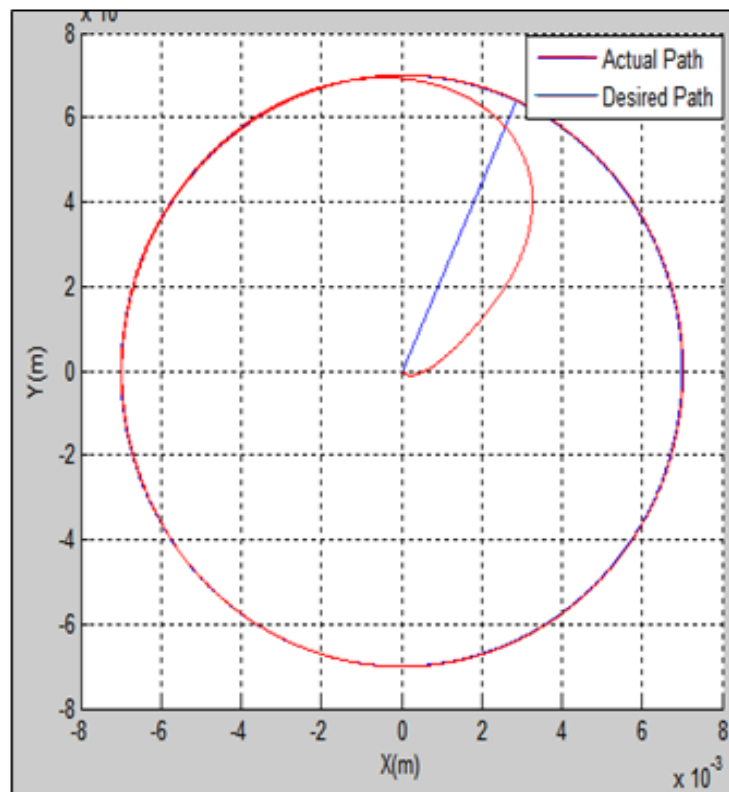


Figure 5.23 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire circulaire (4 câbles)

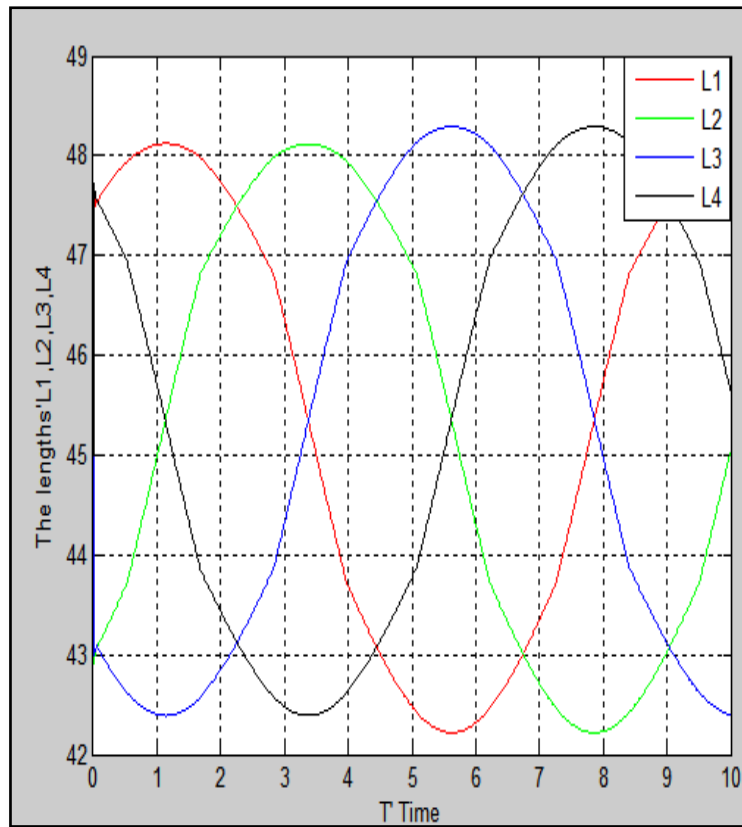


Figure 5.24 les longueurs des câbles en boucle ouverte

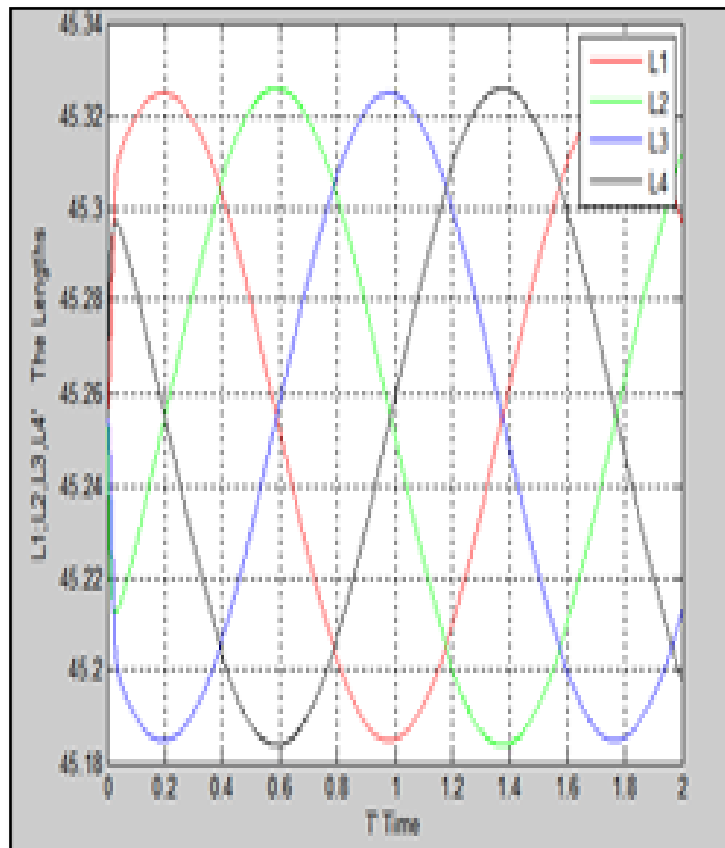


Figure 5.25 les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

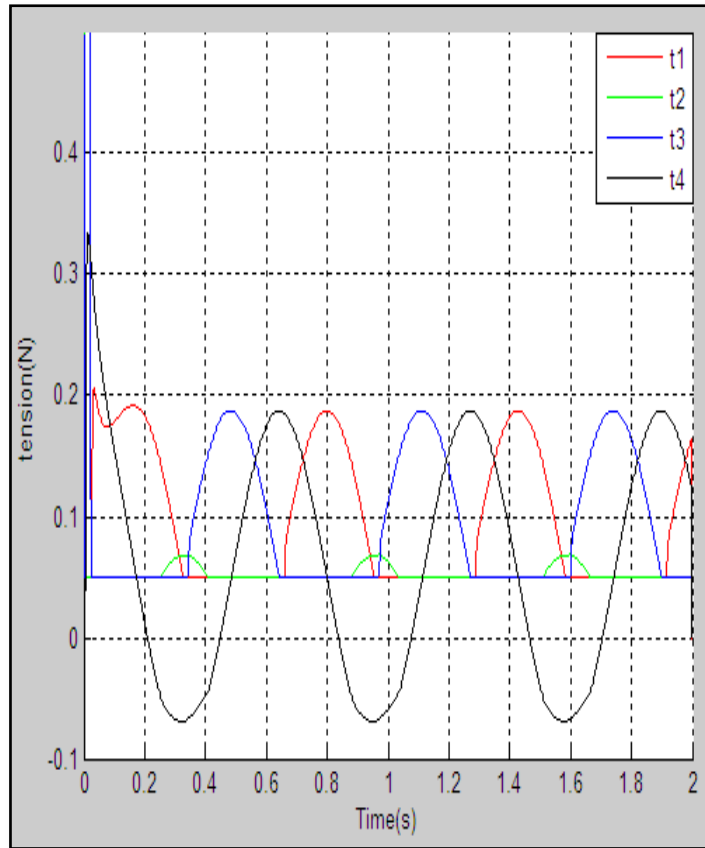


Figure 5.26 les tensions des câbles en boucle fermée avec PID

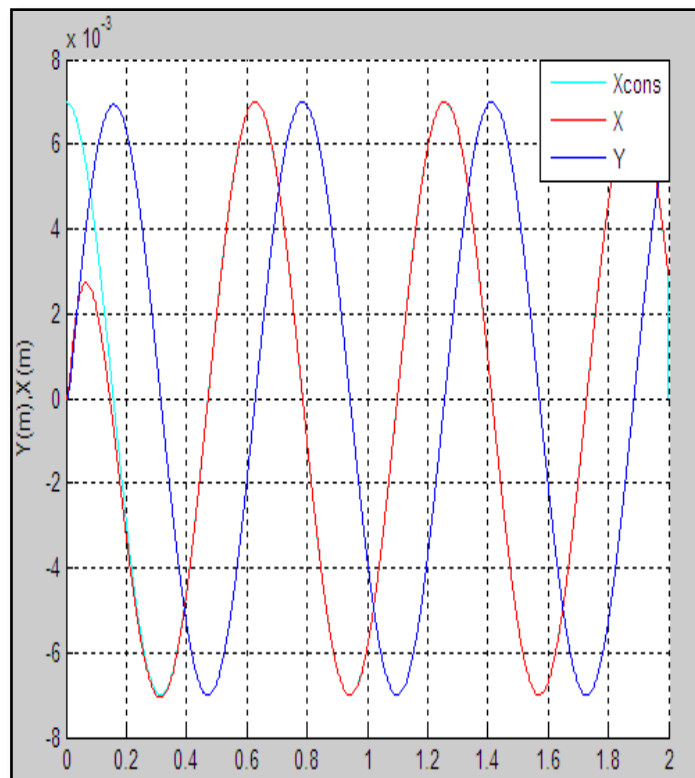


Figure 5.27 les trajectoires calculés(X,Y) comparées avec la trajectoire désirée Xcons

- Trajectoire sinusoïdale

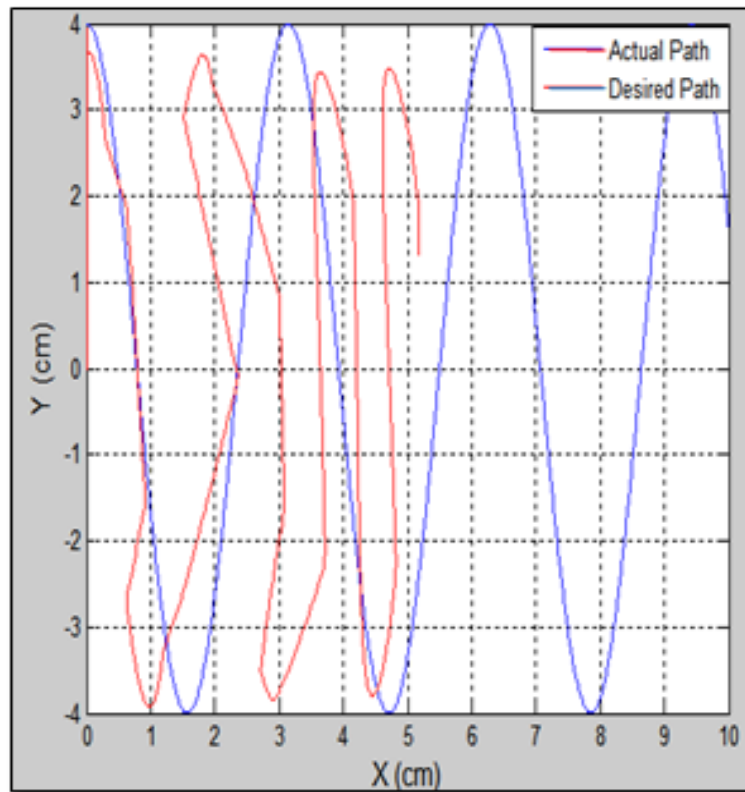


Figure 5.28 La réponse du système en boucle ouverte pour Une trajectoire sinusoïdale (4 câbles)

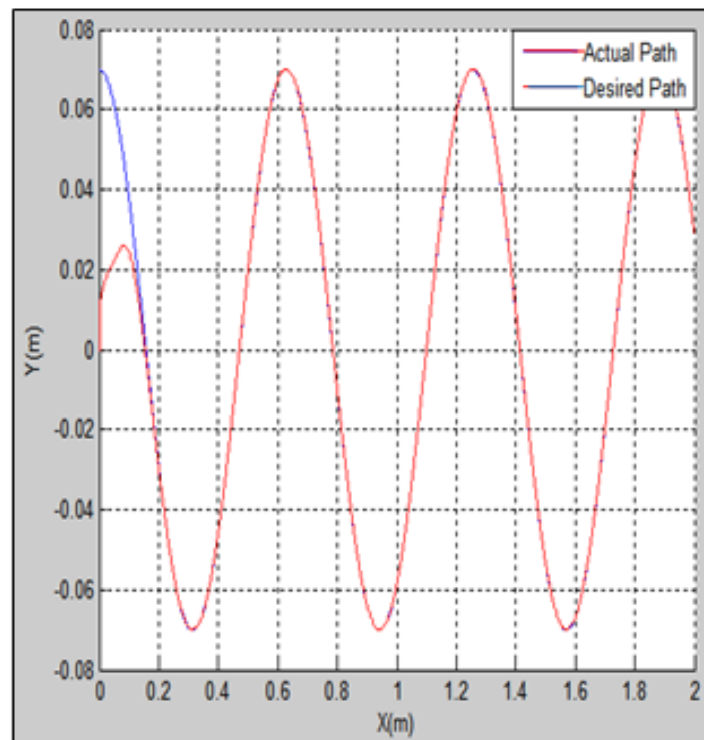


Figure 5.29 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire sinusoïdale

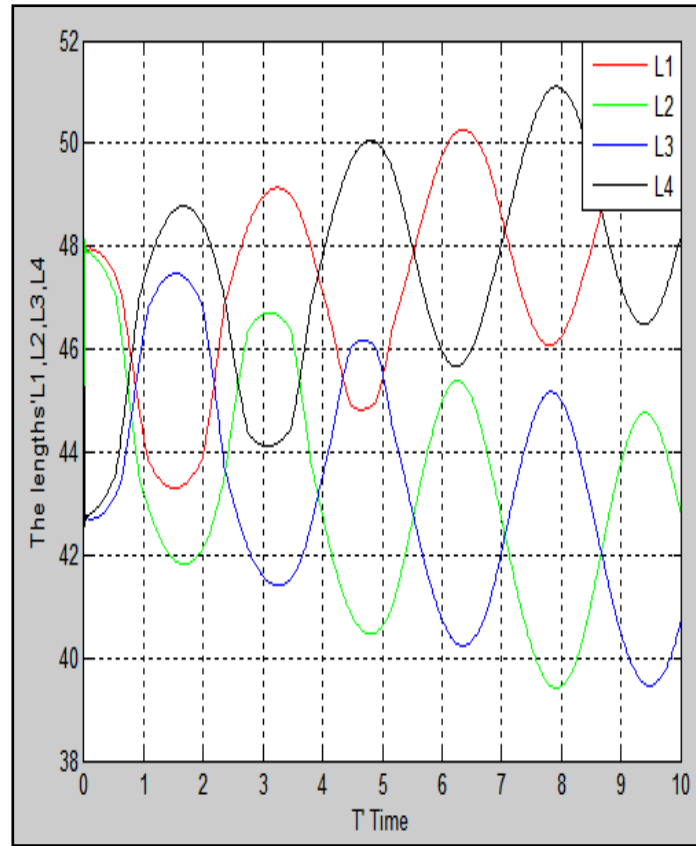


Figure 5.30 les longueurs des câbles en boucle ouverte

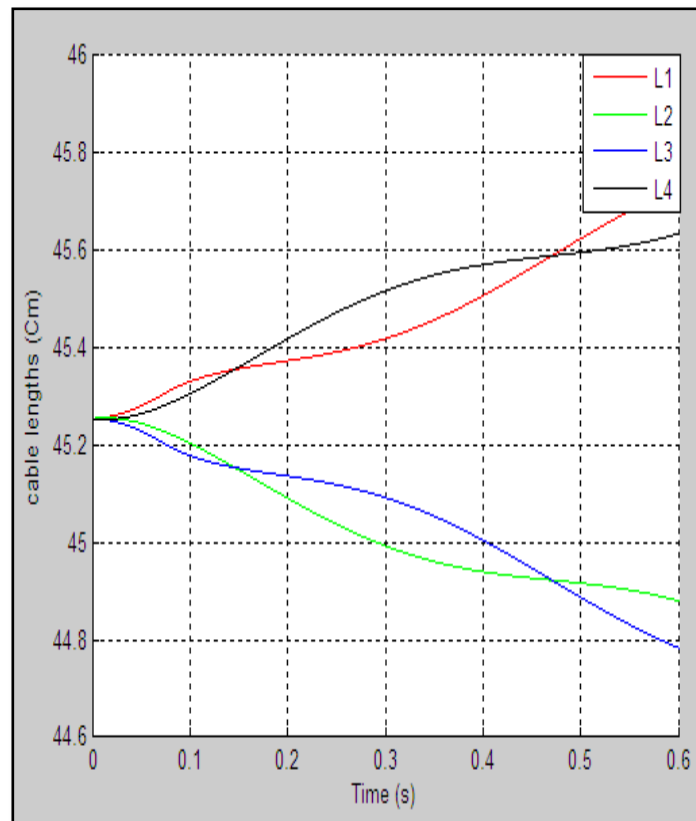


Figure 5.31 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID

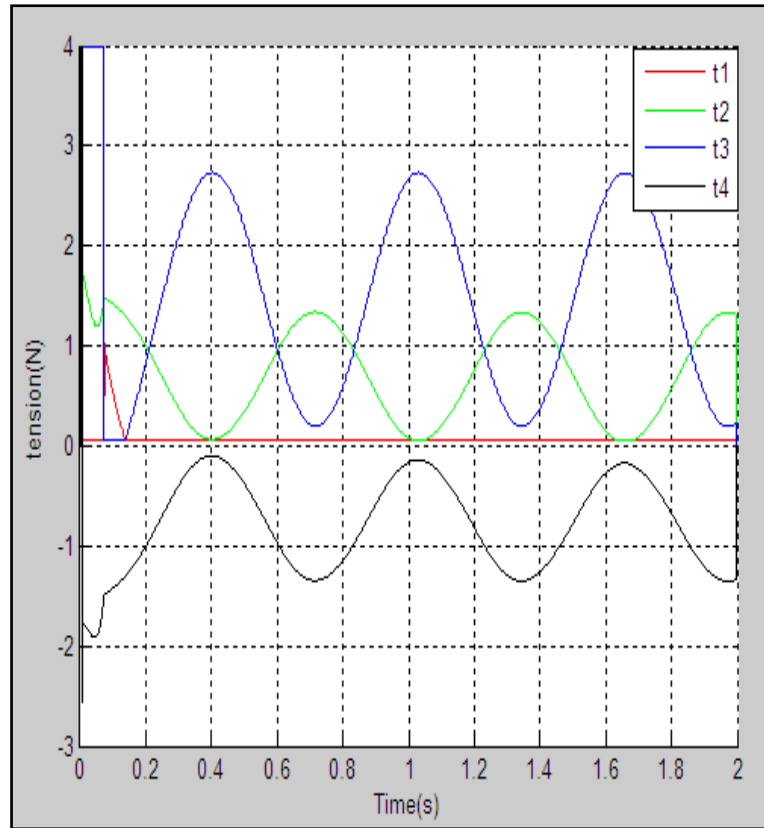


Figure 5.32 Les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle

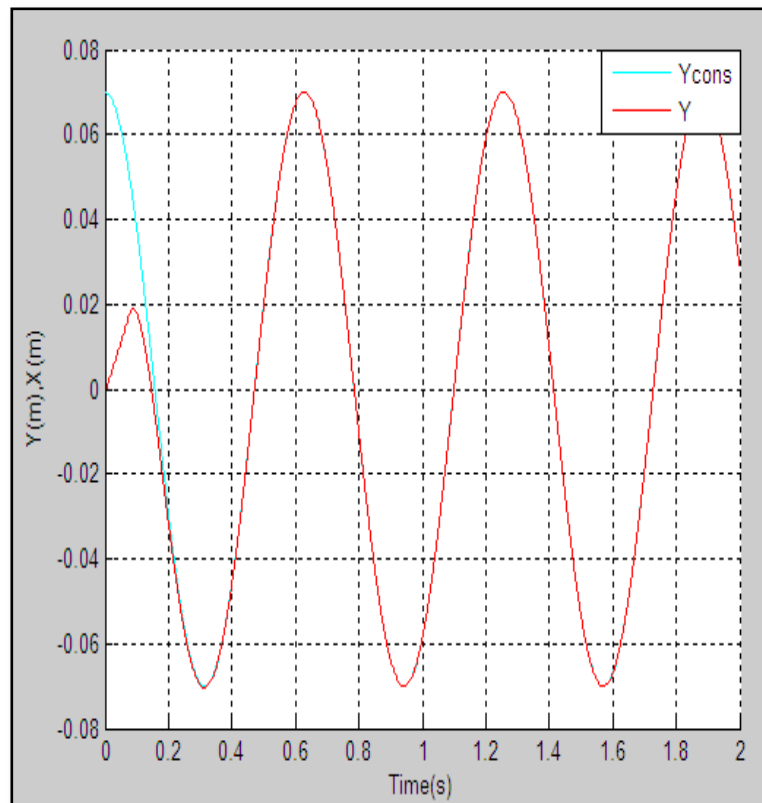


Figure 5.33 la trajectoire calculée (Y) comparée avec la trajectoire désirée Ycons

