

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**



**Université du 20 août 1955 Skikda**

**Faculté des Sciences**

**Département de Physique**



**THÈSE**

Présenté par

**Walid CHELIA**

En vue de l'obtention du

**DOCTORAT LMD DE L'UNIVERSITE 20 AOÛT 1955-SKIKDA**

**Spécialité : Physique Énergétique**

**Thème :**

**Etude de la Convection Thermique d'un Nanofluide dans une  
Cavité**

**Soutenue le : 15/12/ 2026**

**Devant le jury :**

|                    |             |     |  |
|--------------------|-------------|-----|--|
| <b>Président</b>   | N. SOTEHI   | MCA | Université 20 Août 1955 - Skikda             |
| <b>Rapporteurs</b> | E. MEZAACHE | Pr  | Université 20 Août 1955 - Skikda             |
|                    | A. LAOUER   | Pr  | Université Mohamed Seddik BenYahia - Jijel   |
| <b>Examineurs</b>  | S. LAOUAR   | Pr  | Université Larbi Ben M'hidi - Oum El Bouaghi |
|                    | I. TABET    | MCA | Université 20 Août 1955 - Skikda             |

# Etude de la Convection Thermique d'un Nanofluide dans une Cavité

## Résumé

Dans la présente thèse, une étude numérique de la convection thermique de nanofluides dans une cavité carrée soumise à différentes conditions thermiques est présentée. Cinq configurations physiques distinctes ont été examinées.

La première configuration (Cas A) concerne une cavité inclinée de  $45^\circ$ , remplie d'un nanofluide cuivre/eau. Les deux parois opposées sont maintenues respectivement à une température chaude et à une température présentant une distribution spatiale sinusoïdale, tandis que les deux autres parois sont adiabatiques.

Les deuxième et troisième configurations (Cas B1 et Cas B2) portent également sur une cavité remplie d'un nanofluide cuivre/eau. Dans le cas B1, la paroi inférieure est soumise à un flux de chaleur de densité constante, alors que la paroi supérieure échange la chaleur par convection avec le milieu extérieur. Le cas B2 correspond à une rotation de la cavité B1 d'un angle  $\pi/2$  dans le sens direct.

Enfin, les deux dernières configurations (Cas C1 et Cas C2) traitent de cavités remplies d'un nanofluide alumine/eau, dont deux parois sont soumises à des conditions convectives chaude et froide, tandis que les deux autres demeurent adiabatiques. Le cas C2 résulte d'une rotation de la cavité C1 d'un angle  $\pi/2$  dans le sens direct.

Le problème physique est résolu numériquement à l'aide de la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM), implémentée en langage FORTRAN. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance qualitative avec ceux de la littérature. L'effet de différents paramètres pertinents — le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ), la fraction volumique de nanoparticules ( $\Phi$ ), l'amplitude ( $A$ ), la fréquence ( $N$ ) et le déphasage ( $\varphi$ ) de la température sinusoïdale, ainsi que le nombre de Biot ( $Bi$ ) — a été examiné en ce qui concerne le transfert de chaleur.

Pour la première étude, les résultats indiquent que le nombre de Nusselt moyen ( $Nu_m$ ) augmente linéairement et proportionnellement avec la fraction volumique, ce qui suggère que l'amélioration du transfert de chaleur est liée à l'augmentation de la conductivité thermique effective induite par les nanoparticules. Par ailleurs, le transfert de chaleur s'améliore également lorsque le déphasage de la température sinusoïdale augmente.

Dans les deuxième et troisième études, les résultats révèlent une amélioration du transfert de chaleur avec l'utilisation de nanoparticules de cuivre. De plus, l'augmentation du paramètre d'échange convectif (nombre de Biot) favorise également le transfert thermique.

Enfin, pour les deux dernières études, une détérioration du transfert de chaleur est observée lors de l'utilisation de nanoparticules d'alumine. Toutefois, le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de Rayleigh ainsi qu'avec les nombres de Biot appliqués aux surfaces chaude et froide.

**Mots clés :** Convection naturelle, nanofluide, méthode de Boltzmann sur réseau

# Study of the Thermal Convection of a Nanofluid in a Cavity

## Abstract

In this thesis, a numerical investigation of thermal convection in nanofluids within a square cavity subjected to various thermal boundary conditions is presented. Five distinct physical configurations of the cavity were examined.

The first configuration (Case A) consists of a square cavity inclined at  $45^\circ$  and filled with a copper–water nanofluid. Two opposite walls are maintained at a uniform hot temperature and a sinusoidally varying temperature, respectively, while the remaining two walls are adiabatic.

The second (Case B1) and third (Case B2) configurations involve a cavity filled with a copper–water nanofluid. In Case B1, the lower wall is subjected to a constant heat flux, while the upper wall exchanges heat with the external environment through convection. Case B2 corresponds to a forward rotation of Case B1 by an angle of  $\pi/2$ .

The final two configurations (Cases C1 and C2) concern cavities filled with an alumina–water nanofluid. In both cases, two opposite walls are subjected to hot and cold convective boundary conditions, while the remaining walls are adiabatic. Case C2 is obtained by rotating Case C1 forward by an angle of  $\pi/2$ .

The physical problem is solved numerically using the Lattice Boltzmann Method (LBM) implemented in FORTRAN. The numerical results show good qualitative agreement with the available literature. The effects of several key parameters are analyzed, including the Rayleigh number ( $Ra$ ), nanoparticle volume fraction ( $\Phi$ ), amplitude ( $A$ ), frequency ( $N$ ), and phase shift of the sinusoidal temperature ( $\varphi$ ), as well as the Biot number ( $Bi$ ).

For Case A, the results indicate that the average Nusselt number ( $Nu_m$ ) increases linearly and proportionally with the nanoparticle volume fraction. This enhancement in heat transfer is attributed to the improved effective thermal conductivity provided by the nanoparticles. In addition, heat transfer is further enhanced with increasing phase shift of the sinusoidal wall temperature.

For Cases B1 and B2, the use of copper nanoparticles leads to improved heat transfer. Moreover, increasing the Biot number enhances the thermal exchange at the boundaries, thereby improving heat transfer.

For Cases C1 and C2, the results reveal a reduction in heat transfer when alumina nanoparticles are used. However, the average Nusselt number increases with both the Rayleigh number and the Biot numbers associated with the hot and cold surfaces.

**Keywords:** Natural convection, nanofluid, lattice Boltzmann method

## دراسة الحمل الحراري لنانوفلويد داخل تجويف

### ملخص

في هذه الأطروحة، يتم تقديم بحث عددي حول الحمل الحراري لنانوفلويد في تجويف مربع يخضع لظروف حرارية مختلفة. تمت محاكاة خمس حالات فيزيائية متميزة للتجويف. الأولى (الحالة A) يتوافق مع تجويف مائل بزاوية 45 درجة مملوء بنانوفلويد النحاس / الماء، حيث يتم الحفاظ على الجدران المتقابلان على التوالي عند درجة حرارة ساخنة وعند درجة حرارة التوزيع المكاني الجيبي، والجدران الأخران عازلان للحرارة.

الدراسة الثانية (الحالة B1) والثالثة (الحالة B2) تتعلق بتجويف مملوء بالنانوفلويد نحاس / ماء. في الحالة B1، يتم تسخين الجدار السفلي بواسطة تدفق حراري ذو كثافة ثابتة ويتبادل الجدار العلوي الحرارة بالحمل الحراري مع المحيط الخارجي. تتوافق الحالة B2 مع دوران التجويف B1 بزاوية  $\pi/2$  في الاتجاه المباشر.

تناولت الدراستان الأخيرتان (الحالات C1 و C2) تجويفين مملوئين بالنانوفلويد ألومينيوم / ماء، والتي تتأثر جدرانها على التوالي بظروف حمل حراري ساخن وبارد، في حين أن الجدران الأخران عازلان للحرارة. تتوافق الحالة C2 مع دوران التجويف C1 بزاوية  $\pi/2$  في الاتجاه المباشر.

يتم حل المشكلة الفيزيائية عددياً بطريقة بولتزمان الشبكية (LBM) باستخدام لغة البرمجة FORTRAN. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها اتفاق نوعي جيد مع تلك الموجودة في الأدبيات. تمت دراسة تأثيرات المعلمات المختلفة ذات الصلة، مثل عدد راييلي ( $Ra$ )، ونسبة الحجم من الجزيئات النانوية ( $\Phi$ )، والسعة ( $A$ )، والتردد ( $N$ )، وانزياح الطور لدرجة الحرارة الجيبية ( $\varphi$ ) و عدد بيو ( $Bi$ ) على نقل الحرارة.

بالنسبة للدراسة الأولى، أظهرت النتائج أن متوسط عدد نسلت يزداد خطياً وتناسيباً مع الكسور الحجمية وان هذه الزيادة في انتقال الحرارة ترجع إلى تحسين التوصيل الحراري الفعال للجسيمات النانوية. كما يتحسن انتقال الحرارة مع زيادة انزياح طور درجة الحرارة الجيبية.

بالنسبة للدراسة الثانية والثالثة، أظهرت النتائج تحسناً في نقل الحرارة باستخدام جزيئات النحاس النانوية. كما أن الزيادة في معامل التبادل الحراري (عدد بيو) يعزز نقل الحرارة.

في الدراستين الأخيرتان، أظهرت النتائج تدهوراً في نقل الحرارة باستخدام جزيئات الألومينيوم النانوية. ومع ذلك، هناك تحسن في متوسط عدد نسلت مع زيادة عدد راييلي وأعداد بيو بالنسبة للسطح الساخن والبارد.

**الكلمات المفتاحية:** الحمل الحراري الطبيعي، النانوفلويد، طريقة بولتزمان الشبكية

## شكر وتقدير

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات.

أود أن أشكر الحاسن مزعاش، استاذ بجامعة سكيكدة، وعبد الغاني لعور، استاذ بجامعة جيجل، على توليها إشرافي على أطروحة الدكتوراه.

أتقدم بخالص الشكر لأعضاء لجنة المناقشة على تفضلهم بمناقشة هذا العمل.

وأخيرا أشكر كل من ساهم بشكل مباشر أو غير مباشر في إنجاز هذا العمل.

## Table des matières

|   |                             |
|---|-----------------------------|
| Résumé .....  | i                           |
| Abstract .....  | ii                          |
| ملخص .....  | iii                         |
| شكر وتقدير .....  | iv                          |
| Nomenclature .....  | vii                         |
| Liste des figures .....   | ix                          |
| Liste des tableaux .....  | Erreur ! Signet non défini. |
| Introduction générale .....                                     | 1                           |
| Chapitre I : Revue bibliographique .....                        | 3                           |
| I.1 Introduction .....  | 4                           |
| I.2 Revue bibliographique .....                                 | 4                           |
| I.3 Conclusion .....  | 8                           |
| Chapitre II : Formulation mathématique .....                    | 9                           |
| II.1 Introduction .....   | 10                          |
| II.2 Description du problème .....                              | 10                          |
| II.3 Hypothèses simplificatrices .....                          | 11                          |
| II.4.1 Equations de conservations .....                         | 12                          |
| II.4.2 Conditions aux limites .....                             | 13                          |
| II.5 Formulation adimensionnelle .....                          | 15                          |
| II.5.1 Equations de conservations .....                         | 15                          |
| II.5.2 Conditions aux limites adimensionnelles .....            | 16                          |
| II.6 Coefficients d'échange de la chaleur .....                 | 18                          |
| II.7 Conclusion .....   | 19                          |
| Chapitre III : Procédure numérique et validation .....          | 20                          |
| III.1 Introduction .....  | 21                          |
| III.2 Méthodologie LBM .....                                    | 21                          |
| III.3 Formulation LBM .....                                     | 22                          |
| III.4 Propriétés physiques en LBM .....                         | 23                          |
| III.5 Condition aux limites en LBM .....                        | 25                          |
| III.5.1 Conditions aux limites dynamiques .....                 | 25                          |
| III.5.2 Conditions aux limites thermiques .....                 | 25                          |
| III.6 Résolution numérique des équations LBM .....              | 28                          |
| III.7 Modèle de Boltzmann sur réseau pour les nanofluides ..... | 28                          |

|   |           |
|---|-----------|
| III.8 Indépendance du maillage .....  | 29        |
| III.9 Validations.....  | 29        |
| III.10 Conclusion .....   | 31        |
| <b>Chapitre IV : Etude de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité inclinée soumise à une température sinusoïdale .....</b>                 | <b>32</b> |
| IV.1 Introduction.....  | 33        |
| IV.2 Résultats et discussion .....  | 33        |
| IV.2.1 Lignes de courant et isothermes .....  | 33        |
| IV.2.2 Profils de vitesse et de température.....  | 38        |
| IV.2.3 Transfert de chaleur .....   | 39        |
| IV.3 Conclusion .....   | 42        |
| <b>Chapitre V : Etude de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité carrée chauffée par un flux de chaleur de densité constante.....</b>      | <b>42</b> |
| V.1 Introduction .....  | 43        |
| V.2 Résultats et discussion.....  | 43        |
| V.2.1 Cas B1 : Cavité chauffée par la paroi inférieure .....  | 43        |
| V.2.2 Cas B2 : Cavité chauffée par la paroi latérale .....  | 51        |
| V.3 Conclusion.....   | 59        |
| <b>Chapitre VI : Etude de la convection naturelle d'un nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau dans une cavité carrée chauffée par un flux convectif .....</b> | <b>61</b> |
| VI.1 Introduction.....  | 62        |
| VI.2 Résultats et discussions.....  | 62        |
| VI.2.1 Cas C1 : Cavité chauffée par la paroi inférieure .....   | 62        |
| VI.2.2 Cas C2 : Cavité chauffée par la paroi latérale .....   | 71        |
| VI.3 Conclusion .....   | 80        |
| <b>Conclusion générale .....</b>  | <b>82</b> |
| <b>Références .....</b>   | <b>84</b> |

## Nomenclature

| <b><i>Symbole</i></b>        | <b>Description</b>                                    | <b>Unité</b>       |
|------------------------------|---|--------------------|
| $a$                          | amplitude du profil sinusoïdal de température         | K                  |
| $A$                          | amplitude adimensionnelle du profil de température    | -                  |
| $Bi$                         | nombre de Biot  | -                  |
| $C_p$                        | chaleur spécifique à pression constante               | $J.kg^{-1}.K^{-1}$ |
| $c$                          | vitesse sur réseau                                    | $m.s^{-1}$         |
| $c_i$                        | vitesse discrète sur réseau                           | $m.s^{-1}$         |
| $c_s$                        | vitesse du son sur le réseau                          | $m.s^{-1}$         |
| $F$                          | force volumique                                       | $N.m^{-3}$         |
| $f_i$                        | fonction de distribution de densité                   | $kg.m^{-3}$        |
| $f_i^{eq}$                   | fonction de distribution de densité à l'équilibre     | $kg.m^{-3}$        |
| $g$                          | accélération gravitationnelle                         | $m.s^{-2}$         |
| $g_i$                        | fonction de distribution de température               | K                  |
| $g_i^{eq}$                   | fonction de distribution de température à l'équilibre | K                  |
| $h$                          | coefficient d'échange convectif                       | $W.m^{-2}.K^{-1}$  |
| $k$                          | conductivité thermique                                | $W.m^{-1}.K^{-1}$  |
| $L$                          | longueur de la cavité                                 | m                  |
| $N$                          | Nombre d'ondes adimensionnel du profil de température | -                  |
| $Nu$                         | nombre de Nusselt                                     | -                  |
| $M$                          | nombre de mailles                                     | -                  |
| $Ma$                         | nombre de Mach  | -                  |
| $P$                          | pression adimensionnelle                              | -                  |
| $p$                          | pression  | $N.m^{-2}$         |
| $Pr$                         | nombre de Prandtl                                     | -                  |
| $q$                          | densité de flux de chaleur                            | $W.m^{-2}$         |
| $Ra$                         | nombre de Rayleigh                                    | -                  |
| $T$                          | Température   | K                  |
| $t$                          | temps   | s                  |
| $U, V$                       | composantes adimensionnelles des vitesses             | -                  |
| $u$                          | Vecteur vitesse                                       | $m.s^{-1}$         |
| $X, Y$                       | coordonnées cartésiennes adimensionnelles             | -                  |
| $x$                          | Position spatiale                                     | m                  |
| <b><i>Symboles Grecs</i></b> |   |                    |
| $\alpha$                     | diffusivité thermique                                 | $m^2.s^{-1}$       |
| $\beta$                      | coefficient d'expansion thermique                     | $K^{-1}$           |
| $\gamma$                     | angle d'inclinaison                                   | °                  |
| $\varepsilon$                | Facteur de forme de la cavité                         | -                  |
| $\Delta T$                   | différence de température                             | K                  |
| $\Delta t$                   | pas de temps  | s                  |

|                      |   |                                  |
|----------------------|---|----------------------------------|
| $\Delta x, \Delta y$ | pas spatiaux                                    | m                                |
| $\theta$             | température adimensionnelle                     | -                                |
| $\mu$                | viscosité dynamique                             | $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ |
| $\nu$                | viscosité cinématique                           | $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$       |
| $\rho$               | masse volumique                                 | $\text{kg.m}^{-3}$               |
| $\tau_D$             | temps caractéristique de relaxation thermique   | s                                |
| $\tau_v$             | temps caractéristique de relaxation cinématique | s                                |
| $\varphi$            | déphasage                                       | rad                              |
| $\Phi$               | fraction volumique                              | -                                |
| $\omega_i$           | facteurs de pondération dans la direction $i$   | -                                |
| $\psi$               | fonction de courant                             | $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$       |

### Indices

|          |                          |
|----------|--------------------------|
| 1        | paroi chaude             |
| 2        | paroi froide             |
| $ch$     | chaude                   |
| $f$      | fluide                   |
| $fr$     | froide                   |
| $i$      | discret                  |
| $moy$    | moyen                    |
| $n, m$   | nœuds sur les frontières |
| $nf$     | nanofluide               |
| $p$      | particule                |
| $r$      | référence                |
| $\infty$ | milieu ambiant extérieur |

### Abréviations

|        |                                 |
|--------|---------------------------------|
| $CL_T$ | couche limite thermique         |
| LBM    | méthode de Boltzmann sur réseau |
| MDF    | méthode des différences finies  |
| MEF    | méthode des éléments finis      |
| MVF    | méthode des volumes finis       |
| NS     | Navier-Stokes                   |

### Note sur les unités :

« Dans LBM, les grandeurs sont généralement exprimées en **unités lattice (LU, adimensionnelles)**. Pour obtenir les unités physiques SI correspondantes, il suffit d'utiliser les conversions :

$$x_{phys} = x_{LU}\Delta x, \quad t_{phys} = t_{LU}\Delta t, \quad u_{phys} = u_{LU}\Delta u, \quad \rho_{phys} = \rho_{LU}\rho_0, \dots$$

## Liste des figures

|  |    |
|--|----|
| Figure I.1 : Différences entre les deux méthodologies numériques .....   | 7  |
| Figure II.1 : Géométrie et conditions aux limites du problème : Cas A.....   | 10 |
| Figure II.2 : Géométrie et conditions aux limites du problème : Cas B1, Cas B2 .....   | 11 |
| Figure II.3 : Géométrie et conditions aux limites du problème : Cas C1, Cas C2 .....   | 11 |
| Figure III.1 : Réseau $D_2Q_9$ à neuf vitesses .....   | 23 |
| Figure III.2 : Convergence du nombre de Nusselt moyen avec le raffinement de la grille.....  | 29 |
| Figure III.3 : Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre nos résultats numériques et ceux de Sharif et Taquiur [38]. Une source de chaleur est située sur la paroi inférieure de l'enceinte thermiquement isolée, tandis que les parois verticales sont maintenues à une température relativement basse ( $T_c$ )..... | 30 |
| Figure III.4 : Comparaison des isothermes obtenues à partir de nos résultats numériques et de ceux de Yıldız et al. [39] pour une cavité soumise à un flux thermique uniforme, la paroi inférieure étant refroidie par convection.....   | 30 |
| Figure III.5 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre le présent travail et les résultats expérimentaux de Hu et al. [40] .....  | 31 |
| Figure IV.1 : Lignes de courant et isothermes pour différents $Ra$ à $\Phi=6\%$ , $A=1$ , $N=2$ , $\varphi=0$ .....  | 34 |
| Figure IV.2 : Lignes de courant et isothermes pour différents $\Phi$ (Eau pure —, $\Phi = 2\%$ - - - , $\Phi = 4\%$ - · - et $\Phi = 6\%$ - · · -) pour $Ra = 10^5$ , $A=1$ , $N=2$ et $\varphi=0$ .....   | 36 |
| Figure IV.3 : Lignes de courant et isothermes pour différents $\varphi$ à $Ra = 10^5$ , $\Phi=6\%$ , $A=1$ et $N=2$ ... ..   | 37 |
| Figure IV.4 : Profils de la vitesse (U,V) pour ( $X=0.5, Y=0.5$ ) de la cavité pour différents $\Phi$ pour $Ra = 10^4$ , $10^5$ , $A=1, N=2$ et $\varphi=0$ .....  | 38 |
| Figure IV.5 : Profil de la température pour $Y=0.5$ de la cavité pour différents $\Phi$ pour $Ra = 10^4$ , $10^5$ , $A=1$ , $N=2$ et $\varphi=0$ .....   | 39 |
| Figure IV.6 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction de $\Phi$ pour différents $Ra$ (a) et pour différents $\varphi$ (b).. ..  | 40 |
| Figure IV.7 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction du $Ra$ pour différents $A$ (c) et pour différents $N$ (d) . ..   | 41 |
| Figure V.1 : Lignes de courant et isothermes pour différents $Ra$ pour l'eau pure et $Bi=0.1$ .....  | 45 |
| Figure V.2 : Lignes de courant et isothermes pour différents $\Phi$ (Eau pure —, $\Phi = 1\%$ ····· et $\Phi = 3\%$ - · - , avec $Ra = 10^5$ et $Bi=0.1$ .....   | 46 |
| Figure V.3 : Lignes de courant et isothermes pour différents $Bi$ à $Ra = 10^5$ et $\Phi=3\%$ .....  | 47 |
| Figure V.4 : Profils de la vitesse (U,V) pour ( $X=0.5, Y=0.5$ ) de la cavité pour différents $Ra$ pour l'eau pure et $Bi=0.1$ .....   | 48 |
| Figure V.5 : Profils de la vitesse (U,V) pour ( $X=0.5, Y=0.5$ ) de la cavité pour différents $\Phi$ pour $Ra = 10^5$ et $Bi=0.1$ .....  | 49 |
| Figure V.6 : Profils de la vitesse (U,V) pour ( $X=0.5, Y=0.5$ ) de la cavité pour différents $Bi$ pour $Ra = 10^5$ et $\Phi=3\%$ .....  | 49 |
| Figure V.7 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction du $Ra$ pour différents $\Phi$ à $Bi=0.1$ .....  | 50 |
| Figure V.8 : Variation de $\Phi$ en fonction de $Ra$ pour différents $Bi$ à $\Phi=3\%$ .....   | 51 |
| Figure V.9 : Lignes de courant et isothermes pour différents $Ra$ pour l'eau pure et $Bi=0.1$ .....  | 53 |

|   |    |
|---|----|
| Figure V.10 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $\Phi$ (Eau pure —, $\Phi = 1\%$ ····· et $\Phi = 3\%$ - · -) pour $Ra = 10^5$ et $Bi=0.1$ .....                                     | 54 |
| Figure V.11 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $Bi$ , $Ra = 10^5$ et $\Phi=3\%$ .....   | 55 |
| Figure V.12 : Profils de la vitesse (U,V) pour (X=0.5,Y=0.5) de la cavité pour différentes $Ra$ pour l'eau pure et $Bi=0.1$ .....   | 56 |
| Figure V.13 : Profils de la vitesse (U,V) pour (X=0.5,Y=0.5) de la cavité pour différentes $\Phi$ pour $Ra = 10^5$ et $Bi=0.1$ .....  | 56 |
| Figure V.14 : Profils de la vitesse (U,V) pour (X=0.5,Y=0.5) pour différentes $Bi$ pour $Ra = 10^5$ et $\Phi=3\%$ .....   | 57 |
| Figure V.15 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction du $Ra$ pour différentes $\Phi$ à $Bi=0.1$ .....   | 58 |
| Figure V.16 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction du $Ra$ pour différentes $Bi$ et $\Phi=3\%$ .....  | 58 |
| Figure VI.1 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $Ra$ à $\Phi=6\%$ , $Bi_1 = 0.5$ et $Bi_2 = 5$ .....   | 64 |
| Figure VI.2 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $\Phi$ (Eau pure —, $\Phi = 2\%$ - - -, $\Phi = 4\%$ - · - et $\Phi = 6\%$ -·· -) à $Ra = 10^5$ et $Bi_1 = 0.5$ et $Bi_2 = 5$ .....  | 65 |
| Figure VI.3 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $Bi_1$ pour $Ra=10^5$ , $\Phi=6\%$ et $Bi_2=5$ ... ..  | 66 |
| Figure VI.4 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $Bi_2$ pour $Ra = 10^5$ , $\Phi = 6\%$ et $Bi_1 = 0.5$ .....   | 67 |
| Figure VI.5 : Profils de la vitesse U et de la température pour X=0.5 de la cavité pour l'Alumine et l'eau pure à ( $Ra = 10^5$ , $Ra = 10^6$ ) et ( $Bi_1 = 0.5$ , $Bi_2 = 5$ ) .....              | 68 |
| Figure VI.6 : Profils de la vitesse U et de la température pour X=0.5 de la cavité pour différentes $Bi$ ( $Bi_1, Bi_2$ ) à $Ra = 10^5$ et $\Phi = 6\%$ .....                                       | 69 |
| Figure VI.7 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction du $Ra$ pour différentes $\Phi$ à $Bi_1 = 0.5$ et $Bi_2 = 5$ ..  | 70 |
| Figure VI.8 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction de $Ra$ pour différentes $Bi$ ( $Bi_1, Bi_2$ ) à $\Phi=6\%$ .....  | 71 |
| Figure VI.9 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $Ra$ à $\Phi=6\%$ , $Bi_1 = 0.5$ et $Bi_2 = 5$ ..  | 73 |
| Figure VI.10 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $\Phi$ (Eau pure —, $\Phi = 2\%$ - - -, $\Phi = 4\%$ - · - et $\Phi = 6\%$ -·· -) à $Ra = 10^5$ et $Bi_1 = 0.5$ et $Bi_2 = 5$ ..... | 74 |
| Figure VI.11 : Lignes de courant et isothermes pour différents $Bi_1$ à $Ra = 10^5$ , $\Phi = 6\%$ et $Bi_2 = 5$ .....  | 75 |
| Figure VI.12 : Lignes de courant et isothermes pour différentes $Bi_2$ à $Ra = 10^5$ , $\Phi = 6\%$ et $Bi_1 = 0.5$ .....   | 76 |
| Figure VI.13 : Profils de la vitesse V et de la température pour Y=0.5 de la cavité pour l'Alumine et l'eau pure à ( $Ra = 10^5$ , $10^6$ ) et ( $Bi_1 = 0.5$ , $Bi_2 = 5$ ) .....                  | 78 |
| Figure VI.14 : Profils de la vitesse V et de la température pour Y=0.5 de la cavité pour différentes $Bi$ ( $Bi_1, Bi_2$ ) à $Ra = 10^5$ et $\Phi = 6\%$ .....                                      | 78 |
| Figure VI.15 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction du $Ra$ pour différentes $\Phi$ à $Bi_1 = 0.5$ et $Bi_2 = 5$ .....  | 79 |
| Figure VI.16 : Variation du $Nu_{m_{ch}}$ en fonction du $Ra$ pour différentes $Bi$ ( $Bi_1, Bi_2$ ) à $\Phi=6\%$ .....   | 80 |

## Liste des tableaux

|   |    |
|---|----|
| Tableau II.1 : Propriétés thermophysiques du fluide de base et des nanoparticules [29]..... | 13 |
| Tableau III.1 : Grandeurs LBM [35] .....  | 24 |

# **Introduction générale**

Le transfert de chaleur par convection naturelle ou forcée dans les nanofluides joue un rôle essentiel dans de nombreux procédés industriels, tels que les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques ou encore les systèmes d'énergie solaire [1–3]. En conséquence, d'importants efforts de recherche et développement sont consacrés à l'étude du transfert de chaleur et de masse ainsi qu'à la caractérisation des propriétés thermiques des nanofluides.

Actuellement, plusieurs travaux se penchent sur le choix de méthodes numériques modernes adaptées à ces problématiques. Parmi elles, la méthode de Boltzmann sur réseau, ou Lattice Boltzmann Method (LBM), demeure la plus utilisée pour l'étude des phénomènes de transfert thermique dans les nanofluides, en raison de sa capacité à simuler des systèmes complexes avec une grande précision [3].

Cette thèse a pour objectif de simuler numériquement, à l'aide de la méthode LBM, le transfert thermique d'un nanofluide par convection dans des cavités soumises à différentes conditions aux limites thermiques, uniformes ou non uniformes.

L'étude est structurée en six chapitres :

Chapitre I : revue bibliographique sur la convection thermique dans des cavités présentant diverses configurations de conditions limites thermiques.

Chapitre II : présentation de la formulation du problème physique, des hypothèses simplificatrices, des équations de Navier–Stokes et de l'équation de transfert de chaleur, ainsi que des différentes conditions thermiques limites associées. Les principales grandeurs adimensionnelles y sont également définies.

Chapitre III : description de la simulation numérique basée sur la méthode LBM, incluant la procédure de calcul et la validation numérique.

Chapitre IV : présentation et analyse des résultats relatifs à l'étude de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité inclinée soumise à une distribution sinusoïdale de température.

Chapitres V et VI : exposition et discussion des résultats portant sur la convection naturelle de nanofluides dans une cavité carrée chauffée soit par convection, soit par un flux thermique de densité constante.

Enfin, les principales conclusions de ce travail sont présentées.

**Chapitre I :**  
**Revue bibliographique**

## **I.1 Introduction**

Dans cette revue bibliographique, nous présentons les travaux numériques relatifs à la convection thermique des nanofluides dans une cavité soumise à différents types de conditions aux limites thermiques. Nous commencerons par examiner le cas des conditions aux limites uniformes, avant d'aborder celui des conditions non uniformes. Nous présenterons ensuite la technique de simulation par la méthode LBM, ainsi que ses principaux avantages et limites. Enfin, les conclusions majeures de cette revue seront dégagées.

## **I.2 Revue bibliographique**

La convection thermique d'un nanofluide dans des cavités soumises à différentes conditions thermiques a fait l'objet de nombreuses investigations. La majorité de ces travaux ont montré que les caractéristiques physiques de la convection dans de telles configurations dépendent fortement des conditions thermiques imposées.

