



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique



Ref : D012124008D

Université 20 Août 1955 Skikda

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique

Spécialité: Automatique

Thèse présentée en vue de l'obtention d'un diplôme de Doctorat en sciences

Présentée par : Saber KARED

Thème:

**Stabilisation et commande robuste en poursuite de trajectoire
d'un mini hélicoptère autonome**

Soutenu : Le :29 / 05 /2024 à 16 :00H

la soutenance aura lieu à bloc génie civile

Devant Jury Composé De:

Président	: Nadir DEROUICHE	Prof	Université du 20 Août 1955de Skikda
Rapporteur	: Zahir AHMIDA	Prof	Université du 20 Août 1955de Skikda
Examineur	: Khatir KHETTAB	Prof	Université Mohamed Boudiaf de M'sila
Examineur	: Yassine BENSFAI	Prof	Université Akli Mohand Oulhadj de Bouira
Examineur	: Lakhdar AGGOUNE	MCA	Université Ferhat Abbas Sétif 1
Examineur	: Fayçal BOURAHALA	MCA	Université du 20 Août 1955de Skikda
Invité	: Nourddine NAFIR	MCB	Université du 20 Août 1955de Skikda

Année Universitaire 2023-2024

Remerciement

Je souhaite premièrement remercier mon directeur de thèse, Monsieur Zahir AHMIDA, Professeur en automatique à l'université de Skikda, de m'avoir accompagné pendant toutes ces années de recherche. son expérience, ses connaissances et son appétence pour le domaine ont très fortement contribué à la réussite de ma thèse.

Je remercie vivement le Pr Nadir DEROUICHE , professeur à l'université de 20 Aout 1955 Skikda pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de soutenance de ce mémoire.

Je remercie également le Dr Fayçal BOURAHALA, maitre de conférence à l'université de 20 Aout 1955 Skikda qui m'a fait l'honneur d'examiner ce travail.

Je remercier vivement le Pr Khatir KHETTAB professeur à l'université de Mohamed Boudaif de M'sila qui m'a fait l'honneur d'examiner ce travail, le Pr Bensafia Yassine professeur à l'Université Akli Mohand Oulhadj de Bouira qui m'a fait l'honneur d'examiner ce travail et le Dr Lakhdar AGGOUNE maitre de conférence à l'université de Farhat Abbas Sétif 1 qui m'a fait l'honneur d'examiner ce travail.

Je remercie Dr Nafir nourddine d'accepte l' invitation pour être membre de jury .

Pour terminer, je remercie ma mère, ma femme, mes sœurs et toute ma famille qui sont entrée dans ma vie de recherche au début de la thèse.

De m'accompagner, soutenu et supporté tout au long de ce périple et cela malgré les difficultés. Ses encouragements, ses confiances et ses soutiens moraux ont permis la réussite de cette thèse.

Je tenais à profiter de cette occasion pour exprimer ma profonde gratitude à toute mes amies mes collègues pour leurs encouragements et leurs soutien moral et intellectuel tout au long de notre démarche Puisse dieu vous donne sante, bonheur, courage et surtout réussite

Saber KARED

Dédicaces

Je dédie ma thèse

Au défunt, mon cher père kared mohamed

A ma mère , ma femme et mes chères sœurs et leurs maris

A tout ma famille et mes collègues

CHAPITRE 1 :LES DRONES :ETAT D'ART

1	Introduction :	4
2	Définition :	5
3	Court rappel historique :	5
4	Configuration et Classification des drones :	6
4.1	Classification selon la taille	6
4.2	Classification selon le mode de propulsion :	7
5	Applications et utilisations :	10
5.1	Applications civil :	10
5.2	La surveillance et l'observation	10
5.3	Applications militaire :	12
6	Technologie des capteurs pour la navigation et la localisation des drones :	14
6.1	Capteurs Proprioceptifs	14
6.1.1	Accéléromètres	14
6.1.2	Gyromètres et Gyroscopes :	15
6.1.3	Centrales inertielles (IMU : Inertiel Measurement Unit) :	15
6.2	Capteurs Extéroceptifs	15
6.2.1	Compas magnétiques	15
6.2.2	Gyrocompas	15
6.2.3	Localisation sur balises (GPS : Global Positioning System)	16
6.2.4	Capteurs télémétriques	16
6.2.5	Les altimètres barométriques :	16
6.2.6	Caméra :	17
7	Méthodes pour le guidage et le pilotage	17
8	Commande des drones :	18
8.1	Les approche linéaire	19
8.2	Les approche non linéaire :	19
9	Conclusion	20

CHAPITRE 2 :MODELISATION ET LINEARISATION

1	Introduction	21
2	Présente un structure du modèle	21
3	Modélisation de la dynamique de l'hélicoptère	24
3.1	Description des grandeurs	24

Table des matières

3.2	Attitude et rotation dans l'espace	26
3.2.1	Matrice de rotation	26
3.2.2	Angle d'Euler	26
3.2.3	Calcul de vitesse linéaire et angulaire	28
4	Modélisation Cinématique des rotations et des translation	28
4.1	Equation dynamique	28
4.2	Equation cinématique	29
4.2.1	Equation cinématique de rotation :	29
4.2.2	Equation cinématique de navigation :	30
5	Modélisation aérodynamique.....	31
5.1	Principe de vol de l'hélicoptère.....	33
5.2	Aérodynamique des pales	33
5.2.1	Portance et trainée :	33
5.2.2	Profil de pale :	34
5.3	Le mécanisme du Plateau cylindrique	34
5.4	Modélisation du plateau cylindrique	35
5.5	les mouvement de battement des pales	38
6	La linéarisation	38
7	Equation de mouvement de rotor	42
8	La représentation d'état du système	47
8.1	Equation longitudinale et latérale :	48
9	Conclusion.....	49

CHAPITRE 3 :SYNTHESE H-INFINI

1	Introduction	50
2	Valeur singulières et norme H_∞	51
2.1	Valeurs singulières d'une matrice de transfert	51
2.2	Norme H_∞ d'un système linéaire invariant	53
3	Synthèse H_∞ approche standard.....	55
3.1	Le problème H_∞ standard	55
3.2	Résolution du problème H_∞ par équations de Riccati	57
3.3	Formulation H_∞ par loop shaping	59
3.4	Synthèse H_∞ pondérée	60
3.5	Techniques LMI pour la synthèse H_∞ :	62

Table des matières

3.5.1	Définition générale d'une LMI :	63
4	Robustesse à l'incertitude :	65
4.1	Incertaines structurées	66
4.2	Incertaines non structurées.....	66
4.3	Incertaines paramétriques :	67
5	Conclusion.....	70

CHAPITRE 4 :APPLICATION H-INFINI SUR HELICOPTERE

1	Introduction	71
2	Représentation d'état du système nominal	72
3	Résultat temporel et fréquentiel du système :	73
3.1	Valeurs singulière du système nominal	73
3.2	Représentation d'état du système incertitude	74
3.2.1	Description d'un système avec incertitude :	75
3.2.2	Valeurs singulière du système avec incertitude :	78
4	Conception Application de la commande H^∞ :	78
4.1	Système interconnexions :	85
5	Application H^∞ :	87
5.1	Résultat de simulation.....	89
6	Conclusion.....	97

Chapitre 1

Figure I. 1 : Catégorie des drones.....	7
Figure I. 2 : Exemples des drones à voilures fixes.....	8
Figure I. 3 : Différents types des drones à voilures tournantes (VTOL).....	9
Figure I. 4 : Exemple des drones à ailes battante.....	10
Figure I. 5 : Exemples des applications civiles des drones : inspection des ouvrages d'art, drones pompiers, surveillance des lignes à haute tension, surveillance du trafic routier, relais internet et recherche et sauvetage.....	11
Figure I. 6 : Exemples des drones de surveillance.....	12
Figure I. 7 : (a) : Drone Male-Harfang équipé d'un illuminateur et désignateur laser ; (b) : l'utilisation des drones en tant qu'un relai de communication ; (c) : un Mini-drone Black Hornet pour le soutiens aux opérations spéciales ;(d) : le Predator pour les missions de brouillage offensif des radars et des communications ; (e) : le Tiger shark, équipé des capteurs NRBC ; (f) : A-160 Hummingbird drone de transport (plus 450 kg); (g) : MQ-9 Reaper, drone de surveillance et opérationnel de combat.....	13
Figure I. 8 : Boucle de guidage-pilotage.....	18

Chapitre 2

Figure II. 1 : Sous-système constitutif du modèle de l'hélicoptère.....	23
Figure II. 2 : Axe de notation.....	24
Figure II. 3 : Orientation d'hélicoptère a l'aide des angles d'Euler ϕ, θ, ψ	27
Figure II. 4 : Schéma de simulation des équations de mouvement d'un corps rigide.....	31
Figure II. 5 : Schéma du modèle aérodynamique et les équation de mouvement.....	32
Figure II. 6 : Le mécanisme de rotor principal.....	33
Figure II. 7 : Profil d'une pale et les forces aérodynamiques.....	34
Figure II. 8 : Plateau cyclique du rotor d'hélicoptère.....	35
Figure II. 9 : Modelé du plateau.....	36
Figure II. 10 : Repère plan du modèle Pale.....	37
Figure II. 11 : Les angles de battement pour le rotor d'un hélicoptère vu cote gauche et face 38	
Figure II. 12 : Les forces aérodynamique centrifuge et inertielle agissant sur un élément de pale.....	43
Figure II. 13 : Définition d'angle de battement pour un rotor tournant d'hélicoptère vu cote à gauche.....	44

Chapitre 3

Figure III. 1 : Valeurs singulières et norme H_∞ d'une matrice de transfert.....	52
Figure III. 2 : Valeurs singulières de la matrice de transfert.....	53
Figure III. 3 : La norme d'un système SISO.....	54
Figure III. 4 : La norme d'un système MIMO.....	54
Figure III. 5 : Problème H_∞ Standard.....	56
Figure III. 6 : Valeur singulières des fonction S, T et leur gabarit $Ws(j\omega), WT(j\omega)$	60
Figure III. 7 : Système asservi avec fonction du pondération.....	60
Figure III. 8 : Configuration d'un perturbation additive.....	66

Listes des Figures

Figure III. 9 : Configuration de perturbation multiplicative en entrée	67
Figure III. 10 : Configuration de perturbation multiplicative en sortie	67
Figure III. 11 : Schéma fonctionnel analogique	68
Figure III. 12 : Schéma fonctionnel des incertitudes structurées	69
Figure III. 13 : Interconnexion du système augmentée	70

Chapitre 4

Figure IV. 1 : Les gains principaux du système nominal en boucle ouverte	73
Figure IV. 2 : Réponse indicielle du système nominal	74
Figure IV. 3 : Représentation LFT d'un système incertitude	77
Figure IV. 4 : Les gains principaux du système Incertain en boucle ouverte	78
Figure IV. 5 : Réponse indicielle du système incertain	78
Figure IV. 6 : Configuration H^∞	80
Figure IV. 7 : Système asservi pondéré	81
Figure IV. 8 : Structure du contrôleur de sensibilité mixte H^∞	84
Figure IV. 9 : Interconnexions du système en boucle ouverte	85
Figure IV. 10 : Interconnexions du système hélicoptère en boucle ouverte	86
Figure IV. 11 : Interconnexions du système de hélicoptère en boucle ferme	86
Figure IV. 12 : Valeur singulières de la sensibilité $S(s)$ et valeur singulières de pondération $W1 - 1(s)$	88
Figure IV. 13 : Valeur singulières de contrôle de sortie de sensibilité $S(s)$ et valeur singulières de pondération $W2 - 1(s)$	88
Figure IV. 14 : Réponse les angles d'altitude (rad) pour vol stationnaire	90
Figure IV. 15 : Réponse vitesse angulaire (rad/s) pour vol stationnaire	91
Figure IV. 16 : Réponse vitesse translation (m/s) pour vol stationnaire	91
Figure IV. 17 : Réponse angle de battement (rad) pour vol stationnaire	91
Figure IV. 18 : Réponse des incertitudes pour vol stationnaire	92
Figure IV. 19 : Réponse indicielle pour le contrôleur optimal H^∞ pour vol stationnaire	92
Figure IV. 20 : Réponse vitesse linéaire (m/s) pour vol translation	94
Figure IV. 21 : Réponse vitesse angulaire (rad/s) pour vol translation	94
Figure IV. 22 : Réponse les angles d'altitude (rad) pour vol translation	95
Figure IV. 23 : Réponse angle de battement (rad) pour vol translation	96
Figure IV. 24 : Réponse des incertitudes pour vol translation	96
Figure IV. 25 : Réponse indicielle pour le contrôleur optimal H^∞ pour vol translation	97

Listes des Tableaux

Tableau II. 1 :Les quatre canaux du modèle	26
Tableau IV. 1 :Les performance du USSH pour vol stationnaire	93
Tableau IV. 2 : Les performance du USSH pour vol translation	97

Listes des Symboles

δ_{lat} : Entrée de commande associée à l'angle latéral de pas cyclique.

δ_{long} : Entrée de commande associée à l'angle latéral de pas cyclique.

δ_{col} : Entrée de commande associée au levier collectif du rotor principal.

δ_{ped} : Entrée de commande associée au levier collectif du rotor de queue.

T_{MR} : Forces générées par la poussée du rotor principal.

T_{TR} : Forces générées par la poussée du rotor de queue.

B_{1c} : L'angle d'inclinaison longitudinal, suivant l'axe x^B .

B_{1s} : L'angle d'inclinaison latérale, suivant l'axe y^B .

G : Centre de gravité du véhicule.

F^b : La force dans le repère corps lie au centre de gravité G du véhicule.

τ^b : Le couple.

P^b : La position dans le repère lie au centre de gravité.

V^b : La vitesse dans le repère lie au centre de gravité.

ω : La vitesse angulaire.

Θ : Le vecteur d'angle d'Euler.

R^{IB} : La matrice de rotation entre les repères.

v_I^B : La vitesse linéaire entre les deux repères.

Γ^I : Le moment de la force dans le repère I.

I : La matrice d'inertie.

F_{aero}^B : Force aérodynamique.

F_g^B : Force générée par la gravitaire.

Σ_R : La somme des équations de rotation.

Σ_T : La somme des équations de translation.

Listes des Abréviations

UAV : Véhicule aérien sans pilote.

VAA : Véhicules Aériens Autonomes.

HALE : Les drones de haute altitude et longue endurance.

MALE : Les drones de moyenne altitude et longue endurance.

TUAV : Véhicule aérien tactiques .

MAV: Mini Air Véhicule.

VTOL: Décollage et atterrissage verticaux(*Vertical Take Off and Landing*).

GPS: Global Positioning System.

NRBC: Nucléaire, Radiologique, Bactériologique et Chimique.

IMU: Une centrale inertielle

GN&C : Navigation, de guidage et de pilotage GN&C

AROD : Airbone Remote Operated Device.

6DDL : Modelé a six degrés de liberté.

ECI : Earth-Centered Inertial frame.

ECEF : Earth –Centered and Earth fixed frame.

SISO : Single Input Single Output.

TPP: Tip-Path-plan .

LMI: Linear matricial inequality (inégalité matricielle linéaire).

USSH: Unmanned small scale helicopter.

3D : Three Dimensional.

Introduction générale

Introduction générale

Récemment, la commande des engins volants a attiré l'attention des chercheurs automaticiens. Différentes approches ont été proposées pour contrôler les avions, hélicoptères, fusées, satellites, mini hélicoptères, drones, etc. Chacun de ces appareils ne dispose pas de modèle précis décrivant son comportement.

L'intérêt pour les drones aériens télécommandés semble grandir de plus en plus notamment pour des applications militaires (déménagement par exemple) et l'intervention dans des milieux hostiles (milieux radioactifs)[1][2]. On peut imaginer un drone afin d'explorer un immeuble ou un tunnel contaminé et de réaliser une première observation avant toute intervention humaine[3].

La recherche dans le domaine des véhicules aériens autonomes est essentiellement pluridisciplinaire. En effet elle fait intervenir des domaines très variés tels que l'aérodynamique surveillance du trafic autoroutier, la prévention des feux de forêts, la récolte de données météorologiques ou bien encore l'inspection d'ouvrages d'art, le traitement du signal et de l'image, la commande automatique, la mécanique, l'informatique temps réel[3][6].

L'objectif principal de cette thèse porte sur l'analyse, la modélisation dynamique, aérodynamique et la commande en vol autonome d'un hélicoptère drone. L'ensemble de la démarche pour atteindre cet objectif comporte la dérivation d'un modèle non linéaire de l'hélicoptère en se basant sur les lois de la physique et de l'aérodynamique et en exploitant les travaux de recherches effectués dans ce domaine, en suite on a programmé de l'ensemble des équations décrivant le fonctionnement du système. Pour les besoins de l'application et, pour que le programme soit fonctionnel, un type d'hélicoptère fut sélectionné tel que les paramètres numériques nécessaires à la programmation soient disponibles. Il s'agit à la fois, des paramètres de l'hélicoptère et du modèle linéaire sur lequel repose la stratégie de commande adoptée dans ce travail.

Concernant la technique de commande, une commande robuste H_∞ est adoptée pour rejeter la perturbation, assurer la stabilisation en boucle fermée en présence de perturbation et garantir

Introduction générale

les performances, (robustesse en stabilité et en performance), dans différentes situations du vol (attitude et vol translation).

Cette thèse est composée de quatre chapitres organisés de cette manière :

➤ Chapitre 1 : Généralités et état de l'art

Ce chapitre discute en générale la révolution des hélicoptères drone au cours de ces dernières décennies et l'intérêt des communautés scientifiques à la thématique des véhicules aériens autonomes (Unmanned Aerial Vehicle, UAV). Des généralités sur les hélicoptères drones, leurs différents types, différents missions et leurs constitutions étaient indiquées.

➤ Chapitre 2 : Modélisation et linéarisation

La modélisation est la phase la plus délicate de l'étude des hélicoptères vu que l'hélicoptère est un système très complexe, il est fortement couplé et il a une dynamique variable suivant les modes de vols. Dans ce chapitre on détaille le processus de la construction du modèle non linéaire d'un hélicoptère drone, Les différents paramètres numériques du modèle linéaire qui sera utilisés pour la mise en œuvre et la simulation de la commande étaient présentés.

➤ Chapitre 3 : La synthèse H_∞

Dans ce chapitre nous allons examiner la technique de la synthèse H_∞ et pour cela on présente tout d'abord quelques outils nécessaires à l'approche H_∞ à savoir :

La valeur singulière d'une matrice de transfert, la norme d'un système linéaire et les propriétés importantes de cette norme, puis la notion de problème standard et de sa résolution par l'algorithme de Glover-Doyle qui utilise les équations de Riccati, enfin, un petit aperçu sur la méthode de loop shaping qui est un problème H_∞ un peu particulier.

➤ Chapitre 4 : Application commande H_∞ sur hélicoptère

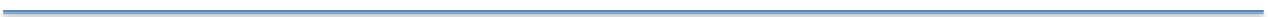
Ce chapitre est consacré à la synthèse de la loi de commande robuste H-infini pour stabiliser la véhicule aérienne et le suivi de trajectoire prédéfinie en présence de perturbation extérieure et variation paramétrique de la masse d'engin, dans premier temps la linéarisation des équation du modèle autour d'un point d'équilibre choisi. dans un seconde temps on va décomposer le système linéaire en deux sous systèmes (longitudinale-latérale) et (lacet-tangage) En fin on applique la synthèse H_∞ sur un système (hélicoptère) en présence des

Introduction générale

perturbations et des incertitudes paramétriques , pour voir ses avantage (robustesse en stabilité et en performance) .

Nous terminons ainsi ce mémoire par une conclusion générale et perspective.

Chapitre I :Les Drones Etat de L'art



Chapitre 1**LES DRONES : ETAT DE L'ART**

Ce chapitre a pour intérêt de mettre en relief un état de l'art sur les drones. En premier temps, nous allons définir les drones, présenter un aperçu historique: naissance et évolution au cours de ces dernières années, ses différentes catégories et domaines d'application. Et en deuxième temps, nous présenterons les différents éléments composant le système de navigation et localisation du véhicule ainsi un bref aperçus sur les architectures de commande rencontrées classiquement dans la littérature pour rendre ces véhicules plus ou moins autonomes.

1 Introduction :

Les Véhicules Aériens Autonomes (VAA) occupent, de plus en plus, une place très importante dans les milieux aéronautiques. Les recherches et les développements liés à ces derniers ont été très actifs au cours de ces dernières années, motivés par les récents progrès technologiques dans les domaines de la miniaturisation des actionneurs et de l'électronique embarquée ce qui ouvre l'imagination et l'innovation dans plusieurs domaines d'utilisation. Les véhicule aériens autonomes, ou simplement les drones, ont été conçu initialement pour des fins militaires afin d'accomplir des missions de surveillance, de renseignement ou de combat. Puis, plusieurs applications civiles sont devenues concurrentes, notamment dans la surveillance du trafic autoroutier, la prévention des feux de forêts, la récolte de données météorologiques ou bien encore l'inspection d'ouvrages d'art.

2 Définition :

Les drones sont des aéronefs capables de voler et d'effectuer une mission sans présence humaine à bord [3], capables de mener à bien une mission de façon autonome ou semi-autonome [1,2]. Leur utilisation principale est militaire pour des missions de reconnaissance ou de surveillance, sans risque de pertes humaines. En effet, ils sont bien adaptés pour la réalisation de missions qui mettraient potentiellement un équipage en danger ou qui nécessitent une permanence sur une zone qui serait fastidieuse pour un équipage à bord. Leur emploi a commencé par tout ce qui touche à l'observation puis a été étendu à la poursuite d'objectifs ainsi qu'à la guerre électronique, et à la destruction de cibles. Des applications civiles font leur apparition comme la surveillance du trafic autoroutier, la prévention des feux de forêts, la récolte de données météorologiques ou bien encore l'inspection d'ouvrages d'art. La taille des drones varie du centimètre à plusieurs mètres, tout comme leur mode de propulsion qui évolue en fonction des besoins. On distingue deux types de voilures : les voilures fixes pour le vol en mode translation et les voilures tournantes pour le vol stationnaire.

3 Court rappel historique :

Le concept d'un engin volant sans pilote est né pendant la première guerre mondiale, et il a pris son envol au début des années 20 par des prototypes télécommandés par télégraphie sans fil et embarquant un gyroscope. Au cours de la seconde guerre mondiale, l'idée de drone a connu un premier grand essor par les apparitions des fusées V1 et V2, où il a d'abord été jugé comme inadapté et sans réelle utilité par une majorité de militaires et de chefs de file politiques de l'époque. Seule une poignée d'hommes a su imaginer le formidable potentiel de l'idée, ainsi que son impact futur sur l'art de mener la guerre.

C'est ensuite durant les guerres de Corée et du Vietnam que les VAA ont connu un second grand essor. Le contexte de la « guerre froide » a en revanche nécessité le développement secret de cette nouvelle arme stratégique. Les drones ont alors permis l'espionnage afin de minimiser les risques humains au cours des interventions militaires. Au fil du temps, ces engins et les capteurs qu'ils peuvent emporter ont bénéficié des progrès technologiques réalisés dans les secteurs de l'aéronautique, de la robotique, de l'optronique, de la miniaturisation ou encore, de l'informatique et de la télécommunication et ils sont devenus de plus en plus fiables et performants, de plus en plus petits et de moins en moins chers [4] [5].

4 Configuration et classification des drones :

La variété des drone souvent beaucoup dans leurs configurations en fonction de la plate-forme et de la mission.il existe différent éléments constitutifs du véhicule en configuration de drone.

Ces dernières années, toutes les recherche scientifiques et les développements de drone aériens sont orientes et évalués vers la créations de modelés très petit appelés micro - aéronautiques, à cette raison ont été augmentés les demande les renseignement. par conséquent il y'a des effort pour développer et fabriquer des véhicule aériens a petit échelle pour des mission bien spécifique .ces effort ont abouti de développe plusieurs type des drone a petit échèle avec défèrent type de vol et forme comme

Il existe plusieurs façons de classification des drones, car ils peuvent être répartis selon plusieurs critères : autonomie, portée, altitude, endurance, mission, systèmes de contrôles, dimension, mode de propulsion, etc. ... Par exemple en Australie, ils sont répartis selon leurs masses, lourdes ou légères, par contre les Américains les classent selon leurs tailles [3] [6].

4.1 Classification selon la taille

- 1- Les drones de haute altitude et longue endurance (HALE) dont le plafond de vol se situe au-delà de 20000 mètres, capables de rester très longtemps en vol et de collecter des informations sur de très longues périodes (entre 12 et 48 heures). Ce type des drones est très utilisé dans le domaine de communication;
- 2- Les drones de moyenne altitude et longue endurance (MALE) dont l'altitude de croisière varie entre 5000 et 15000 mètres et permettant d'utiliser une charge utile de l'ordre de 100 kg.
- 3- Les drones tactiques : TUAV (Tactical Unmanned Aerial Vehicle) qui sont employés pour des missions précises et de dimensions bien plus petites que les drones HALE ou MALE. Le segment tactique se décompose lui-même en six segments :
 - Les micro-drones (Micro Air Vehicule ou MAV), pouvant être contenu dans une sphère de 30 cm ;
 - Les mini-drones (Mini Air Vehicule ou MAV également), pouvant être contenu dans une sphère de 70 cm ;
 - Les drones de très courte portée (TCP) ;

- Les drones moyenne portée lents (multi charges multi missions ou MCMM lents) ;
- Les drones rapides basse altitude (MCMM rapides) ;
- Les drones maritimes tactiques (DMT).

La différence d'échelle entre les micro-drones et les mini-drones impose aujourd'hui encore des contraintes fortes pour le choix des matériaux des capteurs et des systèmes embarqués. Par conséquent ces deux familles sont fortement différenciées par l'autonomie en vol et la qualité des contrôles, cependant la miniaturisation des cartes électroniques jointe à l'augmentation des capacités de calculs des mini-systèmes embarqués tend à réduire ces écarts. La figure I.1, représente les différentes catégories des drones.

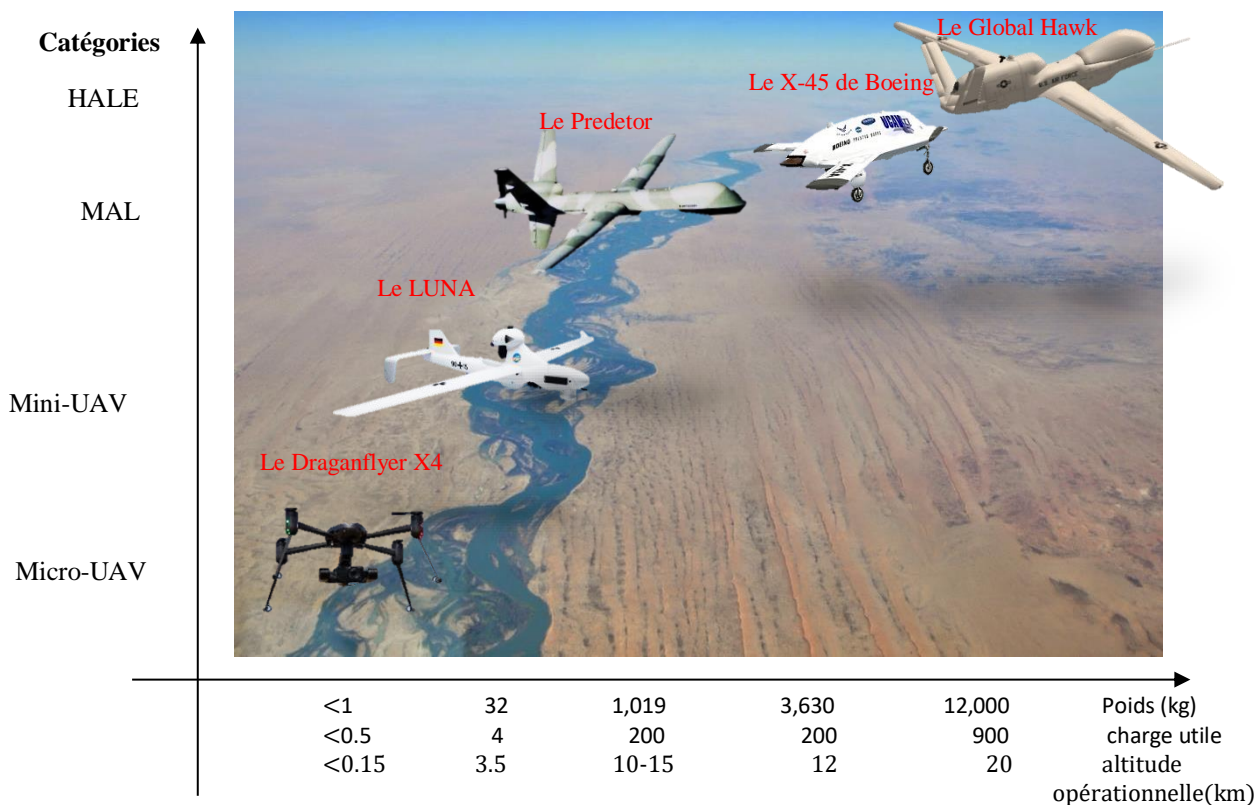


Figure I. 1 : Catégorie des drones.

4.2 Classification selon le mode de propulsion :

- 1- Voilures fixes : Ce sont des drones utilisant les ailes fixes dans leur mode de déplacement, elle est permettent d'accomplir principalement des mission d'observation et la durée de vol d'un drone a voilure fixe est en général puis importante.



TECHNO UAV : d'une envergure de 2 m, une batterie de 5300 m.A.h et un temps de vol peut atteindre 60 min.



PD-1 : d'une envergure de 4m, 8kg de charge utile et un temps de vol de + 10h.

Figure I. 2 : Exemples des drones à voilures fixes.

2- Voilures tournantes VTOL : Ce sont des UAVs qui font un décollage et atterrissage vertical, ils ont plusieurs avantages par rapport aux aéronefs à ailes fixes. Ils sont capables d'effectuer un vol stationnaire à basse vitesse et à faible altitude, ce qui est très utile dans les applications de surveillance et de poursuite et permet de fournir des informations détaillées sur les secteurs surveillés. De même, la possibilité du décollage et l'atterrissage vertical de ces UAVs permet leur utilisation dans n'importe quel terrain, à l'opposition des aéronefs à ailes fixes, qui nécessitent des pistes préparées pour leur décollage et leur atterrissage. En plus, ils peuvent effectuer des mouvements dans n'importe quelle direction dans leur plan latéral [6]. Il existe plusieurs configurations de ces aéronefs (VTOL) :

- a) **Drones monorotors** : Les drones monorotors sont caractérisés par l'utilisation d'un seul rotor comme actionneur principal. Dans cette catégorie on trouve l'avion appelé 3D. Ces avions ont un moteur puissant qui permet un décollage vertical et des ailerons d'une grande surface pour assurer la maniabilité de l'appareil. Ces avions mono rotor se développent de plus en plus car ils offrent l'avantage de pouvoir voler comme un avion normal, ce qui donne la possibilité de se déplacer rapidement de manière très économique en termes d'énergie [6].
- b) **Drones birotors** : Il existe plusieurs types de configurations à deux rotors tels que l'hélicoptère classique composé d'un rotor principal et d'un rotor en queue. Il existe aussi les appareils possédant deux rotors sur le même axe tournant dans des sens opposés et des ailerons qui baignent dans le flux d'air de ces rotors [6].

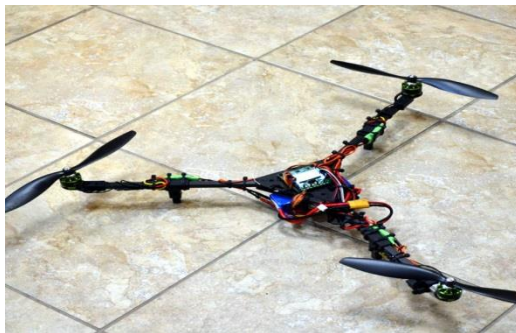
- c) **Drones trirotors** : Il existe trois catégories de drones à trois rotors à savoir, le trirotor, le vectron et l'hélicoptère auto-stable. Le tri-rotor est constitué de deux rotors à l'avant qui tournent dans des sens opposés et un rotor à l'arrière avec orientation réglable. Le fonctionnement est similaire à celui d'un quadrotor mais la performance en vol n'est pas aussi satisfaisante. Le vectron est constitué de trois rotors qui tournent dans le même sens et qui fait ainsi tourner l'appareil dans le sens contraire. Il possède des moteurs à vitesses variables très précises de manière à obtenir des couples de tangage et de roulis [6].
- d) **Drones Quadrotors** : Un quadrotor est un engin volant doté de quatre rotors placés aux extrémités d'une armature en croix. Ces quatre rotors lui fournissent la force verticale (portance) qui lui permet de décoller. Son principe de fonctionnement est comme suit: Deux rotors de même axe tournent dans le sens horaire tandis que les deux autres tournent dans le sens inverse. Ses mouvements possibles sont le Gaz (montée ou descente verticale), le Roulis ou Tangage qui est une orientation que prend le quadrotor, et le Lacet qui est une rotation du quadrotor autour de lui-même.



a) Drone monorotor : 3D



b) Drone birotor : hélicoptère



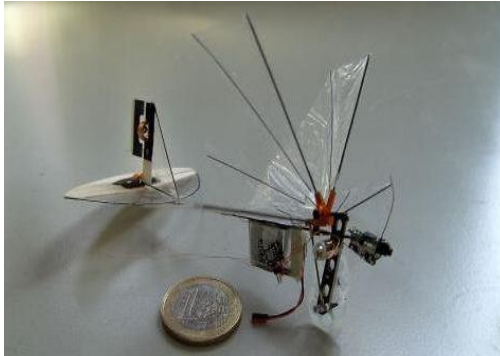
c) Drone trirotor



d) Drone quadrotor

Figure I. 3 : différents types des drones à voilures tournantes

- 3- Ailes battantes : Les ailes battantes constituent un système de propulsion alternatif pour les mini et micro aéronefs. Les battements d'ailes reproduisent le vol des oiseaux ou des insectes de plus en plus fidèlement [6].



