

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Mémoire de Magister

Présenté à l'Université 20 Août 1955 SKIKDA



Faculté des Sciences

Département des Sciences de la Matière

Spécialité : Physique

Option : Energétique

Par : M^r.GABLI Ameur

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU TRANSFERT DE
CHALEUR PAR CONVECTION FORCEE ET MIXTE A
TRAVERS UN CONDUIT MUNI D'ELARGISSEMENT
BRUSQUE**

Soutenu le :/...../2013

Devant le jury :

Devant le jury composé de :

Président: El Hacène MEZAACHE

Professeur Univ. Skikda

Rapporteur: Abdeslam OMARA

Professeur Univ. Constantine 1

Examineurs:

Cherif BOUGRIOU

Professeur Univ. Hadj Lakhdar Batna

Djamel OMEIRI

Professeur Univ. Skikda

Salah LAOUAR

Maître de Conférences Univ. Skikda

Dédicace

A mes parents, qui m'ont encouragé durant toute ma carrière.

A mes frères, ma sœur, à toute la famille et mes amis.

Ameur

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous a permis d'accomplir ce modeste travail.

Je remercie vivement et chaleureusement Monsieur **Abdeslam OMARA** Professeur à l'Université Constantine 1 encadreur de ce mémoire, pour sa contribution, sa patience et son aide tout le long de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur **El Hacène MEZAACHE**, Professeur à l'université de Skikda, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

J'exprime mes vifs remerciements à Messieurs **Cherif BOUGRIOU** Professeur à l'université Hadj Lakhdar Batna, **Djamel OMEIRI** Professeur à l'université de Skikda et **Salah LAOUAR** Maître de Conférences à l'université de Skikda d'avoir accepté de participer au jury.

Enfin, Je tiens à remercier toute personne ayant participé de près ou de loin à l'élaboration de ce présent mémoire.

RESUME

Le travail propose étudier numériquement le transfert de chaleur en convection forcée et mixte pour un écoulement bidimensionnel, incompressible à proximité de la région de l'élargissement brusque d'une conduite de section rectangulaire et dont l'une des parois est soumise à un chauffage uniforme et constant.

Les équations gouvernantes de ce problème sont : l'équation de conservation de la masse, les équations de Navier Stokes et l'équation de conservation d'énergie. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation des équations gouvernantes et l'algorithme SIMPLE pour traitement couplage pression vitesse.

Dans un premier cas, des comparaisons sont faites pour vérifier l'efficacité des améliorations apportées. Les résultats de calcul ont montrés un accord satisfaisant avec la littérature.

Le deuxième cas concerne la simulation numérique d'un écoulement incompressible libre sur une marche descendante, pour des différentes valeurs de Reynolds ($Re=100, 200, 400, 800$ et 1600), pour des différentes hauteurs de la marche c'est-à-dire des rapports d'expansions ($ER=1.5, 2$ et 3).

L'influence du nombre de Richardson et de l'angle d'inclinaison ont été étudiées.

Mots-clés : Elargissement brusque, Convection forcée, Convection mixte, Volumes finis, Ecoulement laminaire.

ABSTRACT

This proposed work studies numerically the transfer of heat in forced and mixed convection for a two-dimensional, incompressible flow near the region of the sudden enlargement of a pipe of rectangular section which one of its walls is subjected to uniform and constant heating.

The governing equations of this problem are: the equation of conservation of mass, the Navier-Stokes equations and the equation of energy conservation. The finite volume method was used for the discretization of the governing equations and the SIMPLE algorithm for pressure velocity coupling treatment.

In one case, the comparisons are made to verify the effectiveness of the improvements. The calculation results have shown a satisfactory agreement with the literature.

The second case concerns the numerical simulation of a free incompressible flow over a backward-facing step for different values of Reynolds ($Re=100, 200, 400, 800$ and 1600), for different heights of the work that is to say expansions reports ($ER=1.5, 2$ and 3).

The influence of the Richardson number and the angle of inclination have been studied.

Key words: Backward-facing step, Forced convection, Mixed convection, Finite volume, Laminar flow.

ملخص

هذا العمل المقترح يدرس حسابيا انتقال الحرارة في حالة الحمل القصري و المختلط لجريان رقائقي غير قابل للضغط بجوار اتساع فجائي لقناة مربعة المقطع، حيث تم تسخين الجدار بكمية حرارة ثابتة.

المعادلات المتحكمة في هذه الدراسة: معادلة الحفاظ على المادة معادلات نافير-ستوكس و معادلة الحفاظ على الطاقة. استعملت طريقة الحجم المنتهية لحل المعادلات المتحكمة كما استعملت خوارزمية SIMPLE لمعالجة التزاوج بين السرعة و الضغط. في الحالة الاولى قمنا بالتحقق من فاعلية الاصلاحات المقدمة، نتائج الحساب العددي ابدت توافق مرضي مع النتائج المتاحة.

في الحالة الثانية قمنا بالتحاكي العددي للجريان الرقائقي بجوار اتساع فجائي للقناة من اجل اعداد مختلفة لرينولدز ($Re=100, 200, 400, 800, 1600$) و ارتفاعات مختلفة لدرجة الاتساع ($ER=1.5, 2, 3$). تأثير عدد ريشردسون و زاوية الانحناء تمت دراسته في الحالات المتحصل عليها

الكلمات الدالة: الاتساع الفجائي، الحمل القصري ، الحمل المختلط ، الحجم المنتهية ، السيلان الرقائقي

SOMMAIRE

| | |
|-------------------------|------|
| Liste des figures..... | viii |
| Liste des tableaux..... | xi |
| Nomenclature..... | xii |

CHAPITRE 1 :

INTRODUCTION ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

| | |
|----------------------------------|---|
| 1.1 Introduction..... | 1 |
| 1.2 Contenu du mémoire..... | 1 |
| 1.3 Revues bibliographiques..... | 2 |

CHAPITRE 2 :

FORMULATION MATHÉMATIQUE

| | |
|--|----|
| 2.1 Introduction..... | 13 |
| 2.2 Equation Représentative de L'écoulement..... | 13 |
| 2.3 Hypothèses simplificatrices..... | 14 |
| 2.4 Formulation des équations de transport en coordonnées..... | 15 |
| 2.5 Conditions aux Limites..... | 16 |
| 2.6 Mise sous forme adimensionnelle des équations de conservation..... | 17 |
| 2.6.1 Grandeurs caractéristiques et variables adimensionnelles..... | 17 |
| 2.6.2 Equations de conservation adimensionnelles..... | 18 |
| 2.6.3 Conditions initiales et aux limites..... | 19 |
| 2.7 Calcul du coefficient de frottement..... | 20 |
| 2.8 Calcul du nombre de Nusselt..... | 20 |

CHAPITRE 3 :

METHODE NUMERIQUE

| | |
|---|----|
| 3. 1 Introduction..... | 22 |
| 3. 2 Présentation de la Méthode..... | 22 |
| 3. 3 Maillage..... | 22 |
| 3. 3.1 Stockage des Variables..... | 24 |
| 3. 3.2 Maillage Décalé..... | 24 |
| 3. 4 Discrétisation des Equations Différentielles..... | 25 |
| 3. 4.1 Intégration et discrétisation des équations mathématiques..... | 26 |
| 3. 5 Schémas de Discrétisation..... | 29 |

| | |
|--|----|
| 3. 5.1 Schémas de Discrétisation Spatiale..... | 29 |
| 3. 5.2 Discrétisation des Termes Source..... | 32 |
| 3. 6 Résolution des Equations Algébriques..... | 33 |
| 3. 6.1 Algorithme SIMPLE..... | 33 |
| 3. 6.2 Séquences des Opérations Itératives..... | 36 |
| 3. 6.3 Sous-Relaxation..... | 37 |
| 3. 6.4 Critère de Convergence..... | 37 |
| 3. 6.5 Solution Numérique du Système Algébrique..... | 38 |
| 3. 6.6 Structure du programme de calcul..... | 41 |

CHAPITRE 4 :

VALIDATION DU CODE DE CALCUL ET DISCUSSION DES RESULTATS

| | |
|---|----|
| 4. 1 Introduction..... | 44 |
| 4. 2 Description du problème étudié..... | 44 |
| 4. 3 Eude de l'indépendance de la solution numérique du maillage..... | 45 |
| 4. 4 Validation du programme de calcul..... | 50 |
| 4. 5 Résultats numériques et discussions..... | 56 |

a) Convection forcée

| | |
|---|----|
| 4. 5.1 Tracés de la fonction de courant..... | 56 |
| 4. 5.2 Profils des deux composantes de vitesse..... | 60 |
| 4. 5.2.1 Profils de la composante longitudinale de vitesse U..... | 60 |
| 4. 5.2.2 Profils de la composante transversale de vitesse V..... | 63 |
| 4. 5.3 Profils de la température..... | 66 |
| 4. 5.4 Coefficient de frottement..... | 69 |
| 4. 5.5 Nombre de Nusselt local..... | 72 |

b) Convection mixte

| | |
|---|----|
| 4. 5.6 Tracés de la fonction de courant..... | 75 |
| 4. 5.7 Profils des deux composantes de vitesse..... | 76 |
| 4. 5.7.1 Profils de la composante longitudinale de vitesse U..... | 77 |
| 4. 5.7.2 Profils de la composante transversale de vitesse V..... | 77 |
| 4. 5.8 Profils de la température..... | 79 |
| 4. 5.9 Coefficient de frottement..... | 81 |
| 4. 5.10 Nombre de Nusselt local..... | 82 |

| | |
|---------------------------------|-----------|
| CONCLUSION GENERALE..... | 84 |
|---------------------------------|-----------|

| | |
|----------------------------|-----------|
| BIBLIIOGRAPHIE..... | 85 |
|----------------------------|-----------|

LISTE DES FIGURES

| | |
|---|----|
| Figure 1. 1 : Représentation de la géométrie de problème..... | 3 |
| Figure 1. 2 : Les trois zones de recirculation et leurs points de détachement et de rattachement..... | 4 |
| Figure 1. 3: Schématique du tube avec un élargissement brusque..... | 5 |
| Figure 1. 5: Schéma du Montage de la Vélocimétrie à Laser Doppler..... | 6 |
| Figure 1. 6: Représentation de la géométrie de problème..... | 7 |
| Figure 1. 7: Schématique des régions de grille..... | 7 |
| Figure 1. 8: Configuration de la section test..... | 9 |
| Figure 1. 9 : Montage expérimental utilisé par Beaudoin et al. [13]..... | 9 |
| Figure 1. 10: Schéma du dispositif expérimental et de la section de test..... | 10 |
| Figure 1. 11: Montage expérimental [18]..... | 12 |
| Figure 1. 12: Les géométries de problème | 12 |
| Figure 3. 1: Schémas représentant un volume de contrôle..... | 23 |
| Figure 3. 2: Maillage à espacement non uniforme..... | 23 |
| Figure 3. 3: Localisation des variables P , θ , U , V | 24 |
| Figure 3. 4: Maillage décalé..... | 25 |
| Figure 4. 1 : Configuration géométrique étudiée et conditions aux limites..... | 44 |
| Figure 4. 2 : Profils de la vitesse U en fonction de Y à $X=2$ pour différents grilles de maillage..... | 46 |
| Figure 4. 3 : Profils de la température en fonction de Y à $X=2$ pour différents grilles de maillage..... | 47 |

| | |
|---|----|
| Figure 4. 4 : Evolution du nombre de Nusselt pour différents grilles de maillage..... | 48 |
| Figure 4. 5 : Evolution du coefficient de frottement de la paroi inférieur pour différents grilles de maillage..... | 49 |
| Figure 4. 6 : Comparaisons des résultats numériques obtenus de la fonction de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds avec les résultats numériques d'Erturk[4]..... | 52 |
| Figure 4. 7 : Comparaisons des résultats numériques obtenus de la variation de la longueur de rattachement en fonction du nombre de Reynolds avec les résultats numériques d'Erturk [4] et expérimentaux d'Armaly et al. [5]..... | 52 |
| Figure 4. 8 : Comparaisons des résultats numériques obtenus de l'influence de l'angle d'inclinaison du canal sur le nombre de Nusselt local..... | 54 |
| Figure 4. 9 : Comparaisons des résultats numériques obtenus de l'influence de l'angle d'inclinaison du canal sur le nombre de Nusselt local..... | 55 |
| Figure 4. 10 : Lignes de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds et un rapport d'expansion $ER=1.5$ | 57 |
| Figure 4. 11 : Lignes de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds et un rapport d'expansion $ER=2$ | 59 |
| Figure 4. 12 : Lignes de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds et un rapport d'expansion $ER=3$ | 60 |
| Figure 4. 13 : Profils des vitesses U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=1.5$ | 61 |
| Figure 4. 14 : Profils des vitesses U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$ | 62 |
| Figure 4. 15 : Profils des vitesses U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=3$ | 63 |
| Figure 4. 16 : Profils de la composante transversale de vitesses V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=1.5$ | 64 |

| | |
|---|----|
| Figure 4. 17 : Profils de la composante transversale de vitesses V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$ | 65 |
| Figure 4. 18 : Profils de la composante transversale de vitesses V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=3$ | 66 |
| Figure 4. 19 : Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=1.5$ | 67 |
| Figure 4. 20 : Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$ | 68 |
| Figure 4. 21 : Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=3$ | 69 |
| Figure 4. 22 : Evolution du coefficient de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=1.5$ | 70 |
| Figure 4. 23 : Evolution du coefficient de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=2$ | 71 |
| Figure 4. 24 : Evolution du coefficient de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=3$ | 72 |
| Figure 4. 25 : Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=1.5$ | 73 |
| Figure 4. 26 : Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=2$ | 74 |
| Figure 4. 27 : Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=3$ | 75 |
| Figure 4. 28 : Influence de l'angle d'inclinaison sur les lignes de courant..... | 76 |
| Figure 4. 29 : Profils de la vitesse U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$ | 78 |

| | |
|---|----|
| Figure 4.30 : Profils de la vitesse V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$ | 79 |
| Figure 4. 31 : Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$ | 80 |
| Figure 4. 32 Evolution des coefficients de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$ | 82 |
| Figure 4. 33 : Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$ | |

LISTE DES TABLEAUX

| | |
|---|----|
| Tableau 3. 1 : coefficients de différents variables et leurs termes source..... | 26 |
| Tableau 4.1 : Comparaison des solutions obtenues avec différentes grilles suivant X | 45 |
| Tableau 4.2 : Comparaison des solutions obtenues avec différentes grilles suivant Y | 45 |

NOMENCLATURE

| | |
|----------------------|---|
| a_N, a_S, a_E, a_W | Coefficients dans le système d'équation algébrique discrétisé. |
| a, b, c, d | Eléments de la matrice tri diagonale. |
| A_N, A_S, A_E, A_W | Aires des faces du volume de contrôle. |
| $A P $ | Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet. |
| b | Terme source dans le système d'équation algébrique discrétisée. |
| C_p | Chaleur spécifique à pression constante [J/Kg.K]. |
| C_f | Coefficient de frottement. |
| D_n, D_s, D_e, D_w | Termes de diffusion dans le système d'équation algébrique. |
| F_n, F_s, F_e, F_w | Termes de convection dans le système d'équation algébrique. |
| g | Accélération de pesanteur [m/s^2]. |
| Gr | Nombre de Grashof. |
| H | La hauteur de en aval de la marche [m]. |
| h | La hauteur de la section entrée [m]. |
| I | Indice des nœuds suivant x. |
| J | Indice des nœuds suivant y. |
| J_e, J_w, J_n, J_s | Densités de flux total à travers les faces e,w,n,s. |
| NI | Nombre total de nœuds suivant x. |
| NJ | Nombre total de nœuds suivant y. |
| Nu | Nombre de Nusselt. |
| Re | Nombre de Reynolds. |
| Ri | Nombre de Richardson. |

| | |
|----------------------|---|
| p | Pression [N/m^2]. |
| P | Pression adimensionnelle. |
| Pe | Nombre de Peclet. |
| Pr | Nombre de Prandtl. |
| q_w | Densité de flux de chaleur [W/m^2]. |
| S_Φ | Le terme source moyen de la variable Φ . |
| S | La hauteur de la marche [m]. |
| T | La température [K]. |
| T_w | La température de la paroi [K]. |
| T_0 | La température d'entrée [K]. |
| u | Composante de la vitesse selon la direction des x [m/s]. |
| U | Composante adimensionnelle de la vitesse selon la direction x . |
| v | Composante de la vitesse selon la direction des y [m/s]. |
| V | Composante de la vitesse adimensionnelle selon la direction y . |
| x, y | Coordonnées cartésiennes dimensionnelles [m]. |
| X, Y | Coordonnées cartésiennes adimensionnelles. |
| e, w, n, s | Faces Nord, Sud, Est, Ouest du volume de contrôle. |
| $\Delta x, \Delta y$ | Dimensions du volume de contrôle [m]. |

Symboles Grecs

| | |
|---------------------|---|
| α | Coefficient de sous relaxation. |
| β | Coefficient d'expansion thermique a pression constante [K^{-1}]. |
| β_i, γ_i | Coefficients de la matrice. |

| | |
|---------------|--|
| γ | Angle d'inclination. |
| θ | La température adimensionnelle. |
| θ_w | Température adimensionnelle de la paroi. |
| δ_{ij} | Tenseur des vitesses de déformations. |
| λ | Conductivité thermique [W/m.K]. |
| μ | Viscosité dynamique [Kg/m.s]. |
| Γ | Coefficient de diffusion. |
| Φ | Variable de transport. |
| ν | Viscosité cinématique [m ² /s]. |
| ρ | Masse Volumique [Kg/m ³]. |
| ρ_0 | Masse volumique de référence [Kg/m ³]. |
| τ_w | Contrainte de cisaillement pariétale [Kg/m ²]. |

CHAPITRE 1

CHAPITRE 1

INTRODUCTION ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

1.1 Introduction

L'écoulement en aval d'une marche descendante joue un rôle important dans l'optimisation d'une grande variété d'applications industrielles, requérant le chauffage ou le refroidissement d'une ou plusieurs parois. Ces transferts de chaleur apparaissent entre autre dans les systèmes électroniques, les chambres de combustion ou en génie des procédés. Si le problème de l'écoulement en aval d'une marche descendante en convection naturelle, mixte et forcée a été largement étudié en régime stationnaire, peu de travaux existent en régime de convection mixte instationnaire.

La caractéristique principale de cet écoulement est liée au sillage qui se développe à l'aval de la marche, la bulle de recirculation constitué de fluide qui se replie sur lui-même et en rotation dans le sens d'une aiguille d'une montre.

L'étude de l'écoulement sur une marche descendante se fait soit expérimentalement, ou numériquement.

Il est vraisemblable que la première méthode est la plus sûre, néanmoins elle reste handicapée par le coût élevé du matériel et la difficulté de réalisation.

La simulation numérique est confrontée à des problèmes de calcul et de stockage dans la mémoire, principalement le cas des calculs tridimensionnels. Cette difficulté croit particulièrement en géométrie complexe, en présence de phénomènes physiques complexe, néanmoins c'est une méthode moins coûteuse et la plus utilisée dans les laboratoires de recherche.

Dans ce travail nous étudions le transfert de chaleur par convection forcée et mixte d'un écoulement laminaire bidimensionnel pour un fluide incompressible, en aval d'une marche descendante, c'est-à-dire un canal de section rectangulaire présentant un élargissement brusque, avec une paroi inférieure chauffée par un flux constant.

L'objectif de ce mémoire est de déterminer la fonction de courant, les profils des vitesses (U , V), le point de rattachement, et le profil de température, le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement, en changeant le rapport d'expansion, le nombre de Reynolds, le nombre de Richardson et l'angle d'inclinaison

1.2 Contenu du mémoire

Ce travail débute par un chapitre destiné à présenter une recherche bibliographique des différents travaux qui ont traité sur les écoulements en aval d'une marche descendante.

Le deuxième chapitre décrit la formulation mathématique du problème. Cette dernière est basée sur les lois classiques de la variation de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie. L'introduction de variables adimensionnelles dans ces équations fait ressortir des nombres adimensionnels qui sont les nombres de Reynolds et de Grashof caractérisant ainsi le système.

Dans le troisième chapitre nous donnons une description détaillée de la méthode des volumes finis utilisée pour discrétiser les équations de conservation ainsi que l'algorithme SIMPLE de résolution utilisé pour le traitement du couplage pression-vitesse.

Dans le quatrième chapitre afin de vérifier le bon déroulement du code de calcul, une comparaison entre nos résultats et des travaux expérimentaux et numériques trouvés dans la littérature et un bon accord a été trouvé entre les résultats de nos simulations et ces résultats de la littérature. Les simulations ont été faites avec un programme en langage Fortran.

Dans ce chapitre nous présentons les résultats obtenus et les interprétations assignées à ces résultats dans le cas d'un écoulement stationnaire sur une marche descendante en présentant l'influence des paramètres physiques et géométriques de la marche, c'est-à-dire pour des nombres de Reynolds, du rapport d'expansion, du nombre de Richardson et de l'angle d'inclinaison

1.3 Revues bibliographiques

Plusieurs études se sont intéressées au comportement de l'écoulement et au taux de transfert de chaleur à l'intérieur des conduites munies d'élargissement ou de rétrécissement brusque, et ce à cause des nombreuses applications de cette configuration géométriques dans le domaine de l'ingénierie.

La revue bibliographique indique que les premiers efforts consacrés à l'étude du phénomène de décollement et de rattachement d'un écoulement autour d'une marche descendante ou ascendante ont été effectués à la fin 1950. Tous ces efforts ont été réalisés expérimentalement en utilisant différentes techniques de visualisation et traitent exclusivement des écoulements en régime turbulent ou en transition ou bien les écoulements supersoniques.

Une des premières investigations traitant le régime laminaire et l'écoulement subsoniques à été présenté par **Goldstein** et al. en 1970 [1]. Ils ont conclu, sur la base de leurs mesures expérimentales, qu'en régime laminaire le point de rattachement n'est pas une valeur constante comme en régime turbulent, mais dépend du nombre de Reynolds hydraulique.

L'intérêt porter à l'étude des phénomènes de recollement à l'intérieure des conduites munies d'élargissement ou rétrécissement brusque continue dans les années 1970 et dans les années 1980 avec le développement de techniques de visualisation plus sophistiquées et plus précises où le domaine de l'ingénierie a connu une large quantité de publications.

Hong et al. [2] ont fait une simulation numérique d'un écoulement laminaire bidimensionnel de convection mixte dans une conduite muni d'élargissement brusque pour examiner les effets de l'inclinaison et du nombre de Prandtl. Les équations ont été résolues par la méthode des volumes finis. La paroi inférieure est soumise à un flux de chaleur constant q_w (Fig. 1. 1), tandis que les autres parois sont adiabatiques. Le nombre de Reynolds est constant $Re_s=100$, le nombre de Prandtl variant entre 0.07 et 100 et l'angle d'inclinaison variant entre 0^0 et 360^0 . Les effets de l'inclinaison et du nombre de Prandtl sur les distributions des vitesses, de température dans la zone de recirculation ainsi que sur le nombre de Nusselt ont été rapportés.

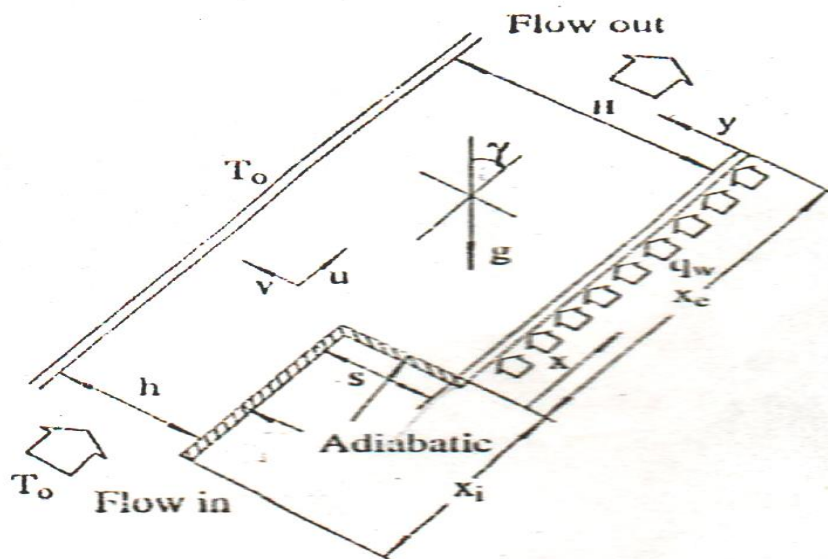


Figure 1. 1 : Représentation de la géométrie de problème

Lima et al. [3] ont fait des simulations numériques d'un écoulement laminaire bidimensionnel à l'intérieur d'une conduite munie d'un élargissement brusque. La résolution du système d'équations est obtenue au moyen de deux logiciels commerciaux, l'un basé sur la

méthode des éléments finis (FEM) et l'autre basé sur la méthode des volumes finis. Ils ont analysé trois zones de recirculation (A, B et C) comme le montre la figure 1. 2. Les résultats sont présentés pour l'écoulement d'air laminaire avec un nombre de Reynolds variant entre 100 et 2500. Les résultats obtenus sont comparés avec des résultats expérimentaux et ont montés un bon accord. Les résultats numériques obtenus montrent une augmentation non-linéaire de la longueur de rattachement comme le confirme les résultats expérimentaux de la littérature.

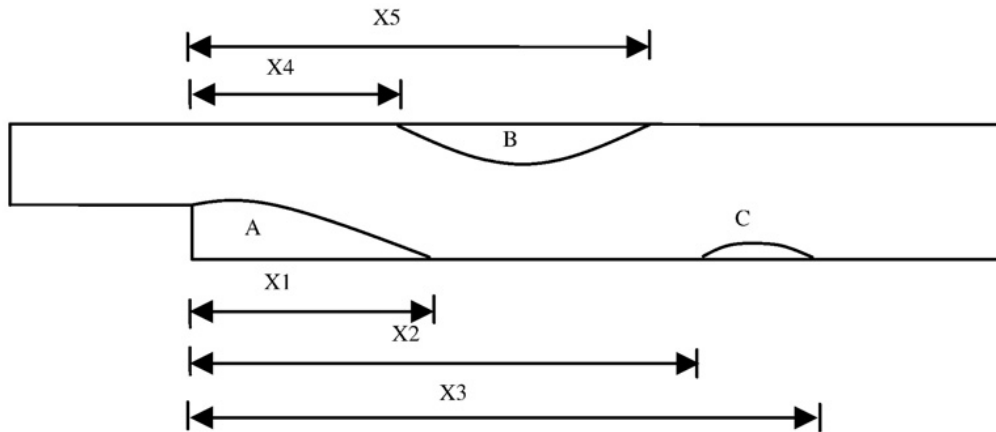


Figure 1. 2: Les trois zones de recirculation et leurs points de détachement et de rattachement.

Ercan Erturk [4] a présenté une simulation numérique d'un écoulement de fluide à l'intérieure d'une conduite muni d'un élargissement brusque. Il utilise la formulation Psi-Omega et une discrétisation en différences finies (ordre 2 et 4) pour résoudre les équations RANS (2D, stationnaire incompressible et laminaire). L'originalité de cette étude réside dans le fait qu'il a considéré un domaine de calcul surdimensionné et une grille de calcul de très grande taille (101 x 4250). L'entrée du canal est positionnée à une distance 20 fois la hauteur de la marche avant celle-ci et la sortie à 300 fois après la marche, Fig. 1. 3. L'objectif de cette étude numérique est l'obtention de résultats plus précis. La principale conclusion de cette approche est qu'avec de telles dimensions, la convergence de la solution stationnaires est obtenue pour des Reynolds allant jusqu'à 3000.

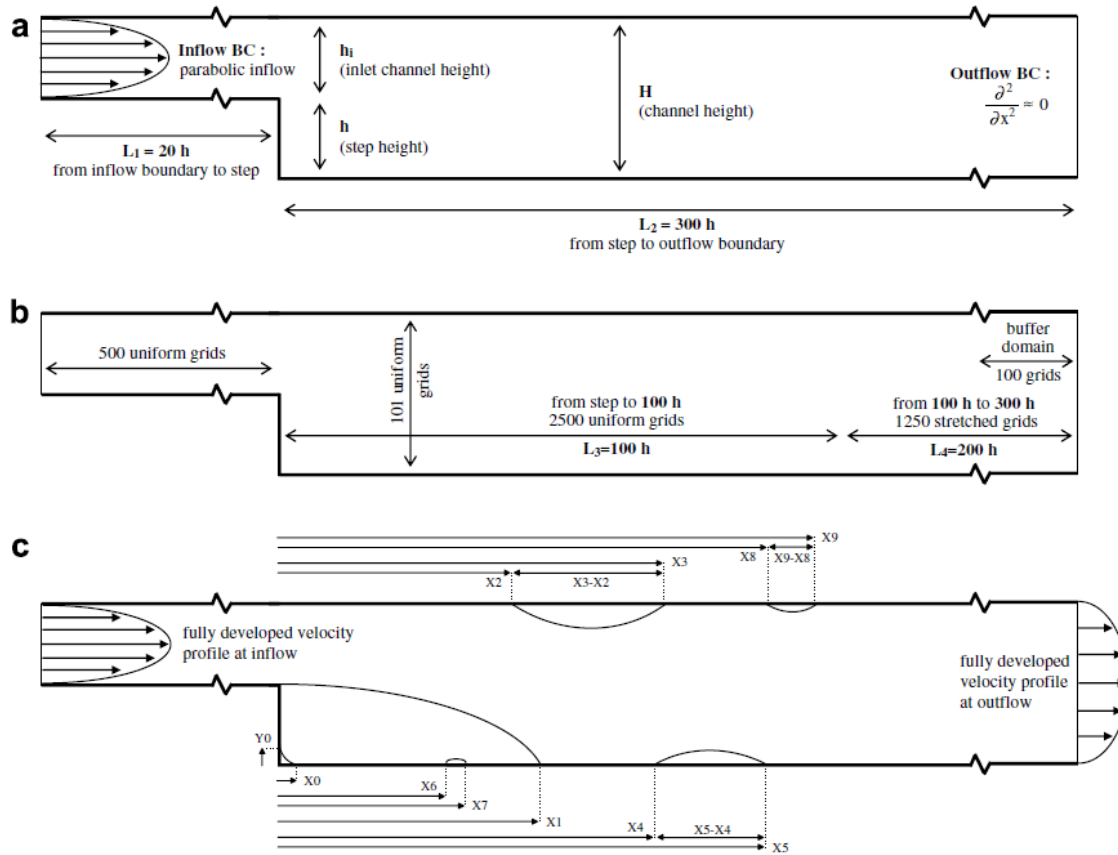


Figure 1. 3: Schématique du tube avec un élargissement brusque.

Armaly et al. [5] ont présenté une étude numérique et des mesures expérimentales par Vélocimétrie à Laser Doppler. Leur étude concerne un écoulement bidimensionnel de l'air en régimes laminaire, transition et turbulent dans un canal à marche descendante pour des nombres de Reynolds compris entre 70 et 8000 et un rapport d'expansion $ER=1.94$. Les mesures expérimentales ont montré, en plus de la zone de recirculation primaire, la présence d'autres zones de séparation en aval de la marche. Par ailleurs, les résultats numériques obtenus pour des nombres de Reynolds; pour lesquels le régime d'écoulement maintient son bi-dimensionnalité, ont montré une bonne concordance avec les mesures expérimentaux. Ils ont aussi constaté qu'à partir de $Re = 400$, l'écoulement perd son caractère bidimensionnel avec apparition d'une seconde zone de recirculation sur la paroi supérieure.

Nie et **Armaly** [6] ont présenté une simulation numérique à trois dimensions d'un écoulement incompressible à l'intérieur d'une conduite rectangulaire munie d'un élargissement brusque. La paroi inférieure adjacente à la marche est soumise à un flux de chaleur constant et uniforme tandis que les autres parois sont supposées adiabatiques. L'influence de la hauteur de la marche sur l'écoulement et le transfert de chaleur à l'intérieur

du conduit est discutée dans cette étude. Les résultats obtenus montrent que le caractère tridimensionnel s'accroît avec l'augmentation de la hauteur de la marche.

Dans une autre référence ces mêmes auteurs [7] ont entrepris une étude expérimentale par Vélocimétrie à Laser Doppler (LDV) pour mesurer les champs de vitesses longitudinales et transversales d'un écoulement à trois dimensions pour différentes valeurs du nombre de Reynolds (98.5 - 525), Figure 1. 5. La hauteur de la marche $S=1\text{cm}$, la hauteur du conduit en aval de la marche $H=2\text{cm}$ et la largeur du conduit $W=8\text{ cm}$ avec deux rapports d'expansion $AR =8$ et 2.02 . Ils ont montré que la zone de recirculation en aval de la marche augmente de taille quand le nombre de Reynolds augmente.

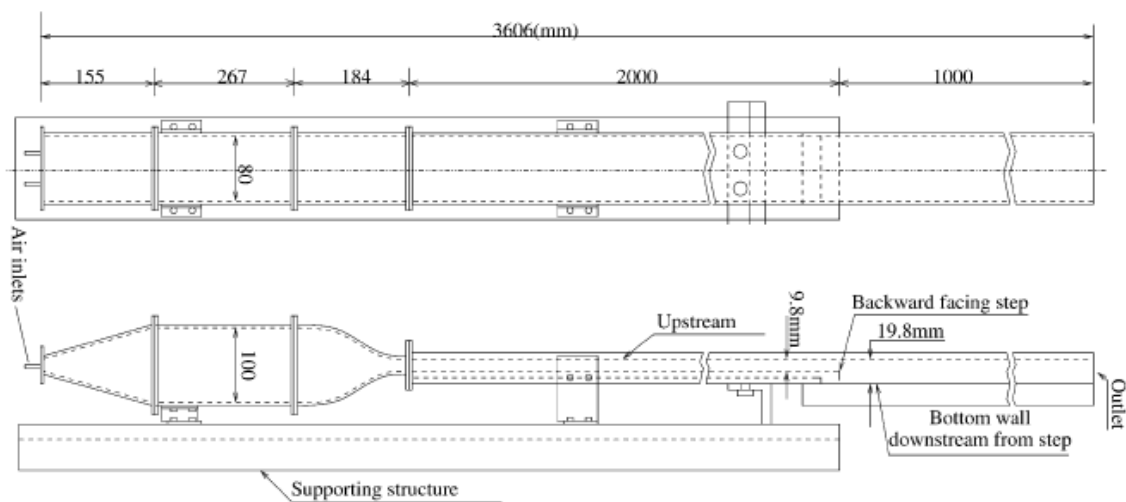


Figure 1. 5: Schéma du Montage de la Vélocimétrie à Laser Doppler

Les résultats obtenus montrent des comportements intéressants de l'écoulement qui ne pouvaient être déduits en se basant sur une étude bidimensionnelle.