Concernant les conditions aux limites uniformes :

Khanafer et al. [2] ont étudié une cavité chauffée latéralement à température constante. Leur analyse a permis d'évaluer différents modèles de calcul des propriétés thermophysiques du nanofluide (densité, viscosité, coefficient d'expansion thermique). Ils ont également montré que l'ajout de nanoparticules en suspension améliore sensiblement le taux de transfert de chaleur.

Jou et Tzeng [4] ont mené une simulation numérique de la convection naturelle de nanofluides dans une enceinte chauffée par le côté, en utilisant la méthode des différences finies pour discrétiser les équations du modèle. Leurs résultats indiquent que l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticules renforce le transfert thermique.

Dans leur étude numérique portant sur une cavité remplie de nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ /eau chauffée latéralement, Ho et al. [5] ont montré que les modèles de viscosité dynamique du nanofluide, tels que le modèle de Brinkman ou la corrélation de Maïga, influencent de manière notable les prédictions du transfert de chaleur et de l'écoulement.

Kefayati et al. [3] ont examiné l'effet de nanoparticules de  $\text{SiO}_2$  sur l'amélioration du transfert thermique dans une cavité soumise à une température constante. Ils ont observé, pour une large gamme de nombres de Rayleigh et de rapports d'aspect, que le nombre de Nusselt moyen augmente avec la fraction volumique. De plus, le transfert de chaleur s'intensifie lorsque le rapport d'aspect de la cavité croît.

Nemati et al. [6] ont étudié numériquement, à l'aide de la méthode LBM, le transfert de chaleur par convection d'un nanofluide CuO-eau dans une cavité rectangulaire chauffée latéralement et soumise à un champ magnétique.

Oztop et Abu-Nada [7] ont simulé l'effet de différentes nanoparticules (Cu, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>3</sub>). Ils ont appliqué la technique MVF pour résoudre les équations régissant le transfert thermique par convection dans une cavité chauffée. Leurs résultats montrent que l'amélioration du transfert de chaleur est principalement due à l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique du nanofluide.

Sheikhzadeh et al. [8] ont utilisé des nanoparticules de cuivre dans une cavité partiellement chauffée. Ils ont observé que, pour des nombres de Rayleigh élevés, le nombre de Nusselt moyen atteint des valeurs significativement plus importantes.

Dans la même optique, Aminossadati et Ghasemi [9] ont examiné le transfert de chaleur par convection d'un nanofluide à base de nanoparticules de CuO dans une cavité chauffée par deux sources discrètes. Ils ont noté que la position des sources n'affecte pas significativement le transfert thermique, tandis que celui-ci augmente avec le nombre de Rayleigh et la fraction volumique.

À l'aide de la méthode MEF, Kadri et al. [10] ont étudié l'impact d'excitations oscillatoires sur la magnéto-convection dans une cavité remplie d'un nanofluide, dont les parois horizontales sont maintenues à des températures constantes. Les résultats ont révélé que l'inclinaison du champ magnétique oscillatoire influence fortement la dynamique convective.

Abu-Nada et al. [11] ont également conduit une étude numérique sur le transfert thermique par convection d'un nanofluide CuO dans une cavité dont la paroi supérieure était partiellement soumise à un flux de chaleur convectif. Ils ont montré que le transfert de chaleur est fortement influencé par le nombre de Rayleigh et la fraction volumique en nanoparticules.

Enfin, plusieurs autres travaux ont porté sur le transfert de chaleur par convection de nanofluides dans des cavités soumises à des conditions limites uniformes de type convectif ou à flux imposé. Parmi eux, on peut citer les études d'Aminossadati et Ghasemi [12], Nabavitatababayi et al. [13] et Nguyen et al. [14].

Concernant le second cas, celui des cavités soumises à des conditions aux limites non uniformes, plusieurs contributions peuvent être distinguées.

Oztop et al. [15] ont étudié une cavité inclinée remplie de nanofluides  $\text{TiO}_2$  et  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , soumise à des fluctuations sinusoïdales de température. Ils ont montré que l'ajout de nanoparticules influence significativement le champ de température et l'écoulement, en particulier pour de grands nombres de Rayleigh, et qu'il en résulte une amélioration notable du transfert thermique sur une plage de valeurs du nombre de Rayleigh.

Bouhaleb et Abbassi [16] ont conduit une simulation numérique du transfert thermique par convection d'un nanofluide  $\text{CuO}$  dans une cavité inclinée présentant une distribution sinusoïdale de température au niveau de la paroi latérale chaude.

De même, Sivasankaran et Pan [17], ainsi que Rahmati et al. [18], ont employé la méthode LBM pour analyser la convection thermique de nanofluides dans des cavités soumises à une température sinusoïdale.

Par ailleurs, Kefayati [19] et Jamei & Poshti [20] ont investigué, à l'aide de la méthode LBM, le transfert convectif de nanoparticules dans une cavité chauffée uniformément sur une paroi et refroidie via une distribution sinusoïdale de température sur l'autre paroi. Leurs résultats montrent que le transfert thermique augmente avec la fraction volumique et, pour certaines valeurs de la déviation de phase, une amélioration supplémentaire est observée.

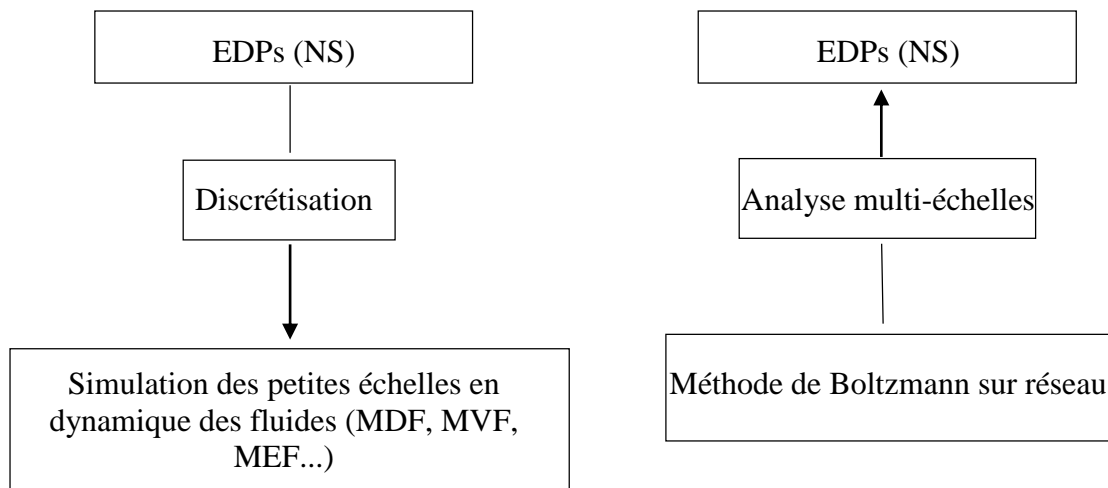
Dans un autre travail, Oztop et al. [21] ont étudié le transfert thermique par convection d'un nanofluide  $\text{CuO}$  dans une cavité inclinée soumise à un chauffage linéaire. Ils ont montré que, dans une cavité non inclinée, la non-uniformité de la température sur la paroi chaude induit la formation de petites cellules convectives près de la zone la moins chauffée. Ils ont également observé que l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules améliore le transfert thermique au sein de la cavité.

Mahmoudi et al. [22] ont exploré la magnétohydrodynamique du transfert thermique par convection d'un nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dans une cavité exposée à une distribution linéaire de température sur les parois verticales. Ils ont montré que le transfert thermique s'améliore avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, tandis qu'un nombre de Hartmann élevé réduit l'intensité du transfert. De plus, la direction du champ magnétique exerce une influence notable sur la dynamique thermique.

Dans la plupart des travaux évoqués précédemment, des méthodes numériques classiques telles que les méthodes des différences finies (MDF) ou des volumes finis (MVF) ont été utilisées.

Plus récemment, la méthode LBM s'est imposée comme une alternative efficace aux méthodes numériques conventionnelles pour la résolution des équations de Navier–Stokes. Le principe fondamental de LBM repose sur l'idée que le comportement macroscopique du fluide est indépendant des caractéristiques microscopiques réelles des particules qui le composent. Des particules fictives sont ainsi définies, dont les interactions et déplacements sur un réseau discret peuvent être simulés simplement. La méthode traite alors le système au niveau mésoscopique via une distribution de particules se déplaçant et entrant en collision dans un réseau, avant de recourir à une analyse multi-échelle pour retrouver les grandeurs macroscopiques.

La figure I.1 illustre la différence entre les approches conventionnelles de résolution des EDP et la méthodologie adoptée par la méthode LBM [23].



**Figure I.1** : Différences entre les deux méthodologies numériques.

La méthode LBM repose sur les principes de la physique statistique et de la théorie cinétique des gaz. Issue d'une forme discrétisée de l'équation de Boltzmann, cette approche se distingue par son caractère explicitement formulé et par plusieurs qualités majeures : précision, stabilité, efficacité, robustesse, capacité à traiter directement des géométries complexes et facilité de leur transposition en code numérique. Elle présente également des avantages en matière de localisation des données et, grâce à sa structure algorithmique, se prête particulièrement bien au calcul parallèle [24].

En raison de ces nombreux atouts, la méthode LBM a gagné en popularité ces dernières années pour la simulation de la dynamique des fluides et des problèmes de transfert de chaleur, s'imposant comme une alternative prometteuse aux méthodes numériques conventionnelles.

Toutefois, elle présente également certaines limites, notamment son incapacité à simuler des écoulements fortement compressibles, la nécessité d'études complémentaires sur le raffinement spatial et temporel, ainsi que des difficultés dans le traitement de certains cas instationnaires.

### **I.3 Conclusion**

Une étude bibliographique des principaux travaux consacrés au transfert de chaleur par convection de nanofluides dans des cavités soumises à des conditions thermiques uniformes et non uniformes a été présentée.

La revue met en évidence que les méthodes numériques employées dans la majorité des travaux sont essentiellement des méthodes classiques telles que la MDF, la MVF et la MEF. Par ailleurs, l'étude d'une cavité chauffée et/ou refroidie par un flux de chaleur constant ou convectif n'a, à ce jour, pas été analysée numériquement à l'aide de la méthode LBM.

Le présent travail de recherche est ainsi consacré à la simulation numérique du transfert de chaleur par convection d'un nanofluide dans une cavité carrée soumise à ces conditions thermiques encore inexploitées par LBM. De plus, le cas des conditions thermiques non uniformes sera également examiné dans cette étude.

**Chapitre II :**  
**Formulation mathématique**

## II.1 Introduction

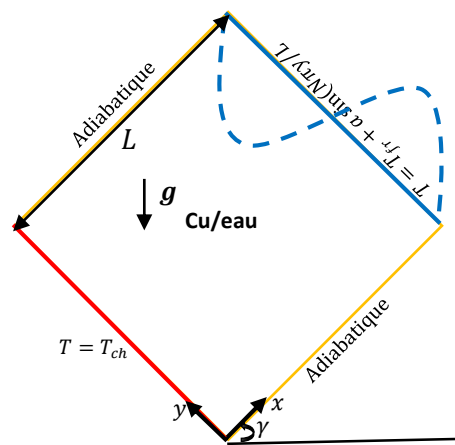
Dans ce chapitre, nous présentons le problème physique de la cavité étudiée, soumise à différentes conditions aux limites thermiques, ainsi que les hypothèses simplificatrices et la formulation mathématique adoptées. Nous introduisons ensuite les équations de base et les conditions aux limites sous leur forme adimensionnelle. Enfin, l'étude porte sur les mécanismes de transfert de chaleur et de mouvement associés à ce problème.

## II.2 Description du problème

La géométrie du problème étudié est illustrée à la figure II.1. Il s'agit d'une cavité carrée de côté  $L$ , remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticules. Les parois de la cavité sont soumises à différentes conditions thermiques aux limites.

Dans le cas A, la cavité remplie d'un nanofluide Cu/eau est inclinée de  $45^\circ$  par rapport au plan horizontal. Deux parois opposées sont maintenues respectivement à une température chaude uniforme  $T_{ch}$  et à une température froide présentant une distribution spatiale sinusoïdale, définie par  $T = T_{fr} + a \sin(N\pi y/L + \varphi)$

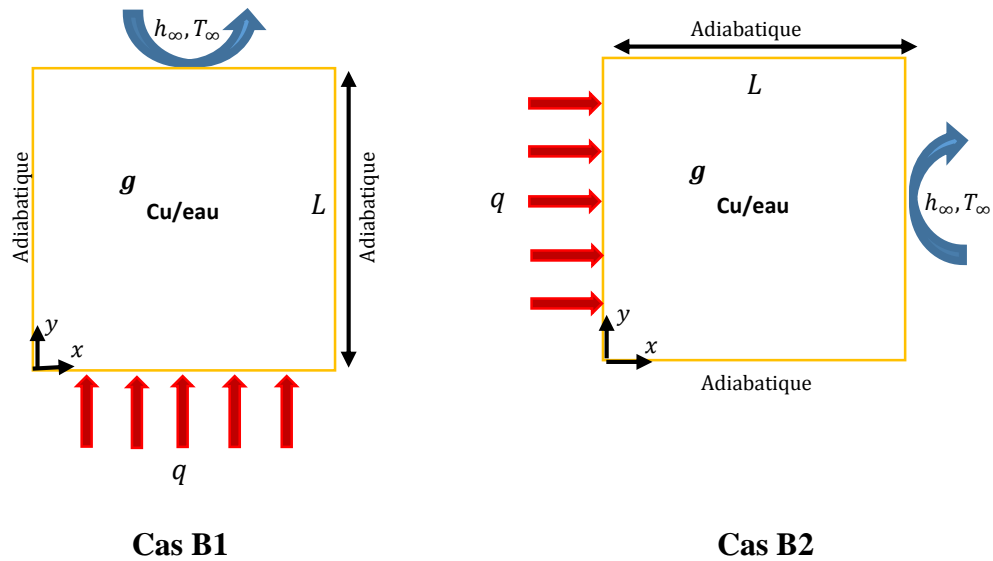
Les deux autres parois sont adiabatiques.



Cas A

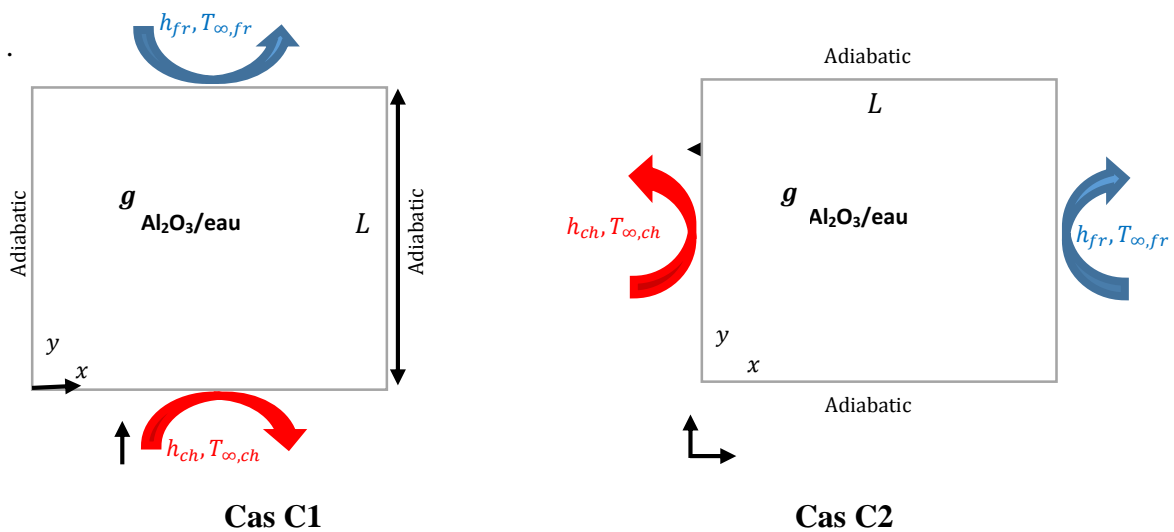
**Figure II.1 :** Géométrie et conditions aux limites du problème : Cas A.

Le cas B1 concerne une cavité horizontale remplie d'un nanofluide Cu/eau. La paroi inférieure est soumise à un flux de chaleur uniforme de densité  $q$ , tandis que la paroi supérieure est refroidie par convection avec le milieu ambiant à la température ( $T_\infty$ ). Le cas B2 correspond à une rotation de la cavité B1 d'un angle  $\pi/2$  dans le sens direct.



**Figure II.2 :** Géométrie et conditions aux limites du problème : Cas B1, Cas B2.

Pour le cas C1, la cavité est remplie d'un nanofluide  $Al_2O_3/eau$ . Les parois inférieure et supérieure de la cavité sont excitées respectivement par deux conditions convectives chaude ( $T_{\infty,c}$ ) et froide ( $T_{\infty,f}$ ). Les deux autres parois verticales sont considérées adiabatiques. Le cas C2 correspond à une rotation de la cavité C1 d'un angle  $\pi/2$  dans le sens direct



**Figure II.3 :** Géométrie et conditions aux limites du problème : Cas C1, Cas C2.

### II.3 Hypothèses simplificatrices

L'écoulement est supposé bidimensionnel, laminaire et stationnaire. Le nanofluide est considéré comme incompressible, newtonien et homogène. Les nanoparticules de cuivre ou d'alumine sont supposées en équilibre thermique avec le fluide de base, à savoir l'eau. L'effet de la dissipation visqueuse est jugé négligeable. Les propriétés thermophysiques du nanofluide

sont supposées constantes, à l'exception de la masse volumique, évaluée à l'aide de l'approximation de Boussinesq (tableau II.1).

## II.4 Formulation dimensionnelle

### II.4.1 Equations de conservations

Dans le cadre des hypothèses énoncées ci-dessus, les équations de NS et l'équation d'énergie s'écrivent [25] :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Equations de quantité de mouvement :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g \sin(\gamma) (T - T_r) \quad (\text{II.2})$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g \cos(\gamma) (T - T_r) \quad (\text{II.3})$$

Equation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

Les propriétés thermophysiques du nanofluide sont calculées comme suit [26] :

La masse volumique :

$$\rho_{nf} = \rho_f(1 - \Phi) + \rho_p \Phi \quad (\text{II.5})$$

La diffusivité thermique :

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (\text{II.6})$$

La chaleur spécifique :

$$(\rho C_p)_{nf} = (\rho C_p)_f(1 - \Phi) + (\rho C_p)_p \Phi \quad (\text{II.7})$$

La conductivité thermique effective du nanofluide est approximée par Maxwell [27] :

$$k_{nf} = k_f \frac{(k_p + 2k_f) - 2\Phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \Phi(k_f - k_p)} \quad (\text{II.8})$$

Le coefficient de compressibilité thermique du nanofluide :

$$(\rho\beta)_{nf} = (\rho\beta)_f(1 - \Phi) + (\rho\beta)_p \Phi \quad (\text{II.9})$$

La viscosité dynamique du nanofluide est donnée par Brinkman [28] :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\Phi)^{2.5}} \quad (\text{II.10})$$

**Tableau II.1** : Propriétés thermophysiques du fluide de base et des nanoparticules [29].

| Propriétés                             | Eau   | Cu   | Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> |
|--|-------|------|--------------------------------|
| $C_p$ (J/kg.K)                         | 4179  | 385  | 765                            |
| $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )            | 997.1 | 8933 | 3970                           |
| $k$ (W/m.K)                            | 0.613 | 401  | 40                             |
| $\beta \times 10^5$ (K <sup>-1</sup> ) | 21    | 1.67 | 0.85                           |

#### II.4.2 Conditions aux limites

**Cas A :**

À  $x = 0$  et  $0 \leq y \leq L$  :

$$u = v = 0 \quad (\text{II.11})$$

$$T = T_{ch} \quad (\text{II.12})$$

À  $y = 0$  ou  $y = L$  et  $0 \leq x \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.14})$$

À  $x = L$  et  $0 \leq y \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.15})$$

$$T = T_{fr} + a \sin((N\pi y)/L + \varphi) \quad (\text{II.16})$$

**Cas B1 :**

À  $y = 0$  et  $0 \leq x \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$q = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (\text{II.18})$$

À  $x = 0$  ou  $x = L$  et  $0 \leq y \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.19})$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.20})$$

À  $y = L$  et  $0 \leq x \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.21})$$

$$h_{\infty}(T - T_{\infty}) = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (\text{II.22})$$

**Cas B2 :**

À  $x = 0$  et  $0 \leq y \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.23})$$

$$q = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.24})$$

À  $y = 0$  ou  $y = L$  et  $0 \leq x \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.25})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.26})$$

À  $x = L$  et  $0 \leq y \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.27})$$

$$h_{\infty}(T - T_{\infty}) = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.28})$$

**Cas C1 :**

À  $y = 0$  et  $0 \leq x \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.29})$$

$$h_{ch}(T_{\infty, ch} - T) = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (\text{II.30})$$

À  $x = 0$  ou  $x = L$  et  $0 \leq y \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.31})$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.32})$$

À  $y = L$  et  $0 \leq x \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.33})$$

$$h_{fr}(T - T_{\infty, fr}) = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (\text{II.34})$$

**Cas C2 :**

À  $x = 0$  et  $0 \leq y \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.35})$$

$$h_{ch}(T_{\infty,ch} - T) = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.36})$$

À  $y = 0$  ou  $y = L$  et  $0 \leq x \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.37})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.38})$$

À  $x = L$  et  $0 \leq y \leq L$

$$u = v = 0 \quad (\text{II.39})$$

$$h_{fr}(T - T_{\infty,fr}) = -k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.40})$$

**II.5 Formulation adimensionnelle**

Les paramètres caractéristiques sont [25] :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{uL}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_f}, \quad P = \frac{L^2}{\rho_{nf}\alpha_f^2} p \quad (\text{II.41})$$

Le choix de la température adimensionnelle se fait à partir des paramètres de références qui caractérisent les conditions aux limites thermiques de la cavité.

Pour le cas A :

$$\theta = \frac{T - T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}} \quad (\text{II.42})$$

Pour les cas B1 et B2 :

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{\frac{qL}{k_f}} \quad (\text{II.43})$$

Pour les cas C1 et C2 :

$$\theta = \frac{T - T_{\infty,fr}}{T_{\infty,ch} - T_{\infty,fr}} \quad (\text{II.44})$$

**II.5.1 Equations de conservations**

En introduisant les paramètres définis ci-dessus dans les équations dimensionnelles on aura:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.45})$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{PrRa} \sin(\gamma) \theta \quad (\text{II.46})$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{PrRa} \cos(\gamma) \theta \quad (\text{II.47})$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II.48})$$

Avec :  $\text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$

Cas A :

$$\text{Ra} = \frac{g\beta(T_{ch}-T_{fr})L^3}{\nu_f\alpha_f} \quad (\text{II.49})$$

Cas B1 et B2 :

$$\text{Ra} = \frac{g\beta q L^4}{\nu_f\alpha_f k_f} \quad (\text{II.50})$$

Cas C1 et C2 :

$$\text{Ra} = \frac{g\beta(T_{\infty, ch}-T_{\infty, fr})L^3}{\nu_f\alpha_f} \quad (\text{II.51})$$

## II.5.2 Conditions aux limites adimensionnelles

**Cas A :**

À  $X = 0$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.52})$$

$$\theta = 1 \quad (\text{II.53})$$

À  $Y = 0$  ou  $Y = L$  et  $0 \leq X \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.54})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.55})$$

À  $X = L$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.56})$$

$$\theta = A \sin(N\pi Y + \varphi) \quad (\text{II.57})$$

**Cas B1 :**

À  $Y = 0$  et  $0 \leq X \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.58})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -1 \quad (\text{II.59})$$

À  $X = 0$  ou  $X = L$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.60})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (\text{II.61})$$

À  $Y = L$  et  $0 \leq X \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.62})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\text{Bi}\theta \quad (\text{II.63})$$

**Cas B2 :**

À  $X = 0$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.64})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = -1 \quad (\text{II.65})$$

À  $Y = 0$  ou  $Y = L$  et  $0 \leq X \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.66})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.67})$$

À  $X = L$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.68})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = -\text{Bi}\theta \quad (\text{II.69})$$

**Cas C1 :**

À  $Y = 0$  et  $0 \leq X \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.70})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\text{Bi}_1(-\theta + 1) \quad (\text{II.71})$$

À  $X = 0$  ou  $X = L$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.72})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (\text{II.73})$$

À  $Y = L$  et  $0 \leq X \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.74})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\text{Bi}_2 \theta \quad (\text{II.75})$$

**Cas C2 :**

À  $X = 0$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.76})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = -\text{Bi}_1(-\theta + 1) \quad (\text{II.77})$$

À  $Y = 0$  ou  $Y = L$  et  $0 \leq X \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.78})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.79})$$

À  $X = L$  et  $0 \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 \quad (\text{II.80})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = -\text{Bi}_2 \theta \quad (\text{II.81})$$

## II.6 Coefficients d'échange de la chaleur

Le taux du transfert thermique est obtenu à partir du calcul du nombre de Nusselt.

Le nombre de Nusselt pariétal  $Nu_{\text{pariétal}}$  est [30] :

$$Nu_{\text{pariétal}} = - \left( \frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \Big|_{\text{paroi}} \quad (\text{II.82})$$

$\eta$  désigne la normale à la paroi ( $X$  ou  $Y$ ).

Une intégration d'équation (II.82) permet d'obtenir le nombre de Nusselt moyen  $Nu_{\text{moy}}$  comme suit :

$$Nu_{\text{moy}} = \frac{1}{S} \int_0^1 Nu_{\text{pariétal}} dS \quad (\text{II.83})$$

$dS$  désigne l'élément de surface de la paroi

## **II.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, le problème physique étudié ainsi que les équations fondamentales associées ont été présentés. Les conditions aux limites thermiques correspondant aux différents cas analysés ont également été formulées.

Le chapitre suivant sera consacré aux détails des simulations numériques de la convection thermique des nanofluides, réalisées par la méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) pour les diverses configurations thermiques considérées.

**Chapitre III :**  
**Procédure numérique et validation**

### III.1 Introduction

À l'instar de la majorité des outils numériques classiques utilisés pour résoudre les problèmes de mécanique des fluides et de transfert thermique (MDF, MVF, MEF, etc.), la méthode LBM se distingue comme une approche particulièrement efficace pour la simulation de phénomènes physiques complexes.

Dans ce chapitre, nous présentons une étude numérique de la convection naturelle de nanofluides dans une cavité carrée soumise à diverses conditions thermiques, en utilisant la méthode LBM, notamment pour des conditions aux limites uniformes et non uniformes.

Enfin, la validation de notre code de calcul sera effectuée par comparaison des résultats obtenus avec ceux disponibles dans la littérature.

### III.2 Méthodologie LBM

La méthode LBM constitue une approche intéressante pour simuler le problème physique étudié, à savoir la convection thermique des nanofluides dans une cavité soumise à différents types de conditions aux limites thermiques. Contrairement aux outils numériques classiques, LBM ne se concentre pas sur l'évolution globale des grandeurs macroscopiques du fluide, telles que la densité ou la vitesse.

Elle s'intéresse plutôt au comportement microscopique du fluide et à l'évolution des particules qui le composent. Le lien entre les échelles macroscopique et mésoscopique est établi grâce au développement de Chapman-Enskog [31]. En effet, l'équation de Boltzmann décrit l'évolution spatiale et temporelle d'une fonction représentant la distribution des particules possédant une vitesse donnée à une position et à un instant précis.

Contrairement aux modèles traditionnels, la fonction de distribution unique des particules peut être utilisée pour exprimer directement les grandeurs macroscopiques. Cette approche permet ainsi de résoudre des équations aux dérivées partielles complexes, telles que les équations de Navier-Stokes ou l'équation de la chaleur, à l'aide de simples calculs arithmétiques. De plus, la mise en œuvre des conditions aux limites se fait généralement à l'aide de règles relativement simples, ce qui rend la méthode facilement applicable à notre problème avec différentes configurations thermiques [32].

Enfin, dans le présent travail, toutes les simulations sont effectuées en utilisant la méthode LBM.

### III.3 Formulation LBM

Pour simuler l'écoulement et le transfert de chaleur dans le domaine physique spécifié, la méthode LBM utilise deux fonctions de distribution,  $f$  et  $g$ , caractérisant respectivement l'écoulement et la température. Nous adoptons le schéma bidimensionnel D<sub>2</sub>Q<sub>9</sub> dans la simulation numérique (figure III.3). La discrétisation de ces deux fonctions de distribution,  $f$  et  $g$ , a été décrite par Hasnaoui [33].

Pour le champ d'écoulement :

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{\tau_v} [f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - f_i(\mathbf{x}, t)] + \Delta t \mathbf{c}_i \mathbf{F} \quad (\text{III.1})$$

Pour le champ de température :

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) + \frac{\Delta t}{\tau_d} [g_i^{eq}(\mathbf{x}, t) - g_i(\mathbf{x}, t)] \quad (\text{III.2})$$

Où  $\mathbf{c}_i = (c_{ix}, c_{iy})$  est la vitesse discrète de la particule située en  $\mathbf{x} = (x, y)$ ,  $\Delta t$  est le pas de temps et  $\mathbf{F}$  est la force externe. Les paramètres  $\tau_v$  et  $\tau_d$  représentent respectivement les temps de relaxation de l'écoulement et de température.

Les fonctions de distribution à l'équilibre  $f_i^{eq}$  et  $g_i^{eq}$  sont exprimées comme suit :

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c_s^4} - \frac{1}{2} \frac{u^2}{c_s^2} \right] \quad (\text{III.3})$$

$$g_i^{eq} = w_i T \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} \right] \quad (\text{III.4})$$

Le terme de force externe est défini par :

Pour le cas A :

$$\mathbf{F} = 3\omega_i \rho \beta \mathbf{g} (T(\mathbf{x}, t) - T_r) \quad (\text{III.5})$$

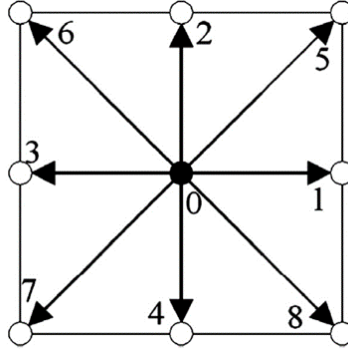
Où  $\mathbf{g}$ , est l'accélération gravitationnelle :

$$\begin{cases} \text{Cas A : } \mathbf{g} = (-g \sin(\gamma), -g \cos(\gamma)) \\ \text{Cas B1, B2 et C1, C2 : } \mathbf{g} = (0, -g) \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

La viscosité cinématique  $\nu$  et la diffusivité thermique  $\alpha$  sont liées au temps de relaxation par les deux relations suivantes [34] :

$$\nu = \left[ \tau_v - \frac{1}{2} \right] c_s^2 \Delta t \quad \text{et} \quad \alpha = \left[ \tau_d - \frac{1}{2} \right] c_s^2 \Delta t \quad (\text{III.7})$$

Avec la vitesse du son  $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$ .