- Trajectoire échelon (Step)

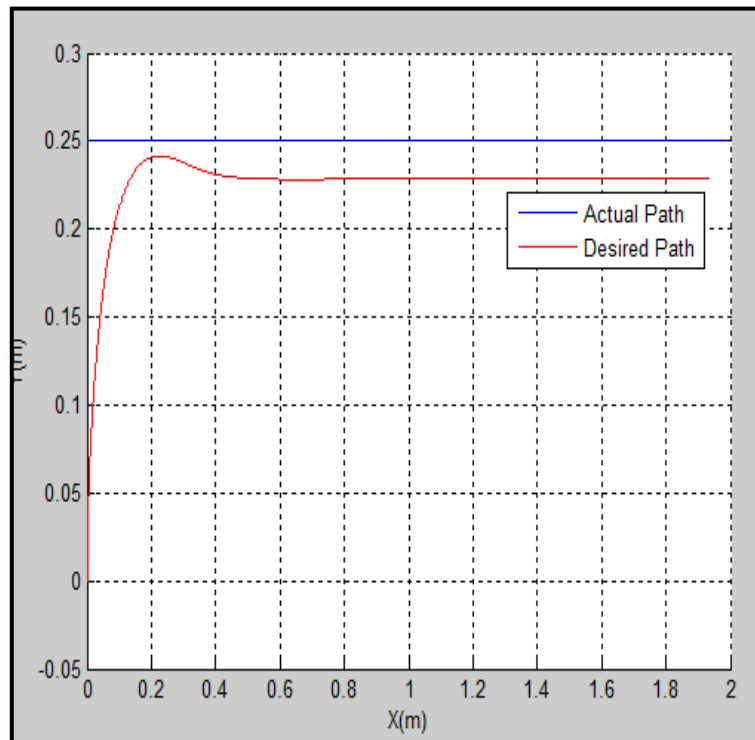


Figure 5.34 La réponse du système en boucle ouverte pour une trajectoire échelon (Step)(4 câbles)

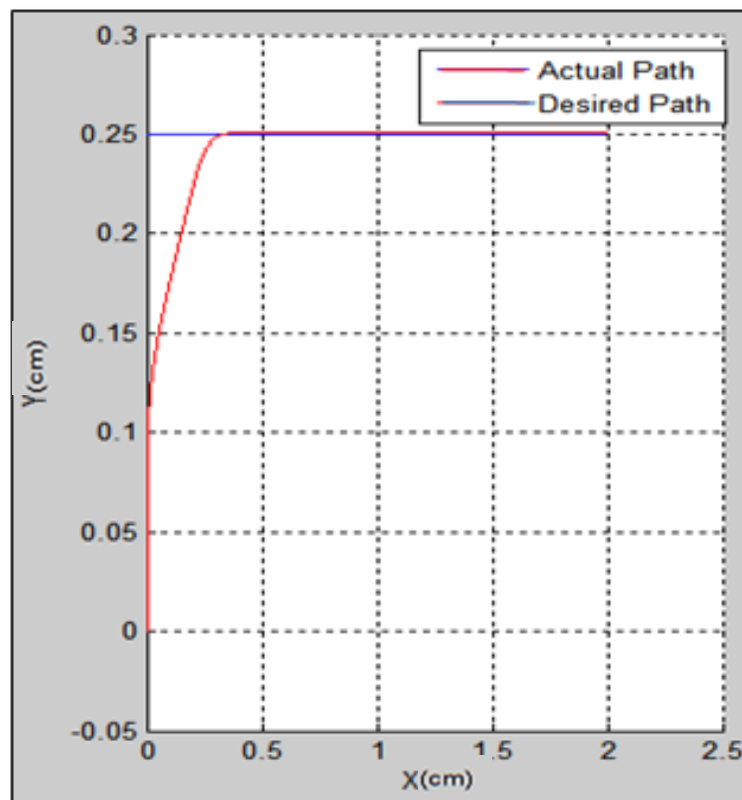


Figure 5.35 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID une trajectoire échelon (Step 4cables)

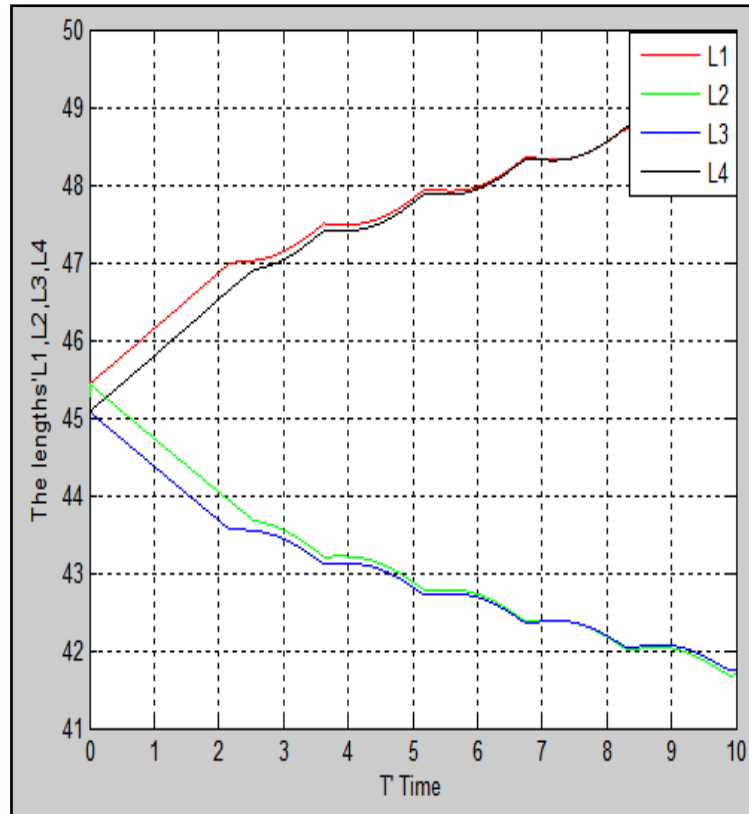


Figure 5.36 les longueurs des câbles en boucle ouverte

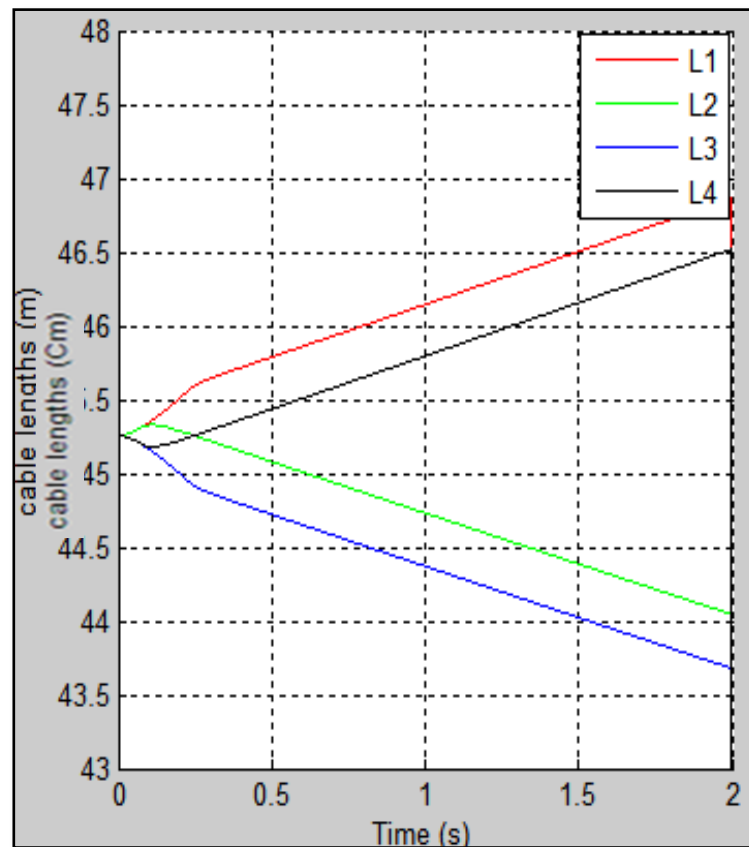


Figure 5.37 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec PID

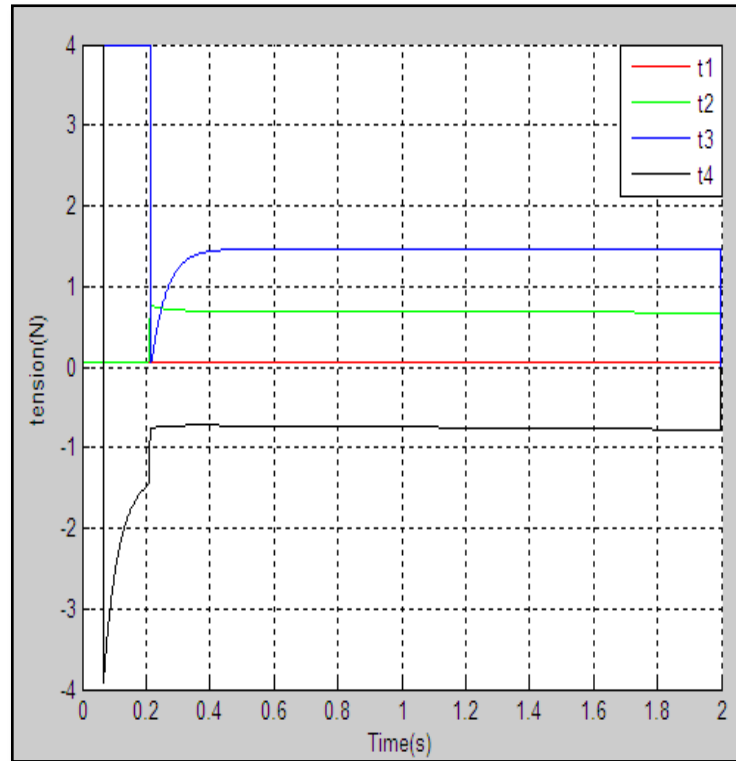


Figure 5.38 Les tensions des câbles en boucle fermée avec PID contrôle

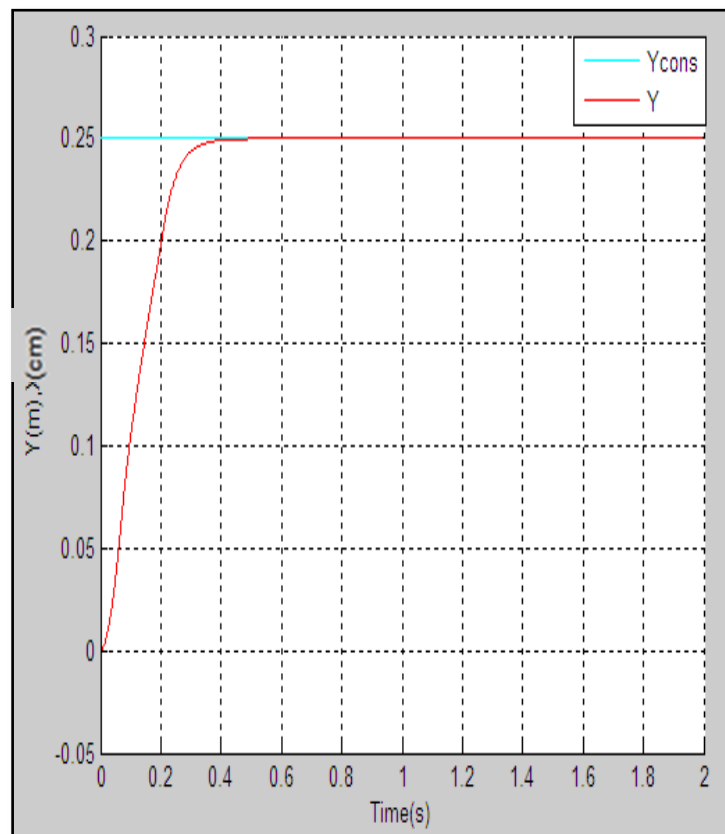


Figure 5.39 la trajectoire calculée (Y) comparée avec la trajectoire désirée Ycons

Pour comparaison, les trajectoires réelles et désirées pour la même trajectoire appliquée sur le robot à 3 câbles (boucle ouverte et fermée) cas par cas, on a trouvé que, dans la boucle ouverte la trajectoire réelle déformable c'est-à-dire avec une grande erreur par contre, dans la boucle fermée la trajectoire réelle a suivi la trajectoire désirée (superposée) avec une erreur négligeable 10^{-5} (m) qui on a calculé avec la méthode d'erreur quadratique moyenne à travers la simulation, donc nous notons que, le contrôleur PID fait une bonne efficacité de performance pour la stabilité des systèmes non linéaire et aussi on a trouvé que quel que soit la trajectoire le contrôleur PID toujours donne une bonne performance pour les robots à 3 câbles sauf dans les cas d'une trajectoire triangulaire, il reste de retard.

Avec la même comparaison appliquée sur le robot à 3 câbles, on a appliqué pour les robots à 4 câbles, ce dernier on a trouvé que aussi en boucle fermée les trajectoires réelles pour tous les cas qui on a étudié suivent les trajectoires désirées (les trois sous forme superposés), le tableau suivant présente les résultats d'erreurs qui on a calculé avec la méthode d'erreur quadratique moyenne entre la trajectoire réelle et la trajectoire désirée.

| | Trajectoire Circulaire | Trajectoire Sinusoidale | Trajectoire Echelon (Step) |
|-------------------|--|--|---|
| 3 à Câbles | Erreur_x=8 e-5 (m) Erreur_y=7e-5 (m) | Erreur_x=0.0037(m) Erreur_y=0.0034(m) | Erreur_x=62 e-5 (m) Erreur_y=51e-5 (m) |
| 4 à Câbles | Erreur_x=21 e-6 (m) Erreur_y=21 e-6 (m) | Erreur_x=0.00037(m) Erreur_y=0.00034(m) | Erreur_x=1 e-5 (m) Erreur_y=1 e-5 (m) |

Tableau 5.1 L'erreur entre la trajectoire réelle et désirée par rapport au x et y

D'après une analyse approfondie des résultats par rapport x et y représentés dans le tableau 5.1, montrent que Les résultats obtenus sont très satisfaisants pour les différentes trajectoires appliquées sur le robot 3 et 4 câbles, mais les résultats obtenues pour les robots à 4 câbles est plus performant que 3 à câbles avec même paramètres du PID. Dans ce cas on a dit que l'espace de travail est plus clair pour le robot à 4 câbles c'est-à-dire la position des moteurs sont symétriques deux en face deux, afin que le contrôleur PID trouve une facilité pour donner une bonne performance sur le robot à 4 câbles par rapport à un robot à 3 câbles.

V.4. Etude comparative entre deux contrôleurs PID et PD

Dans cette partie on a présenté une étude comparative entre deux contrôleurs PID et PD appliqués sur le 2D spécifiquement pour les robots 3 et 4 câbles avec deux trajectoires différentes et avec les mêmes coefficients pour les moteurs, ainsi que les paramètres K_p et K_d sont égaux pour les deux régulateurs précédent.

Cette étude a été implémentée avec la même architecture que la première étude (avec PID) mais à chaque fois changer l'implémentation du contrôleur.

Premièrement pour le robot à 3 câbles avec une trajectoire circulaire puis une trajectoire échelon (Step).