Ansari et Nassab [8] ont présenté une étude numérique de transfert de chaleur par convection et rayonnement d'un gaz pour un écoulement laminaire sur une marche descendante inclinée à l'intérieur d'un conduit horizontal, Figure 1. 6. Le fluide est un gaz supposé comme un milieu gris, absorbant, émettant et diffus. Le système de coordonnées cartésien bidimensionnel est utilisé pour simuler l'écoulement sur la marche inclinée, Figure 1. 7. Les équations gouvernantes de quantité de mouvement et d'énergie sont résolues numériquement par le logiciel commercial CFD pour obtenir les champs de vitesse et de température. La discrétisation de ces équations est obtenue par la méthode de volumes finis et le couplage pression-vitesse est assuré en utilisant l'algorithme SIMPLE.

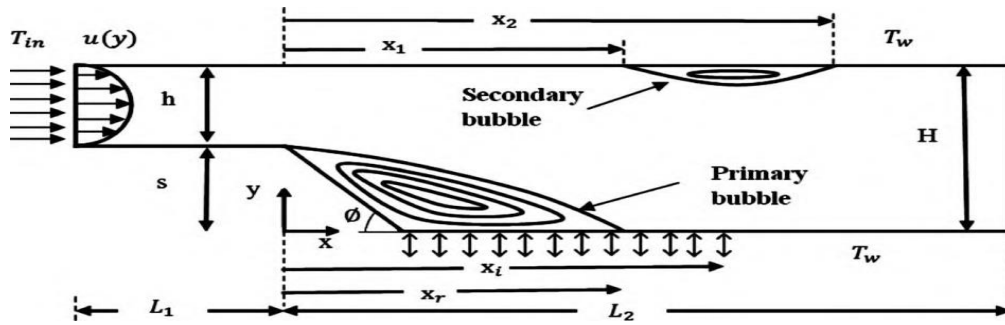


Figure 1. 6: Représentation de la géométrie de problème.

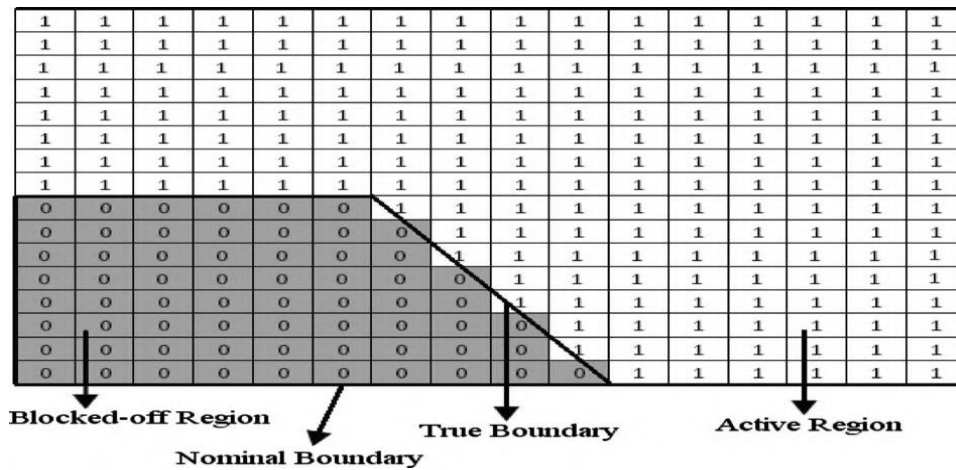


Figure 1. 7: Schématique des régions de grille.

Les effets de l'angle d'inclinaison, de l'épaisseur optique, du coefficient d'albédo, et du paramètre rayonnement-conduction sur l'écoulement et la distribution de la température sont présentés.

Rhee et Sung [9] ont simulé numériquement la séparation et le rattachement d'un écoulement turbulent en régime transitoire à l'intérieur d'une conduite munie d'une marche. Le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche est fixé à 33000. Le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ est utilisé pour prédire la séparation et le rattachement de l'écoulement. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux d'autres travaux antérieurs.

Avancha et Pletcher [10] ont étudié numériquement le transfert de chaleur et l'écoulement dans le cas d'un écoulement turbulent compressible a séparation et rattachement derrière une marche descendante en utilisant le modèle LES. Il simule un écoulement isotherme avec un nombre de Reynolds de 5540 (basé sur la hauteur de la marche) et un nombre de Mach de 0.006 pour valider la formulation utilisée. Par la suite, il suppose un flux de chaleur sur la paroi inférieure en aval de la marche et effectuent trois simulations en augmentant la valeur

du flux de chaleur. Ils ont constaté que la sous couche visqueuse joue un rôle dominant dans le contrôle du taux de transfert de chaleur.

Keating et al. [11] ont utilisés la méthode de simulation des grandes échelles pour prédire le transfert de chaleur d'un écoulement à séparation dans un conduit muni d'élargissement brusque avec un nombre de Reynolds, $Re=28000$ un rapport d'expansion $ER=1.25$ pour le cas ou le nombre de Prandtl, $Pr=0.71$. Ils ont fait des tests avec deux modèles: le modèle diffusive dynamique et le modèle dynamique mixte. Ils ont montrés que le coefficient de transfert de chaleur est maximal en amont de la zone de rattachement. Ce maximum de transfert de chaleur montre une corrélation directe avec le maximum des fluctuations des contraintes pariétales.

Barkley et al. [12] ont effectué une analyse de la stabilité d'un écoulement 3D à travers une marche avec un facteur d'expansion de 2 et pour un nombre de Reynolds compris entre 450 et 1050 à l'intérieur d'un canal rectangulaire. Ils ont constaté que le système présente une stabilité aux perturbations bidimensionnelles jusqu'à un nombre de Reynolds de 1500. Les spectres de stabilité et les visualisations des modes globaux du système sont présentés pour des valeurs représentatives du nombre de Reynolds sont aussi présentés.

Chun et **Sung** [13] ont effectués des travaux expérimentaux pour visualiser la séparation et le rattachement d'un écoulement d'eau à travers une marche dans un canal. L'écoulement est excité par un jet d'oscillations sinusoïdales, Figure 1.8. Le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la marche est fixé à 1200 et la fréquence imposée est comprise entre $0.305 \leq St_H \leq 0.955$.

Un système de LDV (vélocimétrie à Laser à Doppler) est utilisé pour mesurer les vitesses instantanées dans la zone de recirculation pour un nombre de Reynolds, $Re =1200$, pour différentes fréquences d'oscillations.

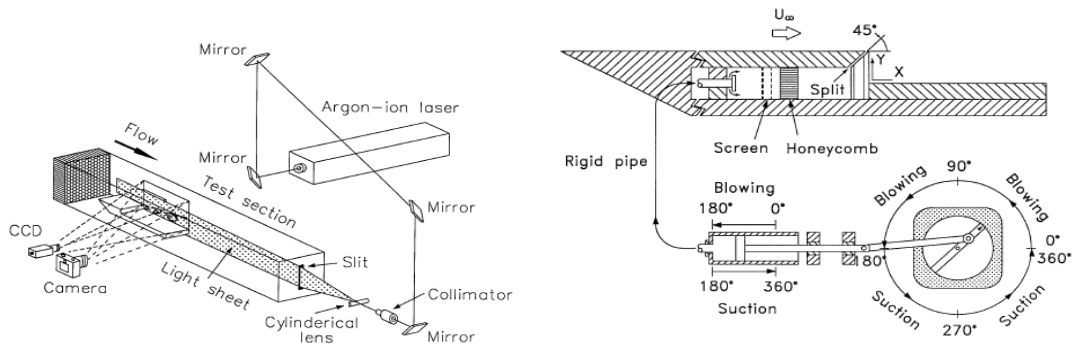
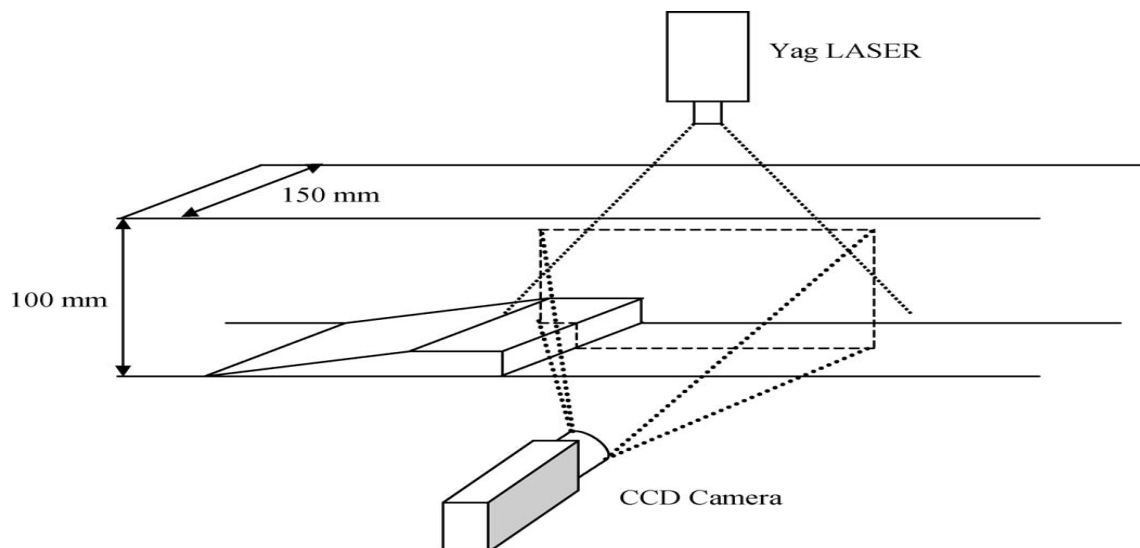


Figure 1. 8: Configuration de la section test

Une étude expérimentale de la structure d'un écoulement stationnaire à trois dimensions dans une conduite munie d'élargissement brusque est effectuée par **Beaudoin** et al. [14]. Les auteurs utilisent la vélocimétrie par image de particule (PIV) pour mesurer les vitesses instantanées, Figure 1. 9. Ils ont montré que la longueur de recirculation est périodiquement modulée dans le sens de l'envergure avec une longueur d'onde bien définie. Les visualisations révèlent aussi la présence vortex longitudinal. Ils ont conclu que ces instabilités d'origine régulier avec les instabilités centrifuges qui apparaissent au voisinage de la zone de rattachement et en dehors de la zone de recirculations, n'étaient pas vues expérimentalement à faible rapport d'expansion, leurs présence est possible due à l'augmentation de ce rapport.

Figure 1. 9 : Montage expérimental utilisé par **Beaudoin** et al. [13]

Yoshioka et al. [15] ont étudié expérimentalement, en utilisant la technique PIV (vélocimétrie par image de particule), l'effet d'une perturbation périodique sur le décollement

d'un écoulement turbulent autour d'une marche descendante, Figure 1.10. Les mesures du champ de vitesse obtenues par vélocimétrie par image de particule ont permis l'observation de vortex à grande échelle. L'investigation des quantités turbulentes au moyen de la méthode RNS a montré que le mouvement tourbillonnaire augmente le transfert de quantité de mouvement à travers la couche de cisaillement et favorise le rattachement.

Saldana et al. [16] ont étudié numériquement la convection mixte autour d'un marche descendante d'un écoulement laminaire tridimensionnel. La paroi inférieure est soumise à une condition de température constante et uniforme, tandis que les autres parois sont supposées adiabatiques. Le conduit considéré a un rapport d'allongement $AR=8$, un rapport d'expansion $ER=2$, une longueur L égale à 52 fois la hauteur de la marche et la longueur de la marche est égale à 2 fois la hauteur de la marche.

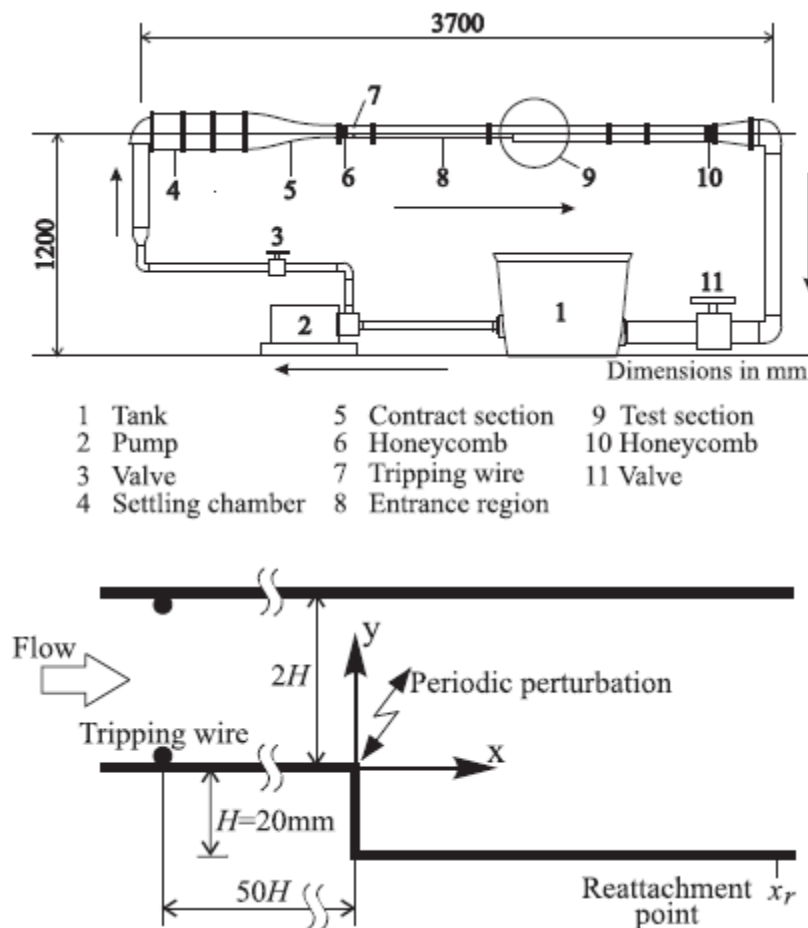


Figure 1. 10: Schéma du dispositif expérimental et de la section de test.

L'écoulement à l'entrée de la conduite est supposé entièrement développé et isotherme. Le nombre de Reynolds est fixé à 200 et le nombre de Richardson est égal à 0, 1, 2 et 3 afin de

simuler les trois modes de convection, à savoir: convection forcée ($Ri=0$), la convection mixte ($Ri=1$) et le mode où la convection naturelle est prédominante ($Ri=2$ et 3).

Les résultats numériques montrent que le champ de vitesses et la de distribution de température de l'écoulement pour le cas de convection mixte sont significativement différent de celui de relatif au cas de la convection forcée, même pour les faibles Ri .

De leurs côtés **Chiang** et al. [17] ont effectuée une étude numérique d'un écoulement laminaire tridimensionnel autour d'une marche dans une conduite de différents rapports d'allongement et pour un rapport d'expansion d'une valeur de 1.94. Leurs simulations numériques en fonction des conditions de l'écoulement (nombre de Reynolds, hauteur de la marche et largeur de la conduite) révèlent des détails intéressants sur la structure topologique et le mécanisme de développement de l'écoulement à trois dimensions, quand le nombre de Reynolds augmente.

Fessler et **Eaton** [18] ont entrepris une étude expérimentale d'un écoulement turbulent dans un conduit muni d'un élargissement brusque. Pour cela, ils ont utilisé un écoulement à plusieurs particules de différents diamètres (particules de glace et des particules sphérique en métal), Figure 1. 11. Leurs résultats montrent qu'aucune modification significative de la turbulence n'a été constatée dans la couche de cisaillement ou dans la région de redéveloppement derrière la marche, tandis qu'une charge significative de particules est constatée dans cette zone.

D'autres travaux numériques entrepris par **Kim** et al. [19] par analyse les caractéristiques le l'écoulement et le transfert thermique par convection mixte dans un canal avec des blocks rectangulaires collés à la paroi inférieure du canal, Figure 1. 12. Les détails de l'écoulement et des champs thermiques, pour des nombres de Reynolds allant de 100 à 1500 et de Grashof dans la plage de 0 à 2×10^6 , sont présentés pour deux cas représentatifs: cas d'un canal orienté horizontalement et cas d'un canal orienté verticalement.

Au vu des analyses de transfert de chaleur conjugué de la présente étude, les auteurs confirment que les hypothèses simplificatrices d'une surface isotherme ou adiabatique ne sont pas tout à fait appropriées pour simuler le refroidissement des dispositifs électroniques modernes.

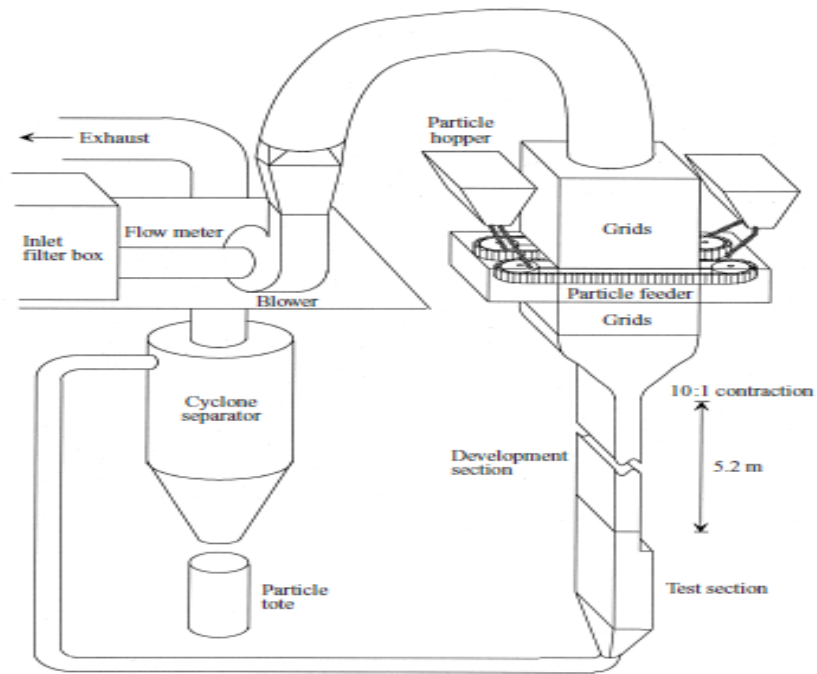


Figure 1. 11: Montage expérimental

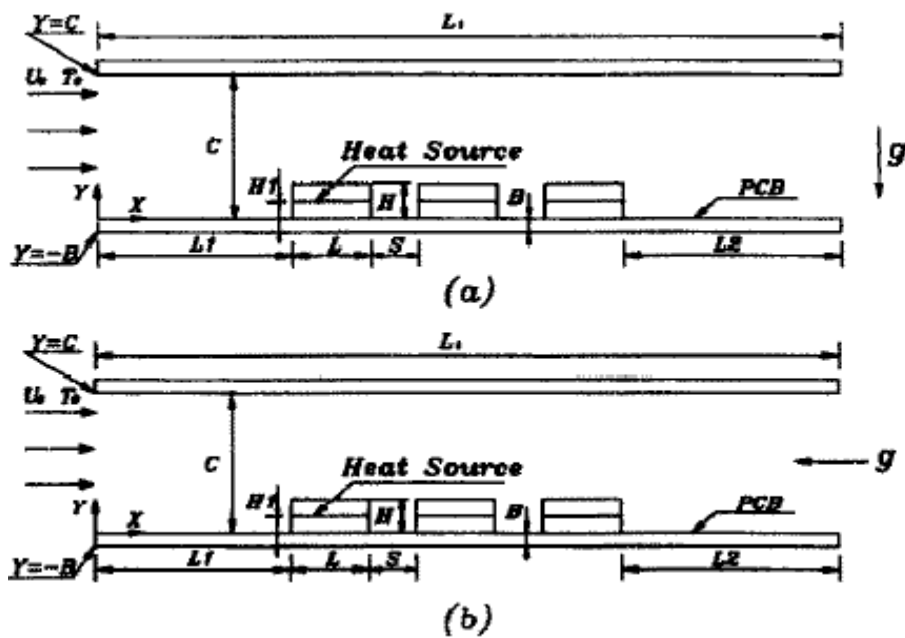


Figure 1. 12: Les géométries de problème : (a) canal horizontal. (b) canal vertical.

CHAPITRE 2

CHAPITRE 2

FORMULATION MATHÉMATIQUE

2. 1 Introduction

Pour formuler un phénomène physique, on utilise souvent des équations mathématiques. Ces dernières représentent une modélisation de ce phénomène. Une formulation mathématique doit obligatoirement exprimer le comportement du phénomène dans l'espace et dans le temps.

En mécanique des fluides, on suppose que le fluide est un milieu continu ce qui permet d'utiliser les lois classiques de conservation, à savoir

- Conservation de masse
- Conservation d'énergie
- Conservation de la quantité de mouvement

Ce chapitre expose les équations mathématiques générales gouvernant l'écoulement et le transfert de chaleur illustrées dans plusieurs ouvrages de mécanique des fluides et de transfert de chaleur.

2. 2. Equations Représentatives de L'écoulement

Les équations de base d'un écoulement fluide incompressible bidimensionnel dans une géométrie cartésienne sont les équations de continuité et de Navier-Stokes avec l'incompressibilité il se manifeste des phénomènes thermiques importants. Par conséquent, on doit prendre en considération dans nos raisonnements aussi bien l'équation d'énergie que l'équation de continuité et de conservation de la quantité de mouvement.

Nous avons utilisé les équations de Navier-Stokes incompressible pour pouvoir aborder en perspective les mêmes problèmes. Ces équations s'écrivent :

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial(u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + F_i \quad (2.2)$$

- **Equation d'énergie**

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + q + \mu \Phi \quad (2.3)$$

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)$: Représente le taux de variation dans le temps de la quantité de mouvement.

$\frac{\partial(u_j u_i)}{\partial x_j}$: Représente le taux net de transport de quantité de mouvement par le mouvement du fluide suivant la direction i .

F_i : L'ensemble des forces de gravité et les forces produites par unité de volume.

τ_{ij} : Tenseur de contrainte donné par:

$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$: Représente les forces nettes de viscosité.

C_p : Constante appelée: chaleur spécifique à pression constante. Déterminée suivant la nature du fluide,.

μ, λ : Sont des paramètres physiques dépendant de l'état du fluide. Ce sont la viscosité dynamique et la conductivité thermique.

q : La génération de chaleur par unité de volume.

Φ : La dissipation visqueuse.

En remplaçant les termes précédents, l'équation (2. 2) prend la forme suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.4)$$

2. 3 Hypothèses simplificatrices

Notre travail concerne l'étude d'un écoulement incompressible. Pour simplifier la formulation mathématique de notre problème, nous adapterons les hypothèses simplificatrices suivantes:

1. L'écoulement fluide est supposé en régime laminaire et stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).

2. Le fluide mis en étude est un fluide incompressible ($\rho = \text{cst}$)
3. Les propriétés physiques du fluide (ρ, μ, C_p et λ) sont supposées constantes.
4. La dissipation visqueuse est négligeable ($\mu\Phi = 0$) et pas de source de chaleur ($q = 0$).
5. L'approximation de Boussinesq est valide. Celle-ci consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables sauf au niveau du terme de gravité dans les équations de quantité de mouvement. La variation de la masse volumique ρ en fonction de la température est donnée par la relation linéaire: $\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$
6. ρ_0 : Masse volumique du fluide à la température de référence T_0 (température d'entrée du fluide).
7. β : Coefficient d'expansion à pression constante.

2.4 Formulation des équations de transport en coordonnées

Les équations générales gouvernent l'écoulement et le transfert de chaleur pour les cas étudiés sont :

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.5)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement selon x**

$$\rho_0 \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(vu)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \rho_0 g_x \beta (T - T_0) \quad (2.6)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement selon y**

$$\rho_0 \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \rho_0 g_y \beta (T - T_0) \quad (2.7)$$

- **Equation d'énergie**

$$\frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.8)$$

Où u, v : sont les composantes de la vitesse longitudinale et transversale, respectivement selon les directions (x, y) .

2.5 Conditions aux Limites

Les conditions aux limites imposées aux frontières du domaine peuvent être plusieurs de deux types. Il est possible d'imposer une condition du type Dirichlet ou une condition du type Newman. Les frontières du domaine peuvent être décomposées comme le suggère Hong et al [1]:

- **Frontière d'entrée de la marche descendante**

$$x = 0, s \leq y \leq H$$

Nous avons une vitesse normal « v » nulle, un profil de vitesse parabolique suivant la direction longitudinale « u » et une température d'entrée uniforme T_0 , comme suit:

$$u(y) = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{H + s - 2y}{H - s} \right)^2 \right], v = 0, \frac{\partial p}{\partial x} = 0, T = T_0 \quad (2.9)$$

- **Frontières de sorties**

$$x = L_x, 0 \leq y \leq H$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0, \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

- **La frontière supérieure horizontale**

$$0 \leq x \leq L_x, y = H$$

$$u = 0, v = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0, T = T_0 \quad (2.11)$$

- **La frontière inférieure horizontale**

$$0 \leq x \leq L_x, y = 0$$

$$u = 0, v = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = q_w \quad (2.12)$$

La paroi inférieure est soumise à une densité de flux de chaleur constant et uniforme.

- **Frontière de la marche descendante**

$$x = 0, 0 \leq y \leq s$$

$$u = 0, v = 0, \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (2.13)$$

2. 6 Mise sous forme adimensionnelle des équations de conservation

L'emploi de variables adimensionnelles permettent d'exprimer la réalité des phénomènes physiques indépendamment du système de mesure pour permettre d'avoir des informations généralisées sur une variété des problèmes ayant les mêmes grandeurs des coefficients de similitudes d'un coté et réduire le nombre de paramètre d'un problème d'un autre coté. En effet, pour faire apparaitre les paramètres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire les grandeurs de référence.

2. 6. 1 Grandeurs caractéristiques et variables adimensionnelles

On définit les grandeurs caractéristiques introduites dans nos équations du modèle mathématique comme suit :

- La hauteur de en aval de la marche: H ,
- La hauteur de la section entrée: h ,
- La hauteur de la marche: s ,
- La vitesse de référence: u_0 ,
- La pression de référence: p_0 ,
- La température de référence: T_0 .

En se basant sur la définition des paramètres précédents, les variables adimensionnelles s'écrivent comme:

$$X = \frac{x}{s}, \quad R = \frac{H}{s}, \quad Y = \frac{y}{s}$$

$$U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}$$

$$\theta = \frac{T-T_0}{q_w s / \lambda}, \quad P = \frac{(p + \rho_0 g x)}{\rho u_0^2}$$

2. 6. 2 Equations de conservation adimensionnelles

L'introduction des variables adimensionnelles et des hypothèses simplificatrices permettent d'écrire les équations de continuité, de conservation de quantité de mouvement et d'énergie comme suit:

- **Equation de continuité**

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.14)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

Dans la direction x:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re_s} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr_x}{Re_s^2} \theta \quad (2.15)$$

Dans la direction y:

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re_s} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr_y}{Re_s^2} \theta \quad (2.16)$$

- **Equation d'énergie**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Re_s} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.17)$$

Ainsi, on voit apparaître les nombres caractéristiques de l'écoulement et du transfert:

- Le nombre de **Reynolds**, Re , basé sur la hauteur de la marche

$$Re_s = \frac{u_0 s}{\nu} = \frac{\rho u_0 s}{\mu}$$

- Le nombre de **Prandtl**, Pr , caractéristique intrinsèque du fluide. sont dépendance de la température est faible.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

ou: $\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ diffusivité thermique

ν : viscosité cinématique.

- Le nombre de **Grashof**

$$Gr_s = \frac{g\beta q_w s^4}{\lambda \nu^2}$$

2. 6. 3 Conditions initiales et aux limites

- **Frontière d'entrée de la marche descendante**

$$X = 0, 1 \leq Y \leq R$$

$$U(Y) = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{R+1-2y}{R-1} \right)^2 \right], V = 0, \frac{\partial P}{\partial X} = 0, \theta = \theta_0 \quad (2.18)$$

- **Frontières de sorties**

$$X = L_x, 0 \leq Y \leq R$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0, V = 0, \frac{\partial P}{\partial X} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (2.19)$$

- **Frontière supérieure horizontale**

$$0 \leq X \leq L_x, Y = R$$

$$U = 0, V = 0, \frac{\partial P}{\partial Y} = 0, \theta = 0 \quad (2.20)$$

- **Frontière inférieure horizontale**

$$0 \leq X \leq L_x, Y = 0$$

$$U = 0, V = 0, \frac{\partial P}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1 \quad (2.21)$$

- **Frontière de la marche descendante**

$$X = 0, 0 \leq Y \leq 1$$

$$U = 0, V = 0, \frac{\partial P}{\partial X} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (2.22)$$

2.7 Calcul du coefficient de frottement

Nous avons calculé le coefficient de frottement entre le fluide et la paroi inférieur du canal. Ce dernier nous permet d'avoir des informations sur l'intensité des cellules de recirculation et sur celle de la zone de rattachement en aval de la marche. Il est défini comme suit:

$$C_f = \frac{\tau_w}{0.5\rho u_0^2}$$

Avec :

$$\tau_w = \left[\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=0}$$

τ_w : la contrainte qu'exerce le fluide sur la paroi. En d'autre termes, elle représente la composante du gradient de la vitesse à la paroi (en $y=0$). Sous forme adimensionnelle le terme C_f s'écrit :

$$C_f = \frac{2}{\rho Re_s} \left[\frac{\partial U}{\partial Y} \right]_{Y=0}$$

2.8 Calcul du nombre de Nusselt

Les phénomènes qu'on observe au sein de l'écoulement lorsqu'il y a une différence de température entre la paroi et le fluide, résultant de la superposition d'actions aérodynamiques et d'effets thermiques relatifs à une absorption (ou une perte) de chaleur à la paroi. C'est au niveau de celle-ci qu'intervient les échanges. Par conséquent, le nombre de Nusselt qui est un nombre adimensionnel qui compare le flux conductif et le flux convectif de chaleur, est défini dans plusieurs revues de transfert de chaleur par :

$$Nu = \frac{\text{Flux convectif}}{\text{Flux conductif}} = \frac{h_m \Delta T}{\lambda \frac{\Delta T}{L}}$$

$$Nu = \frac{h_m L}{\lambda}$$

h_m : représente le coefficient moyen d'échange de la chaleur par convection.

L : est la longueur caractéristique du problème étudiée dans notre cas on $L = s$.

Par conséquent, le nombre de Nusselt s'écrit comme suit:

$$Nu_s = s \left(\frac{\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_w - T_0} \right)$$
$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{q_w}{\lambda}$$

T_w : la température de la paroi,

q_w : désigne le flux de chaleur échangé par conduction à la paroi.

Sous la forme adimensionnelle le nombre de Nusselt s'écrit :

$$Nu_s = \frac{1}{\theta_w}$$

θ_w : la température adimensionnelle de la paroi.

CHAPITRE 3

CHAPITRE 3

METHODE NUMERIQUE

3. 1 Introduction

L'étude du comportement d'un fluide à l'intérieur d'un conduit muni d'élargissement brusque a fait l'objet de plusieurs travaux. Différentes méthodes numériques ont été utilisées pour la résolution des équations différentielles partielles régissant ce type d'écoulement. Parmi ces méthodes on cite: la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis. Ces méthodes transforment le système d'équations différentielles en un système d'équations algébriques dont la résolution est possible.

Dans le travail que nous proposons de faire, nous avons utilisé la méthode des volumes finis, développée par **Patankar[20]** pour les raisons suivantes:

- La méthode est bien adaptée à la formulation vitesse, pression.
- Conservation de toutes les variables transportables et aptitude à résoudre les écoulements complexes.
- Elle permet de réduire les instabilités pour les sollicitations élevées.

3. 2 Présentation de la Méthode

La méthode des volumes finis consiste à subdiviser le domaine de calcul en un nombre fini de volumes jointifs à faces rectangulaires et cela en utilisant un schéma d'approximation convenable, Figure 3. 1.

3. 3 Maillage

Le domaine physique est discrétisé en un domaine de calcul suivant un maillage uniforme ou non uniforme dans les deux directions, longitudinale et transversale, Figure 3. 2. Une suite géométrique est utilisée afin de raffiner d'avantage le maillage au niveau où on a des gradients importants des variables dépendantes (U, V, P, θ). Dans ces régions les frontières du domaine coïncident avec les faces des volumes de contrôle, ce qui facilite l'incorporation des conditions aux limites. Chaque nœud du maillage est repéré par deux indices I et J, donnant sa position suivant les directions X et Y.