**Figure III.1 :** Réseau  $D_2Q_9$  à neuf vitesses.

La figure III.1 représente le modèle  $D_2Q_9$ , à deux dimensions et neuf vitesses discrètes. Les vitesses discrètes de ce modèle sont définies par [34] :

$$\mathbf{c}_i = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ c \left( \cos \left[ \frac{(i-1)\pi}{2} \right], \sin \left[ \frac{(i-1)\pi}{2} \right] \right) & i = 1 - 4 \\ c\sqrt{2} \left( \cos \left[ (i-5)\pi/2 + \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (i-5)\pi/2 + \frac{\pi}{4} \right] \right) & i = 5 - 8 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Où  $c = \Delta x / \Delta t$ ,  $\Delta x$  le paramètre de pas du réseau, et les facteurs des pondérations sont exprimés par [34] :

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1 - 4 \\ 1/36 & i = 5 - 8 \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

Finalement, les quantités macroscopiques telles que la masse volumique  $\rho$ , la vitesse  $\mathbf{u}$  et la température  $T$  sont les suivantes [34] :

$$\begin{cases} \rho(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \\ \rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}_i \\ T(\mathbf{x}, t) = \sum_i g_i(\mathbf{x}, t) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

### III.4 Propriétés physiques en LBM

Comme la plupart des méthodes de dynamique des fluides et de transfert thermique, la méthode LBM repose sur l'utilisation de grandeurs adimensionnelles. Cela permet d'exprimer le modèle de Boltzmann sur réseau sous une forme adimensionnelle. Les grandeurs utilisées dans LBM sont présentées dans le tableau suivant :

**Tableau III.1** : Grandeurs LBM [35].

| Grandeur physique  | Grandeur LBM  | Valeur LBM                                   |
|--|---|--|
| Vitesse sur réseau   | $c \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t}$                        | 1  |
| Vitesses discrètes sur réseau                                | $c_i$   | [1 0 0 1 0 -1 1 1<br>0 0 -1 1 -1 -1 1 -1 0]  |
| Vitesse du son   | $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$                                  | $\frac{1}{\sqrt{3}}$                         |
| Force externe  | $\mathbf{F} = 3\omega_i\rho\beta\mathbf{g}(T(x,t) - T_r)$   | -  |
| Fonctions discrètes des distributions dynamique et thermique | $f_i$ et $g_i$  | -  |
| Fonctions à l'équilibre                                      | $f_i^{eq}$ et $g_i^{eq}$                                    | -  |
| Vitesse d'écoulement   | $u \equiv \sqrt{g\beta\Delta TM}$                           | -  |
| Diffusivité thermique  | $\alpha = \left[\tau_D - \frac{1}{2}\right] c_s^2 \Delta t$ | -  |
| Pas de temps   | $\Delta t$  | 1  |
| Pas spatial  | $\Delta x = \Delta y$                                       | 1  |
| Viscosité cinématique  | $\nu = \left[\tau_v - \frac{1}{2}\right] c_s^2 \Delta t$    | -  |
| Masse volumique  | $\rho = \frac{p}{c_s^2}$                                    | -  |
| pression   | $p = \rho c_s^2$  | -  |
| Temps de relaxation thermique                                | $\tau_D = 3\alpha + \frac{1}{2}$                            | -  |
| Temps de relaxation dynamique                                | $\tau_v = 3\nu + \frac{1}{2}$                               | -  |
| Facteurs de pondération                                      | $w_i$   | [4/9 1/9 1/9 1/9 1/9<br>1/36 1/36 1/36 1/36] |

### III.5 Condition aux limites en LBM

#### III.5.1 Conditions aux limites dynamiques

Les conditions aux limites de rebond sont définies comme suit [36] :

Pour tous les cas :

La face nord :

$$f_{4,m} = f_{2,m}, \quad f_{7,m} = f_{5,m}, \quad f_{8,m} = f_{6,m} \quad (\text{III.11})$$

La face sud :

$$f_{2,0} = f_{4,0}, \quad f_{5,0} = f_{7,0}, \quad f_{6,0} = f_{8,0} \quad (\text{III.12})$$

La face est :

$$f_{3,n} = f_{1,n}, \quad f_{7,n} = f_{5,n}, \quad f_{6,n} = f_{8,n} \quad (\text{III.13})$$

La face ouest :

$$f_{1,0} = f_{3,0}, \quad f_{5,0} = f_{7,0}, \quad f_{8,0} = f_{6,0} \quad (\text{III.33})$$

Où  $m$  et  $n$  sont les nœuds sur les frontières.

#### III.5.2 Conditions aux limites thermiques

##### III.5.2.1 Cas des conditions aux limites non uniformes

Dans ce cas, nous appliquons la méthode LBM aux conditions aux limites, qu'il s'agisse d'une température constante ou sinusoïdale. Les fonctions de distribution sont définies comme suit :

Cas A :

Pour la paroi chauffée [36] :

$$g_1 = 1 \times (\omega_1 + \omega_3) - g_3 \quad (\text{III.14})$$

$$g_5 = 1 \times (\omega_5 + \omega_7) - g_7 \quad (\text{III.15})$$

$$g_8 = 1 \times (\omega_8 + \omega_6) - g_6 \quad (\text{III.16})$$

Pour la paroi refroidie [19] :

$$g_3 = A \sin(N\pi Y + \varphi) \times (\omega_3 + \omega_1) - g_1 \quad (\text{III.17})$$

$$g_7 = A \sin(N\pi Y + \varphi) \times (\omega_7 + \omega_5) - g_5 \quad (\text{III.18})$$

$$g_6 = A \sin(N\pi Y + \varphi) \times (\omega_6 + \omega_8) - g_8 \quad (\text{III.19})$$

### III.5.2.2 Cas des conditions aux limites uniformes, soit un flux de chaleur de densité constante ou une condition convective

Dans le cas d'une condition de flux de chaleur imposé, nous appliquons pour la première fois la méthode de Boltzmann. L'implémentation de ces conditions pour la température se traduit comme suit :

Cas B1 :

Pour la paroi chauffée :

$$g_{2,0} = -g_{4,0} + (-q/k_{nf})(\omega_2 + \omega_4) + g_{2,1} + g_{4,1} \quad (\text{III.20})$$

$$g_{5,0} = -g_{7,0} + (-q/k_{nf})(\omega_5 + \omega_7) + g_{5,1} + g_{7,1} \quad (\text{III.21})$$

$$g_{6,0} = -g_{8,0} + (-q/k_{nf})(\omega_6 + \omega_8) + g_{6,1} + g_{8,1} \quad (\text{III.22})$$

Pour la paroi refroidie :

$$g_{4,m} = (-Bi * \theta)(\omega_4 + \omega_2) - g_{2,m} + g_{4,m-1} + g_{2,m-1} \quad (\text{III.23})$$

$$g_{8,m} = (-Bi * \theta)(\omega_8 + \omega_6) - g_{6,m} + g_{8,m-1} + g_{6,m-1} \quad (\text{III.24})$$

$$g_{7,m} = (-Bi * \theta)(\omega_7 + \omega_5) - g_{5,m} + g_{7,m-1} + g_{5,m-1} \quad (\text{III.25})$$

Cas B2 :

Pour la paroi chauffée :

$$g_{1,0} = -g_{3,0} + (-q/k_{nf})(\omega_1 + \omega_3) + g_{1,1} + g_{3,1} \quad (\text{III.26})$$

$$g_{5,0} = -g_{7,0} + (-q/k_{nf})(\omega_5 + \omega_7) + g_{5,1} + g_{7,1} \quad (\text{III.27})$$

$$g_{8,0} = -g_{6,0} + (-q/k_{nf})(\omega_8 + \omega_6) + g_{8,1} + g_{6,1} \quad (\text{III.28})$$

Pour la paroi refroidie :

$$g_{3,n} = (-Bi * \theta)(\omega_3 + \omega_1) - g_{1,n} + g_{3,n-1} + g_{1,n-1} \quad (\text{III.29})$$

$$g_{7,n} = (-Bi * \theta)(\omega_7 + \omega_5) - g_{5,n} + g_{7,n-1} + g_{5,n-1} \quad (\text{III.30})$$

$$g_{6,n} = (-Bi * \theta)(\omega_6 + \omega_8) - g_{8,n} + g_{6,n-1} + g_{8,n-1} \quad (\text{III.31})$$

### III.5.2.3 Cas des conditions aux limites convectives

Pour ces conditions thermiques, nous appliquons également, pour la première fois, la méthode LBM aux conditions aux limites convectives. L'application de ces conditions se fait sur deux parois d'une cavité : l'une est chauffée par un flux de chaleur convectif ( $T_{\infty,ch}, h_{ch}$ ) et l'autre est refroidie par un flux de chaleur convectif ( $T_{\infty,fr}, h_{fr}$ ). L'implémentation de ces conditions pour la température s'effectue comme suit :

Cas C1 :

Pour la paroi chauffée :

$$g_{2,0} = -g_{4,0} - Bi_1(1 - \theta)(\omega_2 + \omega_4) + g_{2,1} + g_{4,1} \quad (III.32)$$

$$g_{5,0} = -g_{7,0} - Bi_1(1 - \theta)(\omega_5 + \omega_7) + g_{5,1} + g_{7,1} \quad (III.33)$$

$$g_{6,0} = -g_{8,0} - Bi_1(1 - \theta)(\omega_6 + \omega_8) + g_{6,1} + g_{8,1} \quad (III.34)$$

Pour la paroi refroidie :

$$g_{4,m} = (-Bi_2 * \theta)(\omega_4 + \omega_2) - g_{2,m} + g_{4,m-1} + g_{2,m-1} \quad (III.35)$$

$$g_{8,m} = (-Bi_2 * \theta)(\omega_8 + \omega_6) - g_{6,m} + g_{8,m-1} + g_{6,m-1} \quad (III.36)$$

$$g_{7,m} = (-Bi_2 * \theta)(\omega_7 + \omega_5) - g_{5,m} + g_{7,m-1} + g_{5,m-1} \quad (III.37)$$

Cas C2 :

Pour la paroi chauffée :

$$g_{1,0} = -g_{3,0} - Bi_1(1 - \theta)(\omega_1 + \omega_3) + g_{1,1} + g_{3,1} \quad (III.38)$$

$$g_{5,0} = -g_{7,0} - Bi_1(1 - \theta)(\omega_5 + \omega_7) + g_{5,1} + g_{7,1} \quad (III.39)$$

$$g_{8,0} = -g_{6,0} - Bi_1(1 - \theta)(\omega_8 + \omega_6) + g_{8,1} + g_{6,1} \quad (III.40)$$

Pour la paroi refroidie :

$$g_{3,n} = (-Bi_2 * \theta)(\omega_3 + \omega_1) - g_{1,n} + g_{3,n-1} + g_{1,n-1} \quad (III.41)$$

$$g_{7,n} = (-Bi_2 * \theta)(\omega_7 + \omega_5) - g_{5,n} + g_{7,n-1} + g_{5,n-1} \quad (III.42)$$

$$g_{6,n} = (-Bi_2 * \theta)(\omega_6 + \omega_8) - g_{8,n} + g_{6,n-1} + g_{8,n-1} \quad (III.43)$$

Certains détails mathématiques relatifs à l'application de la méthode LBM aux conditions aux limites uniformes, qu'il s'agisse d'un flux de chaleur de densité constante ou convectif, sont présentés par Mohamad [35].

Pour les parois adiabatiques, nous appliquons les conditions aux limites de rebond [36] :

Pour les parois verticales :

$$g_{3,n} = g_{3,n-1}, \quad g_{7,n} = g_{7,n-1}, \quad g_{6,n} = g_{6,n-1} \quad (III.44)$$

Pour les parois gauches :

$$g_{1,0} = g_{1,1}, \quad g_{5,0} = g_{5,1}, \quad g_{8,0} = g_{8,1} \quad (III.45)$$

Pour les parois supérieures :

$$g_{4,m} = g_{4,m-1}, \quad g_{7,m} = g_{7,m-1}, \quad g_{8,m} = g_{8,m-1} \quad (III.46)$$

Pour les parois inférieures :

$$g_{2,0} = g_{2,1}, \quad g_{5,0} = g_{5,1}, \quad g_{6,0} = g_{6,1} \quad (III.47)$$

### III.6 Résolution numérique des équations LBM

La méthode LBM est mise en œuvre selon un processus en deux étapes : la collision et la propagation. Afin de prévenir l'apparition d'instabilités non physiques et de garantir le respect de l'incompressibilité, la viscosité est déterminée en fonction du nombre de Mach ( $Ma = 0,1$ ), tandis que les paramètres du nombre de Prandtl et du nombre de Rayleigh sont fixés [34] :

$$\nu = \sqrt{\frac{Ma^2 M^2 Pr c_s^2}{Ra}} \quad (III.48)$$

Où  $M$  est le nombre de mailles dans la direction  $y$ . Les nombres des Rayleigh et de Prandtl sont définis respectivement par

$$\begin{cases} \text{Cas A : } Ra = \frac{g\beta(T_{ch}-T_{fr})M^3}{\nu_f \alpha_f} \\ \text{Cas B1, B2 : } Ra = \frac{g\beta q M^4}{\nu_f \alpha_f k_f} \\ \text{Cas C1, C2 : } Ra = \frac{g\beta(T_{\infty, ch}-T_{\infty, fr})M^3}{\nu_f \alpha_f} \end{cases} ; \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} . \quad (III.48)$$

Finalement, la viscosité et la diffusivité thermique obtenues sont utilisées pour trouver les valeurs des temps de relaxation.

### III.7 Modèle de Boltzmann sur réseau pour les nanofluides

Pour identifier le phénomène de transfert thermique dans les nanofluides, il est essentiel de comprendre le comportement thermophysique associé à leur mouvement. La présence de nanoparticules entraîne une modification de l'équation LBM du fluide de base, affectant ainsi ses propriétés thermophysiques.

La conversion des unités physiques en unités LBM revêt une importance particulière, notamment lors de la résolution d'un problème lié aux nanofluides à l'aide de la méthode LBM. Cette conversion s'effectue en utilisant les valeurs relatives des caractéristiques des nanoparticules et du fluide [37] :

$$\rho_p = r_\rho \rho_f , \beta_p = r_\beta \beta_f , k_p = r_k k_f \text{ and } C_{P_p} = r_{C_P} C_{P_f} \quad (III.49)$$

Les nouvelles valeurs sont déterminées par les formules suivantes :

$$\beta_{nf} = \frac{((1-\Phi)+\Phi r_\rho r_\beta)}{((1-\Phi)+\Phi r_\rho)} \quad (III.50)$$

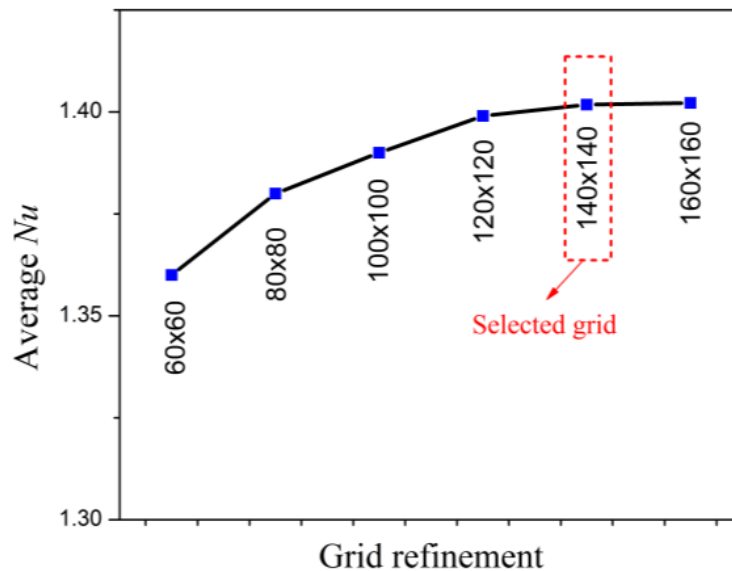
$$\tau_{vnf} = \frac{1}{2} + \frac{\tau_{vf}^{-\frac{1}{2}}}{(1-\Phi)^{2.5}[(1-\Phi)+\Phi r_\rho]} \quad (III.51)$$

$$\tau_{Dnf} = \frac{1}{2} + \left( \tau_{Df} - \frac{1}{2} \right) \frac{r_k + 2 - 2\Phi(1-r_k)}{[r_k + 2 + \Phi(1-r_k)][1 - \Phi + \Phi(r_\rho r_{cp})]} \quad (\text{III.52})$$

La modification des propriétés thermophysiques des nanofluides entraîne automatiquement des ajustements des autres paramètres physiques de la simulation, tels que les nombres adimensionnels...

### III.8 Indépendance du maillage

La figure III.2 illustre la variation du nombre de Nusselt ( $Nu_m$ ) en fonction du raffinement du maillage (60×60, 80×80, 100×100, 120×120, 140×140 et 160×160). Il a été constaté que le maillage retenu pour l'ensemble des calculs est de 140×140. Son efficacité réside dans sa capacité à fournir des résultats précis tout en minimisant le temps de calcul.

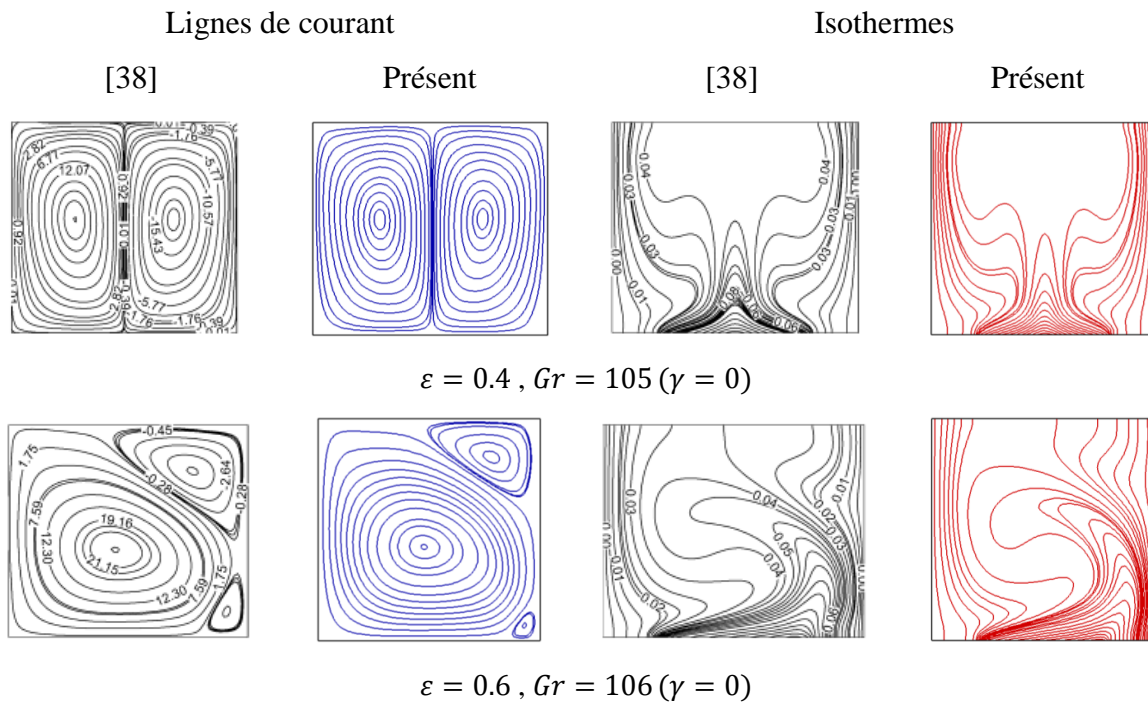


**Figure III.2 :** Convergence du nombre de Nusselt moyen avec le raffinement de la grille.

L'implémentation du programme LBM a été effectuée sur un ordinateur portable personnel en utilisant le langage FORTRAN. La restitution des résultats a été réalisée à l'aide des logiciels TECPLOT et ORIGIN.

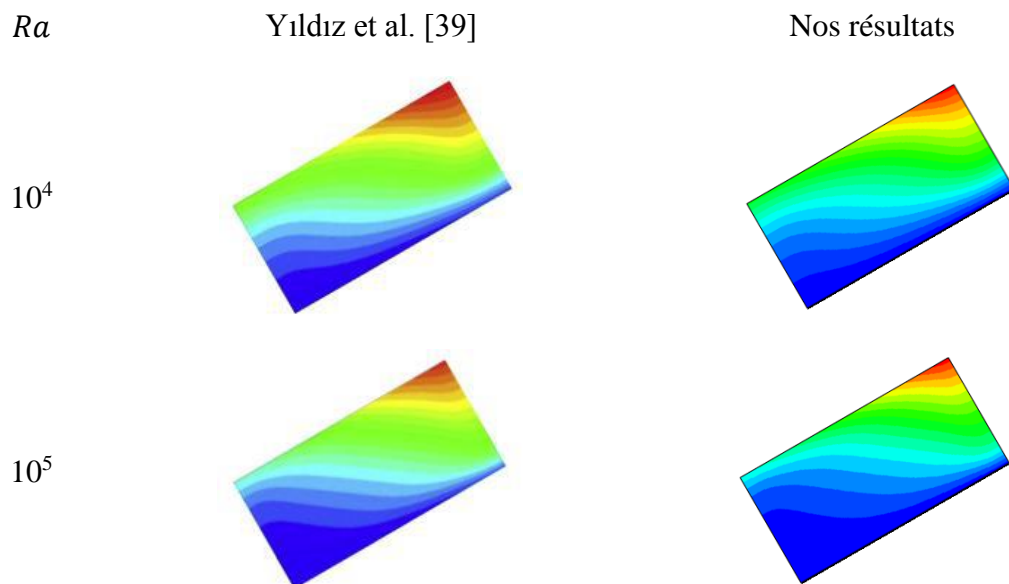
### III.9 Validations

Afin de valider notre simulation numérique, il est pertinent de commencer par la comparaison des résultats. Comme le montre la figure III.3, on observe une bonne concordance entre les lignes de courant et les isothermes obtenues dans le présent travail et celles rapportées par Sharif et Taquiur [38].



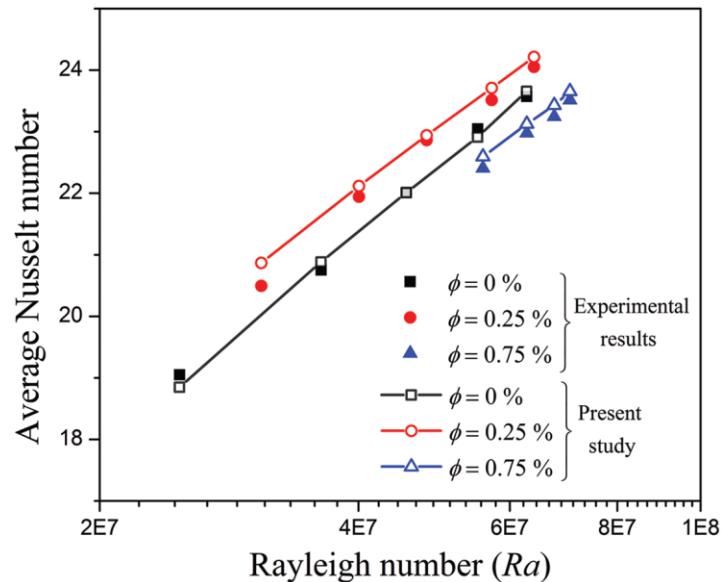
**Figure III.3 :** Comparaison des lignes de courant et des isothermes entre nos résultats numériques et ceux de Sharif et Taquiur [38]. Une source de chaleur est située sur la paroi inférieure de l'enceinte thermiquement isolée, tandis que les parois verticales sont maintenues à une température relativement basse ( $T_c$ ).

Une deuxième comparaison a également été effectuée avec les résultats de Yildiz et al. [39] (Figure III.4). Cette comparaison montre une bonne concordance entre les lignes isothermes.



**Figure III.4 :** Comparaison des isothermes obtenues à partir de nos résultats numériques et de ceux de Yildiz et al. [39] pour une cavité soumise à un flux thermique uniforme, la paroi inférieure étant refroidie par convection

Enfin, une autre validation a été réalisée en comparant nos résultats numériques avec les données expérimentales de Hu et al. [40] (Figure III.5). La comparaison porte sur le transfert thermique du nanofluide pour différentes valeurs de  $Ra$ . Les deux ensembles de résultats montrent un excellent accord, attestant de la fiabilité de notre simulation.



**Figure III.5 :** Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre le présent travail et les résultats expérimentaux de Hu et al. [40].

### III.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'utilisation de la méthode LBM pour analyser la convection naturelle dans une cavité remplie de nanoparticules. L'accent a été mis sur la simulation des conditions aux limites non uniformes (température sinusoïdale) ainsi que des conditions aux limites uniformes, comprenant un flux de chaleur imposé et une condition convective. Nos simulations ont été validées avec succès en comparant les résultats obtenus par LBM à ceux disponibles dans la littérature.

Les résultats détaillés de cette étude, accompagnés de discussions approfondies pour chaque cas, seront présentés dans les chapitres suivants.

**Chapitre IV :**  
**Etude de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau**  
**dans une cavité inclinée soumise à une température**  
**sinusoïdale**

## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité inclinée soumise à une excitation thermique sinusoïdale est étudiée numériquement. L'analyse présentée met en évidence l'influence du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique des nanoparticules, ainsi que de l'amplitude, de la fréquence et du déphasage de la température sinusoïdale sur les lignes de courant, les isothermes, les profils de vitesse et de température, ainsi que sur le nombre de Nusselt moyen.

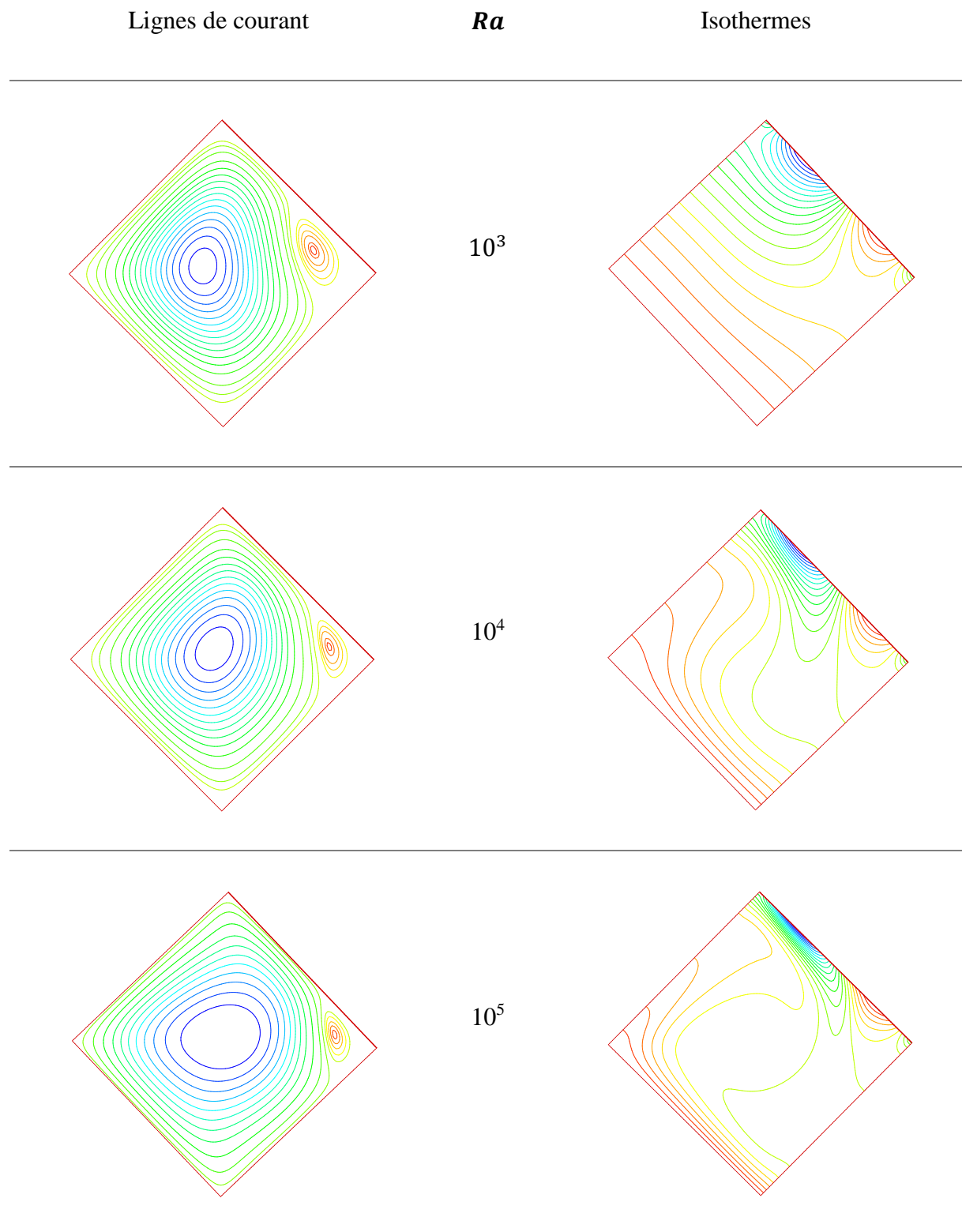
## IV.2 Résultats et discussion

Les caractéristiques dynamiques et thermiques de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité inclinée sont analysées en tenant compte de l'effet des paramètres associés à la température sinusoïdale. Sont présentés : les lignes de courant, les isothermes, ainsi que les profils de vitesse et de température, en plus du nombre de Nusselt moyen. Les résultats obtenus dépendent d'un nombre de Prandtl fixé à 6,2, d'un angle d'inclinaison  $\gamma = 45^\circ$ , d'un nombre de Rayleigh  $Ra$  variant de  $10^3$  à  $10^5$ , d'une fraction volumique de nanoparticules  $\Phi$  comprise entre 0 et 6 %, d'une amplitude  $A$  allant de 0 à 1, d'une fréquence  $N$  comprise entre 0 et 8, ainsi que d'un déphasage  $\varphi$  de la température sinusoïdale variant de 0 à  $\pi$ .