V.4.1. Robot à trois câbles

- Trajectoire circulaire

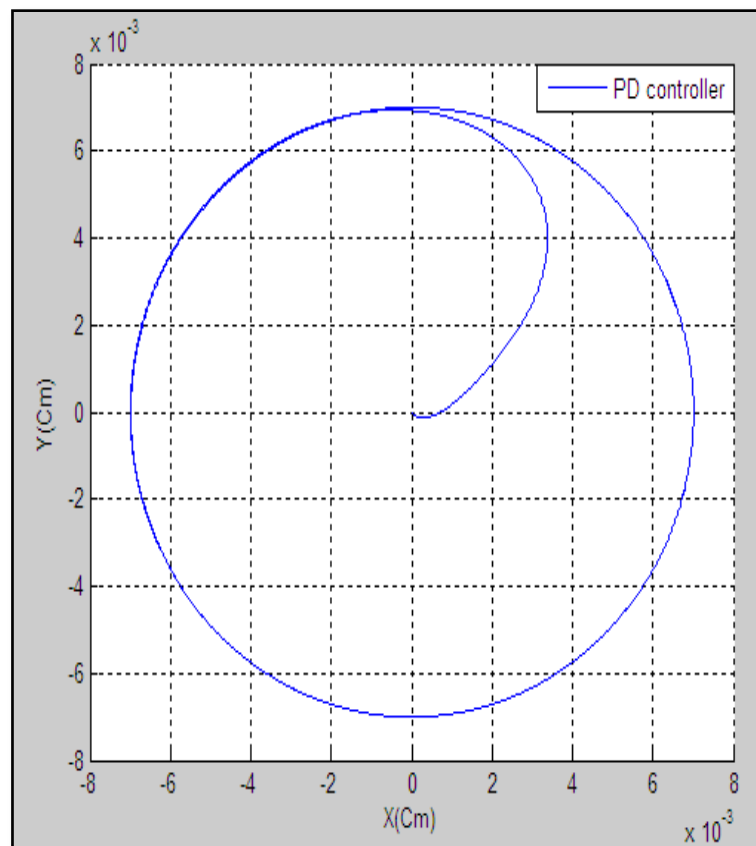


Figure 5.40 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire circulaire (3cables)

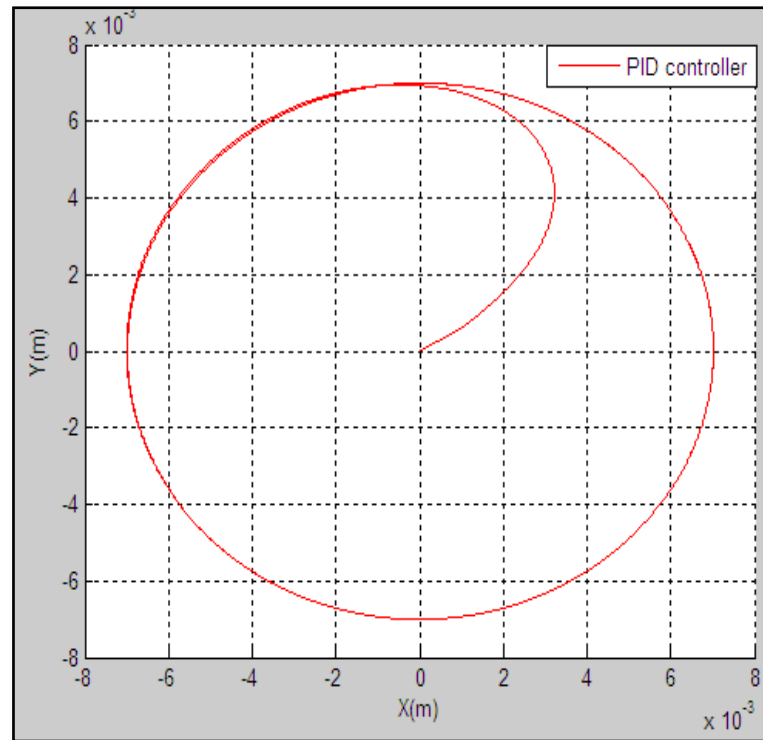


Figure 5.41 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire circulaire (3cables)

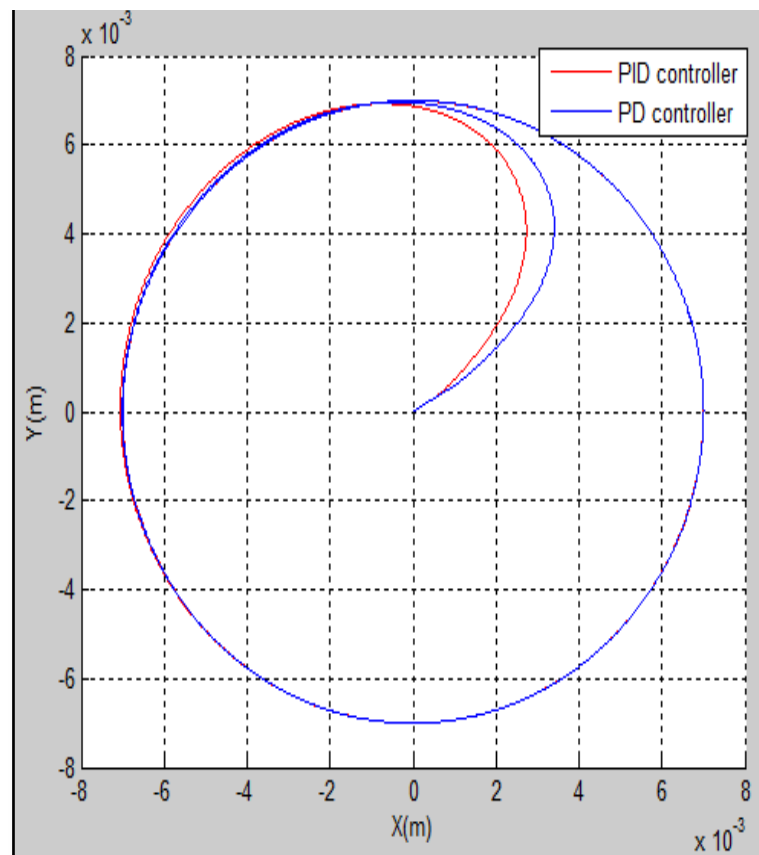


Figure 5.42 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire circulaire (3cables)

- **Trajectoire échelon (Step)**

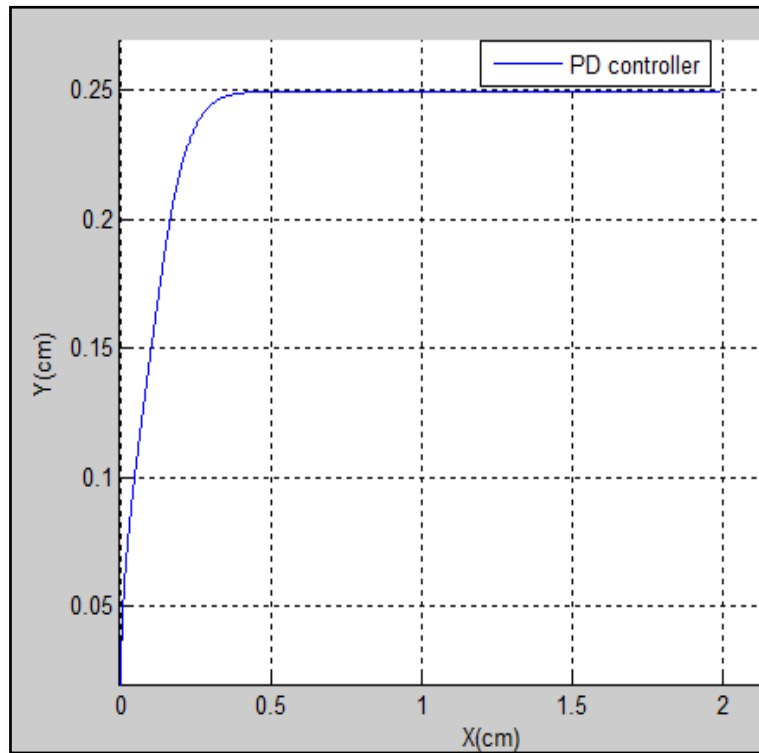


Figure 5.43 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire échelon (Step) (3cables)

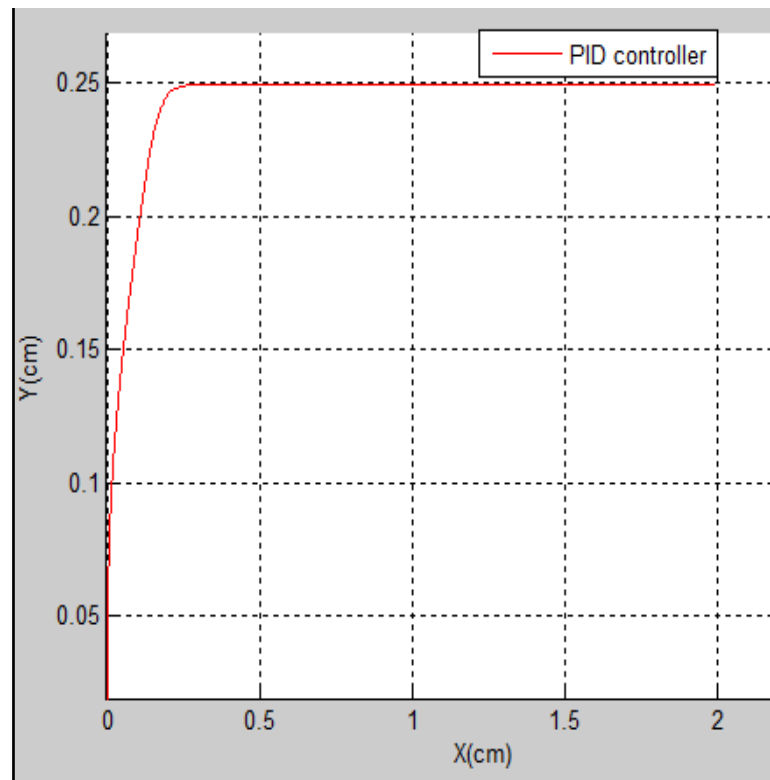


Figure 5.44 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire échelon (Step) (3cables)

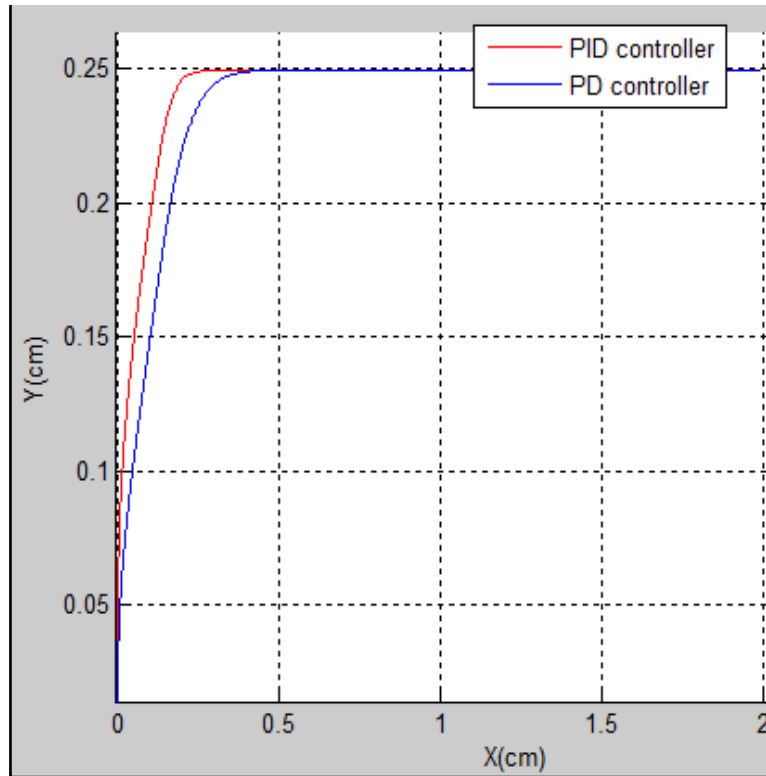


Figure 5.45 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire échelon (Step) (3cables)

V.4.2.Robot à quatre câbles

- Trajectoire Circulaire

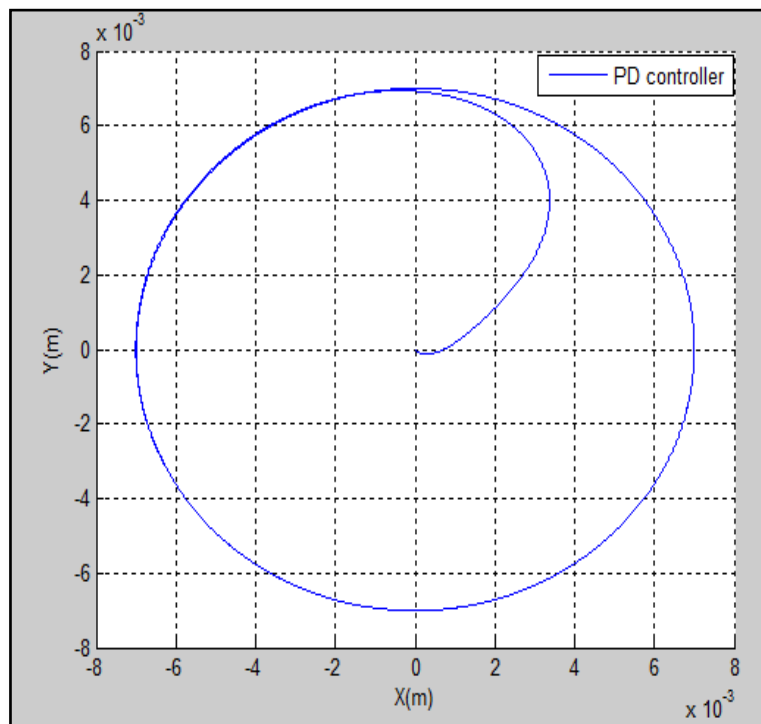


Figure 5.46 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire circulaire (4 cables)

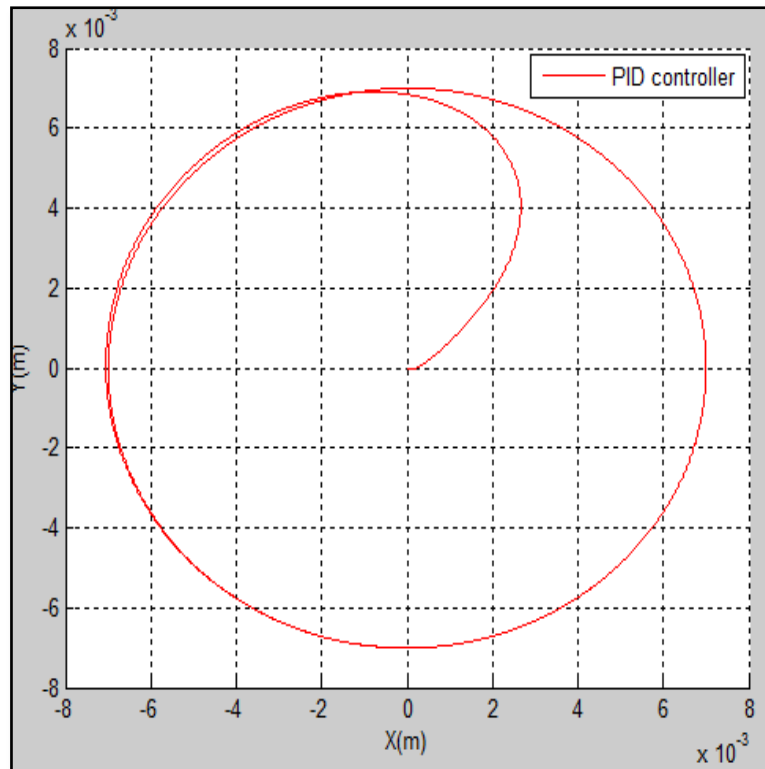


Figure 5.47 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire circulaire (4 câbles)

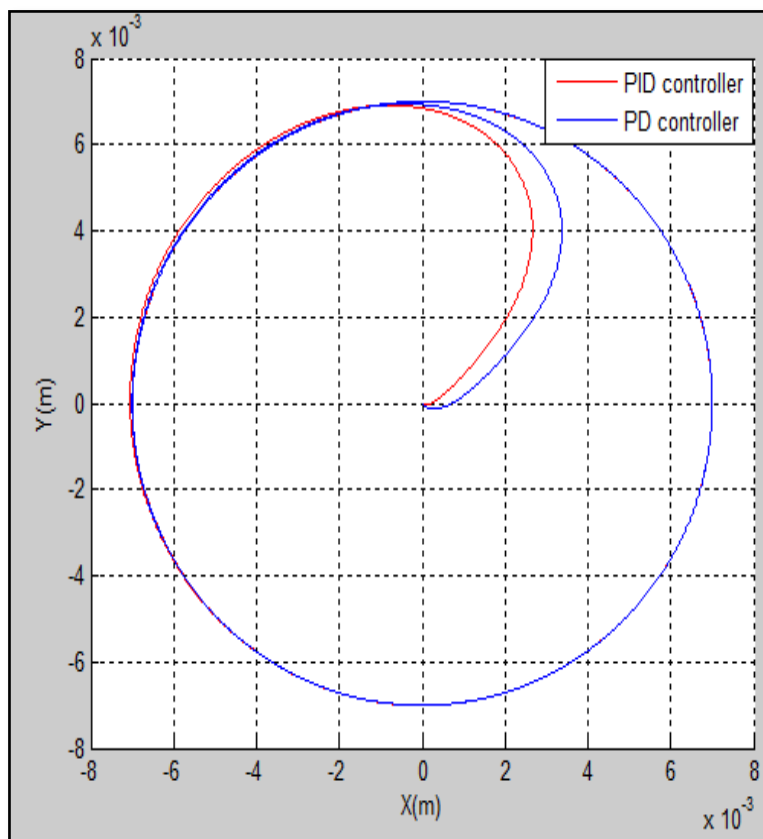


Figure 5.48 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire circulaire (4 câbles)

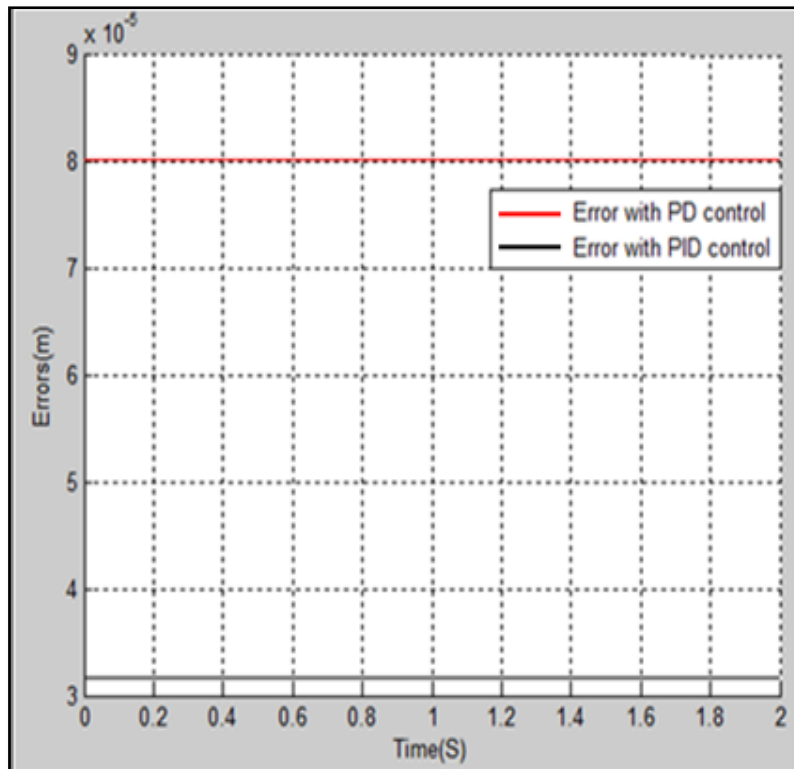


Figure 5.49 Erreur de suivi de la trajectoire désirée avec les deux contrôleurs PID et PD

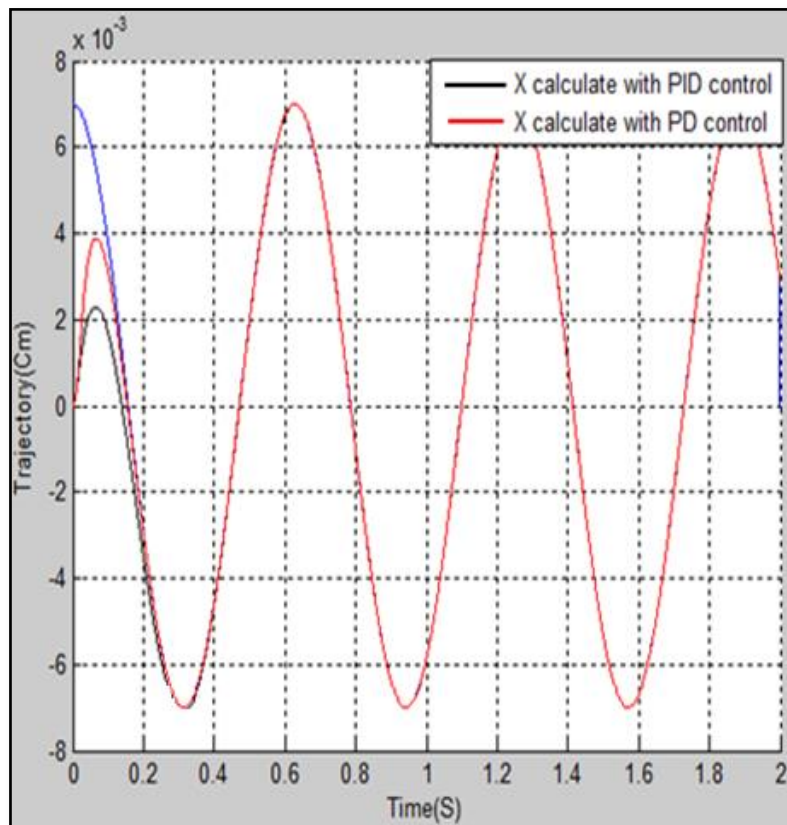


Figure 5.50 comparaison entre trajectoire calculé avec PID et trajectoire avec PD (trajectoire circulaire)