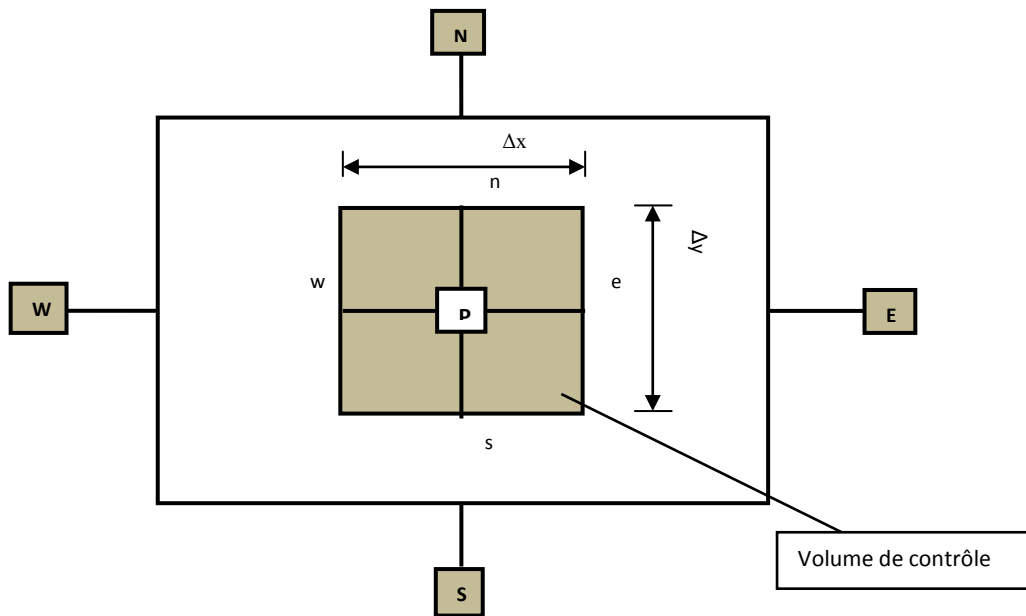


Figure 3. 1: Schémas représentant un volume de contrôle

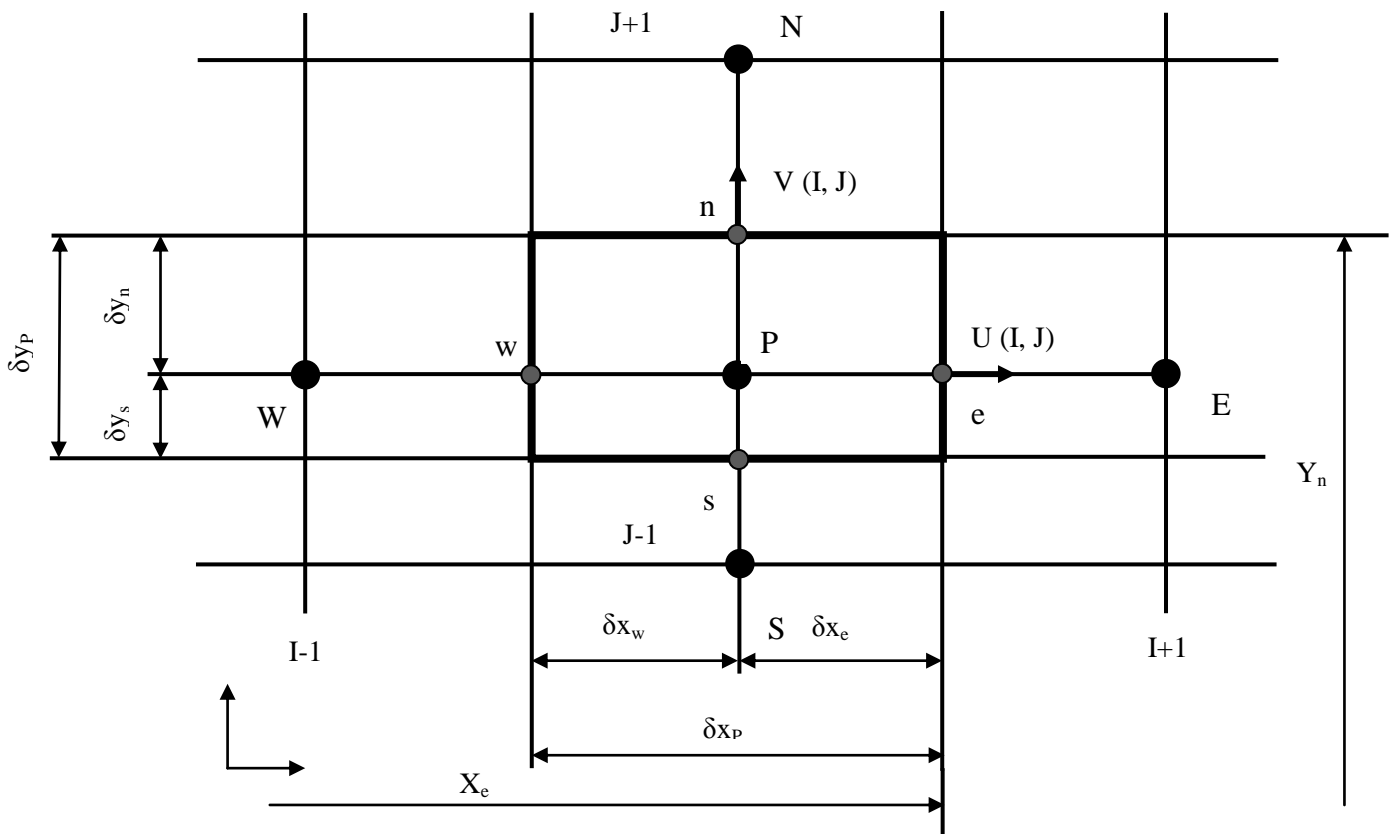


Figure 3. 2: Maillage à espacement non uniforme

3. 3. 1 Stockage des Variables

Les variables scalaires (P, θ) sont stockées aux nœuds du maillage, tandis que les variables dépendantes vectorielles (U, V) sont stockées au milieu des segments reliant les nœuds.

Si on note par "P", le centre du volume de contrôle de la variable Φ et E, W, N et S les nœuds voisins des volumes de contrôle adjacents comme l'illustre les Figures 3. 2 et 3. 3, ces nœuds seront les lieux de stockage des variables scalaires (P, θ). Les variables vectorielles sont stockées au milieu de chaque segment reliant deux nœuds adjacents noté: e, w, n et s.

| Variable | Localisation |
|----------|--------------|
| ● | P, θ |
| ↑ | V |
| → | U |

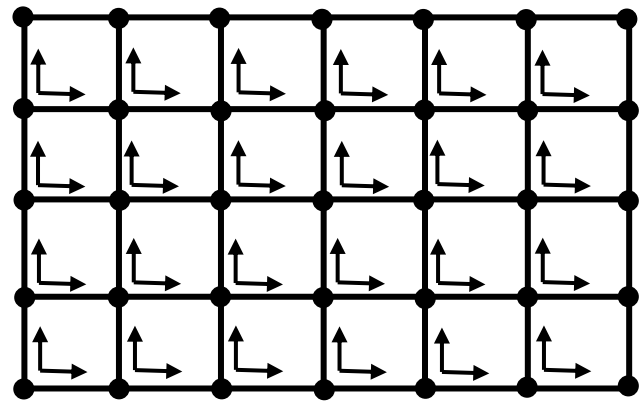


Figure 3. 3: Localisation des variables P, θ , U, V

3. 3. 2 Maillage Décalé

La discrétisation d'une équation de transport sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes (U_e, U_w, U_n, U_s). Il est donc intéressant de les calculer directement sur les interfaces sans avoir à effectuer d'interpolation.

D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en "damier" est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées. Une grille principale est construite; sur laquelle on calcule la pression et la température. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut, respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses longitudinale et transversale, Figure 3. 4.

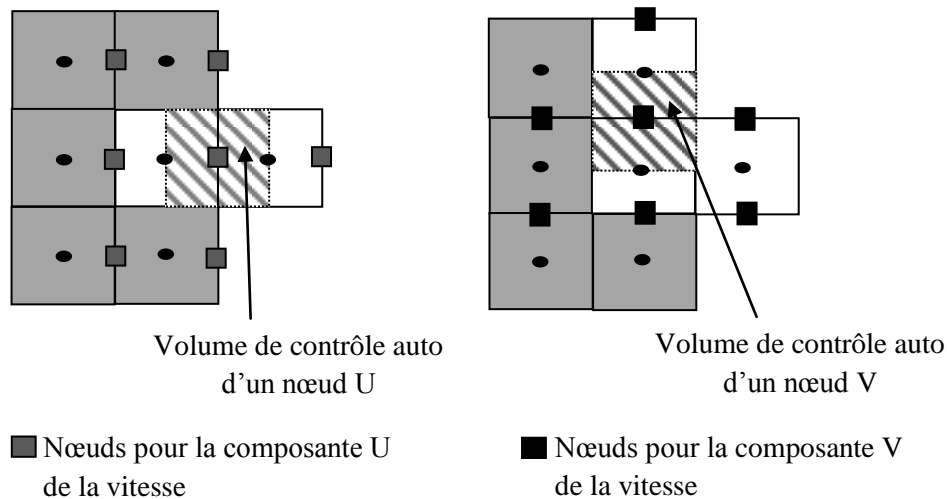


Figure 3. 4: Maillage décalé

3. 4 Discrétisation des Equations Différentielles

La discrétisation consiste à intégrer les équations différentielles partielles dans l'espace et par rapport au temps dans un domaine limité par les quatre interfaces (Est, Ouest, Nord et Sud) d'un volume de contrôle.

En se basant sur la méthode de Patankar , l'équation différentielle générale correspondant au transport d'une grandeur Φ , s'écrit:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial X_i}(\rho U_i \Phi) = \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{\Gamma_\Phi \partial \Phi}{\partial X_i} \right) + S \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial X}(\rho U \Phi) + \frac{\partial}{\partial Y}(\rho V \Phi) = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\Gamma_\Phi \partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\Gamma_\Phi \partial \Phi}{\partial Y} \right) + S_\Phi \quad (3.2)$$

Le premier terme de gauche représente le taux de variation de la quantité de $\rho\Phi$ en fonction du temps (négligeable dans notre cas). Le deuxième terme exprime le taux de transport par convection. Les termes de droites correspondent respectivement aux termes de diffusion et aux termes sources.

La variable Φ peut représenter diverses grandeurs physiques, telles que la vitesse, la température, etc. Le coefficient Γ peut représenter la viscosité ou la conductivité et le terme source peut représenter la génération interne de chaleur. L'action d'une force sur l'élément du fluide de débit massique ρU et ρV , doit satisfaire l'équation de continuité qui peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial X}(\rho U) + \frac{\partial}{\partial Y}(\rho V) = 0 \quad (3.3)$$

Nous pouvons écrire l'équation (3. 2) sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial X}(J_x) + \frac{\partial}{\partial Y}(J_y) = S_\Phi \quad (3.4)$$

Avec :

$$J_x = U\Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (3.5)$$

$$J_y = V\Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (3.6)$$

J: est le flux de la variable Φ à travers le milieu séparant deux nœuds I et I+1.

Nous pouvons généraliser les grandeurs $\Phi, \Gamma_\Phi, S_\Phi$ dans le tableau 3. 1.

| Equation | Φ | Γ_Φ | Terme source |
|---------------------------------|----------|-------------------------|--|
| Continuité | 1 | 0 | 0 |
| Quantité de mouvement suivant x | U | $\frac{1}{Re}$ | $-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Gr_x}{Re^2}\theta$ |
| Quantité de mouvement suivant y | V | $\frac{1}{Re}$ | $-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{Gr_y}{Re^2}\theta$ |
| Energie | θ | $\frac{1}{Re \cdot Pr}$ | 0 |

Tableau 3. 1 : coefficients de différents variables et leurs termes source

3. 4. 1 Intégration et discrétisation des équations mathématiques

Intégrons l'équation (3. 4) à travers le volume de contrôle décrit par Figure 3. 1.

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial X} J_x dXdY + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial Y} J_y dX = \int_w^e \int_s^n S_\Phi dXdY \quad (3.7)$$

Ainsi l'intégration (3.7) sur le volume de contrôle (Figure 3. 1) donne:

$$J_e A_e - J_w A_w + J_n A_n - J_s A_s = \bar{S}_\Phi \Delta X \Delta Y \quad (3.8)$$

Où:

A_e, A_w, A_s, A_n : Sont les aires Est, Ouest, Nord et Sud des faces du volume de contrôle, S_Φ sont les valeurs moyennes du terme source dans le volume de contrôle élémentaire.

J_e, J_w, J_s, J_n : sont les flux à travers les faces est, ouest, nord et sud du volume de contrôle.

$$\left. \begin{aligned} J_e &= (U\Phi)_e - \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_e \\ J_w &= (U\Phi)_w - \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_w \\ J_n &= (V\Phi)_n - \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_n \\ J_s &= (V\Phi)_s - \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right)_s \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

L'équation de continuité ($\Phi=1$ et $S_\Phi=0$) donne:

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (3.10)$$

Où:

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U_e A_e \\ F_w &= U_w A_w \\ F_s &= V_s A_s \\ F_n &= V_n A_n \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

F_i ($i = e, w, n, s$): sont les débits massique à travers les faces du volume de contrôle. En multipliant l'équation (3.10) par Φ_p et en soustrayant cette équation de l'équation (3. 8) on obtient:

$$(J_e - F_e \Phi_p) - (J_w - F_w \Phi_p) + (J_n - F_n \Phi_p) - (J_s - F_s \Phi_p) = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \quad (3.12)$$

Les termes entre parenthèse de l'équation (3.12) peuvent se mettre sous la forme suivante:

$$\left. \begin{aligned} J_e - F_e \Phi_p &= a_E (\Phi_p - \Phi_e) \\ J_w - F_w \Phi_p &= a_W (\Phi_p - \Phi_w) \\ J_n - F_n \Phi_p &= a_N (\Phi_p - \Phi_n) \\ J_s - F_s \Phi_p &= a_S (\Phi_p - \Phi_s) \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Où les a_i ($i = E, W, N, S$) sont les coefficients voisins du point P du volume de contrôle. En introduisant ces équations dans l'équation discrétisée (3.12) on obtient pour chaque point P du maillage une équation discrétisée de la forme:

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (3.14)$$

Avec :

$$a_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\|$$

$$a_W = D_w A(|P_w|) + \|-F_w, 0\|$$

$$a_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\|$$

$$a_S = D_s A(|P_s|) + \|-F_s, 0\|$$

$$b = \bar{S}_\phi \Delta x \Delta y$$

- $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + (F_e - F_w + F_n - F_s)$ pour l'équation de quantité de mouvement.

- $a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$, pour l'équation de l'énergie.

La notation $\|A, B\|$ désigne la plus grande valeur de A et de B.

D_i ($i = e, w, s, n$) : Sont les coefficients de diffusion donnés par les relations:

$$D_e = \Gamma_e \frac{A_e}{(\delta X)_e} \quad D_w = \Gamma_w \frac{A_w}{(\delta X)_w}$$

$$D_n = \Gamma_n \frac{A_n}{(\delta Y)_n} \quad D_s = \Gamma_s \frac{A_s}{(\delta Y)_s}$$

P_i ($i = e, w, s, n$) : sont les nombres de Péclet définis par :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}$$

$$P_n = \frac{F_n}{D_n} \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}$$

3. 5 Schémas de Discrétisation

Les schémas de discrétisation sont des méthodes de calcul adoptées pour évaluer les grandeurs à calculer aux différents points du domaine d'étude. Ils sont choisis, d'après les problèmes traités, suivant la concordance des résultats qu'ils donnent avec les résultats physiques et la stabilité numérique.

3. 5. 1 Schéma de Discrétisation Spatiale

Patankar [20] a proposé plusieurs schémas approchés permettant d'exprimer la fonction $A(|P|)$ qui sont les suivantes

- **Schéma des Différences Centrées**

La fonction $A(|P|)$ est donnée par l'expression:

$$A(|P|) = 1 - 0,5|P| \quad (3.15)$$

Les coefficients de l'équation de transport discrétisé seront:

$$\left. \begin{aligned} a_E &= D_e(1 - 0,5|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ a_W &= D_w(1 - 0,5|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ a_N &= D_n(1 - 0,5|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ a_S &= D_s(1 - 0,5|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Le schéma des différences centrées est basé sur une interprétation linéaire des valeurs de Φ sur les interfaces.

Ce schéma est stable pour $|P| \leq 2$ et donne des coefficients de discrétisation (a_E, a_W, a_N, a_S) positifs.

- **Schéma Upwind :**

La fonction $A(|P|)$ est donnée par l'équation:

$$A(|P|) = 1 \quad (3.17)$$

Où les expressions suivantes des coefficients:

$$\left. \begin{aligned} a_E &= D_e + \max(-F_e, 0) \\ a_W &= D_w + \max(F_w, 0) \\ a_N &= D_n + \max(-F_n, 0) \\ a_S &= D_s + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Ce schéma est conditionnellement stable. Il est souvent utilisé lorsque la convection est dominante suivant le sens de l'écoulement.

- **Schéma Hybride :**

La fonction $A(|P|)$ est exprimée comme suit:

$$A(|P|) = \max(0, 1 - 0,5|P|) \quad (3.19)$$

D'où les expressions suivantes des coefficients:

$$\left. \begin{aligned} a_E &= \max\left(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right) \\ a_W &= \max\left(F_w, D_w - \frac{F_w}{2}, 0\right) \\ a_N &= \max\left(-F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0\right) \\ a_S &= \max\left(F_s, D_s - \frac{F_s}{2}, 0\right) \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Ce schéma est la combinaison des deux schémas précédents rassemblant ainsi leurs caractéristiques. En appliquant ce schéma on aura un compromis entre stabilité et précision de la méthode numérique.

- **Schéma Exponentiel :**

$$A(|P|) = A(|p|) = \frac{|p|}{e^{|p|} - 1} \quad (3.21)$$

Les coefficients de l'équation générale de transport sont exprimés comme suit:

$$\left. \begin{aligned} a_E &= \frac{F_e}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1} & a_W &= \frac{F_w}{\exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right) - 1} \\ a_N &= \frac{F_n}{\exp\left(\frac{F_n}{D_n}\right) - 1} & a_S &= \frac{F_s}{\exp\left(\frac{F_s}{D_s}\right) - 1} \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Ce schéma est plus précis et moins utilisé en pratique car le calcul des exponentielles est coûteux en temps de machine.

- **Schéma de la Loi de Puissance "Power Low":**

La fonction $A(|P|)$ est donnée par l'expression suivante:

$$A(|P|) = \max[0, (1 - 0,1|P|^5)] \quad (3.23)$$

Les coefficients de l'équation générale discrétisée s'écrivent:

$$\left. \begin{aligned} a_E &= D_e \max[0, (1 - 0,1|P_e|)^5] + \max(-F_e, 0) \\ a_W &= D_w \max[0, (1 - 0,1|P_w|)^5] + \max(F_w, 0) \\ a_N &= D_n \max[0, (1 - 0,1|P_n|)^5] + \max(-F_n, 0) \\ a_S &= D_s \max[0, (1 - 0,1|P_s|)^5] + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Ce schéma donne une très bonne approximation de la solution exacte. En plus il est recommandé par **Patankar**[20], c'est pourquoi notre choix s'est posé sur ce schéma.

3. 5. 2 Discrétisation des termes sources

Dans notre problème le terme source apparaît dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement suivant l'axe X et suivant l'axe Y comme indiqué sur le tableau (3. 1).

- Terme source S_ϕ pour la composante longitudinale U :

$$\int_s^n \int_w^e S_U dXdY = \int_s^n \int_w^e \left(-\frac{\partial P}{\partial X}\right) dXdY + \int_s^n \int_w^e \left(-\frac{Gr_X}{Re^2}\right) dXdY \quad (3.25)$$

Il suffit d'intégrer chaque terme de cette équation sur le volume de contrôle (Figure 3. 2):

$$\overline{S_U} \Delta X \Delta Y = (P_w - P_p) \Delta Y + \frac{Gr_X}{Re^2} (\theta_w + \theta_p) dXdY \quad (3.26)$$

- Terme source pour la composante de la vitesse V :

$$\int_s^n \int_w^e S_V dXdY = \int_s^n \int_w^e \left(-\frac{\partial P}{\partial Y}\right) dXdY + \int_s^n \int_w^e \left(-\frac{Gr_Y}{Re^2}\right) dXdY \quad (3.27)$$

Il suffit d'intégrer chaque terme de cette équation sur le volume de contrôle (Figure 3. 2):

$$\overline{S_V} \Delta X \Delta Y = (P_s - P_p) \Delta X + \frac{Gr_Y}{Re^2} (\theta_s + \theta_p) dXdY \quad (3.28)$$

Terme source pour l'équation d'énergie :

$$\overline{S_\theta} \Delta X \Delta Y = 0$$

3. 6 Résolution des Equations Algébriques

Dans la solution des problèmes d'écoulement des fluides incompressibles, en termes de variables primitives une difficulté se présente, elle est due à l'absence d'une équation qui gouverne explicitement la pression. La pression est impliquée dans l'équation de continuité qui impose une condition de compatibilité sur les vitesses u et v . Des méthodes indirectes sont alors utilisées pour obtenir le champ de pression.

Trois algorithmes sont considérées pour le traitement de la vitesse-pression nommées les méthodes semi-implicites des équations de liaison de pression "Simple" (Semi-Implicit for Pressure Linked Equation) Simple Revised (Simpler) et la méthode à opérateur Split pour la solution implicite de pression (Piso). Les deux dernières méthodes sont relativement récentes et sont plus stable que l'algorithme original simple.

3. 6. 1 Algorithme SIMPLE

Pour la résolution des équations de conservation de quantités de mouvement, il faut connaître le champ de pression où ce dernier est inconnu, grâce à l'algorithme simple envisagé par **Patankar** [20], les équations de conservation sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression et de vitesse. L'équation de mouvement discrétisé s'écrit :

$$\left. \begin{aligned} a_e U_e &= \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_p - P_E) A_e \\ a_w U_w &= \sum a_{nb} U_{nb} + b + (P_W - P_p) A_w \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

$$\left. \begin{aligned} a_n V_n &= \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_p - P_N) A_n \\ a_s V_s &= \sum a_{nb} V_{nb} + b + (P_S - P_p) A_s \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

a_{nb} : Coefficients de l'équation des vitesses discrétisé ($nb = e, w, n, s$). Les équations de la quantité de mouvement ne peuvent être résolues que si le champ de la pression est donné ou estimé. Sauf pour un champ de pression correct employé; les résultats du champ de la vitesse

ne satisferont pas l'équation de continuité. Un tel champ vitesse incorrect, basé sur un champ de pression, estimé "P*" sera noté par U^*, V^* .

Ces vitesses sont les résultats de la solution des équations discrétisées suivantes.

$$\left. \begin{aligned} a_e U_e^* &= \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_p^* - P_E^*) A_e \\ a_w U_w^* &= \sum a_{nb} U_{nb}^* + b + (P_W^* - P_p^*) A_w \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

$$\left. \begin{aligned} a_n V_n^* &= \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_p^* - P_N^*) A_n \\ a_s V_s^* &= \sum a_{nb} V_{nb}^* + b + (P_S^* - P_E^*) A_s \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

(*): L'exposant note l'estimation et (') sa correction.

Les valeurs exactes des paramètres sont données par:

$$P = P^* + P' \quad (3.33)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Si on soustrait l'équation (3. 29) de (3. 31) et (3. 30) de (3. 32), on obtient :

$$\left. \begin{aligned} a_e U_e' &= \sum a_{nb} U_{nb}' + (P_p' - P_E') A_e \\ a_w U_w' &= \sum a_{nb} U_{nb}' + (P_W' - P_p') A_w \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

$$\left. \begin{aligned} a_n V_n' &= \sum a_{nb} V_{nb}' + (P_p' - P_N') A_n \\ a_s V_s' &= \sum a_{nb} V_{nb}' + (P_S' - P_E') A_s \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

Le terme « $\sum a_{nb} U_{nb}'$ » négligé pour des raisons numériques.

Les équations (3.35) et (3.36) s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} U'_e &= d_e(P'_p - P'_E) \\ U'_w &= d_w(P'_W - P'_p) \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$

$$\left. \begin{aligned} V'_n &= d_e(P'_p - P'_N) \\ V'_s &= d_s(P'_S - P'_p) \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

Avec :

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad , \quad d_w = \frac{A_w}{a_w} \quad (3.39)$$

$$d_n = \frac{A_n}{a_n} \quad , \quad d_s = \frac{A_s}{a_s} \quad (3.40)$$

Les équations (3.37) et (3.38) s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} U_e &= U_e^* + d_e(P'_p - P'_E) \\ U_w &= U_w^* + d_w(P'_W - P'_p) \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

$$\left. \begin{aligned} V_n &= V_n^* + d_n(P'_p - P'_N) \\ V_s &= V_s^* + d_s(P'_S - P'_p) \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Le terme pu sera approximativement de la manière:

$$(\rho^* + \rho')(U' + U^*) = \rho^*U^* + \rho'U' \quad (3.43)$$

L'équation de continuité s'écrit:

$$[(\rho U)_e - (\rho U)_w]\Delta Y + [(\rho V)_n - (\rho V)_s]\Delta X = 0 \quad (3.44)$$

$$[U_e - U_w]\Delta Y + [V_n - V_s]\Delta X = 0 \quad (3.45)$$

Qui s'écrit aussi :

$$\rho_e U_e A_e - \rho_w U_w A_w + \rho_n V_n A_n - \rho_s V_s A_s = 0 \quad (3.46)$$

$$U_e A_e - U_w A_w + V_n A_n - V_s A_s = 0 \quad (3.47)$$

On remplaçant (3. 41) et (3. 42) dans (3. 44), on obtient:

$$\begin{aligned} A_e(U_e^*) - A_w(U_w^*) + A_n(U_n^*) - A_s(U_s^*) + A_e(d_e(P'_e - P'_e)) - A_w(d_w(P'_p - P'_w)) + \\ A_n(d_n(P'_e - P'_n)) - A_s(d_s(P'_e - P'_s)) = 0 \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} A_e(\rho_e^* U_e^*) - A_w(\rho_w^* U_w^*) + A_n(\rho_n^* U_n^*) - A_s(\rho_s^* U_s^*) + A_e \rho_e^* (d_e(P'_e - P'_e)) + \\ A_w \rho_w^* (d_w(P'_p - P'_w)) + A_n \rho_n^* (d_n(P'_e - P'_n)) - A_s \rho_s^* (d_s(P'_e - P'_s)) = 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

Cette équation prendra la forme suivante :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (3.50)$$

$$\left. \begin{aligned} a_E &= A_e d_e \\ a_W &= A_w d_w \\ a_N &= A_n d_n \\ a_S &= A_s d_s \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.52)$$

Et

$$b = A_e(U_e^*) - A_w(U_w^*) + A_n(V_n^*) + A_s(V_s^*) \quad (3.53)$$

3. 6. 2 Séquences des opérations itératives

L'algorithme de résolution est constitué des étapes sont les suivantes:

1. Donner un champ de pression initial P^* .
2. Résoudre les équations de quantité de mouvement pour les vitesses U^*, V^* .
3. Résoudre l'équation de correction de pression.
4. Corriger p : $P = P' + P^*$.
5. Corriger les champs des composantes de vitesses u et v en utilisant les formules de correction de vitesses.

6. Calculer la densité de l'équation d'état du fluide supposé parfait.
7. Résoudre l'équation de transport pour $\Phi = T$.
8. Prendre la pression corrigée comme une valeur estimée p^* et retourner à l'étape 2.
9. Répéter la procédure jusqu'à la convergence.

3. 6. 3 Sous-Relaxation

Le procédé de résolution itérative consiste à modifier successivement les valeurs de Φ de manière à approcher la solution correcte; le changement trop rapide des valeurs de Φ d'une itération à l'autre risque de provoquer des instabilités numériques.

Par conséquent, pour minimiser les risques de divergences, il est toujours souhaitable d'amortir l'amplitude de ces variations en utilisant la technique de sous relaxation reflétée dans la formule suivante:

$$\Phi_p = \Phi_p^0 + \alpha_\Phi (\Phi_p^1 - \Phi_p^0) \quad (3.54)$$

Ou :

Φ_p^0 : Est la valeur obtenue de l'itération précédente

Φ_p^1 : Est la valeur obtenue de la résolution en cours

α_Φ : Est le facteur de sous relaxation dont la valeur varie entre (0 et 1)

3. 6. 4 Critère de Convergence

Le critère de convergence de la solution itérative est basé sur les résidus absolus des équations à résoudre. La convergence est atteinte si la condition suivante est satisfaite.

$$\text{RESOR}\Phi = \sum \left| \sum A_i \Phi_i + \bar{S}_\Phi - A_p \Phi_p \right| \langle \text{SORMAX} \quad (3.55)$$

($\Phi = U, V, P, \theta$)

RESOR Φ : Est la somme des résidus normalisée en valeur absolue de l'équation pour Φ associée à tous les volumes de contrôle du domaine.

SORCE : Maximum de RESOR Φ (RESORM, RESORU, RESORV, RESORP, RESORT).

$$\text{RESORM} = \frac{\sum |m_{ij}|}{\min} \quad (3.56)$$

RESORM : Est la somme des résidus de masse normalisé en valeurs absolues.

Un autre test se fait durant le calcul sur le nombre d'itérations. Ce dernier (niter) est fixé à une valeur maximale (maxit). Si cette valeur est atteinte (niter = maxit) sans que le premier test soit vérifié (SORCE < SORMAX). Le calcul s'arrêtera. Dans ce cas, la solution n'a pas convergé.

3. 6. 5 Solution numérique du système algébrique

Le choix d'une méthode de résolution numérique ne dépend pas seulement des caractéristiques intrinsèques du problème, mais aussi et surtout des possibilités du calculateur (micro-ordinateur). Les deux facteurs essentiels sont la capacité de stockage de la mémoire et le temps d'exécution.

Les méthodes de calcul d'un système algébrique sont classées en deux catégories principales :

- Méthodes directes qui sont limitées aux seuls systèmes linéaire. Elles exigent une mémoire énorme et un temps de calcul relativement grand.
- Méthodes indirectes qui peuvent s'appliquer aux systèmes non linéaires et surtout aux problèmes où de nombreux éléments matriciels sont nuls. Par conséquent, ces derniers exigent moins de mémoire d'ordinateur que les méthodes directes. Dans notre cas, le système d'équation obtenu :

$$a_p \Phi_p = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + \bar{S}_\Phi \quad (3.57)$$

Ou encore pour un nœud (I, J) où I désigne le numéro de la ligne et J le numéro de la colonne.

On peut écrire :

$$a_p(I, J)\Phi(I, J) = a_E(I, J)\Phi(I + 1, J) + a_W(I, J)\Phi(I - 1, J) + a_N(I, J)\Phi(I, J + 1) + a_S(I, J)\Phi(I, J - 1) + \bar{S}_\Phi \quad (3.58)$$

Avec : $1 \leq I \leq NI$ $1 \leq J \leq NJ$

Les coefficients de cette équation sont fonction des variables de transport Φ et la résolution d'un tel système est très compliquée. Une méthode semi-itérative a été suggérée pour rendre le

système moins dense que sa forme initiale, c'est-à-dire diminuer le nombre de variables que dans les équations (pour occuper moins de mémoire d'ordinaire).

La méthode semi-itérative consiste à faire un balayage ligne par ligne, donc rendre le système précédent à un système à matrice tri-diagonale. Le balayage suivant X se fait comme suit : pour déterminer les valeurs d'une grandeur Φ sur une ligne I; les valeurs sur les lignes voisines (I+1) et (I-1) sont connues, par conséquent on aura un système tri diagonal.

On pose

$$a_s(I, J) = b(J) \tag{3.59}$$

$$a_N(I, J) = a(J) \tag{3.60}$$

$$a_P(I, J) = d(J) \tag{3.61}$$

$$a_E(I, J)\Phi(I + 1, J) + a_W(I, J)\Phi(I - 1, J) + \bar{S}_\Phi = c(J) \tag{3.62}$$

On peut écrire :

$$-b(J)\Phi(j - 1) + d(J)\Phi(J) - a(J)\Phi(J + 1) = c(J) \tag{3.63}$$

Ce système peut être représenté sous forme matricielle :

$$\{A\}\Phi + c = 0$$

Avec:

$$\{A\} = \begin{bmatrix} d(2) & -a(2) & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -b(3) & d(3) & -a(3) & 0 & \dots & \dots & \\ 0 & -b(4) & d(4) & -a(4) & 0 & \dots & \dots \\ & & & \vdots & & & \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -b(NJ - 1) & d(NJ - 1) \end{bmatrix}$$

(3.64)

La matrice A est une matrice tri diagonale, l'algorithme de THOMAS (TDMA : Tri Diagonal Matrix Algorithm) se résume à sa réduction en une matrice bi diagonale dont les termes de la diagonale principale sont égaux à l'unité.

$$\begin{bmatrix} 1 & \gamma_2 & 0 & - & - & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_3 & 0 & - & - \\ 0 & 0 & 1 & \gamma_4 & 0 & - \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Phi_{NJ-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_{NJ-1} \end{bmatrix} \tag{3.65}$$

$$\gamma_2 = \frac{a(2)}{d(2)} \tag{3.66}$$

$$\gamma_J = \frac{a(J)}{d(J) - c(J)\gamma_{J-1}} \quad J = 3, NJ - 1 \tag{3.67}$$

$$\beta_2 = \frac{c(2) + b(2)\Phi}{d(2)} \tag{3.68}$$

$$\beta_J = \frac{c(J) + b(J)\beta_{J-1}}{d(J) - b(J)\gamma_{J-1}} \quad J = 3, NJ \tag{3.69}$$

La résolution est comme suit :

Donnée des conditions aux limites;

$$\Phi_{NJ} = \beta_{NJ} \tag{3.70}$$

$$\Phi_J = \beta_J - \gamma_J \Phi_{J+1} \tag{3.71}$$

$$J = n - 1, \dots \dots \dots 1$$

Après la résolution de la colonne I, on procède à la résolution des colonnes I + 1, I + 2 jusqu'à la frontière du domaine. Une fois tout le domaine balayé cette opération est répétée jusqu'à ce que les champs des Φ ne change plus au cours du balayage.

3. 6. 6 Structure du programme de calcul

Le programme de calcul est constitué d'un programme principal et de sous programmes. La fonction de chaque subroutine est :

1. INIT: calcul les différents paramètres géométriques du maillage et initialisation des variables de l'écoulement.

5. CALCU: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transports des vitesses U^* .

6. CALCV: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transports des vitesses V^* .

7. CALCP: calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de correction de pression p' et correction des composantes des vitesses U et V

CALC θ : calcul des coefficients a_i et résolution de l'équation de transports de θ .

PROMOD : donne les conditions aux limites.