### IV.2.1 Lignes de courant et isothermes

La figure IV.1 illustre les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh, avec  $\Phi = 6\%$ ,  $A = 1$ ,  $N = 2$  et  $\varphi = 0$ . Pour l'ensemble des configurations, les lignes de courant s'établissent dans le sens horaire. À faible  $Ra$ , la cellule principale présente une forme circulaire, accompagnée d'une petite cellule secondaire localisée dans la partie inférieure droite de la cavité. Lorsque  $Ra$  atteint  $10^4$ , la cellule principale adopte une forme plus elliptique. Pour des valeurs plus élevées de  $Ra$ , la cellule s'étire et se développe davantage.

Concernant les isothermes, pour  $Ra = 10^3$ , celles-ci apparaissent quasi parallèles à la paroi chauffée et présentent une modulation périodique le long de la paroi soumise à l'excitation sinusoïdale. À mesure que  $Ra$  augmente, les isothermes se déforment au centre de la cavité et une stratification thermique devient visible près des parois verticales. Dans ces conditions, la convection se renforce progressivement avec l'augmentation de  $Ra$  jusqu'à  $10^5$ . Par conséquent, le gradient de température au voisinage des parois verticales devient plus prononcé, favorisant ainsi le développement de la convection thermique.



**Figure IV.1** : Lignes de courant et isothermes pour différents  $Ra$  à  $\Phi = 6 \%$ ,  $A = 1$ ,  $N = 2$ ,  $\varphi = 0$ .

La figure IV.2 montre l'effet de la fraction volumique de nanoparticules sur les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$ , avec  $A = 1$ ,  $N = 2$  et  $\varphi = 0$ .

Bien que la structure globale du champ dynamique et thermique reste similaire pour le fluide de base et le nanofluide, il convient de souligner que les écarts entre ces champs deviennent plus marqués lorsque  $\Phi$  augmente.

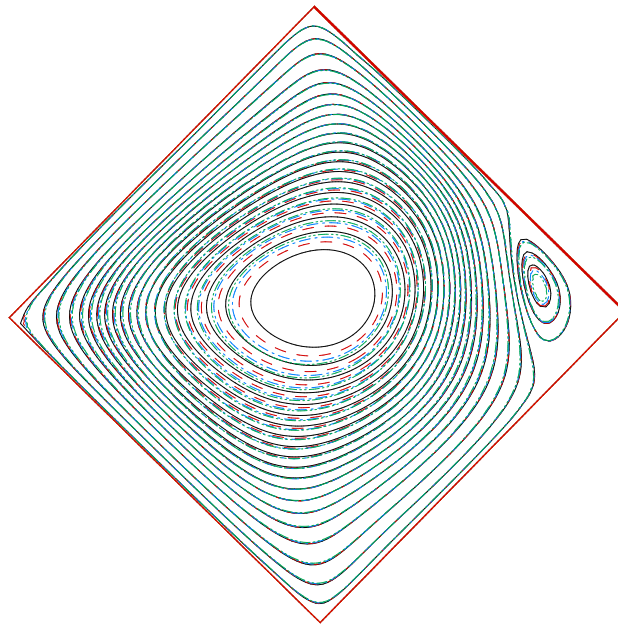
Concernant les lignes de courant, d'importantes différences apparaissent dans la région centrale de la cavité. L'ajout de nanoparticules intensifie les lignes de courant, en particulier dans cette zone, en raison du transport accru d'énergie par l'écoulement. En revanche, près des parois actives, la variation de  $\psi$  demeure très faible.

Pour les isothermes, des différences relativement prononcées sont observées au centre et à proximité des parois adiabatiques. Par ailleurs, le gradient de température près des parois actives est légèrement plus élevé pour le fluide de base (eau) que pour les nanofluides, en raison de l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique.

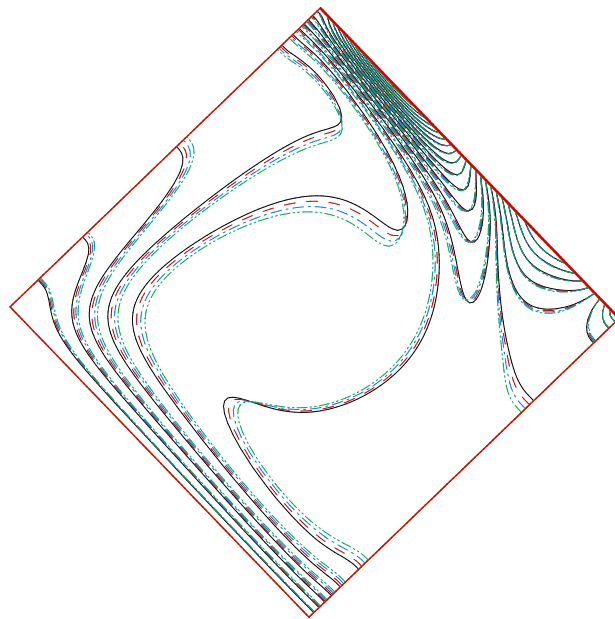
La figure IV.3 présente les lignes de courant et les isothermes pour différentes valeurs du déphasage de la température sinusoïdale, avec  $Ra = 10^5$ ,  $\Phi = 6\%$ ,  $A = 1$  et  $N = 2$ .

Pour les lignes de courant, lorsque le déphasage  $\varphi$  augmente jusqu'à  $\pi$ , la cellule secondaire située dans la partie inférieure droite de la cavité se réduit progressivement jusqu'à disparaître. Parallèlement, une cellule principale de forme elliptique tend à se développer davantage à mesure que  $\varphi$  augmente. De plus, pour  $\varphi$  allant jusqu'à  $3\pi/4$ , une petite cellule apparaît dans la partie supérieure droite de la cavité ; cette cellule devient plus étendue lorsque  $\varphi$  atteint  $\pi$ .

En ce qui concerne les isothermes, la zone froide se déplace progressivement vers la paroi inférieure avec l'augmentation du déphasage  $\varphi$ .

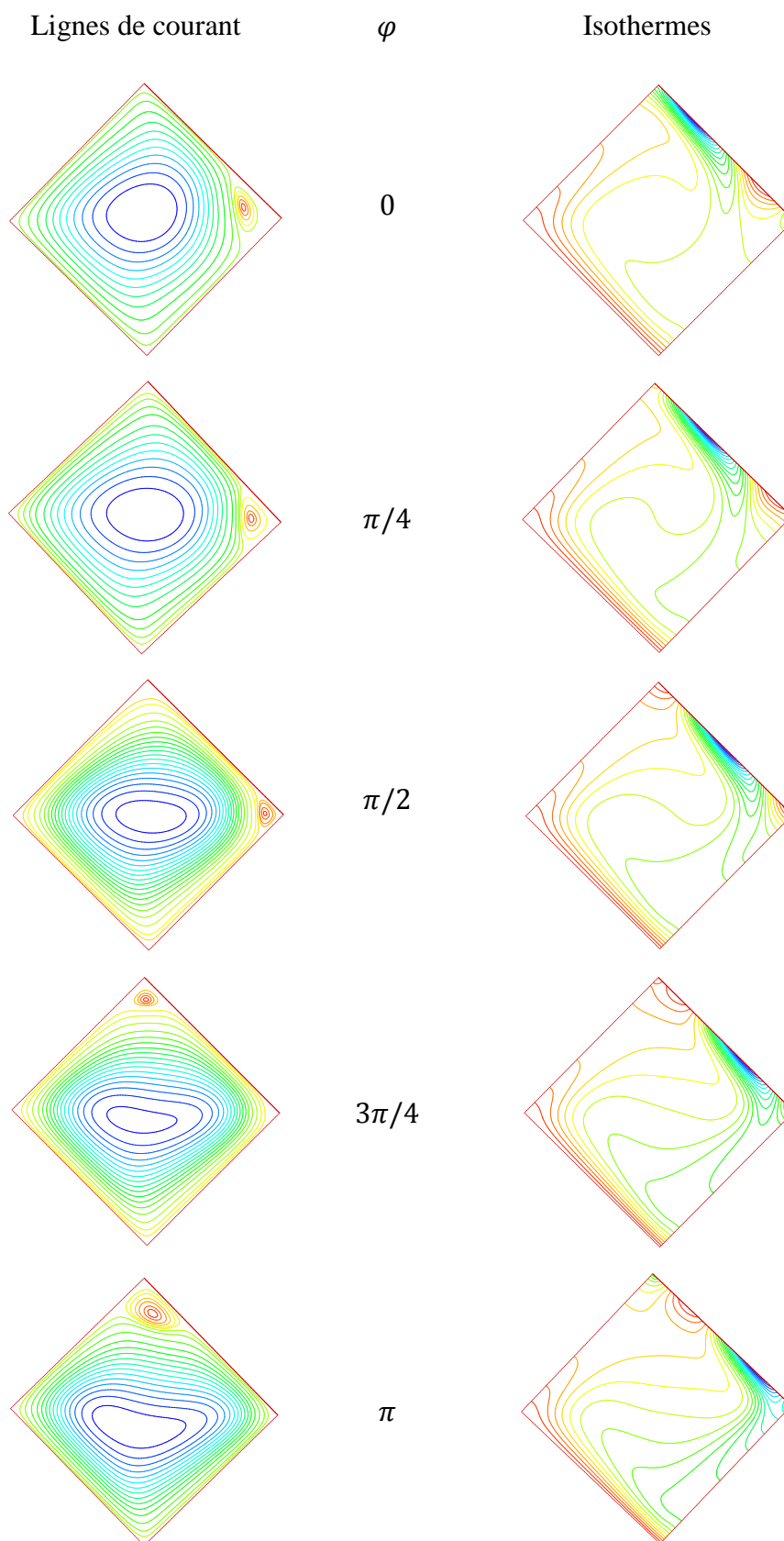


Lignes de courant



Isothermes

**Figure IV.2 :** Lignes de courant et isothermes pour différentes  $\Phi$  (Eau pure —,  $\Phi = 2\%$  ---,  $\Phi = 4\%$  - · - et  $\Phi = 6\%$  - · · -) pour  $Ra = 10^5$ ,  $A = 1$ ,  $N = 2$  et  $\varphi = 0$ .

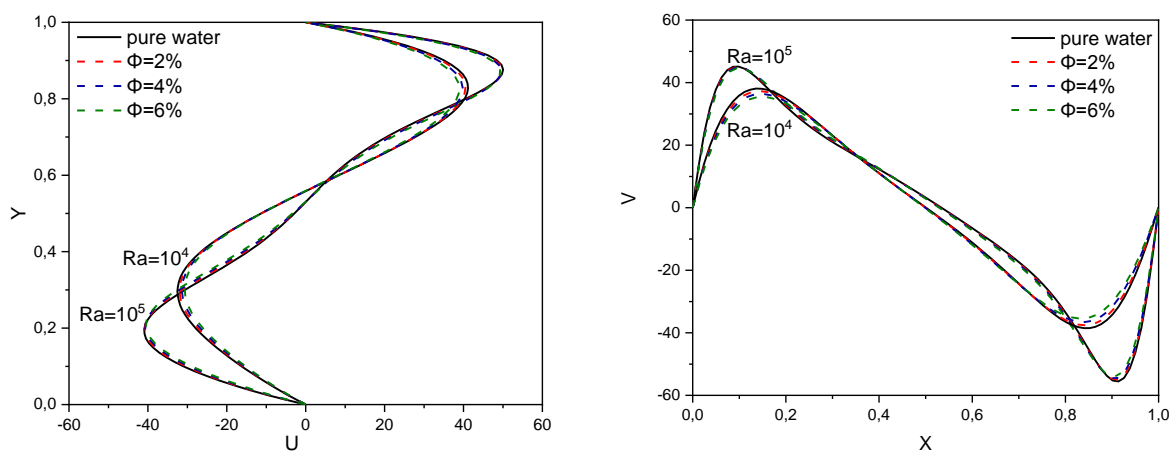


**Figure IV.3** : Lignes de courant et isothermes pour différents  $\varphi$  à  $Ra = 10^5$ ,  $\Phi = 6\%$ ,  $A = 1$  et  $N = 2$ .

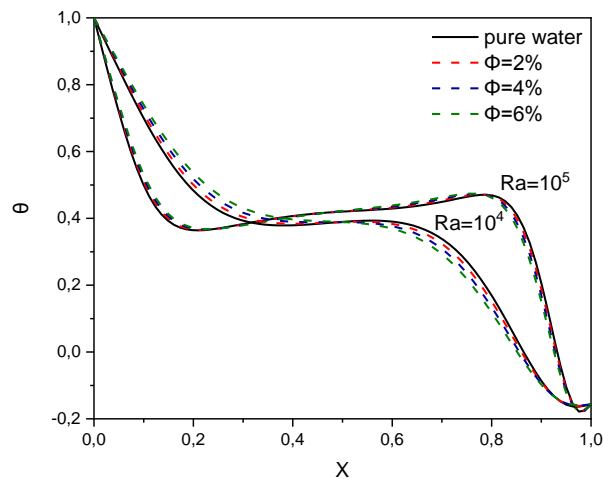
### IV.2.2 Profils de vitesse et de température

La figure IV.4 illustre l'effet de la fraction volumique sur les profils des composantes de la vitesse au milieu de la cavité pour  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^5$ , avec  $A = 1$ ,  $N = 2$  et  $\varphi = 0$ . Au centre de la cavité, les composantes horizontale et verticale de la vitesse sont presque nulles. En revanche, dans les couches limites adjacentes aux parois actives, ces composantes augmentent et deviennent plus intenses lorsque  $Ra$  croît. Cette augmentation renforce l'écoulement, contrairement à l'ajout de nanoparticules, qui tend à l'affaiblir pour  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^5$ . Ce résultat diffère de ceux rapportés par Khanafer et al. [2] et Lai et Yang [41], et s'explique principalement par la réduction de la mobilité du fluide induite par l'augmentation de  $\Phi$ . De plus, l'ajout de nanoparticules de cuivre modifie la viscosité dynamique du mélange, ce qui entraîne une diminution effective du nombre de Rayleigh [41,42], un effet renforcé ici par la température sinusoïdale imposée à la paroi droite.

La figure IV.5 présente l'effet de la fraction volumique sur le profil de température au milieu de la cavité pour  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^5$ , avec  $A = 1$ ,  $N = 2$  et  $\varphi = 0$ . Les profils de température montrent qu'à ces deux valeurs de  $Ra$ , l'ajout de nanoparticules de cuivre provoque un épaissement de la couche limite thermique au voisinage des parois actives, indiquant un mode de transfert principalement convectif. On observe également qu'au centre de la cavité, la température varie très peu selon l'abscisse  $x$ .



**Figure IV.4 :** Profils de la vitesse ( $U, V$ ) pour ( $X = 0.5, Y = 0.5$ ) de la cavité pour différentes  $\Phi$  pour  $Ra = 10^4, 10^5$ ,  $A = 1, N = 2$  et  $\varphi = 0$ .



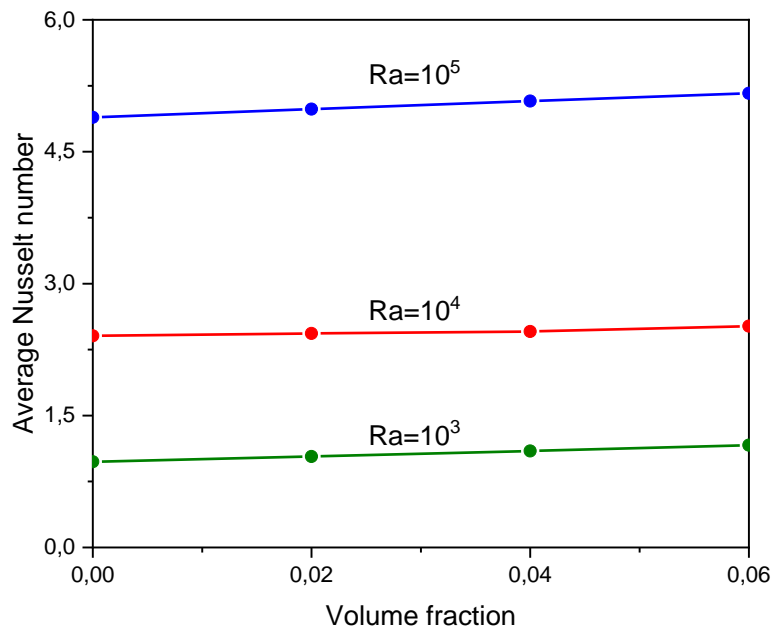
**Figure IV.5 :** Profil de la température pour  $Y = 0.5$  de la cavité pour différentes  $\Phi$  pour  $Ra = 10^4, 10^5, A = 1, N = 2$  et  $\varphi = 0$ .

### IV.2.3 Transfert de chaleur

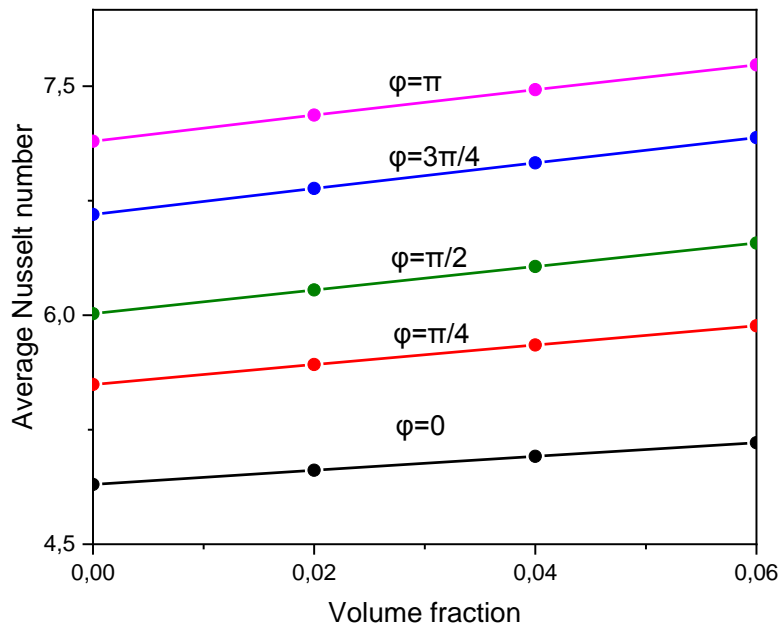
La figure IV.6 présente la variation du nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude en fonction de la fraction volumique pour différents nombres de Rayleigh et plusieurs valeurs du déphasage de la température sinusoïdale. La figure IV.6(a) montre l'évolution de  $Nu_m$  en fonction de  $\Phi$  et de  $Ra$ . Pour toutes les valeurs de  $Ra$ ,  $Nu_m$  augmente linéairement avec la fraction volumique, indiquant que l'amélioration du transfert thermique est liée à l'augmentation de la conductivité thermique effective induite par l'ajout de nanoparticules. Les résultats de la figure IV.6(b) confirment que  $Nu_m$  est une fonction croissante de  $\Phi$  et que le transfert thermique s'intensifie également lorsque le déphasage de la température sinusoïdale augmente.

La figure IV.7 illustre la variation de  $Nu_m$  en fonction de  $Ra$  pour différentes amplitudes et fréquences de la température sinusoïdale. D'après la figure IV.7(c), on observe une diminution de  $Nu_m$  lorsque l'amplitude augmente ou lorsque  $Ra$  diminue. La baisse de  $Nu_m$  devient particulièrement significative pour  $A$  élevées lorsque  $Ra = 10^4$  et  $10^5$ , ce qui traduit une dégradation notable du transfert thermique. Cependant, lorsque  $A$  varie de 0.5 à 1, une légère augmentation de  $Nu_m$  est observée pour  $Ra = 10^5$ .

La figure IV.7(d) montre la variation de  $Nu_m$  en fonction de  $Ra$  pour différentes valeurs de la fréquence sinusoïdale. Il apparaît clairement que  $Nu_m$  croît de manière non linéaire avec  $N$ , et que l'influence de la fréquence devient particulièrement marquée pour  $Ra = 10^4$  et  $10^5$ .

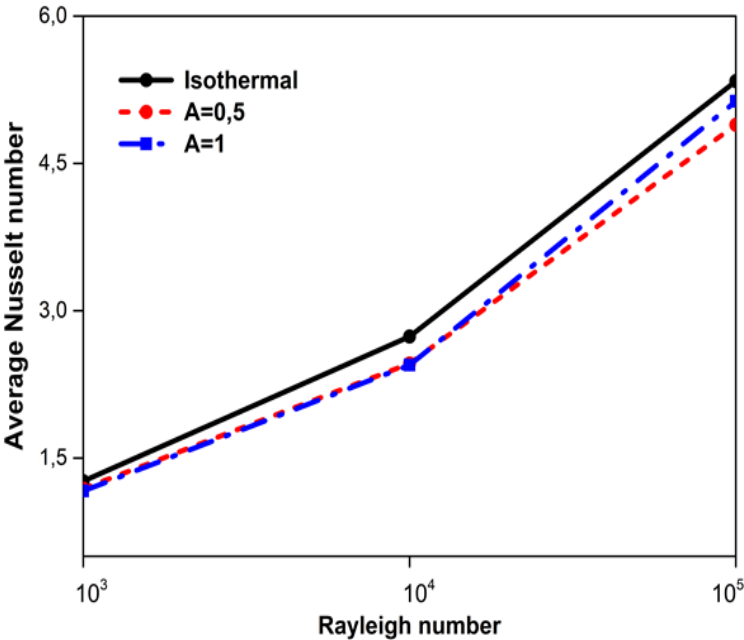


(a)

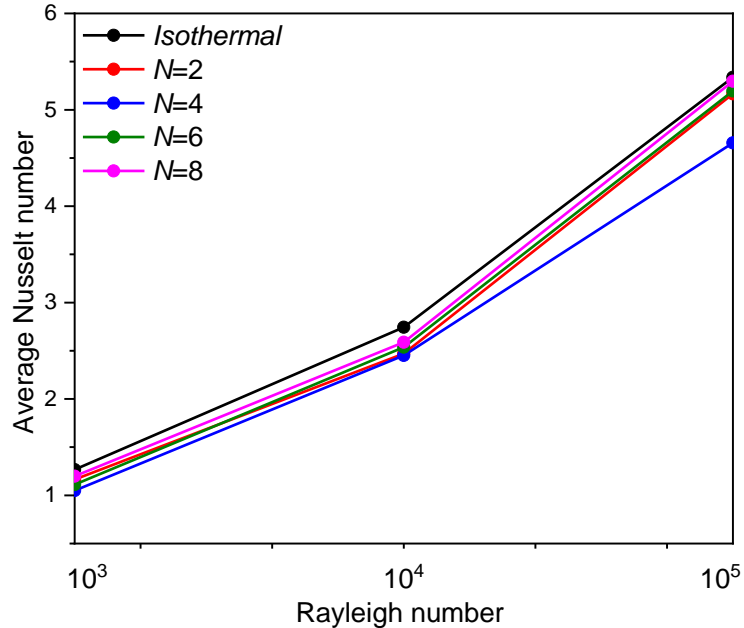


(b)

**Figure IV.6 :** Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction de  $\Phi$  pour différentes  $Ra$  (a) et pour différentes  $\varphi$  (b).



(c)



(d)

**Figure IV.7 :** Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction du  $Ra$  pour différentes  $A$  (c) et pour différentes  $N$  (d).

### IV.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et discuté les résultats de l'étude numérique portant sur la convection naturelle dans une cavité inclinée remplie d'un nanofluide Cu/eau et soumise à une excitation thermique sinusoïdale. Les effets de plusieurs paramètres pertinents, — le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ), la fraction volumique de nanoparticules ( $\Phi$ ), l'amplitude ( $A$ ), la fréquence ( $N$ ) et le déphasage ( $\varphi$ ) — sur le transfert thermique ont été examinés. Les principaux résultats peuvent être résumés comme suit :

- Pour toutes les valeurs de  $Ra$ , le nombre de Nusselt moyen  $Nu_m$  augmente linéairement avec la fraction volumique, cette amélioration du transfert thermique étant attribuée à l'augmentation de la conductivité thermique effective du nanofluide.
- Le transfert thermique s'intensifie avec l'augmentation du déphasage  $\varphi$  de la température sinusoïdale.
- $Nu_m$  diminue lorsque l'amplitude  $A$  augmente, ce qui indique une dégradation notable du transfert de chaleur.
- $Nu_m$  croît de manière non linéaire avec la fréquence  $N$ .

Les analyses relatives à la convection thermique des nanofluides simulée par LBM dans le cas de conditions aux limites thermiques uniformes, qu'il s'agisse d'un chauffage par convection ou par un flux thermique de densité constante, seront développées dans les chapitres suivants.

## **Chapitre V :**

### **Etude de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité carrée chauffée par un flux de chaleur de densité constante**

## V.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats relatifs à l'étude de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité carrée chauffée par un flux de chaleur de densité constante, suivis d'une analyse des lignes de courant, des isothermes, des profils de vitesse et du nombre de Nusselt moyen. Les effets de différents paramètres, notamment le nombre de Rayleigh, la fraction volumique de nanoparticules et le nombre de Biot, sont examinés.

La discussion des résultats est organisée en deux configurations :

Cas B1 : Cavité chauffée par la paroi inférieure.

Cas B2 : Cavité chauffée par la paroi latérale.

## V.2 Résultats et discussion

Pour analyser les caractéristiques dynamiques et thermiques de la convection naturelle du nanofluide Cu/eau dans une cavité, nous présentons les lignes de courant, les isothermes et les profils de vitesse, ainsi qu'une étude du transfert thermique à travers l'évaluation du nombre de Nusselt moyen. Les résultats obtenus dépendent du nombre de Prandtl, fixé à 6.2, du nombre de Rayleigh  $Ra$  variant de  $10^3$  à  $10^6$ , de la fraction volumique de nanoparticules  $\Phi$  comprise entre 0 et 5%, ainsi que du nombre de Biot allant de 0.1 à 100.

### V.2.1 Cas B1 : Cavité chauffée par la paroi inférieure

#### V.2.1.1 Lignes de courant et isothermes

La figure V.1 présente les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh, en considérant l'eau comme fluide de base et un nombre de Biot fixé à  $Bi = 0.1$ . Concernant les lignes de courant, à  $Ra = 10^3$ , l'écoulement reste quasiment statique. À  $Ra = 10^4$ , une large cellule de convection apparaissant, tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. Lorsque  $Ra$  augmente davantage ( $Ra = 10^5$ ), les lignes de courant deviennent symétriques par rapport à la diagonale de la cavité, accompagnées de la formation de deux

cellules tournant en sens opposés. À  $Ra = 10^6$ , ces zones de symétrie disparaissent, traduisant un écoulement instable.

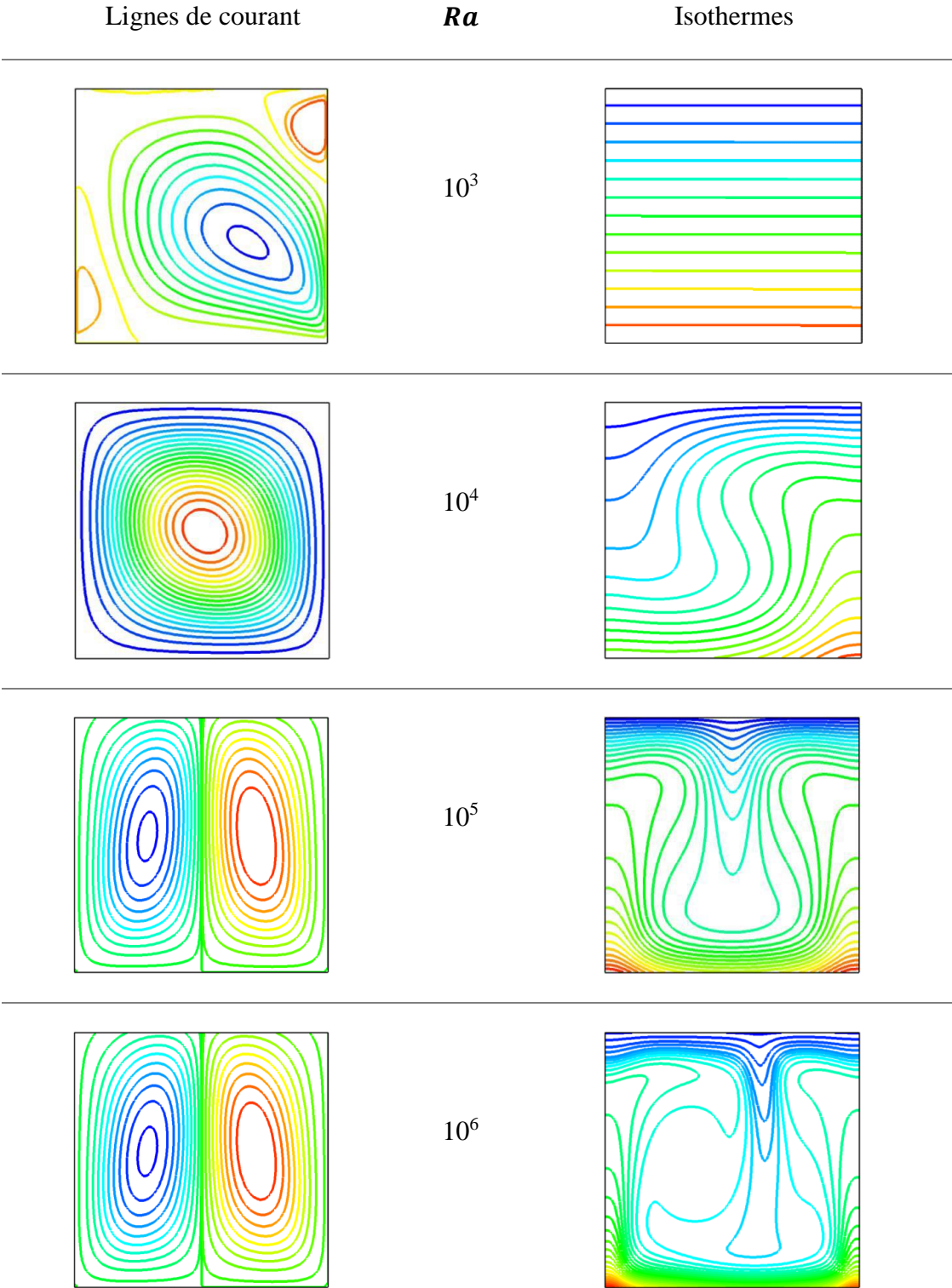
Pour  $Ra = 10^3$ , les isothermes sont essentiellement horizontales et parallèles aux parois supérieure et inférieure. À mesure que  $Ra$  augmente, les isothermes demeurent presque horizontales à proximité des parois actives, indiquant que la conduction reste dominante dans ces régions. En revanche, elles deviennent courbées au centre de la cavité, ce qui suggère que la convection devient peu à peu le principal mécanisme de transfert thermique.

La figure V.2 illustre l'effet de la fraction volumique en nanoparticules sur les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$  avec  $Bi = 0.1$ . Bien que la structure générale des champs dynamique et thermique reste similaire entre le fluide de base et les nanofluides, ce cas met en évidence que les différences entre ces champs s'accroissent lorsque la fraction volumique augmente.