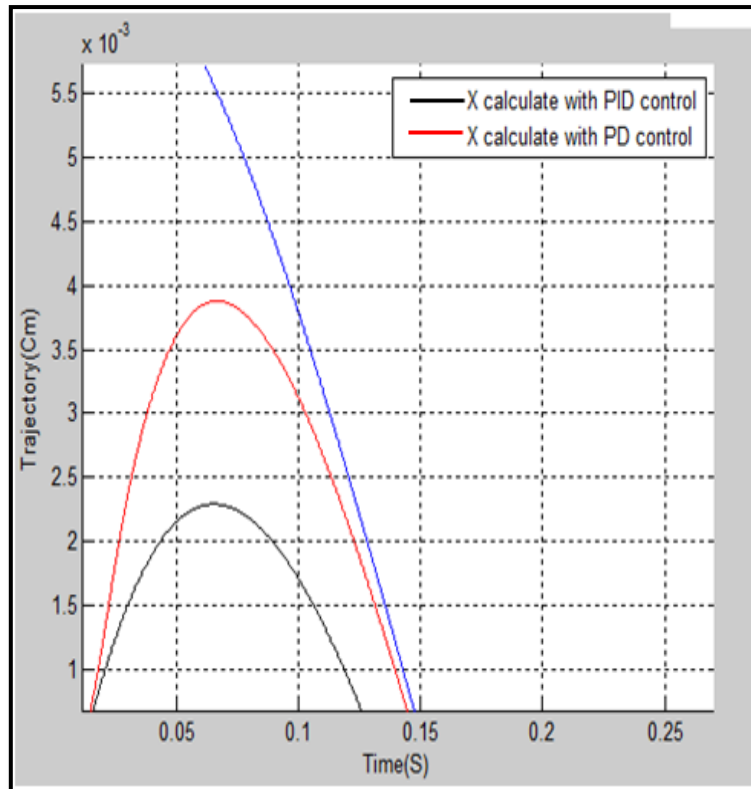


Figure 5.51 Zoom sur la trajectoire de la figure (5.50)

- **Trajectoire échelon (Step)**

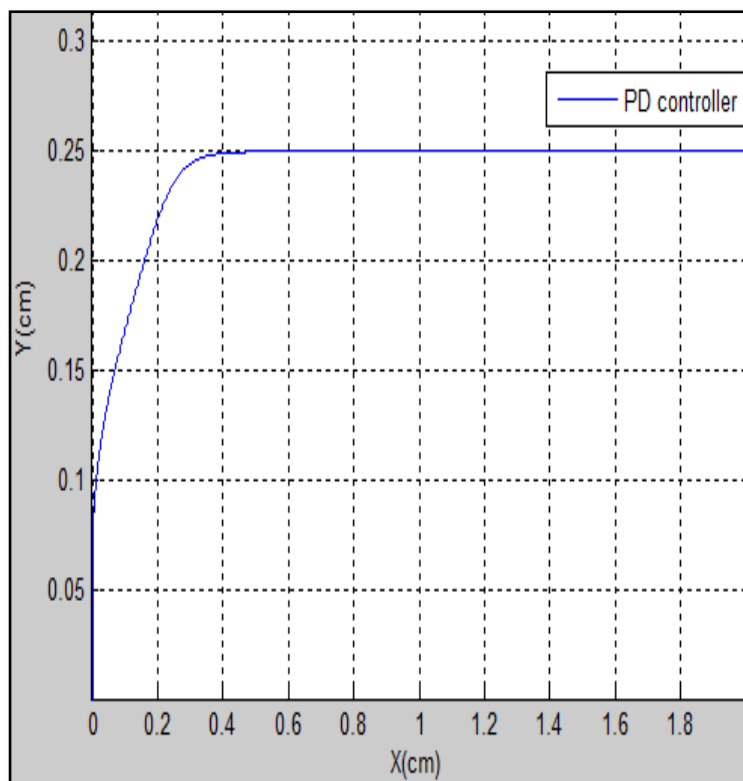


Figure 5.52 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PD pour une trajectoire échelon (Step) (4cables)

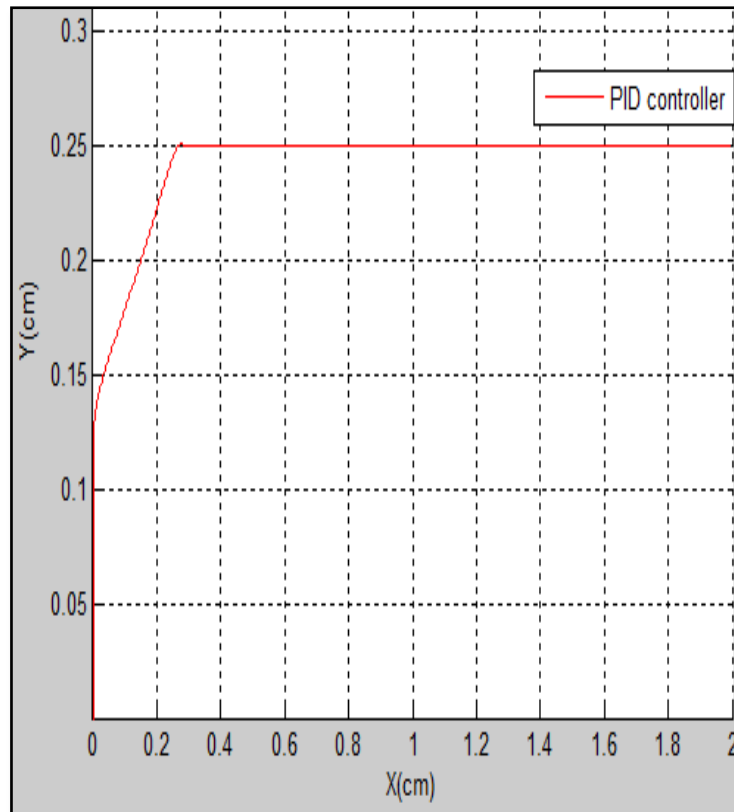


Figure 5.53 la réponse du système en boucle fermée avec le contrôleur PID pour une trajectoire échelon (Step) (4cables)

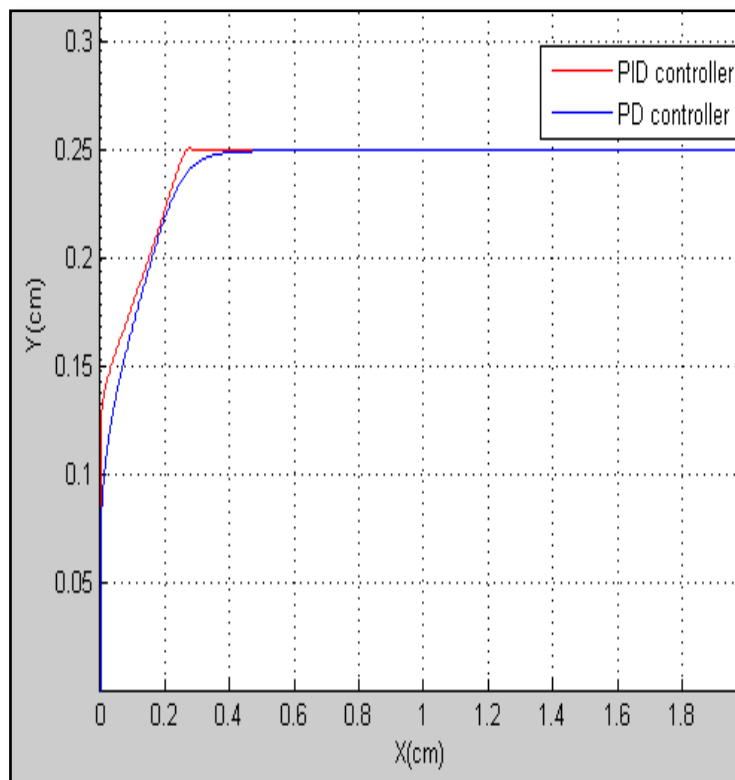


Figure 5.54 la réponse comparative entre le contrôle PD et le contrôle PID pour une trajectoire échelon (Step à 4 câbles)

D'après voir les figures 5.42 et 5.45 pour le robot à 3 câbles et figures 5.48 et 5.51 pour les robots à 4 câbles, on remarque que la commande avec le contrôle PID est plus rapide pour suivre la trajectoire désirée par rapport au contrôle PD d'un côté et la performance de minimiser l'erreur selon x avec PID est mieux que PD. Alors l'efficacité de l'intégrateur I ici est plus claire essentiellement pour le rôle d'éliminer l'erreur statique ($E_x = X_{\text{consigne}} - X_{\text{calculé}}$), rejeter des perturbations figure 5.51, et donner une bonne précision et rapidité à suivre la trajectoire désirée. (I : retard de phase avec D : avance de phase, la combinaison entre les deux donne une amélioration de la réponse).

Les résultats de simulations obtenus pour l'erreur selon x et selon y sont représentés dans le tableau suivant :

| | | Trajectoire Circulaire | Trajectoire Echelon (Step) |
|------------|-----|--|---|
| 3 à câbles | PD | Erreur _x =12 e ⁻⁵ (m) Erreur _y =3.3e ⁻⁵ (m) | Erreur _x =24 e ⁻⁴ (m) Erreur _y =35e ⁻⁴ (m) |
| | PID | Erreur _x =8 e ⁻⁵ (m) Erreur _y =7e ⁻⁵ (m) | Erreur _x =62 e ⁻⁵ (m) Erreur _y =51e ⁻⁵ (m) |
| 4 à câbles | PD | Erreur _x =80 e ⁻⁶ (m) Erreur _y =80 e ⁻⁶ (m) | Erreur _x =7 e ⁻⁵ (m) Erreur _y =2 e ⁻⁵ (m) |
| | PID | Erreur _x =31 e ⁻⁶ (m) Erreur _y =31 e ⁻⁶ (m) | Erreur _x =1 e ⁻⁵ (m) Erreur _y =1 e ⁻⁵ (m) |

Tableau 5.2 les résultats obtenus avec les deux contrôles pour les deux robots (3 et 4 câbles)

V.5. Résultats de simulation en boucle fermée pour le plan 3D

V.5.1. Simulation de la réponse des robots à 5 et 8 câbles

On va présenter la simulation des résultats en boucle fermée utilisant PID comme contrôleur, pour deux trajectoires différentes spirale et sinusoïdale qui se tracent par les deux robots (5 et 8 câbles).

V.5.1.a. Robot à 5 câbles sous forme pyramide

Premièrement commencé par la trajectoire spirale pour présenter la trajectoire réelle et désirée sans et avec l'affichage de l'espace de travail, les longueurs, les tensions et le déplacement calculé par rapport au déplacement désirée. La même chose pour la trajectoire sinusoïdale.

Pour une pyramide avec 5 câbles même conditions des robots 3 et 4 mais câbles avec:

$A_{x1}=-0.32m$, $A_{y1}=-0.32$, $A_{z1}=0$, $A_{x2}= 0.32$, $A_{y2}=-0.32$, $A_{z2}=0$, $A_{x3}=0.32m$, $A_{y3}=0.32m$, $A_{z3}=0$, $A_{x4}=-0.32m$, $A_{y4}=0.32m$, $A_{z4}=0$ et $A_{x5}=0$, $A_{y5}=0$, $A_{z4}=0.64$ A_{xi} ($i=1: 5$) la position de poulie selon l'axe x et A_{yi} ($i=1:5$) la position de poulie selon l'axe y et A_{zi} ($i=1:5$) la position de poulie selon l'axe z.

Les paramètres du contrôleur PID sont les même que les robots à 3 et 4 câbles.

- **Trajectoire spirale**

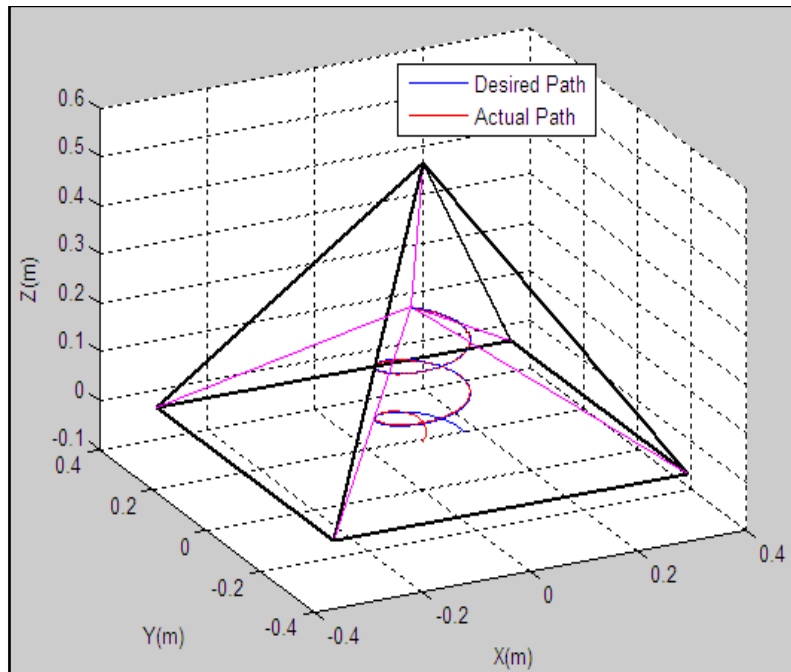


Figure 5.55 La représentation de la trajectoire réelle et désirée avec l’affichage de l’espace de travail (robot à 5cables)

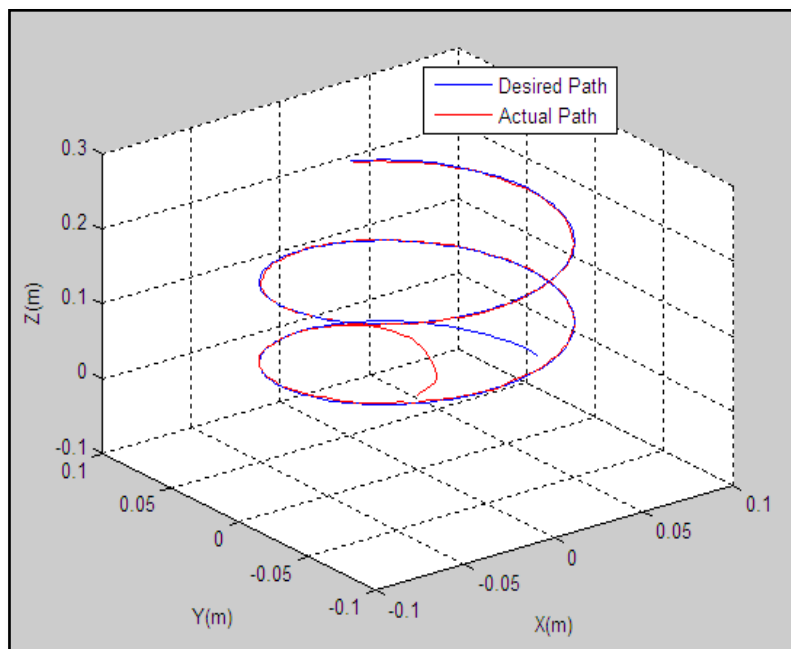


Figure 5.56 La représentation de la trajectoire réelle et désirée sans l’affichage de l’espace de travail (robot à 5cables)