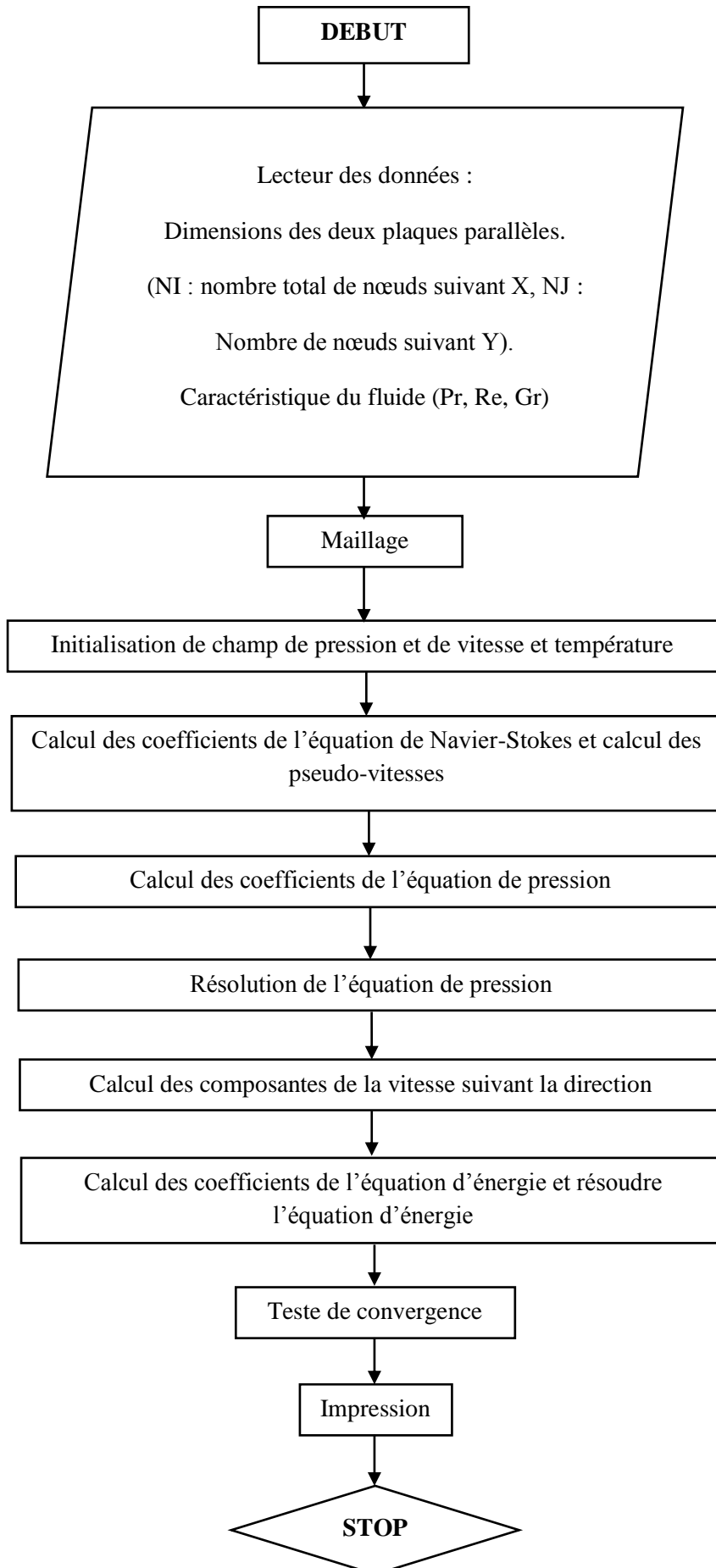
MOD Φ : calcul les conditions aux limites de la variable de transport ($\Phi = U, V, P, \theta$).

LISOLV: Résolution du système d'équation algébrique associé à la variable Φ .

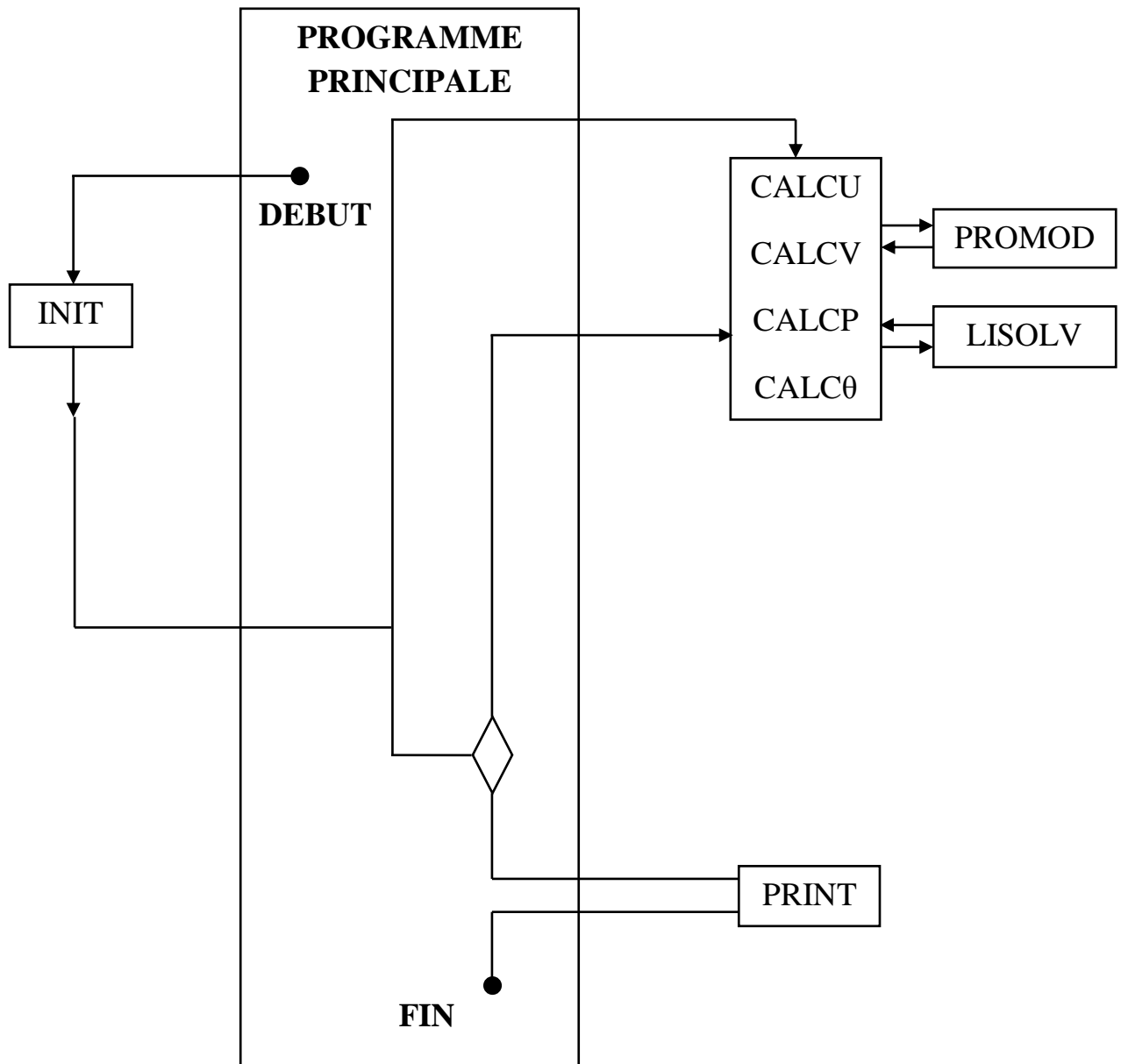
PRINT: impression des résultats.

- **Organigramme**

Le programme de simulation numérique de la présente étude a été écrit selon l'organigramme suivant :



Structure du programme et ses sous-routines principales:



CHAPITRE 4

CHAPITRE 4

VALIDATION DU CODE DE CALCUL ET DISCUSSION DES RESULTATS

4.1 Introduction

Au chapitre 3 nous avons présenté la méthode numérique utilisée pour simuler le comportement d'un fluide à l'intérieur d'un conduit muni d'élargissement brusque. Dans ce chapitre on étudie l'indépendance de la solution numérique du nombre de maille utilisé suivant la direction X et Y. Ensuite, la méthode numérique discutée au chapitre 3 est testée par comparaison de nos résultats avec les résultats numériques et expérimentaux trouvés dans la littérature traitant un écoulement dans un conduit subissant un élargissement brusque. En effet, la notion de validation du code de calcul fait intervenir la question suivante: Est-ce que les équations différentielles représentent fidèlement la physique du problème étudié?. Dans ce cas, la validation consiste tout simplement à comparer les résultats numériques avec les valeurs expérimentales ou analytiques d'un problème. On termine ce chapitre par la discussion des résultats numériques obtenus.

4.2 Description du problème étudié

La figure 4.1 montre la géométrie du modèle étudié. Il s'agit d'un écoulement laminaire derrière une marche descendante posée entre deux plaques planes parallèles. Sur cette figure on montre aussi les conditions aux limites utilisées. Sur cette figure h et H représente la hauteur du canal en amont et en aval de la marche, respectivement et S la hauteur de la marche.



Figure 4.1 Configuration géométrique étudiée et conditions aux limites

4. 3 Eude de l'indépendance de la solution numérique du maillage

Pour vérifier l'indépendance de la solution numérique du nombre de grille choisi, nous considérons le cas d'un écoulement de convection forcée avec les données suivantes : $Pr = 5$, $Re = 100$ et $Er = 2$. En considérant différents nombre de grilles comme le montre les tableaux 4.1 et 4. 2 et les figures 4. 2, 4. 3, 4. 4 et 4. 5. En se basant sur ces résultats, on constate la grille $[X, Y] = [102,52]$ est largement suffisante pour décrire les champs dynamique et thermique du problème étudié.

| Grille NI*NJ | Nu | C_f | U | θ |
|------------------------|------------------------------|----------------------|-------------------------------|--------------|
| 50*52 | Max=3.529006 Min=1.510788 | Min=-0.031236 | Max=1.334741 Min=-0.184812 | Max=0.344098 |
| 66*52 | Max=3.648906 Min=1.510678 | Min=-0.032571 | Max=1.340451 Min=-0.182612 | Max=0.348401 |
| 92*52 | Max=3.627541 Min=1.510463 | Min=-0.032092 | Max=1.336399 Min=-0.177780 | Max=0.360513 |
| 98*52 | Max=3.611532 Min=1.510376 | Min=-0.031857 | Max=1.345547 Min=-0.173102 | Max=0.369548 |
| 102*52 | Max=3.612444 Min=1.509976 | Min=-0.031689 | Max=1.345249 Min=-0.172519 | Max=0.370711 |

Tableau 4.1 Comparaison des solutions obtenues avec différentes grilles suivant X

| Grille NI*NJ | Nu | C_f | U | θ |
|------------------------|------------------------------|----------------------|-------------------------------|--------------|
| 102*14 | Max=3.645329 Min=1.525386 | Min=-0.025881 | Max=1.353406 Min=-0.157792 | Max=0.352199 |
| 102*22 | Max=3.688313 Min=1.515536 | Min=-0.029473 | Max=1.352272 Min=-0.169989 | Max=0.357799 |
| 102*40 | Max=3.633783 Min=1.510999 | Min=-0.031363 | Max=1.346691 Min=-0.172600 | Max=0.367800 |
| 102*48 | Max=3.619415 Min=1.510220 | Min=-0.031615 | Max=1.347456 Min=-0.172698 | Max=0.370100 |
| 102*52 | Max=3.612444 Min=1.509976 | Min=-0.031689 | Max=1.345249 Min=-0.172519 | Max=0.370711 |

Tableau 4.2 Comparaison des solutions obtenues avec différentes grilles suivant Y

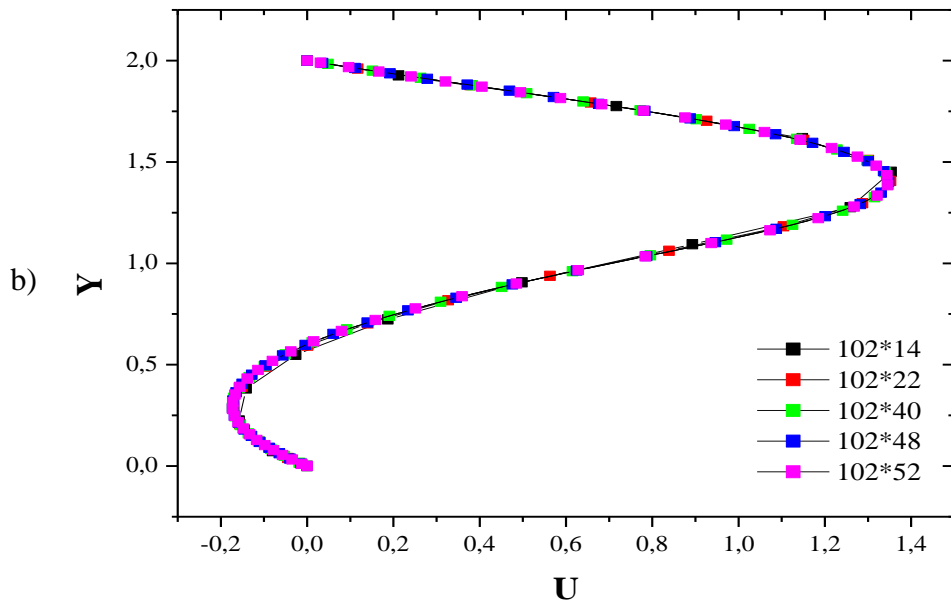
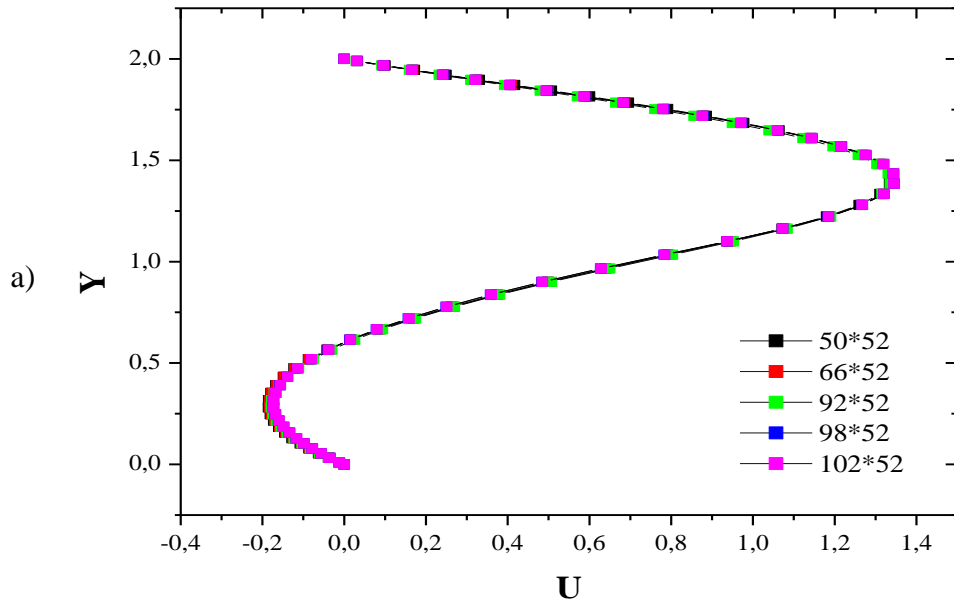


Figure 4. 2 Profils de la vitesse U en fonction de Y à X=2 pour différents grilles de maillage: (a) suivant X, (b) suivant Y.

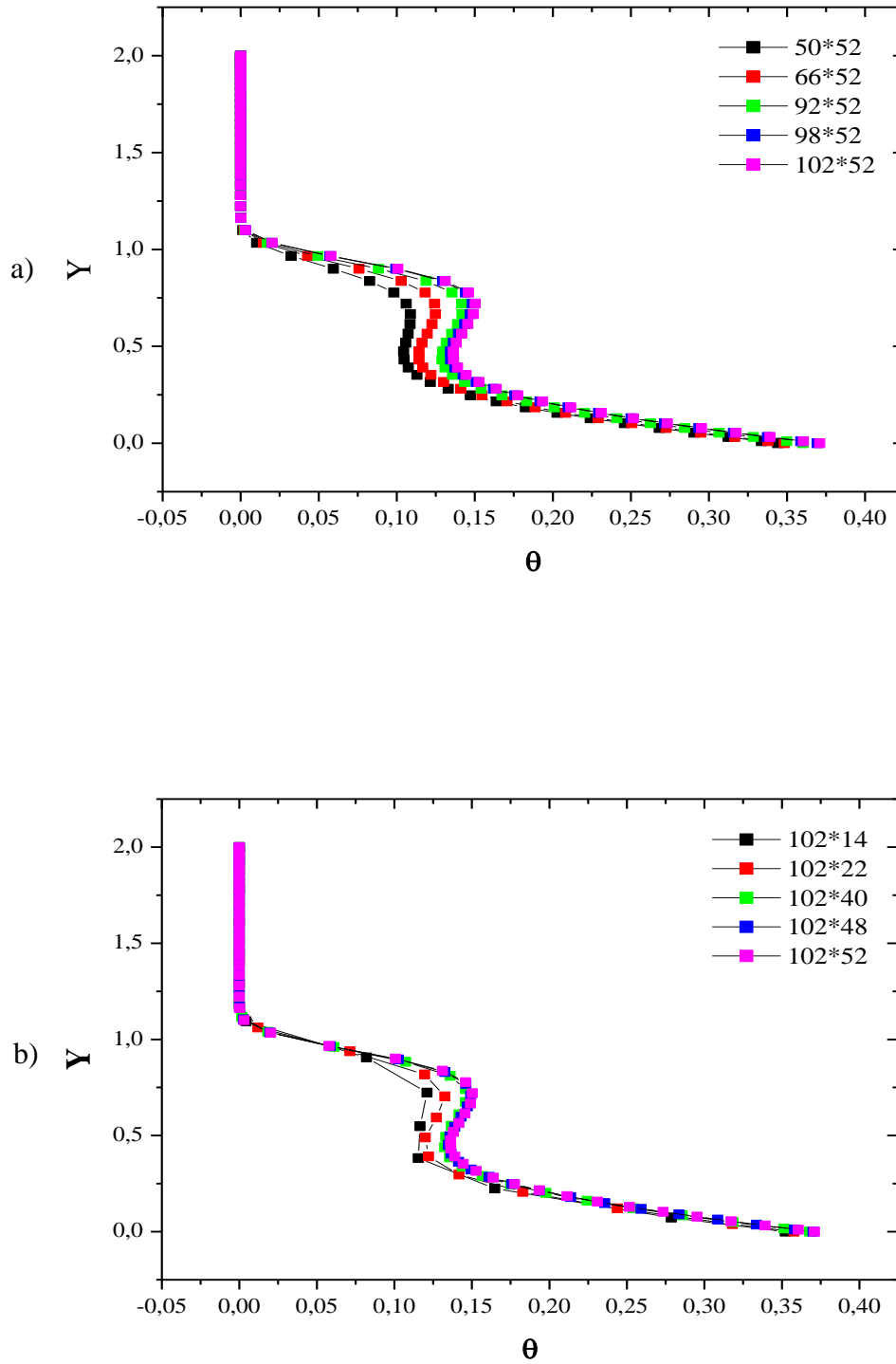


Figure 4. 3 Profils de la température en fonction de Y à X=2 pour différents grilles de maillage: (a) suivant X, (b) suivant Y.

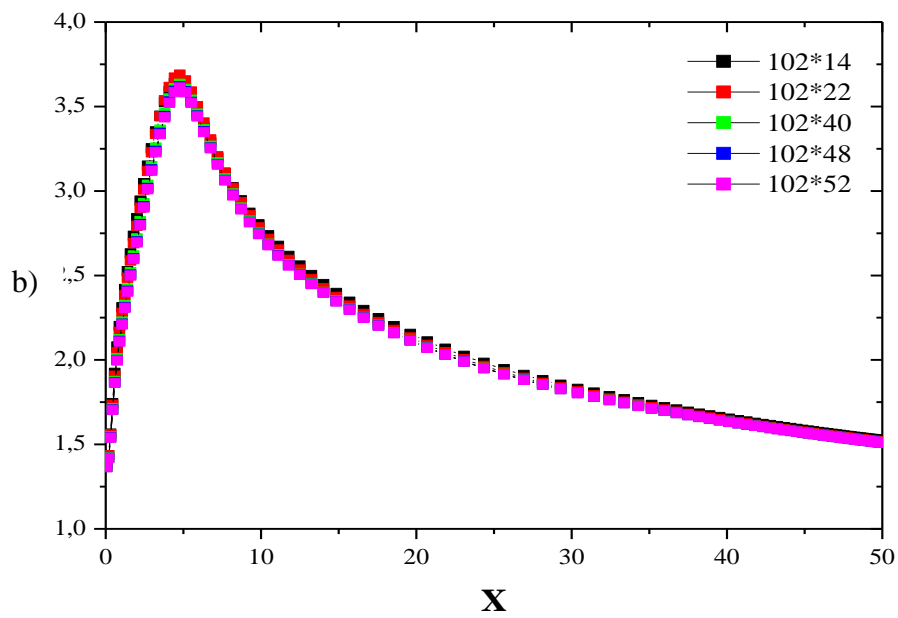
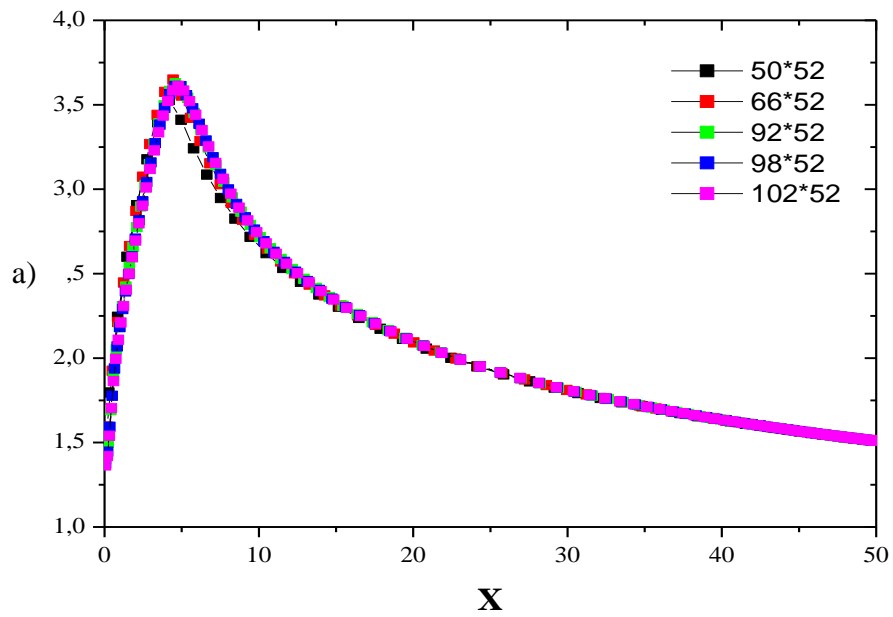


Figure 4. 4 Evolution du nombre de Nusselt pour différents grilles de maillage: (a) suivant X, (b) suivant Y.

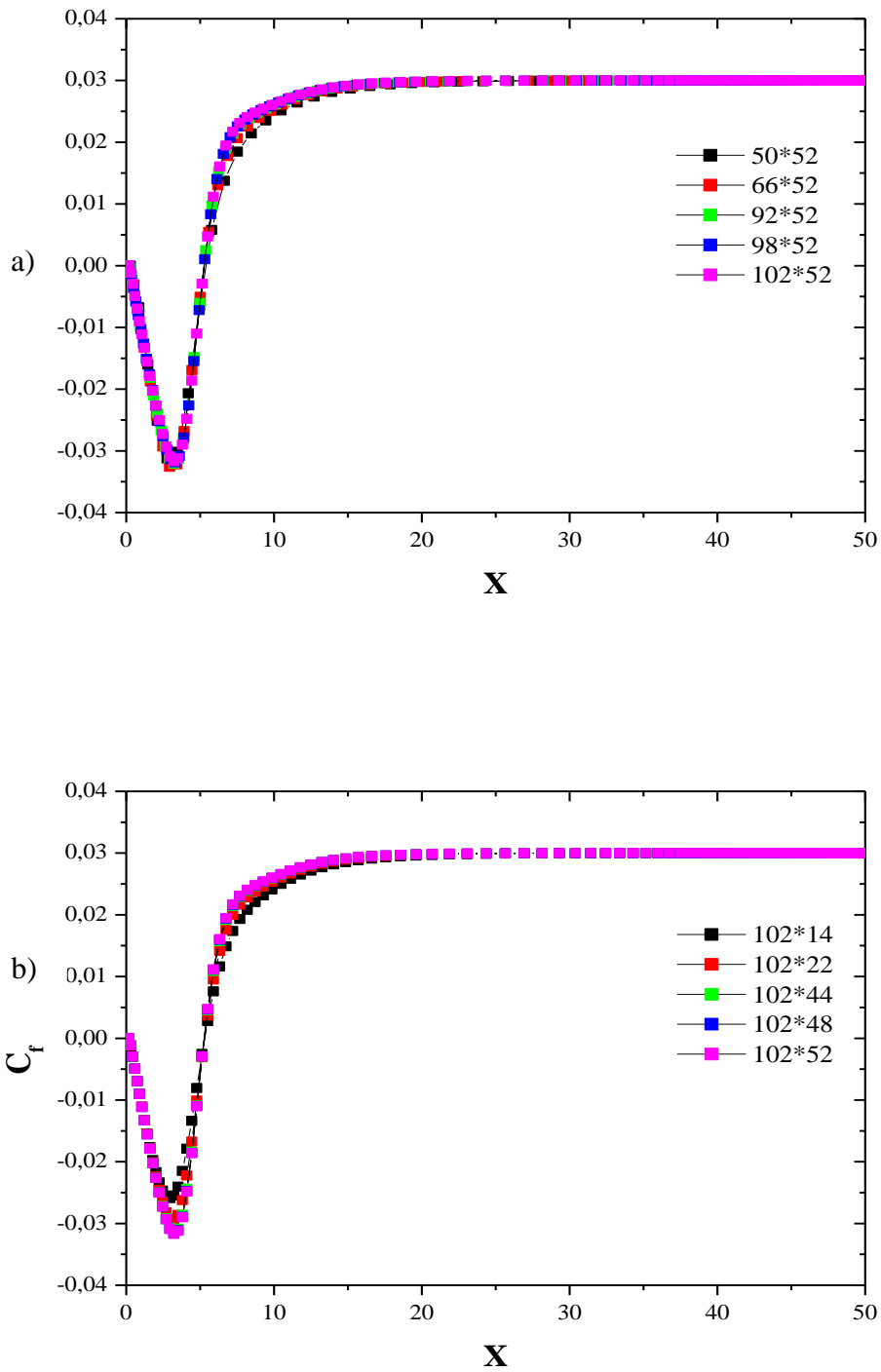


Figure 4. 5 Evolution du coefficient de frottement de la paroi inférieure pour différents grilles de maillage: (a) suivant X, (b) suivant Y.

4. 4 Validation du programme de calcul

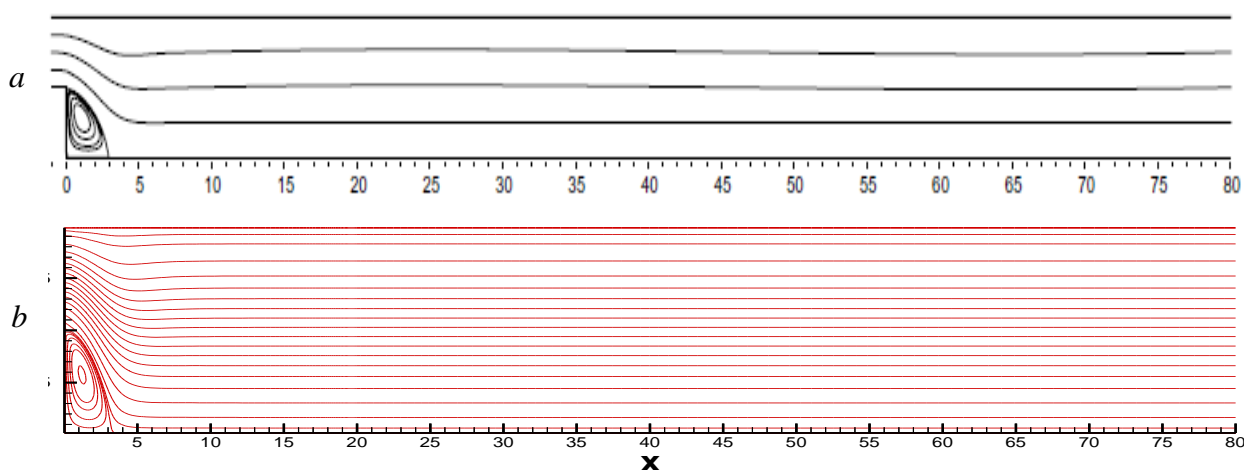
Ce chapitre présente donc la vérification et la validation du code de calcul élaboré dans ce travail. Il s'agit des résultats numériques de Ercan Erturk [4] et des résultats expérimentaux de Armaly et al. [5]. Pour ce faire, nous avons utilisé les mêmes conditions aux limites de la Ercan Erturk [4]. Il s'agit d'un profil de vitesse parabolique à l'entrée, d'une hauteur de la marche $s=1$, d'une hauteur du conduit en aval de la marche $H=2$ et d'un rapport d'expansion $ER=2$.

La figure 4.6 représente les contours de la fonction de courant en régime laminaire obtenus avec notre code de calcul et ceux de la référence [4] pour différents nombres de Reynolds, $Re_D=100, 200, 300, 389, 400$ et 500 .

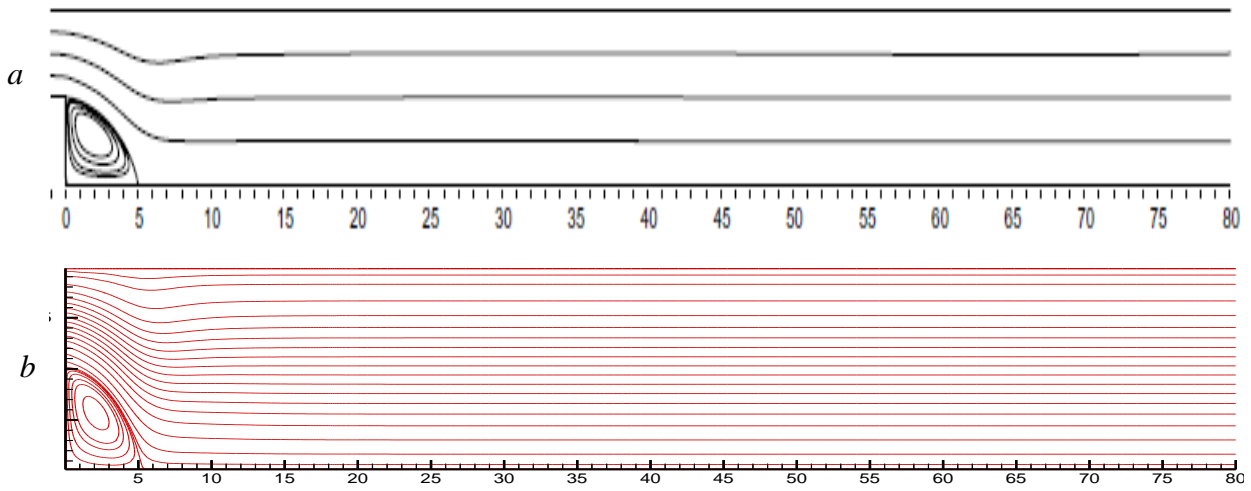
La figure 4. 7 illustre la variation de la longueur de rattachement en fonction du nombre de Reynolds, Re , obtenue avec notre code de calcul. Sur cette figure, nous présentons aussi les résultats numériques obtenus par Ercan Erturk [4] et les résultats expérimentaux obtenus par Armaly et al. [5].

En se basant sur ces deux comparaisons, nous constatons une bon concordance entre nos résultats er ceux de la référence [4] et [5].