DeFly Explorer : D'une envergure de 28 cm, une masse de 20 gr. Doté d'une batterie au lithium polymère et une autonomie de 9 min.



Phoenix: un projet en développement de l'institut Américain de technologie Massachusetts (MIT).

Figure I. 4 : Exemple des drones à ailes battante

5 Applications et utilisations :

Les drones sont développés à l'origine pour remplacer l'homme dans des environnements ou des situations dangereuses. Ces engins sans pilote présentent de nombreux avantages tels que [7]:

- la diminution des contraintes liées à la sécurité,
- l'accomplissement des missions à haut risque ou dans des zones inaccessibles à l'homme,
- la réduction des coûts.

Le domaine d'application des drones, qui ne cesse de s'élargir, relève tant du domaine militaire que civil. Principalement, on peut distinguer les applications militaires et les applications civiles.

5.1 Applications civil :

Le transfert des drones vers le secteur civil a permis d'imaginer un nombre important d'applications civiles, ce qui ouvre une croissance potentielle considérable dans des secteurs très variés et innovants. Comme dans le domaine militaire, les exemples d'applications potentielles peuvent se diviser en plusieurs grandes catégories [3]:

5.2 La surveillance et l'observation

Etudes scientifiques :

Étude de l'atmosphère, des sols (géologie) et des océans ;

Etudes et prévisions météorologiques ;

Surveillance d'urgence ;

Incendies de forêts, avalanche, volcans, tornades ;

Recherche et sauvetage ;

Evaluation des dégâts en cas de catastrophe naturelle (inondation, tempête, marée noire, éruption, tremblement de terre, etc.) ;

Surveillance civile :

Surveillance des cultures et épandage agricole ;

Surveillance maritime (voies maritimes, trafic de drogue, clandestins, détection des pollutions par hydrocarbures, localisation pour sauvetage) ;

Surveillance urbaine, des manifestations, ainsi que des frontières ;

Inspection des ouvrages d'art tels les ponts, les viaducs, les barrages ;

Surveillance des oléoducs, gazoducs, caténaires et voies ferrées, lignes à haute tension ;

Surveillance du trafic routier et du transport de matières dangereuses ;

Des missions exploitant le vecteur aérien

- Transport de fret ;
- Cartographie ;
- Utilisation par l'industrie cinématographique ;
- Largages de vivres et d'équipements de sauvetage en zones hostiles ;

➤ **Des missions spécifiques**

- Relais de communications ;
- Missions dangereuses (détection de gaz toxiques, radiations) ;
- Recherche et sauvetage (mer, montagnes, désert...) ;

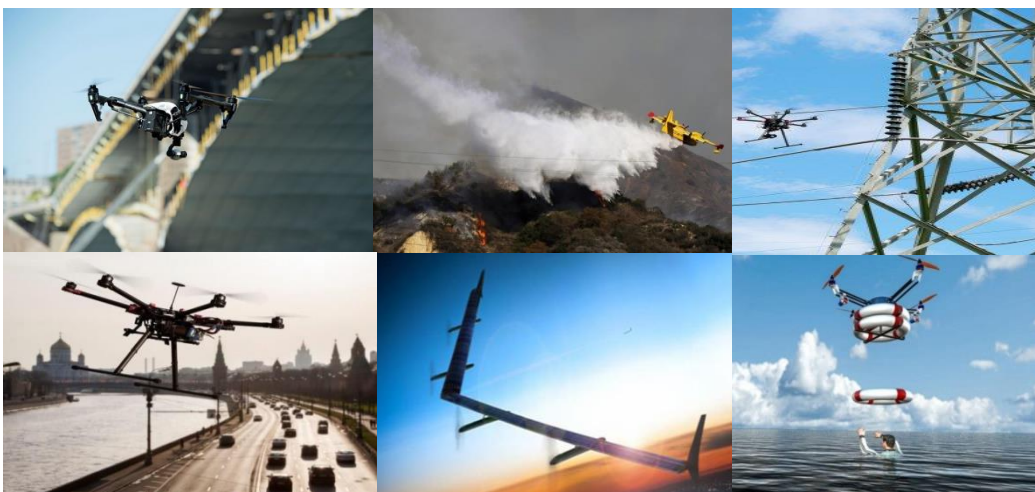


Figure I. 5 : Exemples des applications civiles des drones : inspection des ouvrages d'art, drones pompiers, surveillance des lignes à haute tension, surveillance du trafic routier, relais internet et recherche et sauvetage.

5.3 Applications militaire :

- Le développement des drones sur une large gamme incite les forces armées à les intégrer progressivement dans la panoplie des moyens aériens engagés sur les théâtres d'opérations. Ainsi, les progrès réalisés au niveau des systèmes de guidage et des liaisons sécurisées pourront permettre d'envisager la généralisation de la gestion à distance des missions réalisés par les drones. On peut en fait décomposer en trois grandes catégories, les missions militaires confiées aux drones [3]:
- **La surveillance et le renseignement :** La variété des capteurs utilisés permet de recueillir plusieurs types d'informations, restituées sous forme d'images, d'origine électro-optique ou électromagnétique et ce, en temps réel, sur terre, sur mer, depuis l'espace aérien inférieur ou même supérieur



Sperwer (SDTI) : d'une longueur de 3.5m, envergure de 4.2m, endurance max de 6h et vitesse max de 240km/h.



RQ-4B Global Hawk : d'une longueur de 14.5m, envergure de 39.8m, endurance max de 36h et vitesse max de 635km/h.

Figure I. 6 : Exemples des drones de surveillance

- **Le support au combat :** La polyvalence des équipements embarqués et les évolutions technologiques rapides des systèmes multiplient les perspectives d'emploi des drones dans le domaine dit du «support au combat». Ces missions sont plus précisément les suivantes :
 - La désignation d'objectifs : par une charge utile de type illuminateur laser qui confère aux drones des capacités d'illuminer un objectif fixe ou mobile en vue de sa destruction par des moyens d'attaque aéroportés.
 - Le relais de communication : l'évolution en altitude permet de s'affranchir du relief qui pénalise les faisceaux hertziens et permet éventuellement aux drones de remplacer avantageusement les satellites de communication

géostationnaires, dont les capacités sont réduites en termes de débit et de largeur de bande.

- Le soutien aux opérations spéciales : les mini ou micro-drones, portables à dos d'homme, discrets et simples d'emploi, peuvent constituer «l'œil avancé».
 - Le brouillage : des communications, émissions des radars de défense aérienne, systèmes sol-air, localisation par GPS, etc...peuvent être brouillés par les drones, dans le but de gêner l'ennemi tout en assurant la protection électromagnétique des frappes aériennes par aéronefs ou missiles.
 - Le support au déploiement : évaluation de l'environnement des zones de déploiement des forces, notamment les menaces NRBC (Nucléaire, Radiologique, Bactériologique et Chimique), en évitant de compromettre la sécurité de vecteurs de reconnaissance pilotés.
 - Le transport : des largages discret sur le terrain - éventuellement dans un contexte hostile de charges de dimensions et de poids réduits (vivres ou équipements) au profit d'unités isolées ou en déploiement avancé.
- **Le combat:** tel que l'attaque d'objectifs fixes ou mobiles, pouvant par exemple permettre la neutralisation ou la destruction des moyens sol-air adverses.

Les figures suivantes illustrent les différentes missions des drones prédéfinie.

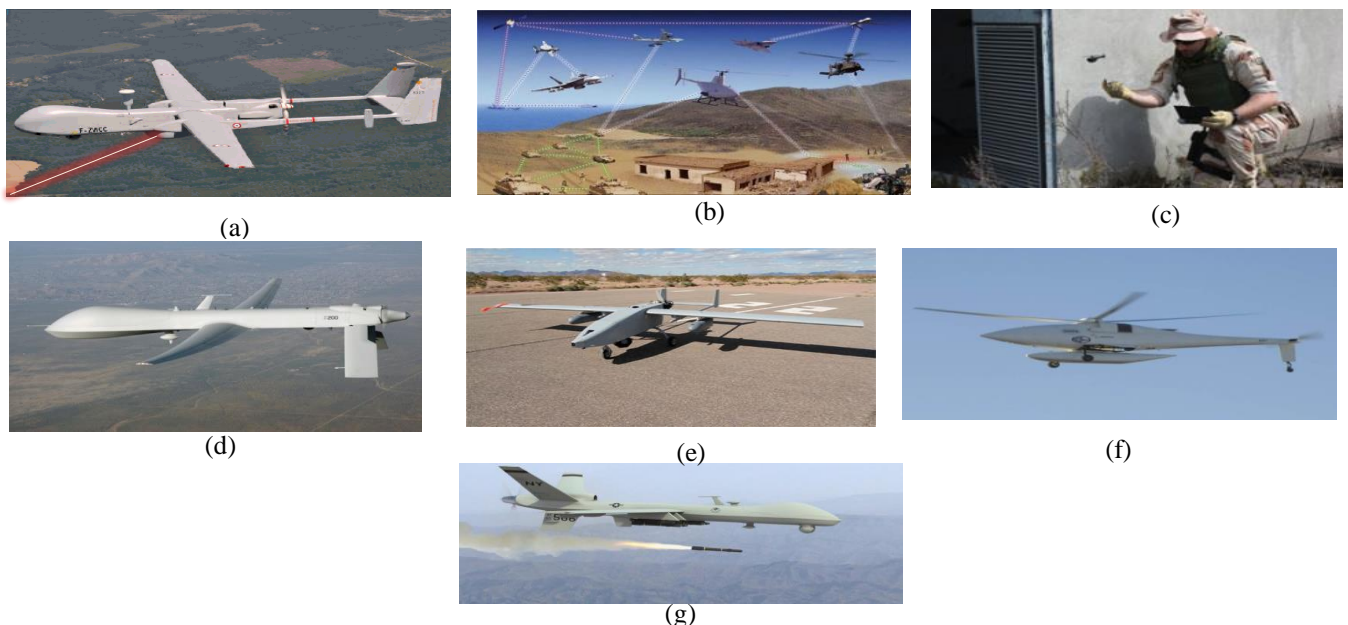


Figure I. 7 : (a) : Drone Male-Harfång équipé d'un illuminateur et désignateur laser ; (b) : l'utilisation des drones en tant qu'un relai de communication ; (c) : un Mini-drone Black Hornet pour le soutien aux opérations spéciales ;(d) : le Predator pour les missions de brouillage offensif des radars et des communications ; (e) : le Tiger shark, équipé des capteurs NRBC ; (f) : A-160 Hummingbird drone de transport (plus 450 kg); (g) : MQ-9 Reaper, drone de surveillance et opérationnel de combat.

6 Technologie des capteurs pour la navigation et la localisation des drones :

Les véhicules aériens sans pilote sont équipés de plusieurs instruments et capteurs permettant leur localisation et l'acquisition des différentes grandeurs nécessaires à la mise en œuvre de leur système de commande et de décision. Ces capteurs sont habituellement classés en deux familles [8, 9,10, 11, 15] :

- Les capteurs proprioceptifs : ils mesurent le déplacement du drone entre deux instants. L'intégration de leurs mesures permet d'estimer la situation courante du véhicule relativement à sa situation initiale. Ces capteurs donnent des résultats qui se dégradent avec le temps. Il faut donc leur adjoindre un système permettant de recalibrer périodiquement la situation absolue du véhicule.
- Les capteurs extéroceptifs : ils mesurent la situation absolue du drone par observation de points de repère naturels (amers visuels) ou artificiels (balises, satellites...) dont la situation est connue dans un référentiel attaché à l'environnement. Ces capteurs peuvent être utilisés tout au long du parcours soit pour mesurer en permanence la situation absolue du mobile, soit pour recalibrer périodiquement la navigation à l'estime. Ils peuvent intervenir également pour assurer la sécurité du véhicule (perception de l'environnement proche, contrôle de l'attitude de la plate-forme) et pour construire en ligne un modèle de l'environnement exploré.

Dans ce qui suit sont présentés les capteurs appartenant à ces deux catégories, en mettant l'accent sur ceux susceptibles d'être embarqués par véhicules aériens autonomes de petite taille.

6.1 Capteurs Proprioceptifs

6.1.1 Accéléromètres

Un accéléromètre permet de mesurer l'accélération nongravitationnelle (ou spécifique) de l'objet qui le supporte suivant un, deux ou trois axes. Un accéléromètre de trois axes permet de mesurer les trois accélérations linéaires selon trois axes orthogonaux. Leur principe repose sur la déformation ou le déplacement d'un corps pendant une accélération. L'avantage d'un accéléromètre est sa grande facilité à révéler une multitude de données (accélération, vitesse, déplacement, force...). Néanmoins, l'obtention du déplacement élémentaire nécessite une double intégration entraînant des problèmes de précision. Dans ce cas, la fusion avec d'autres capteurs comme les gyromètres permet de recalibrer les mesures. Généralement, lorsque

les accélérations subies sont faibles relativement à la gravité, les accéléromètres peuvent fonctionner comme des inclinomètres pour indiquer la direction du mouvement.

6.1.2 Gyromètres et Gyroscopes :

Un gyromètre est un capteur permettant de mesurer une vitesse instantanée de rotation autour d'un axe. Un gyromètre de trois axes permet de mesurer la vitesse de rotation sur les trois axes du repère mobile (vitesses de roulis, de tangage et de lacet). Un gyroscope mesure la position angulaire suivant l'axe où il est monté dans le repère inertiel. Il existe deux types des gyroscopes, mécaniques et à laser (fibres optiques).

6.1.3 Centrales inertielles (IMU : Inertiel Measurement Unit) :

Une centrale inertielle (IMU) est un système complet, composé au minimum de trois accéléromètres et de trois gyroscopes permettant de mesurer les composantes selon les trois axes de l'accélération non gravitationnelle et de la vitesse instantanée de rotation du véhicule par rapport à un référentiel inertiel (qui est confondu avec le repère terrestre dans la plupart des cas). Les centrales inertielles sont des systèmes complexes et chers. Elles intègrent une électronique permettant de corriger les données capteurs : compensation de l'accélération au niveau de la mesure des gyroscopes, auto-compensation en température, orthogonalisation des axes de mesures, etc. Deux types principaux connus de centrales inertielles: les centrales strap-down et les centrales à plateforme stabilisées [11].

6.2 Capteurs Extéroceptifs

6.2.1 Compas magnétiques

Le compas magnétique, ou encore magnétomètre, est un capteur permettant de mesurer la direction et/ou l'intensité d'un champ magnétique, et en particulier la direction du champ magnétique terrestre appelé aussi induction. L'inconvénient majeur de ces capteurs est leur perturbation par les masses magnétiques environnantes ainsi que par les champs magnétiques parasites, induits par la proximité de moteurs électriques par exemple [11].

6.2.2 Gyrocompas

Le premier effet des gyroscopes est la permanence de l'axe de rotation de la toupie dans une direction donnée, ce qui permet de les utiliser comme indicateurs de direction à condition que leur dérive soit la plus faible possible. Plus lourds et plus onéreux que les compas

magnétiques, mais insensibles aux perturbations magnétiques, les gyrocompas constituent une solution intéressante pour les drones de grande taille [11].

6.2.3 Localisation sur balises (GPS : Global Positioning System)

Le système GPS est un système de positionnement par satellites conçu initialement pour des applications militaires. Son utilisation pour des applications civiles (géodésie, localisation de mobiles, etc.) est actuellement en plein essor [12]. Ce système comporte vingt-quatre satellites répartis sur six orbites (quatre satellite par orbite) tournant autour du globe (deux tours en 24 heures). Pour le positionnement absolu, le mobile à localiser est muni d'un récepteur qui mesure sa distance par rapport à plusieurs satellites. Chaque satellite envoie un message qui permet de calculer ses coordonnées spatiales dans un repère terrestre à l'instant de l'observation. La distance entre le satellite et le récepteur est estimée à partir du temps mis par le signal du satellite pour atteindre le récepteur. En pratique, l'information redondante de 4 à 8 satellites permet un positionnement avec une erreur allant de quelques mètres à 20 m, suivant le code utilisé (civil ou militaire), la qualité des éphémérides, etc. Pour obtenir des précisions meilleures, il faut utiliser un mode de positionnement relatif, c'est à dire la position d'un récepteur GPS par rapport à un autre récepteur GPS. C'est ce qu'on appelle le GPS différentiel ou DGPS, et la précision est réduite aux centimètres.

6.2.4 Capteurs télémétriques

Cette catégorie regroupe les capteurs permettant d'acquérir des mesures sur l'environnement qui les entoure, en utilisant différents types des signaux (laser, ultrasons, ondes radios). L'écart du temps entre le signal émis et le signal reçu permet de simuler la distance à l'obstacle. Ce dernier dépend de la nature des signaux émis (acoustiques, optiques,...). On distingue ainsi :

- Les télémètres à ultrasons
- Les télémètres laser à balayage
- Les télémètres radars Ultra-Large-Bande

6.2.5 Les altimètres barométriques :

Un altimètre barométrique est un capteur permettant de déterminer l'altitude entre le niveau de capteur et le niveau de référence. La mesure de ce capteur est très sensible aux changements des conditions atmosphériques (rafales de vent). Pour les drones miniatures. Il est préférable généralement utiliser ces capteurs pour des applications intérieures.

6.2.6 Caméra :

La caméra vidéo est l'un des capteurs extéroceptifs les plus performants, qui fournit une information particulièrement riche sur l'environnement. Il permet d'obtenir des renseignements fiables sur la position et la vitesse du véhicule par rapport aux objets observés et permettra d'accroître considérablement les capacités autonomes du giravion. La stéréovision est une technique de vision fondée sur l'utilisation de plusieurs caméras (généralement deux, trois caméras). L'idée de cette technique est de combiner les différents points de vue, cela permet d'accéder à des informations de profondeur difficilement accessibles lorsqu'une unique vue est utilisée.

7 Méthodes pour le guidage et le pilotage

Pour qu'un véhicule soit dit "autonome", il est nécessaire d'exploiter des algorithmes permettant l'élaboration des tâches de navigation, de guidage et de pilotage « GN&C † ». La figure (1.7) représente la boucle GN&C dans laquelle sont définis de manière découplée un algorithme de navigation, guidage et pilotage. La tâche de navigation consiste à estimer les informations relatives à l'état du véhicule (position, vitesse, orientation) permet de déterminer sa localisation par rapport à un référentiel connu. Le système de guidage exploite ces informations afin de suivre une trajectoire de référence et fournit à cet effet des consignes d'accélération et d'angles d'attitude, qui seront ensuite appliquées par la boucle de pilotage. Par la suite, le système de pilotage fournit une traduction des spécifications émanant du guidage en terme d'efforts à réaliser par l'intermédiaire des différents actionneurs équipant le véhicule. Plusieurs travaux de recherche ont été développés pour construire les algorithmes de guidage et de pilotage [13][14]. La commande des engins volants à voilure tournante a motivé de nombreuses études dans les dernières décades. La classe des véhicules à capacité de vol quasi-stationnaire est par nature instable et l'introduction de lois de commande stabilisantes s'est révélée rapidement indispensable pour soulager la charge de travail du pilote. Nous présentons ici un état de l'art sur les diverses stratégies des commandes utilisées dans la littérature sur les modèles des engins volants à voilure tournante.

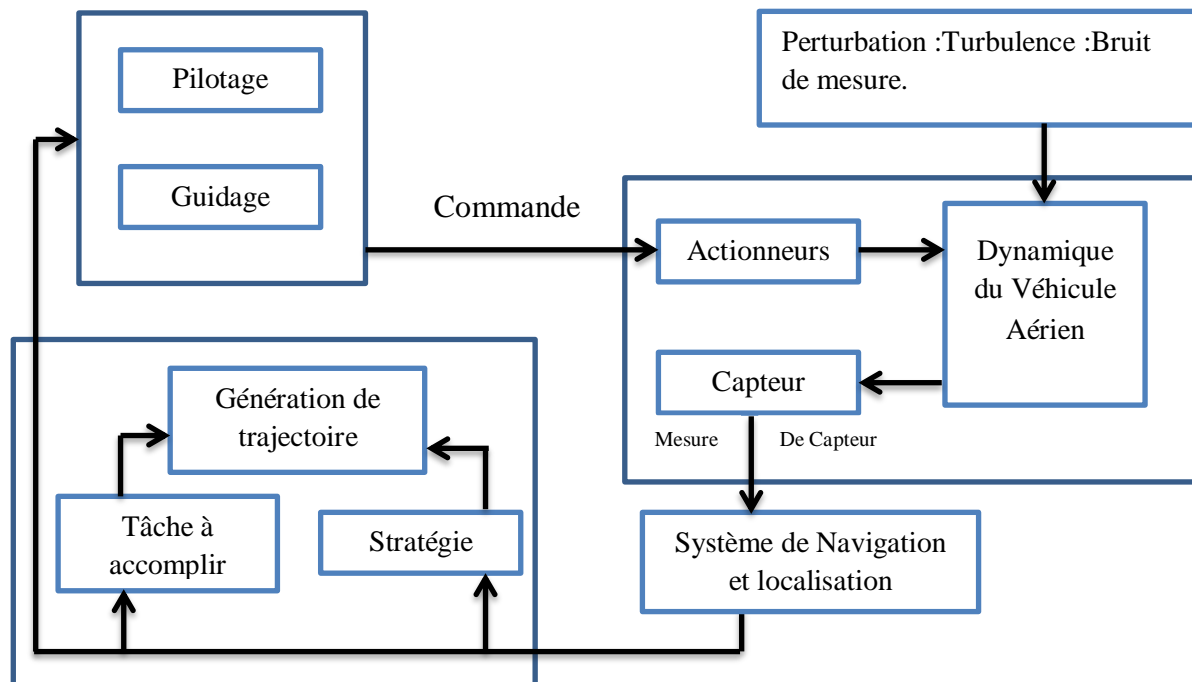


Figure I. 8 : Boucle de guidage-pilotage

Les drones à voilures tournantes sont en général des systèmes sous-actionnés, fortement non linéaires, naturellement instables, contenant des couplages entre les différents axes et sensibles aux perturbations aérodynamiques (comme le vent par exemple). Cependant, ces modèles peuvent être linéaires autour du vol stationnaire, c'est-à-dire, les vitesses de translation sont nulles et les angles d'Euler (d'orientation) constante, ce qui permet de négliger les couplages entre ces différentes axes, et par conséquent, nous obtenons un modèle dynamique simplifié et découplé en quatre sous-systèmes de dynamique de l'engin autour du point d'équilibre, qui représente : le sous-système d'altitude, le sous-système de mouvement longitudinal, le sous-système de mouvement latéral et le sous-système de lacet. Ces quatre systèmes sont indépendants et commandables, les techniques de commande linéaire peuvent donc être utilisées facilement.

8 Commande des drones :

Au cours de ces dernières années, de nombreuses recherches sur la technique de commande ont été appliquées sur les drones miniatures, et les drones à voilure tournante en particulier. En général, on classe les techniques en deux catégories : les approches linéaires et les approches non linéaires, cette classification est basée sur la représentation mathématique (modélisée) du véhicule.

8.1 Les approche linéaire

classique et moderne ont été applique avec succès pour améliorer la stabilité, la synthèse de la commande est basée sur une approximation linéaire du modèle dynamique du véhicule, on peut mentionner les grande approche suivant :

- L'approche par PID (Proportionnel- Intégrale- Dérivée) cette technique est le plus utilise en pratique, qui permet d'améliorer les performances de cette commande (le temps de réponse et l'erreur statique).et généralement utilise pour le contrôleur d'attitude, test décollage. en a teste cette approche avec succès dans plusieurs plateformes expérimentales comme le modèle d'hélicoptère Yamaha R50 [15] et le véhicules aérien .
- Approche de commande Optimal LQR (linear Quadratic Regulator) Dans le but de trouver le correcteur qui stabilise le système tout en minimisant un critère donne. C'est le cas a été utilisée pour stabiliser le drone AROD (Airbone Remote Operated Device).
- Les approche de la commande Robuste : c'est une formalisme important du problème de commande concerne la minimisation de la norme d'une fonction de transfert, pour garanties la robustesse en performance et en stabilité du système en présence des perturbation ou des erreurs de modélisation, Le correcteur doit dans ce cas stabiliser le système en minimisant la norme H_{∞} ,cette méthode base sur la définition de gabarits sur les transferts du système en boucle fermée ,dans le domaine fréquentiel. cette méthode été applique dans [16],[17].

Un des problèmes majeurs des techniques de commande linéaire est la perte de la preuve de convergence ,si le système s'écarte du point d'équilibre pour lequel le contrôleur a été conçu, par exemple lors d'un vol stationnaire(les vitesse de translation sont nulle et les angles d'Eluer constante).en générale les condition atmosphériques prises en compte ont une incidence sur la linéarisation du modèle. dans le cas du vol stationnaire ,il devient difficilement linéarisable si l'on tient compte du vent de perturbation qui n'est pas négligeable.

8.2 Les approche non linéaire :

Sont moins fréquentes pour la commande de drones et sont généralement limitées à des études théoriques dans la littérature, principalement en raison de la complexité de leur mise en œuvre. Les architectures de commande non linéaire les plus utilisées pour le pilotage et le guidage des drones sont : la commande par linéarisation entrée-sortie, Backstepping,

saturation imbriquées, modes glissants, logique floue, platitude, asservissement visuel, la commande hiérarchique, adaptative, prédictive non linéaire, \mathcal{H}_∞ non linéaire et la commande tolérante aux défauts

9 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons brièvement présenté le contexte historique associé à l'apparition des premiers drones. Nous avons également vu les principales architectures des drones et leurs applications. Différentes configurations de véhicules ont été mentionnées telles que : la famille des véhicules à voilure fixe, à ailes battantes et à voilure tournante. Ensuite, nous avons décrit une diversité des technologies de capteurs constituant un engin volant et présenté un aperçu sur les stratégies de commandes rencontrées dans la littérature pour ce type hélicoptère .

Chapitre II :

Modélisation et

linéarisation des

drones

Chapitre 2

Modélisation et Linéarisation des drones

Ce chapitre concerne la description générale l'hélicoptère qui est un système très complexe, il est fortement couplé e à six degrés de liberté. Par suite, il présente une modélisation dynamique de ce type d'engin basé sur le formalisme de Newton-Euler, En fin en étudier la théorie des petites perturbations avec le choix du points d'équilibre.

1 Introduction

La modélisation mathématique a pour objectif d'obtenir un ensemble d'équations décrivant le fonctionnement d'un système physique. Le modèle obtenu se compose d'une structure qui explique les liens entre les variables et d'un ensemble de paramètres. Dans ce chapitre, on explique en détail comment obtenir un modèle mathématique.

On peut voir la voiture aérienne comme un corps rigide avec six degrés de liberté, à l'ajout des forces et des couples générés par les deux rotors. La linéarisation des équations non linéaires est également abordée.

2 Présente un structure du modèle

Il existe une grande variété de structure de modelés plus ou moins complexes dont le choix dépend du système considéré de l'objectif vise :prédiction ,simulation ,synthèse de lois de commande ,les phénomènes physique détection ,estimation et localisation de défauts, etc. en particulier, obtenir un modelé dynamique pour développer une algorithmes de commande de navigation et de guidage.

En peut classifier ces variétés du modèle en quatre partie :modèle linaire [18] ,boite-noire [19],boite-grise[20] ,modèle non linéaire paramétrique ou non paramétrique, continu ou discret. Parmi les structure le plus connu et utilise dans le domaine de l'automatique ,on peut

mentionner la représentation d'état et la représentation en fonction de transfert, pour la représentation d'état en a permet de représenter un système matricielle qui décrivant la dynamique des variables internes qui caractériser l'état du système Les équations d'état suivant représenter la forme matricielle du système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec $x(t)$ vecteur d'état, $u(t)$ vecteur d'entrées, $y(t)$ vecteur de sorties, et pour la représentation de fonction de transfert c'est la transformation de la place de l'équations (2.1) .

L'équation (2.2) représenter la fonction de transfert $G(p)$ avec comme entrée $U(p)$ (transformée de Laplace de $u(t)$) et comme sortie $Y(p)$ (transformée de Laplace de $y(t)$) :

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (2.2)$$

L'équation (2.2) décrit la réponse fréquentielle du système .ces deux représentation sont incluses dans une famille de structure plus générale.

Dans la littérature les modèles 'boite-noire' et 'boite-grise' sont applicables de manière générale mais pour modèle d'aéronautique on a utilisé la structure 'Boite grise' qui considéré le système a dynamique complexe dues à des phénomènes physique bien connu . Car il permet d'obtenu un modèle valide pour le points de fonctionnement.la variable externe comme l'altitude ou l'angle d'attaque.

Objectif du modelé Dans ce chapitre nous avons présenté un modèle mathématique non linéaire d'un hélicoptère , en ensuite en applique un méthode de linéarisation pour facilite à manipuler avec outils classiques de commande et utilise pour la synthèse de lois de commande.

De manière générale un modèle mathématique représente une simplification d'un système et est nécessairement incomplet et imparfait .il se base sur un ensemble d'hypothèses simplificatrices. Ces Hypothèses sont d'éviter une grande complexité de la dynamique du corps rigide, certaines simplifications sont introduites avant d'essayer d'extraire le modèle :

- L'hélicoptère peut être traité comme un corps rigide.
- L'effet sur le fuselage du flux d'air induit généré par le rotor principal est négligé en vol stationnaire.

- Il existe un plan de symétrie le long de l'axe Z_x dans l'hélicoptère, donc $I_{xy} = I_{yz} = 0$.
- Le flux de veille induit et l'effet de sol sont ignorés.
- Les forces aérodynamiques sont considérées comme agissant de la charnière à la pointe.
- La région d'inversion des flux est ignorée (Région du disque du rotor où l'élévation générée est Négatif en raison des vitesses de translation).
- La vitesse induite, v_1 , est uniforme et se situe dans un plan parallèle à l'arbre du rotor.
- Le levage sur un élément de lame est perpendiculaire au plan parcouru par la tête et le bord de fuite de la lame.
- Les approximations des petits angles sont valides.

Décomposition en sous-systèmes Le modèle est décomposé en plusieurs sous-systèmes, présente en figure suivante :

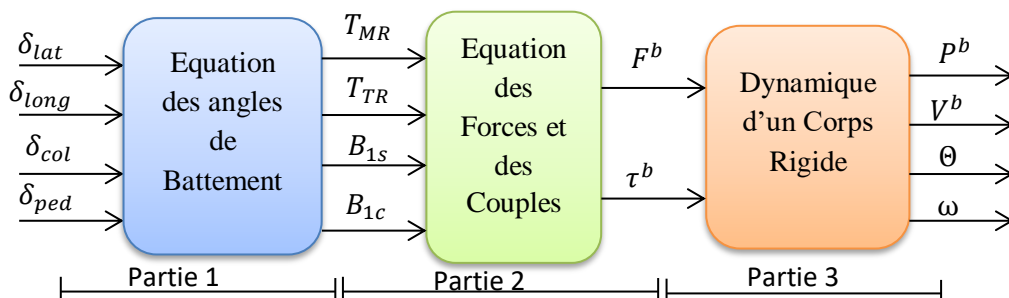


Figure II. 1 : Sous-système constitutif du modèle de l'hélicoptère

Le dernier partie 3 est appelé (modèle à six degrés de liberté) dynamique du corps rigide il décrit le comportement dynamique et cinématique du véhicule aérien, Le formalisme de Newton-Euler et le formalisme d'Euler Lagrange sont les plus répandus. en utilisant les équations de mouvement d'un corps rigide (loi de Newton-Euler) sous l'hypothèse de déformations négligeable du corps du véhicule aérien (1), La seconde partie 2 est appelé bilan des forces et des couples pour décrit l'effort aérodynamique, et la première partie 1 décrit les forces de poussées générées par le rotor principal et le rotor de queue, ainsi que les équations de battement qui décrivent le mouvement des pales du rotor principal lors de l'application d'une entrée au plateau cyclique.

3 Modélisation de la dynamique de l'hélicoptère

3.1 Description des grandeurs

Selon le modèle générique à six Degrés De Liberté (6-DDL), la véhicule aérien est considéré comme un corps rigide, ce qui se traduit par ses trois translations et rotations. trois principaux repères sont généralement identifiés : symbole perçu comme inerte, Il est associé à un point O situé à la surface de la terre, appelé ECI (Frame Inertial Centred Earth), un repère qui est lié au centre de la terre et qui tourne avec elle, appelé ECEF (Frame Inertial Centred and Earth Fixed), et le dernier repère est lié à son centre de gravité de véhicule.

Dans notre travail, Les mouvements de l'hélicoptère sont souvent décrits dans deux repères principaux suivant représentés en figure (II.2):

Repère lie à la terre et repère hélicoptère lié au corps

$I = (O, X^I, Y^I, Z^I)$ est appelé repère inertiel, Il est lié à un point O situé à la surface de la terre.