Pour les lignes de courant, des écarts marqués apparaissent dans la région centrale : l'ajout de nanoparticules intensifie les cellules de convection, particulièrement au centre de la cavité, en raison du renforcement du transport convectif d'énergie. En revanche, à proximité des parois actives, la variation de la magnitude de  $\psi$  demeure très faible.

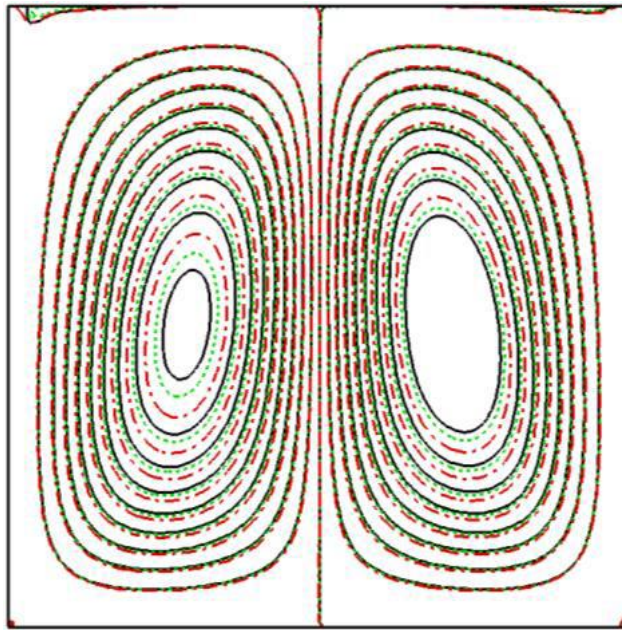
Concernant les isothermes, des différences relativement importantes sont observées tant au centre qu'au voisinage des parois adiabatiques. Le gradient de température près des parois actives est légèrement plus élevé pour l'eau pure que pour les nanofluides, en raison de l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique ( $CL_T$ ).

La figure V.3 présente l'effet du nombre de Biot sur les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3\%$ . Pour de faibles valeurs de ( $Bi < 10$ ), aucune différence notable n'est observée ni dans les lignes de courant ni dans les isothermes. Cependant, lorsque  $Bi$  augmente jusqu'à 100, la zone froide du nanofluide devient dominante dans l'ensemble de la cavité.

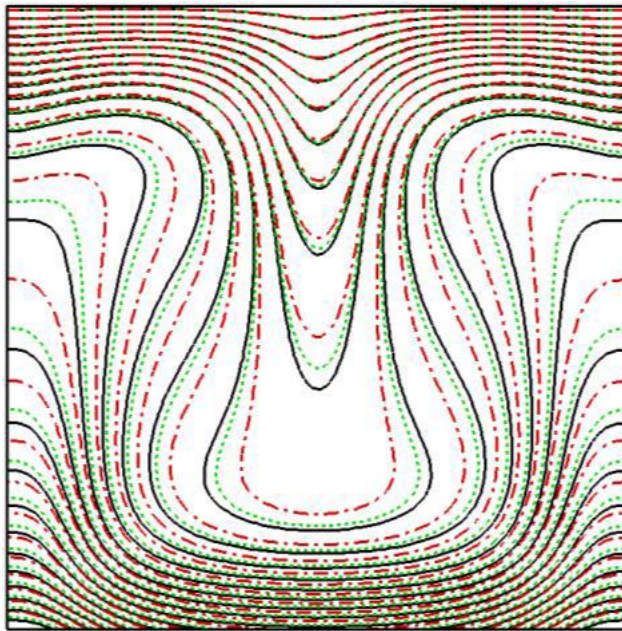


Case B1

Figure V.1 : Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Ra$  pour l'eau pure et  $Bi = 0.1$ .



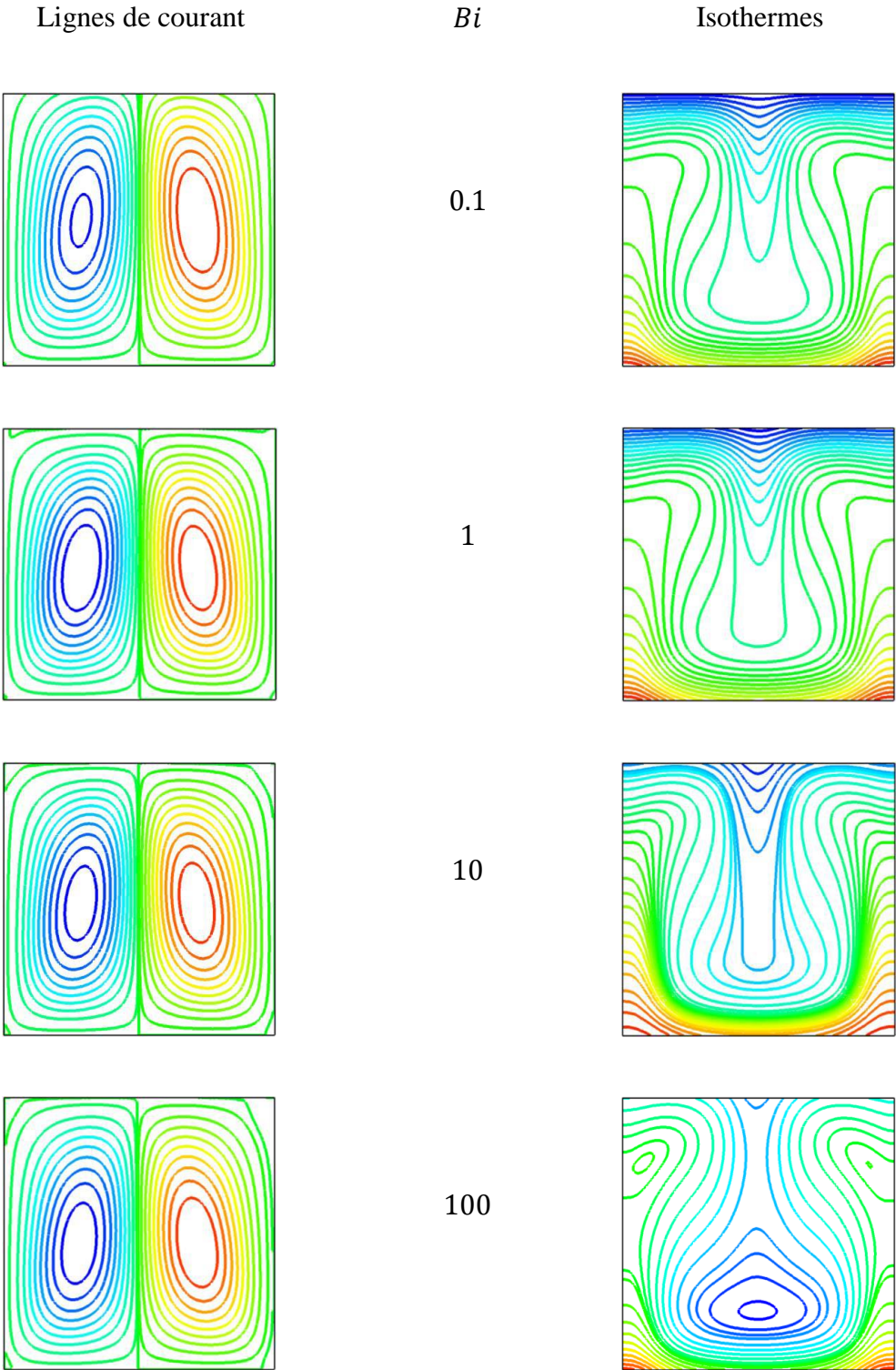
Lignes de courant



Isothermes

**Case B1**

**Figure V.2 :** Lignes de courant et isothermes pour différentes  $\Phi$  (Eau pure —,  $\Phi = 1\%$  ..... et  $\Phi = 3\%$  - - - , avec  $Ra = 10^5$  et  $Bi = 0.1$ ).



Case B1

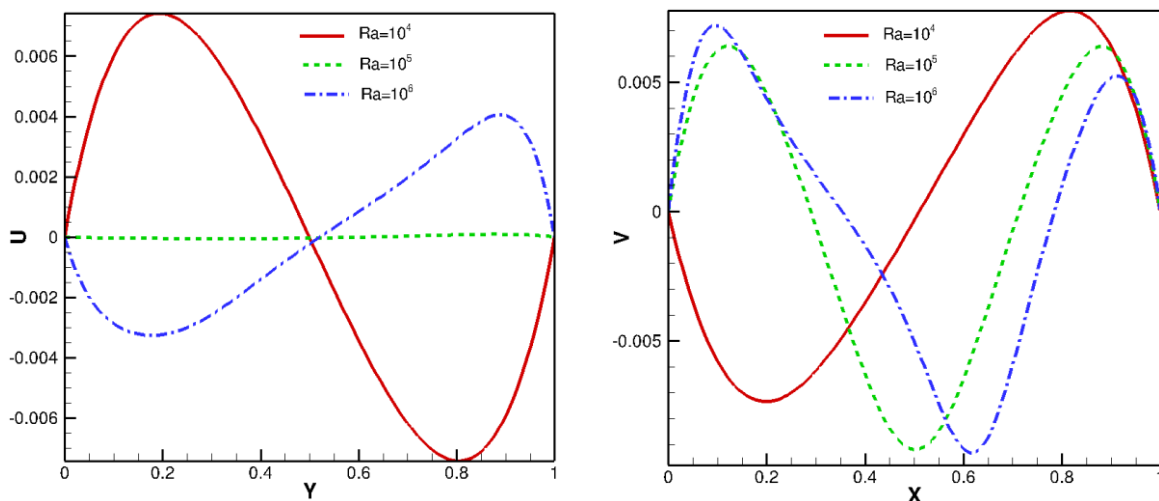
Figure V.3 : Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Bi$  à  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3 \%$ .

### V.2.1.2 Variation des profils de la vitesse $U$ et $V$

L'effet du nombre de Rayleigh sur les profils des composantes de la vitesse au centre de la cavité, pour  $Bi = 0.1$ , est illustré dans la figure V.4. On observe une variation notable des composantes de la vitesse ( $U, V$ ) à proximité des parois verticales. Pour  $Ra = 10^5$ , la composante horizontale  $U$  adopte un profil quasi linéaire, tandis que la composante verticale  $V$  diminue. Lorsque  $Ra$  augmente, un changement du mécanisme de transfert thermique devient perceptible près de la paroi droite.

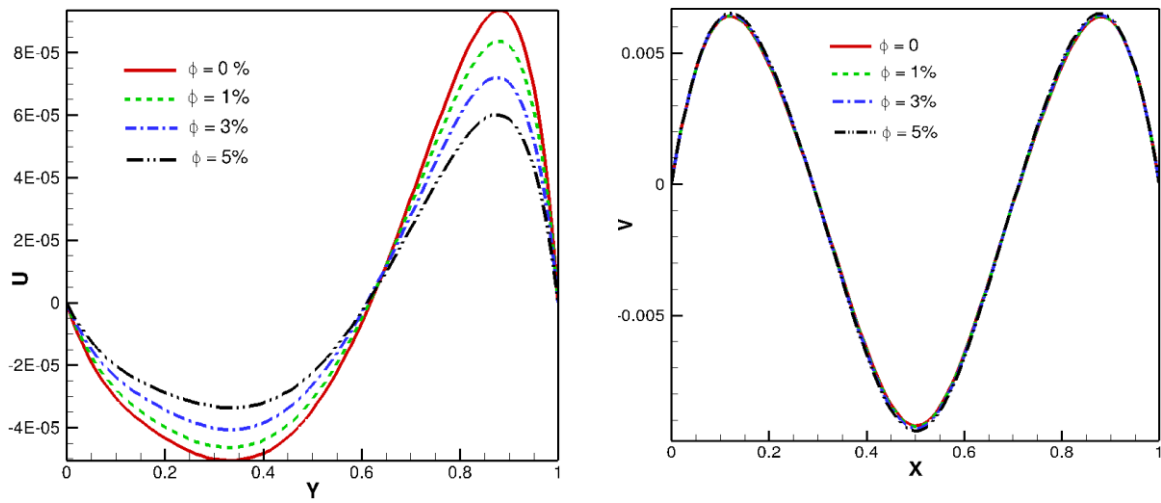
La figure V.5 présente l'effet de la fraction volumique sur les profils des composantes de la vitesse au milieu de la cavité, pour  $Ra = 10^5$  et  $Bi = 0.1$ . Il apparaît qu'au centre de la cavité, les deux composantes du nanofluide ( $U, V$ ) sont nettement plus faibles que dans les régions proches des parois, où le fluide se déplace à des vitesses plus élevées. Toutefois, la composante horizontale  $U$  diminue avec l'ajout de nanoparticules dans le fluide de base.

La figure V.6 montre l'influence du nombre de Biot sur les profils des composantes de la vitesse au centre de la cavité, pour  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3\%$ . Pour toutes les valeurs de  $Bi$ , les maxima de la vitesse verticale du nanofluide diminuent progressivement lorsque  $Bi$  augmente.



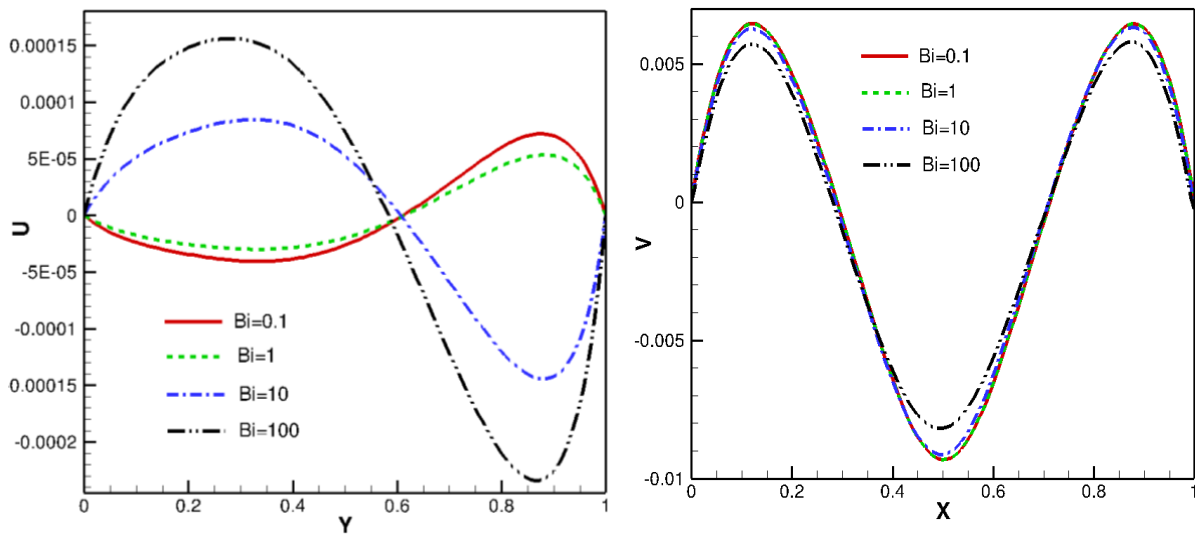
Case B1

**Figure V.4 :** Profils de la vitesse ( $U, V$ ) pour ( $X = 0.5, Y = 0.5$ ) de la cavité pour différents  $Ra$  pour l'eau pure et  $Bi = 0.1$ .



Case B1

**Figure V.5 :** Profils de la vitesse ( $U, V$ ) pour ( $X = 0.5, Y = 0.5$ ) de la cavité pour différents  $\Phi$  pour  $Ra = 10^5$  et  $Bi = 0.1$ .



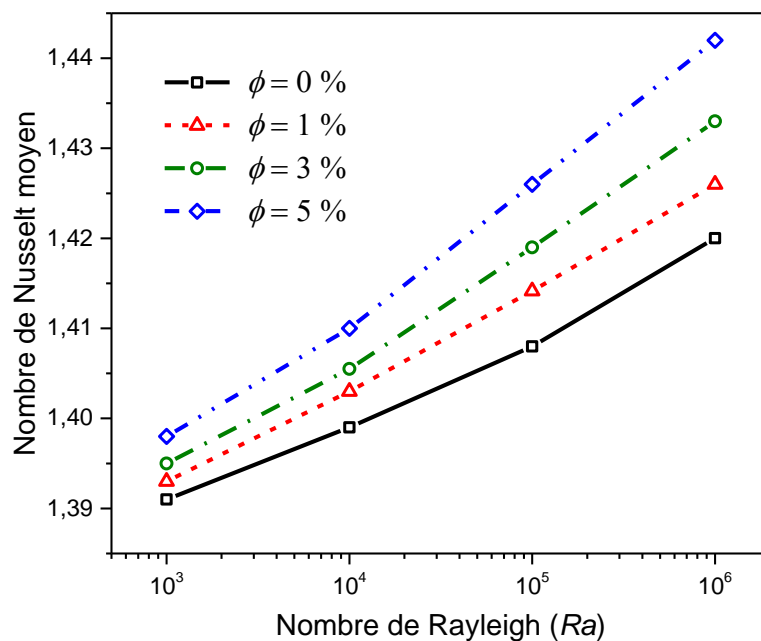
Case B1

**Figure V.6 :** Profils de la vitesse ( $U, V$ ) pour ( $X = 0.5, Y = 0.5$ ) de la cavité pour différents  $Bi$  pour  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3\%$ .

### V.2.1.3 Transfert de chaleur

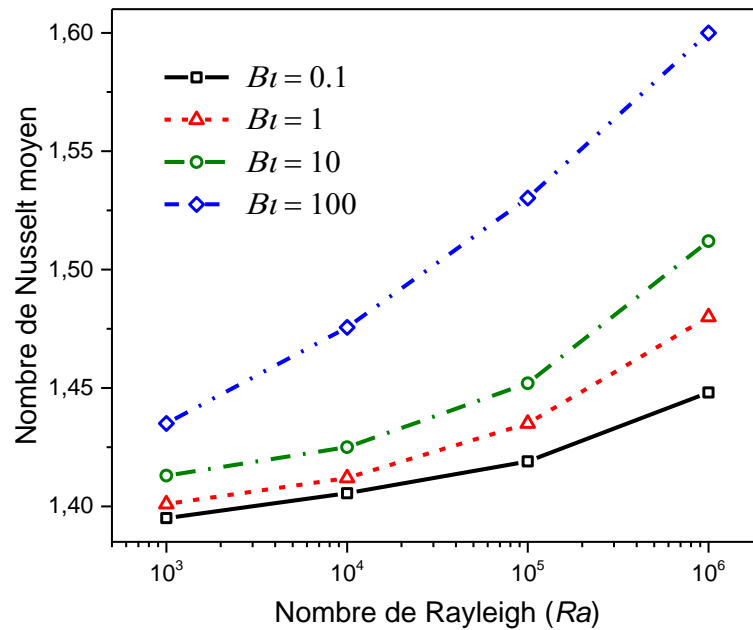
La figure V.7 illustre la variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes fractions volumiques de nanoparticules. Les résultats du cas B1 montrent que  $Nu_m$  augmente avec l'élévation de  $Ra$  et de  $\Phi$ . Ainsi, une augmentation de la fraction volumique des nanoparticules améliore le transfert de chaleur, en particulier pour les valeurs élevées de  $Ra$ . Cette amélioration est attribuée à l'augmentation de la conductivité thermique effective du nanofluide, l'incorporation de nanoparticules conduisant à une efficacité thermique optimale en régime convectif.

La figure V.8 présente la variation du nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de Biot. Pour une valeur donnée de  $Bi$ ,  $Nu_m$  augmente avec  $Ra$  dans les deux modes de transfert thermique, avec une croissance plus marquée en convection. Cela indique que l'augmentation du paramètre d'échange convectif  $Bi$  favorise le transfert de chaleur.



#### Case B1

Figure V.7 : Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction du  $Ra$  pour différentes  $\Phi$  à  $Bi = 0.1$ .



Case B1

Figure V.8 : Variation de  $\Phi$  en fonction de  $Ra$  pour différents  $Bi$  à  $\Phi = 3 \%$ .

## V.2.2 Cas B2 : Cavité chauffée par la paroi latérale

### V.2.2.1 Lignes de courant et isothermes

La figure V.9 présente les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh, dans le cas de l'eau pure avec  $Bi = 0,1$ .

Concernant les lignes de courant, on observe que l'écoulement tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. Une cellule de circulation se forme au centre de la cavité pour  $Ra = 10^3$ . Lorsque le nombre de Rayleigh augmente ( $Ra = 10^4$ ), la cellule principale prend une forme elliptique plutôt que circulaire. Pour  $Ra = 10^5$ , la zone interne de la cellule primaire se divise en deux petits tourbillons tournant dans des directions opposées. Lorsque  $Ra$  atteint  $10^6$ , ces deux cellules se déplacent vers les parois, signe d'une convection désormais dominante dans la cavité.

Pour les isothermes, à  $Ra = 10^3$ , elles apparaissent presque parallèles aux parois chaude et froide, indiquant que la conduction constitue le mécanisme de transfert thermique prédominant. Lorsque  $Ra$  augmente à  $10^4$ , le transfert passe progressivement de la conduction à la

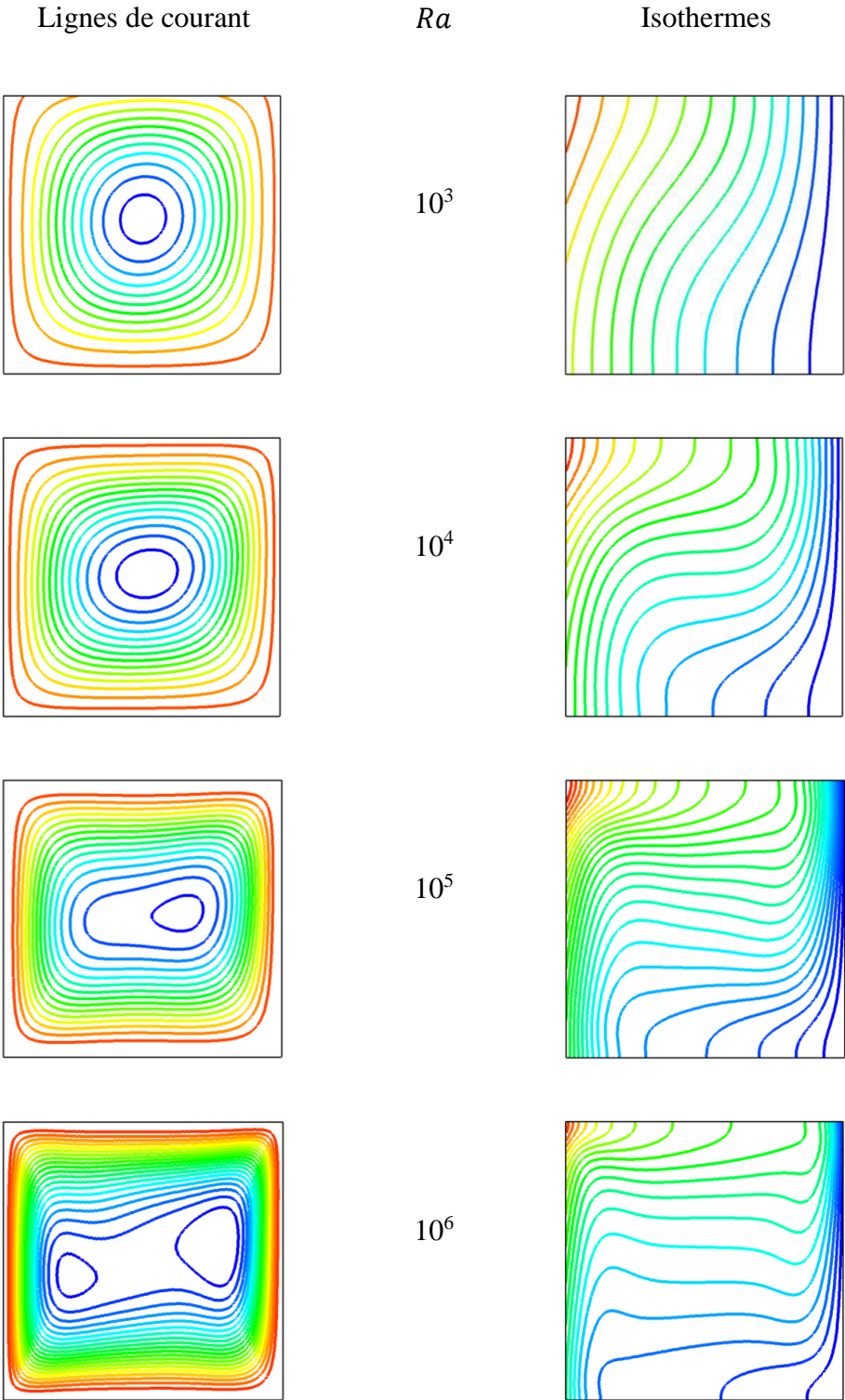
convection, accompagné d'un amincissement de la couche limite thermique près des parois. Pour  $Ra = 10^5$  et  $10^6$ , les couches limites thermiques deviennent plus marquées le long des parois verticales, tandis que les isothermes tendent à s'horizontaliser au centre de la cavité.

La figure V.10 illustre l'effet de la fraction volumique des nanoparticules sur les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$  et  $Bi = 0.1$ . Comme dans le cas précédent, bien que la structure générale des champs dynamique et thermique reste similaire entre le fluide de base et les nanofluides, il convient de noter que les différences deviennent plus marquées lorsque la fraction volumique augmente.

Pour les lignes de courant, d'importantes variations apparaissent dans la région centrale : l'ajout de nanoparticules intensifie l'écoulement, en particulier au centre de la cavité, en raison d'un transport d'énergie plus élevé. En revanche, à proximité des parois actives, les différences de magnitude du potentiel de courant  $\psi$  restent faibles.

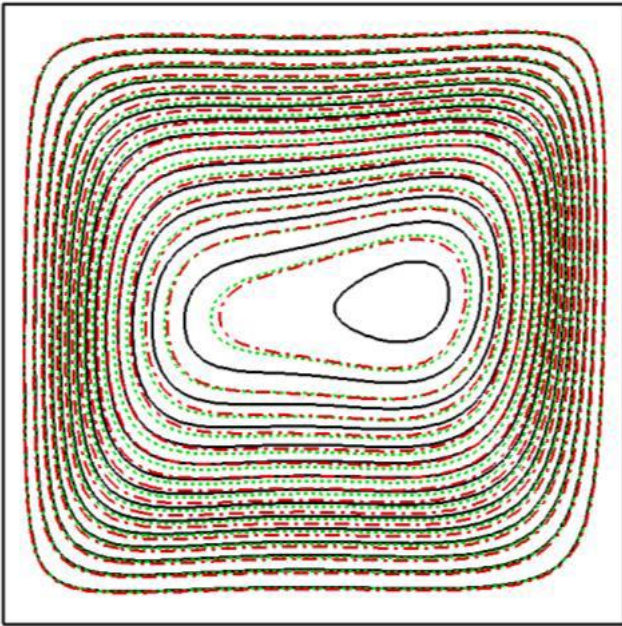
Concernant les isothermes, des écarts notables sont observés au centre et près des parois adiabatiques. Le gradient de température près des parois actives est légèrement plus élevé pour l'eau pure que pour les nanofluides, ce qui s'explique par l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique.

La figure V.11 montre l'effet du nombre de Biot sur les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3\%$ . Comme précédemment, pour de faibles valeurs de  $Bi$  ( $Bi < 10$ ), aucune différence significative n'apparaît ni dans les lignes de courant ni dans les isothermes. Toutefois, lorsque  $Bi$  augmente jusqu'à 100, le refroidissement convectif devient dominant, ce qui accentue l'influence du nanofluide dans la cavité.

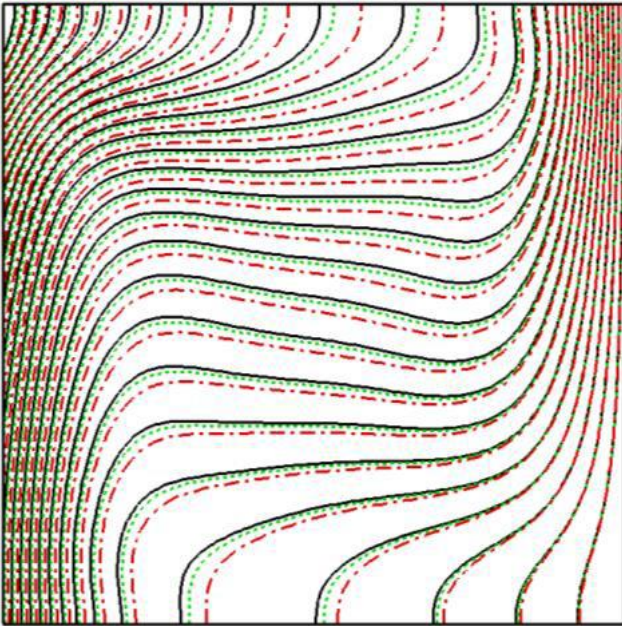


Case B2

**Figure V.9** : Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Ra$  pour l'eau pure et  $Bi = 0.1$ .



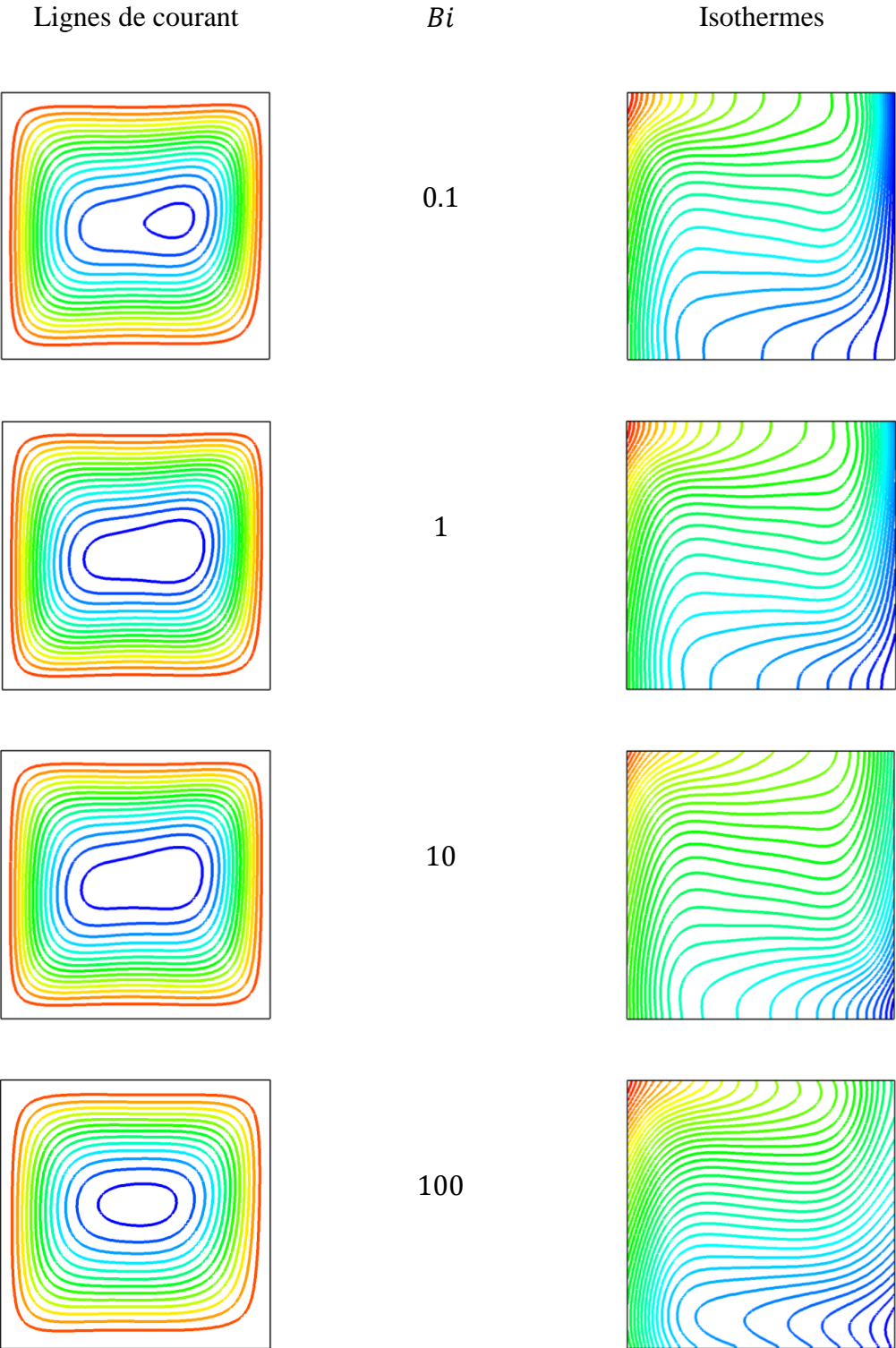
Lignes de courant



Isothermes

Case B2

**Figure V.10** : Lignes de courant et isothermes pour différents  $\Phi$  (Eau pure —,  $\Phi = 1\%$  ..... et  $\Phi = 3\%$  - · -) pour  $Ra = 10^5$  et  $Bi = 0.1$ .