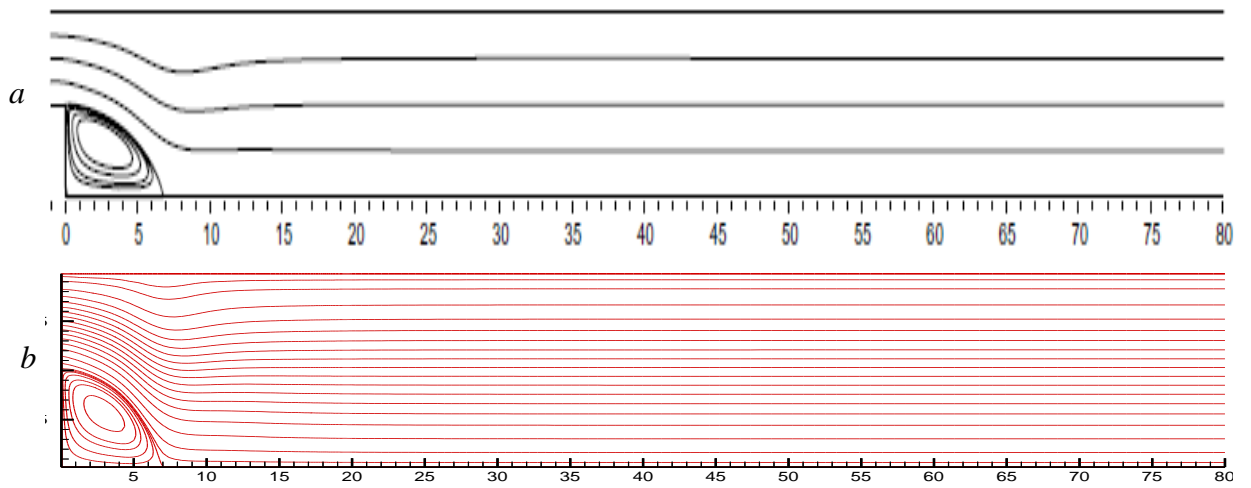
Re=100



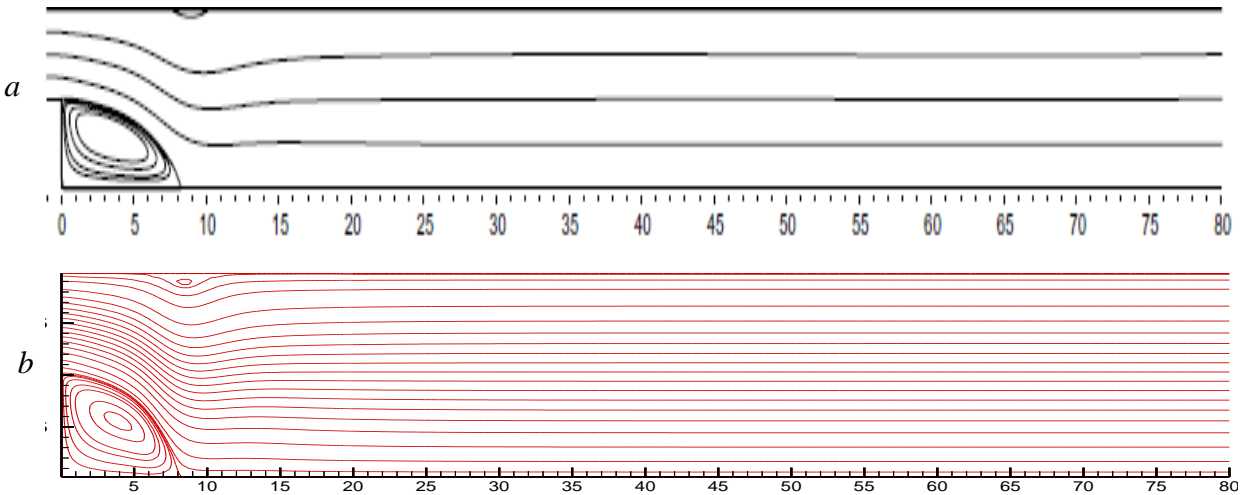
Re=200



Re=300



Re=400



Re=500

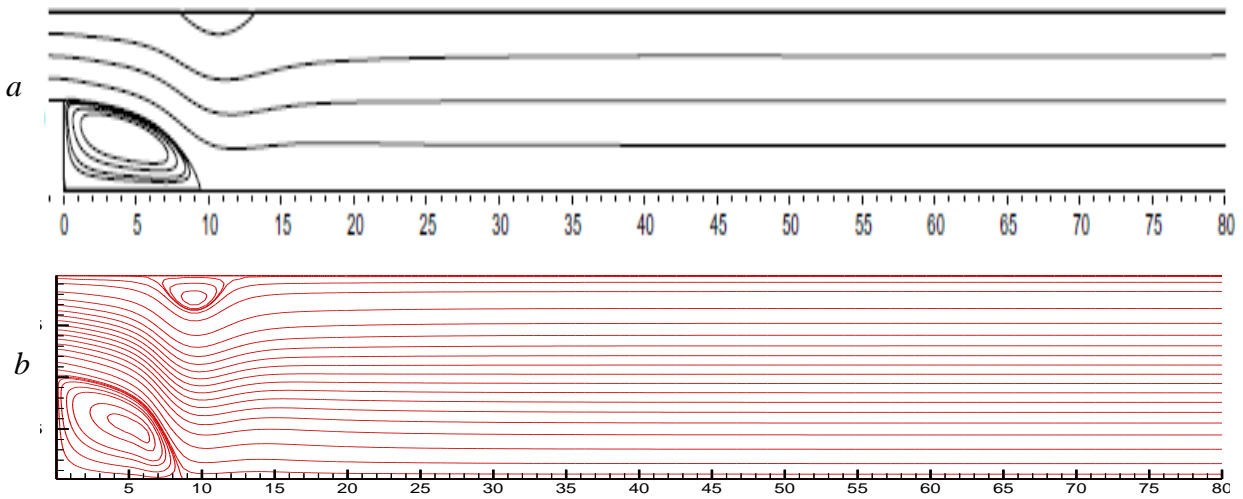


Figure 4. 6 Comparaisons des résultats numériques obtenus de la fonction de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds avec les résultats numériques d’Erturk[4].

(a) Erturk[4]; (b) Nos résultat.

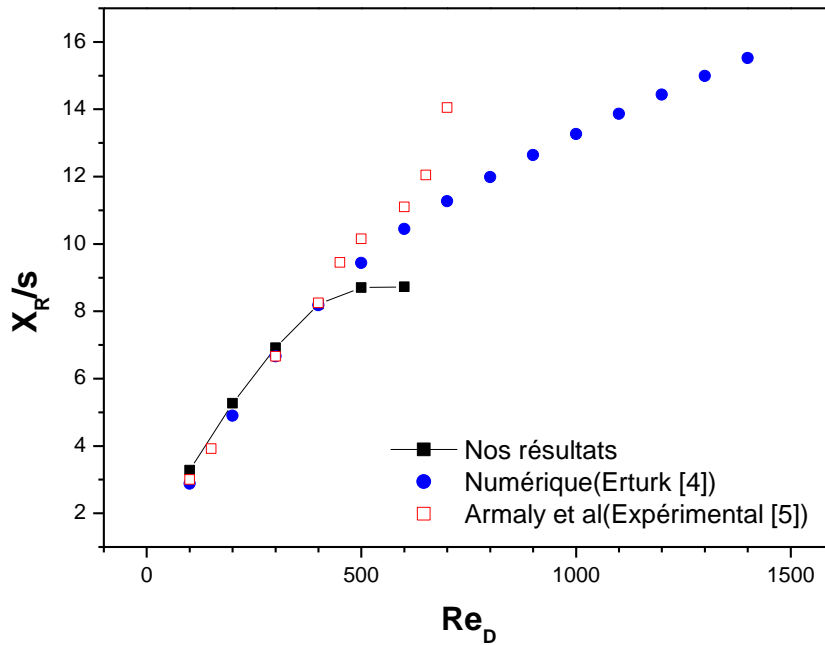
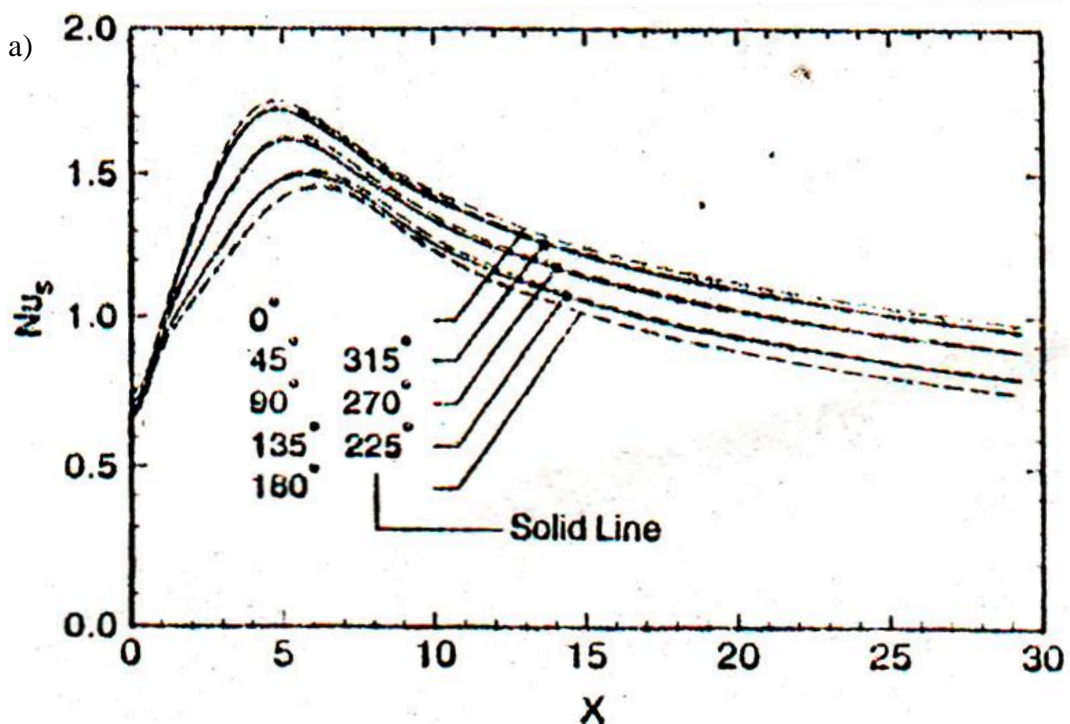


Figure 4. 7 Comparaisons des résultats numériques obtenus de la variation de la longueur de rattachement en fonction du nombre de Reynolds avec les résultats numériques d’Erturk [4] et expérimentaux d’Armaly et al. [5].

Afin de confirmer la validation des résultats obtenus par notre code de calcul, nous avons effectué une autre comparaison avec des travaux numériques de Hong et al. [2], relatifs au cas d'un écoulement de convection mixte dans une conduite munie d'élargissement brusque pour examiner les effets de l'inclinaison et du nombre de Prandtl. Le régime d'écoulement est laminaire bidimensionnel et le nombre de Reynolds, basé sur la hauteur de la marche s , $Re_s = 100$, le nombre de Prandtl variant entre 0.07 et 100 et l'angle d'inclinaison variant entre 0° et 360° et le nombre de Grashof, $Gr = 609$. Le profil de vitesse à l'entrée est parabolique, la paroi inférieure est soumise à un flux de chaleur constant tandis que la paroi supérieure est supposée adiabatique.

La figure 4. 8 illustre l'influence de l'angle d'inclinaison du canal (γ variant entre 0° et 315°) sur la variation du nombre de Nusselt local pour un nombre de Prandtl constant $Pr = 0.712$. Cette figure nous permet de comparer les résultats de Hong et al[2] (figure 4. 8a) avec ceux obtenus par notre code de calcul (figure 4. 8b).

La figure 4. 9 illustre la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Prandtl (Pr varie entre 0.07 et 100) et pour un angle d'inclinaison constante $\gamma = 0$ obtenue par notre programme pour le cas d'un écoulement de convection forcée (figure 4.9b) et le cas d'un écoulement de convection mixte (figure 4.9c) et celle obtenue Hong et al. [2], figure 4.9a pour le cas de la convection forcée et mixte.



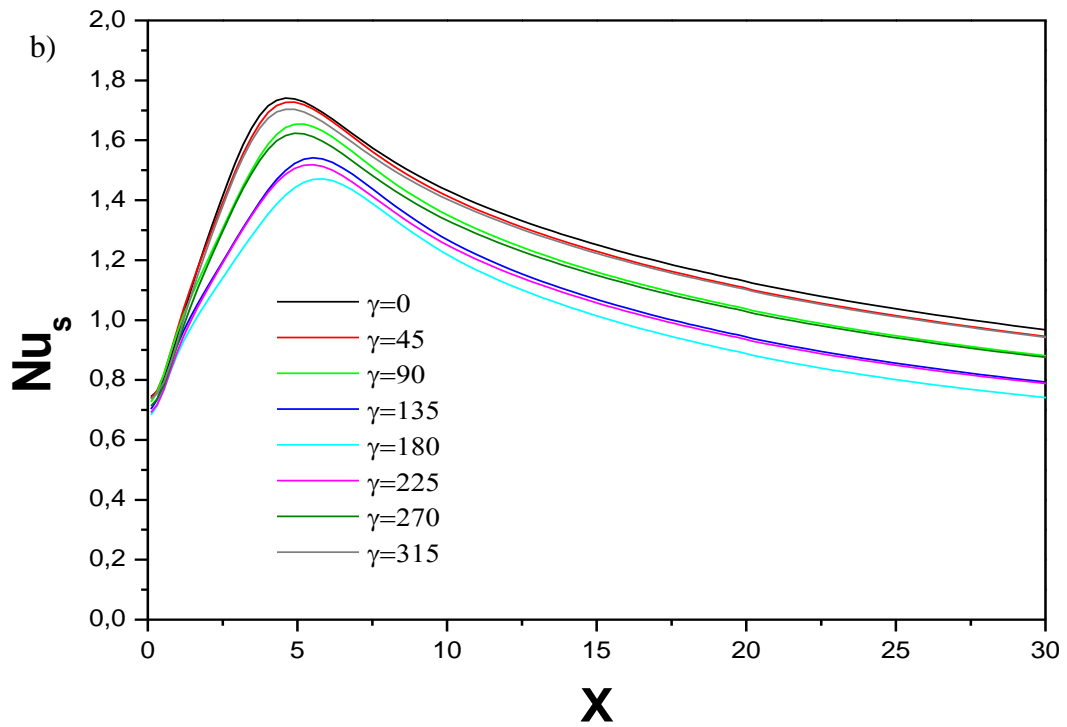
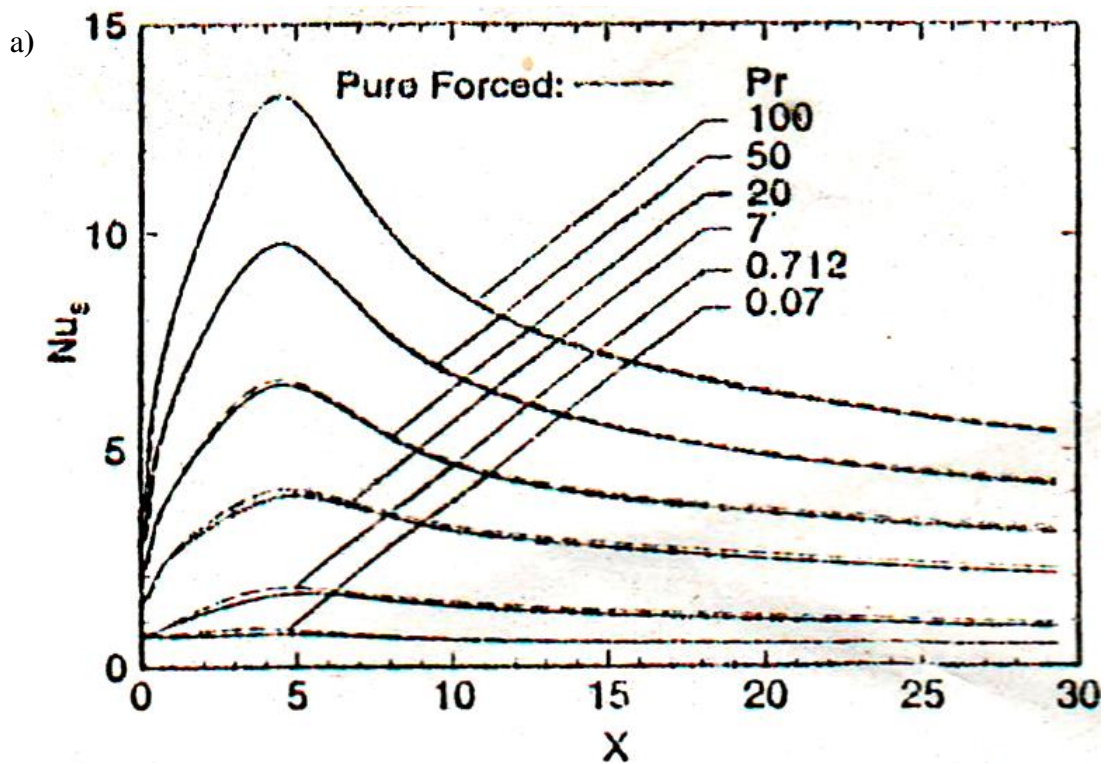


Figure 4. 8 Comparaisons des résultats numériques obtenus de l'influence de l'angle d'inclinaison du canal sur le nombre de Nusselt local: (a) Résultats de Hong et al. [2]; (b) Nos résultats.



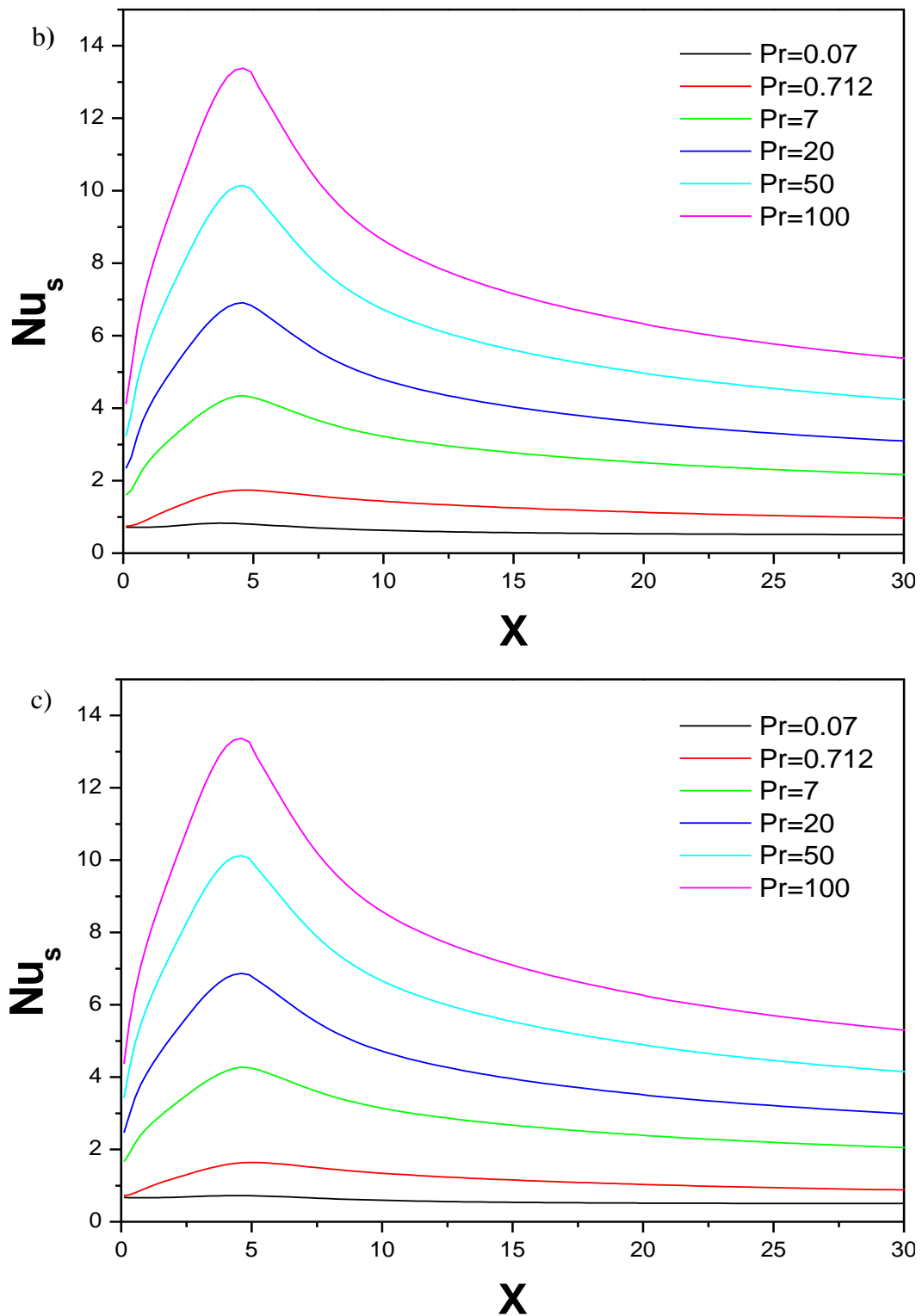


Figure 4. 9 Comparaisons des résultats numériques obtenus de l'influence de l'angle d'inclinaison du canal sur le nombre de Nusselt local: (a) Résultats de Hong et al. [2]; (b) Nos résultats (convection mixte) (c) Nos résultats (convection forcée).

En se basant sur ces différentes comparaisons nous avons pu mettre en évidence la capacité de notre code numérique à représenter d'une manière adéquate les phénomènes physiques présents à l'intérieur d'une conduite munie d'un élargissement brusque.

4. 5 Résultats numériques et discussions

a) Convection forcée

Rappelons que toutes les grandeurs thermiques et dynamiques obtenus par notre code de calcul sont sous forme adimensionnelle. Par ailleurs, le champ des vitesses, les profils de températures et des vitesses, le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt ont été visualisés graphiquement; en utilisant le logiciel Tecplot 9.0 et Origin 6.0, en fonction des paramètres ayant une influence sur l'écoulement et le transfert.

4. 5. 1 Tracés de la fonction de courant

Les figures 4. 10, 4. 11 et 4. 12, sous forme de tracés de la fonction de courant, montrent l'influence du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion sur le comportement dynamique de l'écoulement.

Sur la figure 4. 10 relative à un coefficient d'expansion, ER , égale à 1.5 on constate que la structure de l'écoulement est monocellulaire pour $Re=100$, figure 4. 10. Cette dernière est la conséquence directe de l'élargissement brusque de la conduite. En effet, à cause de cet élargissement brusque, l'écoulement se referme pour revenir vers la marche et forme ainsi une zone de recirculation. Ce phénomène prend fin un peu plus loin de la marche où l'écoulement se redéveloppe au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la marche. Pour une autre valeur de Re , $Re=200$ figure 4. 10b, on constate une augmentation de la taille de la cellule de recirculation tout en conservant la structure monocellulaire. Quand le nombre de Reynolds augmente d'avantage, $Re=300$, nous constatons la présence d'une cellule de recirculation secondaire au voisinage immédiat de la surface supérieure adiabatique, figure 4. 10c. Une augmentation de la taille de la cellule de recirculation primaire au voisinage de la marche est observée. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement passe à une structure à trois cellules de recirculations, figure 4. 10d-e. La cellule primaire, la cellule secondaire au voisinage immédiat de la paroi supérieure et une deuxième cellule secondaire au voisinage immédiat de la paroi inférieure en aval de la cellule primaire. On constate aussi une diminution de la taille de la cellule de recirculation primaire au détriment d'une augmentation de la taille de la deuxième cellule de recirculation secondaire.

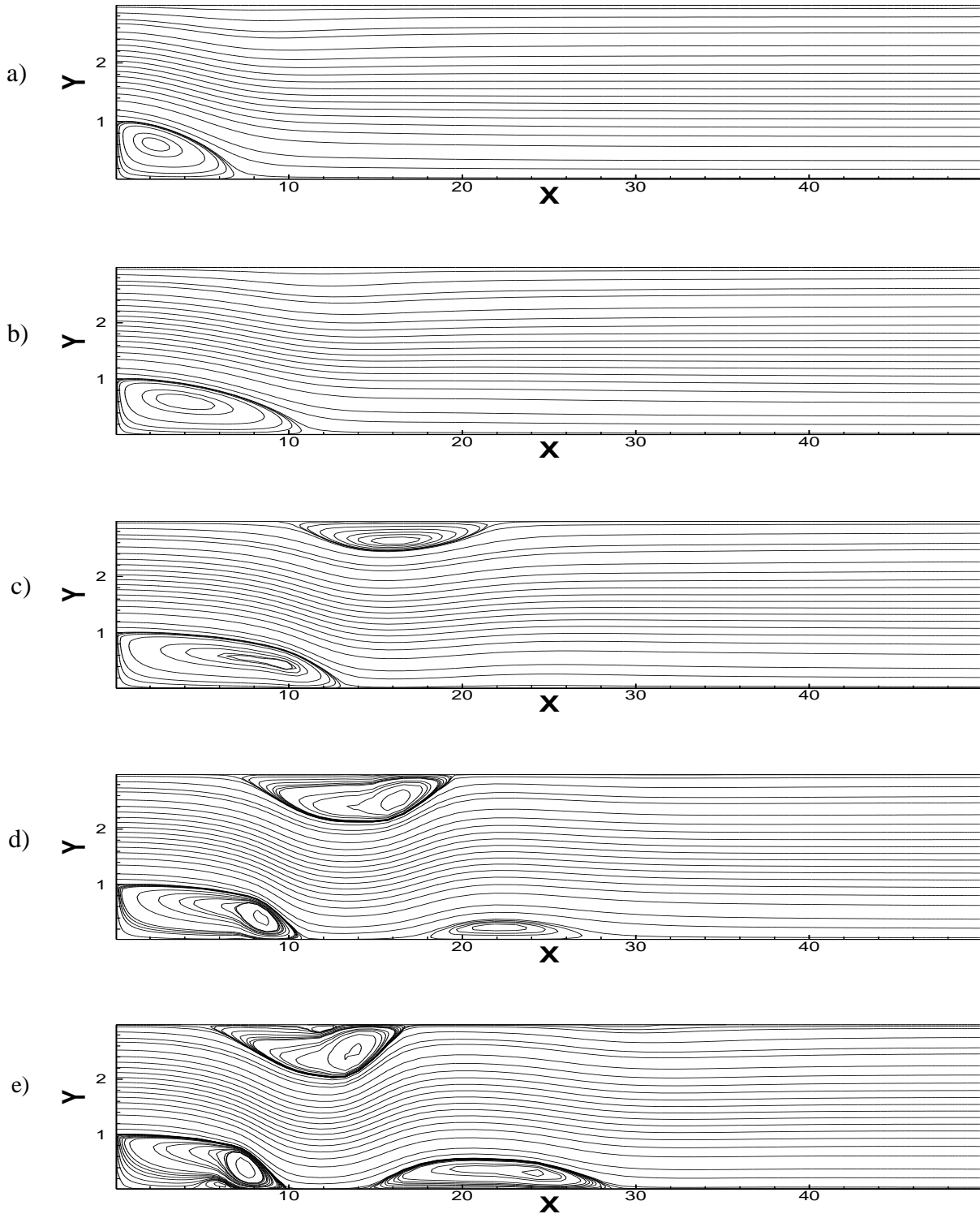
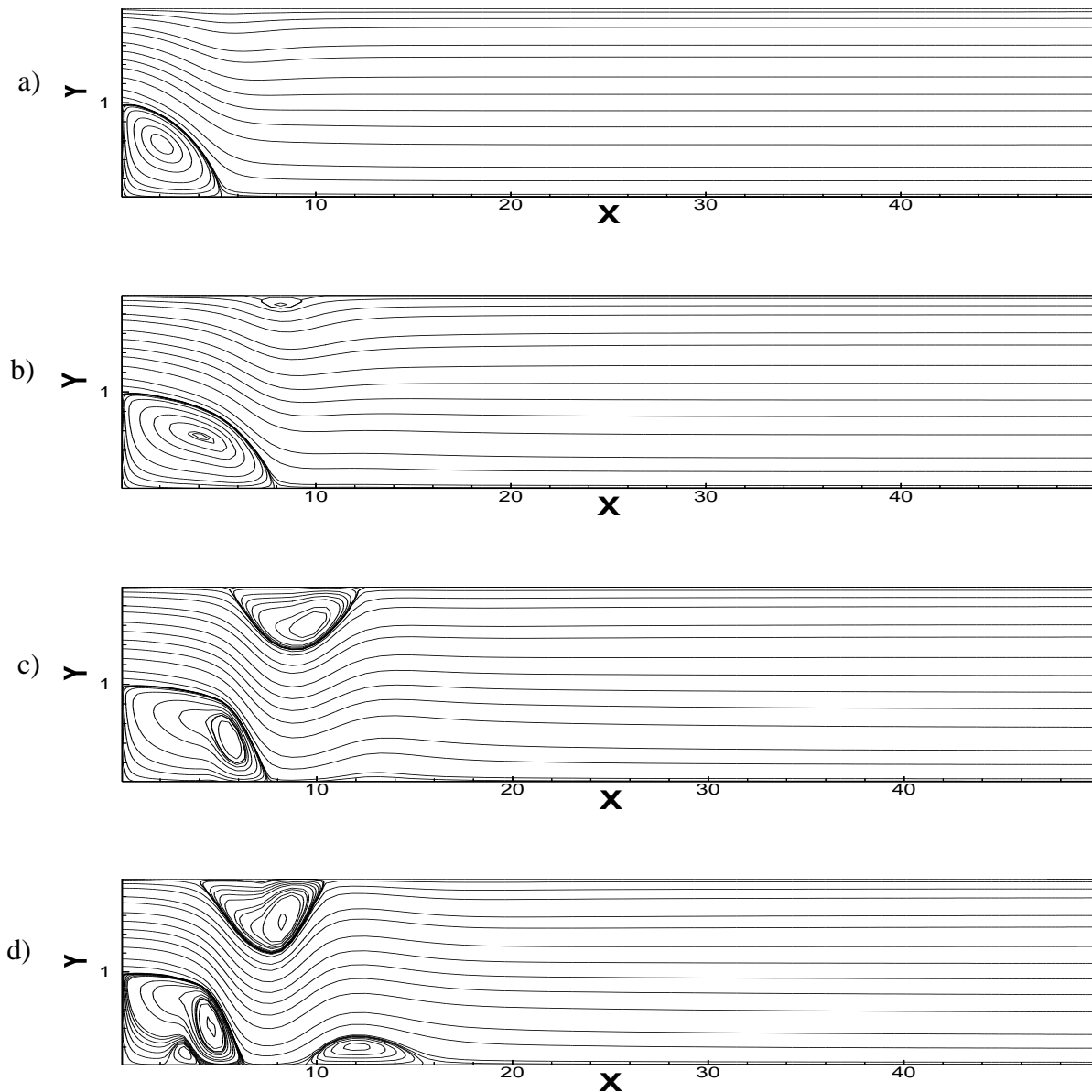


Figure 4. 10 Lignes de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds et un rapport d'expansion $ER=1.5$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$.

Pour une autre valeur du rapport d'expansion $ER=2$, la figure 4. 11, montre le comportement dynamique de l'écoulement en fonction du nombre de Reynolds. Pour $Re=100$, on constate le même comportement (figure 4. 11a), par contre pour $Re=200$ et contrairement

au cas précédent une cellule secondaire de faible taille est observée au voisinage immédiat de la paroi supérieure, figure 4. 11b. Avec l'augmentation du nombre de Reynolds on observe le même comportement, i.e., présence d'une cellule primaire et deux cellules secondaires à l'exception du fait que dans ce cas un léger rétrécissement de la taille des cellules accompagné d'un déplacement des trois cellules vers l'entrée de la marche sont observés. Par ailleurs, on constate que pour Reynolds égal à 800 et 1600 (figure 4.11 d-e) la cellule primaire se divise en deux cellules de taille différentes.



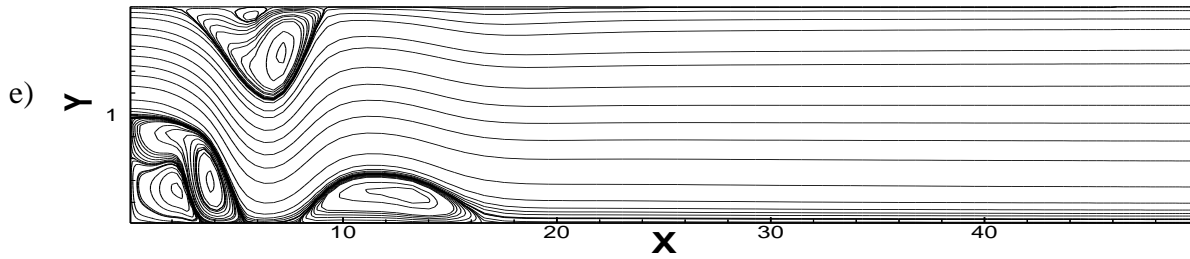
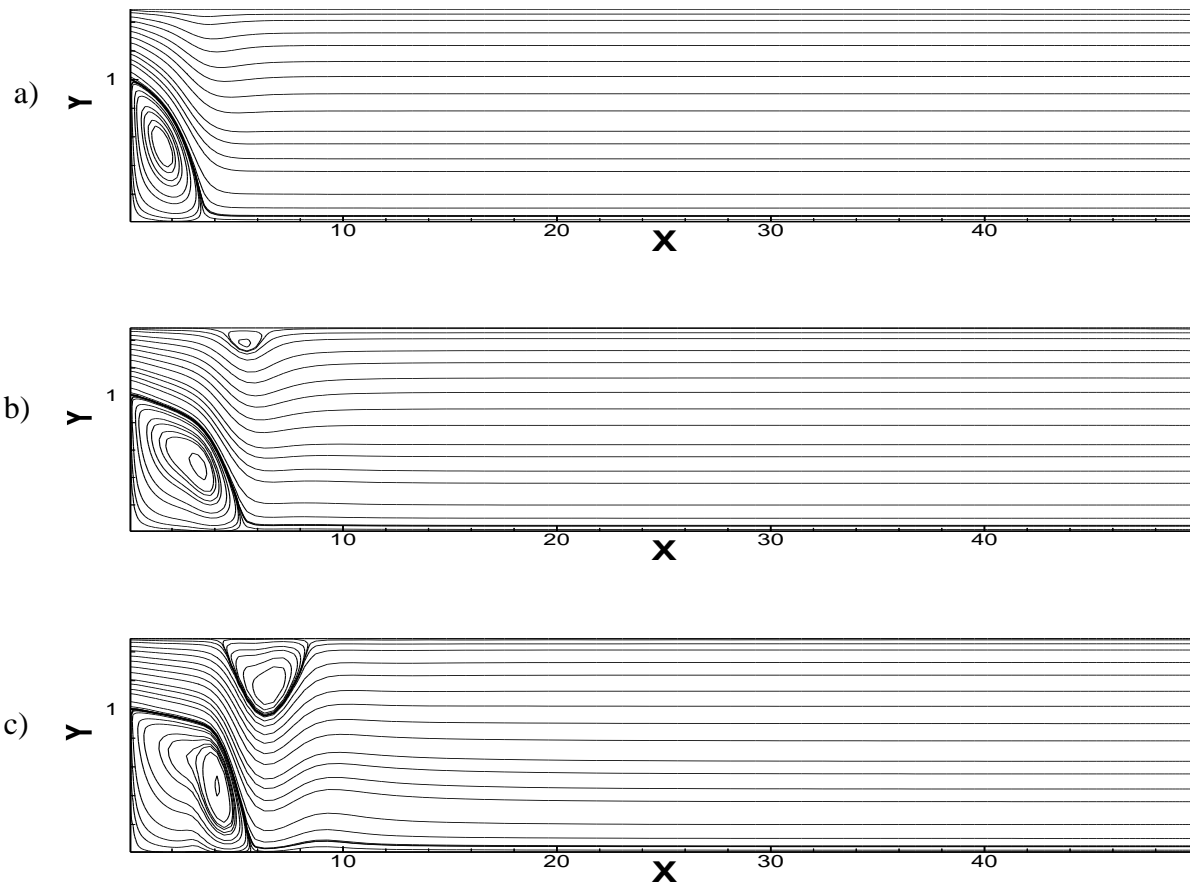


Figure 4. 11 Lignes de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds et un rapport d'expansion $ER=2$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$.