$B = (G, X^B, Y^B, Z^B)$ est appelé repère corps lie au centre de gravité G du véhicule.

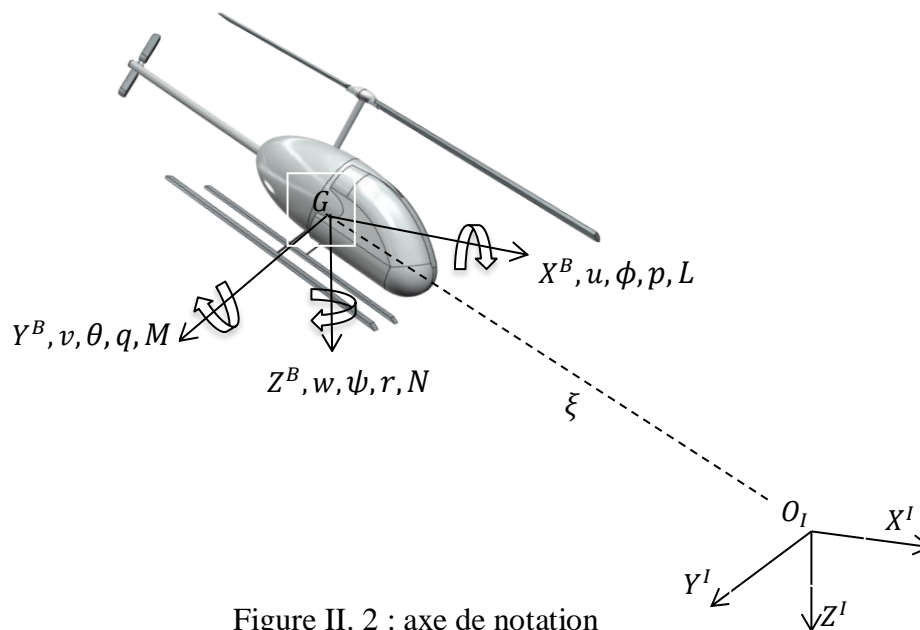


Figure II. 2 : axe de notation

Signaux de commande

En peut commander et contrôle le vol d'hélicoptère par quatre actionneur :deux moteurs actionnant la rotation des rotors et deux servomoteurs pour changer l'orientation du plateau

cyclique ,pour cela on a quatre entre de commande du véhicule arène .elle sont $\delta_{lat}, \delta_{long}, \delta_{col}, \delta_{ped}$.

δ_{lat} : entrée de commande associée à l'angle latéral de pas cyclique qui agit sur la vitesse angulaire p .

δ_{long} : entrée de commande associée à l'angle latéral de pas cyclique qui agit sur la vitesse angulaire q .

δ_{col} : entrée de commande associée au levier collectif du rotor principal et à la puissance du moteur

δ_{ped} : entrée de commande associée au levier collectif du rotor de queue (commande anti-couple)

Dégré de liberté de véhicule

Sachant que le véhicule aérienne est considéré comme un corps rigide à masse fixe m , le modèle générique à six Degrés De Liberté (6-DDL) fait référence à ses trois degré de liberté en translations et à ses trois degré de liberté en rotations pour l'orientation . en tenant compte des vitesses en translation et en rotation ,on obtient en tout 8 variables d'état. Il décrit donc la dynamique et la cinématique de rotation et de translation dans le repère lié au corps B [21]

- 1- L'orientation est le vecteur des angles d'Euler représentant la position angulaire du repère mobile est appelée « attitude » en aéronautique est notée :

$$[\sigma_B^I]^I = \sigma = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (2.3)$$

Les angles ϕ, θ et ψ sont appelés respectivement angles de roulis ,tangage et lacet

Dans notre étude l'angle de lacet n'a aucune influence sur la dynamique de système (forces, moments) elle est exclu dans le model de représentation d'états .

- 2- La position est la position de centre de gravité par rapport à I et exprimé dans I est notée :

$$[\xi_B^I]^I = \xi = [x \quad y \quad z]^T \quad (2.4)$$

Dans notre étude la position n'a aucune influence sur la dynamique de système (forces, moments) elle est exclu dans le model de représentation d'états .

- 3- La vitesse de véhicule aérienne est donne par la dérivée temporelle de sa position par rapport a I est exprimé en B est notée :

$$[v_B^I]^B = v^B = [u \quad v \quad w]^T \quad (2.5)$$

Les vitesses u, v et w sont appelés respectivement vitesses longitudinale, latérale et verticale

- 4- Vitesse angulaire par rapport au repère inertiel I , est exprimée dans le repère B est notée :

$$[\omega^{B/I}]^B = \omega^B = [p \quad q \quad r]^T \quad (2.6)$$

Couplages : l'hélicoptère est un système actionné et les divers états du véhicule sont couplés ensemble par des entrées, donc on peut décomposer du véhicule aérien en quatre canaux c'est à dire quatre modèles SISO (single input single output).

le tableau suivant représente les quatre canaux du modèle :

	Entrée	Effet 1	Effet 2	Effet 3	Effet 4
Canal 1	δ_{long}	Vitesse angulaire q	Tangage θ	Vitesse u	Position y
Canal 2	δ_{lat}	Vitesse angulaire p	Roulis φ	Vitesse v	Position x
Canal 3	δ_{ped}	Vitesse angulaire r	-	-	-
Canal 4	δ_{col}	Vitesse w	Position z	-	-

Tableau II. 1 : les quatre canaux du modèle

Par exemple une action sur l'entrée δ_{long} aura donc pour effet de faire basculer longitudinalement l'hélicoptère.

3.2 Attitude et rotation dans l'espace

3.2.1 Matrice de rotation

Nous allons représenter le passage entre le repère inertiel I et le repère lié au véhicule B à travers la représentation des angles d'Euler, ceci pour les vitesses linéaires et angulaires de l'engin.

La matrice de passage entre le repère inertiel I et le repère lié au véhicule B est notée R^{IB} elle est orthogonale et de déterminant égale à 1 et vérifie les propriétés suivantes :

$$R^{IB}[R^{IB}]^T = [R^{IB}]^T R^{IB} = I \quad (2.7)$$

$$[R^{IB}]^{-1} = [R^{IB}]^T \quad (2.8)$$

$$\det(R^{IB}) = 1 \quad (2.9)$$

3.2.2 Angle d'Euler

Pour comprendre la relation entre les repères il est nécessaire de savoir comment transformer un vecteur ou un point entre les repères. Cette transformation est faite par la rotation d'un

repère à un autre en utilisant les Angles d'Euler roulis, tangage et lacet ,la figure (II.3) présente le passage d'un repère inertiel I au repère B avec les angle d'Euler .

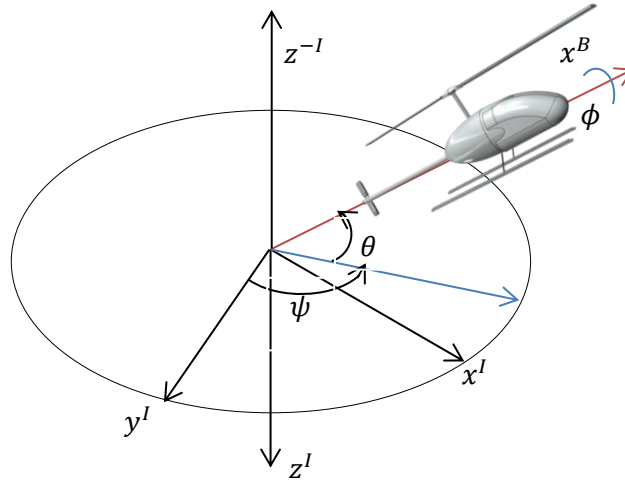


Figure II. 3 : Orientation d'hélicoptère a l'aide des angles d'Euler ϕ, θ, ψ

La méthode de rotation entre les repères est la suivante : rotation d'un angle θ (tangage) autour de l'axe y ,rotation d'angle ψ (lacet) autour de l'axe z ,rotation d'angle ϕ (roulis) autour de l'axe x ,on notera que l'angle ψ , ϕ varient dans l'intervalle de $[0-2\pi]$ radians et l'angle θ dans l'intervalle $[0-\pi]$.

Donc on peut construire la matrice de transformation entre le repère Inertiel I et le repère lié au véhicule B :

$$R^{BI}(\phi, \theta, \psi) = R_x(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) \quad (2.10)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$= \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Avec c_α s_α sont des simplification de $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$ respectivement, pour calculer la matrice de rotation pour la passage du repère B au repère I en calculant la matrice transposée de R^{BI}

$$R^{IB} = [R^{BI}]^T = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Cette matrice est capable de transformer un vecteur X exprimé dans le repère B vers le repère I selon la relation suivante :

$$X_B = R^{IB}(\alpha) * X_I \quad (2.14)$$

3.2.3 Calcul de vitesse linéaire et angulaire

On peut trouver la vitesse linéaire et angulaire entre les deux systèmes des repères, donc la vitesse linéaire relative donner par l'équation suivante :

$$v_I^B = v_{trans}^B + \omega_I^B \times p_I^B \quad (2.15)$$

Avec : p_I^B est le vecteur de position dans la position du repère I par rapport au repère B et ω_I^B est la vitesse angulaire du repère I par rapport au repère B . toutes les forces seront placées par rapport à l'hélicoptère, il sera donc utile d'avoir la vitesse linéaire entre le système B et I par rapport à I .

$$v_B^I = R^{IB} v_I^B \quad (2.16)$$

4 Modélisation Cinématique des rotations et des translation

4.1 Equation dynamique

On peut appliquer la deuxième loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) pour modéliser la force dans un repère inertiel I est représenté comme suite :

$$F^I = m \cdot \dot{v}^I \quad (2.17)$$

Ainsi que le moment de la force appliqué peut être exprimé en fonction de la vitesse angulaire dans le repère inertiel I :

$$\Gamma^I = I^I \dot{\omega}^I \quad (2.18)$$

Avec m la masse du véhicule et I la matrice d'inertie et exprimé comme suit dans le repère B et au centre de gravité

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}_B \quad (2.19)$$

On appliquant l'hypothèse I_{xy} et I_{yz} sont nuls et le seul produit d'inertie pris en compte est I_{xz} . La matrice d'inertie s'écrit :

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}_B \quad (2.20)$$

La majorité des mesures de force et des moments effectuées dans le repère lié au centre de gravité elle est nécessaire d'exprimer les forces et les moments dans le repère B on peut écrire :

$$F^B = m\dot{v}^B + \omega^B \wedge (mv^B) \quad (2.21)$$

$$\Gamma^B = I\dot{\omega}^B + \omega^B \wedge (I\omega^B) \quad (2.22)$$

Avec : $F^B = (F_x, F_y, F_z)$ sont les composantes des forces appliquées au véhicule aérien.

$\Gamma^B = (L, M, N)$ sont les composantes du moment.

$\omega^B = (P, Q, R)$ sont les composantes du couple.

La gravité génère une force F_g proportionnelle à la masse m pour obtenir la force gravitationnelle en utilisant la matrice de changement de repère R^{BI} et en utilisant les angles d'Euler comme suit :

$$F_g^B = R^{BI} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$F_g^B = mg \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Donc la force F est la somme de la force générée par l'action de la gravité F_g^B et des forces aérodynamiques F_{aero}^B .

Remarque

La force de gravité peut être ensuite séparée en fonction d'autres forces appliquées, par exemple $x_T = x_R - mg \sin \theta$ avec x_R La résultante des forces projetées sur l'axe des (x) sans la force de gravité.

4.2 Equation cinématique

Ensuite nous avons modélisé les équations cinématiques du véhicule aérien d'une part en utilisant les angles d'Euler pour cela en a deux modèles d'équation cinématique de rotation et l'autre équation cinématique de navigation .

4.2.1 Equation cinématique de rotation :

Est une relation liant la dérivée temporelle de son orientation et sa vitesse angulaire qui exprimée dans le repère B , Pour décrire la vitesse angulaire de la rotation on utilise les angles Euler .

La représentation de la vitesse angulaire dans le repère inertiel est notée $\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$ cette dernière représentation est utile pour évaluer l'orientation du véhicule arienne, les angles d'Euler. La seconde représentation, notée ω est celle fournie par les capteurs fixes sur le véhicule arienne et représente la projection de la vitesse angulaire dans le repère Véhicule arienne. La relation entre ces deux expressions est d'écrite dans [22] comme suite :

$$\dot{\Theta} = \mathfrak{N}\omega^B \quad (2.25)$$

$$\omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_x(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_x(\phi)R_y(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & s_\phi c_\theta \\ 0 & -s_\phi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \dot{\Theta} \text{ donc } \dot{\Theta} = \begin{bmatrix} 1 & t_\theta s_\phi & t_\theta c_\phi \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & \frac{s_\phi}{c_\theta} & \frac{c_\phi}{c_\theta} \end{bmatrix} \omega \quad (2.27)$$

Avec :

$$\mathfrak{N} = \begin{bmatrix} 1 & t_\theta s_\phi & t_\theta c_\phi \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & \frac{s_\phi}{c_\theta} & \frac{c_\phi}{c_\theta} \end{bmatrix}$$

4.2.2 Equation cinématique de navigation :

Est une relation liant la vitesse linéale v^I du véhicule arienne exprimée dans le repère inertiel et sa vitesse linéaire v^B exprimée dans le repère du corps de véhicule arienne en peut trouver par l'utilisation de matrice de transfert R^{IB} formée avec les angle d'Euler comme suite :

$$v^I = R^{IB}v^B \quad (2.28)$$

Le modelé des équations dynamique et cinématique de mouvement d'un corps rigide en peut décomposé en deux sous-modèle le premier est modélisé la dynamique de rotation et le secondaire la dynamique de translation et notée respectivement Σ_R , Σ_T :

$$\Sigma_R = \begin{cases} I\dot{\omega}^B = \Gamma^B - \omega^B \wedge (I\omega^B) \\ \dot{\Theta} = \mathfrak{N}\omega^B \end{cases} \quad (2.29)$$

$$\Sigma_T = \begin{cases} v_B^I = R^{IB}v_I^B \\ \dot{v}^B = \frac{F^B}{m} - \omega^B \wedge (v^B) \end{cases} \quad (2.30)$$

Finalement en peut trouver un ensemble d'équation pour représentation d'état comme suite :

$$v^I = \dot{\xi}^I = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\dot{v}^B = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + s_\phi \cdot t_\theta \cdot q + c_\phi \cdot t_\theta \cdot r \\ c_\phi \cdot q - s_\phi \cdot r \\ \frac{s_\phi}{c_\theta} \cdot q + \frac{c_\phi}{c_\theta} \cdot r \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\dot{H}_I = \begin{bmatrix} \dot{p} \cdot I_{xx} + q \cdot r \cdot (I_{zz} - I_{yy}) - (\dot{r} + p \cdot q) I_{xz} \\ \dot{q} \cdot I_{yy} - p \cdot r \cdot (I_{zz} - I_{xx}) + (p^2 + r^2) I_{xz} \\ \dot{r} \cdot I_{zz} + p \cdot q \cdot (I_{yy} - I_{xx}) + (qr - \dot{p}) I_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix}_I \quad (2.34)$$

On peut schématiser le modèle d'équation dynamique et cinématique de mouvement du véhicule aérienne comme la figure suivante avec les entrées sont les forces F^B et les moment Γ agissant sur le véhicule aérienne et aussi masse m et l'inertiel I les sorties sont la vitesse v^B , la position ζ et les angles d'Euler Θ .

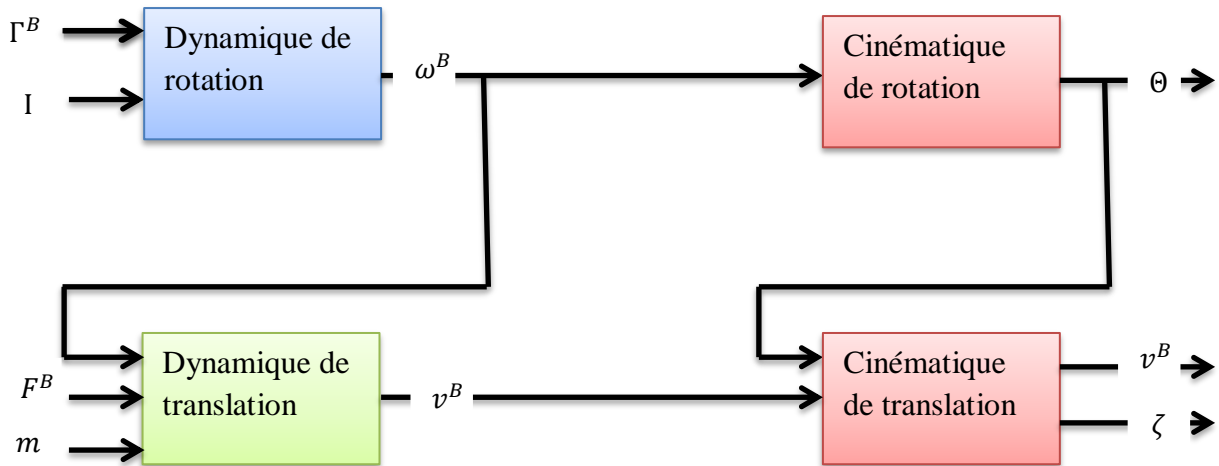


Figure II. 4 : Schéma de simulation des équations de mouvement d'un corps rigide

5 Modélisation aérodynamique

La modélisation aérodynamique permet d'introduire les phénomènes qui gèrent le vol du véhicule aérien, pour calculer la portance et la traînée du rotor et la rotation du rotor donne une vitesse induite. Ce dernier varie en fonction des cas de vol et est une composante de l'écoulement dans lequel le rotor est en évolution. Son calcul est une étape indispensable

pour déterminer la vitesse incident à la pale, Le comportement aérodynamique du rotor et des pales influe sur leur comportement dynamique[23][24][25].

Avons de commencé la modélisation il faut connaitre la principe les efforts aérodynamiques et le principe de fonctionnement du véhicule aérienne , la figure suivant présente la disposition du modèle aérodynamique avec les équations de mouvement ,et que les efforts sont exercent sur le rotor principal et aux interaction entre l'air et la fuselage du véhicule aérienne .ainsi ,la somme des forces aérodynamique F_{aero} et des moments Γ_{aero} appliques au véhicule peuvent être décomposés en une somme de plusieurs construisions, décrites séparément par la suite :

$$F_{aero}^B = F_{MR}^B + F_{TR}^B + F_f^B \tag{2.35}$$

$$\Gamma_{aero}^B = \Gamma_{MR}^B + \Gamma_{TR}^B + \Gamma_f^B \tag{2.36}$$

Avec :

F_{MR}^B, Γ_{MR}^B :la force et le moment génères par le rotor principale.

F_{TR}^B, Γ_{TR}^B :la force et le moment génères par le rotor de Queue.

F_f^B, Γ_f^B :le frottements de l'air sur le corps de véhicule .

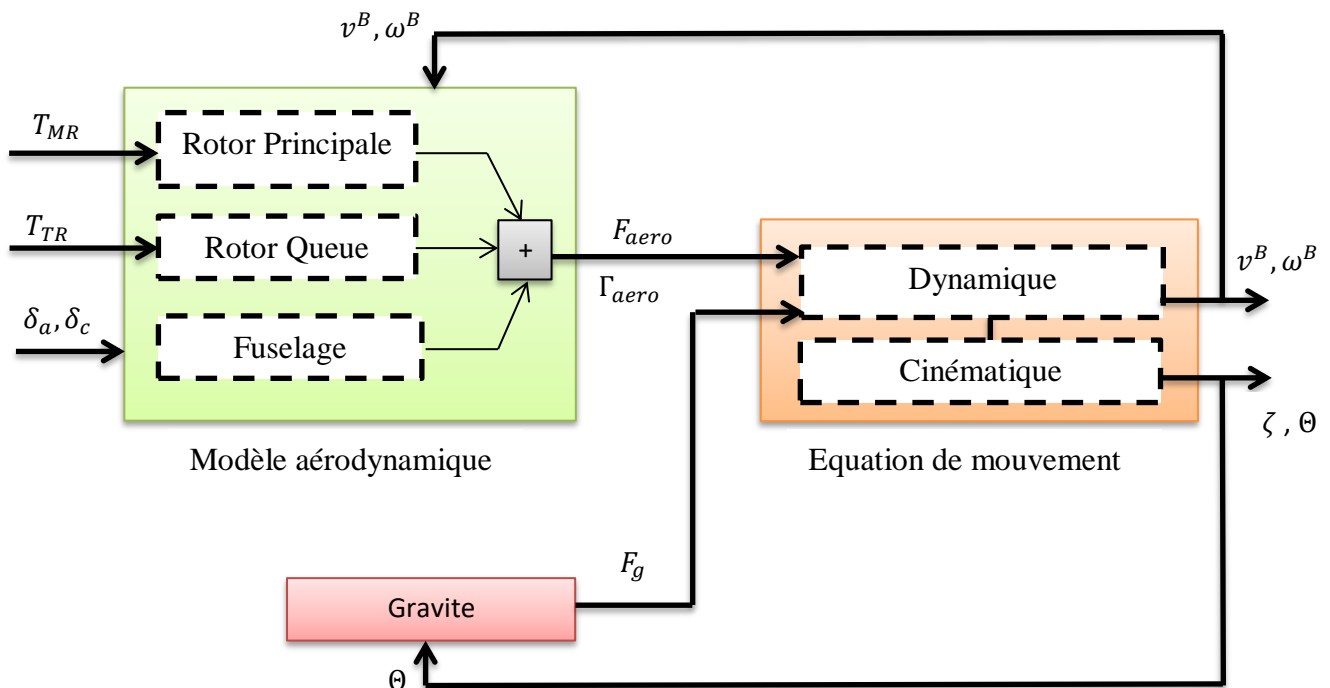


Figure II. 5 : Schéma du modèle aérodynamique et les équation de mouvement

5.1 Principe de vol de l'hélicoptère

l'hélicoptère est soumis à deux forces : la traînée, c'est-à-dire la résistance à l'avancement, et la portance qui soulève l'appareil grâce à ses pales. Par la modification de leur inclinaison, l'hélicoptère a la possibilité de se maintenir en l'air pour réaliser un vol stationnaire : pour cela, la portance globale doit se maintenir sur un tour de rotor. Ainsi le poids de l'appareil est totalement compensé par la portance et l'appareil peut s'immobiliser en vol. La principale pièce de commande qui permet l'inclinaison des pales donc la modification du comportement de l'appareil, est le plateau cyclique.

La véhicule aérienne contient deux rotor un rotor principal et un rotor anti-couple sur la poutre de queue qui permettant de contrôle l'attitude dans les trois dimension de l'espace , le mécanisme du rotor principal est présenté à la figure suivante où les pivots sont indiqués, ainsi que la bascule. La chambre cylindrique est fixée à la bascule, entraînant la pale par son attache. La pale (et son attache) est cependant libre de tourner autour de son axe longitudinal (changement de pas θ_B) et autour du pivot secondaire (battement)[26][27][28].

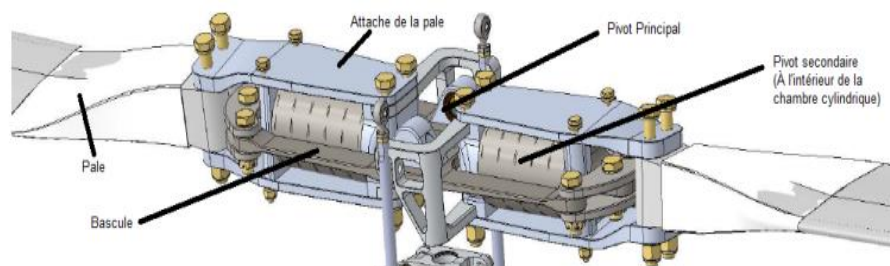


Figure II. 6 : Le mécanisme de rotor principal

5.2 Aérodynamique des pales

Dans cette partie nous avons présenté la relation entre aérodynamique d'une pale en mouvement dans l'air , pour développer un modèle aérodynamique du véhicule aérienne.

5.2.1 Portance et traînée :

La portance est la force qui permet à l'hélicoptère de décoller et de rester en suspension dans l'air, Pour parvenir à faire décoller l'hélicoptère, elle doit compenser l'attraction terrestre, autrement dit le poids de celui-ci. Le poids est une force engendrée par l'attraction terrestre, elle dépend de l'accélération de la pesanteur et de la masse de l'objet, dans ce cas un hélicoptère. La traînée est une force de frottement fluide s'opposant au mouvement, dans le cas de l'hélicoptère, il s'agit de frottements entre les pales et l'air. La figure suivante présenté une profil du pale

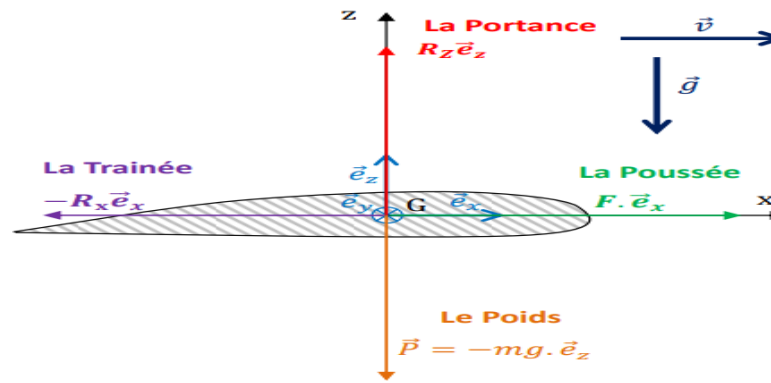


Figure II. 7 : Profil d'une pale et les forces aérodynamiques

Le pale se déplaçant à une vitesse \vec{v} subit un effort que l'on peut décomposer en une portance $R_z \vec{e}_z$ dans la direction perpendiculaire à \vec{v} , et une trainée $-R_x \vec{e}_x$ dans la direction \vec{v} .

Son expression est donnée comme suit :

$$R_z = \frac{1}{2} \rho v^2 s C_z \quad (2.37)$$

$$R_x = \frac{1}{2} \rho v^2 s C_x \quad (2.38)$$

Avec : ρ est la masse volumique de l'air à l'altitude.

s est une surface de référence (surface de la pale).

C_z, C_x sont les coefficients dont les ordres de grandeur, en fluide.

5.2.2 Profil de pale :

il existe différentes formes de profils pour les pales, dont les plus courants sont les profils plans convexe, biconvexe symétrique, biconvexe dissymétrique. Pour les pales symétriques sont très stables, ce qui permet de réduire au minimum la torsion des pales et les charges des commandes de vol, pour les pales asymétriques sont plus compliquées, ce signifie que la portance sur un côté du disque du rotor n'est pas égale à la portance de l'autre côté.

5.3 Le mécanisme du Plateau cylindrique

Un plateau cyclique est un dispositif qui traduit l'entrée via les commandes de vol de l'hélicoptère en mouvement des pales du rotor principal. Comme les pales du rotor principal tournent, le plateau cyclique est utilisé pour transmettre trois des commandes du pilote du fuselage non rotatif au moyeu du rotor rotatif et aux pales principales. Le plateau cyclique est l'élément essentiel pour la variation du pas cyclique, c'est-à-dire, le mouvement des bielles du

système mécanique pour incliner le plan de rotation. Lorsque le pilote décide d'augmenter ou de diminuer la force de portance. Un changement dans la hauteur du plateau cyclique qui représente une autre entrée de commande sert à modifier l'angle de pas des pales du rotor principal de façon collective et donc à faire varier l'amplitude de la force de portance[29] [30].

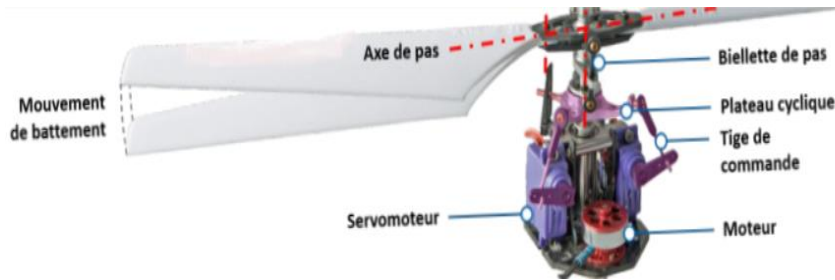


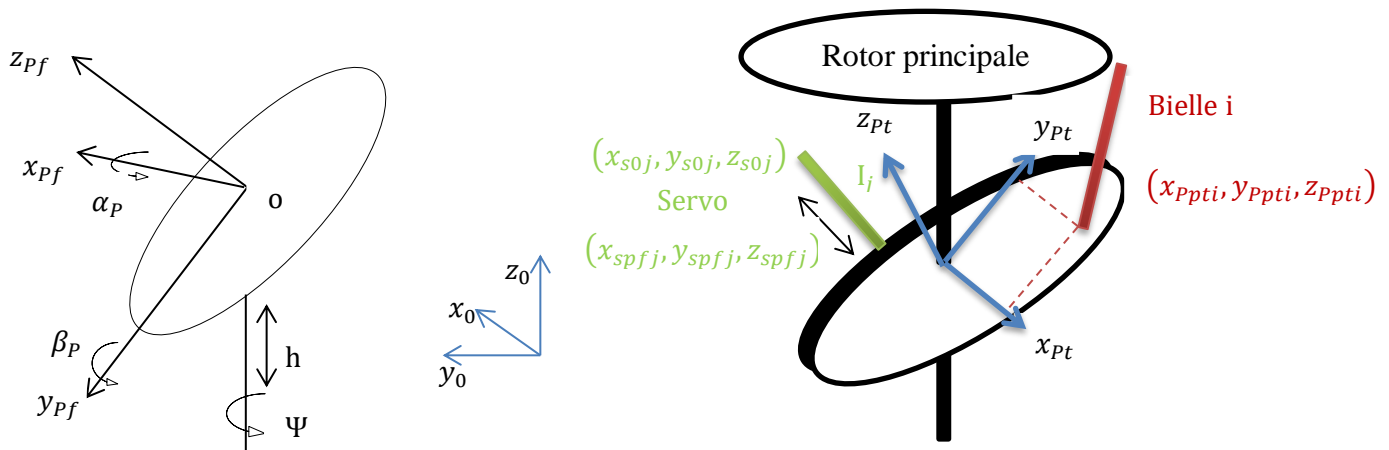
Figure II. 8 : plateau cyclique du rotor d'hélicoptère

5.4 Modélisation du plateau cylindrique

La chaîne de commande comprend les servo-commandes, les plateaux cycliques et les biellettes de pas. Le plateau cyclique se compose de deux parties principales: un plateau cyclique fixe et un plateau cyclique rotatif, Soient les repères des plateaux cycliques rotatif

$$R_{Pr} = (x_{Pr}, y_{Pr}, z_{Pr}) \text{ et } R_{Pf} = (x_{Pf}, y_{Pf}, z_{Pf}) \text{ et le repère hélicoptère } R_0 = (x_0, y_0, z_0) .$$

Le modèle PLATEAU a pour but d'imposer la cinématique de l'attache basse de la bielle de pas. Il est utilisé lorsque l'étude s'intéresse aux commandes rotor en reliant la commande du pilote, au déplacement du plateau cyclique fixe. L'inclinaison du plateau cyclique génère le mouvement cyclique de la bielle. Le modèle calcule en premier lieu la cinématique du plateau fixe, qui est dépendante de l'allongement des trois servocommandes. La position du plateau fixe est définie dans le repère R_{pf} par les variables représentées sur la figure (a)[31]



(a) Rotation des plateaux cyclique (b) Repère servo-commandes et bielles de pas

Figure II. 9 : Modelé du plateau

α_p : Angle d'inclinaison longitudinal des plateaux cycliques.

β_p : Angle d'inclinaison latéral des plateaux cycliques.

φ_t φ_f : Rotations des plateaux cycliques fixe et tournant induites par la présence des commande pas.

h la hauteur du centre du plateau, α_p et β_p l'inclinaison du plateau autour des axes x et y , et φ_f la rotation du plateau fixe lors de son inclinaison (légère rotation due à la présence du compas fixe).

Deuxièmement le changement de repère (R_{Pf} à R_{Pr}) exprime la cinématique du plateau rotatif, où la position correspond aux mêmes paramètres h , α_p et β_p que le plateau fixe. Sa rotation est définie par la variable φ_t composée de la rotation du plateau tournant autour du mât rotor (dans le repère tournant) et de la rotation du mât Ψ . En outre ,la rotation relative de la plateau rotatif par rapport au mat reste basse ,il est conserve que $\varphi_t \approx \Psi$.

Soit les points p_i des attaches basses des bielles i , de coordonnées $(x_{P_{pti}}, y_{P_{pti}}, z_{P_{pti}})$ dans le repère de la plateau rotatif, avec les positions $(x_{P_{oi}}, y_{P_{oi}}, z_{P_{oi}})$ de ces points dans le repère absolu R_0 s'expriment :

$$\begin{bmatrix} x_{P_{oi}} \\ y_{P_{oi}} \\ z_{P_{oi}} \end{bmatrix}_{R_0} = R_{rt \rightarrow R_0} \cdot \begin{bmatrix} x_{P_{pti}} \\ y_{P_{pti}} \\ z_{P_{pti}} \end{bmatrix}_{R_{pt}} \quad (2.39)$$

La matrice de passage entre le repère plateau rotatif au repère absolu donnée par :

$$R_{pt \rightarrow R_0} = \begin{bmatrix} c_{\beta_p} c_{\psi} & c_{\beta_p} s_{\psi} & -s_{\beta_p} \\ s_{\alpha_p} s_{\beta_p} c_{\psi} - c_{\alpha_p} s_{\psi} & s_{\alpha_p} s_{\beta_p} s_{\psi} + c_{\alpha_p} c_{\psi} & s_{\alpha_p} c_{\psi} \\ c_{\psi} s_{\beta_p} c_{\alpha_p} + s_{\alpha_p} s_{\psi} & c_{\alpha_p} s_{\beta_p} s_{\psi} - s_{\alpha_p} c_{\psi} & c_{\beta_p} c_{\alpha_p} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

L'allongement de la servo-commande j est donné par la relation :

$$l_j = \sqrt{(x_{spfj} - x_{s0j})^2 + (y_{spfj} - y_{s0j})^2 + (z_{spfj} - z_{s0j})^2} \quad (2.41)$$

avec $(x_{spfj}, y_{spfj}, z_{spfj})$ en fonction de l'inclinaison du plateau β_p , α_p .