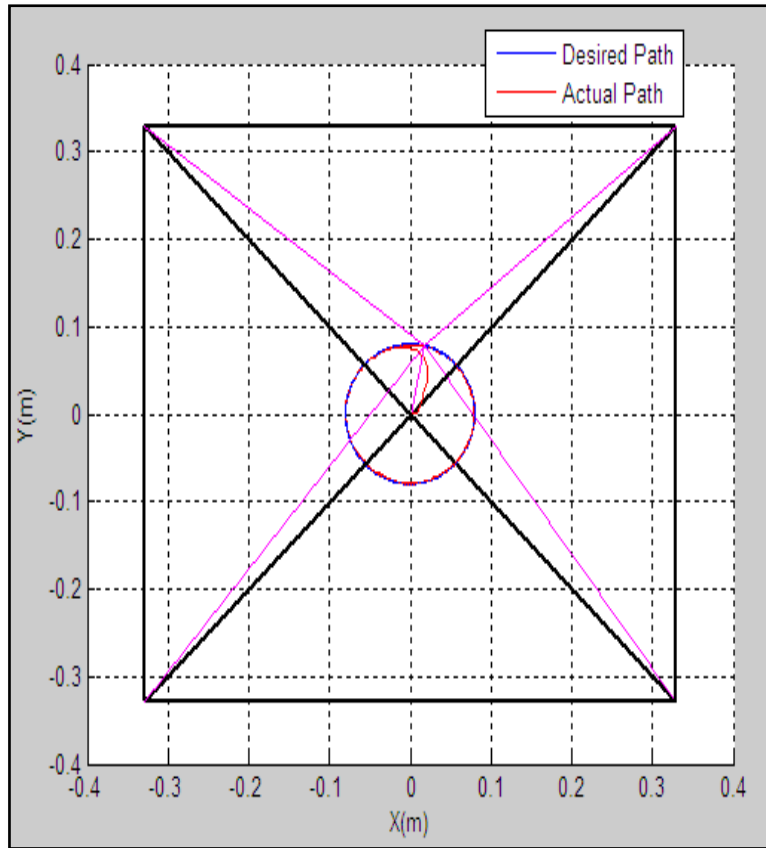


Figure 5.57 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

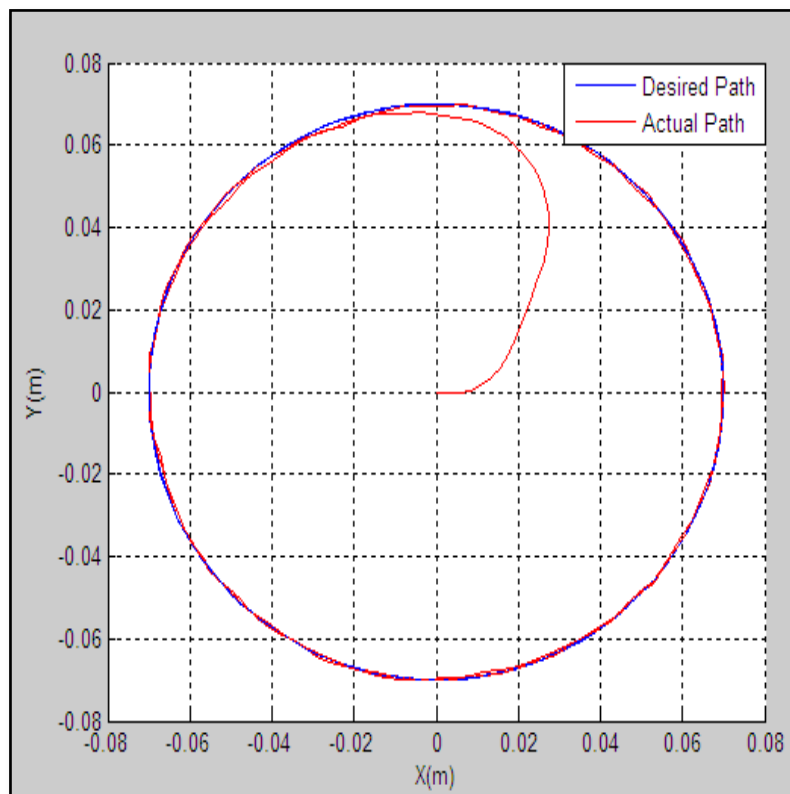


Figure 5.58 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

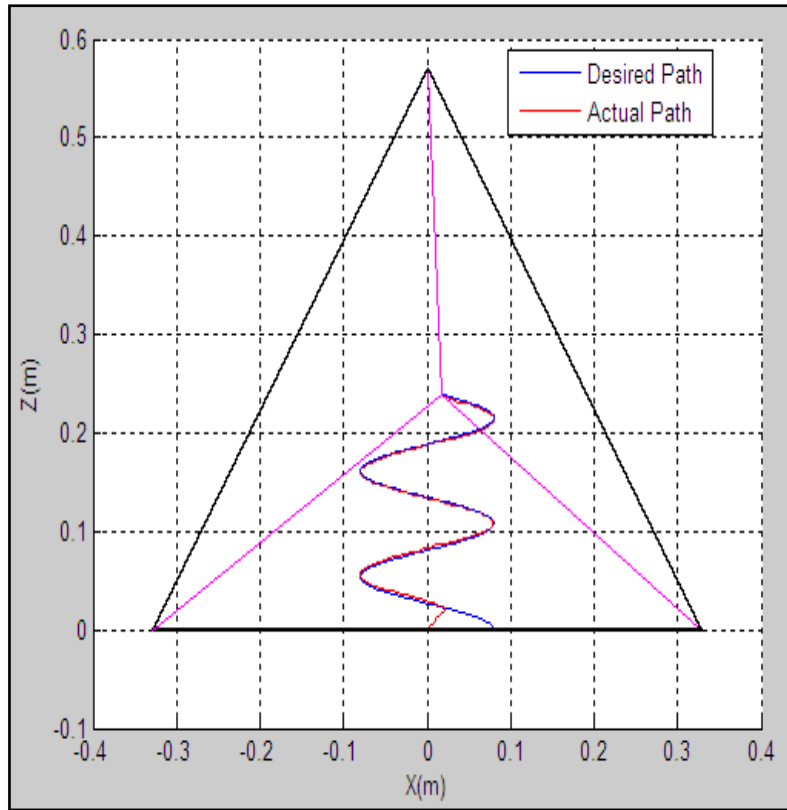


Figure 5.59 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

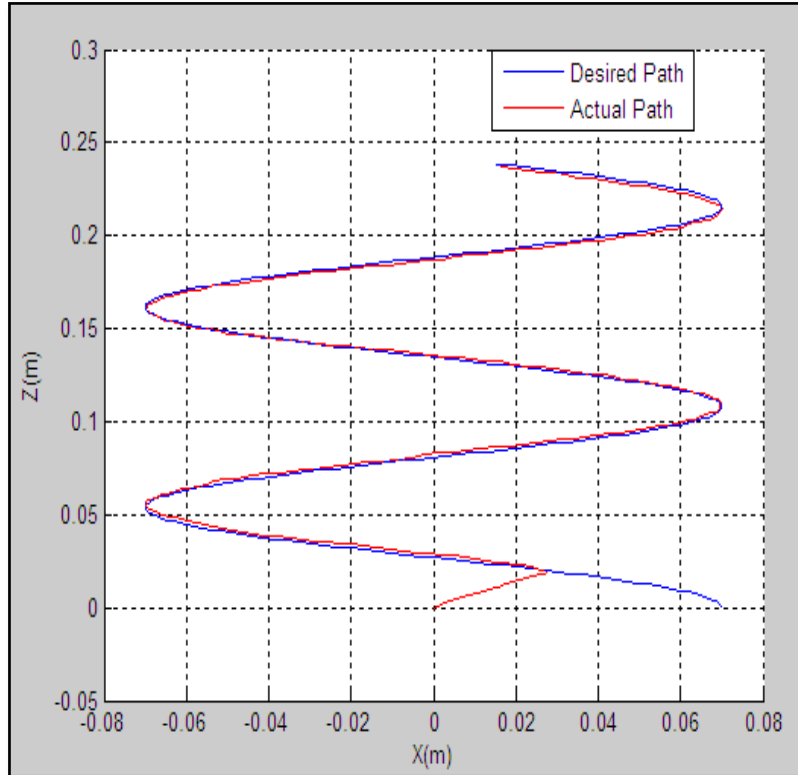


Figure 5.60 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

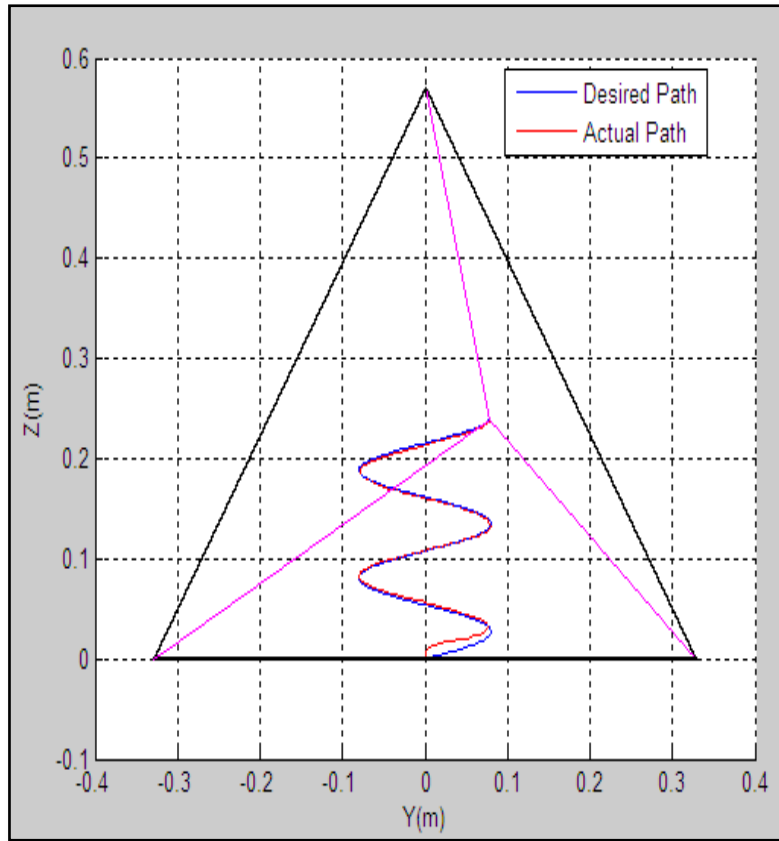


Figure 5.61 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

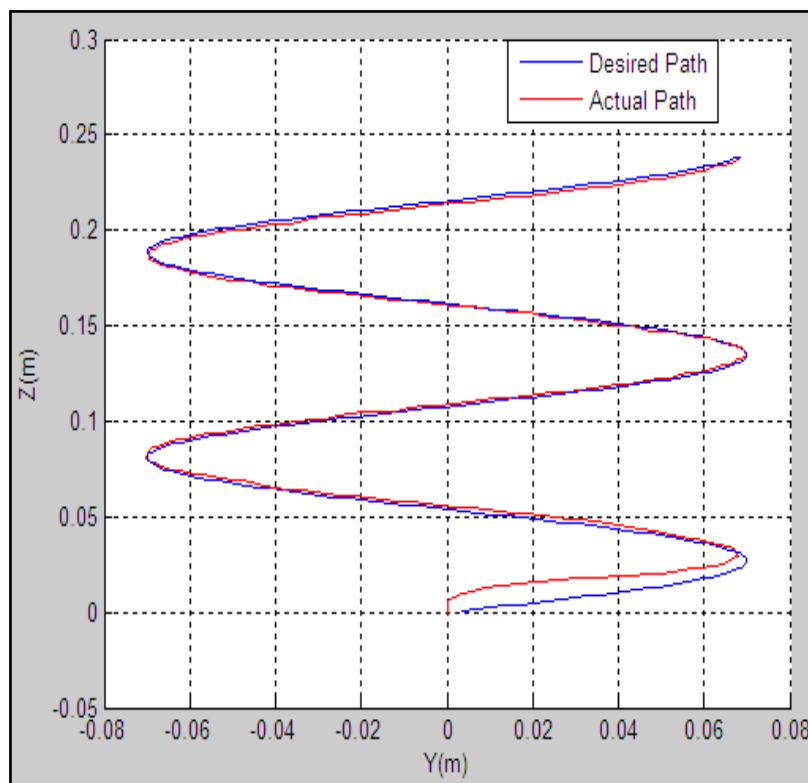


Figure 5.62 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

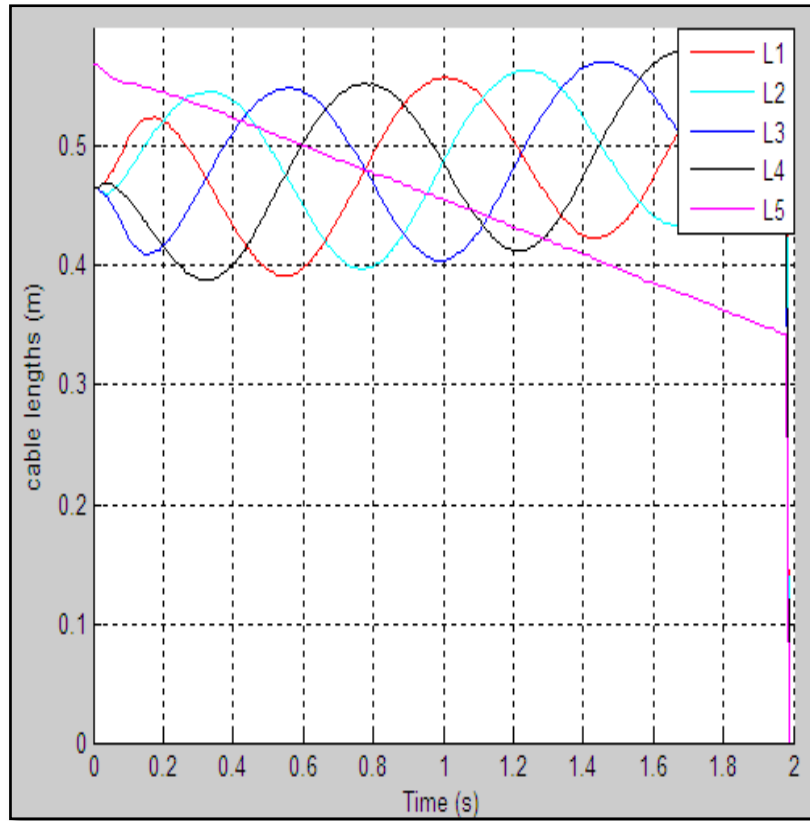


Figure 5.63 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

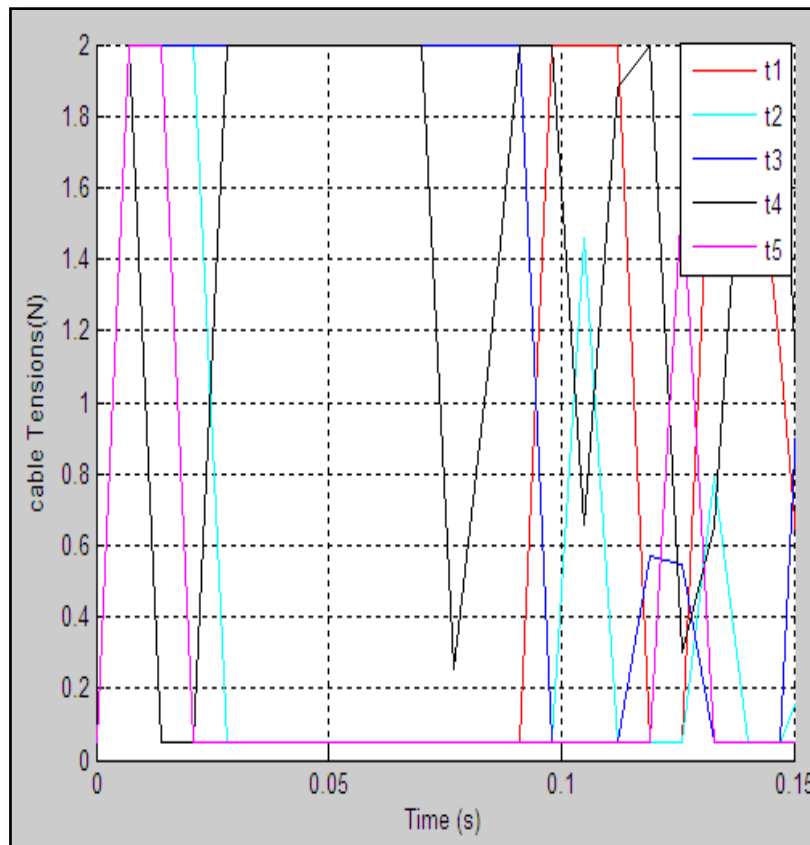


Figure 5.64 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

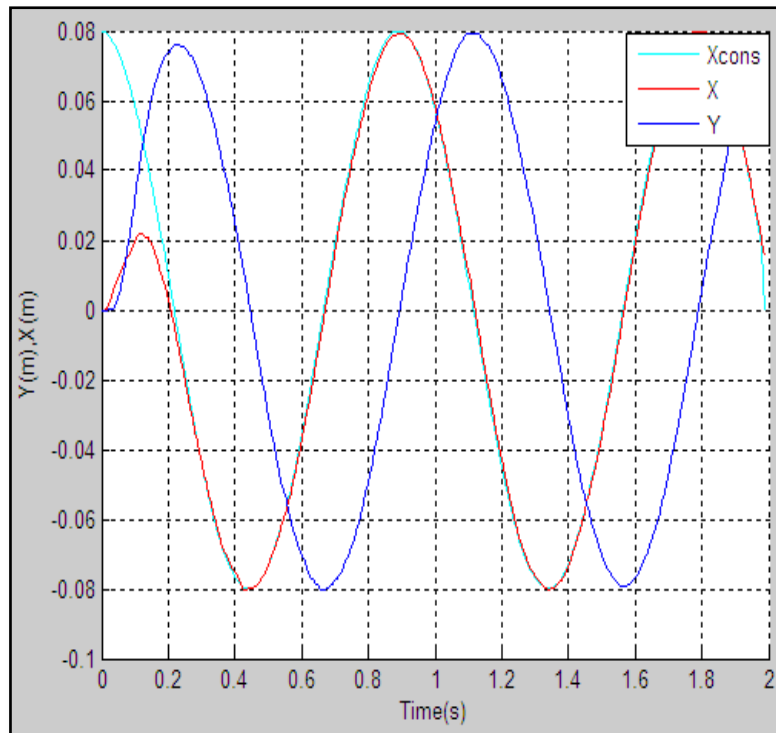


Figure 5.65 Les déplacements calculés par rapport aux déplacements désirés.

- **Trajectoire sinusoïdale**

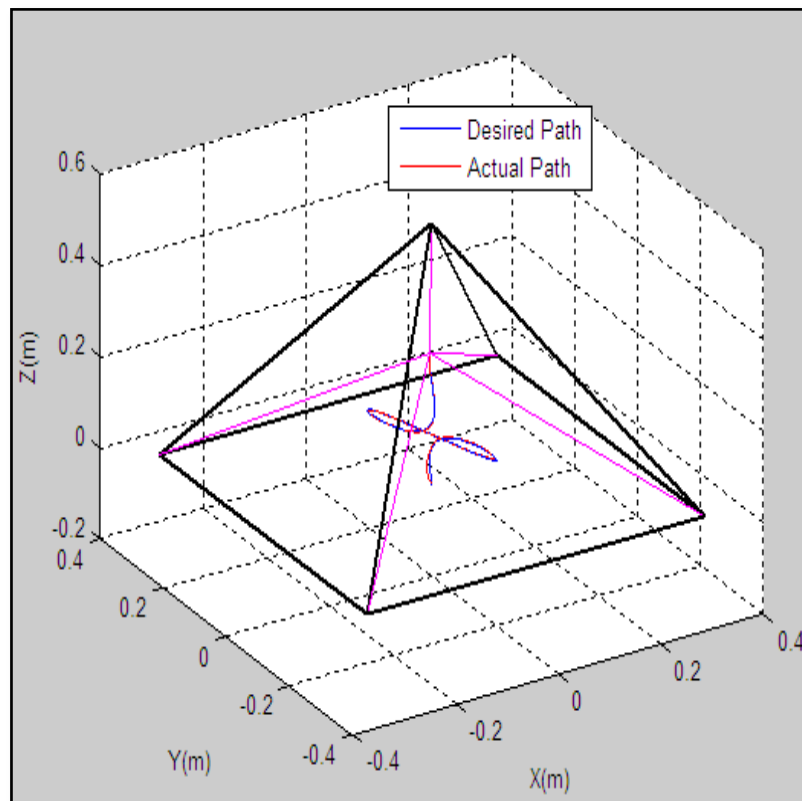


Figure 5.66 La représentation de la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail (robot à 5cables)

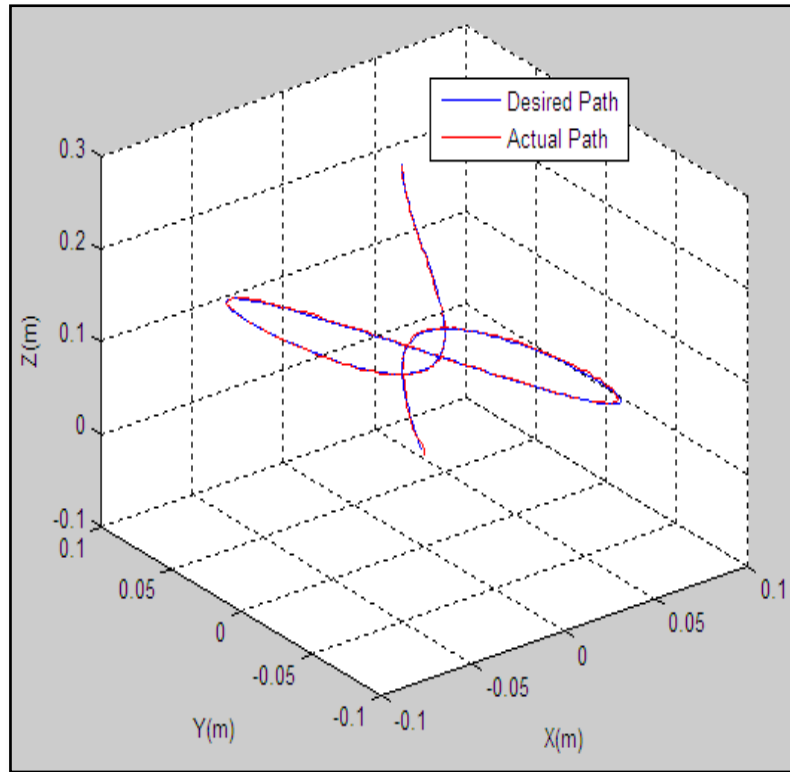


Figure 5.67 La représentation de la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail (robot à 5cables)