Au fur et à mesure que le rapport d'expansion augment, $ER=3$, on constate que l'écoulement garde le même comportement de trois cellules de recirculation avec l'augmentation du nombre de Reynolds, figure 4. 12. Néanmoins, une diminution de la taille de ces cellules et un déplacement vers l'entrée plus importants comparés au cas où $ER=2$ sont observés.



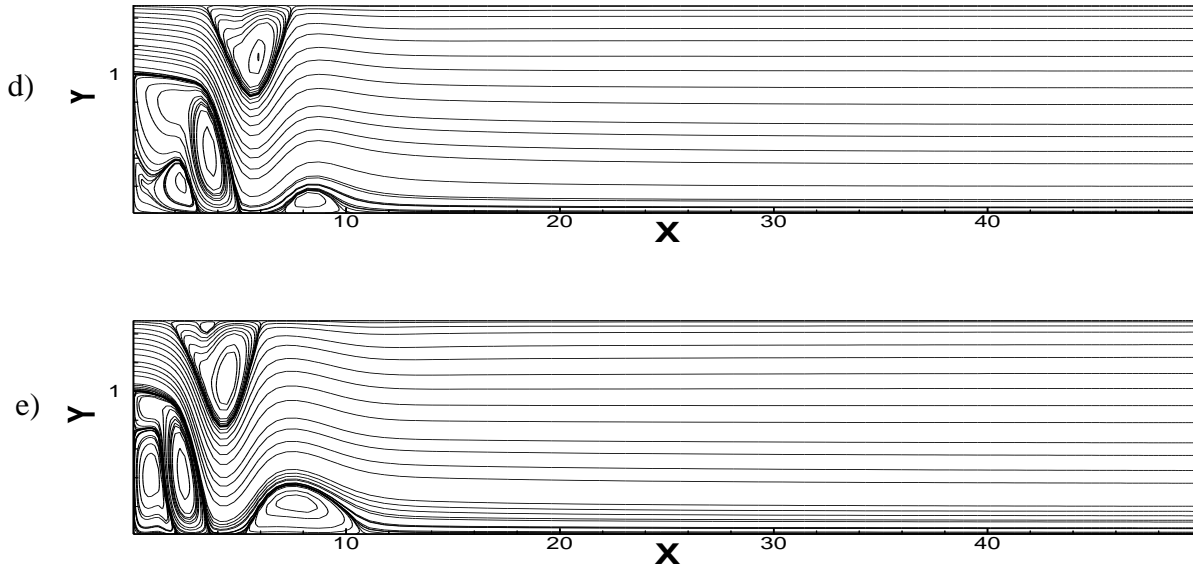


Figure 4. 12 Lignes de courant pour des différentes valeurs du nombre de Reynolds et un rapport d'expansion $ER=3$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$

4. 5. 2 Profils des deux composantes de vitesse

Pour visualiser les champs de vitesse nous avons choisi de représenter les profils de vitesses dans à différentes stations le long de la direction de l'écoulement: à l'entrée de la marche, dans les zones de recirculation, dans les zones de rattachements et à la sortie du canal.

4. 5. 2. 1 Profils de la composante longitudinale de vitesse U

Les figures 4. 13, 4. 14 et 4. 15 présentent les profils de la vitesse le long de la direction de l'écoulement pour les mêmes valeurs des nombres de Reynolds présentées ci-dessus ($Re=100$, 200, 400, 800 et 1600) et pour les mêmes valeurs du rapport d'expansion ($ER=1.5$, 2 et 3). La composante de vitesse U est tracée en fonction de la direction transversale (Y) à différents plans le long de la direction de l'écoulement.

En se basant sur ces figures, on constate l'existence de valeurs négatives de la vitesse U à différentes positions X de la conduite ce qui justifie la présence des cellules de recirculation montrées sur les figures 4. 10, 4. 11 et 4. 12. On constate aussi qu'avec l'augmentation du rapport d'expansion ER, ces valeurs négatives de U deviennent de plus en plus prononcées. Par ailleurs, loin de la marche, le profil de la vitesse U tend progressivement vers un profil parabolique indépendamment du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion.

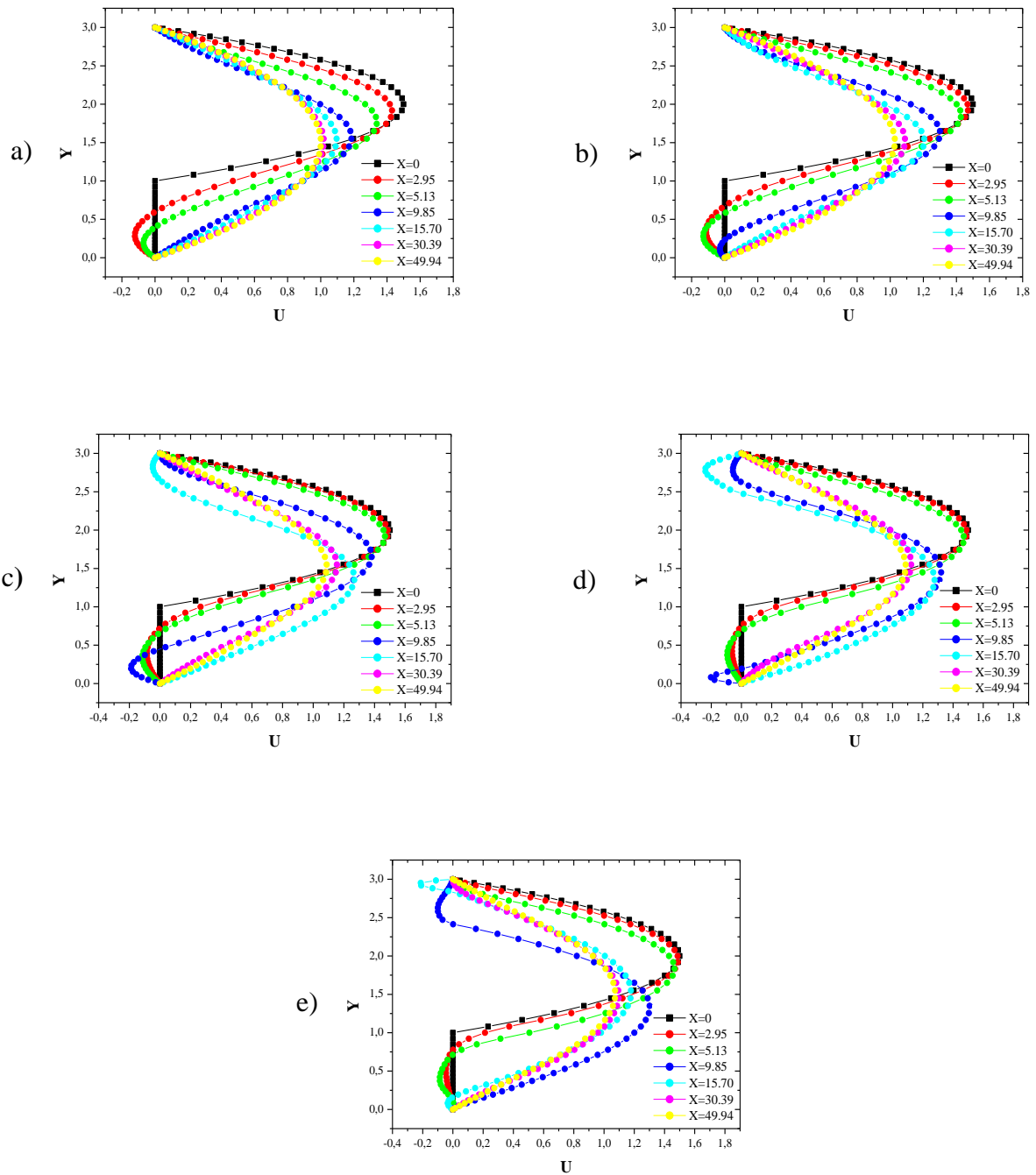


Figure 4. 13 Profils des vitesses U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=1.5$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$.

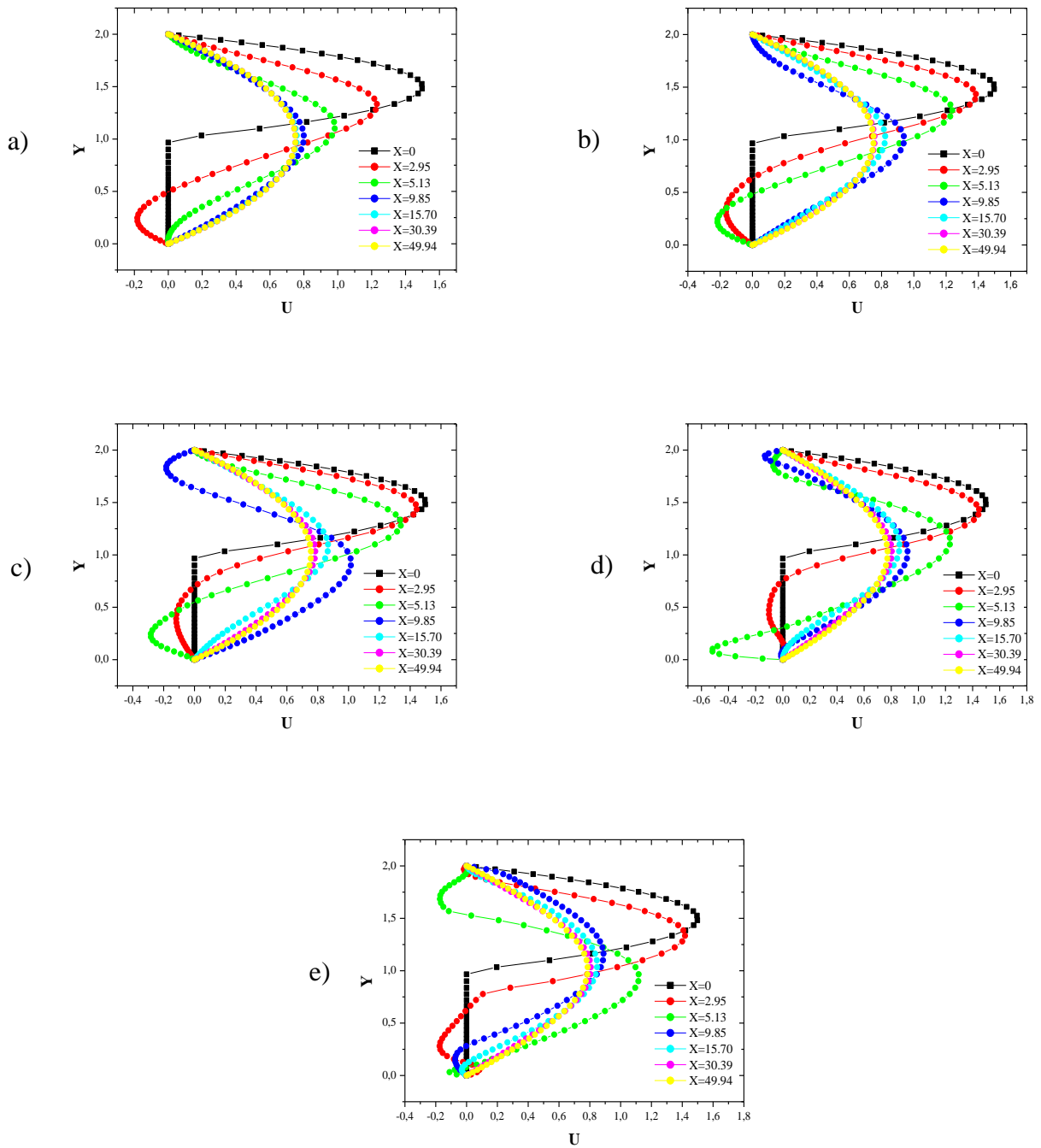


Figure 4. 14 Profils des vitesses U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$.

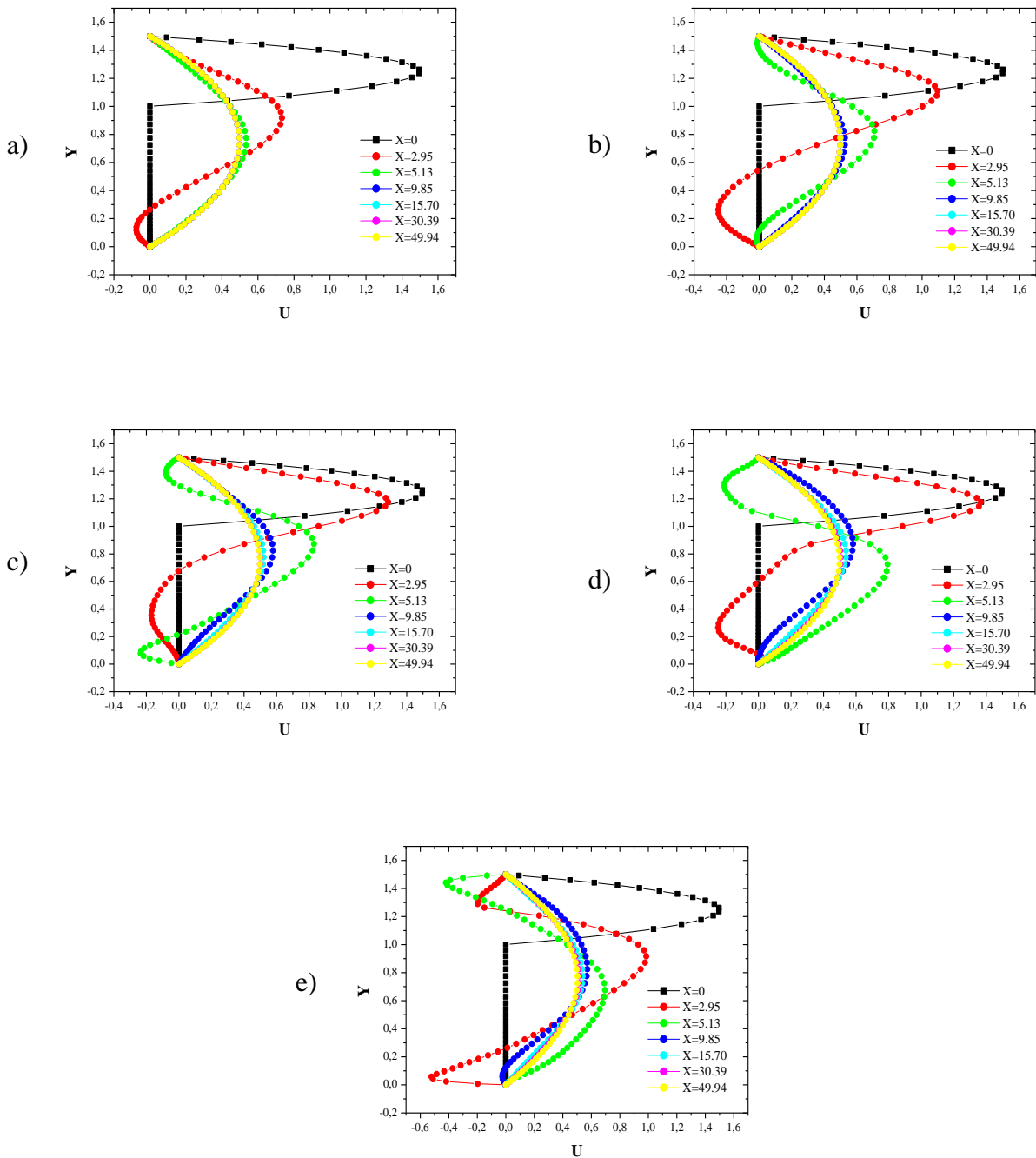


Figure 4. 15 Profils des vitesses U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion ER=3: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

4. 5. 2. 2 Profils de la composante transversale de vitesse V

La composante transversale de vitesse V en fonction de la distance transversale à différentes stations le long de l'axe X est présentée sur les figures 4. 16, 4. 17 et 4. 18 pour les mêmes valeurs du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion indiquées auparavant.

A travers l'ensemble de ces figure relatives à différentes valeurs du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion, nous constatons la présence de valeurs négatives, indiquant que le fluide se dirige dans ces régions vers la paroi inférieure, et dont la valeur minimale (en valeur absolue) augmente en fonction de ces deux paramètres. Par ailleurs, on constate aussi la présence, en certaines stations longitudinale, des valeurs positives de la composante V dont l'effet est de réduire la taille des cellules de recirculation. La présence de valeurs négatives de V confirme une deuxième fois la présence des cellules de recirculation primaire et secondaires. A l'entrée de la marche et au voisinage de la sortie du canal, la composante de vitesse V prend des valeurs nulles indiquant l'établissement dynamique de l'écoulement.

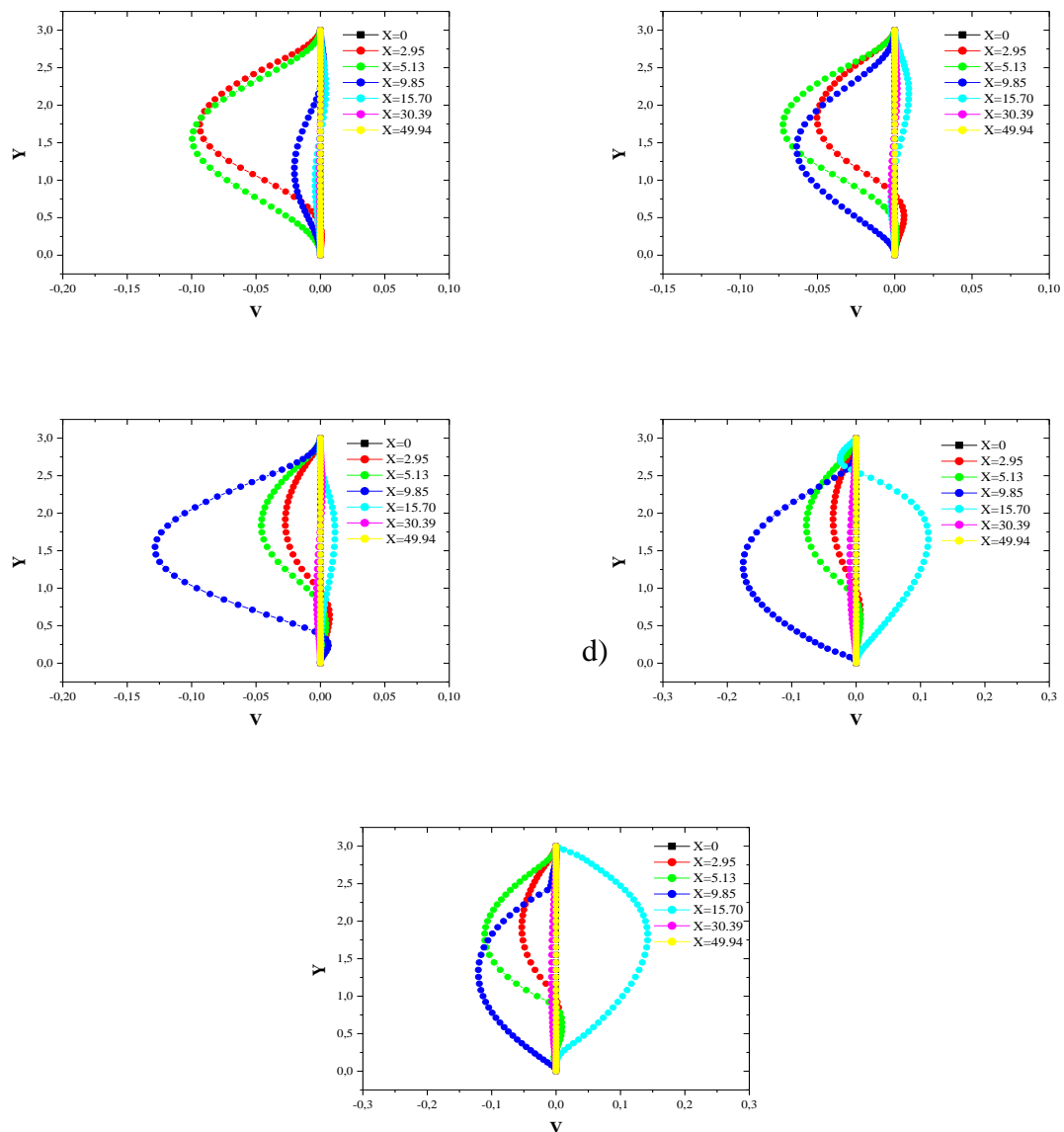


Figure 4. 16 Profils de la composante transversale de vitesses V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion ER=1.5: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

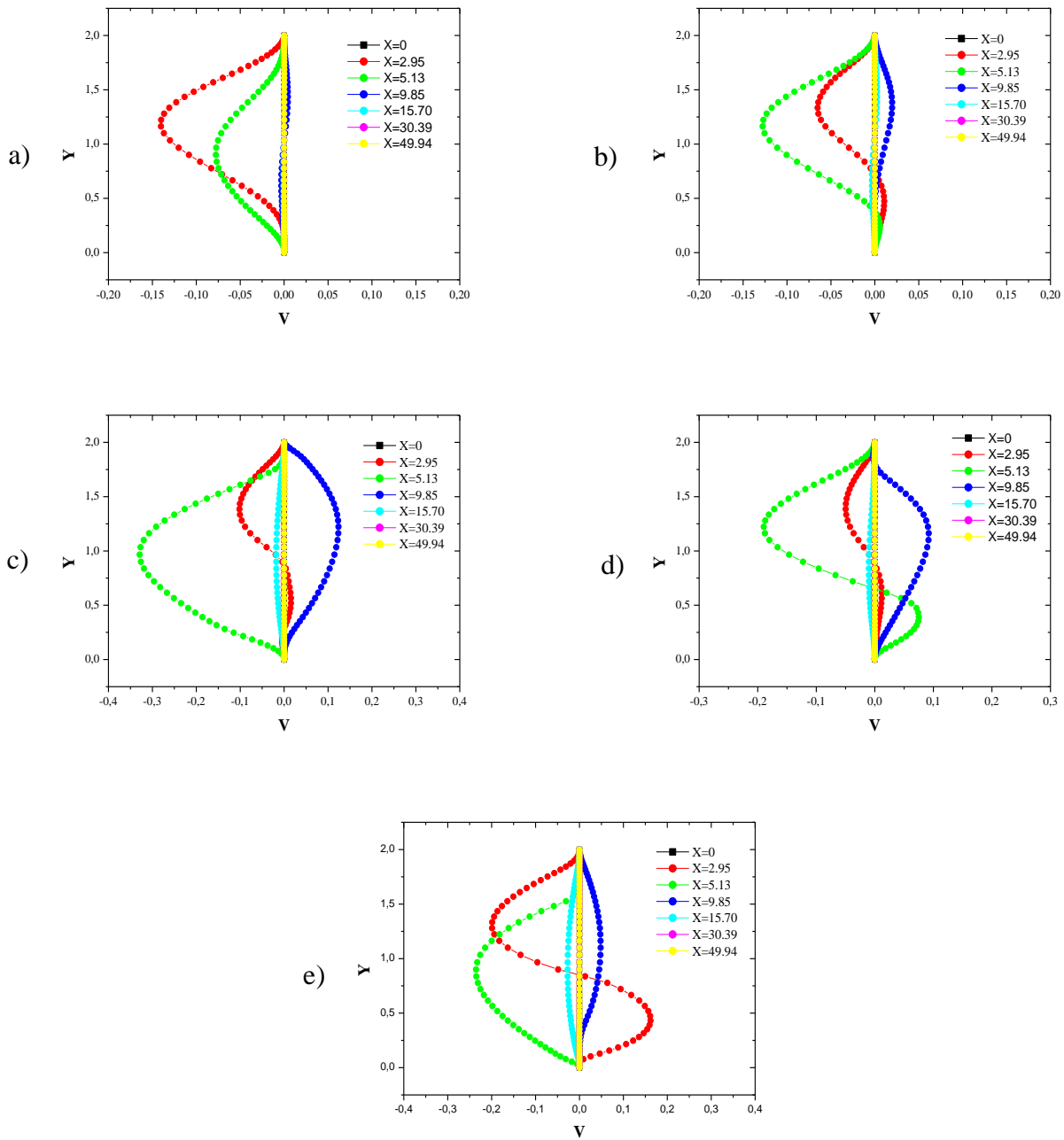


Figure 4. 17 Profils de la composante transversale de vitesses V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$.

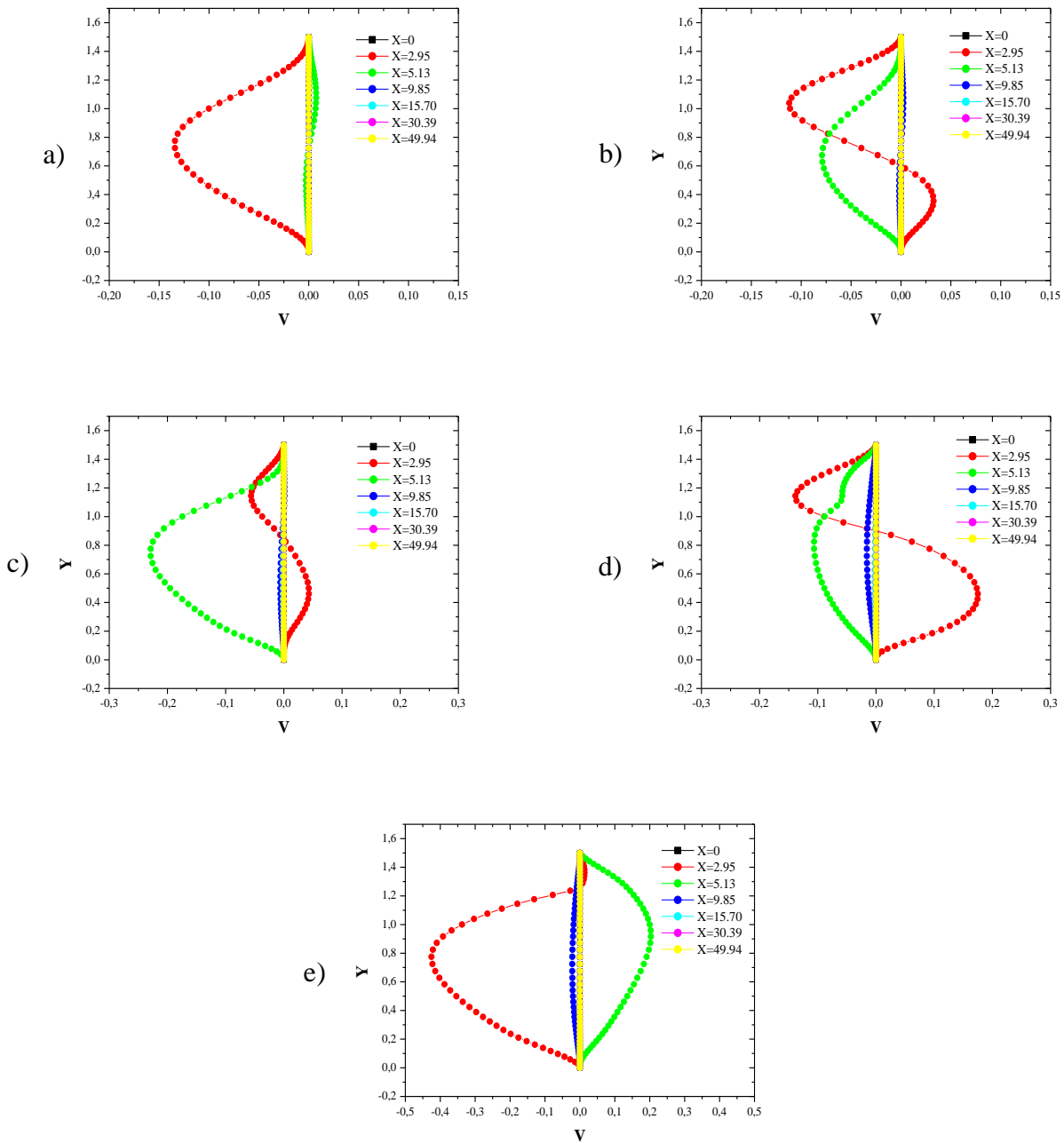


Figure 4. 18 Profils de la composante transversale de vitesses V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=3$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$.

4. 5.3 Profils de la température

Les figures 4. 19, 4. 20 et 4. 21 montrent l'évolution des profils de températures en fonction de Y pour les différents nombres de Reynolds et les rapports d'expansions cités auparavant dans sept stations le long de la direction de l'écoulement.

On constate qu'avec l'augmentation du nombre de Reynolds, la distribution des températures relatives aux différentes stations représentées se rapprochent les unes des autres indiquant un bon mélange du fluide. Par ailleurs, avec l'augmentation du rapport d'expansion, une augmentation de la température relative aux stations situées dans les zones de recirculation est observée, tandis que loin des zones de recirculation ($X \geq 10$), on constate une diminution des températures.