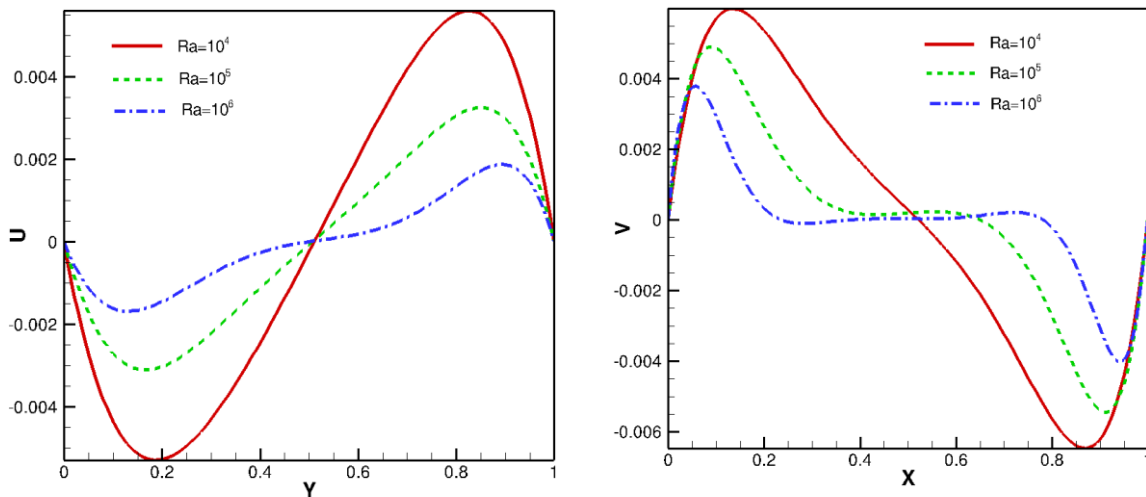


Case B2

Figure V.11 : Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Bi$ ,  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3 \%$ .

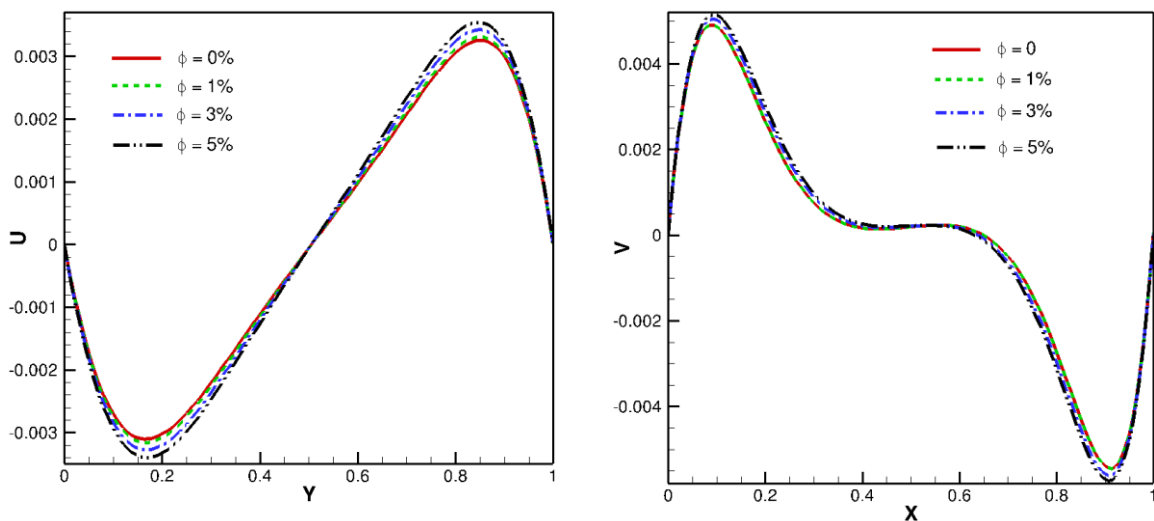
### V.2.2.2 Variation des profils de la vitesse U et V

La figure V.12 illustre l'effet du nombre de Rayleigh sur les profils des composantes de la vitesse au milieu de la cavité pour  $Bi = 0.1$ . On observe que ces profils sont symétriques par rapport au centre de la cavité. Les valeurs maximales et minimales des vitesses horizontales et verticales diminuent avec l'augmentation de  $Ra$ . Pour  $Ra = 10^6$ , les vitesses horizontales et verticales deviennent négligeables comparées à celles observées près des parois latérales.



Case B2

**Figure V.12 :** Profils de la vitesse ( $U, V$ ) pour ( $X = 0.5, Y = 0.5$ ) de la cavité pour différentes  $Ra$  pour l'eau pure et  $Bi = 0.1$ .



Case B2

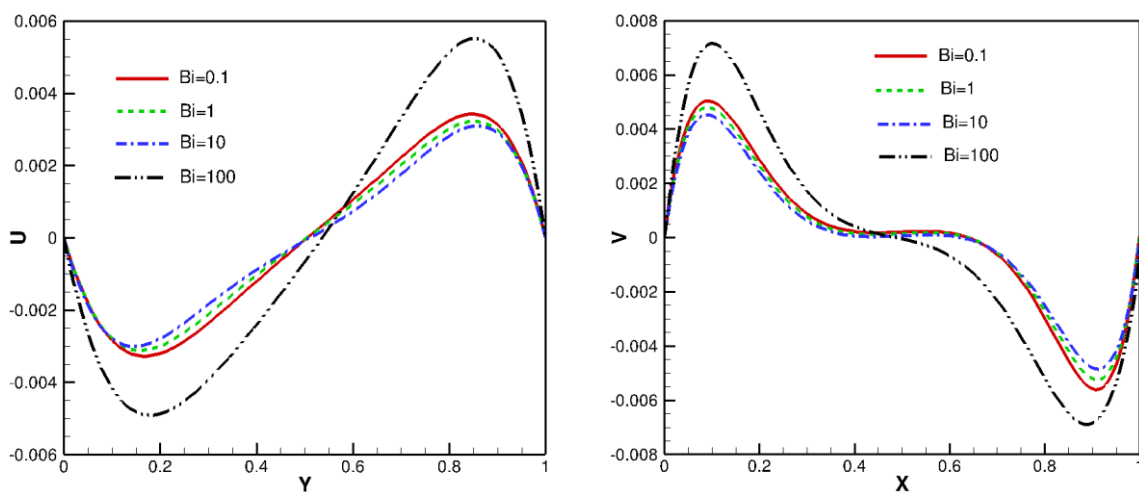
**Figure V.13 :** Profils de la vitesse ( $U, V$ ) pour ( $X = 0.5, Y = 0.5$ ) de la cavité pour différentes  $\Phi$  pour  $Ra = 10^5$  et  $Bi = 0.1$ .

La figure V.13 présente l'effet de la fraction volumique sur les profils des composantes de la vitesse au milieu de la cavité pour  $Ra = 10^5$  et  $Bi = 0.1$ . Comme dans le cas précédent, les composantes de la vitesse du nanofluide ( $U, V$ ) au centre de la cavité restent très faibles par rapport aux vitesses observées à proximité des parois, où le nanofluide se déplace plus rapidement.

La figure V.14 montre l'effet du nombre de Biot sur les profils des composantes de la vitesse au milieu de la cavité pour  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3\%$ . Les profils sont symétriques par rapport à l'axe vertical de la cavité, et les valeurs maximale et minimale de la vitesse diminuent lorsque  $Bi$  augmente. Toutefois, pour  $Bi = 100$ , une augmentation notable des vitesses est observée.

### V.2.2.3 Transfert de chaleur

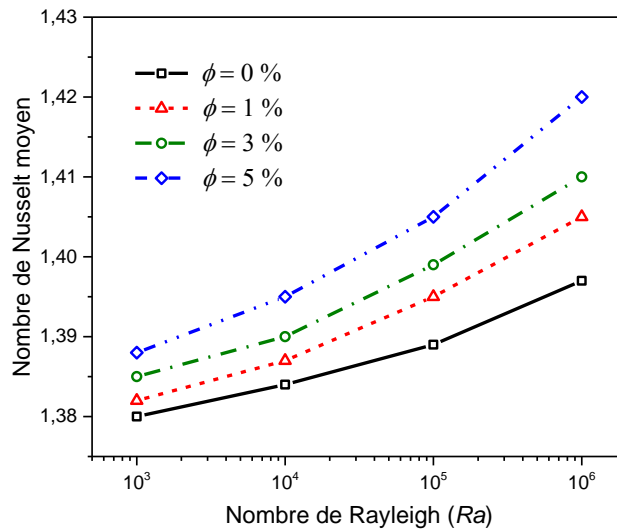
La figure V.15 illustre la variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes fractions volumiques de nanoparticules. Comme dans le cas précédent,  $Nu_m$  croît avec l'augmentation de  $Ra$  et de  $\Phi$ . Ainsi, une hausse de la fraction volumique des nanoparticules améliore le transfert de chaleur, particulièrement pour les valeurs élevées de  $Ra$ . Cette amélioration résulte de l'augmentation de la conductivité thermique effective du nanofluide, l'incorporation de nanoparticules conduisant à une efficacité thermique optimale en régime convectif.



Case B2

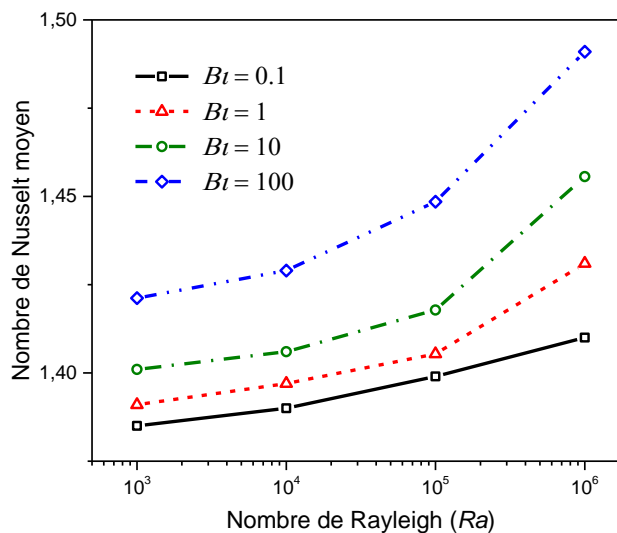
**Figure V.14 :** Profils de la vitesse ( $U, V$ ) pour ( $X = 0.5, Y = 0.5$ ) pour différentes  $Bi$  pour  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 3\%$ .

La figure V.16 montre la variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de Biot. Comme dans le cas précédent, pour une valeur donnée de  $Bi$ ,  $Nu_m$  augmente avec  $Ra$  dans les deux modes de transfert thermique, cette augmentation étant toutefois plus marquée en régime convectif. Cela indique que l'augmentation du paramètre d'échange convectif  $Bi$  améliore le transfert de chaleur.



Case B2

Figure V.15 : Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction du  $Ra$  pour différentes  $\Phi$  à  $Bi = 0.1$ .



Case B2

Figure V.16 : Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction du  $Ra$  pour différentes  $Bi$  et  $\Phi = 3\%$ .

### V.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats et les analyses de l'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un nanofluide Cu/eau, soumise à un flux de chaleur de densité constante le long des parois actives, que celles-ci soient chauffées par la paroi inférieure ou par la paroi latérale. Les effets de différents paramètres pertinents, tels que le nombre de Rayleigh, la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Biot, sur le transfert thermique ont été examinés. Les principales conclusions pour les deux configurations sont les suivantes :

- L'effet des nanoparticules sur la convection devient particulièrement marqué pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh.
- L'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules améliore significativement le transfert de chaleur.
- Une hausse du paramètre d'échange convectif  $Bi$  favorise également le transfert thermique.

Dans la continuité de ces résultats, le chapitre suivant présentera et discutera l'étude de la convection naturelle d'un nanofluide d'alumine dans une cavité chauffée par convection.

## **Chapitre VI :**

### **Etude de la convection naturelle d'un nanofluide $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ dans une cavité carrée chauffée par un flux convectif**

## VI.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté et discuté les résultats de la simulation numérique de la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité carrée chauffée par un flux de chaleur de densité constante. Le présent chapitre est consacré à l'analyse des résultats obtenus pour la convection naturelle d'un nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau dans une cavité carrée soumise à un chauffage convectif.

Nous examinerons l'effet du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique et du nombre de Biot sur les lignes de courant, les isothermes, les profils de vitesse et de température, ainsi que sur le nombre de Nusselt moyen. Ces analyses seront menées pour les deux derniers cas présentés au chapitre II.

## VI.2 Résultats et discussions

Pour analyser les caractéristiques dynamiques et thermiques de la convection naturelle du nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau dans une cavité, en tenant compte de l'effet des paramètres liés au flux convectif, nous présentons les lignes de courant, les isothermes, ainsi que les profils de vitesse et de température.

Une étude du transfert thermique est également menée à travers l'évaluation du nombre de Nusselt moyen.

Les résultats obtenus dépendent du nombre de Prandtl, fixé à 6.2, ainsi que de plusieurs paramètres : le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) variant de  $10^3$  à  $10^6$ , la fraction volumique des nanoparticules ( $\Phi$ ) allant de 0 à 6%, et les nombres de Biot ( $Bi_1$  et  $Bi_2$ ) compris entre 0,5 et 100.

### VI.2.1 Cas C1 : Cavité chauffée par la paroi inférieure

#### VI.2.1.1 Lignes de courant et isothermes

La figure VI.1 présente les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh, avec  $\Phi = 6\%$ ,  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ .

Pour les lignes de courant, à  $Ra = 10^3$ , l'écoulement demeure pratiquement statique. Lorsque  $Ra$  augmente de  $10^4$  à  $10^5$ , un écoulement monocellulaire apparaît, tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. À des valeurs plus élevées de  $Ra$ , cet écoulement monocellulaire se transforme en un écoulement bicellulaire.

Concernant les isothermes, à  $Ra = 10^3$ , elles sont presque horizontales et parallèles aux parois supérieure et inférieure, indiquant un transfert de chaleur dominé par la conduction. Avec l'augmentation de  $Ra$ , les isothermes se courbent au centre de la cavité, traduisant une transition progressive vers un mécanisme convectif. Pour des valeurs élevées de  $Ra$ , les isothermes subissent des déformations importantes sous l'effet accru de la force de flottabilité, ce qui confirme que la convection devient le mode de transfert de chaleur dominant dans la

La figure VI.2 illustre l'effet de la fraction volumique des nanoparticules sur les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$ , avec  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ . Comme dans la discussion précédente, bien que la structure globale des champs dynamique et thermique reste similaire entre le fluide de base et les nanofluides, ce cas montre que les différences entre ces champs deviennent plus marquées lorsque la fraction volumique augmente.

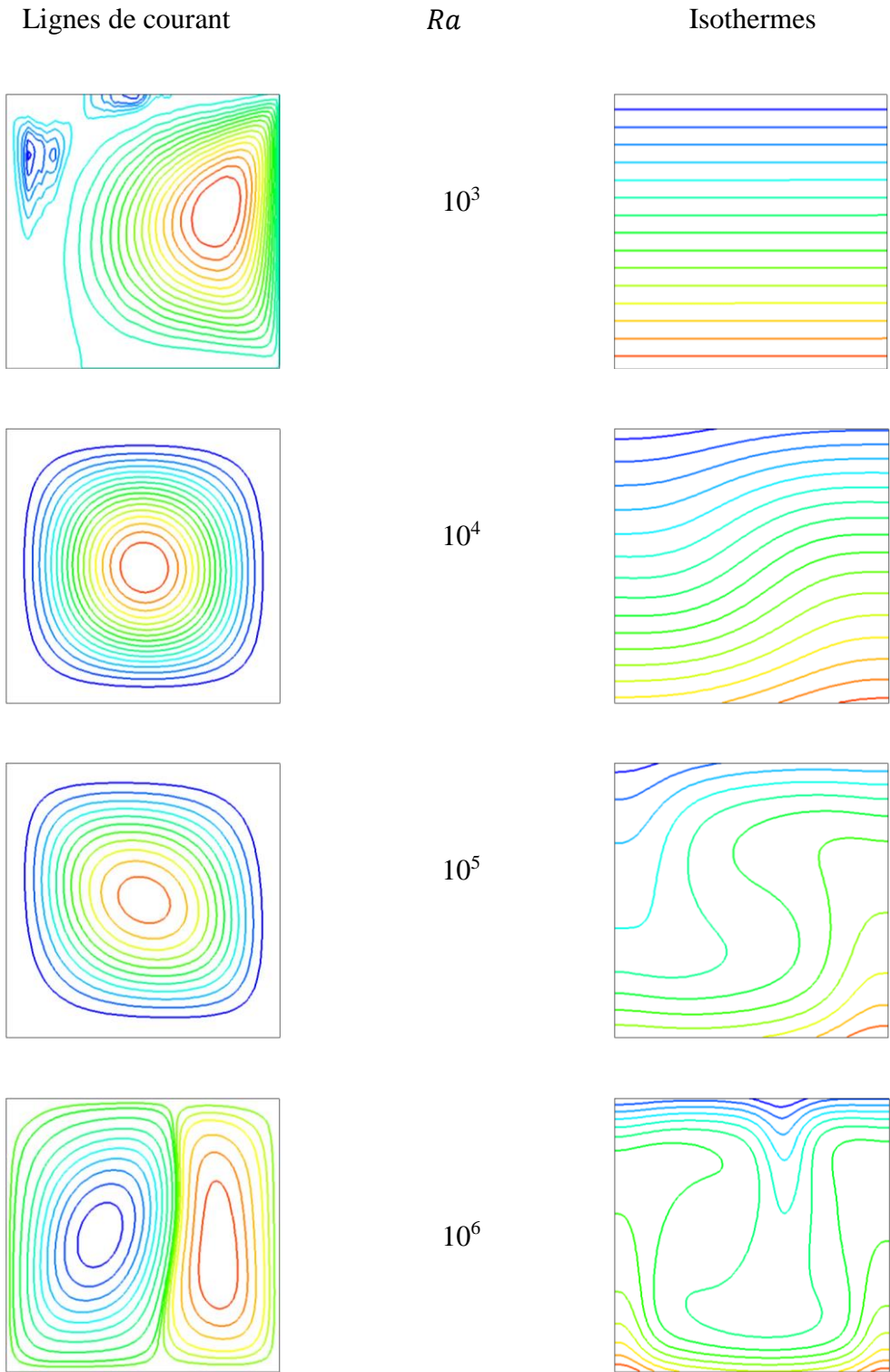
Pour les lignes de courant, des écarts significatifs apparaissent dans la région centrale : l'ajout de nanoparticules intensifie l'écoulement, notamment au centre de la cavité, en raison d'un transport d'énergie plus élevé. En revanche, près des parois actives, les variations du potentiel de courant  $\psi$  restent faibles.

Pour les isothermes, des différences notables sont observées au centre de la cavité et à proximité des parois adiabatiques. Le gradient de température près des parois convectives est légèrement plus élevé pour l'eau pure que pour les nanofluides, en raison de l'augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique  $CL_T$ .

Les figures VI.3 et VI.4 présentent les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Biot ( $Bi_1, Bi_2$ ), avec  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 6\%$ .

En ce qui concerne les variations des lignes de courant et des isothermes pour différents paramètres d'échange convectif liés au chauffage ( $Bi_1$ ) : les lignes de courant induites par la différence de température entre les deux parois horizontales de la cavité génèrent des cellules de Rayleigh-Bénard. L'effet de  $Bi_1$  se traduit par une inversion du sens de rotation des cellules formées : la cellule de gauche tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, tandis que celle de droite tourne dans le sens inverse. Pour toutes les valeurs de  $Bi_1$ , les isothermes indiquent que la chaleur extraite du fond est transportée par convection vers les coins supérieurs gauche et droit de la cavité à travers les cellules intermédiaires, ce qui se traduit par une température relativement élevée le long des parois latérales.

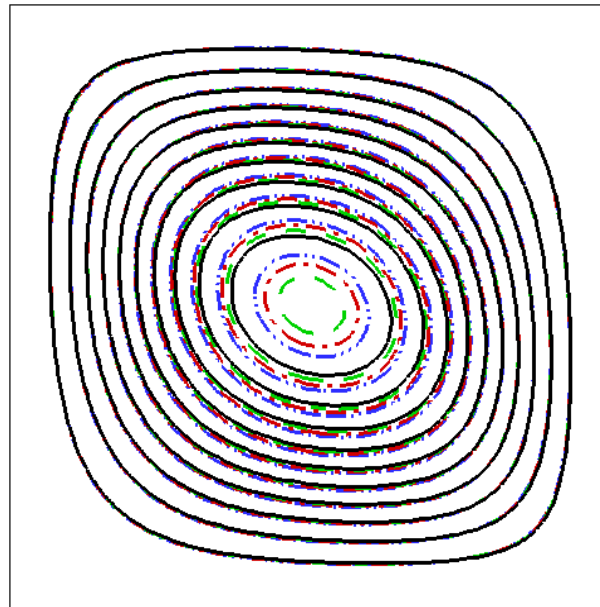
Pour les différents paramètres d'échange convectif liés au refroidissement ( $Bi_2$ ), aucune différence significative n'est observée ni dans les lignes de courant ni dans les isothermes. Cependant, la taille de la cellule centrale de la cavité augmente avec  $Bi_2$ , tandis que l'intensité des lignes de courant diminue. Quant aux isothermes, près des parois, les profils obtenus avec  $Bi_2$  diffèrent très peu de ceux correspondant à  $Bi_1$ .



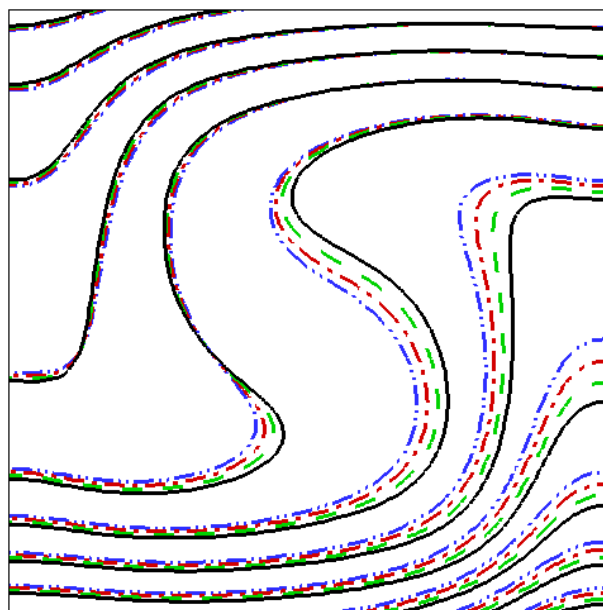
Case C1

**Figure VI.1** : Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Ra$  à  $\Phi = 6 \%$ ,  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ .

Lignes de courant

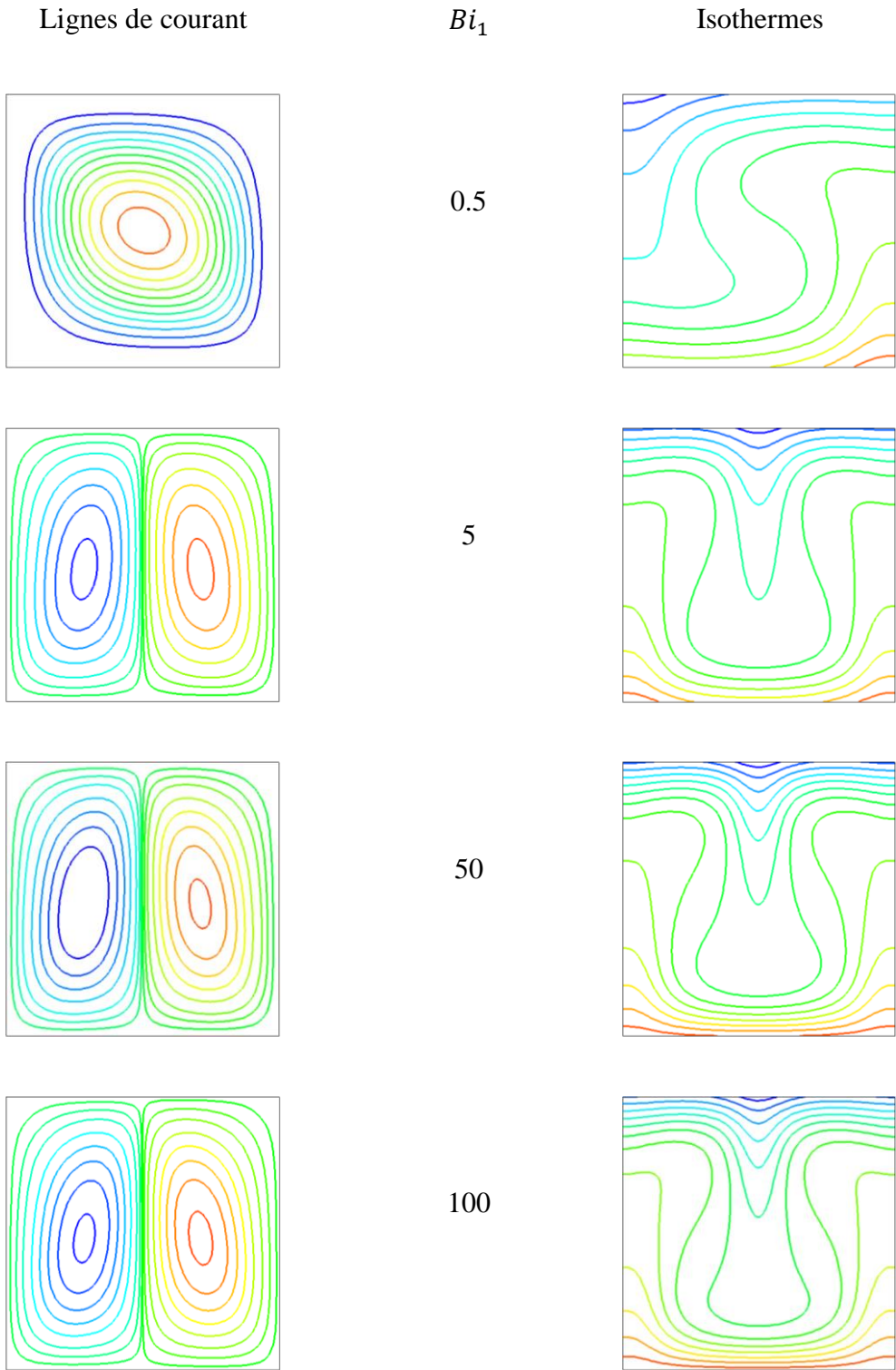


Isothermes



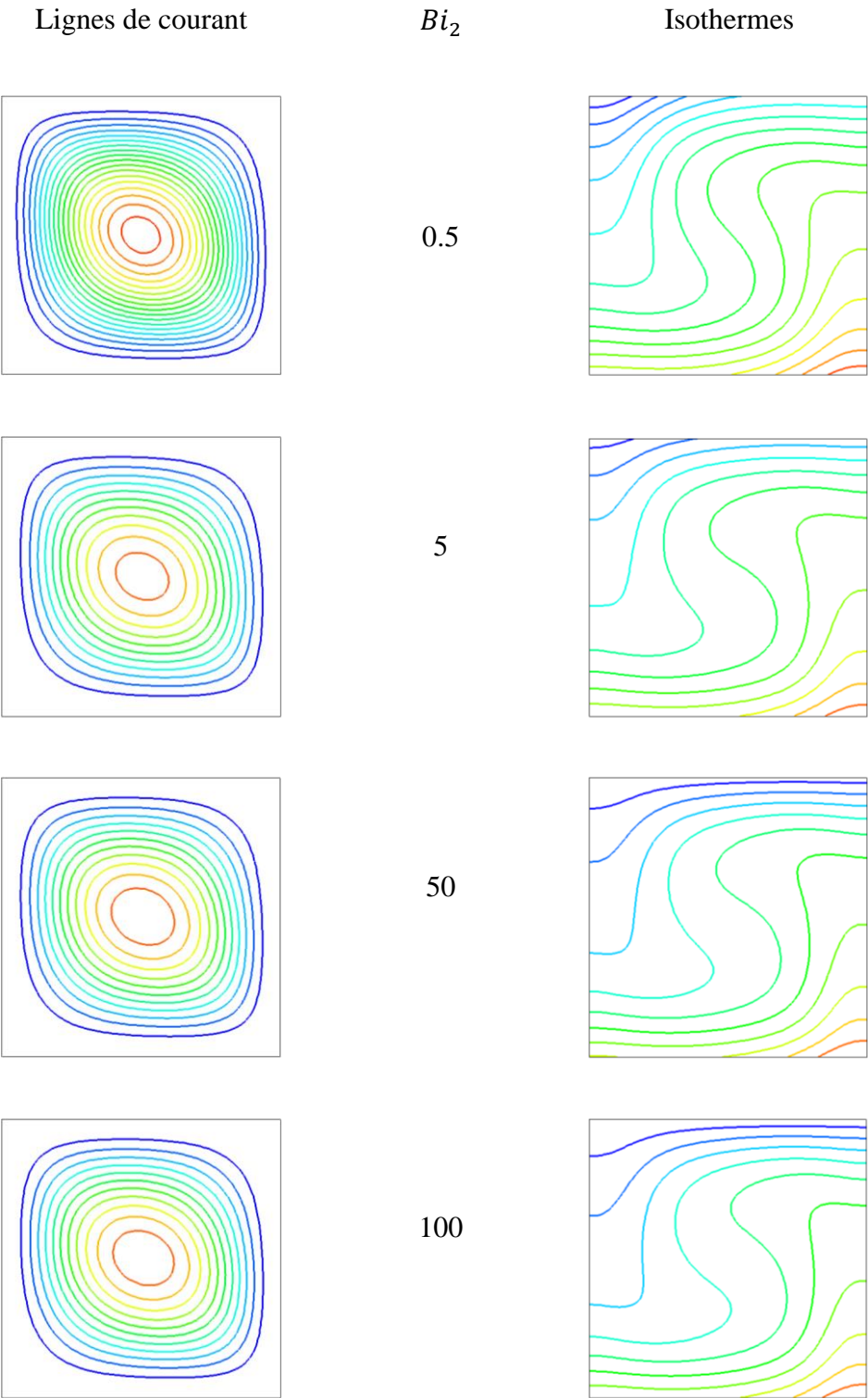
Case C1

**Figure VI.2 :** Lignes de courant et isothermes pour différents  $\Phi$  (Eau pure —,  $\Phi = 2\%$  - - -,  $\Phi = 4\%$  - · - et  $\Phi = 6\%$  - · · -) à  $Ra = 10^5$  et  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ .