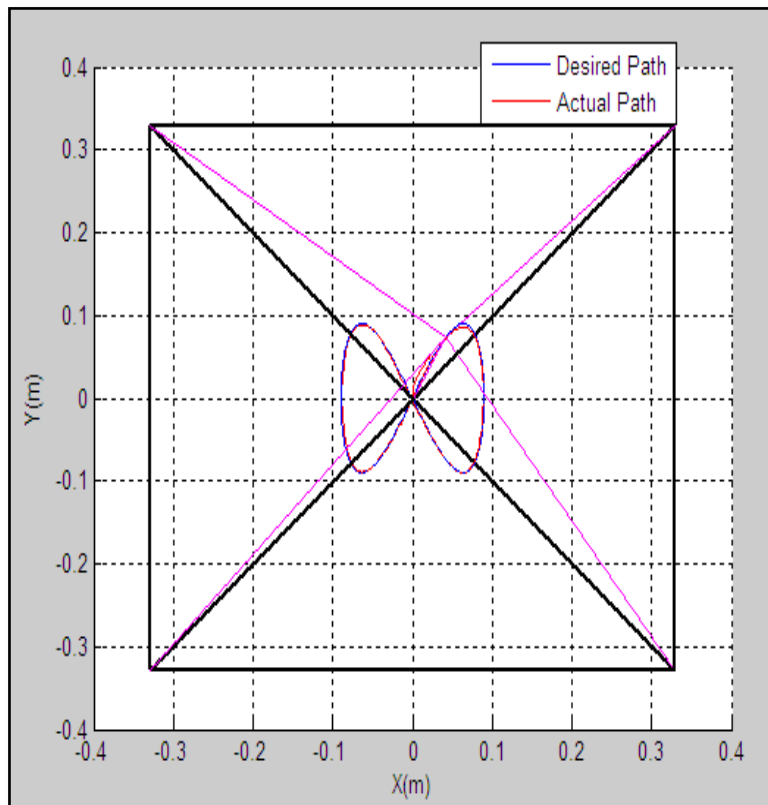


Figure 5.68 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

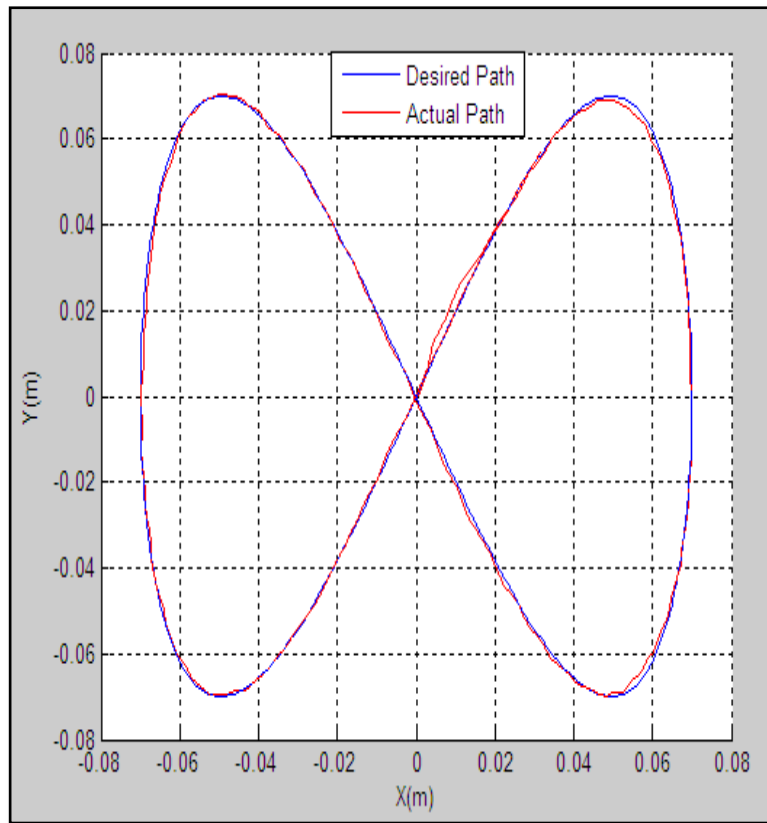


Figure 5.69 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

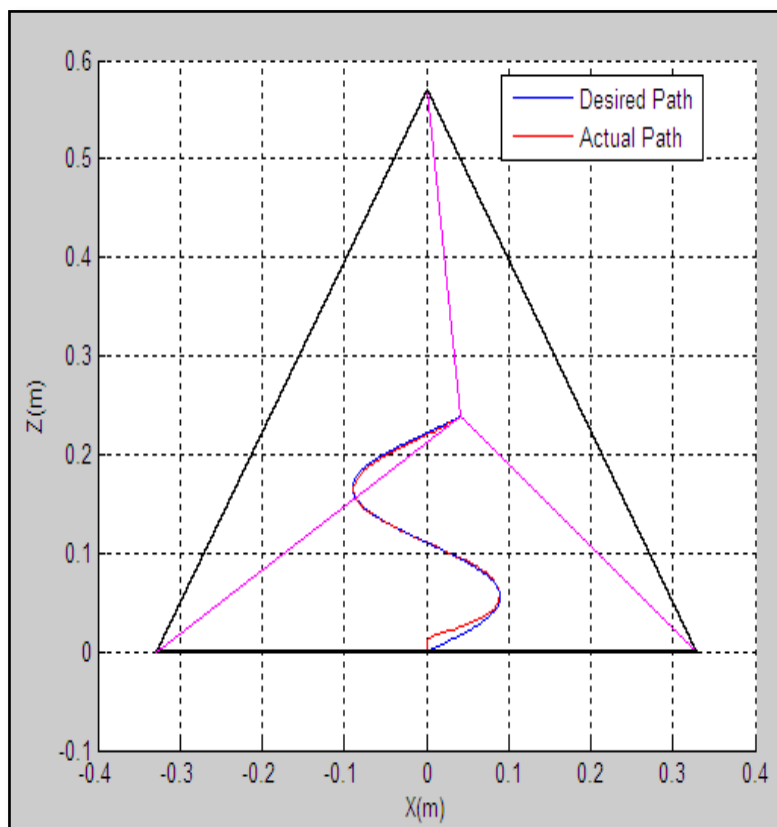


Figure 5.70 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

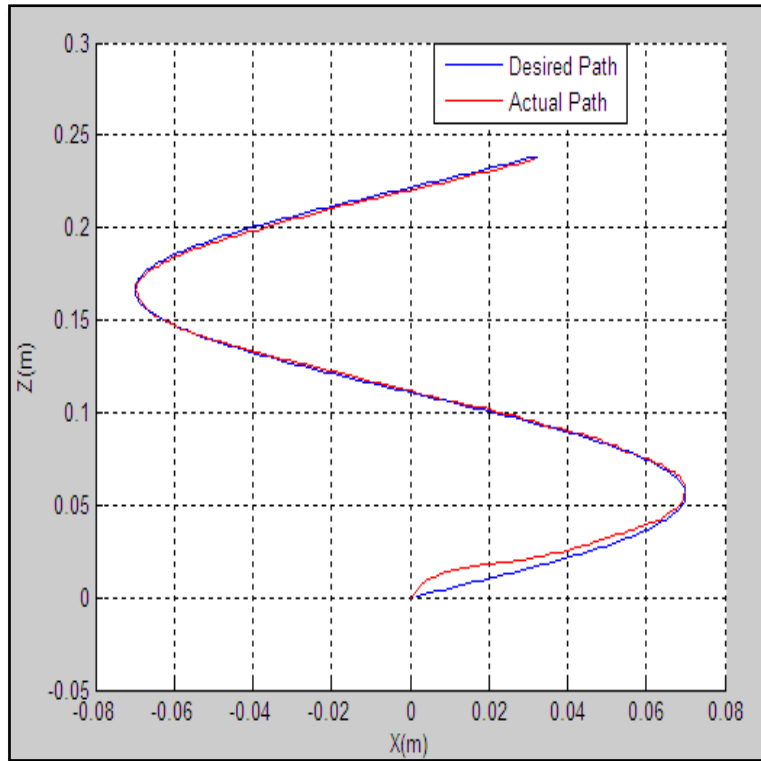


Figure 5.71 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

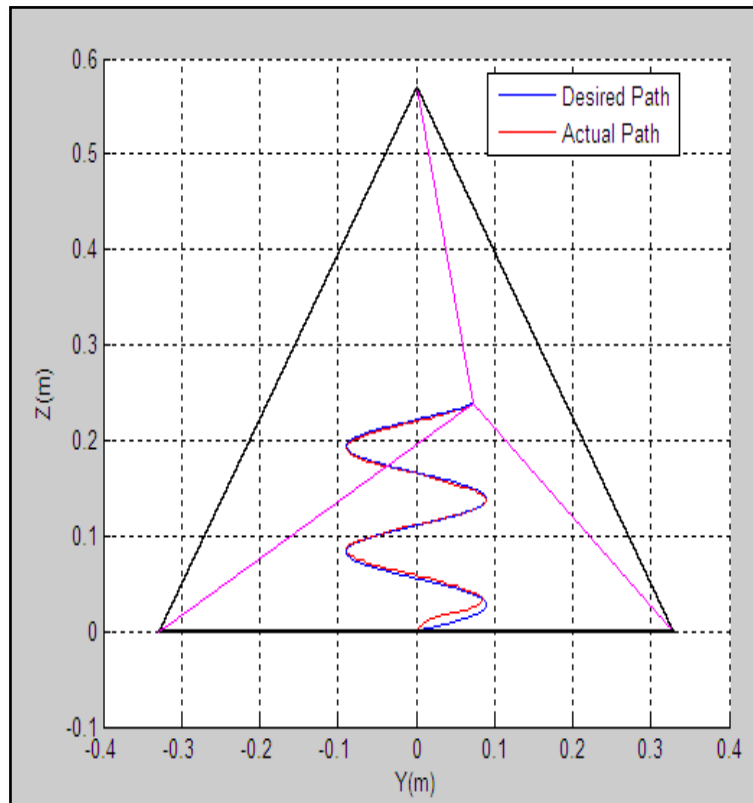


Figure 5.72 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

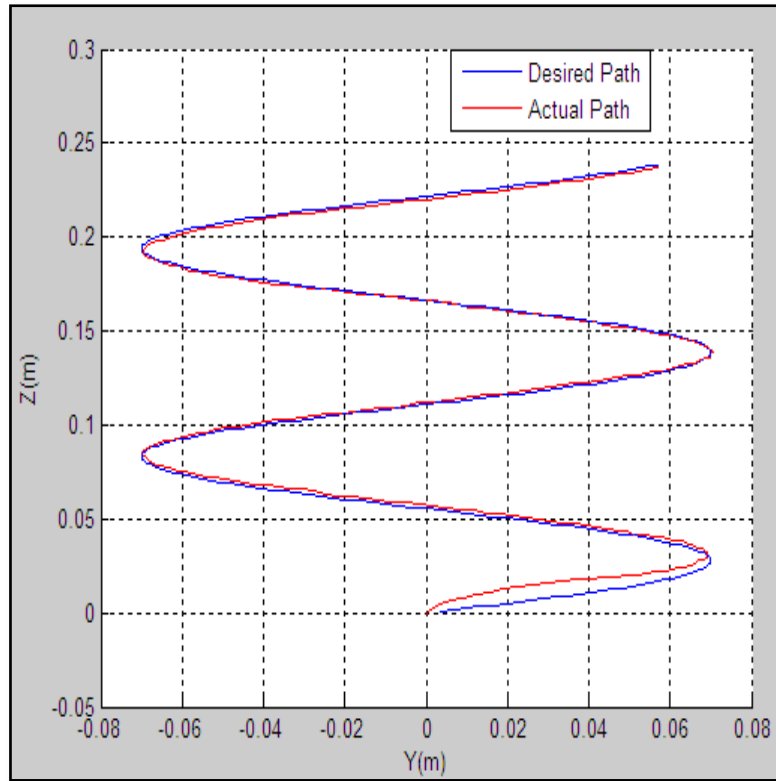


Figure 5.73 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

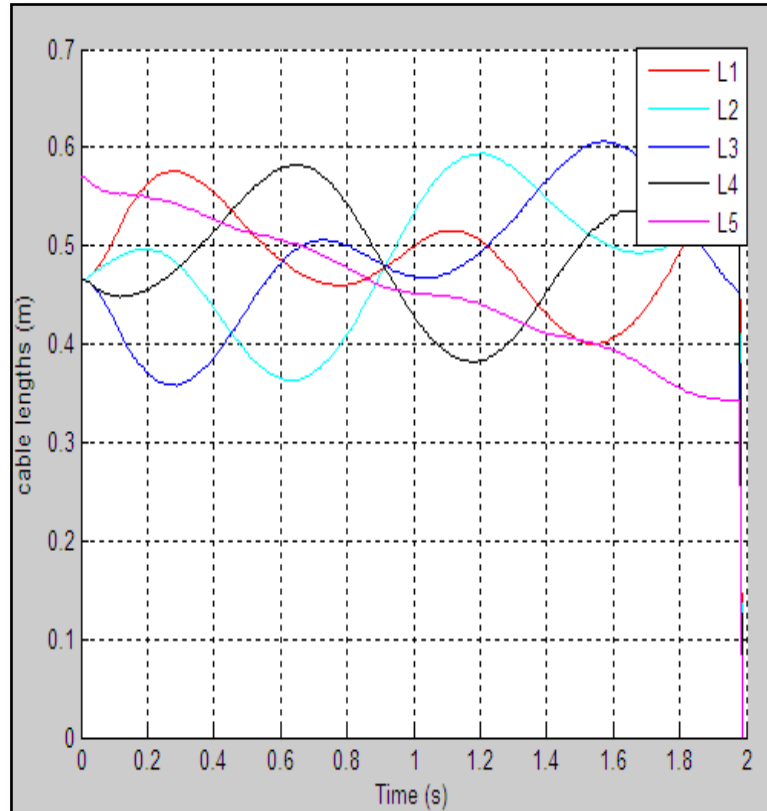


Figure 5.74 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

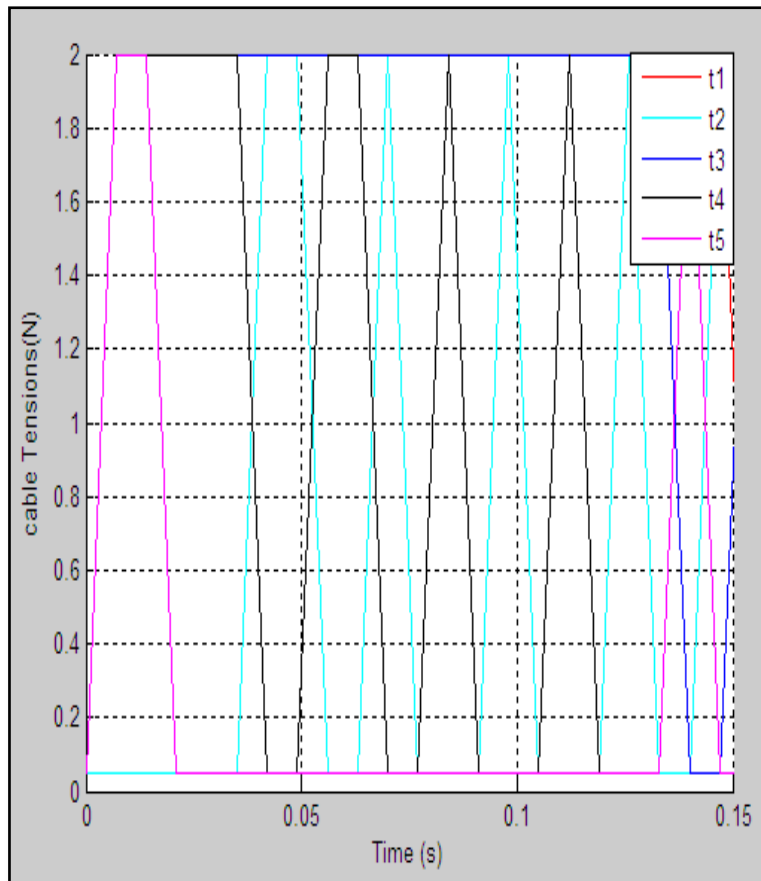


Figure 5.75 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

V.5.1.b. Robot à 8 câbles sous forme cubique

Avec les même paramètres du robot à 5 câbles ; sauf : $A_{x1}=-0.32\text{m}$, $A_{y1}=-0.32$, $A_{z1}=0$, $A_{x2}= 0.32$, $A_{y2}=-0.32$, $A_{z2}=0$, $A_{x3}=0.32\text{m}$, $A_{y3}=0.32\text{m}$, $A_{z3}=0$, $A_{x4}=-0.32\text{m}$, $A_{y4}=0.32\text{m}$, $A_{z4}=0$ et $A_{x5}=-0.32\text{m}$, $A_{y5}=-0.32\text{m}$, $A_{z5}=0.64$, $A_{x6}=0.32\text{m}$, $A_{y6}=-0.32\text{m}$, $A_{z6}=0.64$, $A_{x7}=0.32\text{m}$, $A_{y7}=0.32\text{m}$, $A_{z7}=0.64$ et $A_{x8}=-0.32\text{m}$, $A_{y8}=0.32\text{m}$, $A_{z8}=0.64$.

- **Trajectoire spirale**

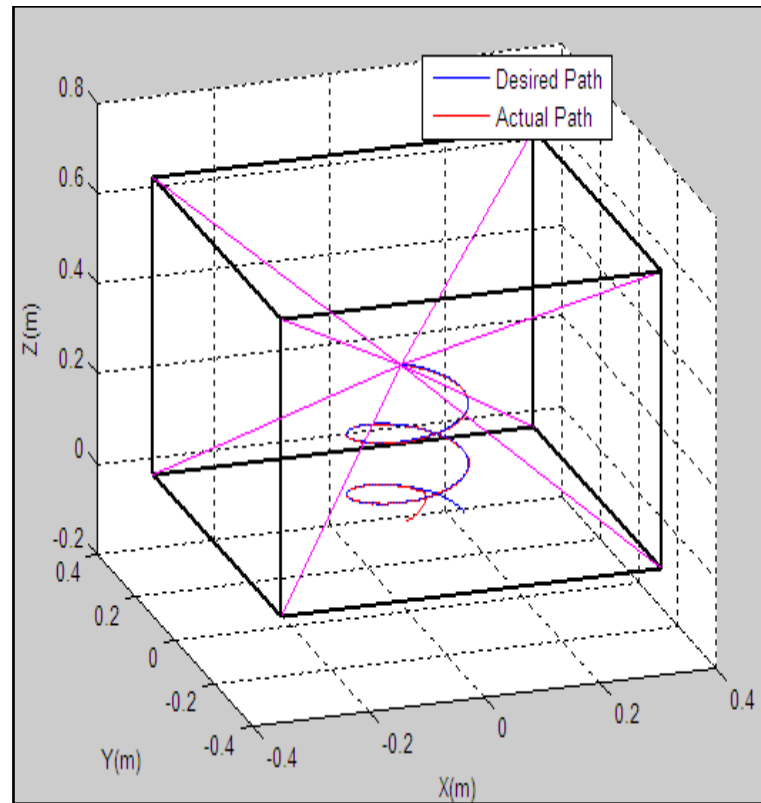


Figure 5.76 La représentation de la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail (robot à 8 câbles)

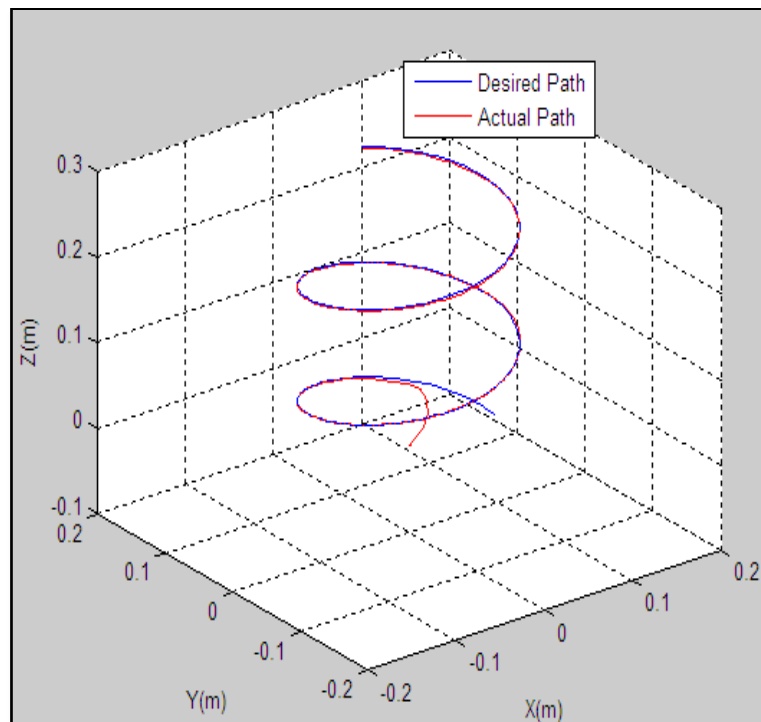


Figure 5.77 La représentation de la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail (robot à 8 câbles)