Les équations (2.39) et (2.41) lient l'allongement de la servo-commande j à la position de l'attache de la bielle de pas i sur le plateau tournant.

Ces équations sont intégrées dans le modèle du plateau cyclique (PLATEAU). A partir de la position de l'attache des biellets sur le plateau tournant, le calcul du pas de la pale est effectué directement par le modèle de pale. En utilisant les positions des articulations, les mouvements de battement et de traînée qui sont connus, le modèle exprime la position du point d'attache de la bielle de pas sur la pale dans le repère lié à l'articulation précédant le levier de pas

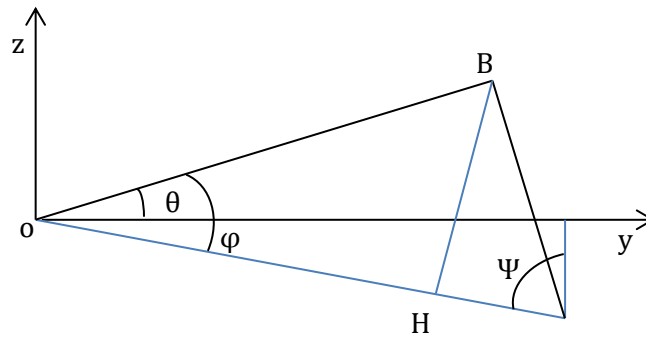


Figure II. 10 : Repère plan du modèle Pale

Soit le plan (O, y, z) perpendiculaire à l'axe de pas et comprenant l'extrémité du levier de pas B (attache de la bielle sur la pale). P est la projection dans ce plan de l'attache basse de la bielle sur le plateau tournant. L'angle de pas θ s'exprime par les équations :

$$\theta = \Psi + \varphi - \frac{\pi}{2} \quad (2.42)$$

$$\cos \Psi = \frac{z_p}{OP} = -\frac{z_p}{\sqrt{z_{pi}^2 + y_{pi}^2}} \quad (2.43)$$

$$\cos \varphi = \frac{OH}{I_v} = \frac{(OP^2 + I_v^2 - I_{proj}^2)}{2 \cdot OP \cdot I_v} \quad (2.44)$$

Avec I_v le bras de levier (longueur du levier de pas) et I_{proj} longueur de la biellette projetée dans le plan. Les équations (2.39), (2.41) et (2.42) lient à tout instant le pas de la pale avec la position des trois servo-commandes qui pilotent son comportement.

Les modèles PLATEAU et PALE (rigide ou élastique) fournissent les commandes et la cinématique des pales en fonctionnement, soumises aux efforts aérodynamiques qui sont perçus comme un chargement extérieur par le modèle pale.

5.5 les mouvement de battement des pales

lorsque le plateau cyclique varie le pas de pale un angle d'attaque doit être varié cette variation provoque une variation dans l'amplitude de la force de portance des pales sur un tour du rotor ,la pale est donc ce l'influence de deux force principales[32] :la force de portance et la force centrifuge, grâce à la résultante de ces deux force s'aligne la pale qui grée un mouvement de battement qui présente sur la figure.

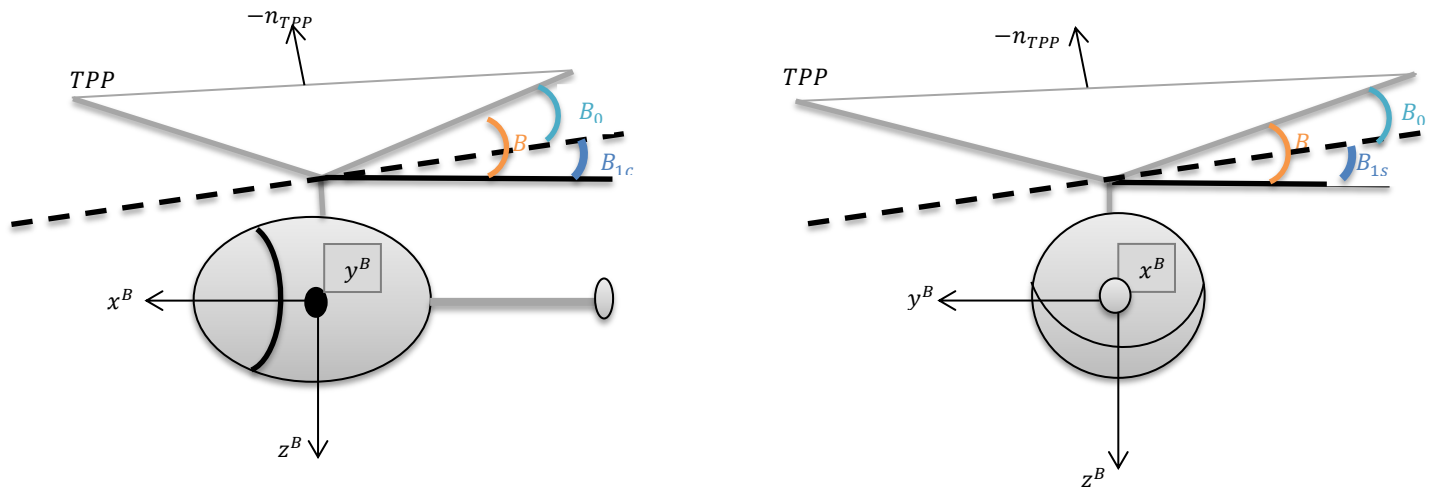


Figure II. 11 : Les angles de battement pour le rotor d'un hélicoptère vu cote gauche et face

Avec :

TPP :Tip-Path-plan :le cercle décrit par le bout des pales de chaque rotor

B_{1c} :l'angle d'inclinaison longitudinal, suivant l'axe x^B ,défini positif pour une rotation autour de l'axe y^B .

B_{1s} : l'angle d'inclinaison latérale , suivant l'axe y^B ,défini positif pour une rotation autour de l'axe x^B .

n_{TPP} :le vecteur normal au TPP en fonction des angles de battement.

Le battement des pales ,à son tour ,provoque l'apparition de forces d'inertie alternées dans le plan de rotation .

6 La linéarisation

Considérer les équations de mouvement de l'hélicoptère décrites sous forme non linéaire, données par :

$$\dot{x} = F(x, u, t) \tag{2.45}$$

En six degré de liberté , les états de mouvement et les contrôles sont :

$$x = [u \ w \ q \ \theta \ v \ p \ \varphi \ r \ B_{1c} \ B_{1s}]^T$$

où u, v et w sont les vitesses de translation, p, q et r sont les angles vitesses des axes x, y et z respectivement et θ, ϕ sont les angles Euler, qui sont défini l'orientation des axes du corps par rapport à la terre et les deux angles de battement longitudinal et latérale B_{1c}, B_{1s} .

Le vecteur de commande comporte quatre composantes collectif du rotor principal, cyclique longitudinal, cyclique latéral et collectif du rotor de queue.

$$\mathbf{u} = [\delta_e \ \delta_c \ \delta_a \ \delta_p]^T$$

La forme développée de l'équation (2.45) peut être écrite comme l'équation (2.36) combiné avec l'Euler angles, l'équation (2.37).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{u} = -(wq - vr) + \frac{X}{m} - g \sin \theta \\ \dot{v} = -(ur - wp) + \frac{Y}{m} + g \cos \theta \sin \phi \\ \dot{w} = -(vp - uq) + \frac{Z}{m} + g \cos \theta \cos \phi \\ I_{xx} \dot{p} = (I_{yy} - I_{zz})qr + I_{xz}(\dot{r} + pq) + L \\ I_{yy} \dot{q} = (I_{zz} - I_{xx})rp + I_{xz}(r^2 - p^2) + M \\ I_{zz} \dot{r} = (I_{xx} - I_{yy})pq + I_{xz}(\dot{p} - qr) + N \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2.36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \end{array} \right. \quad (2.37)$$

En utilisant la théorie des petites perturbations, nous supposons que pendant le mouvement perturbé, comportement d'hélicoptère peut être décrit comme une perturbation de base, écrit sous la forme[33] :

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_e + \delta \mathbf{x} \quad (2.38)$$

On utilise une hypothèse fondamentale de linéarisation pour présenter les forces externe X, Y et Z et les moments L, M et N comme une fonction analytique des variables de mouvement perturbées et leur dérivées. on applique le théorème Taylor pour ces fonction analytique dans importe point. puis on peut estimer le comportement de cette fonction à partir d'extension de cette fonction dans un série sur le point connu, à condition que les charge aérodynamiques et dynamique c'est une fonction analytique des variables de mouvement et de contrôle est valide. dans ce cas la linéarisation revient à négliger tout sauf les termes linéaire, on

remarque que la linéarisation des forces est faible et que les mesure de perturbation de mouvement et de contrôle très faible. donc en peut écrire les forces sous la forme approximative suivant :

$$X = X_e + \frac{\partial X}{\partial u} \delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \delta w + \dots + \frac{\partial X}{\partial \delta_a} \delta_a \dots, etc. \quad (2.39)$$

On peut ainsi étendre les six force et moments de même manière, L'approximation linéaire contient également des termes dans les coefficient de changement de mouvement et les variables de contrôle avec le temps, mais en néglige d'abord. La nature partielle des dérivés indique qu'ils sont obtenus avec tous les autres degré de liberté détenus fixe, c'est une autre démonstration de l'hypothèse de linéarité. Pour une analyse plus approfondie, nous allons réduire l'indice de perturbation, d'où référence aux variables perturbées par leurs caractères réguliers u, v, w, \dots etc. en peut écrire comme suite :

$$\frac{\partial X}{\partial u} = X_u, \frac{\partial Y}{\partial v} = X_v \dots etc. \quad (2.40)$$

Donc en peut écrire les équations de linéarisations de mouvement qui décrivant le mouvement perturbe comme suit :

$$\dot{x} - Ax = Bu(t) + f(t) \quad (2.41)$$

La fonction $f(t)$ une fonction supplémentaire pour représenter les autre perturbation ,et les matrices de système et de contrôle sont dérivés partiels de la fonction non linéaire F .

$$A = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{x=x_e} \quad (2.42)$$

$$B = \left(\frac{\partial F}{\partial u} \right)_{x=x_e} \quad (2.43)$$

On considère que chaque variable des équations de mouvement de force, moment et angles d'Eluer sont des sommes entre une valeur équilibrée(ou il y a le symbole '0') et une valeur perturbée (écrite en minuscule) comme décrit dans le paragraphe précédente :

$$U = U_0 + u, V = V_0 + v \dots etc.$$

Exemple de Linéarisation de la première équation longitudinale de mouvement :

On a :

$$X_R - mg \sin \Theta = m(\dot{U} - RV + QW) \quad (2.44)$$

Après l'application de changement de variable $X_R = X_0 + x$ à l'équation(2.44) on obtient l'équation (2.45) :

$$m[\dot{U} + \dot{u} + (Q_0 + q)(W_0 + w) - (R_0 + r)(V_0 + v)] = -mg \sin(\Theta_0 + \theta) + X_0 + x \quad (2.45)$$

On considère qu'il y a des petites perturbation (les valeurs $u, v, w, q, \theta, \dots$ sont petites)
Donc $\sin \theta = \theta$ et $\cos \theta = 1$ on néglige le produit des deux petites perturbation .

Donc l'équation de mouvement devient :

$$m(\dot{u} - V_0 r + W_0 q + Q_0 w) = -mg\theta \cos \Theta_0 + X \quad (2.46)$$

Avec que les accélérations sont nulles ($Q_0 = P_0 = R_0 = 0$) dans l'état d'équilibre qui donne une simplification et linéarisation précédant .

Finalement on trouve les équations de mouvement longitudinales, latérales et les équation cinématique linéarisées comme suite :

- Les équations de mouvement longitudinales linéarisées :

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -W_0 q - g\theta \cos \Theta + V_0 r + \frac{X_{GM}}{m} \\ \dot{q} &= \frac{M_{GM}}{I_{yy}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\dot{w} = U_0 q - g\theta \cos \Phi_0 \sin \Theta_0 - V_0 p - g\phi \sin \Phi_0 \cos \Theta_0 + \frac{Z_{GM}}{m}$$

- Les équations de mouvement latérales linéarisées :

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{I_{zz}L + I_{xz}N}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} = L'_{GM} \\ \dot{v} &= -g\theta \sin \Phi_1 \sin \Theta_1 + W_0 p + g\phi \cos \Phi_1 \cos \Theta_1 + U_0 r + \frac{Y_{GM}}{m} \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}L + I_{xx}N}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} = N'_{GM}$$

- Les équations cinématiques linéarisées :

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= q \cos \Phi_0 - r \sin \Phi_0 \\ \dot{\phi} &= q \sin \Phi_0 \tan \Theta_0 + r \cos \Theta_0 \tan \Theta_0 + p \end{aligned} \quad (2.49)$$

Avec :

$\frac{X_{GM}}{m}, \frac{Y_{GM}}{m}$ et $\frac{Z_{GM}}{m}$ sont les dérivées partielle des forces donne comme suite :

$$\frac{X_{GM}}{m} = \frac{X_u}{m}u + \frac{X_w}{m}w + \frac{X_q}{m}q + \frac{X_v}{m}v + \frac{X_p}{m}p + \frac{X_r}{m}r + \frac{X_{\delta e}}{m}\delta e + \frac{X_{\delta c}}{m}\delta c \cdot k_{MR} + \frac{X_{\delta a}}{m}\delta a \cdot k_{MR} + \frac{X_{\delta p}}{m}\delta p$$

$$\frac{Y_{GM}}{m} = \frac{Y_u}{m}u + \frac{Y_w}{m}w + \frac{Y_q}{m}q + \frac{Y_v}{m}v + \frac{Y_p}{m}p + \frac{Y_r}{m}r + \frac{Y_{\delta e}}{m}\delta e + \frac{Y_{\delta c}}{m}\delta c \cdot k_{MR} + \frac{Y_{\delta a}}{m}\delta a \cdot k_{MR} - \delta p \cdot g \sin \Phi_1 \sin \Theta_1 \quad (2.50)$$

$$\frac{Z_{GM}}{m} = \frac{Z_u}{m}u + \frac{Z_w}{m}w + \frac{Z_q}{m}q + \frac{Z_v}{m}v + \frac{Z_p}{m}p + \frac{Z_r}{m}r + \frac{Z_{\delta e}}{m}\delta e + \frac{Z_{\delta c}}{m}\delta c \cdot k_{MR} + \frac{Z_{\delta a}}{m}\delta a \cdot k_{MR} + \frac{Z_{\delta p}}{m}\delta p$$

Et la dérivées partielle des moment L'_{GM} , $\frac{M_{GM}}{I_{yy}}$, N'_{GM} sont donne par :

$$L'_{GM} = L'_u u + L'_w w + L'_q q + L'_v v + L'_p p + L'_r r + L'_{\delta e} \delta e + L'_{\delta c} k_{MR} \delta c + L'_{\delta a} k_{MR} \delta a + L'_{\delta p} \delta p$$

$$\frac{M_{GM}}{I_{yy}} = \frac{M_u}{I_{yy}}u + \frac{M_w}{I_{yy}}w + \frac{M_q}{I_{yy}}q + \frac{M_v}{I_{yy}}v + \frac{M_p}{I_{yy}}p + \frac{M_r}{I_{yy}}r + \frac{M_{\delta e}}{I_{yy}}\delta e + \frac{M_{\delta c}}{I_{yy}}k_{MR}\delta c + \frac{M_{\delta a}}{I_{yy}}k_{MR}\delta a + \frac{M_{\delta p}}{I_{yy}}\delta p$$

$$N'_{GM} = N'_u u + N'_w w + N'_q q + N'_v v + N'_p p + N'_r r + N'_{\delta e} \delta e + N'_{\delta c} k_{MR} \delta c + N'_{\delta a} k_{MR} \delta a + N'_{\delta p} \delta p \quad (2.51)$$

Les équations précédant présente le modèle générale d'hélicoptère est en peut décrire comme une modelé de représentation d'état linéaire, mais pour une meilleur contrôle physique en ajouter les équations de commande du rotor au modèle d'états.

7 Equation de mouvement de rotor

Les équations du mouvement de battement des pales sont dérivées de l'équilibre des moment sur l'articulation battante [34]. Comme présente dans la figure (II.12).

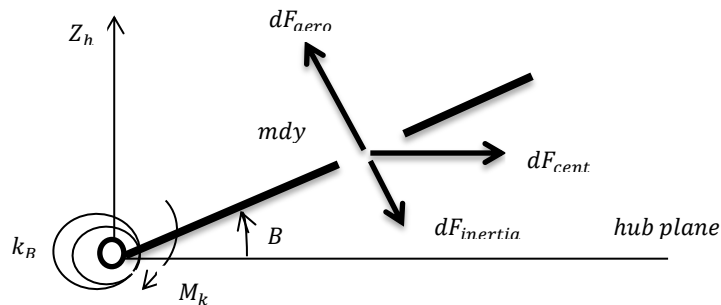


Figure II. 12 : Les forces aérodynamique centrifuge et inertielle agissant sur un élément de pale.

Ces équations sont dérivées de l'application du principe fondamental de la dynamique en écrivant la somme des moment autour de l'articulation de battement , les moment sont génère par les forces aérodynamique , force d'inertie et force centrifuge et le moment M_k produit par la retenue battante. Dans l'équation force d'inertie nous montrons l'accélération grâce au battement des pales $mdy\ddot{B}$ et la composante de force centrifuge qui donne par :

$$F_{cent} = mdy\Omega^2 yB \quad (2.52)$$

et la force aérodynamique donne par :

$$dF_z = dL \cos \Phi + dD \sin \Phi \approx dL \quad (2.53)$$

$$\text{Avec : } dL = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_{l\alpha} \alpha dy$$

c : la longueur de la corde, ρ : est la densité de l'air et $C_{l\alpha}$: est la courbe de portance du profil aérodynamique pàté.

Donc en peut écrire l'équilibre de moment sur l'articulation battante comme suit :

$$\int_0^R y dF_z dy - \int_0^R y [my\ddot{B} - my\Omega^2 B] dy - k_B B = 0 \quad (2.54)$$

$$\int_0^R y dF_z dy - \int_0^R my^2 dy [\ddot{B} + \Omega^2 B] - k_B B = 0 \quad (2.55)$$

La seconde intégrale égale le moment d'inertie de la lame sur l'articulation battante

$$\int_0^R my^2 dy = I_B \quad (2.56)$$

On considère que : $\Psi = \Omega t$ nous obtenons :

$$\ddot{B} = \Omega^2 \frac{\partial^2 B}{\partial \Psi^2} = \Omega^2 B'' \quad (2.57)$$

Il est donc intéressant d'exprimer les équation dynamique de cette manière donc :

$$I_B \Omega^2 [B'' + B] + k_B B = \int_0^R y dF_z dy \quad (2.58)$$

Donc on obtenu :

$$B'' + \left(1 + \frac{k_B}{I_B \Omega^2}\right) B = \frac{1}{I_B \Omega^2} \int_0^R y dF_z dy \quad (2.59)$$

Avec : le coefficient de B est le carre du rapport de fréquence de battement , λ_B par rapport a la vitesse angulaire du rotor Ω .

$$\lambda_B^2 = 1 + \frac{k_B}{I_B \Omega^2} = \frac{\omega_B^2}{\Omega^2} \quad (2.60)$$

On retrouve que pour un rotor ayant une articulation de battement sans contrainte (c'est-à-dire $k_B = 0$ on a $\lambda_0 = 1$ donc la fréquence des battements est égale à la fréquence de rotation .

Pour exprime l'équation dynamique de mouvement du plan TTP forme par les pales et défini par l'angle B_{1s}, B_{1c} , [35] on trouve une équation différentielle du mouvement de battement de manière indépendant d'angle de azimuth Ψ , Le mouvement de battement est une fonction périodique 2π et la solution générale de l'équations de battement peut être exprime comme une série de fourier comme suit :

$$B(\Psi) = B_0 - B_{1c} \cos \Psi - B_{1s} \sin \Psi - B_{2c} \cos 2\Psi - B_{2s} \sin 2\Psi - \dots \dots \dots \quad (2.61)$$

Comme hypothèse générale l'amplitude de la seconde harmonique est inférieure à 10% de la magnitude de la première harmonique donc on peut le négligé les terme supérieur devant le premier ordre . ce type des mouvement de battement décrit un cône appelé cône rotor. Figure

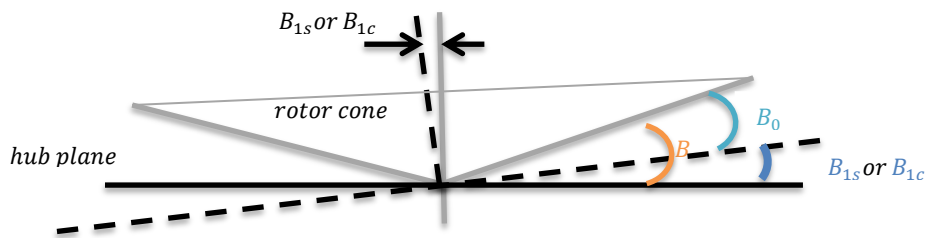


Figure II. 13 : Définition d'angle de battement pour un rotor tournant d'hélicoptère vu cote à gauche

Avec : B_0 : l'angle conique.

B_{1c} : l'angle d'inclinaison longitudinal suivant l'axe x^B .

B_{1s} : l'angle d'inclinaison latéral suivant l'axe y^B .

$$B(\Psi) = B_0 - B_{1c} \cos \Psi - B_{1s} \sin \Psi \quad (2.62)$$

Dans ce qui suit on utilise la notation suivante : \mathbf{a} à la place B_{1c} , \mathbf{b} à la place B_{1s} et \mathbf{a}_0 à la place B_0 . L'équation de battement du mouvement (2.62) avec la solution de TPP réduit l'équation de mouvement. Pour compléter la transformation, on remplace l'expression de TPP (2.59) dans l'équation différentielle de battement (2.62), en utilisant l'équation de l'angle de pas des pales donnée par la relation suivante :

$$\Theta(\Psi) = \Theta_0 - A_1 \cos \Psi - B_1 \sin \Psi \quad (2.63)$$

avec : Θ_0 : angle de tangage moyen qui est réglé par l'entrée de commande collective .

Enfin, on obtient une matrice différentielle de second ordre comme suit :

$$\ddot{\mathbf{a}} + D\dot{\mathbf{a}} + K\mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (2.64)$$

Avec : D : est la matrice d'amortissement .

K : est la matrice de rigidité.

F : est le terme de force.

Cet ensemble d'équations est identique à celui du tableau 1 [36], avec des consignes périodiques. Si la procédure de représentation "PTT" décrite ci-dessus est étendue pour donner une approximation de l'équation de battement pour le rotor oscillant, elle est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \ddot{a} \\ \ddot{b} \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{8} & 2 \\ -2 & \frac{\gamma}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \end{bmatrix} + \Omega^2 \begin{bmatrix} P^2 - 1 + \frac{\gamma k_1 \mu^2}{16} & \frac{\gamma}{8} \left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) \\ -\frac{\gamma}{8} \left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) & P^2 - 1 + \frac{3}{16} \gamma k_1 \mu^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (2.65) \\ & = \Omega^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\gamma}{8} \left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) & 0 \\ -\frac{\gamma \mu}{3} & -\frac{\gamma \mu}{4} & 0 & \frac{\gamma}{8} \left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_t \\ A_{1c} \\ B_{1c} \end{bmatrix} + \Omega^2 \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\gamma \mu}{4} \end{bmatrix} \lambda + \Omega \begin{bmatrix} -2 & -\frac{\gamma}{8} & 0 & -\frac{1}{\Omega} \\ -\frac{\gamma}{8} & 2 & -\frac{1}{\Omega} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_w \\ q_w \\ \dot{p}_w \\ \dot{q}_w \end{bmatrix} \quad (2.66) \end{aligned}$$

Avec :

$$P^2 = 1 + \frac{k_B}{I_B \Omega^2} + \frac{\gamma k_1}{8} \quad (2.67)$$

$$\text{Et :} \quad B(t) = a_0 - a_1(t) \cos \Psi - b_1(t) \sin \Psi \quad (2.68)$$

En néglige les effets de vitesse translation ($\mu = 0$) et la coefficient de couplage de tangage nulle ($k_1 = 0$), et comme hypothèse que les termes de l'accélération angulaire \dot{p} , \dot{q} dans l'équation précédant sont négligé .donc l'équation battement de un système de rotor oscillant simplifie et la conclusion du tableau 3[36] s'écrit alors :

$$D = \Omega \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{8} & 2 \\ -2 & \frac{\gamma}{8} \end{bmatrix}, K = \Omega^2 \begin{bmatrix} \frac{k_B}{I_B \Omega^2} & \frac{\gamma}{8} \\ -\frac{\gamma}{8} & \frac{k_B}{I_B \Omega^2} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Et le terme de force égale :

$$F = \Omega^2 \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{8} & 2 \\ -2 & \frac{\gamma}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} -2 & -\frac{\gamma}{8} \\ -\frac{\gamma}{8} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\Omega} \\ -\frac{1}{\Omega} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Avec : A_1 , B_1 respectivement, l'angle de pas cyclique latéral et longitudinal de la pale.

k_B : constante de ressort de battante .

I_B : est le moment d'inertie de la lame autour de l'articulateur battante.

γ : nombre de lock associe aux pale du rotor.

Ce dernier représente le rapport entre les forces aérodynamiques et inertielles agissant sur la pale $\gamma = \frac{\rho c C_{i\alpha} R^4}{I_B}$ avec : R : est le rayon du rotor, ρ : est la densité de l'air , c : est la longueur de la corde , $C_{i\alpha}$: est la pente de la courbe.

Maintenant en supprime l'effet de la dynamique haute fréquence qui réduire l'ordre de l'équation de rotor donc en supprime les angles des battement d'accélération du pales \ddot{a} , \ddot{b} et l'accélération angulaire \dot{p} , \dot{q} .

L'utilisation d'équation (2.64) avec les matrice et les simplification produit l'équation de mouvement du TPP comme suit :

$$\frac{16}{\gamma \Omega} \dot{a} = -a - \frac{16}{\gamma \Omega} q + \frac{p}{\Omega} + \frac{8}{\gamma \Omega^2} \frac{k_B}{I_B} b - B_1 \quad (2.71)$$

$$\frac{16}{\gamma \Omega} \dot{b} = -b - \frac{16}{\gamma \Omega} p - \frac{q}{\Omega} - \frac{8}{\gamma \Omega^2} \frac{k_B}{I_B} a + A_1$$

Ces équations sont les approximations dynamiques du rotor basse fréquence qui capturent les principales réponses TPP dues aux entrées de contrôle et au véhicule motion[37][38].

Finalement après trouver les équations du battement Il est donc nécessaire d'ajouter la contribution de rotor de contrôle aux moments et aux forces.

➤ **Les équations final des forces :**

$$\begin{aligned}\frac{X_{EM}}{m} &= \frac{X_{GM}}{m} + \frac{X_{\delta c}}{m} k_B B_{1c} + \frac{X_{\delta a}}{m} k_B B_{1s} \\ \frac{Y_{EM}}{m} &= \frac{Y_{GM}}{m} + \frac{Y_{\delta c}}{m} k_B B_{1c} + \frac{Y_{\delta a}}{m} k_B B_{1s} \\ \frac{Z_{EM}}{m} &= \frac{Z_{GM}}{m} + \frac{Z_{\delta c}}{m} k_B B_{1c} + \frac{Z_{\delta a}}{m} k_B B_{1s}\end{aligned}\quad (2.72)$$

➤ **Les équations final des moments :**

$$\begin{aligned}L'_{EM} &= L'_{GM} + L'_{\delta c} k_B B_{1c} + L'_{\delta a} k_B B_{1s} \\ N'_{EM} &= N'_{GM} + N'_{\delta c} k_B B_{1c} + N'_{\delta a} k_B B_{1s} \\ \frac{M_{EM}}{I_{yy}} &= \frac{M_{GM}}{I_{yy}} + \frac{M_{\delta c}}{I_{yy}} k_B B_{1c} + \frac{M_{\delta a}}{I_{yy}} k_B B_{1s}\end{aligned}\quad (2.73)$$

8 La représentation d'état du système

Après l'ajout des deux nouvelles équations du rotor de contrôle, la représentation d'état du modèle consiste en une matrice d'état A de dimension (10x10) et une matrice d'entrée B de dimension (10x4). Les matrices A, B, C et D résultantes du modèle dans l'espace d'état peuvent être vues à l'annexe 1.

$$\begin{aligned}[\dot{\mathbf{x}}]^{10 \times 4} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{4 \times 4}_{\text{longitudinal}} & \mathbf{A}^{4 \times 4}_{\text{couplage croise}} & \mathbf{A}^{4 \times 2}_{\text{longitudinal, controle rotor}} \\ \mathbf{A}^{4 \times 4}_{\text{couplage croise}} & \mathbf{A}^{4 \times 4}_{\text{lateral}} & \mathbf{A}^{4 \times 2}_{\text{lateral, controle rotor}} \\ & \mathbf{A}^{1 \times 10}_{\text{longitudinal, controle rotor}} & \\ & \mathbf{A}^{1 \times 10}_{\text{lateral, control rotor}} & \end{bmatrix}^{10 \times 10} \cdot \mathbf{x} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{4 \times 4}_{\text{longitudinal}} \\ \mathbf{B}^{4 \times 4}_{\text{lateral}} \\ \mathbf{B}^{1 \times 4}_{\text{longitudinal, controle rotor}} \\ \mathbf{B}^{1 \times 4}_{\text{lateral, controle rotor}} \end{bmatrix}^{10 \times 4} \cdot \mathbf{u} \\ [\mathbf{y}]^{10 \times 1} &= [\mathbf{I}]^{10 \times 10} \cdot \mathbf{x} + [\mathbf{0}]^{10 \times 4} \cdot \mathbf{u}\end{aligned}\quad (2.74)$$

Avec :

$$\mathbf{x} = [u \ w \ q \ \theta \ v \ p \ \varphi \ r \ B_{1c} \ B_{1s}]^T$$

$$\mathbf{u} = [\delta_e \ \delta_c \ \delta_a \ \delta_p]^T$$

Comme en dit précédant que le modelé d'hélicoptère est très compliqué quant en' a des couplage et effet aérodynamique sont nombreux ,dans notre étude en va réduit la complexité avec la séparation du modèle mathématique en deux sous-système découplés, à savoir, le système longitudinal-latéral et sous-système lacet-tangage, ces système exprime par [39][40]:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}_{lat-long} = A_{ll}\bar{\mathbf{x}}_{lat-long} + B_{ll}\bar{\mathbf{u}}_{lat-long} \quad (2.75)$$

Avec :

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_{lat-long} = [u \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ B_c \ B_s]^T \\ \bar{\mathbf{u}}_{lat-long} = [\delta_a \ \delta_c]^T \end{cases}$$

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}_{yaw-heav} = A_{yh}\bar{\mathbf{x}}_{yaw-heav} + B_{yh}\bar{\mathbf{u}}_{yaw-heav} \quad (2.76)$$

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{x}}_{yaw-heav} = [w \ r]^T = [0 \ 0]^T \\ \bar{\mathbf{u}}_{yaw-heav} = [\delta_p \ \delta_e]^T \end{cases}$$

Dans notre étude nous ne considérons que le premier sous-système (sous-système longitudinal-latéral) .

8.1 Equation longitudinale et latérale :

Les équations de forces et moments peuvent maintenant être collectés comme des équations latérales et longitudinales de mouvement, les équations longitudinales de mouvement sont la force x , le moment M et la force z , les équations latérales de mouvement sont le moment M , la force Y et le moment N .

Les équations longitudinales de mouvement obtenues :

$$\begin{cases} X_R - mg \sin \theta = m.(\dot{u} - rv + qw) \\ M = q.I_{yy} - pr(I_{zz} - I_{xx}) + (p^2 - r^2).I_{xz} \\ Z_R + mg \cos \phi \cos \theta = m(\dot{w} - qu + pv) \end{cases} \quad (2.77)$$

Les équations latérales de mouvement obtenues :

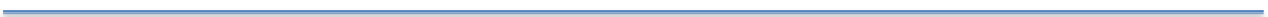
$$\begin{cases} L = \dot{p}I_{xx} + qr(I_{zz} - I_{yy}) - (r + pq)I_{xz} \\ Y_R + mg \sin \phi \cos \theta = m(\dot{v} - pw + ru) \\ N = \dot{r}I_{zz} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + (qr - \dot{p})I_{xz} \end{cases} \quad (2.76)$$

9 Conclusion

Ce chapitre permet au lecteur d'avoir des concepts préliminaires sur les systèmes aériennes et leur principe de fonctionnement, Ce système de l'hélicoptère étudié dans ce chapitre il est décomposé en deux sous-système :le premier sont les équations du mouvement (le modèle de six degrés de liberté) et le seconde sont le modèle aérodynamique ,pour les équations des mouvement en décrivant le comportement corps rigide avec des hypothèses raisonnables et pour le modèle aérodynamique en fait la modélisation des efforts agissant sur les hélicoptère qui constitue un problème majeur à cause de la complexité de ces phénomènes aérodynamique. Et aussi en a étudiier le comportement dynamique des pales lors du vol de l'hélicoptère, elle connaissent un mouvement complexe ,produit par les forces aérodynamique et les mouvements du plateau cyclique. En fin en étudiier la théorie des petites perturbations avec le choix du points d'équilibre . Dans le chapitre suivant, nous présenterons une structure de la commande H_∞ et les incertitude .