Case C1

**Figure VI.3 :** Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Bi_1$  pour  $Ra = 10^5$ ,  $\Phi = 6 \%$  et  $Bi_2 = 5$ .



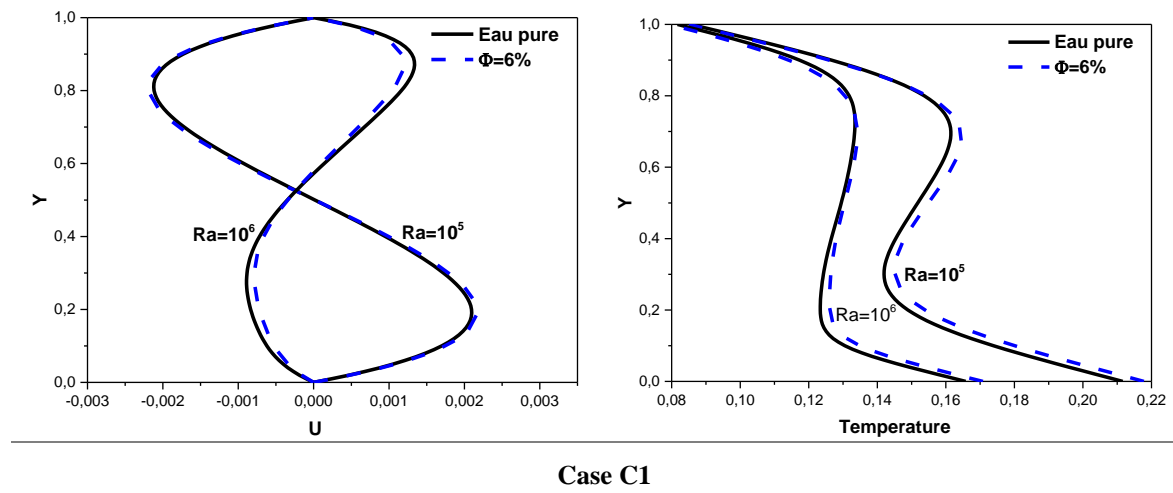
Case C1

**Figure VI.4 :** Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Bi_2$  pour  $Ra = 10^5$ ,  $\Phi = 6 \%$  et  $Bi_1 = 0.5$ .

### VI.2.1.2 Profils de vitesse et de température

La figure VI.5 présente les profils de vitesse et de température au milieu de la cavité pour l'eau pure et pour le nanofluide  $Al_2O_3$ /eau, pour deux nombres de Rayleigh ( $Ra = 10^5$  et  $Ra = 10^6$ ) et deux nombres de Biot ( $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ ). Pour ces deux valeurs de  $Ra$ , on observe que les composantes horizontales de la vitesse évoluent en sens opposés. De plus, la vitesse du nanofluide augmente lorsque  $Ra = 10^5$ , alors qu'elle diminue en présence de nanoparticules pour  $Ra = 10^6$ .

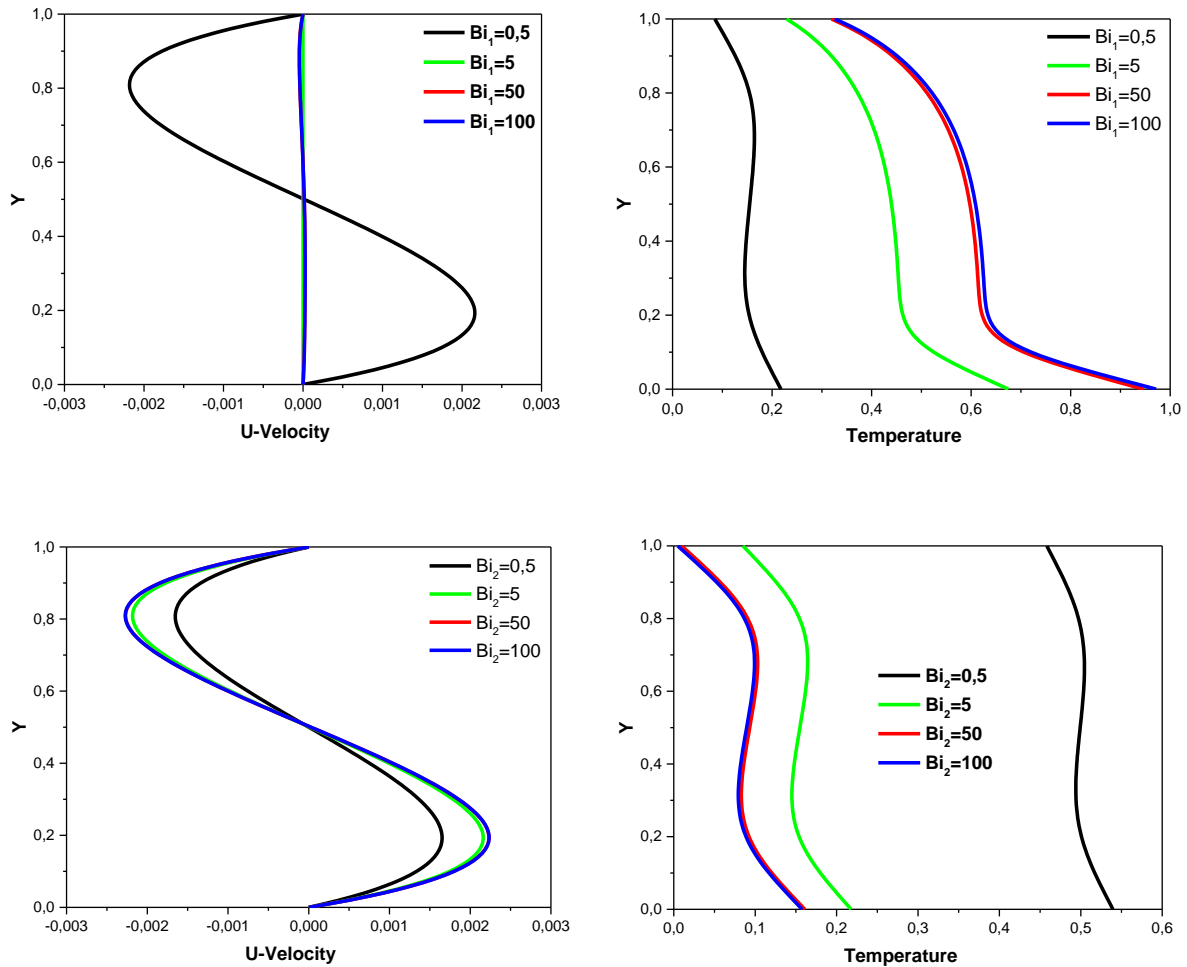
Concernant le profil de température, on constate qu'à  $Y = 1$ , la température vaut environ 0.08. Cette valeur augmente progressivement lorsque  $Y$  diminue. Dans l'intervalle  $0.20 \leq Y \leq 0.80$ , le profil de température, pour le fluide pur comme pour le nanofluide, devient pratiquement vertical. Ensuite, les valeurs de la température augmentent jusqu'à atteindre un maximum à  $Y = 0$  pour  $Ra = 10^5$ . Par ailleurs, l'effet des nanoparticules sur le fluide de base est particulièrement marqué près de la paroi inférieure et au centre de la cavité.



**Figure VI.5 :** Profils de la vitesse  $U$  et de la température pour  $X = 0.5$  de la cavité pour l'Alumine et l'eau pure à ( $Ra = 10^5$ ,  $Ra = 10^6$ ) et ( $Bi_1 = 0.5$ ,  $Bi_2 = 5$ ).

La figure VI.6 illustre la variation de la vitesse et de la température du nanofluide au milieu de la cavité pour l'ensemble des valeurs des paramètres d'échanges convectifs  $Bi_1$  et  $Bi_2$ , avec  $Ra = 10^5$ . Lorsque  $Bi_1$  augmente, l'écoulement devient essentiellement longitudinal, ce qui se traduit par une vitesse horizontale quasi nulle du nanofluide. Le profil de la vitesse  $U$  montre une augmentation des valeurs de la vitesse horizontale dans les deux directions à partir des points de déviation supérieur et inférieur, et ce pour des valeurs de  $Bi_2$  supérieures à 0.5.

Pour toutes les valeurs de  $Bi_1$ , les profils de température présentent une forme similaire. Toutefois, la température du nanofluide augmente globalement avec l'augmentation de  $Bi_1$ , avec une croissance particulièrement marquée pour  $Bi_1 = 5$ . En revanche, pour toutes les valeurs de  $Bi_2$ , une diminution de la température du nanofluide est observée ; cette décroissance devient notable pour  $Bi_2 = 5$ .



Case C1

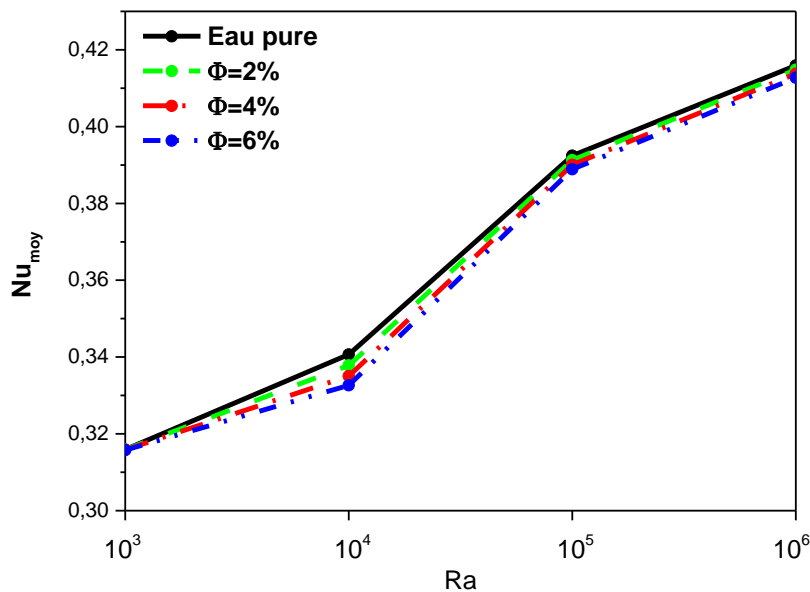
**Figure VI.6 :** Profils de la vitesse  $U$  et de la température pour  $X = 0.5$  de la cavité pour différentes  $Bi$  ( $Bi_1, Bi_2$ ) à  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 6\%$ .

### VI.2.1.3 Transfert de chaleur

La variation du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh, pour différentes fractions volumiques de nanoparticules et avec ( $Bi_1 = 0.5$ ,  $Bi_2 = 5$ ), est présentée sur la figure VI.7. On observe que l'augmentation de  $Ra$  entraîne une

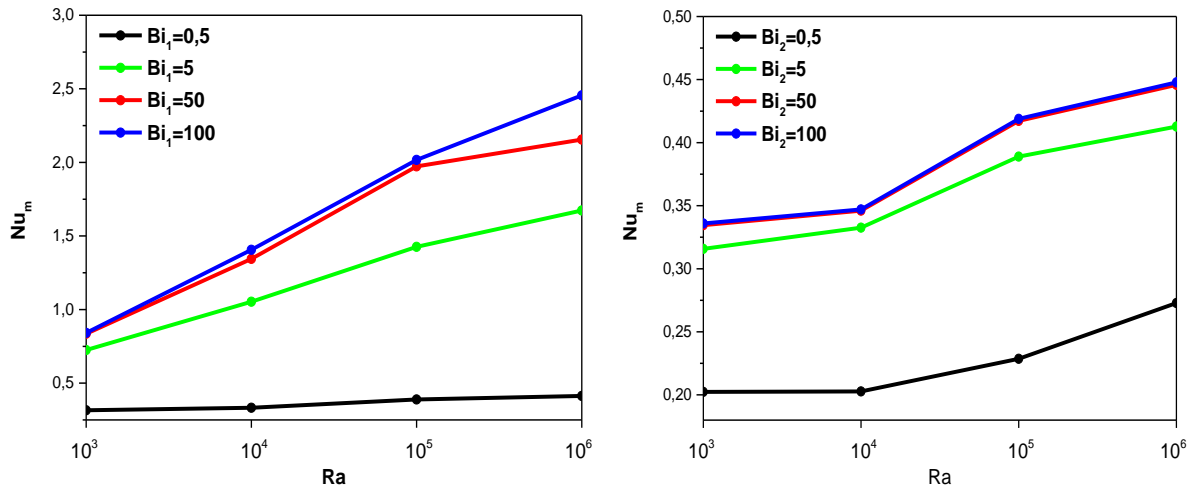
élévation de  $Nu_m$ . Par ailleurs, l'accroissement de la fraction volumique  $\Phi$  provoque une diminution du taux de transfert thermique. Cette réduction est particulièrement marquée pour  $Ra = 10^4$ , où le régime est dominé par la conduction. Une telle détérioration du transfert de chaleur a également été rapportée par Yapici et Obut [43], ainsi que par He et al. [44], ce qui s'explique par la dégradation de la conductivité thermique du nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau lorsque  $\Phi$  augmente.

La figure VI.8 illustre l'effet du nombre de Biot ( $Bi_1, Bi_2$ ) sur le nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude pour différents nombres de Rayleigh. Les résultats du cas C1 montrent que  $Nu_m$  présente une évolution croissante avec  $Ra$  et le couple ( $Bi_1, Bi_2$ ). De plus, les valeurs de  $Nu_m$  associées au paramètre d'échange convectif  $Bi_1$  sont supérieures à celles obtenues pour  $Bi_2$ . Cette augmentation devient significative pour  $Ra \geq 10^5$ , traduisant l'intensification du transfert thermique par convection, qui devient alors de plus en plus favorable au transport de chaleur.



Case C1

**Figure VI.7 :** Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction du  $Ra$  pour différentes  $\Phi$  à  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ .



Case C1

**Figure VI.8 :** Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction de  $Ra$  pour différentes  $Bi$  ( $Bi_1, Bi_2$ ) à  $\Phi = 6\%$ .

## VI.2.2 Cas C2 : Cavité chauffée par la paroi latérale

### VI.2.2.1 Lignes de courant et isothermes

La figure VI.9 présente les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Rayleigh, avec une fraction volumique de nanoparticules  $\Phi = 6\%$ , et  $Bi_1 = 0.5$ ,  $Bi_2 = 5$ .

Pour les lignes de courant, à  $Ra = 10^3$ , l'écoulement est monocellulaire et tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. L'intensité de cet écoulement augmente progressivement lorsque  $Ra$  croît, en particulier au centre de la cavité. À  $Ra = 10^5$ , on observe que la cellule principale adopte une forme elliptique plutôt que circulaire. Lorsque  $Ra$  atteint  $10^6$ , la zone principale de circulation se scinde en deux vortex tournant en sens opposés, lesquels se rapprochent des parois, indiquant ainsi un renforcement du régime convectif.

Concernant les isothermes, pour  $Ra = 10^3$ , celles-ci sont presque verticales, traduisant un transfert thermique essentiellement conductif à travers les parois actives. À mesure que  $Ra$  augmente, le mécanisme de transfert de chaleur évolue progressivement du régime conductif vers le régime convectif. On constate également que l'épaisseur de la couche limite thermique près des parois diminue avec l'augmentation de  $Ra$ , tandis que les zones limites adjacentes deviennent plus intenses. Dans la région centrale de la cavité, les isothermes tendent alors à s'orienter horizontalement.

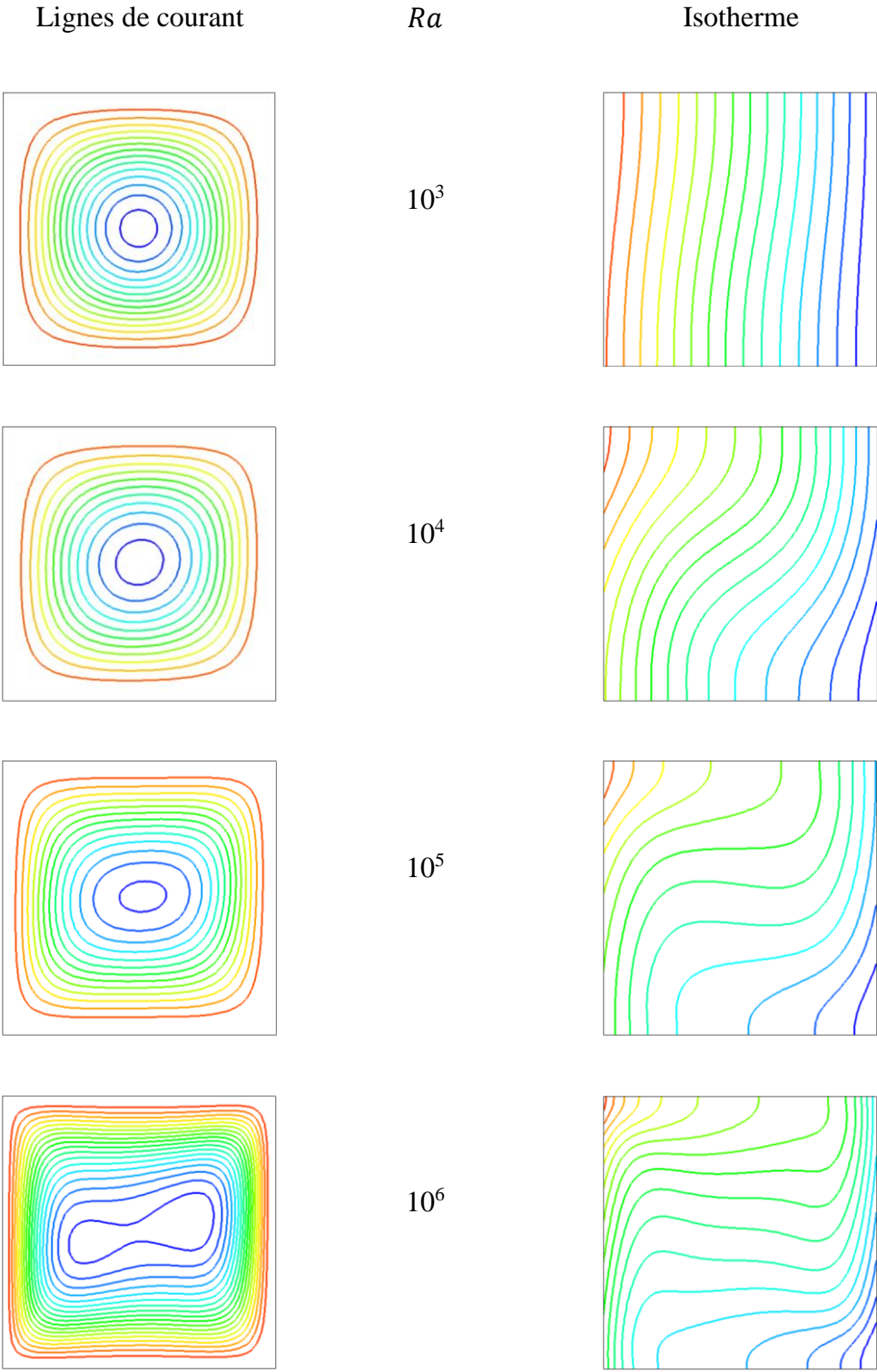
La figure VI.10 illustre l'effet de la fraction volumique des nanoparticules sur les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$ , avec  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ . Comme dans le cas précédent, bien que la structure globale des champs dynamique et thermique reste similaire pour le fluide de base et le nanofluide, les écarts entre ces champs deviennent plus marqués lorsque la fraction volumique des nanoparticules augmente.

Concernant les lignes de courant, d'importantes différences apparaissent dans la région centrale de la cavité. L'ajout de nanoparticules intensifie l'activité de l'écoulement, en particulier au centre, en raison de l'amélioration du transport de quantité de mouvement et d'énergie. En revanche, à proximité des parois soumises aux conditions convectives, la variation de  $\psi$  demeure très faible.

Pour les isothermes, des écarts relativement significatifs sont observés au centre de la cavité et près des parois adiabatiques. Le gradient de température le long des parois convectives est légèrement plus élevé pour l'eau pure que pour le nanofluide, en raison de l'épaississement de la couche limite thermique ( $CL_T$ ) lorsque la fraction volumique en nanoparticules augmente.

Les figures VI.11 et VI.12 présentent les lignes de courant et les isothermes pour différents nombres de Biot ( $Bi_1, Bi_2$ ) à  $Ra = 10^5$  avec  $\Phi = 6\%$ . Pour les différents paramètres d'échanges convectifs (échauffement), la structure globale des lignes de courant et des isothermes reste globalement similaire. Toutefois, les variations observées dans la région centrale demeurent sensibles aux valeurs de  $Bi_1$ . De plus, l'épaisseur de la couche limite thermique ( $CL_T$ ) au niveau des parois convectives diminue lorsque  $Bi_1$  augmente.

En ce qui concerne les paramètres d'échanges convectifs associés au refroidissement, aucune différence significative n'est observée ni dans les lignes de courant ni dans les isothermes. Cependant, la forme de la cellule principale montre une légère sensibilité à l'augmentation de  $Bi_2$ . Par ailleurs, l'écoulement du nanofluide dans la cavité devient plus froid dans la partie inférieure du côté droit lorsque  $Bi_2$  augmente.

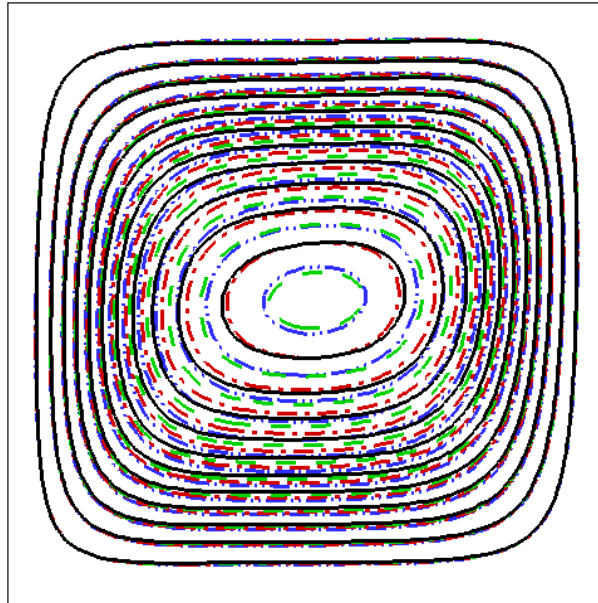


---

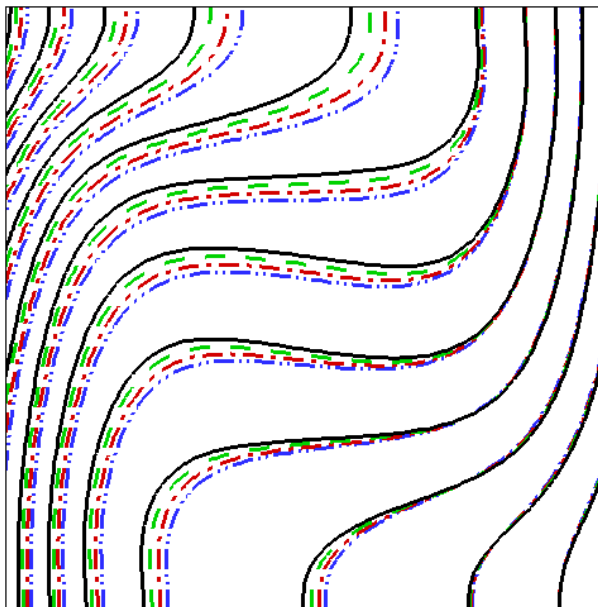
**Case C2**

**Figure VI.9** : Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Ra$  à  $\Phi = 6 \%$ ,  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ .

### Lignes de courant

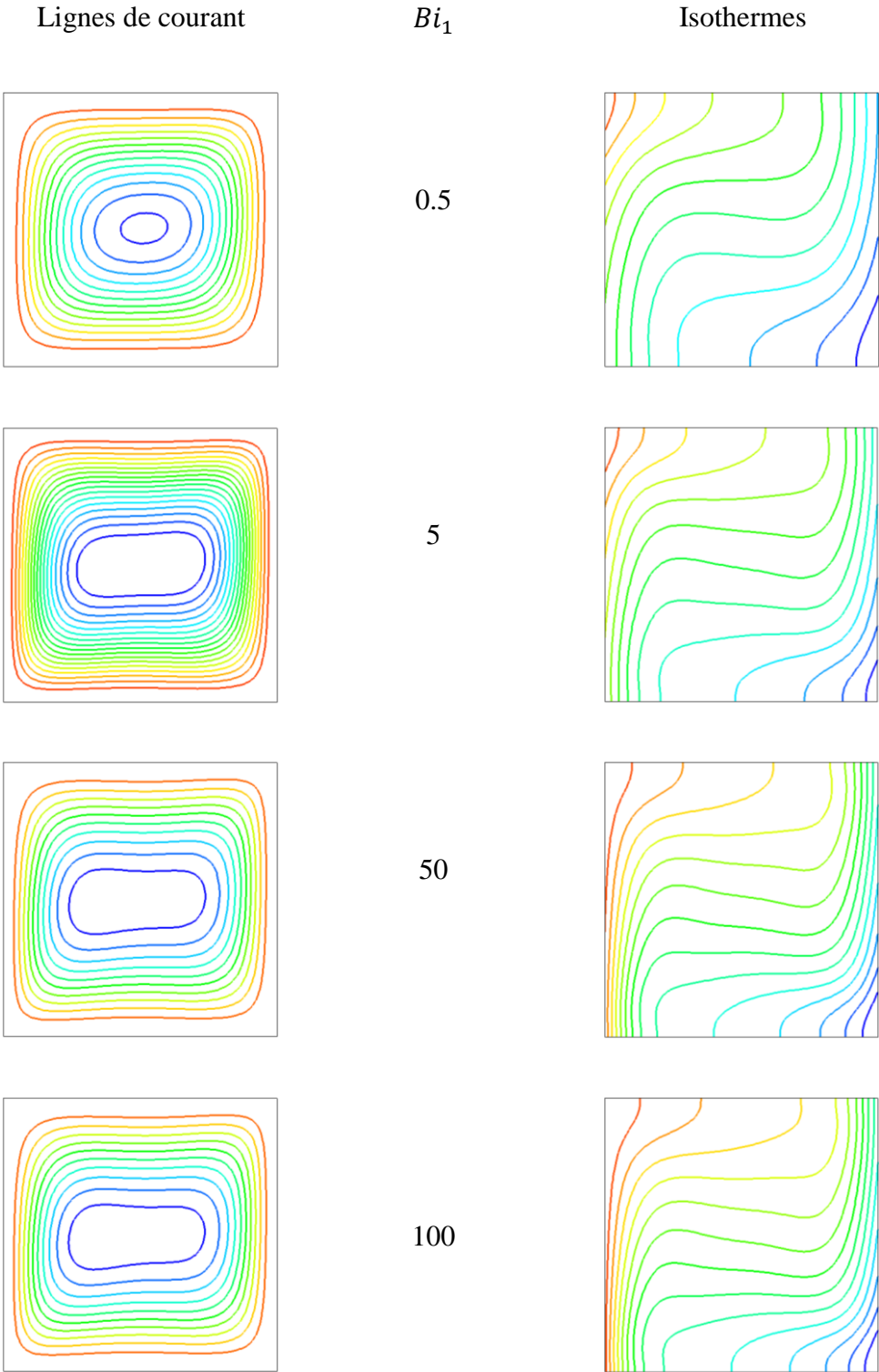


### Isothermes



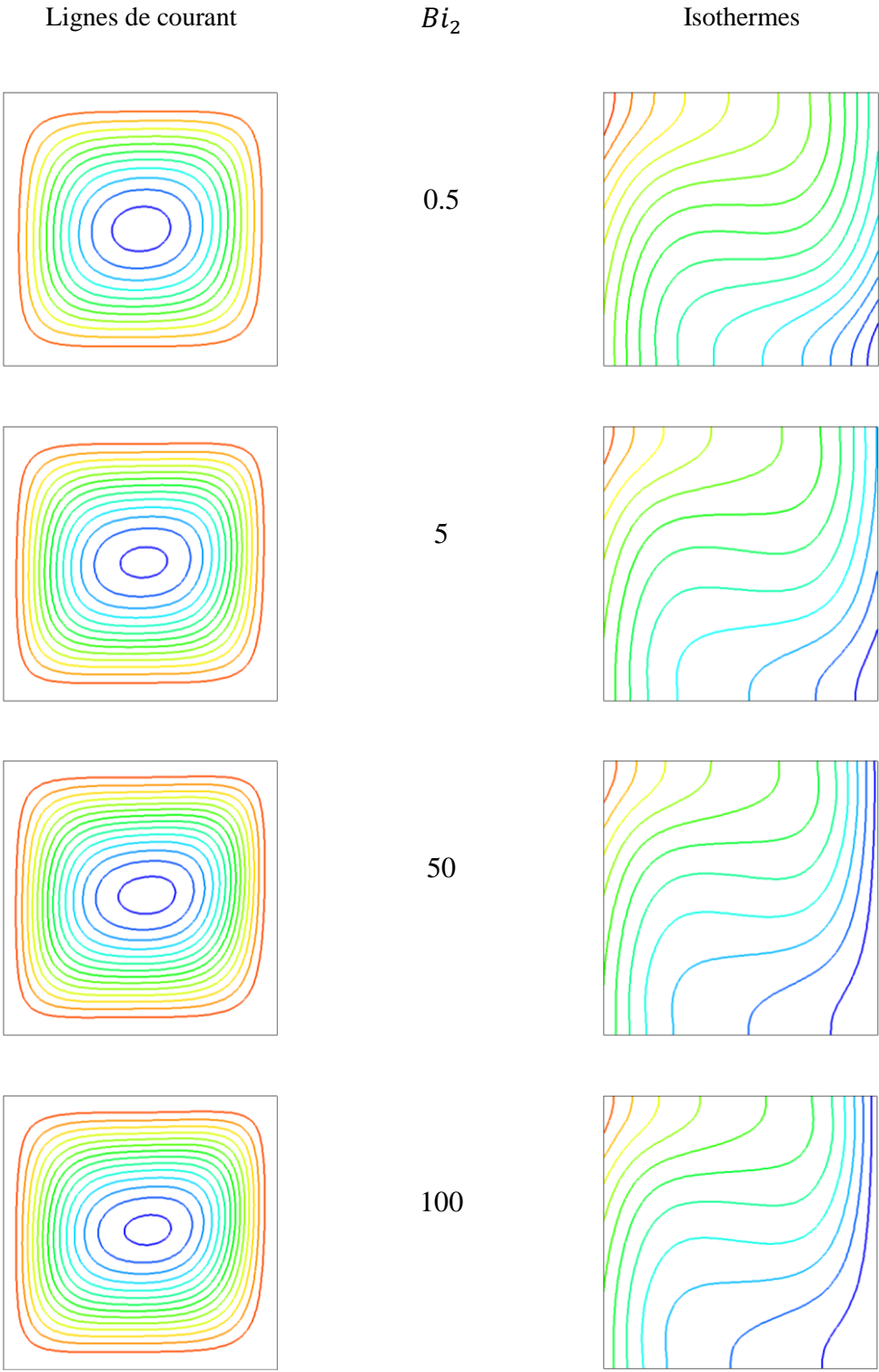
Case C2

**Figure VI.10 :** Lignes de courant et isothermes pour différents  $\Phi$  (Eau pure —,  $\Phi = 2\%$  ---,  $\Phi = 4\%$  - · - et  $\Phi = 6\%$  - · · -) à  $Ra = 10^5$  et  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ .