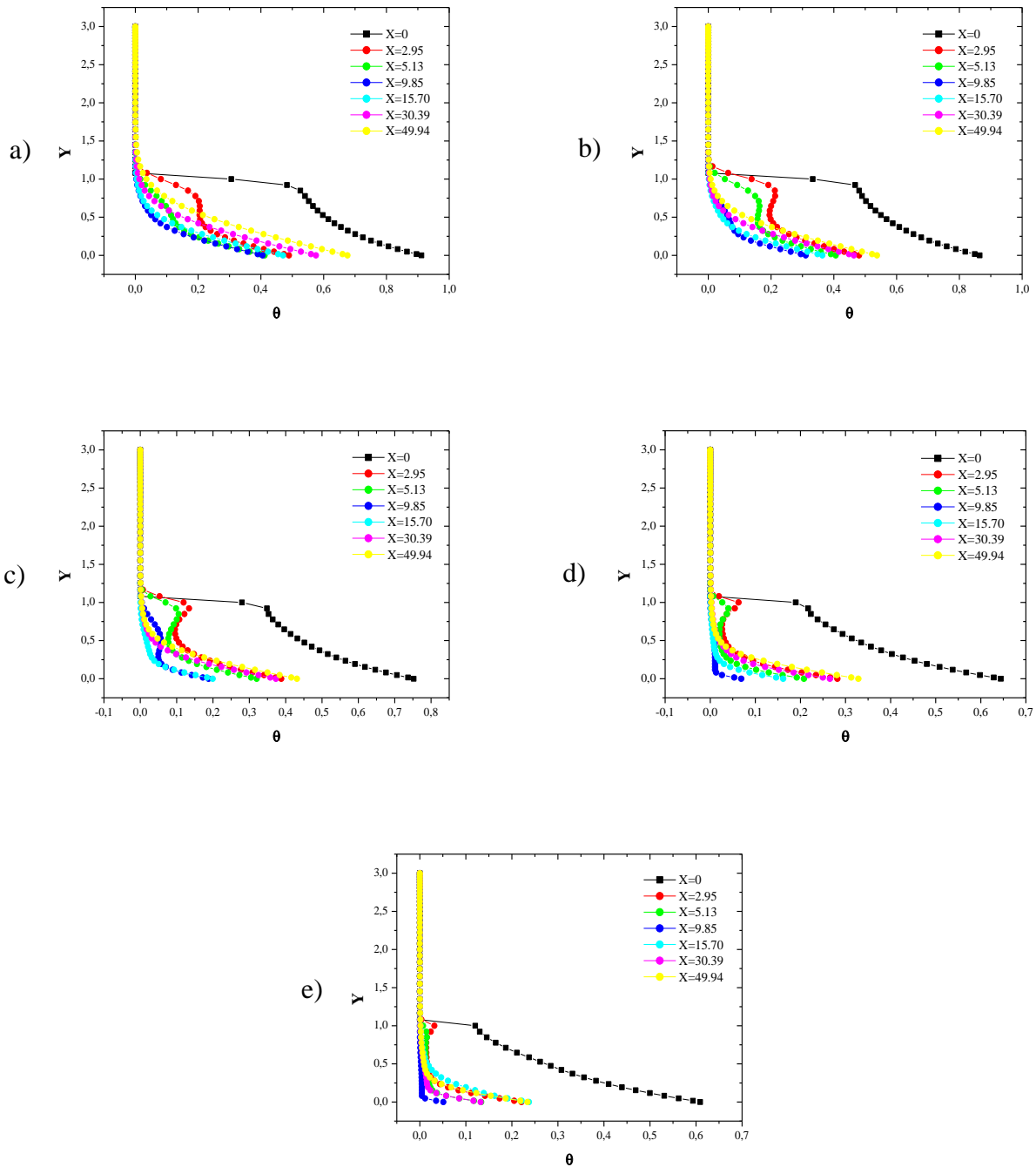


Figure 4. 19 Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion ER=1.5: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

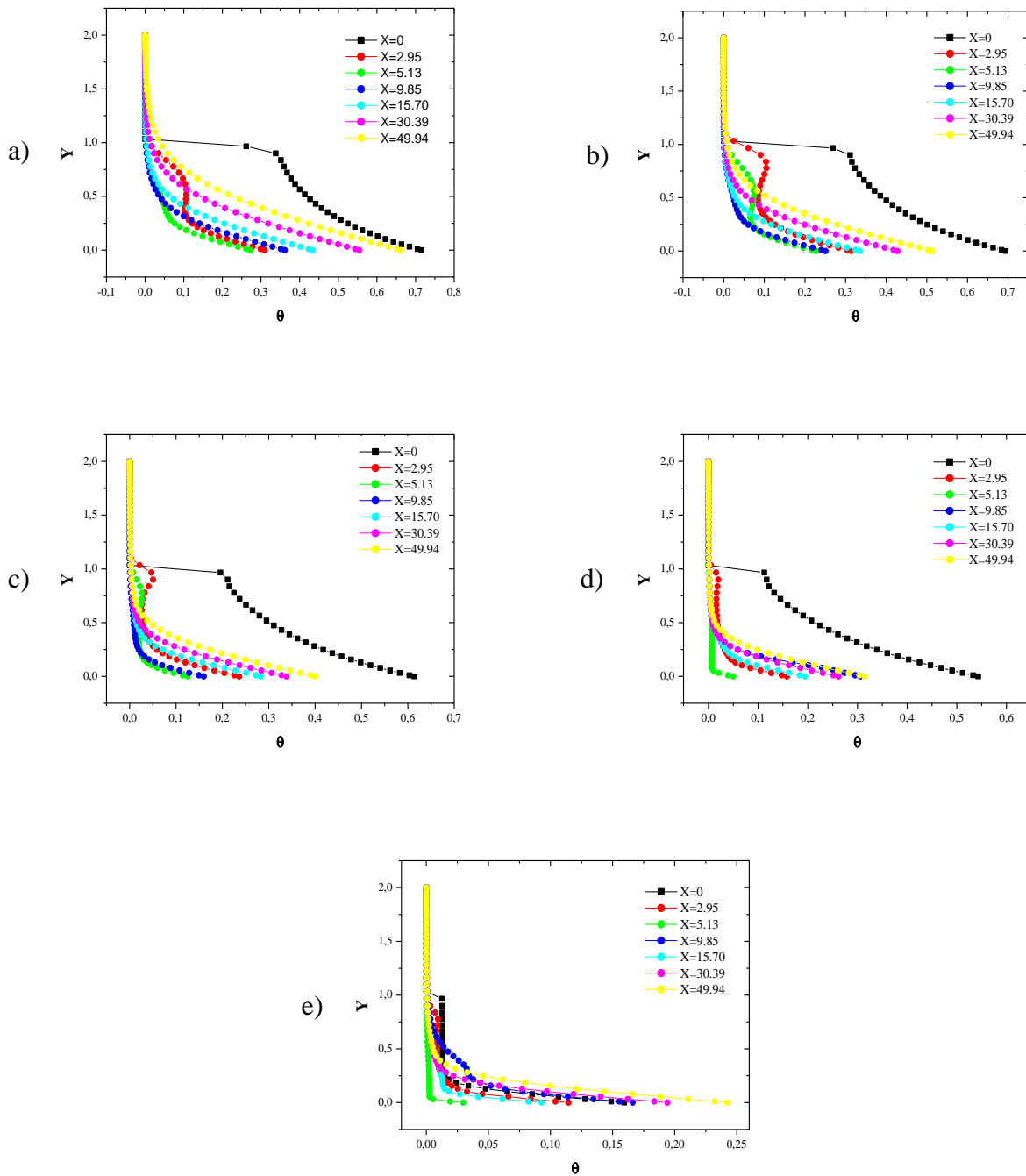


Figure 4. 20 Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion ER=2: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

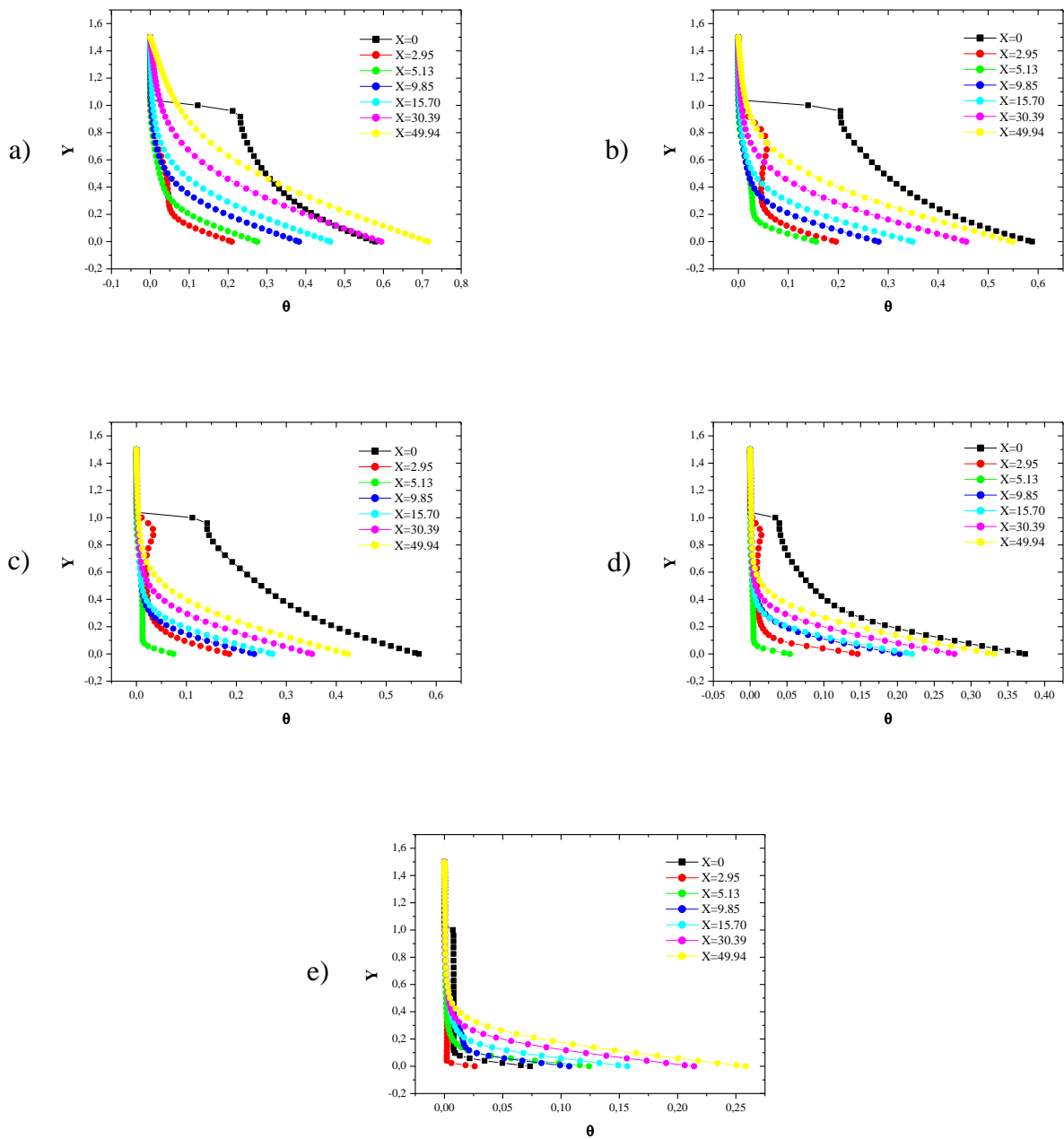


Figure 4. 21 Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d’expansion ER=3: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

4. 5.4 Coefficient de frottement

Les figures 4. 22, 4. 23 et 4. 24 montrent l’évolution le long de X des coefficients de frottement, à la paroi inférieure chauffée et à la paroi supérieure supposée adiabatique, pour les différents nombres de Reynolds et rapports d’expansions discutés précédemment.

Nous constatons que loin de la marche, les deux coefficients de frottement se rejoignent et prennent la même valeur relative à un écoulement développé. La distance à partir duquel les

deux coefficients se rejoignent dépend à la fois de la valeur du nombre de Reynolds et de la valeur du coefficient d'expansion. Elle augmente avec les valeurs du nombre de Reynolds pour une valeur donnée du rapport d'expansion et diminue avec l'augmentation du rapport d'expansion pour une valeur de Reynolds donnée.

Par ailleurs, les deux coefficients de frottement présentent des oscillations avec des minimums (négatifs) et des maximums (positifs). Ces derniers se rapprochent de la marche au fur et à mesure que le rapport d'expansion augmente. Ce comportement des deux coefficients de frottement justifie la présence des cellules de recirculation discutée auparavant.

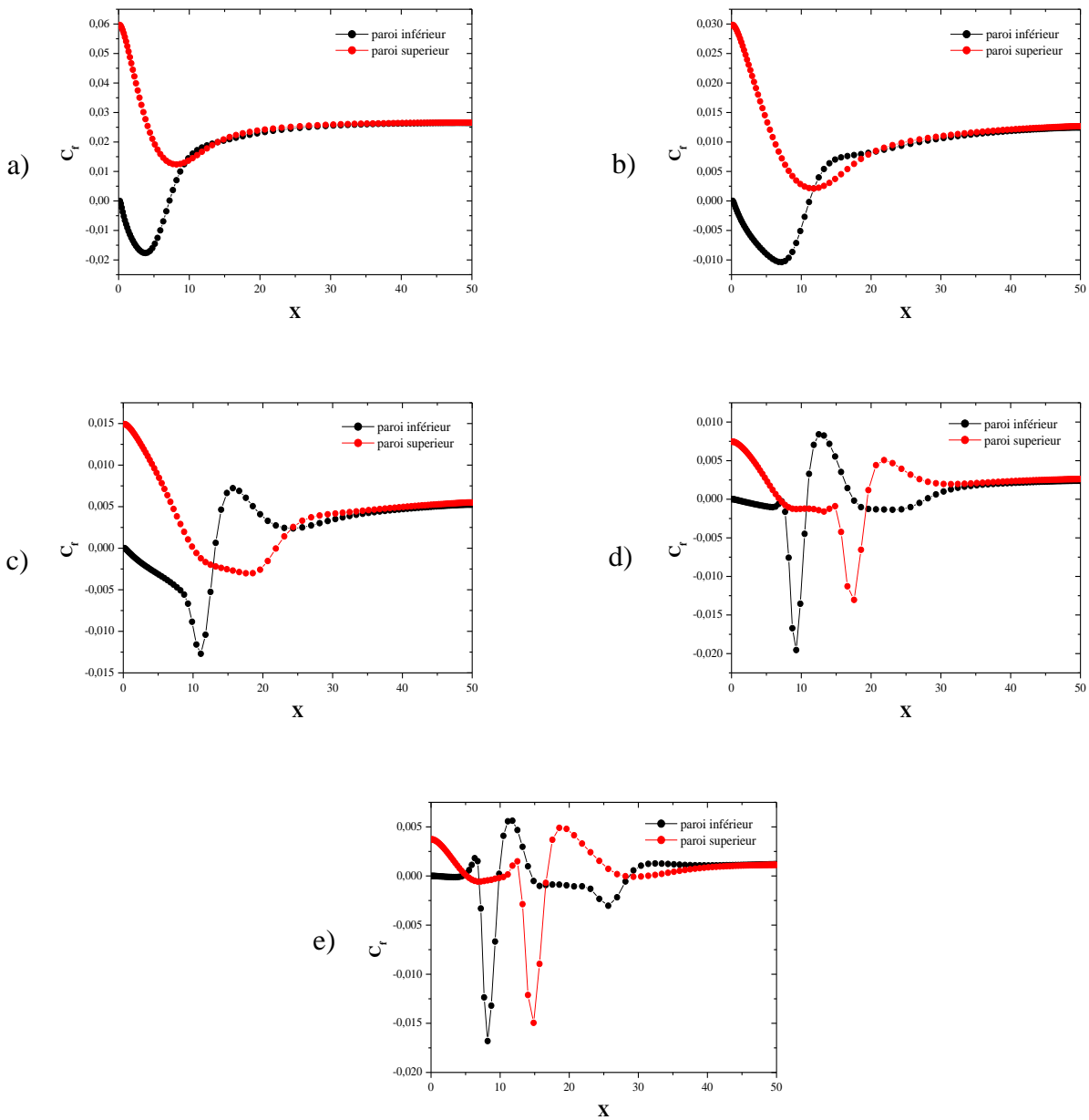


Figure 4. 22 Evolution du coefficient de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion ER=1.5: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

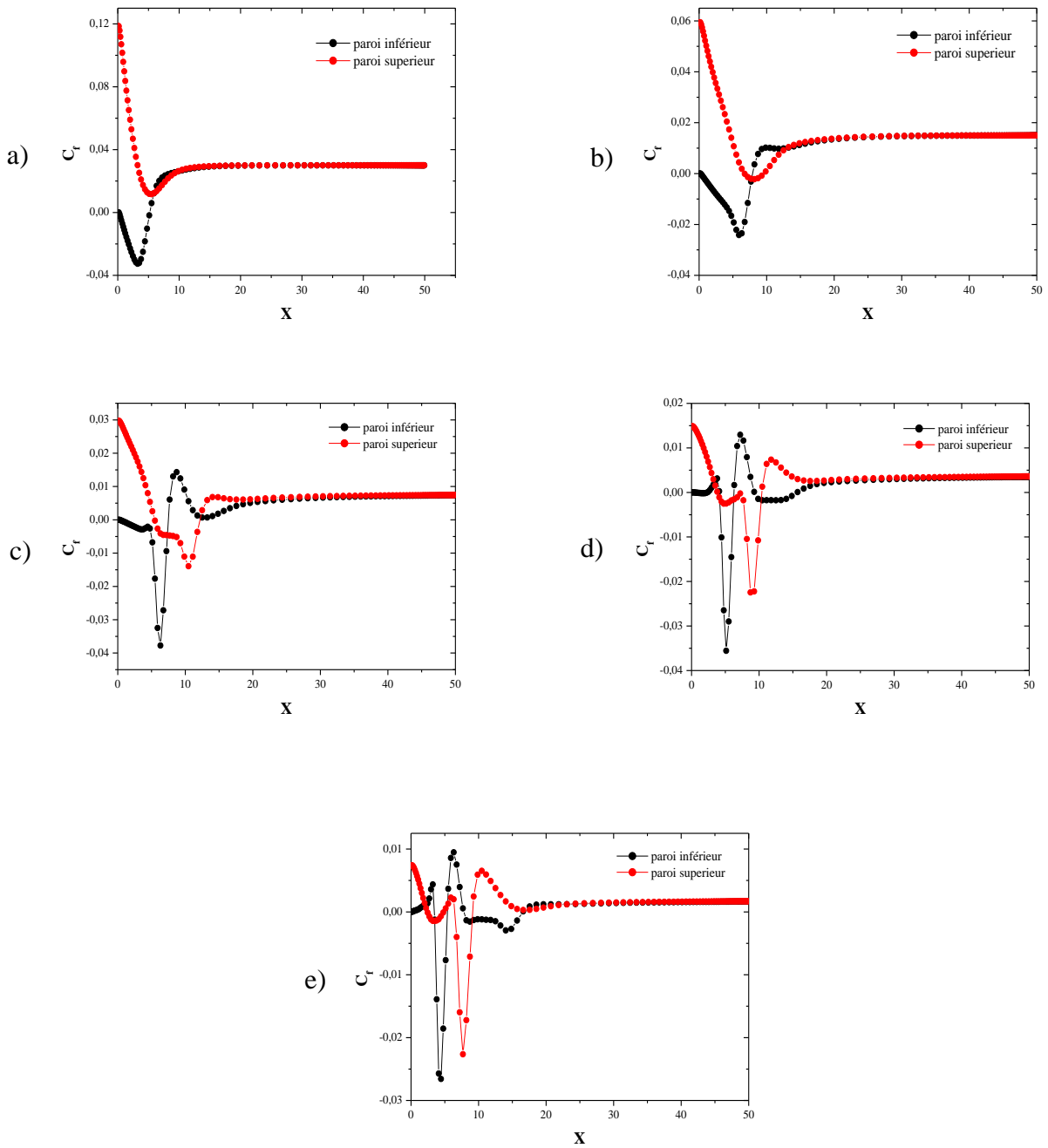


Figure 4. 23 Evolution du coefficient de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=2$: (a) $Re=100$, (b) $Re=200$, (c) $Re=400$, (d) $Re=800$, (e) $Re=1600$.

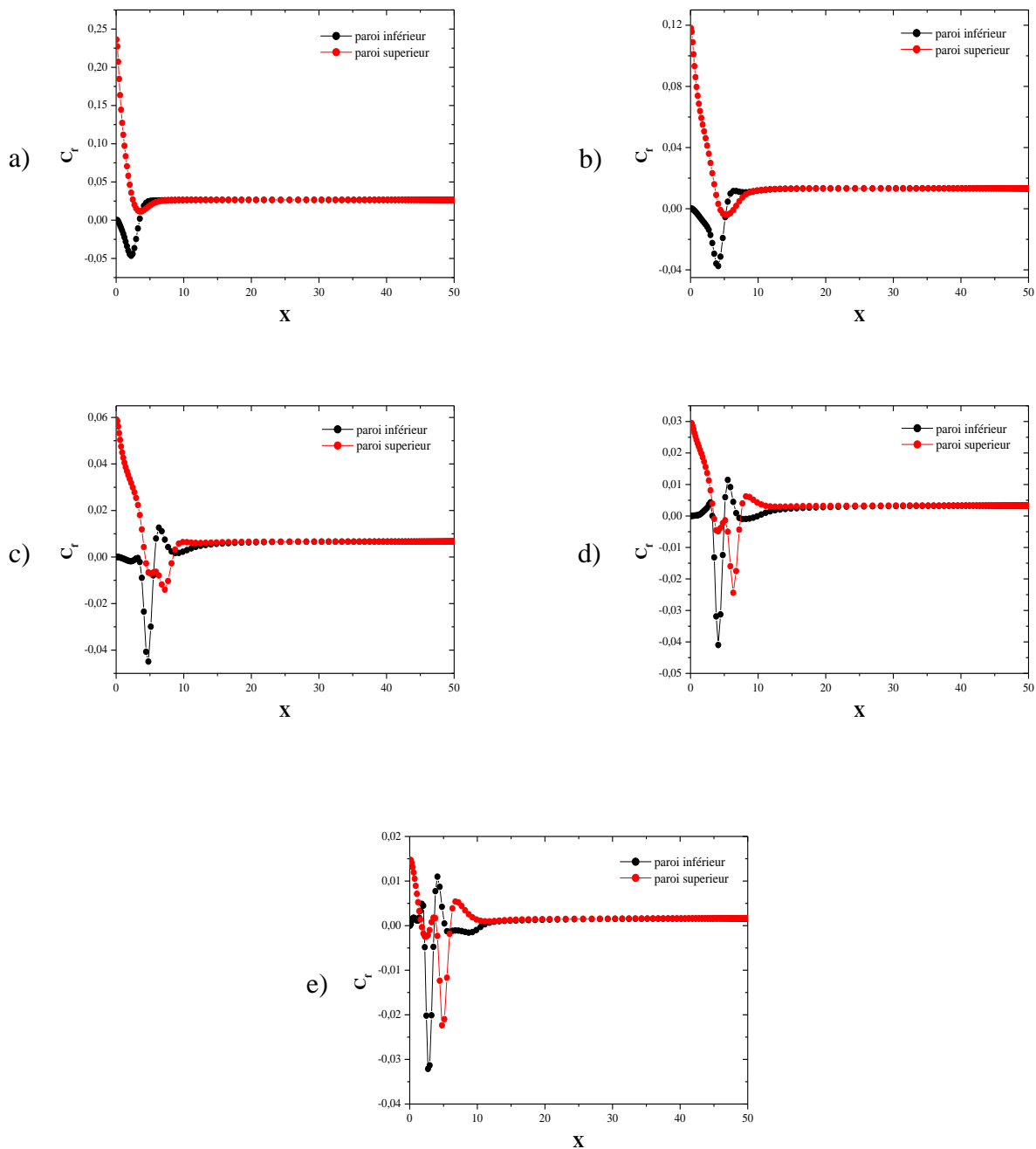


Figure 4. 24 Evolution du coefficient de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion ER=3: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

4. 5.5 Nombre de Nusselt local

Les figures 4. 25, 4. 26 et 4. 27 montrent l'évolution du nombre de Nusselt local de long de la plaque inférieure chauffée pour différents nombres de Reynolds et rapports d'expansions. Nous constatons que le nombre de Nusselt local prend la valeur la plus faible sur la marche de la conduite indépendamment des valeurs du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion.

Au-delà, le nombre de Nusselt entame une croissance monotone et atteint une valeur maximale dont l'abscisse se déplace vers l'amont avec l'augmentation du rapport d'expansion. Une décroissance rapide vers une valeur minimale positive est observée sur le reste de la longueur de la plaque. Par ailleurs, des fluctuations du nombre de Nusselt sont observées aux valeurs élevées du nombre de Reynolds. Ce comportement du nombre de Nusselt est la conséquence directe de l'effet des cellules de recirculation observées au début du chapitre.

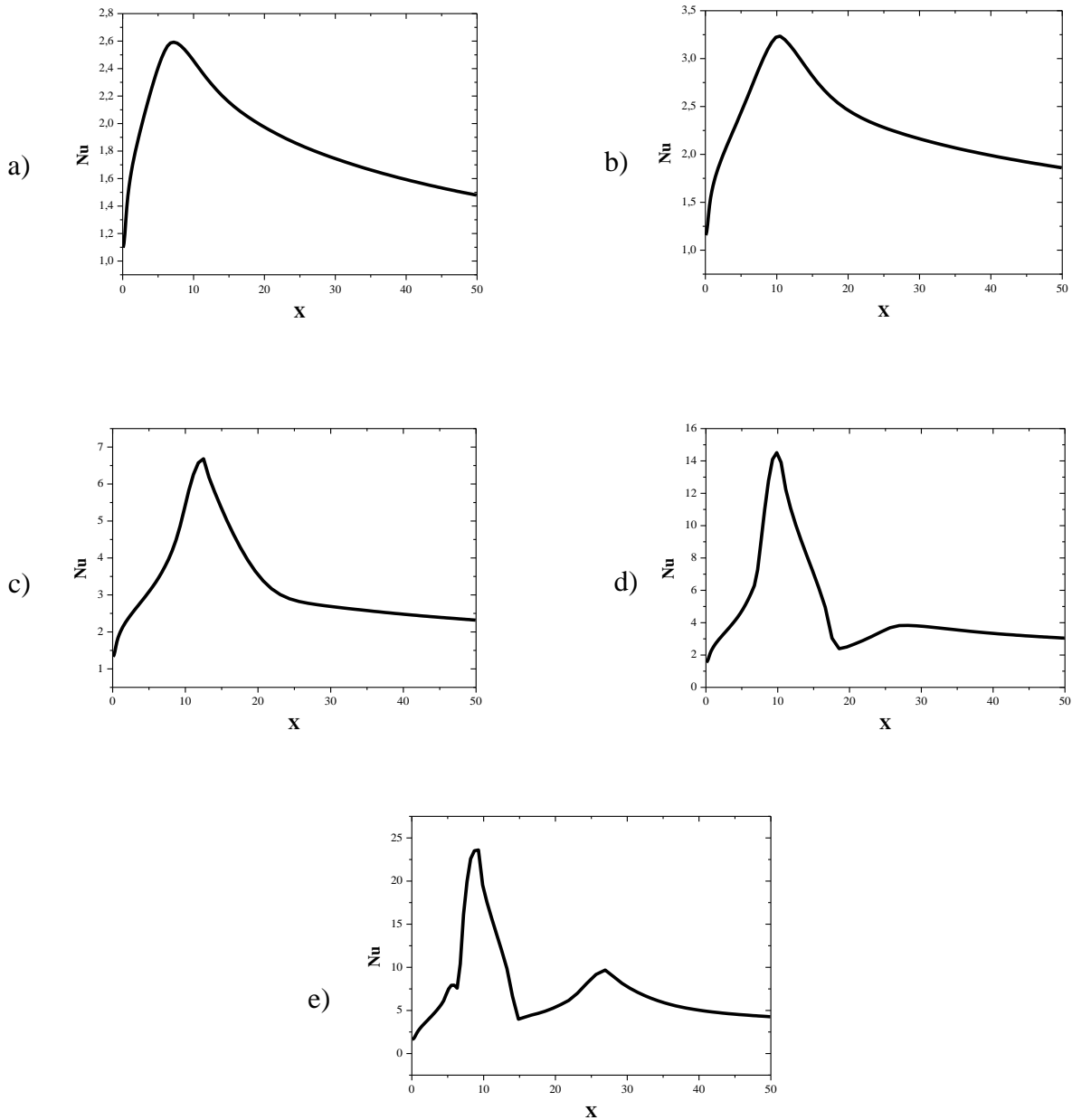


Figure 4. 25 Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion ER=1.5: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

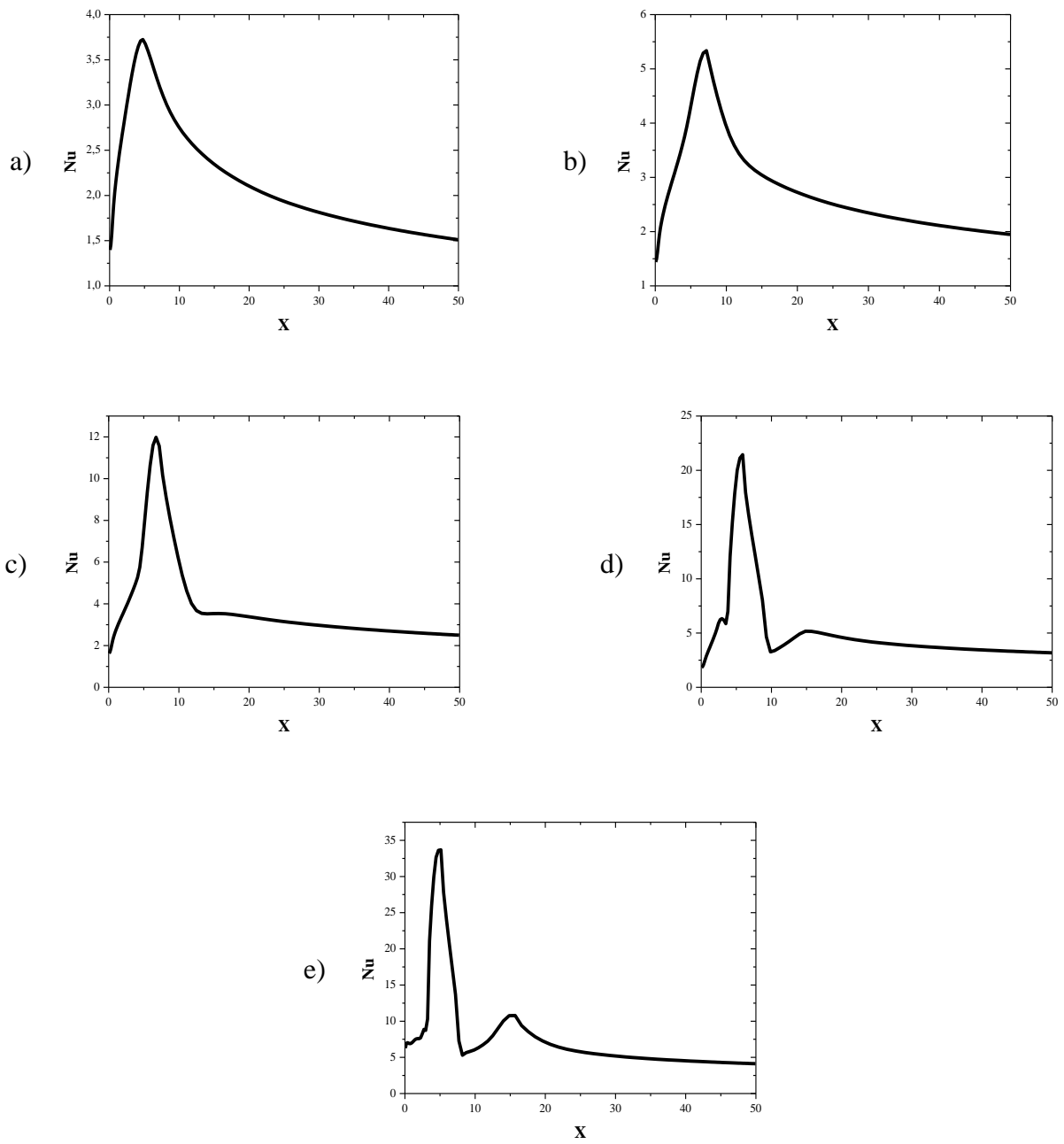


Figure 4. 26 Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion ER=2: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

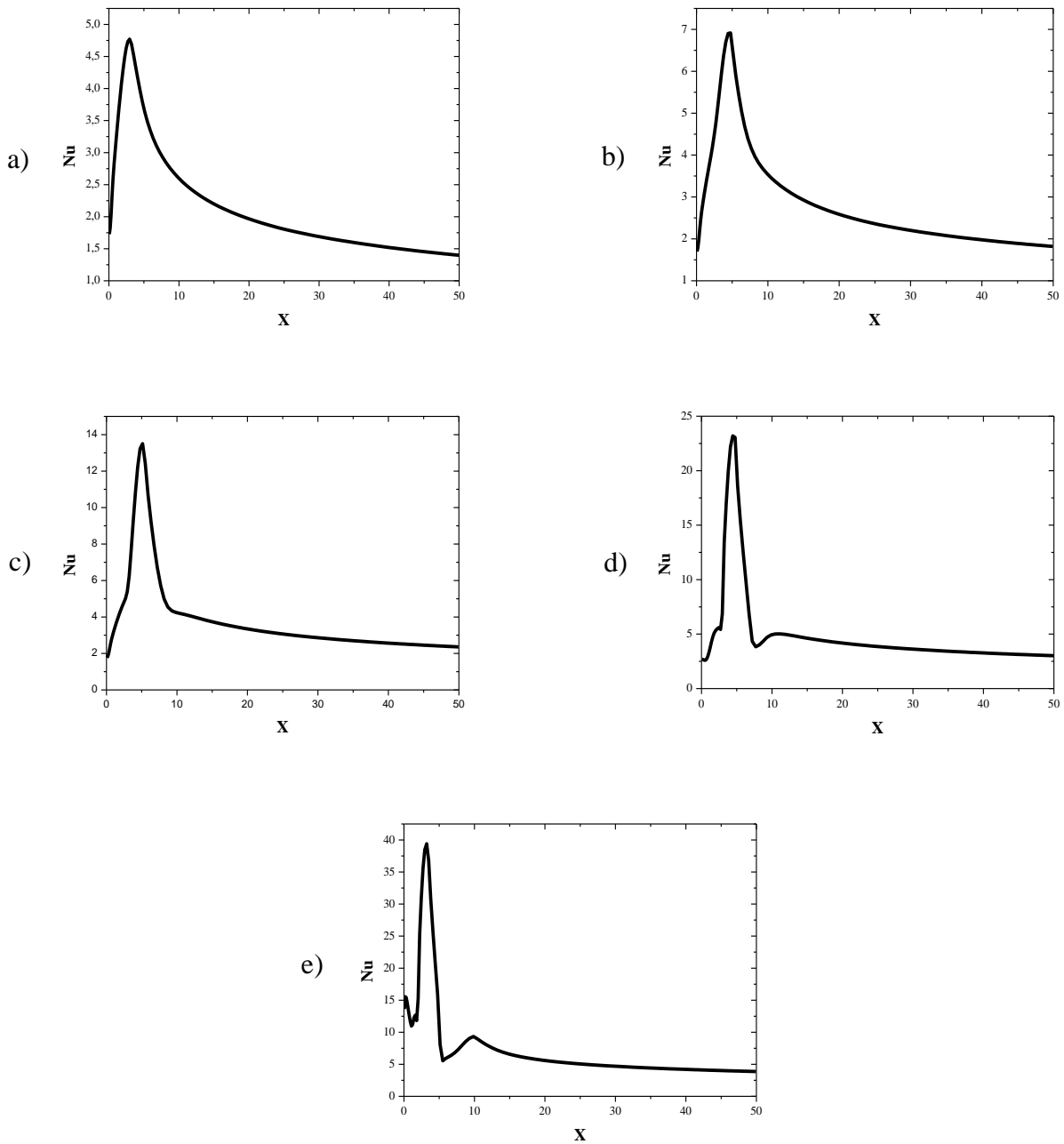


Figure 4. 27 Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion ER=3: (a) Re=100, (b) Re=200, (c) Re=400, (d) Re=800, (e) Re=1600.

b) Convection mixte

4. 5.6 Tracés de la fonction de courant

La figure 4. 28, sous forme de tracés de la fonction de courant, montre l'influence de l'angle d'inclinaison sur le comportement dynamique de l'écoulement pour un nombre de Richardson, Ri=1, un nombre de Prandtl, Pr =5 et pour un rapport d'expansion, ER=2. Rappelons que

l'angle d'inclinaison $\gamma = 0^0$ correspond à une position verticale du conduit tandis que la valeur $\gamma = 90^0$ correspond à une position horizontale du conduit.

Sur la figure 4. 28a relative à un angle d'inclinaison $\gamma = 0^0$ on constate la présence d'une cellule de recirculation principale au voisinage immédiat de la partie supérieure de la marche. Au dessous de cette cellule, les lignes de courant présente une forte courbure où une tendance à la formation d'une cellule de recirculation est observée. A la sortie de la conduite et au voisinage immédiat de la paroi supérieure, une cellule secondaire contra-rotatif est observée. Sur la figure 4. 28b relative à une position horizontale du conduit ($\gamma = 90^0$), on constate une structure monocellulaire représentée par une cellule de recirculation principale de même hauteur que la marche et de taille plus importante comparée à celle relative à une position verticale. A la sortie du conduit, les lignes de courant sont parallèles indiquant que l'écoulement est dynamiquement développée.