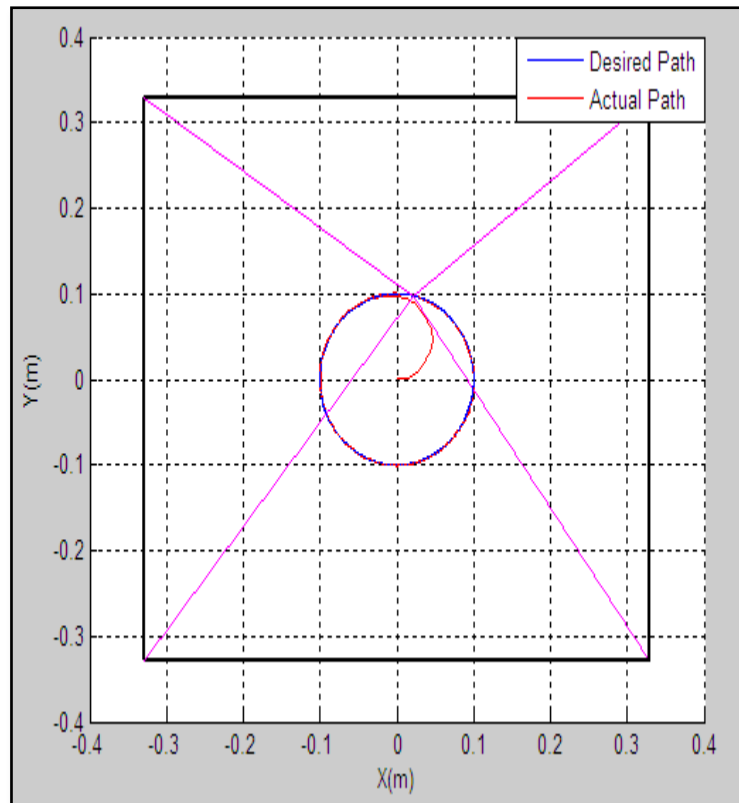


Figure 5.78 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

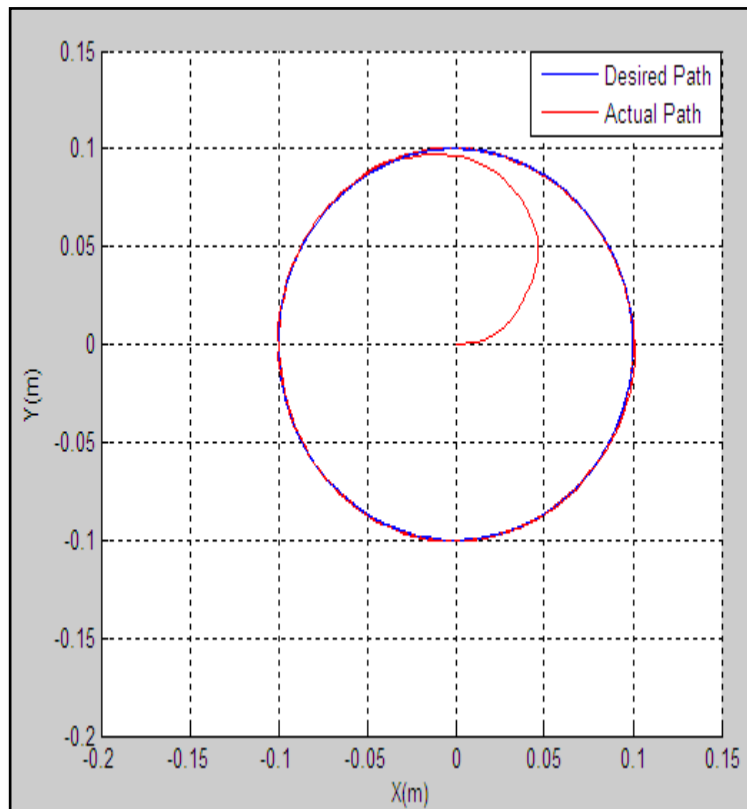


Figure 5.79 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

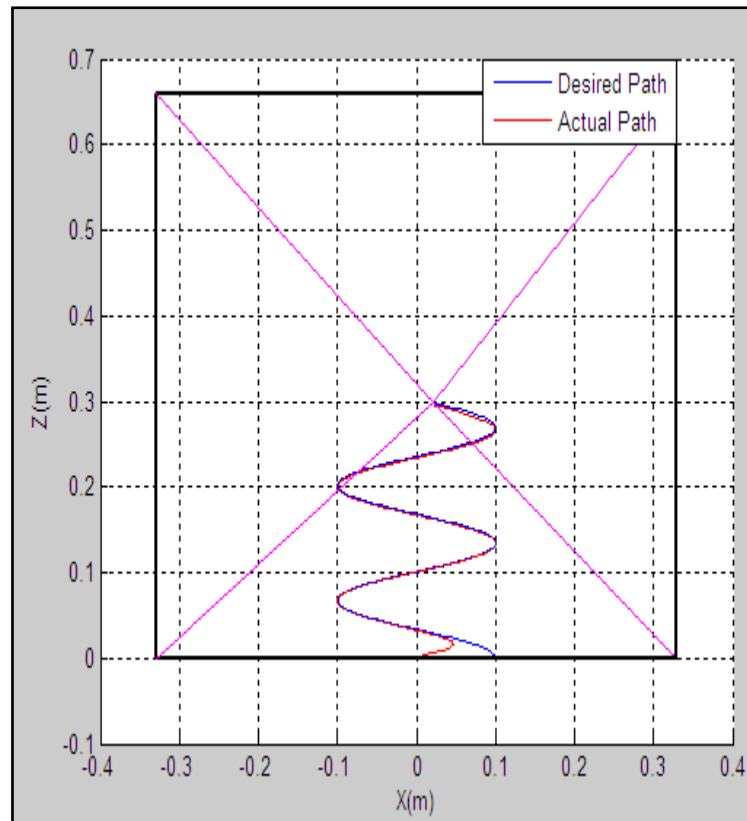


Figure 5.80 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

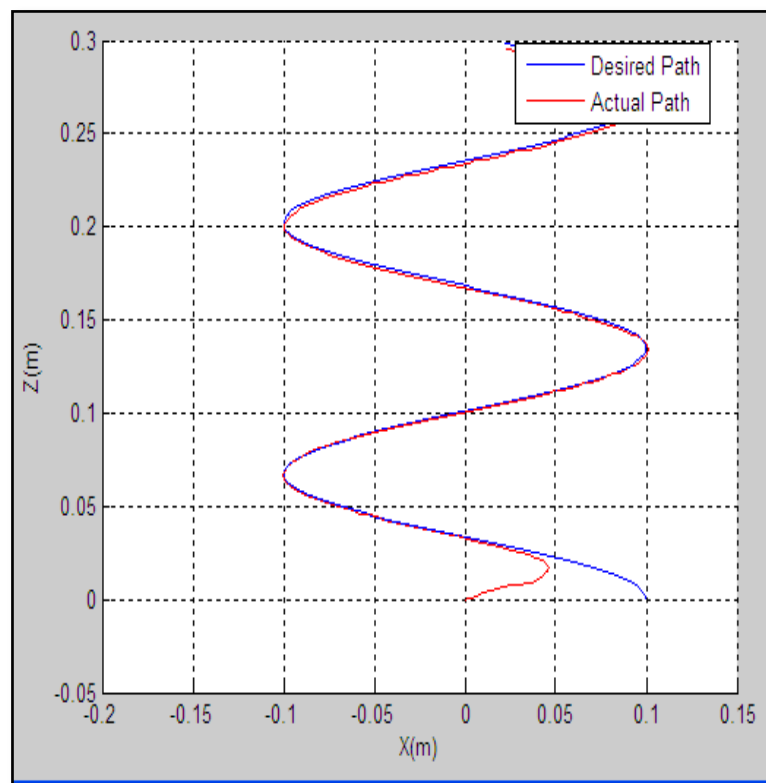


Figure 5.81 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

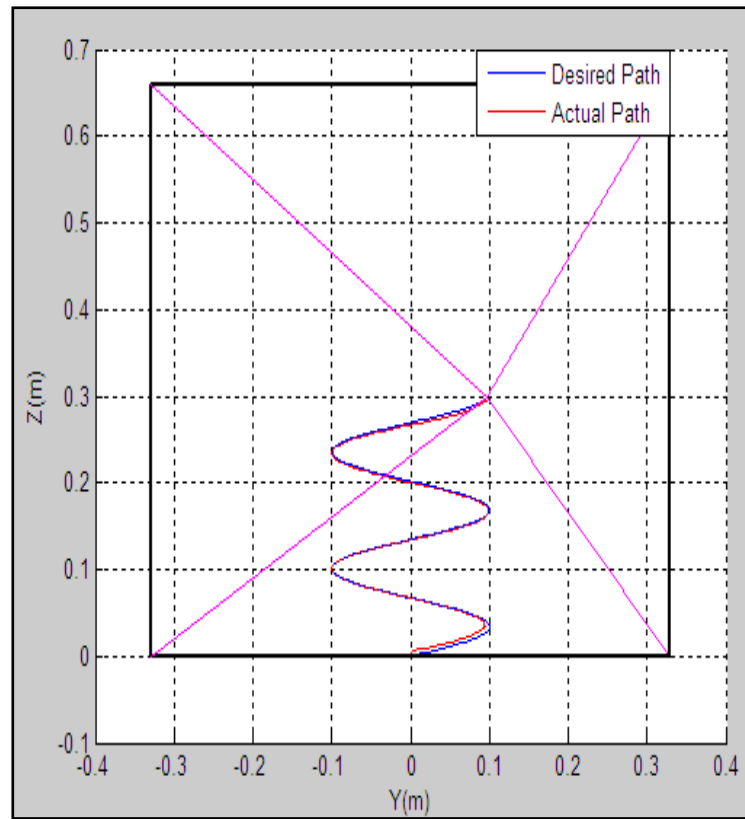


Figure 5.82 La face droite (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

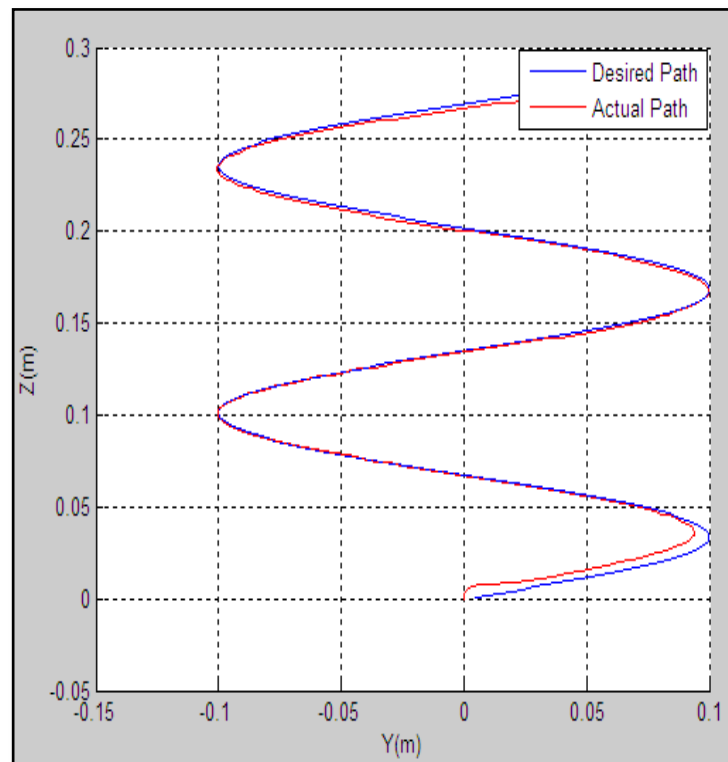


Figure 5.83 La face droite (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

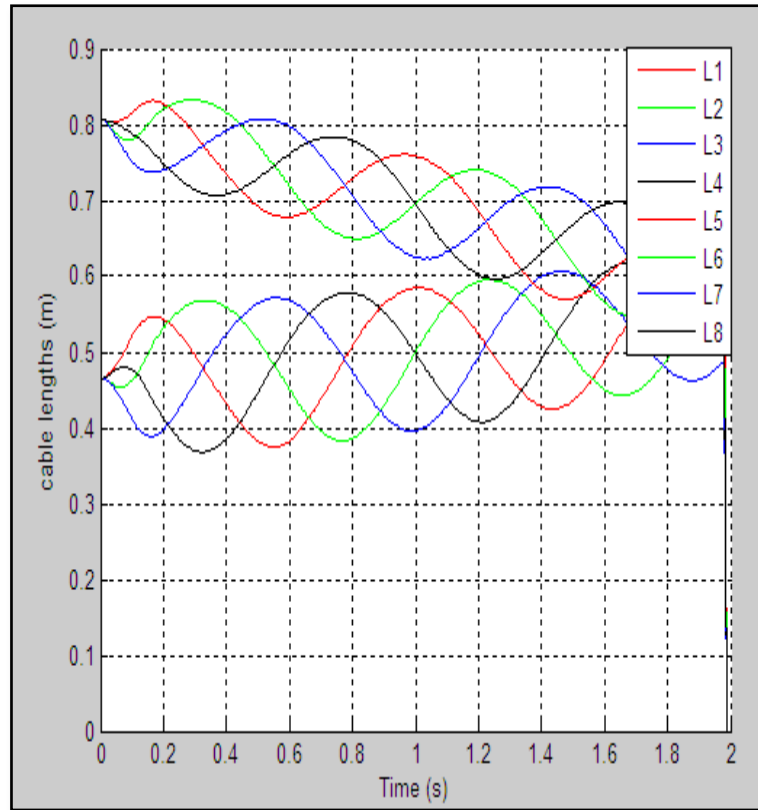


Figure 5.84 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

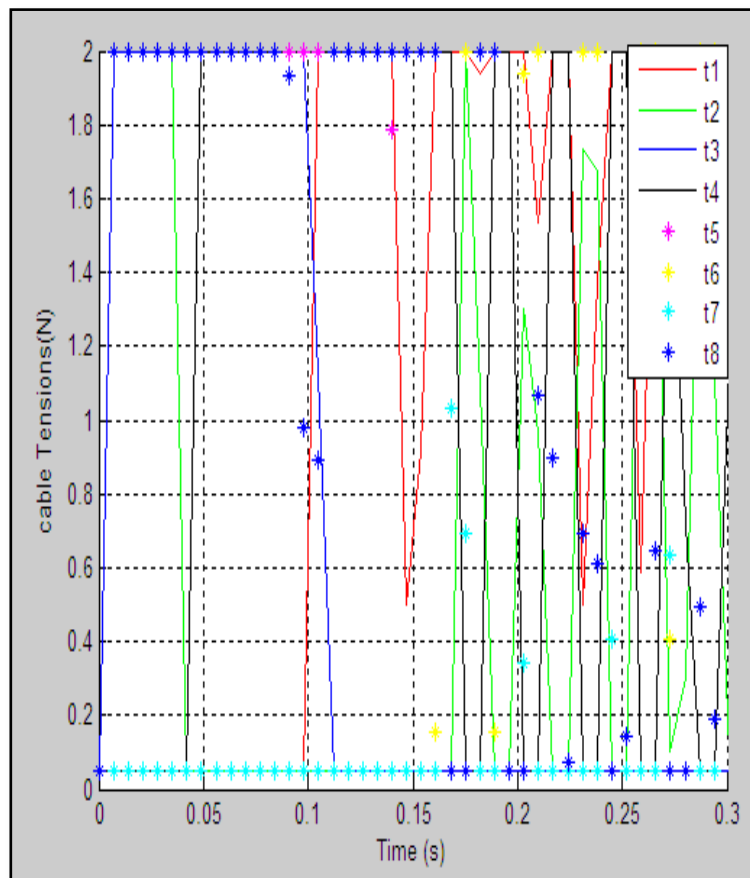


Figure 5.85 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

- Trajectoire sinusoïdale

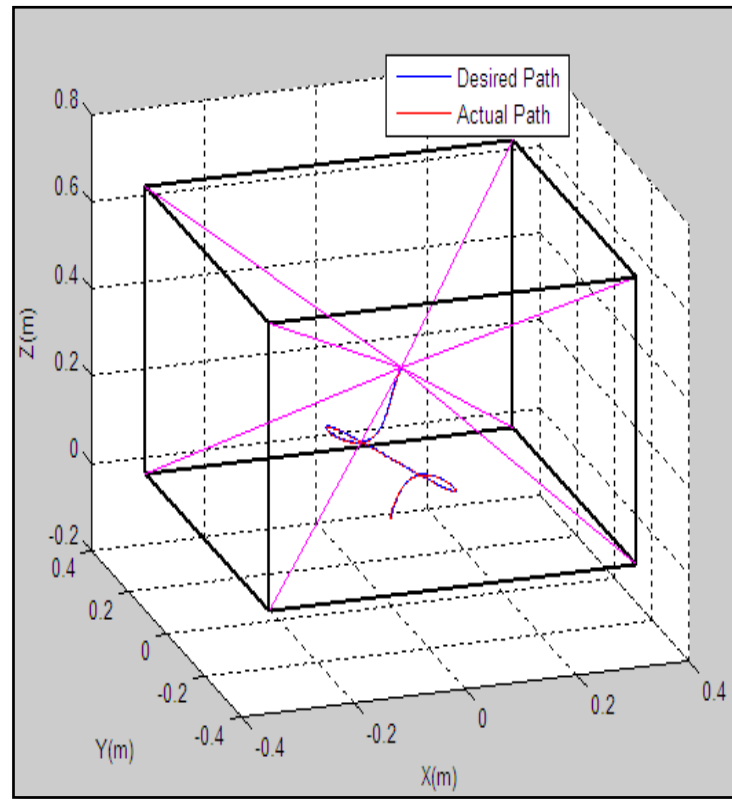


Figure 5.86 La représentation de la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail (robot à 8cables)

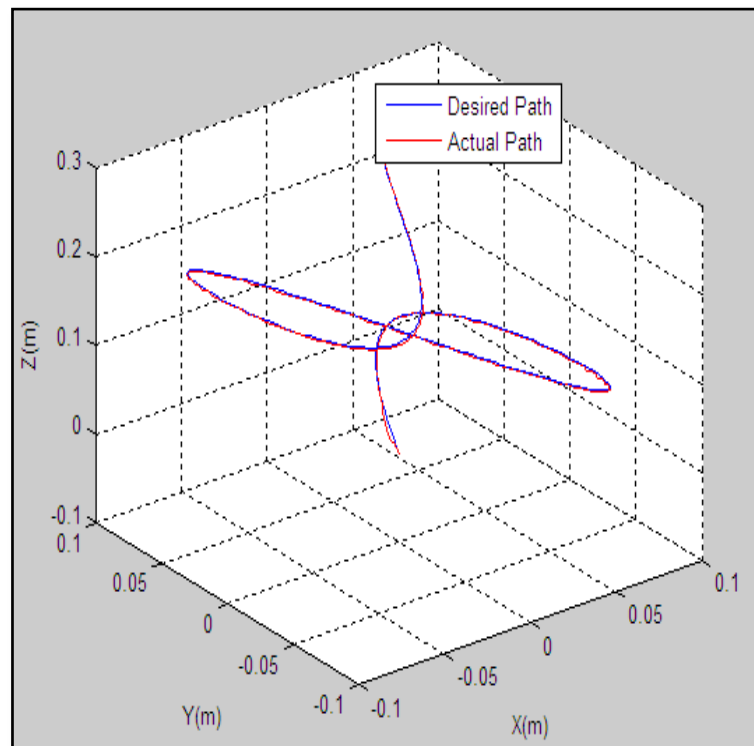


Figure 5.87 La représentation de la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail (robot à 8cables)