Chapitre III :

Synthèse H-Infini



Chapitre 3

Synthèse H-Infini et les incertitude

Ce chapitre examine la technique de la synthèse H_∞ et pour cela on présente tout d'abord quelques outils nécessaires à l'approche H_∞ à savoir :

La valeur singulière d'une matrice de transfert, la norme d'un système linéaire et les propriétés importantes de cette norme, puis la notion de problème standard et de sa résolution par l'algorithme de Glover-Doyle qui utilise les équations de Riccati, enfin, un petit aperçu sur la méthode de loop shaping qui est un problème Hinfini un peu particulier.

1 Introduction

La commande H_∞ (Appelée encore commande fréquentielle avancée ou commande robuste multivariable) est une nouvelle approche de l'automatique fréquentielle, elle a été initiée par Zames au début des années 80 et développée, en particulier par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis [41, 42, 43]. Elle est devenue ces dernières années une des méthodes phares de la « Commande robuste » [44], elle est utilisée pour mise au point rapide de lois de commande robustes des systèmes linéaires stationnaires et multivariables [44, 45]. Elle prend une place de plus en plus importante parmi les méthodes de synthèse de contrôleurs. Dans cette approche, l'un des points intéressants est qu'elle permet de prendre en compte, La valeur singulière d'une matrice de transfert, la norme d'un système linéaire et les propriétés importantes de cette norme, puis la notion de problème standard et de sa résolution par l'algorithme de Glover-Doyle qui utilise les équations de Riccati, enfin, un petit aperçu sur la méthode de loop shaping qui est un problème H_∞ un peu particulier.

La commande H_∞ possède plusieurs avantages parmi lesquels :

- Que la commande prend en compte des spécifications temporelles et fréquentielle du cahier de charge .
- Le critère est construit directement du cahier de charge (la traduction des spécifications en termes de gabarits fréquentielle correspond aux pondérations) .
- Elle permet de synthétiser des correcteurs qui prennent en compte à la fois les spécifications robuste et les spécifications de performance ;.
- Elle permet de traiter simplement la commande des systèmes MIMO.

2 Valeur singulières et norme H_∞

Les valeurs singulières d'une matrice de transfert permettent de généraliser la notion de gain aux système multi variables. Elle permettent aussi de définir la norme H_∞ d'un système linéaire .

2.1 Valeurs singulières d'une matrice de transfert

Considérons un système linéaire invariant avec un vecteur d'entrée $e(t)$ et un vecteur de sortie $s(t)$ de dimensions respectives m et p . Soit $G(s)$ sa matrice de transfert. En réponse à une excitation harmonique $e(t) = Ee^{j\omega t}$, $E \in \mathbb{C}^m$, la sortie du système s'écrit :

$$s(t) = G(j\omega)Ee^{j\omega t} \quad (3.1)$$

Dans le cas mono variable on définit à partir de cette relation le gain de système a la pulsation ω par la module $|G(j\omega)|$.

Et pour le cas multi variable , on utilise la notion de valeurs singulières, définies comme les racines carrées des valeurs propres de $G(j\omega)$ multipliée par sa transconjuguée :

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega)G(-j\omega)^T)} = \sqrt{\lambda_i(G(-j\omega)^T G(j\omega))} \quad (3.2)$$

$$i = 1, \min(m, p)$$

Avec : $G(j\omega)G(-j\omega)'$ et $G(-j\omega)'G(j\omega)$ sont des matrice hermitiennes semi-définies positives, et les valeurs propres sont par conséquent réelles positives ou nulles.

Les valeurs singulières étant des nombres réels positifs ou nuls, elles peuvent être classées. On notera $\bar{\sigma}(G)$ ($\sup \sigma(G(j\omega))$) plus grande valeur singulière et $\underline{\sigma}(G)$ ($\inf \sigma(G(j\omega))$) la plus petite :

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \sigma_1(G(j\omega)) \geq \sigma_2(G(j\omega)) \geq \dots \geq \underline{\sigma}(G(j\omega)) \geq 0 \quad (3.3)$$

On peut vérifier que pour un système mono-variable, il n'existe qu'une seule valeur singulière, qui est telle que:

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \underline{\sigma}(G(j\omega)) = \|G(j\omega)\| \quad (3.4)$$

Les valeurs singulières $\sigma_i(G(j\omega))$ constituent donc une généralisation aux systèmes multivariables de la notion de gain. Elles peuvent être représentées dans le plan de Bode. Pour un système multi-variable, le "gain" à une fréquence donnée dépend donc en fait du vecteur complexe E , et sera compris entre les valeurs singulières inférieure et supérieure.

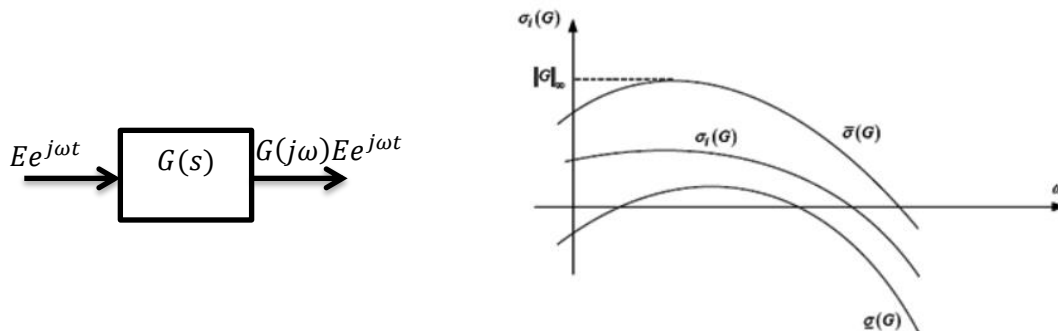


Figure III. 1 : valeurs singulières et norme H_∞ d'une matrice de transfert

De nombreuses propriétés qui s'expriment en terme de gain pour les systèmes monovariables s'étendent aux systèmes multivariables en considérant les valeurs singulières $\bar{\sigma}(G(j\omega))$ et $\underline{\sigma}(G(j\omega))$. On dira par exemple que le gain est faible à la pulsation ω si $\bar{\sigma}(G(j\omega))$ est "petit", et que le gain est fort si $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ est "grand". Notons par contre que la notion de phase n'a pas de généralisation multivariable simple.

La figure (III.2) montre les 2 valeurs singulières de la matrice de transfert:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+20}{(s+4)(s^2+2s+10)} & \frac{3(s+2)}{(s+4)(s^2+2s+10)} \\ \frac{-1}{(s+4)(s^2+2s+10)} & \frac{2s+15}{(s+4)(s^2+2s+10)} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

On retrouve des tracés qui s'apparentent à ceux observés usuellement pour les systèmes monovariables (noter en particulier la résonance au voisinage de la pulsation propre $\sqrt{10}$ du dénominateur des 4 termes).

De nombreuses propriétés qui s'expriment en termes de gain pour les systèmes monovariables s'étendent aux systèmes multivariables en considérant les valeurs singulières

$\bar{\sigma}(G(j\omega))$ et $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ On dira par exemple que le gain est faible à la pulsation ω si $\bar{\sigma}(G(j\omega))$ est "petit", et que le gain est fort si $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ est "grand".

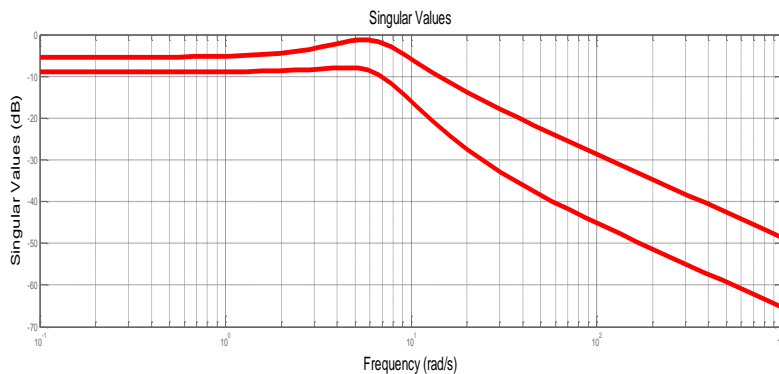


Figure III. 2 : Valeurs singulières de la matrice de transfert

2.2 Norme H_∞ d'un système linéaire invariant

Dans certains cas, la stabilisation du système n'est pas le seul but de la commande. On peut aussi chercher des lois de commande pour atteindre certains critères de performance, comme la minimisation de l'effort de la commande.

Soit un système linéaire invariant (stationnaire) décrit par la représentation d'état suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

La matrice de transfert du système sera de la forme : $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$

Pour toute matrice $G(s)$ dans RH_∞ , on définit une norme, appelée norme H_∞ , notée $\|G(s)\|_\infty$ celle-ci est calculée de la manière suivante :

✓ La norme pour les système SISO

Pour un système monovariante, la norme H_∞ est le maximum de $|G(j\omega)|$ qui est représenté par le diagramme de Bode figure (III.3), ce qui est conforme à la définition car un système monovariante n'a qu'une seule valeur singulière. [46]

$$\|G(s)\|_\infty = \max |G(j\omega)| = \sigma(G(j\omega)) \quad (3.7)$$

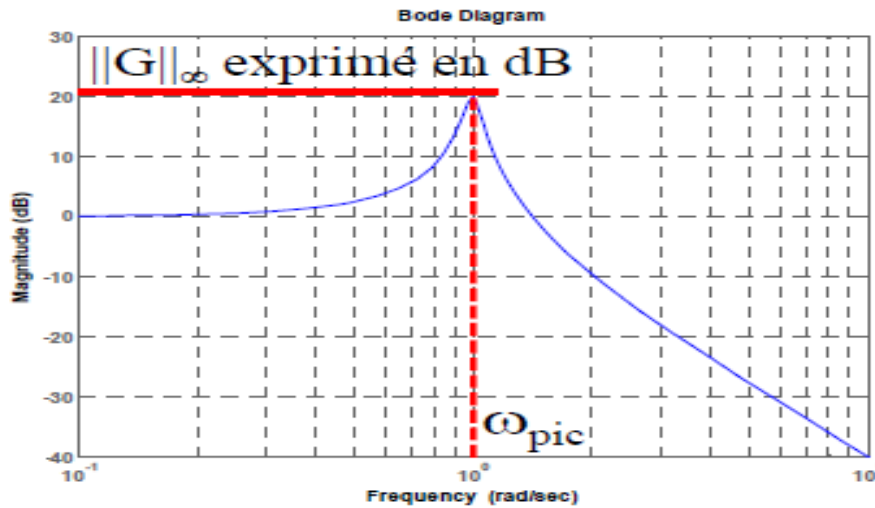


Figure III. 3 : La norme d'un système SISO

✓ La norme pour les système MIMO

Pour le système multivariable, on montre que cette norme est le maximum de la plus grande valeur singulière de la matrice de transfert $G(j\omega)$ qui représenté par la figure(III.4) [48][49]:

$$\|G(s)\|_\infty = \sup \sigma_{\max}(G(j\omega)) \tag{3.8}$$

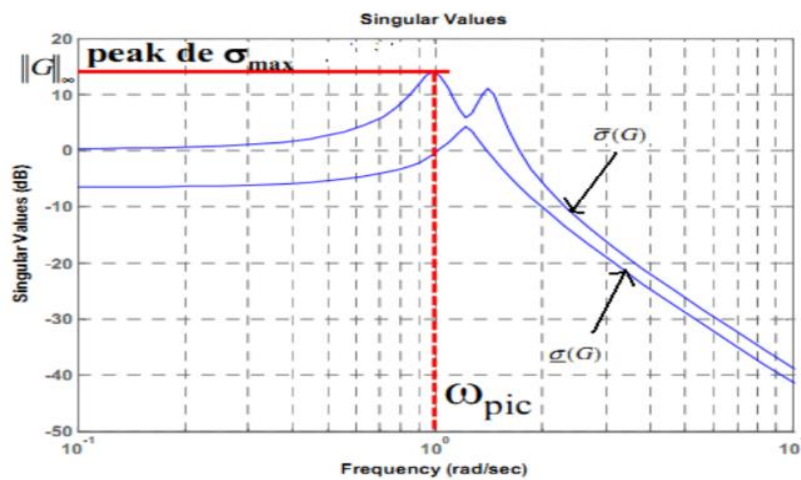


Figure III. 4 : La norme d'un système MIMO

Propriété

- $\forall F, G \in C^{p \times m}, \|F(s)G(s)\|_\infty \leq \|F(s)\|_\infty \|G(s)\|_\infty$
- $\forall F, G \in C^{p \times m}, \left\| \begin{pmatrix} F(s) \\ G(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty)$
- $\forall F, G \in C^{p \times m}, \|F(s) \ G(s)\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty)$

Sur le plan algorithmique la norme H_∞ peut être calculée d'une manière itérative, en recherchant la plus petite valeur de γ pour laquelle la matrice Hamiltonienne $H(\gamma)$ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire. La propriété suivante fournit un majorant γ de la norme H_∞ :

Soit un réel positif $\gamma > \bar{\sigma}(j\omega)$. Alors $\|G(s)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si la matrice Hamiltonienne :[47]

$$H_\gamma = \begin{bmatrix} A - BR^{-1}D^T C & -\gamma BR^{-1}B^T \\ \gamma C^T S^{-1}C & -A^T + C^T DR^{-1}B^T \end{bmatrix} \text{ avec } \begin{cases} R = D^T D - \gamma^2 I \\ S = DD^T - \gamma^2 I \end{cases} \quad (3.9)$$

n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire

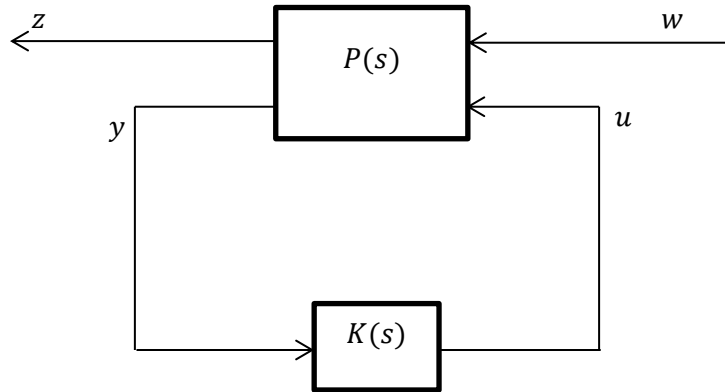
Pour déterminer la norme H_∞ du système, il suffit alors de rechercher le plus petit γ tel que $\|G(s)\|_\infty < \gamma$. Pour cela, on peut effectuer une recherche linéaire sur le paramètre γ en faisant par exemple une la méthode de Dichotomie, et voici les étapes à suivre :

- a- Choix d'un niveau de ε et de deux valeurs γ_{inf} et γ_{sup} .
- b- On teste pour $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_{sup} + \gamma_{inf})$, si H_γ n'a pas de pole sur l'axe imaginaire alors $\gamma_{sup} = \gamma$ sinon $\gamma_{inf} = \gamma$.
- c- Si $(\gamma_{sup} + \gamma_{inf}) > \varepsilon$ alors retourner à **b** sinon $\|G(s)\|_\infty = \frac{1}{2}(\gamma_{sup} + \gamma_{inf})$.

3 Synthèse H_∞ approche standard

3.1 Le problème H_∞ standard

le problème H_∞ est un problème de réjection de perturbation. Il consiste à minimiser l'effet d'une perturbation w sur le comportement du système. la notion de problème standard, qui est représenté sur la figure(III.5) , avec $P(s)$ la matrice de transfert qui modélise les interactions dynamiques entre 2 ensembles d'entrées et 2 ensembles de sorties, le vecteur w représente des entrées extérieures(perturbations, bruits),le vecteur u représente les commandes, les signaux z sont choisis pour caractériser le bon fonctionnement de l'asservissement ,enfin y représente les mesures disponibles pour élaborer la commande[48][49].

Figure III. 5 : Problème H_∞ Standard

La fonction de transfert $P(s)$ décrit les interconnexions entre w, u, z, y :

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{zw}(s) & P_{zu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Lorsque ce système est rebouclé sur la commande $u = K(s)y$, le transfert boucle fermée de w à z est donné par la Transformation Linéaire Fractionnelle (LFT) :

$$F_l(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(sI - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s) \quad (3.12)$$

L'expression (3.12) s'appelle la transformée linéaire fractionnaire de P et K

Si des réalisations minimales de $P(s)$ et $K(s)$ sont :

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$K(s) = D_K + C_K(sI - A_K)^{-1}B_K \quad (3.14)$$

La représentation d'état du système augmenté, est donnée classiquement sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{aligned} \quad (3.15)$$

la transformée linéaire fractionnaire de la boucle fermée est donnée par :

$$F_l(P, K) = D_{BF} + C_{BF}(sI - A_{BF})^{-1}B_{BF} \quad (3.16)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
A_{BF} &= \begin{bmatrix} A_G - B_G(I + D_K D_G)^{-1} D_K D_G & -B_G(I + D_K D_G)^{-1} C_K \\ B_K(I + D_G D_K)^{-1} C_G & A_K - B_K(I + D_G D_K)^{-1} D_G D_K \end{bmatrix} \\
B_{BF} &= \begin{bmatrix} B_1 + B_2(I - D_K D_{22})^{-1} D_K D_{21} \\ B_K(I - D_{22} D_K)^{-1} D_{21} \end{bmatrix} \\
C_{BF} &= [C_1 + D_{12}(I - D_K D_{22})^{-1} D_K C_2, D_{12}(I - D_K D_{22})^{-1} C_K] \\
D_{BF} &= D_{11} + D_{12}(I - D_K D_{22})^{-1} D_K D_{21}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Le problème décrit dans (3.12) peut se formuler mathématiquement comme suit :

➤ **Problème H_∞ Optimale :**

Trouver tous les contrôleurs $K(s)$ admissibles tels que $\|T_{zw}\|_\infty$ Est minimisée (Minimiser $\|F_l(P, K)\|_\infty$ sur l'ensemble des comparateurs $K(s)$ qui stabilisent le système de manière interne). Le minimum est noté γ_{opt} et appelé gain (ou atténuation) H_∞ optimale [47]

➤ **Problème H_∞ sous-Optimale :**

Etant donné $\gamma > 0$ et tous les régulateurs admissibles $K(s)$ s'il existe un tel que $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ (trouver un compensateur $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne et assure $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$).

3.2 Résolution du problème H_∞ par équations de Riccati

Cette section présente les techniques de résolution par variable d'état des problèmes H_∞ sousoptimaux et optimaux. (connue sous le nom d'algorithme de [47]) L'approche est donnée par la technique DGKF qui offre un cadre méthodologique riche et qui est la mieux adaptée au calcul numérique pour la résolution de problèmes de commande. elle reste la méthode de résolution la plus utilise aujourd'hui.

Soient : $P = P^T$ et $Q = Q^T$ des matrices de mêmes dimensions que A .

On note :

$$X = Ric \begin{bmatrix} A & P \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

La solution symétrique de l'équation de Riccati :

$$XA + A^T X - XPX + Q = 0 \tag{3.19}$$

Telle que toutes les valeurs propres de $A - P X$ ont une partie réelle strictement négative.

La solution problème H_∞ standard n'est applicable que sous les hypothèses suivantes :

Hypothèse 1(A1) : La paire (A, B_2) est stabilisable et la paire (C_2, A) est détectable.

Cette hypothèse classique de toute méthode utilisant les variables d'état. Elle garantit l'existence d'une loi de commande qui stabilise le système en boucle fermée.

Hypothèse 2(A2) : $rang(D_{12}) = m_2$ et $rang(D_{21}) = p_2$

Ce sont des conditions suffisantes pour assurer que la matrice de transfert du correcteur soit propre.

$$\text{Hypothèse 3(A3)} : \forall \omega \in R, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n+m_2$$

Cette hypothèse garantit que le transfert $P_{z \rightarrow u} P(12)$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

$$\text{Hypothèse 4(A4)} : \forall \omega \in R, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n+p_2$$

Cette hypothèse garantit que le transfert $P_{y \rightarrow w} P(21)$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

Ces deux dernières hypothèses sont appelées hypothèses de régularité. Dans un premier temps, nous ferons en plus les hypothèses simplificatrices suivantes dites de "normalisation":

$$\text{Hypothèse 5(A5)} : \text{normalisation} : D_{12}^T (D_{12}, C_1) = (I, 0) \text{ et } D_{21} (D_{21}^T, B_1^T) = (I, 0)$$

$$\text{Hypothèse 6(A6)} : D_{22} = 0 \text{ et } D_{11} = 0$$

Théorème 01 : Le problème H_∞ standard a une solution si et seulement si les cinq conditions suivantes sont remplies:

- 1- La matrice $H_\infty = \begin{pmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{pmatrix}$ n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire.
- 2- Il existe une matrice symétrique positive définie X solution de l'équation de Riccati c'est-à-dire : $A^T X + XA + X(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T)X + C_1^T C_1 = 0$ (3.20)
- 3- La matrice $J_\infty = \begin{pmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{pmatrix}$ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire.
- 4- Il existe une matrice symétrique positive définie Y solution de l'équation de Riccati c'est-à-dire : $Y + YA^T + Y(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2)Y + B_1 B_1^T = 0$ (3.21)
- 5- $\lambda_{\max}(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ Qui indique que les valeurs propres du produit de la solution des deux équations de Riccati sont inférieure à γ^2 .

Théorème 02: Sous les hypothèses (1) à (5) ci-dessus, il existe un compensateur $K(s)$ qui stabilise le système de manière interne et assure $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si les équations de Riccati (i) ont des solutions stabilisantes X_∞ et Y_∞ respectivement.

$$\begin{cases} A^T X + XA + X(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T)X + C_1^T C_1 = 0 \\ Y + YA^T + Y(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2)Y + B_1 B_1^T = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

Ces solutions (ii) vérifient de plus :

$$X_\infty \geq 0, Y_\infty \geq 0, \lambda_{\max}(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$$

L'existence de solutions stabilisantes traduit la contrainte $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$ alors que les conditions de positivité assurent la stabilité interne.

Théorème 03: Supposons (1)-(5) et soit $\gamma > \gamma_{opt}$. Alors le compensateur :

$$K_c(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}B_c \quad (3.23)$$

Avec :

$$\begin{cases} A_c = A + (\gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T)X_\infty - (I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1}Y_\infty C_2^T C_2 \\ B_c = ((I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1}Y_\infty C_2^T) ; \quad C_c = -B_2^T X_\infty \end{cases} \quad (3.24)$$

Stabilise le système de manière interne et satisfait $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$ cette solution particulière du problème H_∞ sous-optimale est appelé compensateur central.

3.3 Formulation H_∞ par loop shaping

L'approche loop-shaping consiste en l'obtention d'une spécification relative à la boucle ouverte de l'asservissement à partir de spécifications relatives à divers transferts en boucle fermée. Parce qu'il est plus simple de travailler sur un unique transfert (la boucle ouverte) plutôt que sur une multitude de transferts bouclés, cette approche s'avère particulièrement adaptée au contexte industrie, ces spécifications peuvent s'exprimer par des contraintes sur le profil de la plus petite et plus grande valeur singulière du transfert en boucle ouverte $GK(s)$.

On peut raisonner en termes de contraintes sur l'allure des fonctions $\sigma_{max}(S(j\omega))$ et $\sigma_{max}(T(j\omega))$. Ces contraintes sont de la forme :

$$\begin{cases} \sigma_{max}(S(j\omega)) \leq |W_s|^{-1} \\ \sigma_{max}(T(j\omega)) \leq |W_T|^{-1} \end{cases} \quad (3.25)$$

On peut le rédige autrement :

$$\begin{cases} \|W_s S\|_\infty < 1 \\ \|W_T T\|_\infty < 1 \end{cases} \quad (3.26)$$

Avec : Les fonctions W_s et W_T sont appelées **fonctions de pondération** (*weighting functions*). Spécifient l'allure désirée suivant la figure (III.6)

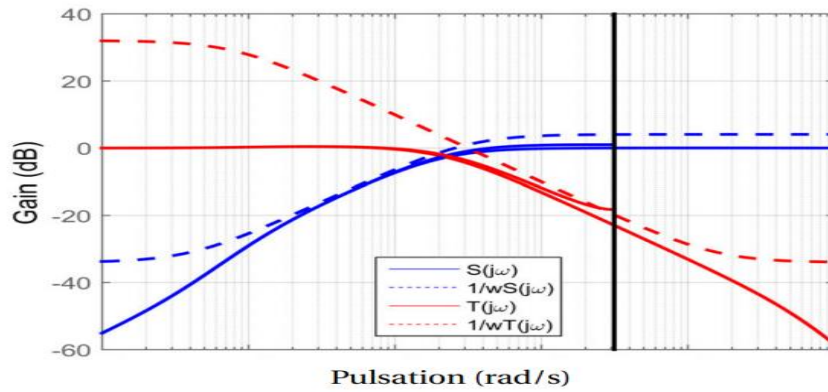


Figure III. 6 : Valeur singulières des fonction S , T et leur gabarit $W_S(j\omega)$, $W_T(j\omega)$

La figure (III.6) montre la forme des fonctions S , T , W_S et W_T pour atteindre une bonne performance et une bonne robustesse vis-à-vis les bruits hautes fréquence et la dynamique négligée. Ce concept est principale pour désigner le contrôler optimal H_∞ .

3.4 Synthèse H_∞ pondérée

Une mise en œuvre possible de la synthèse H_∞ consiste à introduire des fonctions de pondérations sur les entrées exogènes w et les sorties régulées z , figure(III.5). Il s'agit donc de bien choisir ces filtres de pondération afin d'obtenir les propriétés désirées en boucle fermée. Il est important de souligner dans ce contexte que les fonctions de pondération peuvent être placées à différents endroits à l'intérieur du système augmenté, de manière à avoir une matrice de transfert pondérée entre les entrées exogènes w et les sorties à minimiser z .

La figure (III.7) représenté la mise en place des pondération.

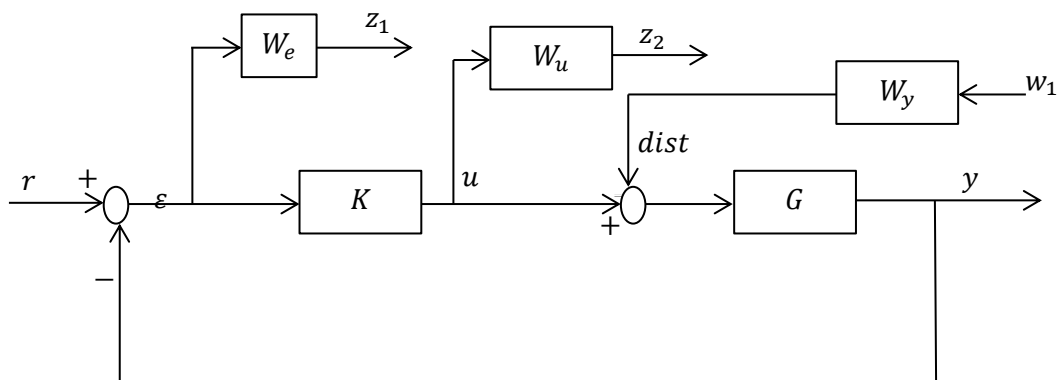


Figure III. 7 : Système asservi avec fonction du pondération

Avec :

- ε l'erreur est pondérée par le filtre W_e .
- u la commande est pondérée par le filtre W_u .
- $dist$ la perturbation est pondérée par le filtre W_y .

En se référant le problème représenté par la figure (III.7) comme suite :

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_e & -Gw_y & -G \\ 0 & 0 & w_u \\ 0 & Gw_y & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ w_e \\ u \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Eliminant u et y , on peut calculer la matrice de transfert du système interconnecté, nous obtenons :

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} w_e S_s & w_1 S_s G w_y \\ w_u S_e K & w_2 S_e K G w_y \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Avec : S_e : fonction de sensibilité en entrée, S_s : fonction de sensibilité en sortie. Et donner par :

$$S_e = (I + KG)^{-1}, S_s = (I + GK)^{-1}$$

Les condition suivant sont vérifier pour assure que la norme $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$.

$$\|w_e S\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \omega \in R, |S(j\omega)| < \frac{\gamma}{w_e(j\omega)} \quad (3.29)$$

$$\|w_u S G w_y\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \omega \in R, |S(j\omega)G(j\omega)| < \frac{\gamma}{w_u(j\omega)w_y(j\omega)} \quad (3.30)$$

$$\|w_u S K\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \omega \in R, |S(j\omega)K(j\omega)| < \frac{\gamma}{w_u(j\omega)} \quad (3.31)$$

$$\|w_u S K G w_y\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \omega \in R, |S(j\omega)K(j\omega)G(j\omega)| < \frac{\gamma}{w_u(j\omega)w_y(j\omega)} \quad (3.32)$$

On voit donc que les réponses fréquentielles de chacune des fonctions S , SK , SG et SKG sont contraintes par un gabarit qui dépend des fonctions de pondérations choisies. Le choix de la fonction de pondération pour les fonctions de sensibilité est appelé modelage de la boucle fermée ou modelage de la fonction de sensibilité. Modeler la fonction de sensibilité permet d'avoir une boucle fermée dont le comportement est proche de celui que l'on attend. Modeler les transferts en boucle fermée à l'aide de gabarits permet de spécifier a priori des objectifs de performance et de robustesse. Le choix des pondérations se déduit des spécifications issues du cahier des charges. il existe quelques guides pour le choix initial, qu'il faudra éventuellement affiner par la suite :

- Le gabarit sur la fonction de sensibilité S entre la consigne et l'erreur nous permet de fixer plusieurs aspects de l'asservissement. il nécessite généralement quelques

itérations pour obtenir des poids qui donneront un bon contrôleur .On prend en général un passe-bas du 1er ordre de la forme :

$$w_e = \frac{s/M_1 + \omega_1}{s + \omega_1 \varepsilon_1} \quad (3.33)$$

Avec :

ω_1 :La pulsation pour laquelle la gabarit possède un gain unitaire peut être interprétée comme la bande passante minimale souhaitée.

M_1 :Le gain maximal de sensibilité aux hautes fréquences limite le maximum de la réponse fréquentielle de la sensibilité S ,ce qui impose une marge de module au moins égale à $1/M_1$.

- Le gabarit de SK entre la consigne et la commande permet de limiter l'action du contrôleur lui-même. On prend typiquement un passe-haut du 1er ordre de la forme :

$$w_u = \frac{s + \omega_2/M_2}{\varepsilon_2 s + \omega_2} \quad (3.34)$$

L'amplitude de $|SK|$ aux basses fréquences est essentiellement limitée par les capacités de l'actionneur .le gain M_2 est choisi en fonction. La pulsation ω_2 permet de régler la bande passante du contrôleur ; au-delà de cette pulsation, un certain roll off est censé atténuer les hautes fréquences.

Enfin, on rend le filtre propre grâce à une faible valeur de ε_2 , qui introduit un pôle aux hautes fréquences.

- Le gabarit sur $|SG|$ fait intervenir les deux filtre w_e et w_y . On choisit en général w_y constant et faible pour régler l'atténuation aux basses fréquences mais on peut aussi choisir un filtre variable afin de modifier le comportement de $|SG|$ aux moyennes fréquences.
- Le gabarit sur $|SKG|$ fait intervenir les deux filtre w_u et w_y . Dans ce cas, on cherche essentiellement à améliorer la stabilité robuste face aux dynamiques négligées.

3.5 Techniques LMI pour la synthèse H_∞ :

Les Inégalités Matricielles Linéaires (LMI) sont une notion mathématique qui trouve depuis la fin des années 80 un champ d'utilisation de plus en plus large. Ce récent regain d'intérêt trouve principalement son origine dans le développement d'algorithmes de résolution efficaces.

3.5.1 Définition générale d'une LMI :

Du fait de la linéarité, l'ensemble ainsi décrit est convexe et il résulte de cette propriété que l'on peut aisément et avec une grande efficacité calculatoire extraire une solution particulière. Sans décrire à nouveau la technique, nous donnons ici quelques éléments de la théorie développée par [50][51][52].

Dans le cadre H_∞ , les techniques LMI utilisent le lemme fondamental suivant.

Théorème 2.5 :

Soit un système $T(s)$ ayant une réalisation en espace d'état donnée par :

$$T(s) := C(sI - A)^{-1}B + D$$

Les assertions suivantes sont alors équivalentes.