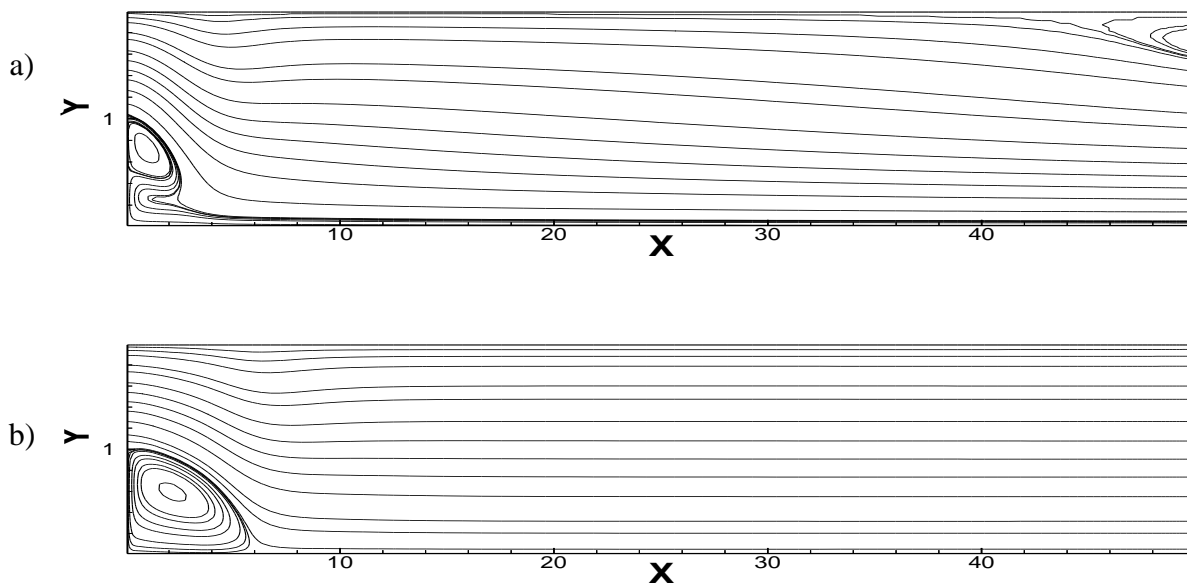


Figure 4. 28 Influence de l'angle d'inclinaison sur les lignes de courant: (a) $\gamma = 0^0$, (b) $\gamma = 90^0$, $ER=2$, $Ri=1$, $Pr =5$.

4. 5.7 Profils des deux composantes de vitesse

Comme dans le cas de la convection forcée, nous avons choisi de représenter les profils de vitesses dans à différentes stations le long de la direction de l'écoulement: à l'entrée de la marche, dans les zones de recirculation, dans les zones de rattachements et à la sortie du canal.

4. 5.7. 1 Profils de la composante longitudinale de vitesse U

La figure 4. 29, présente les profils de la vitesse le long de la direction de l'écoulement pour les mêmes valeurs des grandeurs citées ci-dessus, à savoir: l'angle d'inclinaison, les nombres de Richardson et de Prandtl et le rapport d'expansion.

En se basant sur cette figure, on constate le profil de vitesse U présente une déformation tout au long de la conduite, en particulier à la sortie du conduit. En effet, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'entrée de la marche, l'écoulement présente de plus en plus une accélération sur la moitié inférieure du conduit compensée par une décélération sur la moitié supérieure, figure 4. 29a. Cette figure confirme la présence des deux cellules de recirculation de la figure 4. 29a.

Sur la figure 4.29b relative à une position horizontale du conduit on constate l'existence de valeurs négatives de la vitesse U aux positions $X < 6$. Ceci est une conséquence directe de la présence de la cellule de recirculation montrée sur la figure 4. 28b. Loin de la marche, le profil de la vitesse U tend progressivement vers un profil parabolique indiquant l'établissement du régime dynamique.

4. 5.7.2 Profils de la composante transversale de vitesse V

La composante transversale de vitesse V en fonction de la distance transversale à différentes stations le long de l'axe X est présentée sur la figure 4. 30 pour les mêmes valeurs des grandeurs indiquées ci-dessus.

A travers cette figure relative aux deux angles d'inclinaison, nous constatons la présence de valeurs négatives, indiquant que le fluide se dirige dans ces régions vers la paroi inférieure, et dont la valeur minimale (en valeur absolue) diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la marche. Par ailleurs, on constate aussi la présence, en certaines stations longitudinale, des valeurs positives de la composante V dont l'effet est de réduire la taille des cellules de recirculation. La présence de ces valeurs négatives de V confirme aussi la présence des cellules de recirculation primaire et secondaires. A l'entrée de la marche et à la sortie du canal pour le cas $\gamma = 90^0$, la composante de vitesse V prend des valeurs nulles indiquant l'établissement dynamique de l'écoulement.

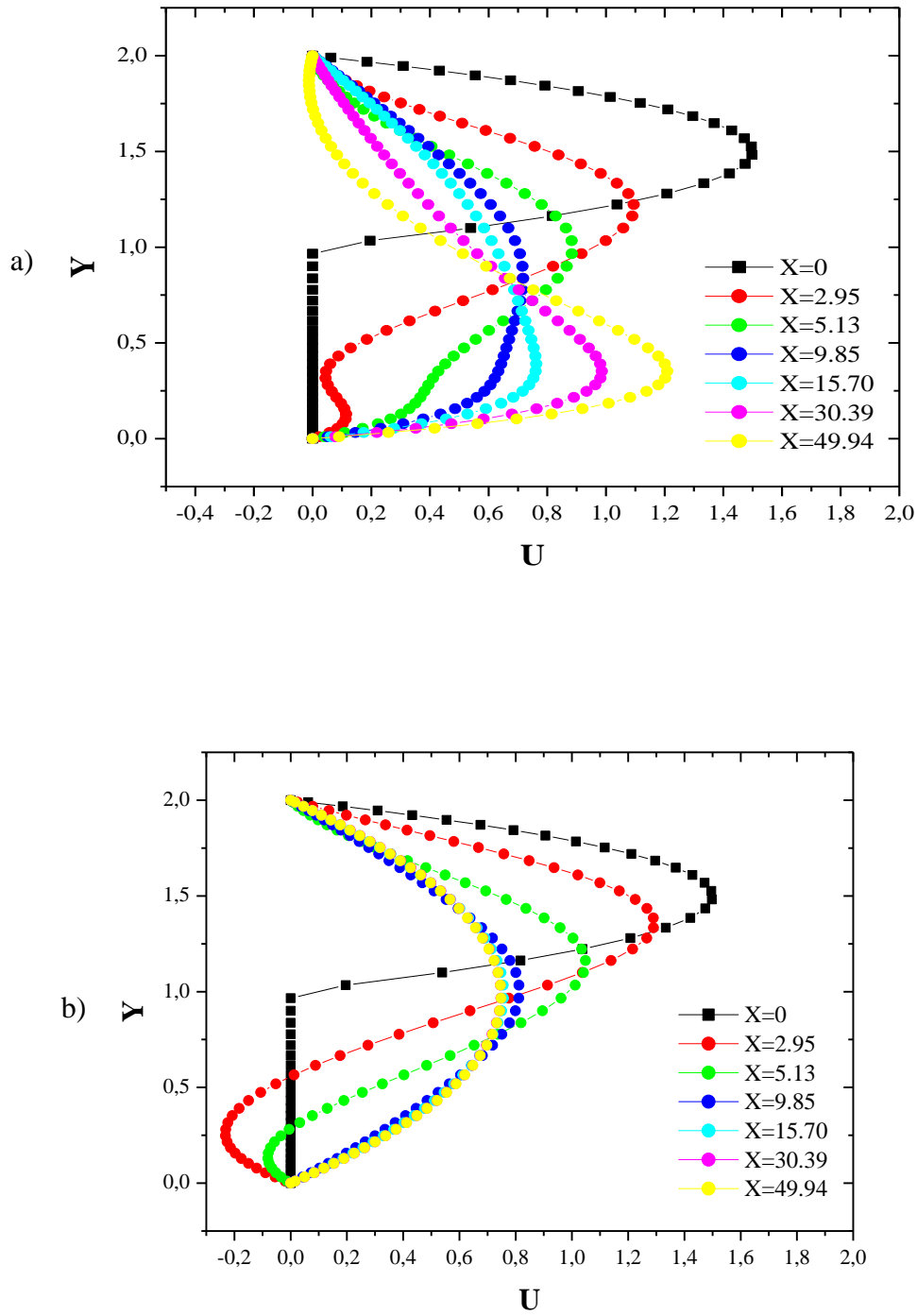


Figure 4. 29 : Profils de la vitesse U dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$: (a) $\gamma = 0^\circ$, (b) $\gamma = 90^\circ$.

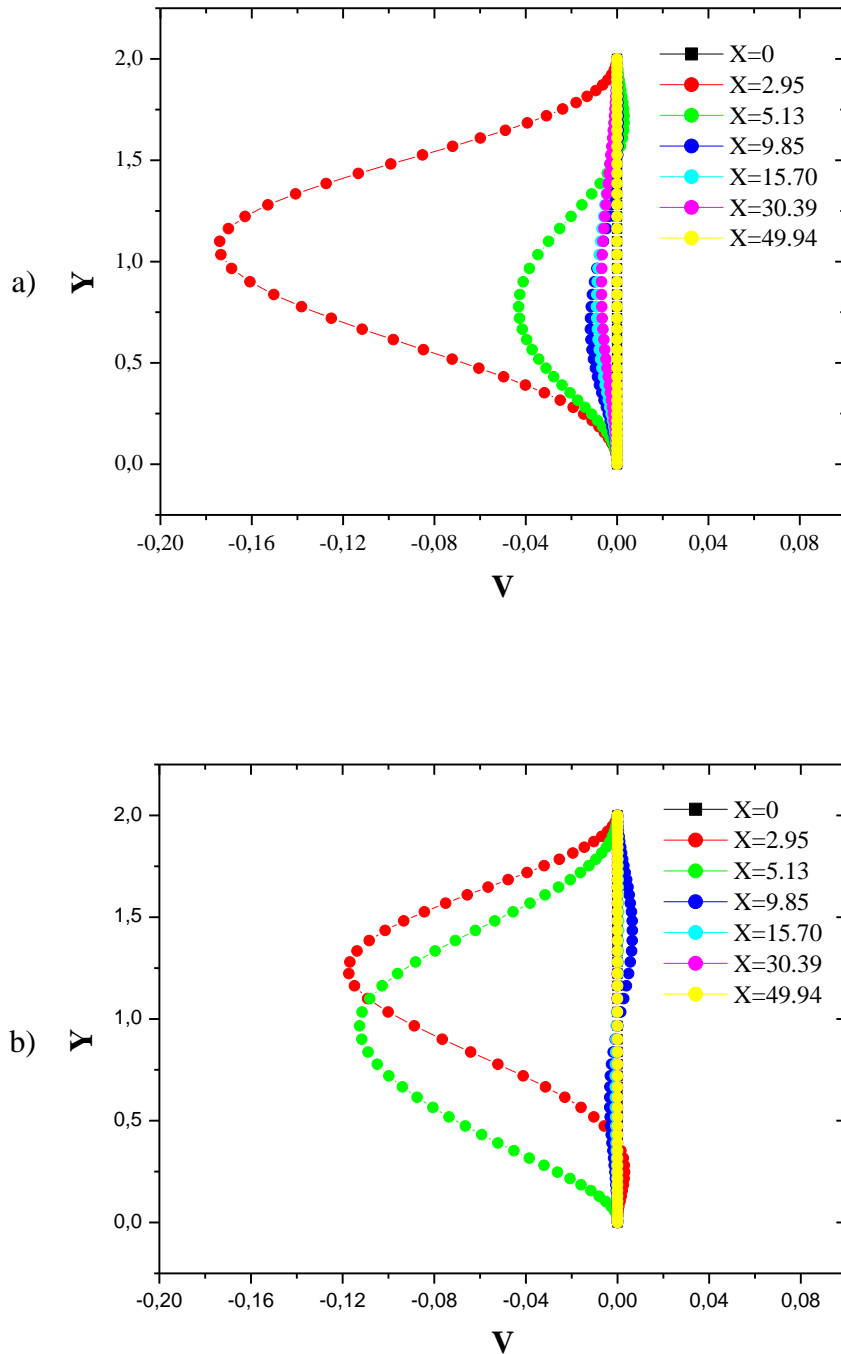


Figure 4.30 Profils de la vitesses V dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$: (a) $\gamma = 0^\circ$, (b) $\gamma = 90^\circ$.

4. 5.8 Profils de la température

La figure 4. 31 montre l'évolution des profils de température en fonction de Y dans les mêmes conditions que ceux des figures précédentes. On constate que la distribution de

températures aux différentes stations représentées, relatives à une position verticale, se rapprochent les uns aux autres indiquant un bon mélange du fluide, figure 4. 31 a.

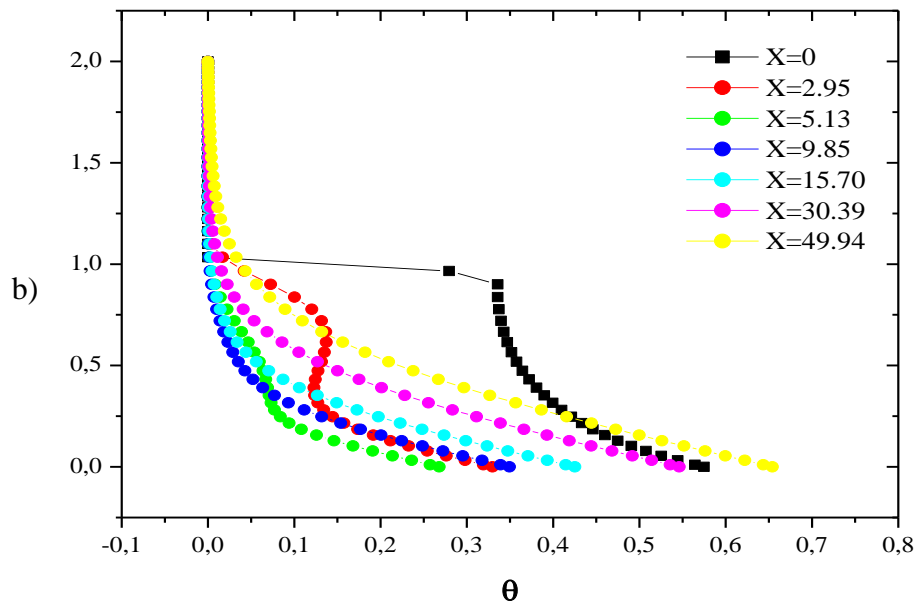
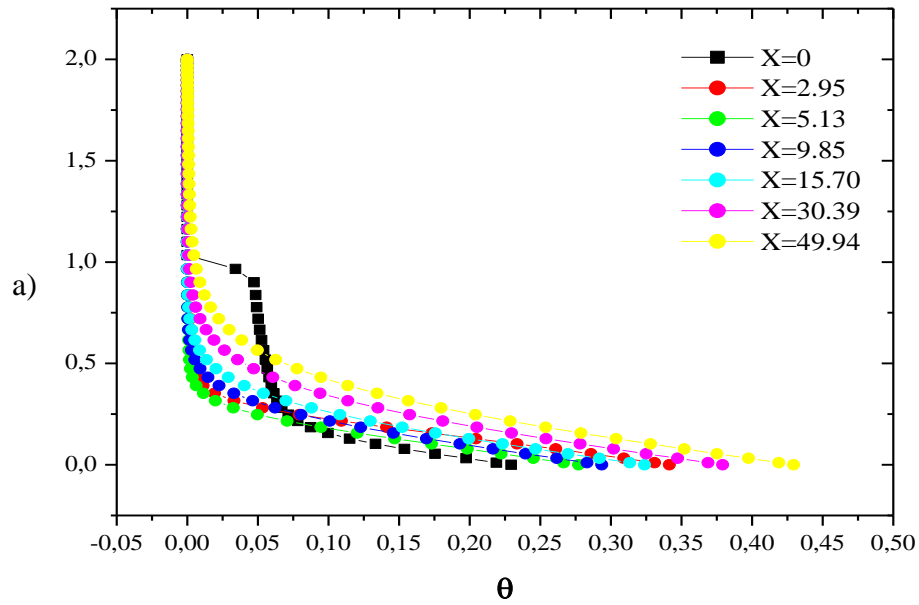


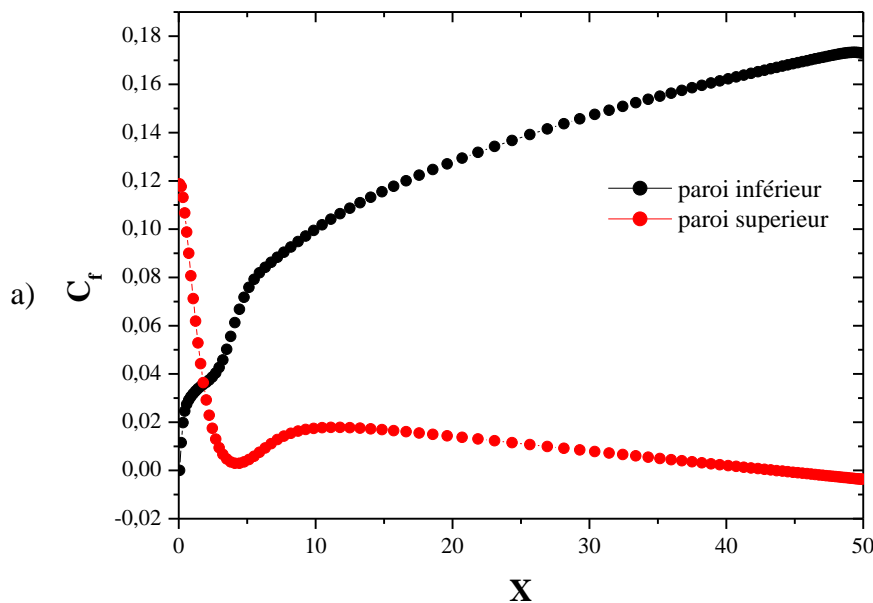
Figure 4. 31 : Profils des températures dans les différentes stations X pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$: (a) $\gamma = 0^\circ$, (b) $\gamma = 90^\circ$.

4. 5.9 Coefficient de frottement

La figure 4. 32, montre l'évolution le long de X des coefficients de frottement, à la paroi inférieure chauffée et à la paroi supérieure supposée adiabatique.

Nous constatons que pour le cas d'une conduite horizontale, loin de la marche, les deux coefficients de frottement se rejoignent et prennent la même valeur relative à un écoulement développé, figure 4. 32b. Par contre pour le cas d'une conduite verticale, les deux coefficients de frottement s'éloignent l'un de l'autre, et ce au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la marche, figure 4. 32a. Sur cette figure, on constate que le coefficient de frottement à la paroi chaude augmente avec la distance X, alors celui à la paroi adiabatique diminue. Ceci est du à la présence de la cellule de recirculation contrarotative constatée à la sortie de la conduite pour le cas d'une conduite verticale (figure 4. 28a).

Par ailleurs, les deux coefficients de frottement présentent de faibles oscillations avec des minimums (négatifs) et des maximums (positifs). Ce comportement des deux coefficients de frottement justifie la présence de cellules de recirculation discutées auparavant.



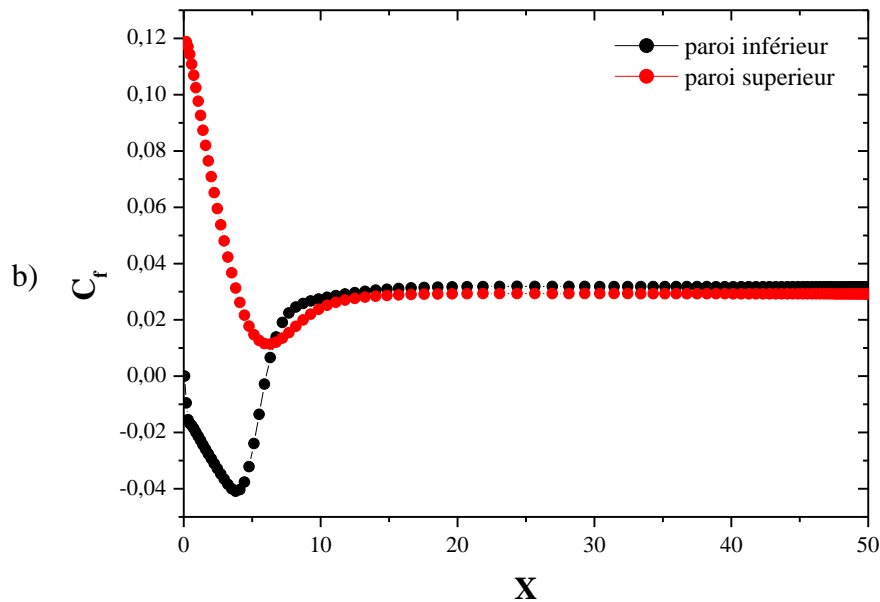


Figure 4. 32 Evolution des coefficients de frottement le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion $ER=2$, $Ri=1$, $Pr=5$: (a) $\gamma = 0^0$, (b) $\gamma = 90^0$.

4. 5.10 Nombre de Nusselt local

La figure 4. 33, montre l'évolution du nombre de Nusselt local de long de la plaque inférieure chauffée pour les deux angles d'inclinaison citées ci-dessus. Nous constatons que le nombre de Nusselt local prend la valeur la plus faible sur la marche de la conduite pour le cas d'une conduite horizontale, alors que pour une conduite verticale la valeur la plus élevée du nombre de Nusselt local est obtenue sur la marche. Ensuite, le nombre de Nusselt local présente un minimum positif suivie d'un maximum pas loin de la marche avant d'entamer une décroissance rapide pour le cas d'une conduite verticale. Pour une conduite horizontale, le nombre de Nusselt local passe de ce valeur minimale sur la marche, présente une valeur maximale pas loin de celle-ci avant d'entamer une décroissance rapide.

Pour les deux valeurs de l'angle d'inclinaison, on constate qu'à la sortie de la conduite, le nombre de Nusselt relatif à une conduite verticale est supérieure à celui relatif à une conduite horizontale. Ceci est dû à la présence de la cellule de recirculation à la sortie de la conduite au voisinage de la paroi supérieure pour le cas d'une conduite verticale (figure 4. 28a).

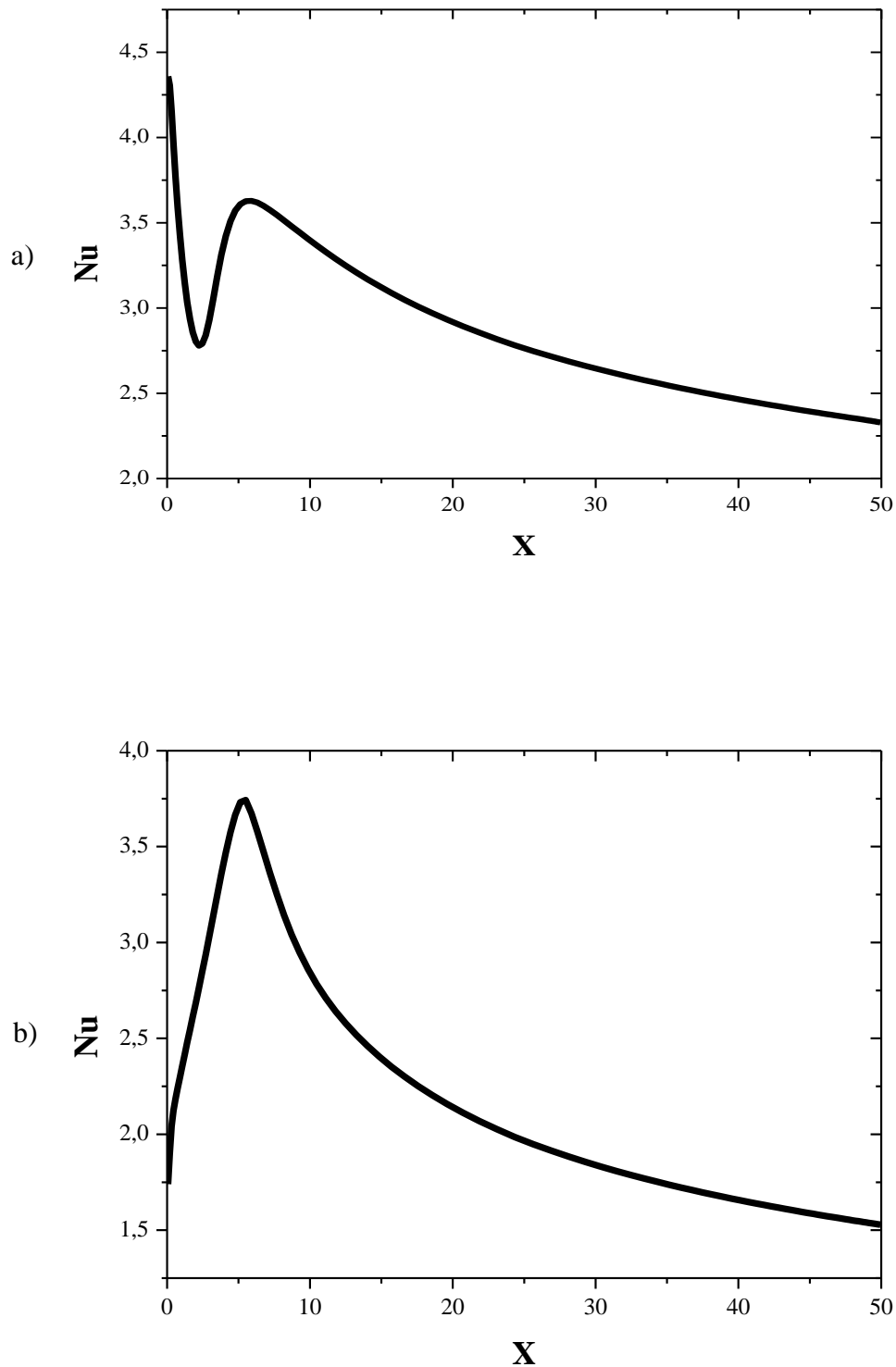


Figure 4. 33 : Evolution du nombre de Nusselt le long de direction de l'écoulement pour un rapport d'expansion ER=2, Ri=1, Pr=5 : (a) $\gamma = 0^\circ$, (b) $\gamma = 90^\circ$.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons étudié par voie numérique l'écoulement laminaire et le transfert de chaleur par convection forcée et mixte à l'intérieur d'un canal de section rectangulaire muni d'un élargissement brusque et dont l'une des parois est soumise à un chauffage uniforme et constant.

La méthode des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations de conservation et l'algorithme SIMPLE pour le traitement du couplage pression-vitesse. La validation du programme de calcul a été faite par comparaison avec des travaux expérimentaux et numériques trouvés dans la littérature et un bon accord a été trouvé entre les résultats de nos simulations et ces résultats de la littérature.

Les simulations ont été faites avec un programme en langage Fortran. L'influence du nombre de Reynolds, du rapport d'expansion, du nombre de Richardson et de l'angle d'inclinaison est présentée. Les résultats obtenus peuvent être résumés comme suit:

- Avec l'augmentation du rapport d'expansion et du nombre de Reynolds l'écoulement passe d'une structure monocellulaire à une structure multicellulaire.
- La composante longitudinale de la vitesse U présente des valeurs négatives à différentes positions X de la conduite dont la valeur augmente avec le rapport d'expansion. Loin de la marche, le profil de la vitesse U tend progressivement vers un profil parabolique indépendamment du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion.
- Loin de la marche, les deux coefficients de frottement se rejoignent et prennent la même valeur relative à un écoulement développé. La distance à partir de laquelle les deux coefficients se rejoignent dépend à la fois de la valeur du nombre de Reynolds et de la valeur du coefficient d'expansion. Elle augmente avec les valeurs du nombre de Reynolds pour une valeur donnée du rapport d'expansion et diminue avec l'augmentation du rapport d'expansion pour une valeur de Reynolds donnée.
- Le nombre de Nusselt local prend la valeur la plus faible sur la marche de la conduite indépendamment des valeurs du nombre de Reynolds et du rapport d'expansion. Au-delà, le nombre de Nusselt entame une croissance monotone et atteint une valeur maximale dont l'abscisse se déplace vers l'amont avec l'augmentation du rapport d'expansion. Une décroissance rapide vers une valeur minimale positive est observée sur le reste de la longueur de la plaque. Par ailleurs, des fluctuations du nombre de Nusselt sont observées aux valeurs élevées du nombre de Reynolds due à l'effet des cellules de recirculation observées au début du chapitre.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **R. J. Goldstein, V. L. Eriksen, R. M. Olson, and E. R. G. Eckert**, “Laminar Separation, Reattachment, and Transition of the Flow over a Downstream-Facing Step”. *J. Basic Engineering ASME*, 92D(4), pp. 732-741 (1970).
- [2] **B. Hong, B.F. Armaly and T. S. Chen**, “Laminar mixed convection in a duct with a backward-facing step: the effects of inclination angle and Prandtl number”. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 36 .No 12. pp. 3039-3067. 1993
- [3] **R.C. Lima, C.R. Andrade and E.L. Zaparoli**, “Numerical study of three recirculation zones in the unilateral sudden expansion flow”. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 35 (2008) 1053–1060.
- [4] **Ercan Erturk**, “Numerical solutions of 2-D steady incompressible flow over a backward-facing step, Part I: High Reynolds number solutions”. *Computers & Fluids* 37 (2008) 633–655
- [5] **B.F. Armaly, F. Durst , J.C.F. Pereira and B. Schönung** ,”Experimental and Theoretical Investigation of backward-facing step flow”. *J .Fluids.Mech.* (1983) vol 127 .473-496.
- [6] **J.H. Nie, B.F. Armaly**, “Three-dimensional Convective Flow adjacent to Backward-facing Step-effects of Step Height”.*International Journal of Heat and Mass Transfer* 45(2002)2431-2438.
- [7] **B.F. Armaly, A. Li, J.H. Nie**, “Measurements in three-Dimensional Laminar Separated Flow”. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46(2003) 3573-3582.
- [8] **A. B. Ansari, S. A. Gandjalikhan Nassab**, “Study of Laminar Forced Convection of Radiating Gas Over an Inclined Backward Facing Step Under Bleeding Condition Using the Blocked-Off Method”. *Journal of Heat Transfer* JULY 2011, Vol. 133 / 072702
- [9] **Gwang Hoon Rhee, Hyung Jin Sung**, “Numerical prediction of locally forced turbulent separated and reattaching flow”. *Fluid Dynamics Research* 26 (2000) 421-436
- [10] **Ravikanth V.R. Avancha, Richard H. Pletcher**, “Large eddy simulation of the turbulent flow past a backward-facing step with heat transfer and property variations”. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 23 (2002) 601–614

Bibliographie

- [11] **A Keating, U Piomelli, K Bremhorst and Nesic,** "Large-eddy Simulation of Heat Transfer Downstream of a Backward-Facing Step". Journal of Turbulence May (2004) 020.
- [12] **Dwight Barkley, M. Gabriela M. Gomes & Roland D. Henderson,** "Three-Dimensional Instability in Flow over a Backward-Facing Step". J. Fluid Mech. (2002), vol. 473, pp.167-190.
- [13] **K.B. Chun, H. J. Sun,** "Visualization of Locally-Forced Separated Flow over a Backward-Facing Step". Experiments in Fluids 25(1998) 133-142.
- [14] **Jean-François Beaudoin, Olivier cadot, Jean-Luc Aider and José Eduardo Wesfreid,** "Three-dimensional Stationary Flow over a Backward-facing Step". European Journal of Mechanics B/Fluids 23(2004)147-155.
- [15] **YOSHIOKA S., OBI S., MASUDA,** "Momentum Transfer in the periodically Perturbed Turbulent flow over a backward-facing step". Department of Mechanical Engineering, Keio University (1999).
- [16] **J. G. Barbosa Saldana, N. K. Anand and V. Sarin,** "Numerical Simulation of Mixed Convective Flow Over a Three-Dimensional Horizontal Backward Facing Step". Journal of Heat Transfer SEPTEMBER 2005, Vol. 127
- [17] **T.P. Chiang, Tony W. H. Sheu and S. F. Tsai,** "Topological Flow Structures In Backward-Facing Step Channels". Computers & Fluids. Vol. 26, No.4, pp. 321-337, 1997.
- [18] **John R. Fessler, John K. Eaton,** "Turbulence Modification by Particles in a Backward-facing Step Flow". J.Fluid. Mech. (1999).Vol .394.pp.97 117.
- [19] **Seo Young Kim, Hyung Jin Sung and Jae Min Hyun,** "Mixed convection from multiple-layered boards with cross-streamwise periodic boundary conditions". Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 35. No. 11, pp. 2941-2952. 1992
- [20] **S.V Patankar.** "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere. Washington DC,(1980)
- [21] **J.G. B SALDANA,** "Numerical simulation of mixed convection over a three-dimensional horizontal backward-facing step". Texas A&M University (May 2005)

Bibliographie

[22] **Yassine ROUIZI**, “Réduction de modèle par identification en convection forcée pour des systèmes soumis à des conditions aux limites thermiques instationnaires : Application à l'écoulement le long d'une marche avec contrôle thermique par retour d'état”. Thèse de doctorat : L'école nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique (Août 2006)

[23] **Roberto MARRANO**, “ Analyse numérique de l'écoulement turbulent se développant derrière une marche descendante par simulation des grandes échelles”. Thèse de doctorat : Université de Montréal (Mai 2001)

[24] **Luke JONGEBLOED**, “Numerical study using FLUENT of the separation and reattachment Points for Backwards-Facing Step Flow”. Rensselaer Polytechnic Institute Hartford, Connecticut (December 2008).

[25] **Ayhan AKIN**, “Development of a laminar Navier-Stokes solver for incompressible flows using structured grids”. Middle East technical university (April 2006)

[26] **Adel HAMOUCHE**, “Etude de la convection mixte dans un canal contenant des sources de chaleur”. Université de Mentouri-constantine (2012)

[27] **L.J.D KERVENOAEL**, “Validation des mesures par vélocimétrie par image de particules dans une conduite de section rectangulaire”. Thèse de doctorat : Université Laval Québec (2009)

[28] **F. DABBENE et H.PAILLERE**, “Initiation à la simulation numérique en mécanique des fluides : Eléments d'analyse numérique”. Cours ENSTA MF307 (juin 2003)

[29] **S.Biringen H.A. Tezel , J.H.Ferziger**, “Industrial and environmental applications of direct and Large -Eddy simulation lecture notes in physics”. Springer series August 1998.

[30] **C.A.J.Fletcher**, “Computational and general techniques for fluid dynamics II. specific techniques for different flow categories”. Springer series. 2nd Edition 1991 -3rd printing 1997.

[31] **Ioan POPA**, “Modélisation numérique du transfert thermique: Méthode des volumes finis”. Maison d'édition Universitaria Craiova (2002)