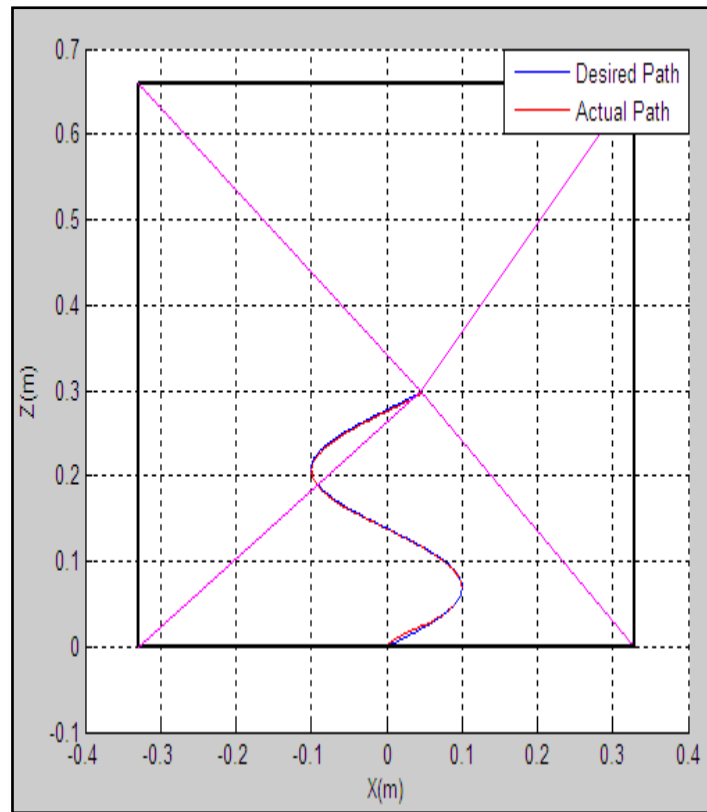


Figure 5.88 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

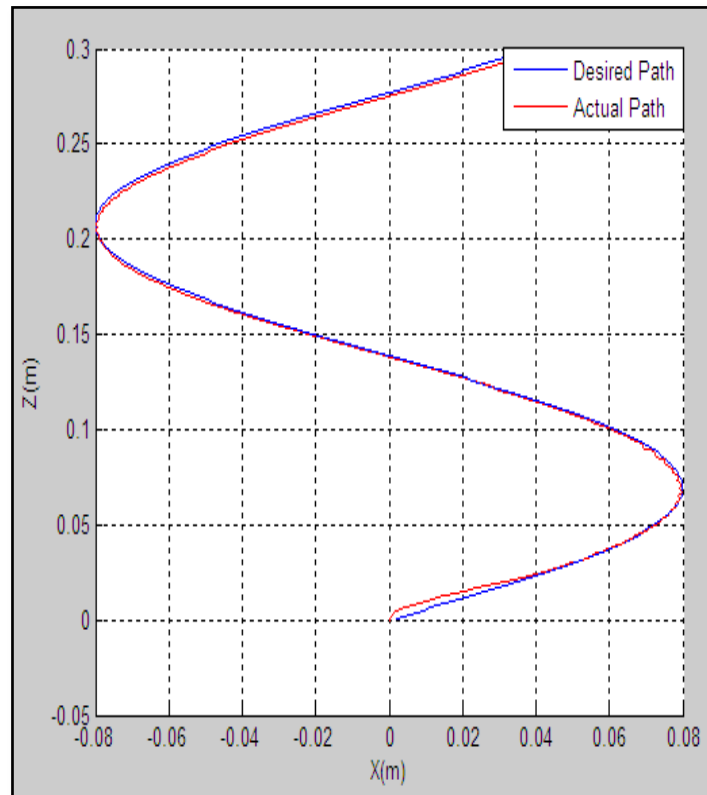


Figure 5.89 La face avant (x,y) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée sans l'affichage de l'espace de travail

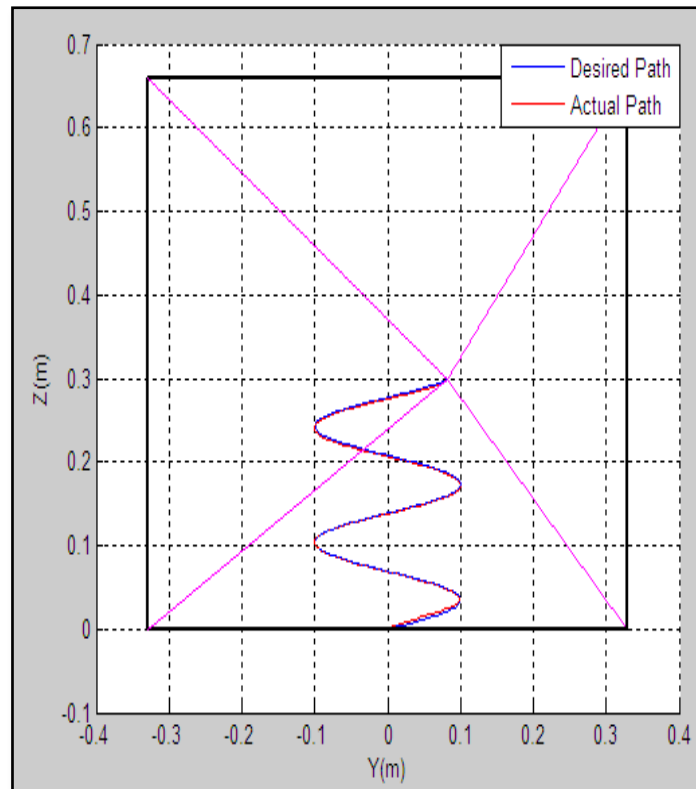


Figure 5.90 La face gauche (x,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

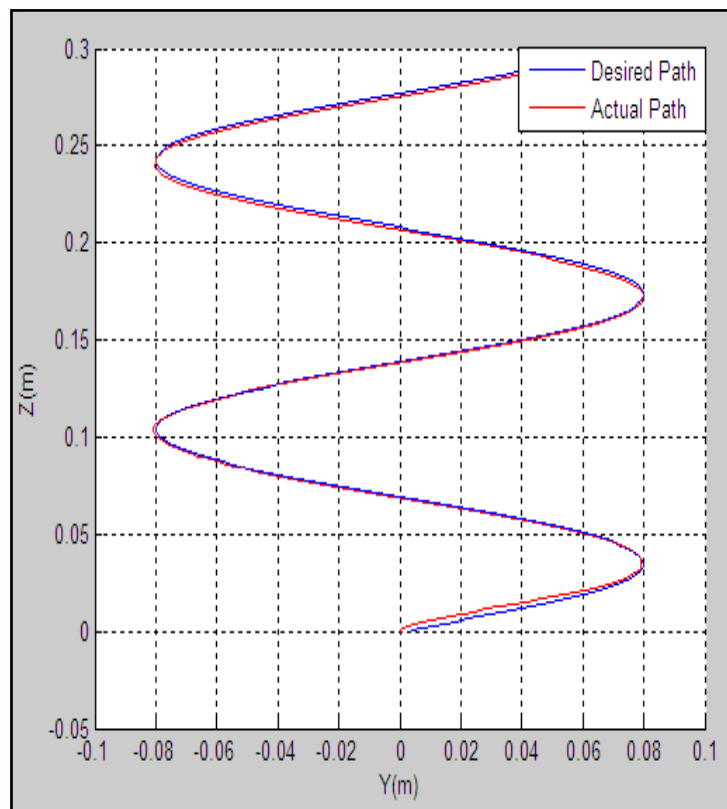


Figure 5.91 La face droite (y,z) pour la pyramide qui présente la trajectoire réelle et désirée avec l'affichage de l'espace de travail

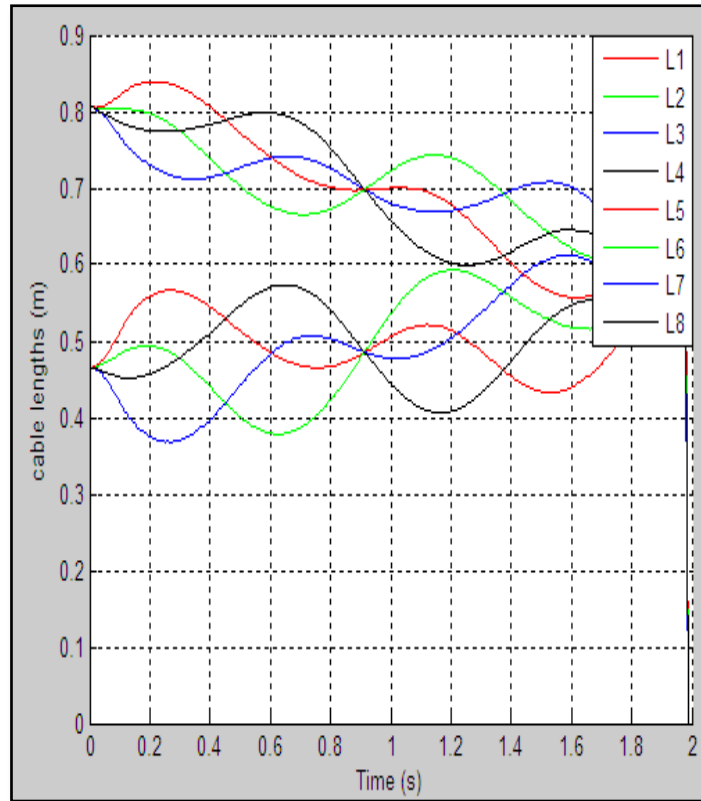


Figure 5.92 Les longueurs des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

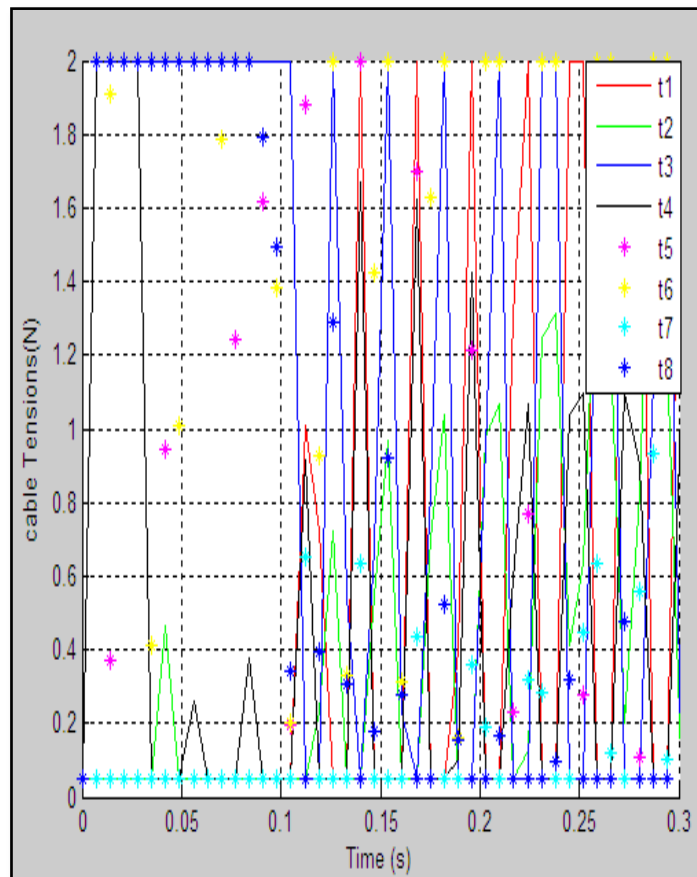


Figure 5.93 Les tensions des câbles en boucle fermée avec le contrôleur PID

Après voir les résultats de simulations des différentes trajectoires notamment pour la pyramide à 5 câbles ou cubique à 8 câbles, on remarque que la trajectoire réelle a suivi la trajectoire désirée avec une bonne performance où l'erreur est de l'intervalle de 10^{-4} mètre (avec la méthode d'erreur quadratique moyenne).

Concernant les longueurs : pour la pyramide la longueur des quatre câbles dans le plan horizontal a augmentée et la longueur du cinquième câble a diminuée.

Pour la cubique aussi la longueur des quatre câbles dans le plan horizontal a augmentée et la longueur des quatre câbles supérieurs a diminuée.

Concernant les tensions pour les deux configurations précédents, on remarque que lorsque la longueur du tel câble est augmenté la tension est diminuée c'est-à-dire les moteurs en position de relâcher, et lorsque les câbles ont diminués à l'opposé les tensions nécessaires ont augmenté ; c'est-à-dire les moteurs en position de tirer.

Aussi on remarque que, d'après les courbes qui ont été présentées précédemment le contrôleur PID appliqué à la cubique donne une bonne performance par rapport à la pyramide ; c'est-à-dire le nombre des câbles d'un côté et la symétrie des moteurs d'un autre côté jouent un rôle important pour la précision.

Pour le problème de singularité, on a développé un programme pour résoudre ce problème qui a toujours rencontré surtout avec les robots à 3D ; spécifiquement le cinquième câble pour le cas d'une pyramide, au contraire dans notre cas les robots en 3D travaillent sans contexte avec le point de singularité.

V.6. Conclusion

Dans ce chapitre on présente trois choses ; premièrement l'implémentation du contrôle PID pour différentes trajectoires pour les robots 2D (robot à 3 et 4 câbles) et voir l'erreur quadratique moyenne, une étude comparative des performances entre le contrôle PID et PD toujours appliqués pour le plan 2D (robot à 3 et 4 câbles), et à la fin on a présenté les performances aussi du contrôleur PID pour le plan 3D (robot à 5 et 8 câbles), on prône en considération le problème de singularité.

Finalement on a remarqué que : quoi que ce soit la trajectoire ou le plan (2D ou 3D) le contrôleur PID donne une bonne performance au niveau d'erreur quadratique et au temps de réponse.

Conclusion Générale

Dans ce manuscrit de thèse, on a présenté une étude contribuant à la commande des robots parallèles. Les robots à câbles faisant partie de ce groupe partagent plusieurs avantages, parmi lesquels la légèreté, la rapidité, le faible coût pour les mettre en opération, la simplicité et le grand espace de travail joignable. Mais il existe des problèmes notamment la modélisation géométrique et dynamique ainsi le problème de singularité. Par ailleurs, très peu de travaux de recherches ont été consacrés au regroupement des robots parallèles en classes distinctes permettant de faciliter leur modélisation. Cette modélisation n'est pas évidente étant donnée la diversité des architectures des robots parallèles et le manque des méthodes permettant de générer les modèles géométrique et dynamique de ces robots. Les modèles géométriques sont soit générés au cas par cas, soit générés numériquement. La difficulté est de pouvoir exprimer automatiquement les variables opérationnelles en fonction des seules variables actionnées en éliminant les variables passives du modèle. Le modèle dynamique de ces robots est également étudié par combinaison entre les modèles de l'organe terminal (modèle dynamique de l'effecteur) et les tenseurs des moteurs.

Tenant compte des raisons invoquées, l'objectif assigné à ce travail était de présenter les performances du contrôleur PID appliqué au plan 2D (robots à 3 et 4 câbles) et le plan 3D (robots à 5 et 8 câbles) pour différentes trajectoires.

Ensuite on a développé un programme pour déterminer la position de l'effecteur terminal basé sur le modèle géométrique inverse ; étant donnée la position désirée introduite par l'interface graphique de l'utilisateur (GUI) pour un transfert point à point ou un transfert de l'effecteur terminal à partir d'une trajectoire prédéfinie, ce programme calcule, ainsi, les longueurs et les tensions des câbles tout en permettant l'affichage de l'espace de travail, avec une visualisation graphique du système.

Nous avons ensuite établi l'analyse statique des forces dans le but de déterminer la force résultante de notre système et pour obtenir le modèle cinématique direct et afin de déterminer les tensions appliquées par les moteurs sur les câbles. D'autre part, on a rencontré un problème d'inversement de l'équation de la matrice jacobienne et comme elle n'est pas carrée, nous avons utilisé la méthode de Moore-Penrose, A titre d'exemple, nous avons

simulé les tensions nécessaires pour que l'effecteur final suive des trajectoires circulaire, sinusoïdale et un échelon tout en imposant une force résultante constante du parcours.

Pour tester l'efficacité du contrôleur PID, nous avons fait une étude comparative, basée sur l'erreur quadratique moyenne ($E_x = X_{\text{consigne}} - X_{\text{calculer}}$), entre le contrôleur PID et le contrôleur PD pour le même plan (robots à 3 et 4 câbles) et avec différentes trajectoires.

Ensuite, aussi la contribution de ce travail consiste en la modélisation dynamique au plan spatial 3D (robots à 5 et 8 câbles), ensuite la commande en boucle fermée avec un contrôleur PID pour deux trajectoires différentes, en tenant compte du problème de singularités. Pour résoudre ce problème, nous avons examiné quelques méthodes de détection de singularités. Les méthodes les plus complètes sont celles qui prennent en compte un modèle géométrique inverse complet contenant toutes les variables du système et spécifiquement les angles, et aussi on a développé un programme de simulation appliqué aux équations du modèle géométrique inverse et qui résout le problème de singularité. Ce programme a vérifié que les différentes trajectoires réelles programmées passent par des points de configurations singulières surtout le point initial (0,0,0) ou par des positions mal conditionnées qu'on a rencontré au premier temps sans perturbation.

Afin d'améliorer les performances vis-à-vis l'erreur par rapport à la trajectoire réelle, on a limité les tensions entre maximum et minimum, en plus les longueurs des câbles ne dépassent pas l'espace de travail.

En outre, on a pris l'étude de la commande de nos systèmes en boucle fermée compte tenu de non linéarité de notre système à partir de structure du plan 2D (robots à 3 et 4 câbles) et plan 3D (robots à 5 et 8 câbles), c'est pour ça qu'on a fait appel à la méthode numérique de Runge kutta pour la linéarisation, et nous avons simulé la commande par un contrôleur PID ; la simulation de ce mode de commande a permis de constater que notre robot est effectivement un système suiveur. La sortie a suivi l'entrée avec une grande précision surtout pour les trajectoires circulaires et sinusoïdales et moins performante pour la trajectoire échelon (step). Les résultats obtenues par le contrôleur PID appliqué pour différentes trajectoires sont très satisfaisantes pour les deux modes du plan (2D et 3D), en plus, les résultats de comparaison entre PID et PD ont montré que la réponse de poursuite du contrôleur PID est plus précise et plus rapide (en se référant aux courbes de simulation) par rapport au contrôleur PD car l'intégrateur a minimisé l'erreur ($E_x = X_{\text{consigne}} - X_{\text{calculer}}$), rejeter des perturbations d'un côté et donne une bonne précision et rapidité a suivi la trajectoire désirée d'un autre côté.

Les objectifs préalablement fixés dans le cadre de ce travail ont été complètement atteints, en ce qui concerne les développements ultérieurs envisageables, nous pouvons mentionner les possibilités suivantes :

- Commande de position de l'effecteur par réseaux de neurones et par la logique floue en s'appuyant sur les contrôleurs utilisés dans cette thèse.
- La commande prédictive qui a une grande précision surtout dans les points de pic comme par exemple le tracement d'un triangle.
- On a préparé à réaliser un prototype du robot à câbles au plan 3D

Publications dans le cadre de cette thèse

Conférences internationales

1. INEL Fouad, KHOCHEMANE Lakhdar, cable based Robots in Static and Dynamic Model, 2^{ème} Séminaire International sur la Maintenance et la Sécurité Industrielle, 28-29 ,Octobre 2013, SIMSI'13, Université 20 Août 1955 Skikda, Algérie.

2. INEL Fouad, KHOCHEMANE Lakhdar “THREE AND FOUR CABLE BASED ROBOTS IN STATIC AND DYNAMIC MODEL IN OPEN LOOP” 2ndInternational Conference on Advance in Engineering Sciences and Applied Mathematics (ICAESAM 2014) ,4-5 Mai 2014 ,Istanbul Turkey.

Publications

1. INEL Fouad, KHOCHEMANE Lakhdar, Comparison performance between PID and PD controllers for three and four cable based robots , World Journal of Engineering, Volume 11 number 6 2014.

2. INEL Fouad, BILLEL Bouchemal et KHOCHEMANE Lakhdar, Modeling and Control of New Model in a Spatial Coordinates -3D- for Cable Based Robots , World Journal of Engineering, Volume 12 number 2 2015.