1. $\|T(s)\|_\infty < \gamma$ et A est stable.
2. il existe une matrice symétrique X définie positive $X > 0$ solution de l'inégalité matricielle linéaire.

$$\begin{pmatrix} A^T X + XA & XB & C^T \\ B^T X & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (3.35)$$

Ce résultat est connu sous la forme du Lemme de **Yakubovitch-Kalman**. Il est facile de voir que l'ensemble des solutions de (3.35) constitue un ensemble convexe dont on peut extraire une solution par des techniques d'optimisation très performantes. Le principe de la démonstration pour le problème de synthèse H_∞ consiste à appliquer le lemme précédent au système bouclé puis à manipuler la condition obtenue jusqu'à obtenir des conditions plus simples. On peut raisonnablement espérer obtenir des LMI puisqu'elles constituent une autre caractérisation de la norme H_∞ .

Dans le cadre du problème standard la synthèse par LMI permet d'avoir une nouvelle manière de résolution [IWA 94], [GAL 94]. Cette méthode de résolution est plus générale, en effet elle ne nécessite que les hypothèses :

- (A, B_1) et (A, B_2) soient stabilisables.
- (A, C_1) et (A, C_2) soient détectables.

De plus dans les résultats qui suivent la matrice D_{22} est considérée comme étant nulle, dans le cas contraire il est possible de se ramener à cette condition en utilisant des sorties fictives et en utilisant le changement de variable adéquat dans les équations d'état. La faisabilité du problème standard est alors testée à l'aide du théorème suivant :

Théorème de faisabilité du problème standard à l'aide de LMI

Sous les hypothèses énoncées précédemment, le problème H^∞ standard a une solution si et seulement si 2 matrices symétriques X et Y existent et vérifient les trois LMI suivantes [52]:

$$\begin{pmatrix} N_x & | & 0 \\ \hline - & - & - \\ 0 & | & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AX + XA^T & XC_1^T B_1 & | & B_1 \\ C_1 X & -\gamma I & | & D_{11} \\ \hline B_1^T & D_{11} & | & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_x & | & 0 \\ \hline - & - & - \\ 0 & | & I \end{pmatrix} < 0 \quad (3.36)$$

$$\begin{pmatrix} N_y & | & 0 \\ \hline - & - & - \\ 0 & | & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A^T Y + YA & YB_1 & | & C_1^T \\ B_1^T Y & -\gamma I & | & D_{11}^T \\ \hline C_1 & D_{11} & | & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_y & | & 0 \\ \hline - & - & - \\ 0 & | & I \end{pmatrix} < 0 \quad (3.37)$$

$$\begin{pmatrix} X & I \\ I & Y \end{pmatrix} > 0 \quad (3.38)$$

Où N_x et N_y sont des bases des noyaux des matrices $[B_2^T \ D_{12}^T]$ et $[C_2 \ D_{21}]$ respectivement. De plus des correcteurs d'ordre $r < n$ existent si et seulement si ces trois LMI sont vérifiées par des matrices X et Y satisfaisant la condition suivante[:

$$\text{rang} \begin{pmatrix} X & I \\ I & Y \end{pmatrix} \leq n + r \Leftrightarrow \text{rang}(I - XY) \leq r \quad (3.39)$$

A partir des matrices X et Y solutions des équations précédentes il est proposé dans [GAL 94] une résolution de LMI permettant de former un correcteur. Cette méthode est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c x_c + B_c y(t) \\ u(t) = C_c x_c + D_c y(t) \end{cases} \quad (3.40)$$

Avec : $x_c \in \mathbb{R}^r$ une représentation d'état du correcteur d'ordre $r \leq n$ cherché. Le système bouclé $F_l(P(s), K(s))$ a pour représentation d'état :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + B_2 D_c C_2 & B_2 C_c & | & B_1 + B_2 D_c C_{21} \\ B_c C_2 & A_c & | & B_c C_{21} \\ \hline C_1 + D_{12} D_c C_2 & D_{12} C_c & | & D_{11} + D_{12} D_c D_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_c \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_f & | & B_f \\ C_f & | & D_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_c \\ w \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

Lemme de Schur :

Ce lemme permet de transformer certaines inégalités matricielles non linéaires en LMI. Une démonstration est donnée dans [GOL 83]. La LMI :

$$\begin{bmatrix} Q(x) & Y(x) \\ Y^T(x) & X(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (3.42)$$

Où $Q(x) = Q^T(x)$, $X(x) = X^T(x)$ et $X(x)$ sont des matrices affines en x , est équivalente à :

$$\begin{cases} X(x) > 0 \\ Q(x) - Y(x)X^{-1}(x)Y^T(x) > 0 \end{cases} \quad (3.43)$$

Lemme réel borne [BOY94]

Ce lemme donne le résultat suivant :

$$\min_{\gamma > 0} \{\gamma, \|M(s)\|_{\infty} < \gamma\} = \min_{\substack{\gamma > 0 \\ P \in \mathbb{R}^{n \times n}}} \left\{ \gamma, \left\{ \left(\begin{array}{ccc} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{array} \right) < 0 \right\} \right\} \quad (3.44)$$

Ce dernier résultat est très intéressant car il s'agit d'un problème de minimisation sous contrainte LMI sans apparition de la fréquence, c'est à dire de dimension finie.

En utilisant ce lemme sur la représentation d'état précédente, on sait que sa forme H_{∞} est inférieure à γ si et seulement s'il existe une matrice $S = S^T > 0$ vérifiant :

$$\left(\begin{array}{ccc} A_f^T S + S A_f & S B_f & C_f^T \\ B_f^T & -\gamma I & D_f^T \\ C_f & D_f & -\gamma I \end{array} \right) < 0 \quad (3.45)$$

Ceci est une inégalité matricielle bilinéaire en X , A_c , B_c , C_c et D_c . Il est possible d'obtenir une matrice S qui convient en utilisant une décomposition en valeurs singulières de $I - XY$ ou X et Y sont les matrices de Schur ,qui donnent deux matrices de plein rang M et $N \in \mathbb{R}^{n \times r}$ vérifiant :

$$MN^T = I - XY \quad (3.46)$$

et qui permettent de déterminer la matrice S :

$$S = \begin{pmatrix} Y & N \\ N^T & -M^+ X N \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

Ou M^+ est la pseudo-inverse de M ($M^+ M = I$). L'équation (3. 44) devient alors une LMI en A_c , B_c , C_c et D_c dont la solution donne un correcteur satisfaisant.

4 Robustesse à l'incertitude :

Nous venons de voir que le modèle utilise pour contrôle robuste est constitué d'un modèle nominal $G(s)$ et d'un ou plusieurs modelés d'incertitude $\Delta(s)$.le modèle mis en œuvre reflète la relation entre les commande et les résultats.la qualité du modèle dépend de petits écarts dans la dynamiques du système réel.

Les origines de provenances des incertitudes sont multiples : incertitudes sur des paramètres Physiques, dynamiques négligées, fonctionnements sous des conditions extrêmes, etc. Les incertitudes sont représentées par deux types :structurées et non structurées.

- L'incertitude structurelle est causée par les changement dans les paramètre du modèle du système.

- L'incertitude non structure provient du manque de pris en compte de certains facteurs dynamiques dans la modélisation de système.

4.1 Incertitude structurées

L'incertitude structurée fait référence aux changement des paramètre de la dynamique du processus et qui est liée aux variations ou erreurs d'estimation sur certains paramètres physiques du système, ou à des incertitudes de nature dynamiques, mais entrant dans la boucle en différents points. L'incertitude paramétrique intervient principalement lorsque le modèle est obtenu à partir d'équations physiques. La manière dont les paramètres influent sur le comportement du système détermine la « structure » de l'incertitude. On s'intéresse dans cette thèse du cas particulier d'incertitude paramétrique qui sera développé dans ce qui suit.

4.2 Incertitude non structurées

les perturbation peuvent être rassemblées sous forme d'un seul et unique bloc Δ , qui représente les dynamiques en hautes fréquences non modélisé. Ceci est dû au fait que des dynamique sont négligées au cours de la modélisation qui s'appelle représentation des incertitude non structurée.

Dans le cas d'un comportement linéaires et invariant dans le temps, le bloc Δ d'incertitudes est symbolise sous la forme d'une matrice de transfert, l'incertitude dynamique non structurée dans un système de contrôle peut être décrit de différentes manières, comme indique ci-dessous, ou $G_p(s)$ représenté la dynamique réelle et perturbée du système et $G_0(s)$ représenté le modèle nominal du système physique. Les différents type d'incertitude non structurée sont : Additive, Multiplicative à l'entrée et à la sortie [59][60].

➤ Incertitudes additives

La forme additives se définissent comme des incertitudes absolues vis-à-vis du modèle nominal G_0 . Elles peuvent se représenter à l'aide du schéma block suivant :

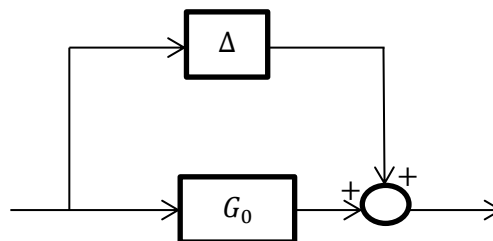


Figure III. 8 : Configuration d'un perturbation additive

L'expression des régimes perturbe est donnée par :

$$G_p(s) = G_0(s) + \Delta(s) \quad (3.48)$$

Avec : $G_0(s)$: modèle nominal, $G_p(s)$: modèle réel, $\Delta(s)$: Incertitude additive

➤ **Incertitudes multiplicatives en entrée**

Les formes multiplicatives en entrée se définissent comme des incertitudes relatives vis-à-vis de l'entrée du modèle nominal. Elles sont représentées par le schéma bloc ci-dessous :

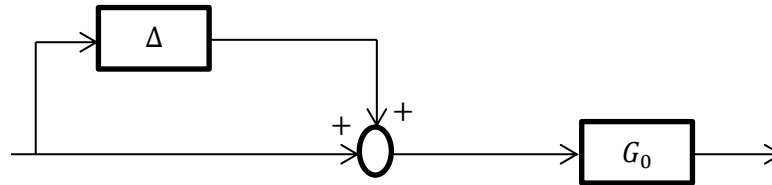


Figure III. 9 : Configuration de perturbation multiplicative en entrée

L'expression des régimes perturbés est donnée par :

$$G_p(s) = G_0(s)[I + \Delta(s)] \quad (3.49)$$

➤ **Incertitudes multiplicatives en sortie**

Les formes multiplicatives en sortie se définissent comme des incertitudes relatives vis-à-vis de la sortie du modèle nominal. Elles sont représentées par le schéma bloc ci-dessous :

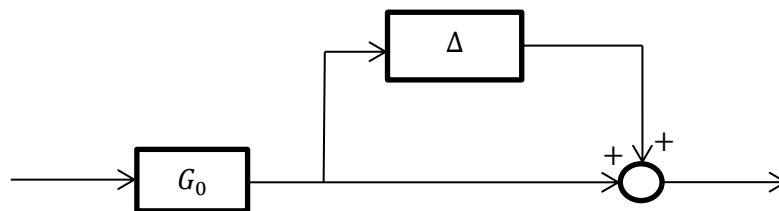


Figure III. 10 : Configuration de perturbation multiplicative en sortie

L'expression des régimes perturbés est donnée par :

$$G_p(s) = [I + \Delta(s)]G_0(s) \quad (3.50)$$

4.3 Incertitude paramétrique :

les incertitudes paramétriques sont des perturbations qui peuvent être représentées par des variations de certains paramètres du système dans certaines plages de valeurs possibles (complexes ou réelles), dans la basse fréquence [61][62].

- Exemple sur incertitude paramétrique :

Un système masse-ressort-amortisseur peut être décrit par le deuxième ordre, l'équation différentielle ordinaire est donnée par :

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{f}{m} \quad (3.51)$$

Avec : m : la masse, c : la constante d'amortissement, k : la rigidité de ressort.

x : déplacement , f : la force externe.

m : est a moins de 10% de la masse nominal \tilde{m} .

c : est a moins de 20% de la valeur nominal d'amortissement \tilde{c} .

k : est a moins de 30% de la valeur nominal de la rigidité de ressort \tilde{k} .

Nous allons introduire δ_m, δ_c et δ_k qui sont les perturbations commencent dans l'intervalle $[-1,1]$.

Donc : $m \in [\tilde{m}(1 - 0.1) \quad \tilde{m}(1 + 0.1)] = [m_{min} \quad m_{max}] = [0.9\tilde{m} \quad 1.1\tilde{m}]$.

En peut écrire le système masse-ressort-amortisseur avec perturbation comme suite :

$m = \tilde{m}(1 + 0.1\delta_m)$ avec $\delta_m \in [-1 \ 1]$.

$c = \tilde{c}(1 + 0.2\delta_c)$ avec $\delta_c \in [-1 \ 1]$.

$k = \tilde{k}(1 + 0.3\delta_k)$ avec $\delta_k \in [-1 \ 1]$.

La forme standard d'espace d'état du système donnée par le schéma suivante :

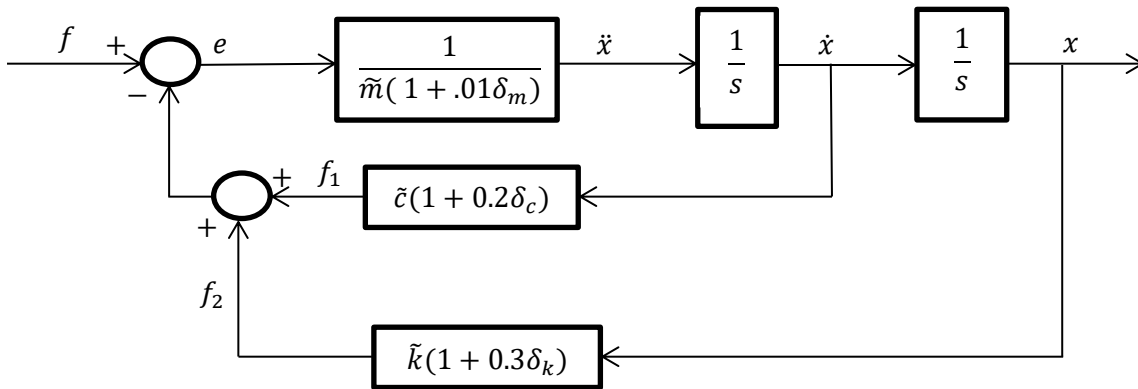


Figure III. 11 : Schéma fonctionnel analogique

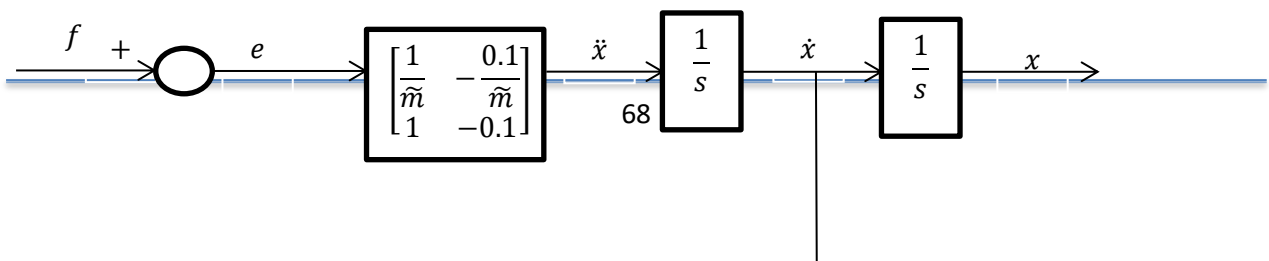
On a aussi en peut écrire :

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{\tilde{m} (1+0.1\delta_m)} = \frac{1}{\tilde{m}} - \frac{0.1\delta_m}{\tilde{m}(1+0.1\delta_m)} = \frac{1}{\tilde{m}} - \frac{0.1}{\tilde{m}} \delta_m (1 + 0.1\delta_m)^{-1} \cdot 1 \quad (3.52)$$

$$= F_l \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\tilde{m}} & -\frac{0.1}{\tilde{m}} \\ 1 & -0.1 \end{bmatrix}, \delta_m \right) \quad (3.53)$$

La figure suivante représenter le schéma fonctionnelle des incertitude structurée. de cette façon nous avons isolé les incertitude δ_m, δ_c et δ_k et ont défini leurs entrées et sorties comme suit : u_m, u_c, u_k et y_m, y_c, y_k respectivement.

En vue que x, \dot{x} et f sont des entrées du système avec u_m, u_c, u_k et \dot{x}, \ddot{x} sont des sorties du système avec y_m, y_c ,



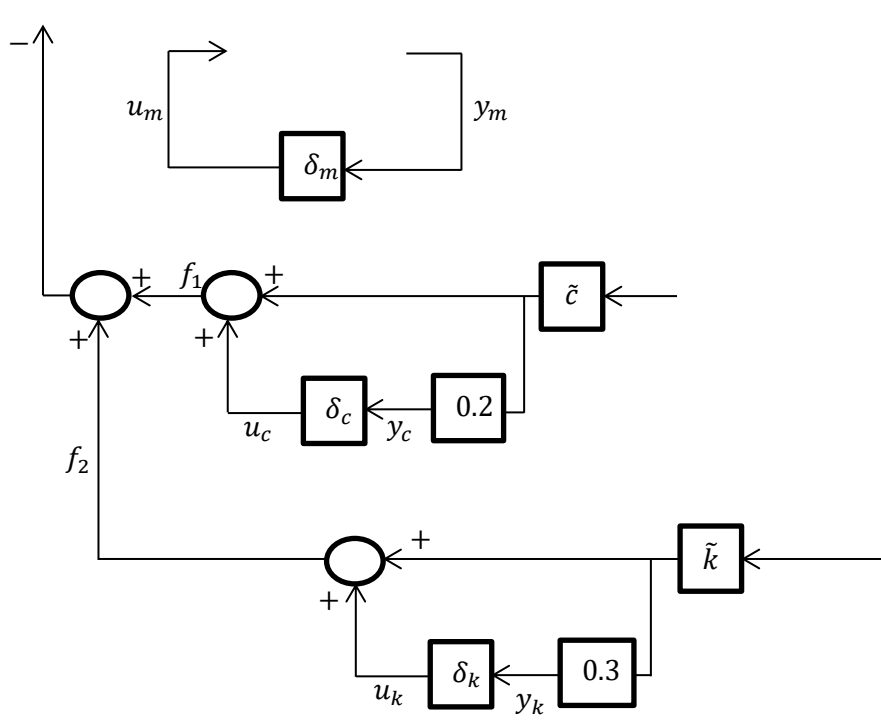


Figure III. 12 : Schéma fonctionnel des incertitudes structurées

Le système perturbé peut être disposé dans le modèle d'état-espace suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ y_k \\ y_c \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{k} & -\tilde{c} & \frac{1}{\tilde{m}} & -\frac{1}{\tilde{m}} & -\frac{1}{\tilde{m}} & -\frac{0.1}{\tilde{m}} \\ 0.3\tilde{k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2\tilde{c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{k} & -\tilde{c} & 1 & -1 & -1 & -0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ f \\ u_k \\ u_c \\ u_m \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} u_k \\ u_c \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_k & 0 & 0 \\ 0 & \delta_c & 0 \\ 0 & 0 & \delta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_k \\ y_c \\ y_m \end{bmatrix} = \Delta \begin{bmatrix} y_k \\ y_c \\ y_m \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Par LFT nous pouvons écrire : voir Annexe(2)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = F_l(M, \Delta) \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ f \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\text{Avec : } \Delta = \begin{bmatrix} \delta_k & 0 & 0 \\ 0 & \delta_c & 0 \\ 0 & 0 & \delta_m \end{bmatrix}, M = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{k} & -\tilde{c} & \frac{1}{\tilde{m}} & -\frac{1}{\tilde{m}} & -\frac{1}{\tilde{m}} & -\frac{0.1}{\tilde{m}} \\ \hline 0.3\tilde{k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2\tilde{c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\tilde{k} & -\tilde{c} & 1 & -1 & -1 & -0.1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} M_{11} & M_{12} \\ \hline M_{21} & M_{22} \end{array} \right]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = [M_{11} + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21}] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ f \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Le système d'interconnexion augmentée présenté dans La figure (III.13) .

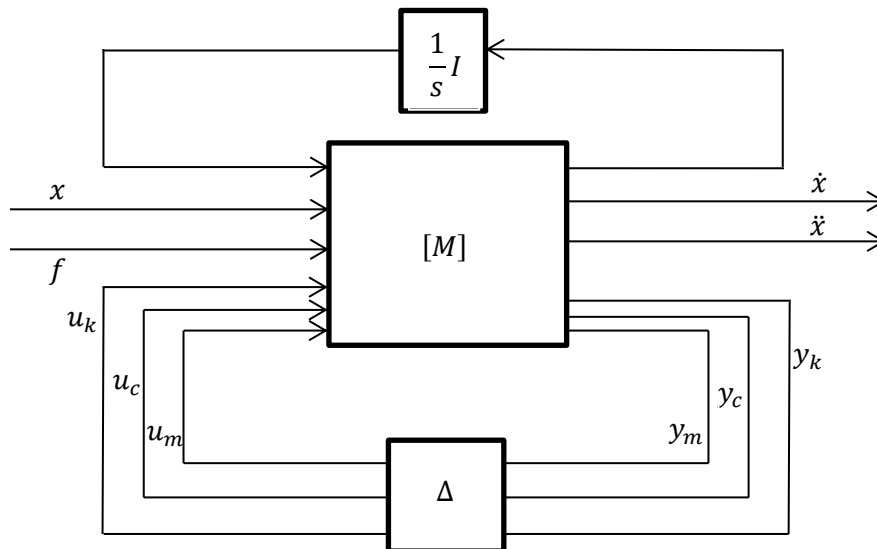


Figure III. 13 : Interconnexion du système augmentée

Le modèle d'espace d'état de eq(3.54) décrit l'interconnexion augmentée système M de la figure(III.13). Le bloc de perturbation de la figure(III.13) correspond aux variations des paramètres et est appelée « incertitude paramétrique » bloc Δ n'est pas une matrice complète mais une diagonale. Il a une certaine structure, d'où l'expression « incertitude structurée ».

5 Conclusion

On a vu dans ce chapitre quelques méthodes incluses dans la présentation et la résolution des problèmes de la synthèse H_∞

La synthèse H_∞ est très efficace lorsqu'on veut réutiliser les connaissances acquises lors de la synthèse des correcteurs classiques. Elle permet souvent d'en améliorer les qualités ou de pouvoir simplement, à partir de correcteurs classiques disposés dans chaque boucle de commande, passer à un correcteur multivariable.

la synthèse H_∞ est un outil très intéressant pour analyser la robustesse en stabilité des systèmes.

Globalement les différents type des incertitudes sont bien présenté et détaillé.

Application
H-Infini
Sur Hélicoptère

Chapitre 4

Application H-Infini sur Hélicoptère

Dans la continuité des chapitres précédents, ce nouveau chapitre vise à évaluer en simulation la commande robuste H_∞ développée en utilisant le modèle linéaire de la dynamique de l'hélicoptère.

1 Introduction

La gestion des hélicoptères drones est un domaine très vaste et fréquemment exploré lors des divers projets de drones à voilures fixes ou à voilures qui tournent. Lorsque l'hélicoptère drone présente une dynamique généralement complexe, fortement non-linéaire et présente des couplages parasites dans sa structure. Il est possible d'utiliser différents algorithmes de contrôle basés sur le modèle linéarité afin de créer les lois de commande. En outre, les perturbations extérieures telles que les rafales de vent et les incertitudes paramétriques telles que la variation de la masse peuvent perturber ces véhicules aériens. L'optimisation de H_∞ s'est révélée être un outil puissant pour concevoir des systèmes de contrôle robustes. Cela possède un fond théorique renommé pour gérer les modèles incertains. Pour cela, il est possible d'utiliser une méthode de commande.

Ce chapitre est consacré à la synthèse de la lois de commande robuste H-infini pour stabilise le véhicule aérienne et le suivi de trajectoire prédéfinie en présence du perturbation extérieur et variation paramétrique de la masse d'engin , dans premier temps la linéarisation des équation du modèle autour d'un point d'équilibre choisi .dans un seconde temps en va décomposé le système linéaire en deux se système (longitudinale-latérale) et (lacet-tangage) En fin en appliquer la synthèse H_∞ sur un système (hélicoptère) en présence des perturbation

et des incertitude paramétrique , pour voir ses avantage (robustesse en stabilité et en performance) sur le plan temporel ainsi que fréquentiel à l'aide de la programmation du logiciel Matlab.

2 Représentation d'état du système nominal

Pour les technique de commande classique un système linéaire est bien adapte, pour cela on considéré que le comportement du système est linéaire autour d'un point de fonctionnement, donc le système est régi par un ensemble d'équations différentielles linéaires avec des coefficients constante (système nominal).en peut le présenté sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = G_{lat-long} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{lat-long} & B_{lat-long} \\ C_{lat-long} & D_{lat-long} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Et sa matrice de transfert (transformation de Laplace) s'écrit comme suit :

$$G_{lat-long}(s) = C_{lat-long}(sI - A_{lat-long})^{-1}B_{lat-long} + D_{lat-long} \quad (4.2)$$

$$A_{lat-long} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_q}{m} - w_0 & -g \cos \theta & \frac{X_v}{m} & \frac{X_p}{m} & 0 & \frac{X_{\delta c}}{m} k_B & \frac{X_{\delta a}}{m} k_B \\ \frac{M_u}{I_{yy}} & \frac{M_q}{I_{yy}} & 0 & \frac{M_v}{I_{yy}} & \frac{M_p}{I_{yy}} & 0 & \frac{M_{\delta c}}{I_{yy}} k_B & \frac{M_{\delta a}}{I_{yy}} k_B \\ 0 & \cos \theta_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Y_u}{m} & \frac{Y_q}{m} & -g \sin \theta_0 \sin \theta_0 & \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} + W_0 & g \cos \theta_0 \cos \theta_0 & \frac{Y_{\delta c}}{m} k_B & \frac{Y_{\delta a}}{m} k_B \\ L'_u & L'_q & 0 & L'_v & L'_p & 0 & L'_{\delta c} k_B & L'_{\delta a} k_B \\ 0 & \sin \theta_0 \tan \theta_0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\theta_{0,CR}}{16R_{CR}} & -1 & 0 & 0 & \frac{-\delta \xi}{16} & 0 & \frac{-\delta \xi \Omega}{16} & 0 \\ 0 & \frac{-\delta \xi}{16} & 0 & \frac{\theta_{0,CR}}{16R_{CR}} & 1 & 0 & 0 & \frac{-\delta \xi \Omega}{16} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{lat-long} = \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta a}}{m} k_{MR} & \frac{X_{\delta c}}{m} k_{MR} \\ \frac{M_{\delta a}}{I_{yy}} k_{MR} & \frac{M_{\delta c}}{I_{yy}} k_{MR} \\ 0 & 0 \\ \frac{Y_{\delta a}}{m} k_{MR} & \frac{Y_{\delta c}}{m} k_{MR} \\ L'_{\delta a} k_{MR} & L'_{\delta c} k_{MR} \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\gamma \xi \Omega}{16} k_{CR} \\ -\frac{\gamma \xi \Omega}{16} k_{CR} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{lat-long} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_{lat-long} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3 Résultat temporel et fréquentiel du système :

3.1 Valeurs singulière du système nominal

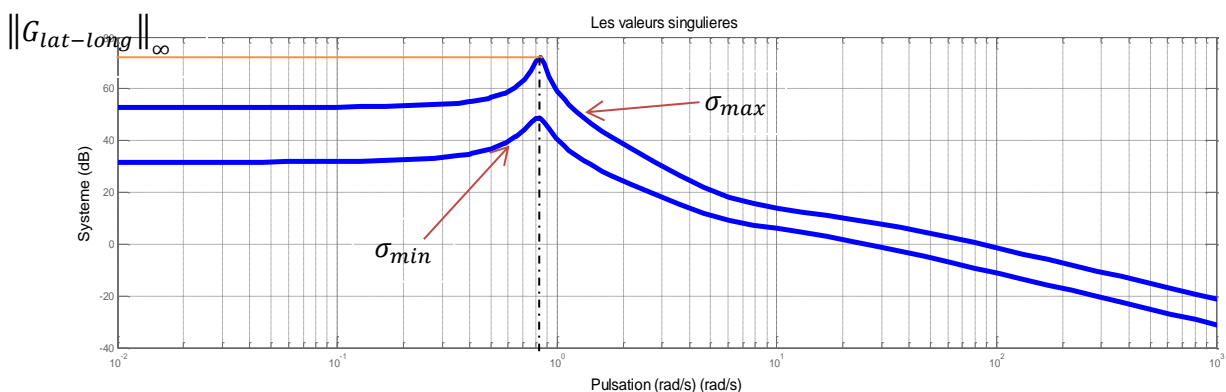


Figure IV. 1 : Les gains principaux du système nominal en boucle ouverte

L'allure des gains principaux du système en boucle ouverte illustre l'existence du couplage des entrées/sorties, on observe un écart entre les gains principaux minimum et maximum surtout sur la plage de fréquences [0.01-1] rad/sec. On conclut que le système en boucle ouverte est mal conditionné sur cette plage de fréquences.

Les pôles de système nominal :

Le système possède les pôles λ présenter comme suite :

$$\lambda = \{-20.6794 + 0.0000i \quad -10.6724 + 0.0000i \quad 3.1315 + 0.1569i \quad 3.1315 - 0.1569i \\ - 0.0776 + 0.81256i \quad - 0.0776 - 0.81256i \quad -0.0434 + 0.8383i \quad -0.0434 - 0.8383i \}.$$

le modèle devient instable, les pôles (valeurs propres) de la matrice $A_{lat-long}$ ne sont pas toutes à partie réelle négative.

Réponse temporel du système nominal:

Nous proposons en premier temps une analyse du comportement du modèle linéaire (modèle nominal) en boucle ouverte, la figure (IV.2) présente la réponse indicielle système nominal, il est clairement instable en boucle ouverte est les sortie divergent rapidement.

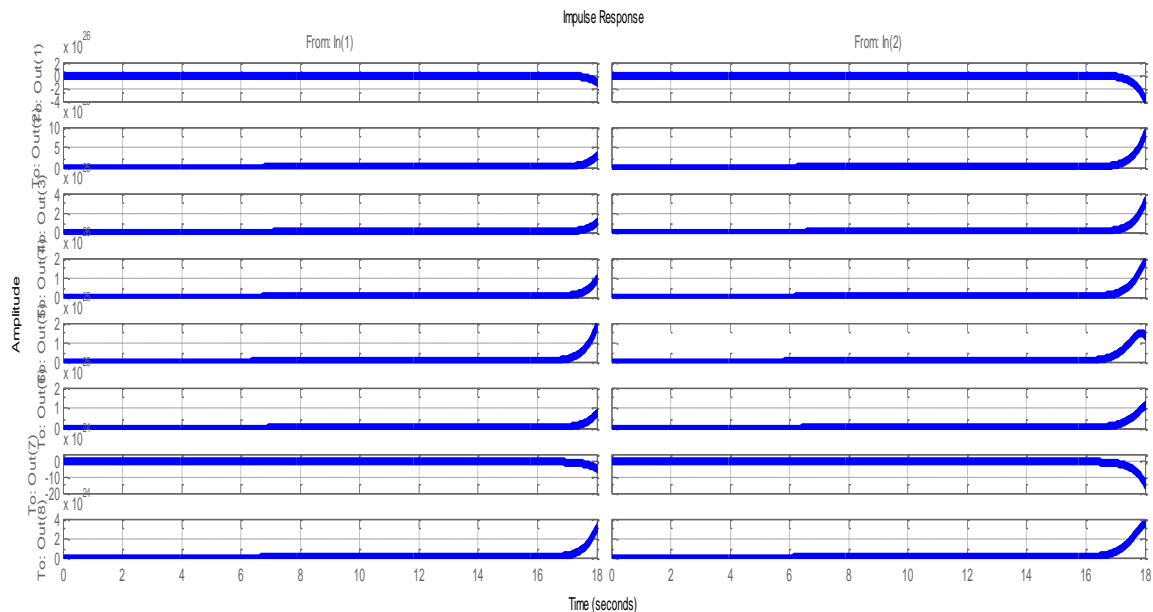


Figure IV. 2 : Réponse indicielle du système nominal

****signification** : système est instable à cause de la dynamique du système qui contient des pôles à partie réelle positive.

3.2 Représentation d'état du système incertitude

Le modèle linéaire nominal (latéral-longitudinal) de l'USSH est dérivé sous l'hypothèse d'une masse constante de l'hélicoptère, ce qui ne tient pas compte de la consommation de carburant et de toute autre variation de masse due à des tâches possibles de déchargement de charge utile en vol. Si l'hypothèse de masse constante est abandonnée, le modèle linéaire nominal doit être étendu pour tenir compte des incertitudes paramétriques causées par les variations de masse. Dans ce travail, le déplacement du centre de gravité et d'autres changements du tenseur d'inertie I sont négligés et l'accent est mis uniquement sur les incertitudes paramétriques dues aux changements de masse.

3.2.1 Description d'un système avec incertitude :

La représentation d'état du système nominal est donnée par l'équation (4.1) avec le paramètre de masse m_0 représentant le poids brut du hélicoptère (SSUH), y compris le carburant et la charge utile.

Pour tenir compte de l'incertitude paramétrique, la masse SSUH pendant le vol est écrite :

$$m = m_0 + \Delta m = m_0 \left(1 + \frac{\Delta m}{m_0}\right) \quad (4.3)$$

La variation de masse négative est écrite : $\Delta m \in [-\overline{\Delta m} \ 0]$.