Case C2

**Figure VI.11** : Lignes de courant et isothermes pour différents  $Bi_1$  à  $Ra = 10^5$ ,  $\Phi = 6\%$  et  $Bi_2 = 5$ .



Case C2

Figure VI.12 : Lignes de courant et isothermes pour différentes  $Bi_2$  à  $Ra = 10^5$ ,  $\Phi = 6\%$  et  $Bi_1 = 0.5$ .

### VI.2.2.2 Profils de vitesse et de température

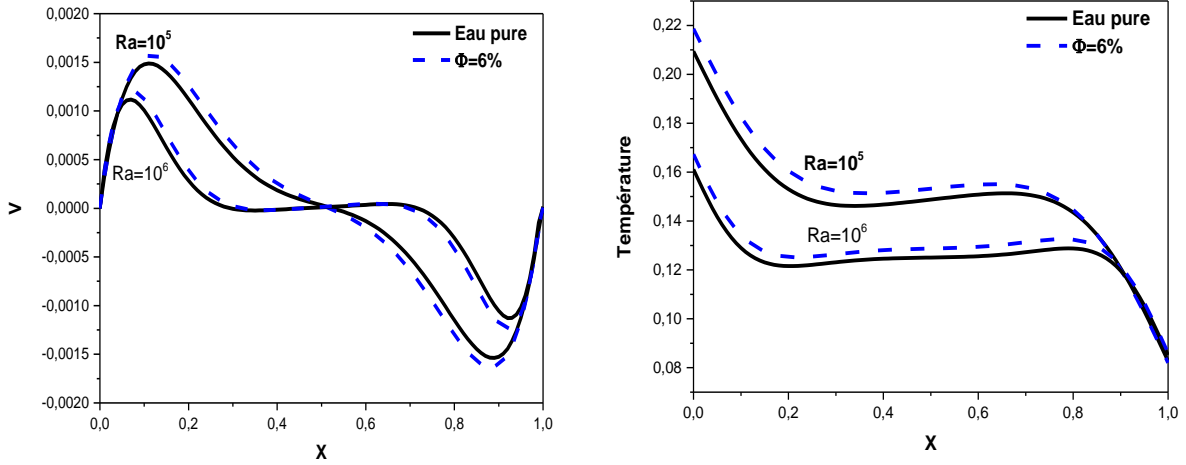
La figure VI.13 présente les profils de vitesse et de température au milieu de la cavité, pour l'eau pure et pour le nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau, aux nombres de Rayleigh  $Ra = 10^5$  et  $10^6$ , avec  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ . Les valeurs maximale et minimale de la vitesse verticale diminuent lorsque  $Ra$  augmente, tendant progressivement vers une vitesse nulle. Par ailleurs, à proximité de la paroi chaude, la vitesse du nanofluide s'accroît, alors qu'elle diminue près de la paroi froide. Ce comportement est attribué à la variation de densité du nanofluide et à l'intensification locale de l'écoulement.

Pour les profils de température, on observe qu'aux deux valeurs de  $Ra$ , la variation de la température en fonction de l'abscisse  $X$  est quasi linéaire au voisinage des parois chaude et froide. De plus, dans les zones proches de la paroi chaude ( $0 \leq X \leq 0.20$ ) et de la paroi froide ( $0.80 \leq X \leq 1$ ), le gradient thermique demeure élevé pour le fluide de base comme pour le nanofluide. L'effet des nanoparticules est particulièrement marqué près de la paroi chaude et au centre de la cavité, où elles modifient sensiblement la distribution thermique.

Ainsi, on peut conclure que le transfert de chaleur dans le nanofluide s'effectue principalement au sein des couches limites, tandis que le mécanisme convectif devient progressivement dominant dans la cavité, surpassant celui de la conduction.

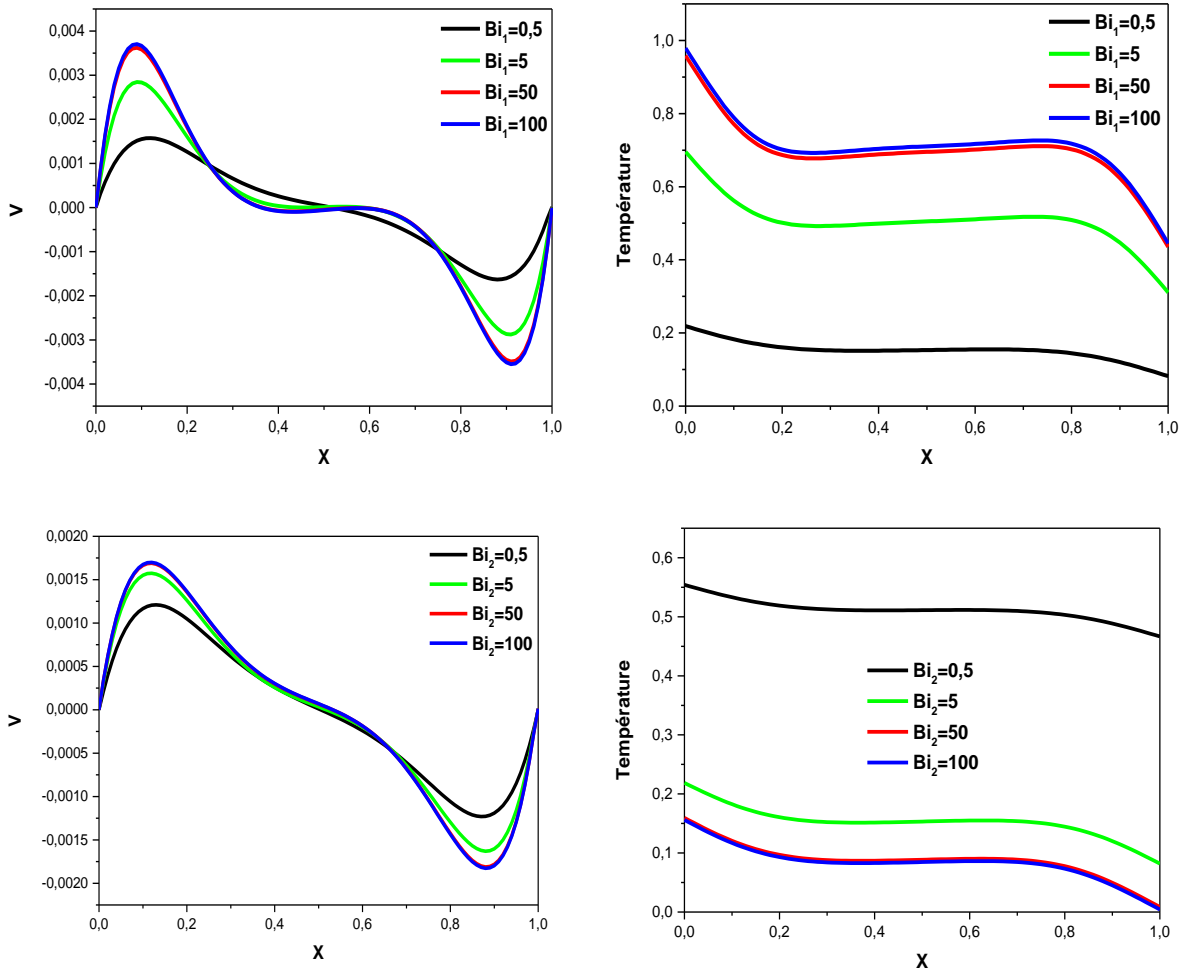
La figure VI.14 illustre la variation de la vitesse et de la température du nanofluide au milieu de la cavité pour l'ensemble des valeurs des paramètres d'échange convectif  $Bi_1$  et  $Bi_2$ , avec  $Ra = 10^5$ . Le profil de vitesse montre que l'augmentation de  $Bi_1$  et de  $Bi_2$  intensifie l'écoulement, particulièrement lorsque  $(Bi_1, Bi_2) \geq 5$ . Il est également intéressant de noter qu'au voisinage des parois gauche et droite, les valeurs maximale et minimale de la vitesse verticale du nanofluide sont obtenues respectivement pour  $Bi_1=100$  et  $Bi_1=0.5$ , et de même pour les variations de  $Bi_2$  ( $Bi_2=100$  et  $Bi_2=0.5$ ).

Comme prévu, le profil de température du nanofluide augmente avec l'accroissement de  $Bi_1$ , tandis qu'il diminue sous l'effet de  $Bi_2$ . Par ailleurs, une variation notable, à la fois croissante et décroissante, est observée pour les paramètres d'échange convectif  $Bi_1 = 5$  et  $Bi_2 = 5$ .



Case C2

**Figure VI.13 :** Profils de la vitesse  $V$  et de la température pour  $Y = 0.5$  de la cavité pour l'Alumine et l'eau pure à ( $Ra = 10^5, 10^6$ ) et ( $Bi_1 = 0.5, Bi_2 = 5$ ).



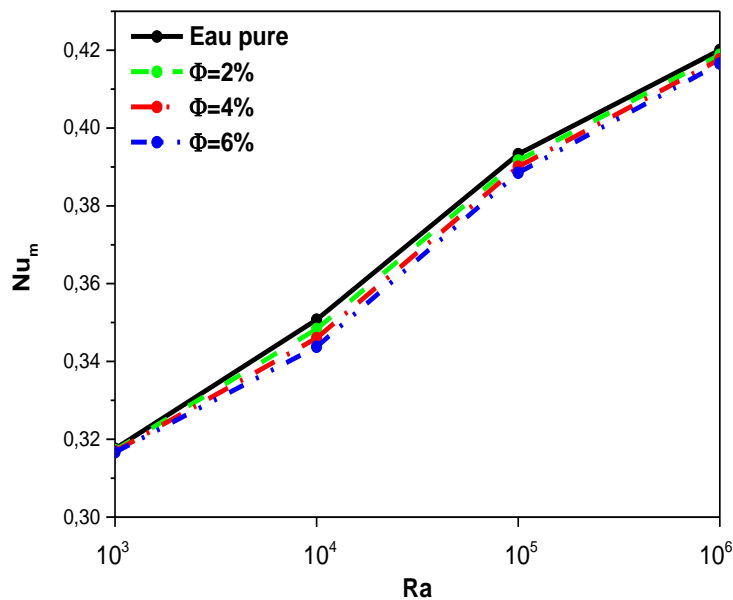
Case C2

**Figure VI.14 :** Profils de la vitesse  $V$  et de la température pour  $Y = 0.5$  de la cavité pour différentes  $Bi$  ( $Bi_1, Bi_2$ ) à  $Ra = 10^5$  et  $\Phi = 6\%$ .

### VI.2.2.3 Transfert de chaleur

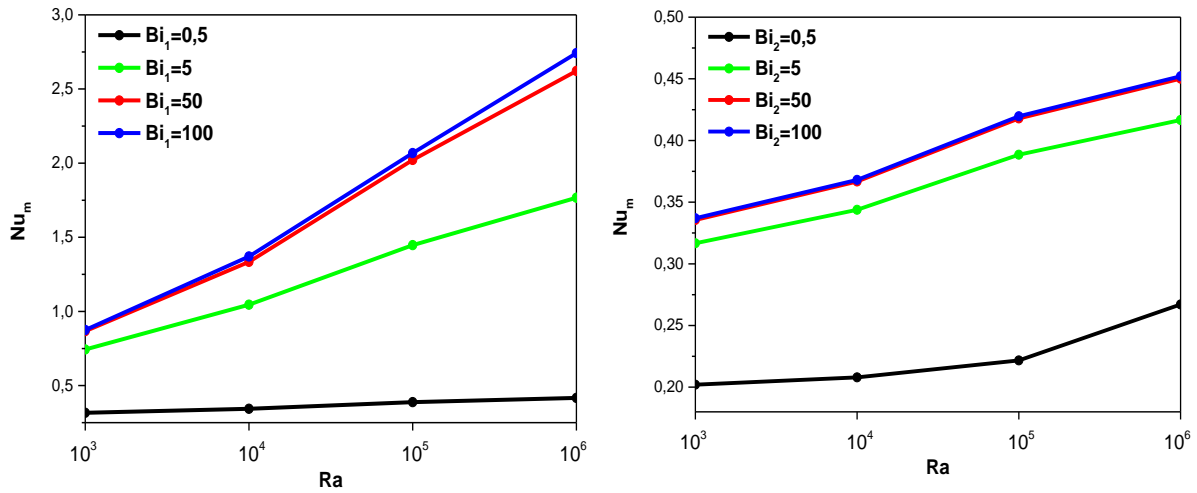
La variation du nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh, pour différentes fractions volumiques de nanoparticules et avec ( $Bi_1 = 0.5$ ,  $Bi_2 = 5$ ), est illustrée sur la figure VI.15. Comme dans le cas précédent, l'augmentation de  $Ra$  entraîne une hausse de  $Nu_m$ . Par ailleurs, l'ajout de nanoparticules (augmentation de  $\Phi$ ) conduit à une diminution du taux de transfert de chaleur. Cette réduction est plus marquée pour  $Ra = 10^4$ , où le régime est dominé par la conduction. Un comportement similaire a été rapporté par Yapici et Obut [43], ainsi que par He et al. [44]. Ce phénomène s'explique par la diminution de la conductivité thermique du nanofluide Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau lorsque la fraction volumique  $\Phi$  augmente.

La figure VI.16 présente l'effet du nombre de Biot ( $Bi_1$ ,  $Bi_2$ ) sur le nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude pour différents nombres de Rayleigh. Comme précédemment,  $Nu_m$  augmente avec la croissance de  $Ra$  et du couple ( $Bi_1$ ,  $Bi_2$ ). Toutefois, les valeurs de  $Nu_m$  associées au paramètre d'échange convectif  $Bi_1$  sont supérieures à celles obtenues pour  $Bi_2$ . Cette augmentation devient significative pour  $Ra \geq 10^5$  et s'explique par l'importance croissante du transfert thermique par convection, qui favorise davantage l'évacuation de chaleur.



Case C2

**Figure VI.15 :** Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction du  $Ra$  pour différentes  $\Phi$  à  $Bi_1 = 0.5$  et  $Bi_2 = 5$ .



Case C2

**Figure VI.16 :** Variation du  $Nu_{m_{ch}}$  en fonction du  $Ra$  pour différentes  $Bi$  ( $Bi_1, Bi_2$ ) à  $\Phi = 6\%$ .

### VI.3 Conclusion

Dans cette étude numérique, nous avons présenté et analysé les résultats relatifs au transfert de chaleur en convection naturelle d'un nanofluide au sein d'une cavité carrée soumise à un flux thermique convectif. Les effets des principaux paramètres, tels que le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ), la fraction volumique des nanoparticules ( $\Phi$ ) et les nombres de Biot ( $Bi_1, Bi_2$ ), ont été examinés afin d'évaluer leur influence sur le transfert de chaleur. Les conclusions essentielles tirées des deux cas étudiés sont les suivantes :

- L'ajout de nanoparticules au fluide de base entraîne une diminution du taux de transfert de chaleur, traduisant ainsi une dégradation de la conductivité thermique du nanofluide  $Al_2O_3$ /eau. Une telle réduction du transfert thermique a également été rapportée par Yapici et Obut [43], ainsi que par He et al. [44].
- Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'accroissement de  $Ra$  et du couple de nombres de Biot ( $Bi_1, Bi_2$ ). Toutefois, les valeurs de  $Nu_m$  associées au paramètre d'échange convectif  $Bi_1$  demeurent supérieures à celles obtenues pour  $Bi_2$ . Cette augmentation devient significative lorsque la convection devient dominante, rendant ainsi le transfert de chaleur de plus en plus efficace.

Enfin, le flux de chaleur convectif aux parois actives a été présenté pour les deux configurations de la cavité carrée. Cette analyse permet d'envisager la simulation de conditions aux limites thermiques uniformes ou non uniformes dans des géométries physiques plus complexes à l'aide de la méthode LBM.

## **Conclusion générale**

## Conclusion générale

---

Afin de conclure cette thèse, nous présentons ci-dessous les résultats obtenus dans les différents cas étudiés :

Dans un premier cas, la convection naturelle dans une cavité inclinée remplie d'un nanofluide Cu/eau et soumise à une température sinusoïdale a été étudiée numériquement à l'aide de la méthode LBM. Les résultats obtenus permettent de tirer les conclusions suivantes :

- Le nombre de Nusselt moyen augmente de manière linéaire et proportionnelle à la fraction volumique des nanoparticules. Cette amélioration du transfert thermique peut être attribuée à l'augmentation de la conductivité thermique effective du nanofluide.
- Le transfert thermique s'améliore également lorsque le déphasage de la température sinusoïdale augmente.

Dans les cas B1 et B2, la convection naturelle d'un nanofluide Cu/eau dans une cavité carrée chauffée par un flux de chaleur de densité constante a été étudiée numériquement par LBM. Les résultats montrent que :

- L'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules favorise le transfert de chaleur.
- L'augmentation du paramètre d'échange convectif  $Bi$  améliore également le transfert thermique.

Dans les deux derniers cas, nous avons étudié numériquement le transfert de chaleur en convection naturelle d'un nanofluide  $Al_2O_3$ /eau dans une cavité carrée chauffée par un flux convectif. Une détérioration du transfert thermique, similaire à celle rapportée par Yapici et Obut [43] et He et al. [44], a été observée. Cela s'explique par la diminution de la conductivité thermique du nanofluide  $Al_2O_3$ /eau lorsque la fraction volumique des nanoparticules augmente.

Concernant l'effet du paramètre  $Bi$  :

- Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation des paramètres binaires  $(Bi_1, Bi_2)$ .
- Les valeurs de  $Nu_m$  correspondant à  $Bi_1$  sont supérieures à celles correspondant à  $Bi_2$ , et cette augmentation devient plus significative lorsque la convection domine, favorisant ainsi le transfert thermique.

## Conclusion générale

---

Les résultats présentés dans cette thèse indiquent que l'étude du transfert de chaleur à l'aide de nanofluides est complexe, car plusieurs facteurs peuvent influencer le transfert thermique.

Enfin, il convient de noter que la méthode LBM simule efficacement les conditions aux limites thermiques uniformes, que la géométrie soit chauffée par convection ou par un flux de chaleur de densité constante. Les résultats obtenus confirment que LBM constitue une alternative fiable aux méthodes CFD classiques.

Il est important de noter que les résultats de cette recherche ont été publiés dans trois articles scientifiques, dûment référencés à la fin de cette thèse.

## Références

- [1] B. Boudjeniba, A. Laouer, S. Laouar, E. Mezaache, Transition to chaotic natural convection of Cu-water nanofluid in an inclined square enclosure, *International Journal of Heat and Technology*, 37 (2) 413-422 (2019).
- [2] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46 3639e3653 (2003).
- [3] G.R. Kefayati, S.F. Hosseinizadeh, M. Gorji, H. Sajjadi, Lattice Boltzmann simulation of natural convection in tall enclosures using water/SiO<sub>2</sub> nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38 798–805 (2011).
- [4] R.Y. Jou, S.C. Tzeng, Numerical research of nature convective heat transfer enhancement filled with nanofluids in rectangular enclosures, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 33 727–736 (2006).
- [5] C.J. Ho, M.W. Chen, Z.W. Li, Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51, 4506e4516 (2008).
- [6] H. Nemati, M. Farhadi, K. Sedighi, H.R. Ashorynejad, E. Fattahi, Magnetic field effects on natural convection flow of nanofluid in a rectangular cavity using the Lattice Boltzmann model, *Scientia Iranica B* 19 (2), 303–310 (2012).
- [7] H.F. Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29 1326–1336 (2008).
- [8] G.A. Sheikhzadeh, A. Arefmanesh, M.H. Kheirkhah, R. Abdollahi, Natural convection of Cu–water nanofluid in a cavity with partially active side walls, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 30 166–176 (2011).
- [9] S.M. Aminossadati, B. Ghasemi, Natural convection of water-CuO nanofluid in a cavity with two pairs of heat source-sink, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38 672–678 (2011).
- [10] S. Kadri, M. Elmir, R. Mehdaoui, Numerical approach of coupling vibration magneto-convection in nanofluid, *International Journal of Multiphysics*, Volume 10·Number 2· (2016).

- [11] E. Abu-Nada, H.F. Oztop, I. Pop, Buoyancy induced flow in a nanofluid filled enclosure partially exposed to forced convection, *Superlattices and Microstructures*, 51 381–395 (2012).
- [12] S.M. Aminossadati, B. Ghasemi, Natural convection cooling of a localised heat source at the bottom of a nanofluid-filled enclosure, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 28 630-640 (2009).
- [13] M. Nabavitatabayyi, E. Shirani, Mohammad Hassan Rahimian, Investigation of heat transfer enhancement in an enclosure filled with nanofluids using multiple relaxation time lattice Boltzmann modeling, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38 128–138 (2011).
- [14] M.T. Nguyen, A.M. Aly, S.W. Lee, Unsteady natural convection heat transfer in a nanofluid-filled square cavity with various heat source conditions, *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 8(5) 1–18 (2016).
- [15] H.F. Oztop, E. Abu-Nada, Y. Varol, K. Al-Salem, Computational analysis of non-isothermal temperature distribution on natural convection in nanofluid filled enclosures, *Superlattices and Microstructures*, 49 453–467 (2011).
- [16] M. Bouhalleb, H. Abbassi, Natural convection in an inclined rectangular enclosure filled by CuO-H<sub>2</sub>O nanofluid, with sinusoidal temperature distribution, *International Journal of Hydrogen Energy* (2015).
- [17] S. Sivasankaran, K.L. Pan, Natural Convection of nanofluids in a cavity with nonuniform temperature distributions on side walls, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, 65:3, 247-268, (2014).
- [18] A.R. Rahmati, A.R. Roknabadi, M. Abbaszadeh, Numerical simulation of mixed convection heat transfer of nanofluid in a double lid-driven cavity using lattice Boltzmann method, *Alexandria Engineering Journal* 55, 3101–3114 (2016).
- [19] G.R. Kefayati, Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with sinusoidal temperature distribution, *Powder Technology*, 243 171–183 (2013).
- [20] M.K. Jamei, P.H.M. Poshti, Free convection simulation of TiO<sub>2</sub>–Water nanofluid in square cavity with sinusoidal side, *Iran J Sci Technol Trans Mech Eng*, 10.1007/s40997-017-0094-0.

- [21] H.F. Oztop, M. Mobedi, E. Abu-Nada, I. Pop, A heatline analysis of natural convection in a square inclined enclosure filled with a CuO nanofluid under non-uniform wall heating condition, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55 5076–5086 (2012).
- [22] A. Mahmoudi, I. Mejri, M.A. Abbassi, A. Omri, Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with linear temperature distribution, *Powder Technology*, 256 257–271 (2014).
- [23] R. Djebali, Simulation et modélisation des transferts dans les milieux multiphasés et multiconstituants par une approche Boltzmann sur réseau, Thèse de Doctorat, Physiques, Université de Tunis el Manar-Université de Limoges, 14/05/2011, 10.13140/RG.2.1.4661.9362.
- [24] B. Benameur, Etude de la convection dans une cavité carrée avec une paroi partiellement chauffée par la méthode de Boltzmann sur réseau, Mémoire de magister, Génie mécanique, Université Abdelhamid Ibn-Badis Mostaganem-Algérie, 23/01/2014.
- [25] K. Azzouz, T. Tayebi, M. Djeddar, Effect of periodic heating conditions on natural convection in an enclosure filled with Copper-water nanofluid, *Journal of Nanofluids*, Vol. 8, pp. 1281–1294 (2019).
- [26] Y. Xuan, W. Roetzel, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 43 (19) 3701–3707 (2000).
- [27] J.C. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism*, vol. II, Oxford University Press, Cambridge, UK, 1873. 54.
- [28] H.C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solution, *J. Chem. Phys.*, 20 571–581 (1952).
- [29] E. Abu-Nada, Z. Masoud, A. Hijazi, Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids, *Int. Commun. Heat Mass Transfer*, 35 657–665 (2008).
- [30] A.A. Abbasian Arani, S. Mazrouei Sebdani, M. Mahmoodi, A. Ardeshiri, M. Aliakbari, Numerical study of mixed convection flow in a lid-driven cavity with sinusoidal heating on sidewalls using nanofluid, *Superlattices and Microstructures*, 51 893–911 (2012).
- [31] B. Chopard. D. Michel, *Cellular automata modeling of physical systems*. Collection Ala-Saclay, Cambridge, England, New York: Cambridge University Press, (1998).

- [32] J. Duchateau, Parallélisation de simulations physiques utilisant un modèle de Boltzmann multiphases et multi-composants en vue d'un épandage de GNL sur sol, *Automatique / Robotique*, Université du Littoral Côte d'Opale, décembre 2015. Français. NNT: 2015DUNK0393.
- [33] S. Hasnaoui, Transferts de chaleur et de masse couplés en milieux confinés engendrés par diffusion thermogravitationnelle : étude mésoscopique, Thèse de Doctorat, Sciences pour l'Ingénieur : Transferts de chaleur et de masse, Université de Picardie Jules Verne- Université Cadi Ayyad (Marrakech, Maroc), 02 /03/ 2019. Français. NNT : 2019AMIE0002.
- [34] A.A. Mohamad, A. Kuzmin, A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problem, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53 990–996 (2010).
- [35] A.A. Mohamad, *Lattice Boltzmann method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, Springer Science & Business Media, (2011).
- [36] M. Sheikholeslami, H.R. Ashorynejad, P. Ranan, Lattice Boltzmann simulation of nanofluid heat transfer enhancement and entropy generation, *Journal of Molecular Liquids*, 214 86–95 (2016).
- [37] F.S. Komori, M.N.P. Carrefio, Simulating nanofluids using the Lattice Boltzmann method, *Symposium on Microelectronics Technology and Devices*, 13935598 (2013).
- [38] M.A.R. Sharif, R.M. Taquiur, Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls, *International Journal of Thermal Sciences*, 44 865–878 (2005).
- [39] Ç. Yıldız, M. Arıcı, S. Nižeti, A. Shahsavari, Numerical investigation of natural convection behavior of molten PCM in an enclosure having rectangular and tree-like branching fins, *Energy*, 207 118223 (2020).
- [40] Y. Hu, Y. He, C. Qi, B. Jiang, H. I. Schlaberg, Experimental and numerical study of natural convection in a square enclosure filled with nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 78 380–392 (2014).
- [41] F.H. Lai, Y.T. Yang, Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluids in a square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, 50 1930-1941 (2011).

- [42] A.G.A. Nnanna, Experimental model of temperature-driven nanofluid, *ASME Journal of Heat Transfer* 129 697-704 (2007).
- [43] K. Yapici, S. Obut, Benchmark results for natural and mixed convection heat transfer in a cavity, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, Vol. 25 Iss 5 pp. 998-1029 (2015).
- [44] Y. He, C. Qi, Y. Hu, B. Qin, F. Li, Y. Ding, Lattice Boltzmann simulation of alumina-water nanofluid in a square cavity, *Nanoscale Research Letters*, 6-184 (2011).

### **Author's Publications**

- W. Chelia, A. Laouer, E. Mezaache, M. Tegggar, M. Arıcı, K. Ismail, Investigation of nanofluid natural convection inside a square cavity for two orientations using lattice Boltzmann method, *Journal of Nanofluids* 12 (4), 889-903 (2023).
- W. Chelia, A. Laouer, E. Mezaache, LBM Simulation of Free Convection Heat Transfer of Cu/Water Nanofluid in Inclined Cavity with Non-Uniform Heating Temperature Distribution, *Journal of Nanofluids* 13 (2), 553-562 (2024).
- W. Chelia, A. Laouer, E. Mezaache, A. Atia, M. Tegggar, Effect of Convective Boundary Conditions and Enclosure Orientation on Natural Convection Heat Transfer of Nanofluids using the Lattice Boltzmann Method. *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences* 131(2), 198–220, (2025).