En introduisant le paramètre d'incertitude : $\delta \in [0 \ \bar{\delta}] \subset [-1 \ 1]$.

Ou :

$$\begin{cases} \delta = \frac{-\frac{\Delta m}{m_0}}{1 + \frac{\Delta m}{m_0}} \\ \bar{\delta} = \frac{\frac{\overline{\Delta m}}{m_0}}{1 - \frac{\overline{\Delta m}}{m_0}} \end{cases} \quad (4.4)$$

Et le terme $\frac{1}{m}$ dans les matrices $A_{lat-long}$ et $B_{lat-long}$ peut être exprimé :

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{m_0 \left(1 + \frac{\Delta m}{m_0}\right)} = \frac{1}{m_0} + \frac{\delta}{m_0} \quad (4.5)$$

Ceci permet une expression d'incertitude d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{lat-long} = (A_{lat-long} + \delta \hat{A}_{lat-long})x_{lat-long} + (B_{lat-long} + \delta \hat{B}_{lat-long})u_{lat-long} \\ y_{lat-long} = (C_{lat-long} + \delta \hat{C}_{lat-long})x_{lat-long} + (D_{lat-long} + \delta \hat{D}_{lat-long})u_{lat-long} \end{cases} \quad (4.6)$$

Avec :

Les matrices $\hat{A}_{lat-long}$, $\hat{B}_{lat-long}$, $\hat{C}_{lat-long}$ et $\hat{D}_{lat-long}$ données comme suite :

$$\hat{A}_{lat-long} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_q}{m} - w_0 & -g \cos \theta & \frac{X_v}{m} & \frac{X_p}{m} & 0 & \frac{X_{\delta c}}{m} k_B & \frac{X_{\delta a}}{m} k_B \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Y_u}{m} & \frac{Y_q}{m} & -g \sin \phi_0 \sin \theta_0 & \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} + W_0 & g \cos \phi_0 \cos \theta_0 & \frac{Y_{\delta c}}{m} k_B & \frac{Y_{\delta a}}{m} k_B \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_{lat-long} = \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta a}}{m} k_{MR} & \frac{X_{\delta c}}{m} k_{MR} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{Y_{\delta a}}{m} k_{MR} & \frac{Y_{\delta c}}{m} k_{MR} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

contiennent les connaissances structurelles sur l'incertitude et reflètent la façon dont l'incertitude de masse, δ , affecte le modèle d'espace d'états [53].

Dans ce qui suit, les formules de transformation de fractions linéaires supérieures (LFT) sont utilisées pour décrire le système incertain ci-dessus :

$$G_\delta(s) = \mathcal{F}_u(M_\delta, \frac{1}{s}I) \quad (4.7)$$

Avec :

$$M_\delta = \begin{bmatrix} A_{lat-long} + \delta \hat{A}_{lat-long} & B_{lat-long} + \delta \hat{B}_{lat-long} \\ C_{lat-long} + \delta \hat{C}_{lat-long} & D_{lat-long} + \delta \hat{D}_{lat-long} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Étant donné la structure d'incertitude $\Delta = \delta I$, une représentation LFT pour la matrice M_δ par rapport à Δ est nécessaire. A cet effet, la matrice suivante avec rang q_p est définie :

$$P = \begin{bmatrix} \hat{A}_{lat-long} & \hat{B}_{lat-long} \\ \hat{C}_{lat-long} & \hat{D}_{lat-long} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{16 \times 10} \quad (4.9)$$

$$P = \begin{bmatrix} L \\ W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ Z \end{bmatrix}^T \quad (4.10)$$

Ou : $L \in \mathbb{R}^{8 \times q_p}$, $W \in \mathbb{R}^{8 \times q_p}$, $R \in \mathbb{R}^{8 \times q_p}$ and $Z \in \mathbb{R}^{2 \times q_p}$ Nous avons donc :

$$\delta P = \begin{bmatrix} L \\ W \end{bmatrix} [\delta I_{qp}] \begin{bmatrix} R \\ Z \end{bmatrix}^T \quad (4.11)$$

Ainsi, M_δ peut être écrit comme suit :

$$M_\delta = \begin{bmatrix} A_{lat-long} & B_{lat-long} \\ C_{lat-long} & D_{lat-long} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ W \end{bmatrix} [\delta I_{qp}] \begin{bmatrix} R \\ Z \end{bmatrix}^T \quad (4.12)$$

Ou en utilisant une représentation (LFT) inférieure comme suite :

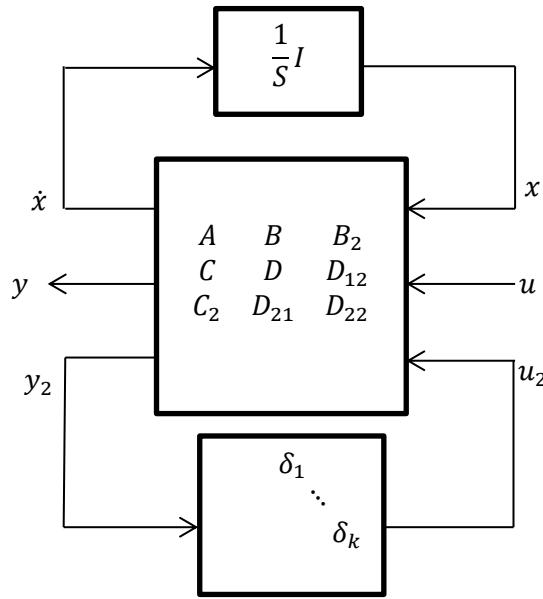


Figure IV. 3 : Représentation LFT d'un système incertitude

$$M_\delta = \mathcal{F}_l \left(\begin{bmatrix} A_{lat-long} & B_{lat-long} & L \\ C_{lat-long} & D_{lat-long} & W \\ R^T & Z^T & 0 \end{bmatrix}, \Delta \right) \quad (4.13)$$

La substitution d'équation (4.7) in équation (4.13) est donnée :

$$G_\delta(s) = \mathcal{F}_u \left(M_\delta, \frac{1}{s} I \right) = \mathcal{F}_u \left(\mathcal{F}_l \left(\begin{bmatrix} A_{lat-long} & B_{lat-long} & L \\ C_{lat-long} & D_{lat-long} & W \\ R^T & Z^T & 0 \end{bmatrix}, \Delta \right), \frac{1}{s} I \right) \quad (4.14)$$

$$G_\delta(s) = \mathcal{F}_u \left(\mathcal{F}_l \left(\begin{bmatrix} A_{lat-long} & B_{lat-long} & L \\ C_{lat-long} & D_{lat-long} & W \\ R^T & Z^T & 0 \end{bmatrix}, [\delta I_{qp}] \right), \frac{1}{s} I \right) \quad (4.15)$$

L'équation suivant représenter le modèle finale d'incertitude :

$$G_\delta(s) = \mathcal{F}_u \left(\begin{bmatrix} A_{lat-long} & B_{lat-long} \\ C_{lat-long} & D_{lat-long} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ W \end{bmatrix} [\delta I_{qp}] \begin{bmatrix} R \\ Z \end{bmatrix}^T, \frac{1}{s} I \right) \quad (4.16)$$

3.2.2 Valeurs singulières du système avec incertitude :

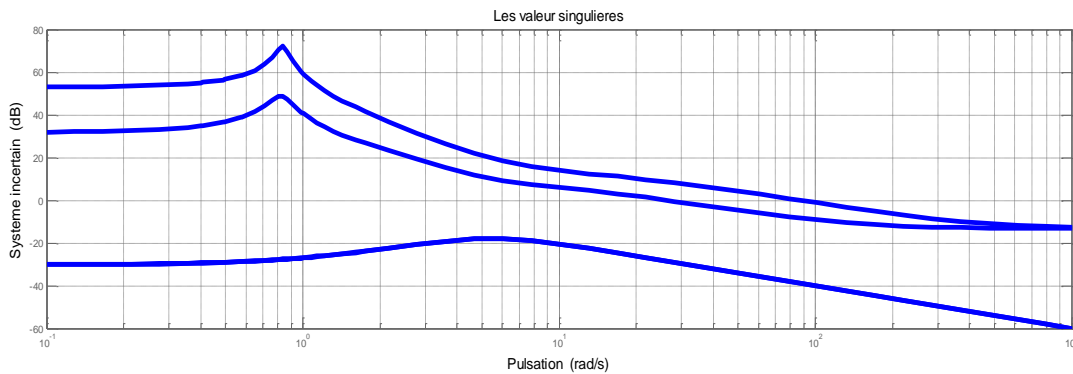


Figure IV. 4 : Les gains principaux du système Incertain en boucle ouverte

La figure (IV.4) montre le tracé de la relation (4.16), il est ont constaté que les valeurs singulières

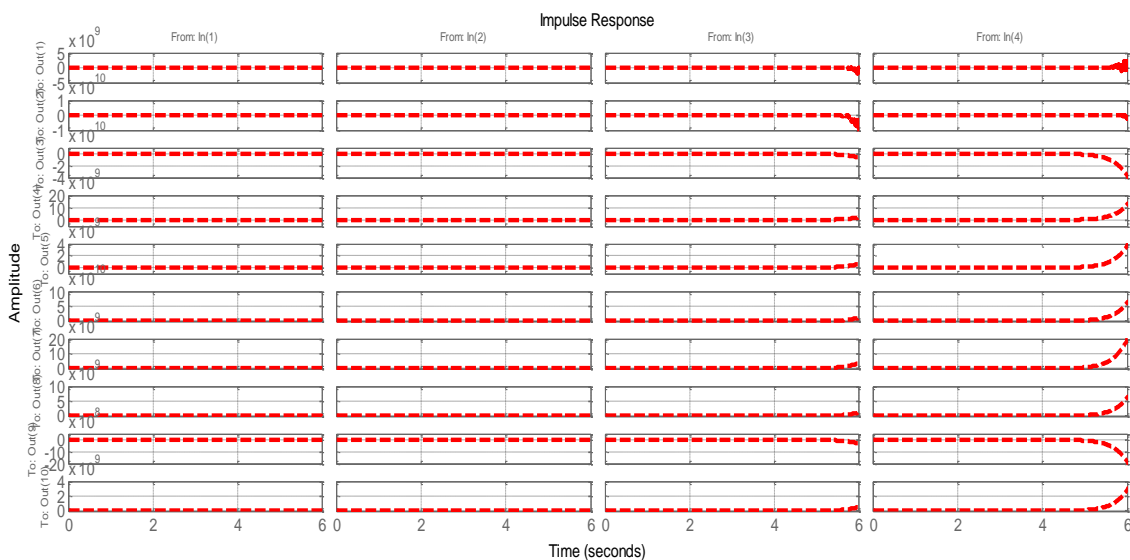


Figure IV. 5 : Réponse indicielle du système incertain

On remarque que la réponse du système incertain diverge et augmente à cause des incertitude paramétrique (divergence ‘instabilité’).

4 Conception Application de la commande H[∞] :

Pour calculer le correcteur H[∞], il faut tout d’abord déterminer une structure ainsi que des gabarits qui permettent de définir des spécifications (temps de réponse en boucle fermée, erreur statique...). Pour cela on désire asservir la sortie sur la consigne selon les spécifications de performance suivantes :

- Rejeter les perturbation basses fréquences auxquelles sont soumis les rotors (rafales de vent, changements d'orientation du plateau cyclique ,etc.).
- Garantir une faible erreurs de poursuite.
- Amplitude de la commande raisonnable (Limiter l'amplitude du signal de commande vis-à-vis des entrées de référence et bruit de mesure sur la sortie).

Il est intéressant de concevoir un contrôleur $K(s)$ pour le modèle du système $G(s)$ afin que le système en boucle fermée atteigne la performance spécifiée en présence de perturbations d et de bruit n .

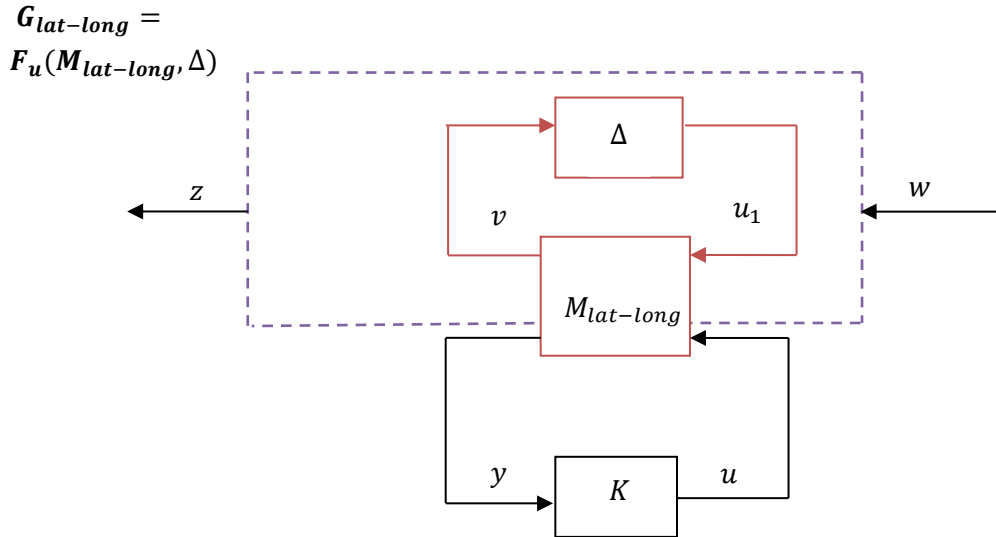
Le problème de sensibilité mixte, un aspect spécifique du Le problème de la norme H_∞ consiste à formuler une loi de contrôle pour Gérer les sorties d'un système sous une variété de perturbations, Ces perturbations comprennent des incertitudes paramétriques (telles que variations de la masse du hélicoptère (SSUH), dans ce contexte), modélisation erreurs dynamique rapide négligée et signaux exogènes provenant de les environnements extérieurs, comme le vent. Cette approche,[53] vise à développer un $K(s)$ de contrôleur robuste qui assure à la fois la stabilité en boucle fermée et les critères de performance nécessaires[54]. Le contrôleur est conçu pour :

$$\|T_{zw}(j\omega)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (4.17)$$

Avec : W_1 , W_2 sont réfèrent aux spécifications de performance et à la stabilité respectivement.

En termes de contrôle du système en boucle fermée, plusieurs critères avoir besoin d'être satisfait. Il s'agit notamment d'atténuer et de rejeter les perturbations, de limiter l'apport d'énergie dans le système et d'assurer la robustesse. La robustesse, dans ce travail , se réfère à la stabilité du système en présence d'incertitudes paramétriques[55].

Le système décrit dans l'équation (4.6) peut être présenté en standard configuration H_∞ , comme montre dans figure (IV.6).

Figure IV. 6 : Configuration H_∞

Ce système de configuration standard H_∞ se compose de trois blocs principaux :

$M_{lat-long}$: représente le système nominal de mouvement latéral-longitudinal (représentant le comportement dynamique du hélicoptère avec masse constante).

Δ : bloc des incertitudes.

K : bloc de contrôleur.

Le modèle d'incertitude combine les deux blocs $M_{lat-long}$ et Δ en un seul bloc figure (IV.6). Sa matrice de transfert en boucle fermée de u_1 (entrée) à v (sortie) est caractérisée par une transformation de la fonction linéaire supérieure (LFT) comme suit :

$$P_1 = F_u(M_{lat-long}, \Delta) \quad (4.18)$$

La nouvelle système augmenté P_1 et K ont deux entrées (w, u) et deux sorties (z, y), où w est l'entrée externe englobant les signaux de commande, perturbations et bruit, l'entrée u qui est le signal de commande, z indique la sortie des erreurs, le signal de sortie disponible pour le contrôleur K .

Le système augmenté P_1 est donné par l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P_1(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$= \begin{bmatrix} P_{1zw}(s) & P_{1zu}(s) \\ P_{1yw}(s) & P_{1yu}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$u = Ky \quad (4.21)$$

La sortie du système z est donnée comme suit :

$$z = (P_{1_{zw}} + P_{1_{zu}}K(I - P_{1_{yu}}K)^{-1}P_{1_{yw}})w \quad (4.22)$$

Avec : $w = \begin{pmatrix} r_1 \\ d \\ n \end{pmatrix}$

Pour le meilleur synthèse H_∞ consiste à introduire des fonctions de pondérations sur les sorties régulées z , Il s'agit donc de bien choisir ces filtres de pondération afin d'obtenir les propriétés désirées en boucle fermée .Il est important de souligner dans ce contexte que les fonctions de pondération peuvent être placées à différents endroits à l'intérieur du système augmenté.

Considérons à cette fin le schéma de la (Figure (IV.7)), dans lequel :

- L'erreur ε est pondérée par le filtre $W_1(s)$.
- La commande u est pondérée par le filtre $W_2(s)$.
- d comme la perturbation du système.

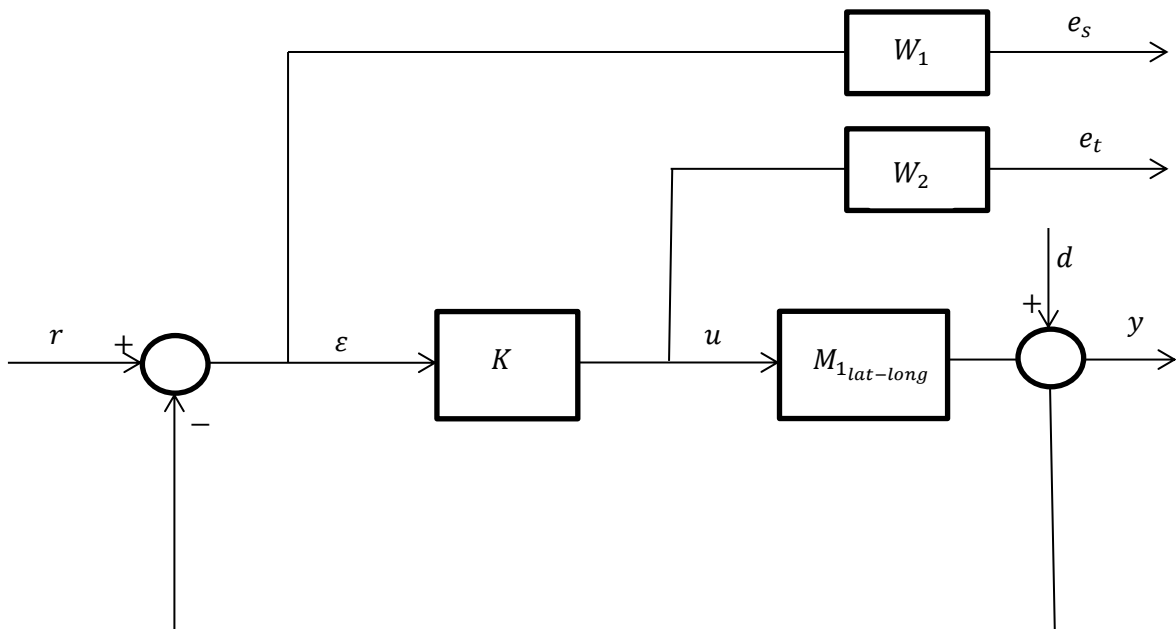


Figure IV. 7 : Système asservi pondéré

À partir de la figure (IV.6), le système augmentée est donnée par l'équations suivante :

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_s \\ e_t \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} W_1 & -W_1 M_{1lat-long} \\ \hline 0 & W_2 \\ \hline I & -M_{1lat-long} \end{array} \right] \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_s \\ e_t \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Ou z_1, z_2 : représentent les sorties pondérées en particulier l'erreur de suivi pondérée.

Le problème de sensibilité mixte (K/KS), sélectionné pour la conception du contrôle H_∞ , Le premier type implique la fonction de transfert de sensibilité (S) et son problème complémentaire (T). Le second Le type adresse la fonction de transfert de sensibilité (S) et le contrôle de sortie fonction de transfert de sensibilité (R), sont définis comme[53][54] :

$$\begin{cases} S(s) = [I + M_{1lat-long}(s)K(s)]^{-1} \\ R(s) = K(s) [I + M_{1lat-long}(s)K(s)]^{-1} \\ T(s) = [I + M_{1lat-long}(s)K(s)]^{-1} M_{1lat-long}(s)K(s) \end{cases} \quad (4.25)$$

L'objectif de H_∞ est de trouver un gain de contrôleur K qui stabilise P_1 et minimise la norme H_∞ de la fonction de transfert de w à z .

$$\min_{K \text{ satabilising}} \left\| \begin{bmatrix} W_1(I + M_{1lat-long}K)^{-1} \\ W_2K(I + M_{1lat-long}K)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty \quad (4.26)$$

L'étape suivante consiste à déterminer le contrôleur K en s'assurant que la norme H_∞ est inférieure à limite supérieure prédéfinie γ .

$$\min_{K \text{ satabilising}} \left\| \begin{bmatrix} W_1(I + M_{1lat-long}K)^{-1} \\ W_2K(I + M_{1lat-long}K)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (4.27)$$

On voit donc que les réponses fréquentielles de chacune des fonctions S et SK sont contraintes par un gabarit qui dépend des fonctions de pondérations choisies, ce choix requiert en générale plusieurs essais et il est difficile de donner des règles absolues qui fonctionneront dans tous les cas. Néanmoins, il existe quelques guides pour le choix initial, qu'il faudra éventuellement affiner par la suite :

- Le gabarit sur la fonction de sensibilité S entre la consigne et l'erreur nous permet de fixer plusieurs aspects de l'asservissement. On prend en général un passe-bas du 1er ordre de la forme :

$$W_1 = \frac{s/M_1 + \omega_1}{s + \omega_1 A_1} \quad (4.28)$$

Avec : La pulsation ω_0 pour laquelle le gabarit possède un gain unitaire peut être interprétée comme la bande passante minimale souhaitée. La précision du système est assurée par un faible choix de A_1 aux basses fréquences. Enfin la valeur de M_1 aux hautes fréquences limite le maximum de la réponse fréquentielle de S , ce qui impose une marge de module au moins égale à $1/M_1$.

- Le gabarit de SK entre la consigne et la commande permet de limiter l'action du contrôleur lui-même. On prend typiquement un passe-haut du 1er ordre de la forme :

$$W_2 = \frac{s + \omega_2/M_2}{A_2 s + \omega_2} \quad (4.29)$$

Avec : L'amplitude de $|SK|$ aux basses fréquences est essentiellement limitée par les capacités de l'actionneur ; le gain M_2 est choisi en fonction. La pulsation ω_2 permet de régler la bande passante du contrôleur ; au-delà de cette pulsation, un certain roll off est censé atténuer les hautes fréquences.

Enfin, on rend le filtre propre grâce à une faible valeur de A_2 , qui introduit un pôle aux hautes fréquences.

Une fois choisis les filtres de pondération, il reste à mettre le problème ainsi défini sous forme standard, c'est-à-dire à identifier le schéma bloc de la (Figure (4.6) et (4.7)). Il est possible donc de générer un nouveau modèle appelé modèle augmenté donné par :

La réalisation de l'espace d'état pour le système augmenté P_1 est donné par :

$$P_1 = \left[\begin{array}{cccc|c} A_s & 0 & -B_s C_{1lat-long} & B_s & -B_s D_{1lat-long} \\ 0 & A_t & 0 & 0 & B_t \\ 0 & 0 & A_{1lat-long} & 0 & B_{1lat-long} \\ \hline C_s & 0 & -D_s C_{1lat-long} & D_s & -D_s D_{1lat-long} \\ 0 & C_t & 0 & 0 & D_t \\ 0 & 0 & -C_{1lat-long} & I & -D_{1lat-long} \end{array} \right] \quad (4.26)$$

La réalisation de l'espace d'état est détaillée comme suit :

$$M_{1lat-long} = \begin{bmatrix} A_{1lat-long} & B_{1lat-long} \\ C_{1lat-long} & D_{1lat-long} \end{bmatrix}, W_1 = \begin{bmatrix} A_s & B_s \\ C_s & D_s \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Dans cette étude, la conception du contrôleur de sensibilité mixte utilise le deuxième type, comme le montre la figure (IV.8)

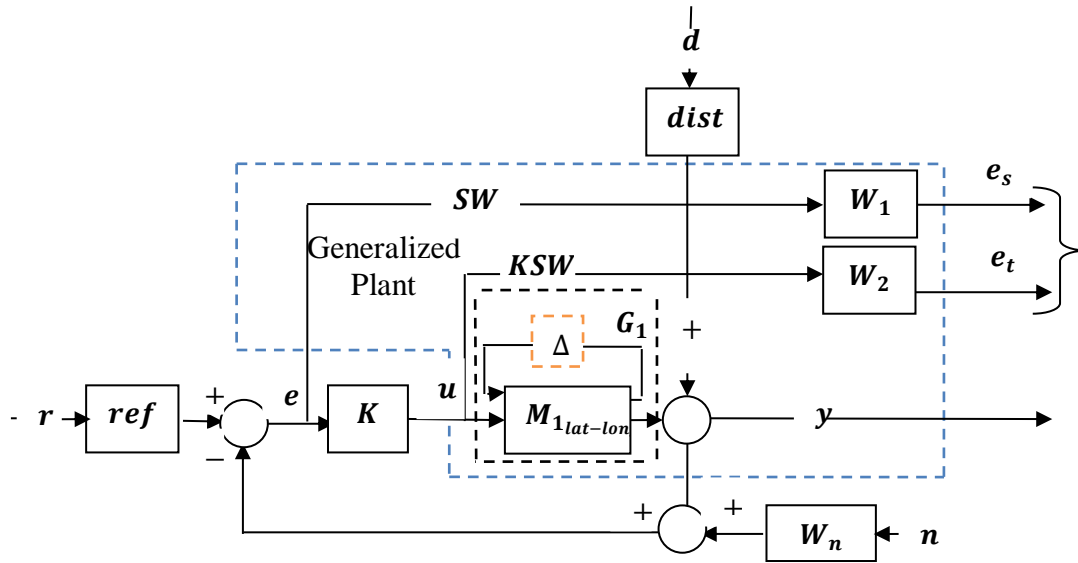


Figure IV. 8 : Structure du contrôleur de sensibilité mixte H_∞

Pour obtenir des performances optimales, telles que les rejets des perturbations et suivi de signale de référence , il est essentiel de maintenir une faible sensibilité de sortie. cette exigence est résumée dans l'équation (4.26), qui énoncé une condition pour maintenir la sensibilité de sortie dans des limites acceptables [56].

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) \ll 1 \tag{4.26}$$

Si la fonction $W_1(s) = 1/S_{max}(s)$ exprime la forme souhaitée pour $S(s)$, les conditions ci-dessus sont satisfaites en spécifiant un limite supérieure de la valeur singulière maximale de $S(s)$. Ainsi, l'atténuation des perturbations et les spécifications de régime permanent peuvent être traitées comme suit :

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)W_1(j\omega)) < 1 \tag{4.27}$$

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) < \bar{\sigma}(W_1^{-1}(j\omega)), \forall \omega \tag{4.28}$$

La fonction de transfert de l'entrée r au signal de commande u est donnée par :

$$\frac{u}{r} = \frac{K(s)}{1+G_1(s)K(s)} = K(s)S(s) \tag{4.29}$$

Aux hautes fréquences, les exigences les plus importantes sont le rejet du bruit des capteurs et une stabilité robuste face aux incertitudes paramétrique , non linéarités système ,de plus l'énergie de contrôle doit être réduite autant que possible à ces fréquences puisqu'aucun

signal de référence ne doit être suivi. Ces exigences peuvent être satisfaites en gardant la sensibilité de contrôle de sortie aussi faible que possible :

$$\bar{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega)) \ll 1 \quad (4.30)$$

Si la fonction $W_2(s) = 1/K_{max}(s)S_{max}(s)$ exprime la forme souhaitée pour $K(s)S(s)$, Les conditions ci-dessus sont remplies en spécifiant une limite supérieure sur la valeur singulière maximale de $K(s)S(s)$. Ainsi, le rejet de bruit de capteur et la stabilité robuste peuvent être traitées comme suit [57][58]:

$$\bar{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega)W_2(j\omega)) < 1 \quad (4.31)$$

$$\bar{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega)) < \bar{\sigma}(W_2^{-1}(j\omega)), \forall \omega \quad (4.32)$$

4.1 Système interconnexions :

La structure du système à boucle ouverte est représentée à la figure (IV.9)

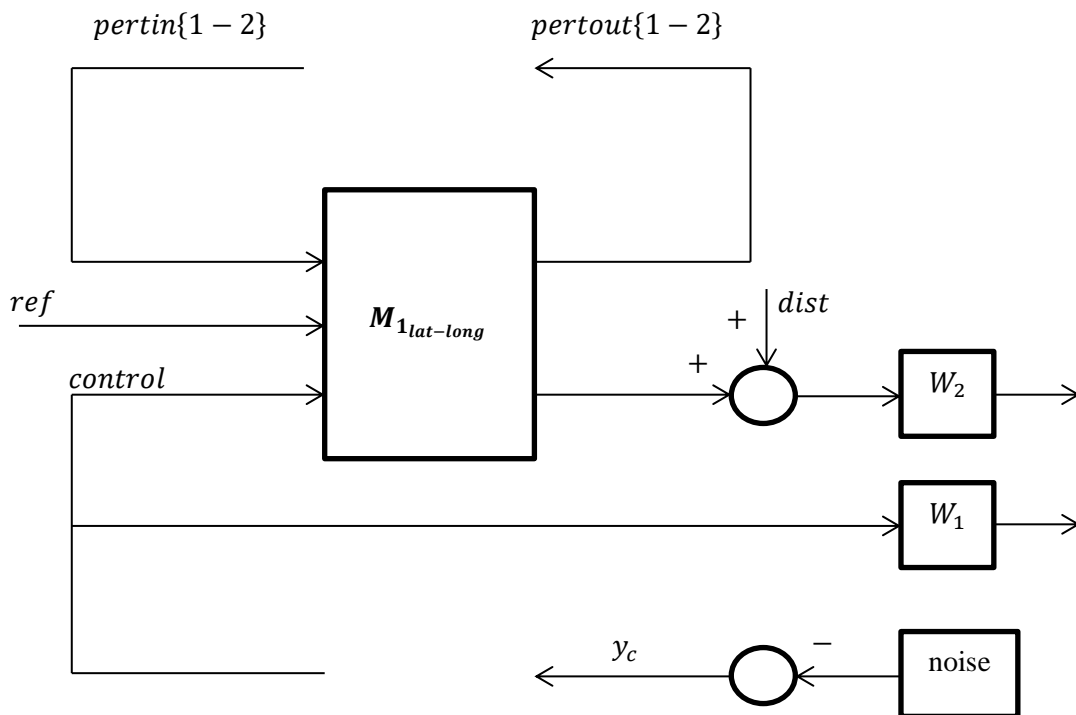


Figure IV. 9 : Interconnexions du système en boucle ouverte

Les entrées et sorties des incertitudes sont enregistrées dans les variables **pertin** et **pertout**, respectivement, la référence et la perturbation et le bruit sont les variables **ref**, **dist** et **noise**, respectivement. Le signal de commande est enregistré dans le commande variable.

Dans cette section, nous élaborons le concept de la mise en œuvre en temps réel et des interconnexions de systèmes. La structure du système à boucle ouverte avec tous les ports

d'entrée-sortie (28/20) est représentée à la figure (IV.10). La connexion en boucle ouverte montrant l'ordre d'entrée/sortie du système .

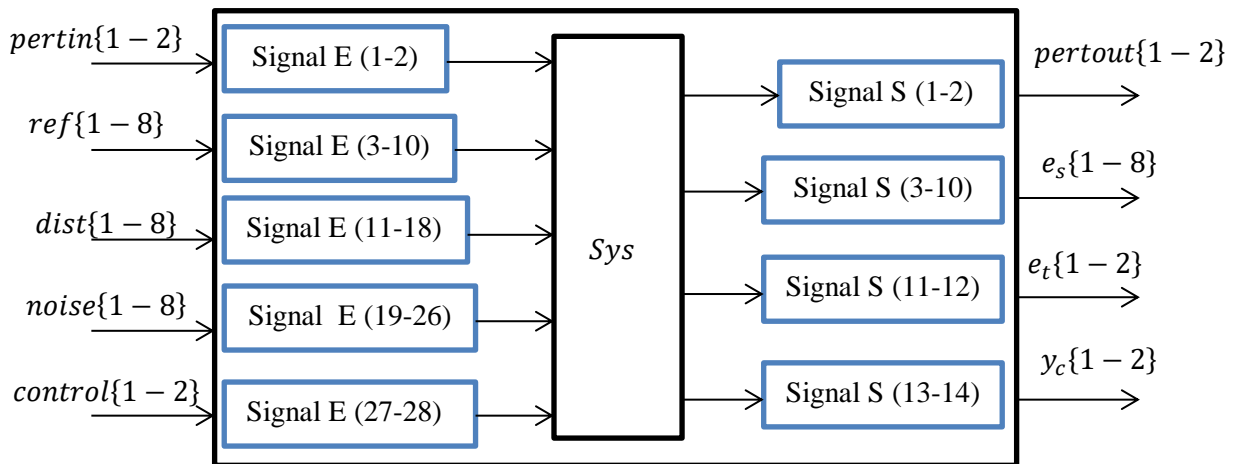


Figure IV. 10 : Interconnections du système hélicoptère en boucle ouverte

Le diagramme schématique du système en boucle fermée avec la description des variables importantes élaborée dans figure (IV.11) et le nombre de ports d'entrée-sortie également fournis pour comprendre facilement la structure interne du système.

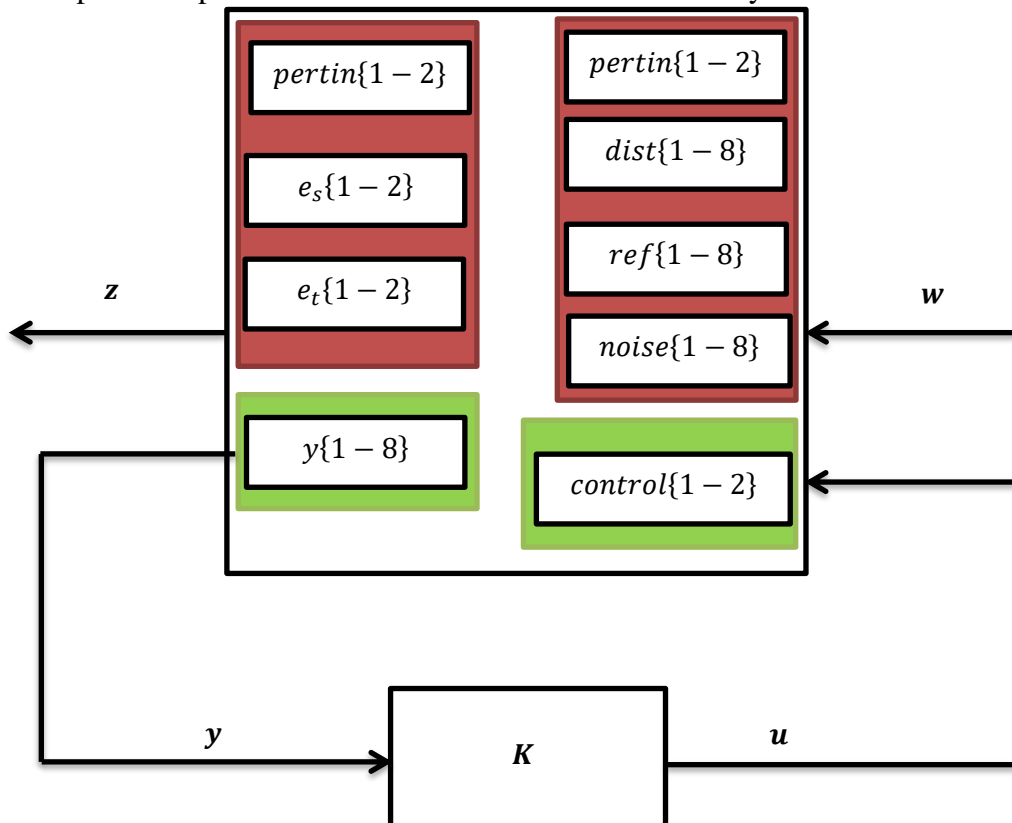


Figure IV. 11 : Interconnections du système de hélicoptère en boucle fer

5 Application H_∞ :

Selon des résultats précédents et après avoir analysé la boucle ouverte du système nominal et système incertain, on a constaté que les performances du système ne sont pas satisfaisantes et requièrent des améliorations. On envisage de déterminer un contrôleur robuste basé sur la synthèse par H_∞ pour garantir la stabilité, améliorer les performances et assurer le suivi de trajectoire prédéfini d'hélicoptère en présence des perturbations et des incertitudes en deux modes de vol (translation et stationnaire).

Une fois choisis les filtres de pondération W_1 et W_2 , il reste qu'effectuer la synthèse H_∞ afin de calculer un contrôleur stabilisant le système en boucle fermée et garantissant les spécifications citées au paravent.

Nous avons déterminé les spécifications de robustesse sur la stabilité et sur les performances respectivement.

Après avoir choisi les filtres de pondération on peut obtenir la représentation du système augmenté facilement à l'aide de l'instruction Matlab « daug ». On commence la phase de synthèse du contrôleur. Il faut trouver le paramètre d'ajustement γ pour la minimisation de la norme H_∞ , satisfaisant aux exigences de robustesse condition de performance équation (4.27) pour le modèle de hélicoptère.

Après avoir obtenu notre système augmenté on peut directement obtenir le correcteur H_∞ à l'aide de l'instruction « hinfyn » MATLAB, la norme H_∞ obtenue est égale à : $\gamma = 0.9904$, ce qui justifie la robustesse du contrôleur. Dans notre cas le correcteur se représente comme un système d'espace d'état d'ordre 34 état, 8 entrées et 2 sorties (annexe 03).

Au début des illustrations des résultats fréquentiels, on applique le contrôleur K sur le système en boucle fermée.

Nous représentons les valeurs singulières de la sensibilité $S(s)$ et la fonction de transfert de sensibilité $K(s)S(s)$, ainsi que les conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances W_1 et W_2 , respectivement (Figure (IV.12) et Figure (IV.13)).

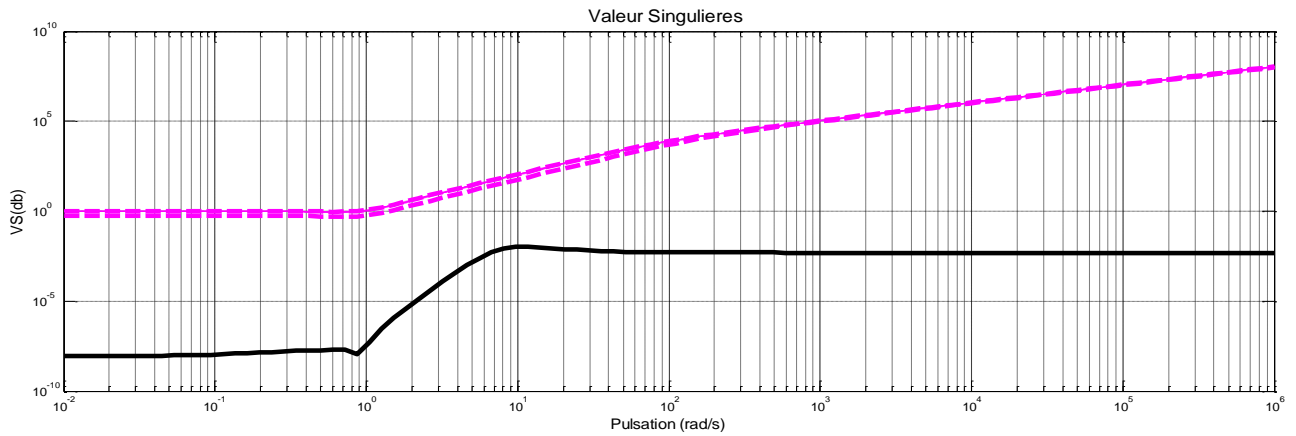


Figure IV. 12 : valeur singulières de la sensibilité $S(s)$ et valeur singulières de pondération $W_1^{-1}(s)$

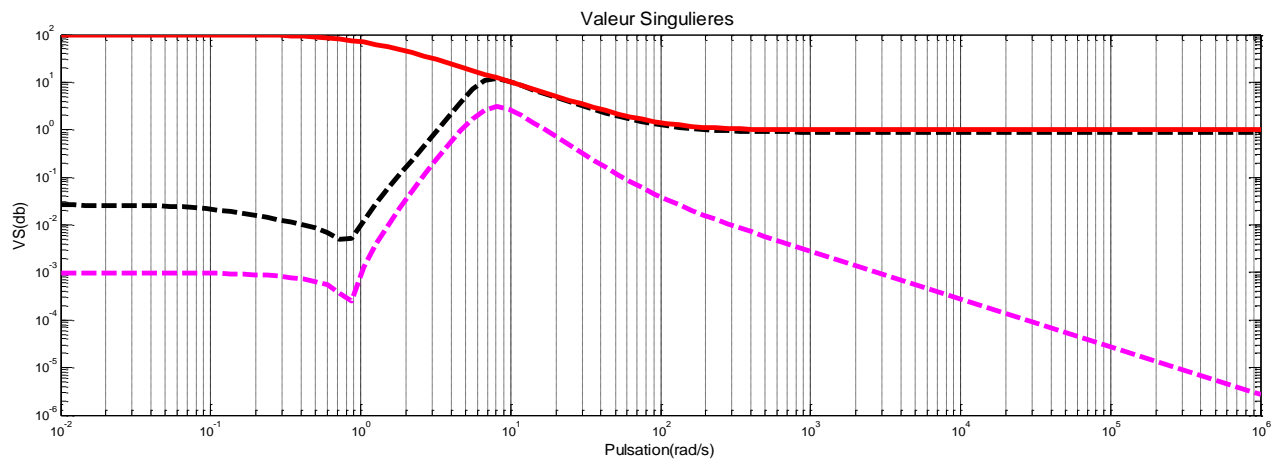


Figure IV. 13 : valeur singulières de contrôle de sortie de sensibilité $S(s)$ et valeur singulières de pondération $W_2^{-1}(s)$

Avec : Les valeurs singulières de $S(s)$ déterminent l'atténuation des perturbations, parce que $S(s)$ est, en effet, la fonction de transfert en boucle fermée de la perturbation vers les sorties y . Ainsi, la spécification des performances d'atténuation des perturbations déjà montrer dans équation (4.28).

Les valeurs singulières $K(s)S(s)$ est utilisé pour rejet de bruit de capteur et la stabilité du système . Une conséquence du théorème de robustesse permet de spécifier les marges de stabilité du système de commande à travers l'inégalité montrer dans équation (4.32).

On peut remarquer sur la figure ci-dessus que les conditions de robustesse et de performance sont satisfaites.

Les valeurs singulières maximales de la matrice de sensibilité $S(s)$ (qui est en noir) sont posées au-dessous de l'inverse des valeurs singulières maximales de la spécification sur les performances $W_1(s)$ (le graphe en violet), et les valeurs singulières maximales de la matrice de fonction de transfert de contrôle de sortie sensibilité $K(s)S(s)$ (qui est en noir et violet) sont posées au-dessous de l'inverse des valeurs singulières maximales de la spécification sur la stabilité et robustesse $W_2(s)$ (le graphe en rouge).

5.1 Résultat de simulation

Dans cette section nous présentons des résultats numériques obtenus en réalisant plusieurs simulations sur le modèle longitudinale –latérale avec incertitude paramétrique l'hélicoptère eq(4.6). Pour évaluer les contrôleurs de système d'hélicoptère, deux tests différents ont été effectués en simulation. Dans le premier test, le drone est contrôlé pour rester dans l'état de vol stationnaire, c'est-à-dire, garder une orientation horizontale et une altitude constante. et le deuxième test, le drone est contrôlé pour une vol de translation

1^{er} simulation : vol stationnaire avec incertitude

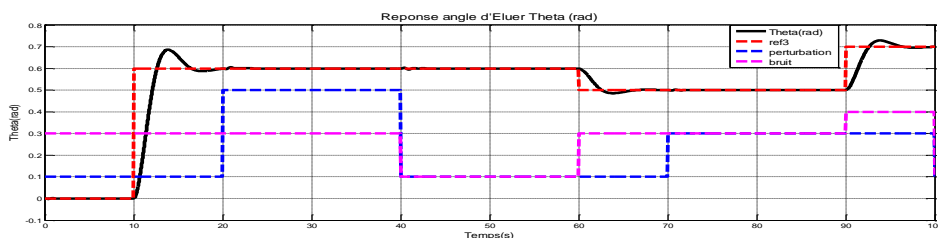
En vol stationnaire, l'hélicoptère présente des vitesses angulaires nulles et des vitesses de translation nulles, tandis que les angles d'Euler restent constants, ce qui permet de représenter le mouvement latéral longitudinal :

$$\begin{cases} x_1 = [u \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ B_c \ B_s]^T \\ \theta_{ref} = 0.6, 0.5, 0.7 \text{ rad} \\ \phi = 0.6, 0.5, 0.7 \text{ rad} \\ u = [\delta_c \ \delta_a]^T \\ y_1 = [u \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ B_c \ B_s]^T \end{cases} \quad (4.33)$$

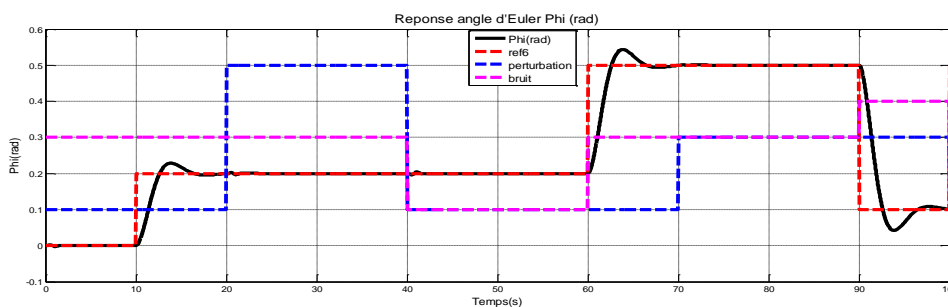
Selon les figures (IV.14)-(IV.17), les réponses de suivi du système montrent que les contrôles proposés sont efficaces pour répondre aux conditions de vol en vol stationnaire, même en présence d'incertitudes paramétriques, de bruit et de perturbations.

Selon la figure (IV.14), il est démontré que le contrôleur est capable de maintenir l'hélicoptère en vol stationnaire, même en présence de bruit et de perturbations (représentées par des valeurs de pas). Dans la figure (IV.15), on observe que la vitesse angulaire est initialement influencée par l'introduction de bruit et de perturbations. Toutefois, la réponse se corrige rapidement, tendant vers zéro, ce qui fait état d'un rejet de perturbation efficace et d'un système de stabilisation. La figure (IV.16) suggère que des ajustements mineurs dans les vitesses linéaires (u, v) sont nécessaires en vol stationnaire pour assurer la stabilité, ce qui souligne l'adaptabilité du contrôleur. Les réactions au battement des angles B_c et B_s sont

prises en évidence dans les figures (IV.17) (a) et (b). Ces données montrent que les deux angles demeurent proches de zéro, ce qui confirme la stabilité du système pendant le vol stationnaire, même lorsqu'il est victime de perturbations externes. Finalement, l'illustration (IV.18) met en évidence l'influence des incertitudes sur les réponses du système, démontrant clairement que l'introduction de perturbations et de bruit a un impact direct sur l'ampleur de la réponse.

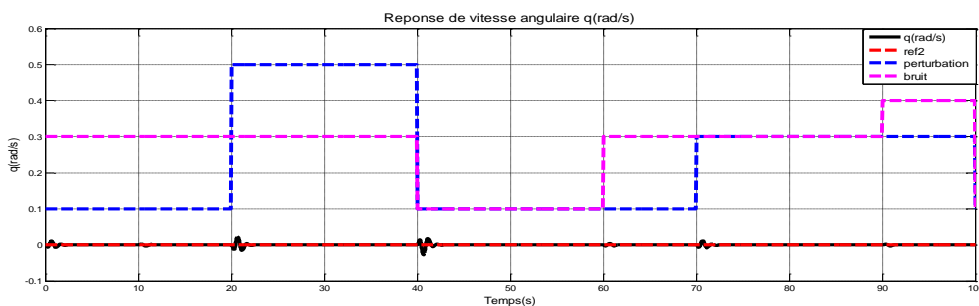


(a) : Réponse angle d'Euler Θ (rad)

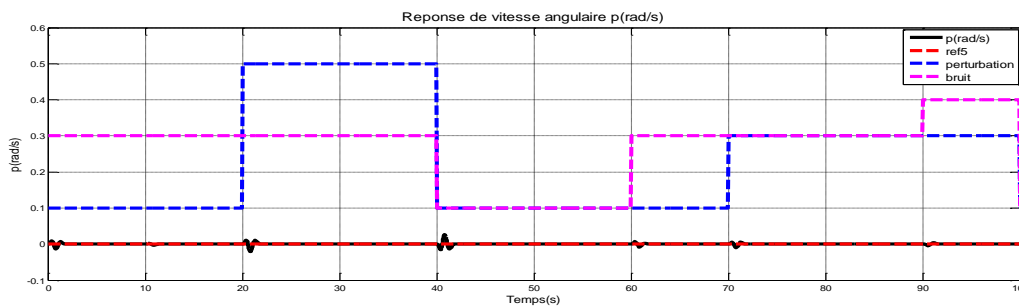


(b) : Réponse angle d'Euler Φ (rad)

Figure IV. 14 : Réponse les angles d'altitude (rad) pour vol stationnaire

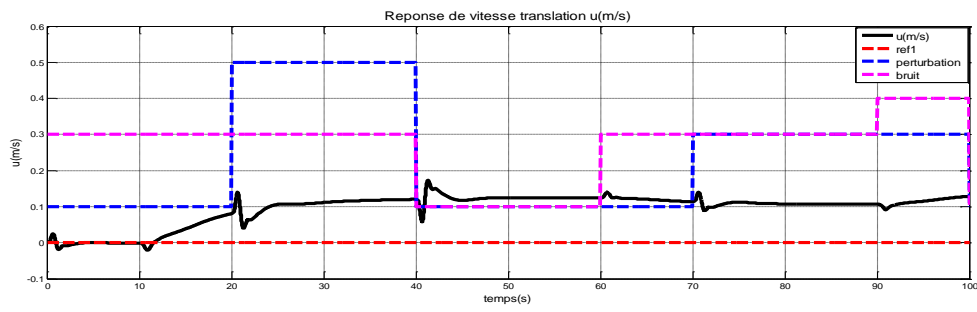


(a) : Réponse vitesse angulaire $q \approx 0\text{rad/s}$

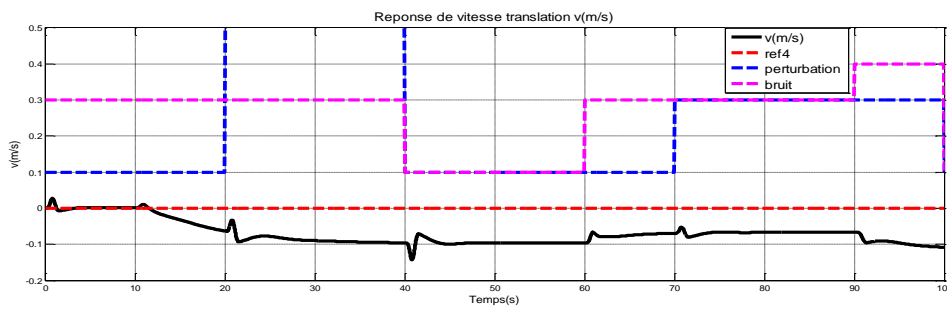


(b) : Réponse vitesse angulaire $p \approx 0\text{rad/s}$

Figure IV. 15 : Réponse vitesse angulaire (rad/s) pour vol stationnaire

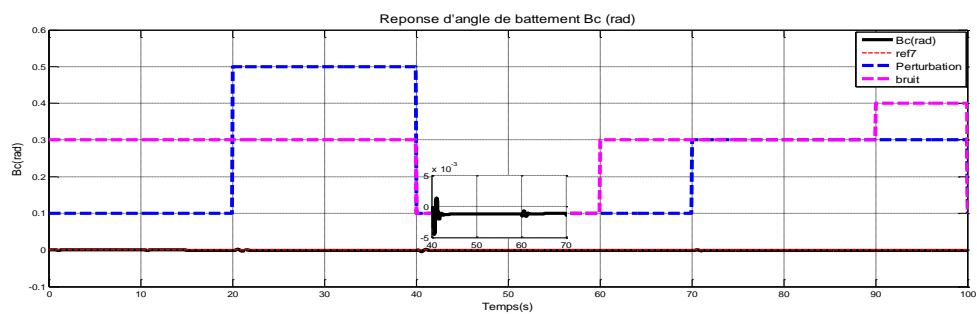


Réponse vitesse translation $u \approx 0m/s$

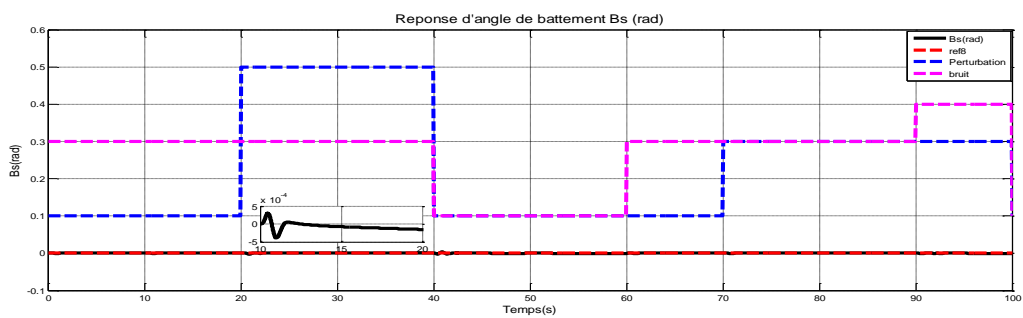


Réponse vitesse translation $v \approx 0m/s$

Figure IV. 16 : Réponse vitesse translation (m/s) pour vol stationnaire

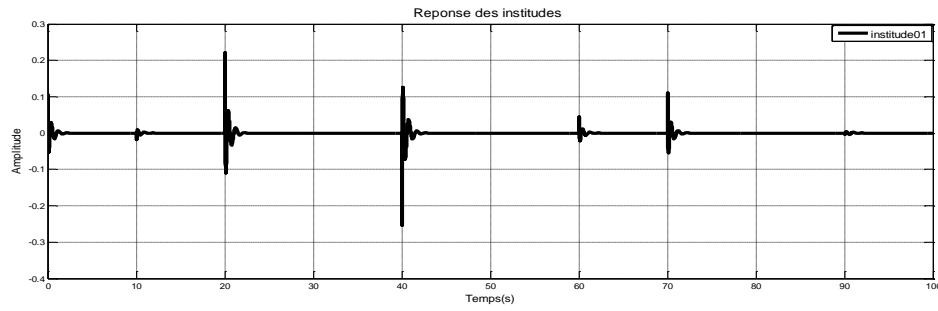


(a) : Réponse angle de Battement B_c (rad)

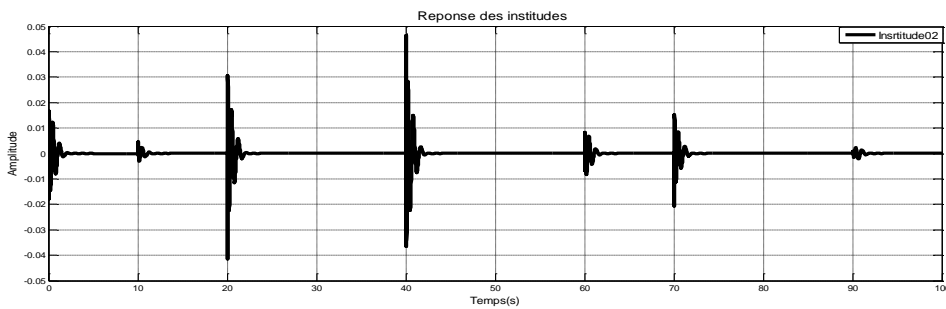


(b) : Réponse angle de Battement B_s (rad)

Figure IV. 17 : Réponse angle de battement (rad) pour vol stationnaire



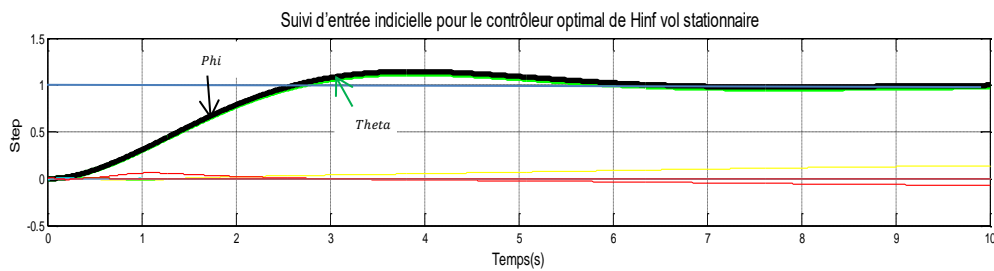
(a) :Réponse des incrtitudes01



(b) :Réponse des incertitudes02

Figure IV. 18 : Réponse des incertitudes pour vol stationnaire

L'objectif de contrôleur est de minimisé l'erreur entre les sorties et entrées souhaitées du hélicoptère en vol stationnaire la figure (IV.19) nous montrons que le vol stationnaire de l'hélicoptère atteint le point de consigne avec un léger dépassement et une bonne stabilisation.

Figure IV. 19 : Réponse indicielle pour le contrôleur optimal H_{∞} pour vol stationnaire

D'après les résultats ,on confirme l'efficacité du contrôleur pour réaliser un vol stationnaire, selon le profil les vitesses de translation u, v ,les vitesse angulaire q, p et l' orientation obtenu est effectué parfaitement.

Le tableau (IV.1) résume certains paramètres de performance transitoires du hélicoptère incertain en utilisant le Contrôleur optimal de H_{∞} pour un vol stationnaire .

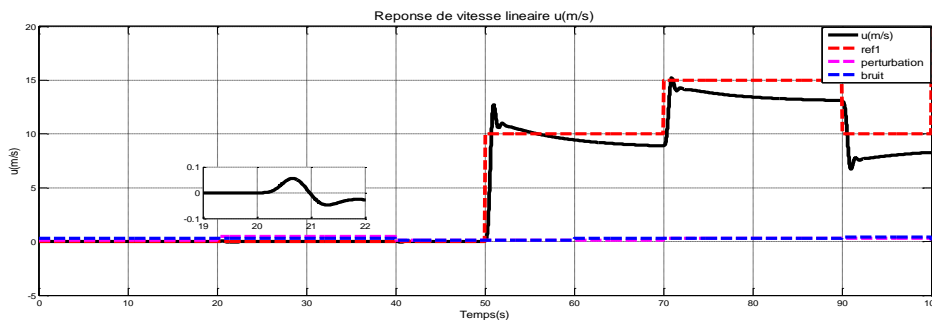
Les performance du USSH pour un échelon		
Réponse paramètre	Contrôleur H_∞ vol stationnaire	
	Theta	Phi
Temps de montée (s)	1.75s	1.75s
Dépassement (%)	14%	14%
Peak- time (s)	4s	4s

Tableau IV. 1 : les performance du USSH pour vol stationnaire

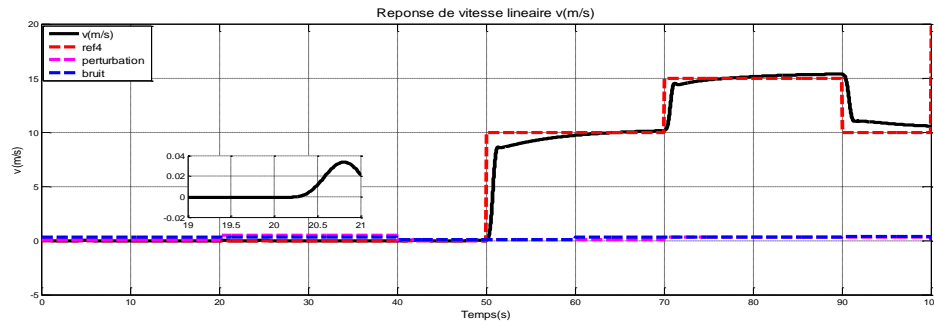
2^{eme} simulation : Vol translation avec incertitude

$$\left\{ \begin{array}{l}
 x_1 = [u \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ B_c \ B_s]^T \\
 \theta_{ref} = 0.6, 0.5, 0.7 \text{ rad} \\
 \phi_{ref} = 0.6, 0.3, 0.7 \text{ rad} \\
 p_{ref} = 0.6, 0.3, 0.7 \text{ rad/s} \\
 q_{ref} = 0.6, 0.3, 0.7 \text{ rad/s} \\
 u_{ref} = 10, 20, 10 \text{ m/s} \\
 v_{ref} = 10, 20, 10 \text{ m/s} \\
 \bar{u} = [\delta_c \ \delta_a]^T \\
 y_1 = [u \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ B_c \ B_s]^T
 \end{array} \right. \quad (4.34)$$

La figure (IV.20) montre la réponse de vitesse linéaire pour la variation valeurs de (u, v) . Cette réponse indique un suivi réussi (efficace), même au présence des perturbations et du bruit, la capacité du contrôleur de maintenir les trajectoires souhaitées sous conditions difficiles.



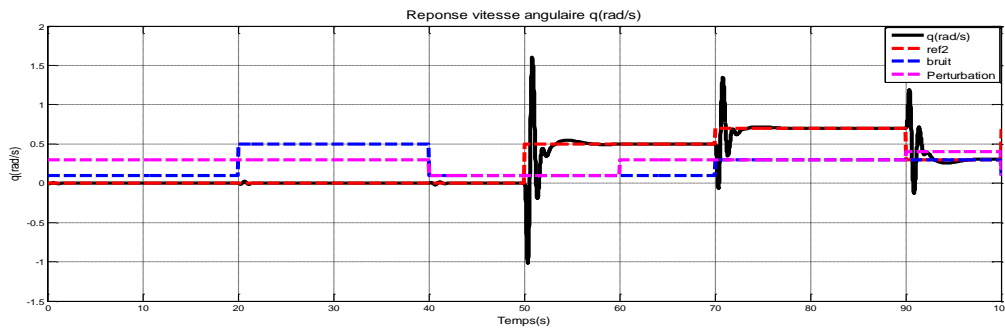
(a) : Réponse de vitesse linéaire $u(m/s)$



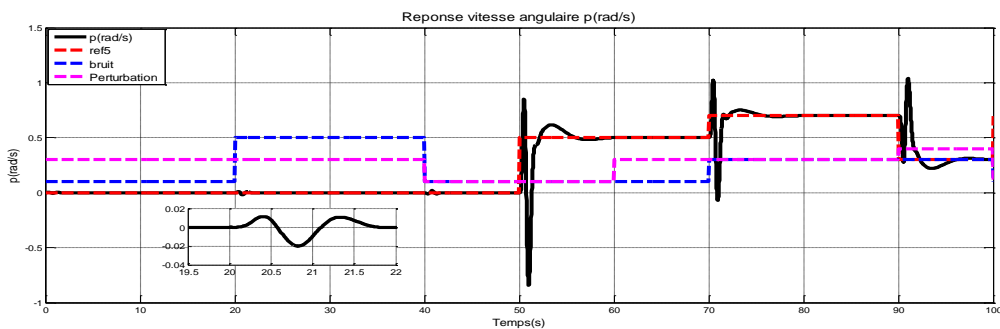
(b): Réponse de vitesse linéaire $v(m/s)$

Figure IV. 20 : Réponse vitesse linéaire (m/s) pour vol translation

La figure (IV.21) se concentre sur la réponse de vitesse angulaire. Notamment, certaines oscillations sont observées lorsque le point de consigne change. Cependant, le système se stabilise rapidement, en respectant de manière efficace les consignes malgré ces variations initiales. Cette stabilisation démontre la capacité du contrôleur à gérer changements dynamiques des conditions de vol.



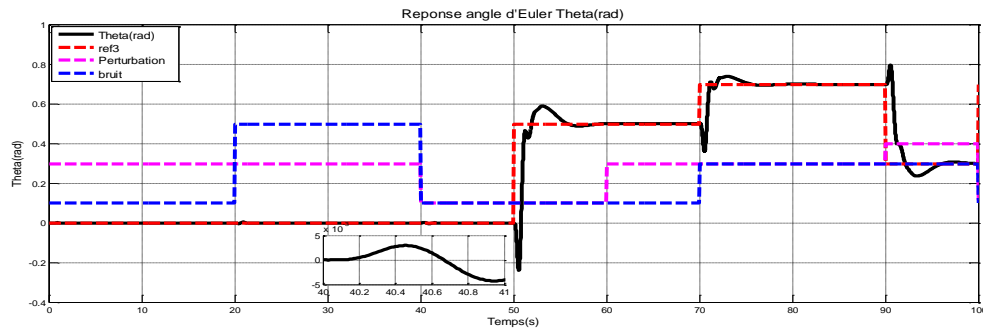
(a) : Réponse de vitesse angulaire $q(rad/s)$



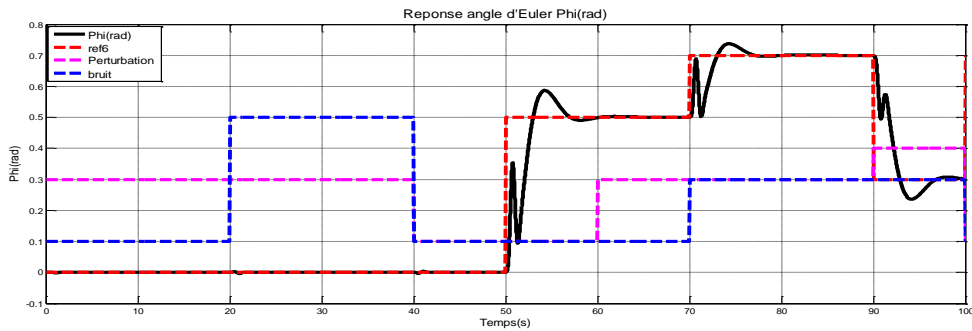
(b) : Réponse de vitesse angulaire $p(rad/s)$

Figure IV. 21 : Réponse vitesse angulaire (rad/s) pour vol translation

La figure (IV.22) présente la réponse des angles de roulis et de tangage. Ces angles suivent étroitement les points de consigne avec seulement des variations minimales causées par l'insertion de bruit et de perturbations. Cette déviation minimale souligne la précision du contrôleur dans le maintien de l'attitude souhaitée du hélicoptère.



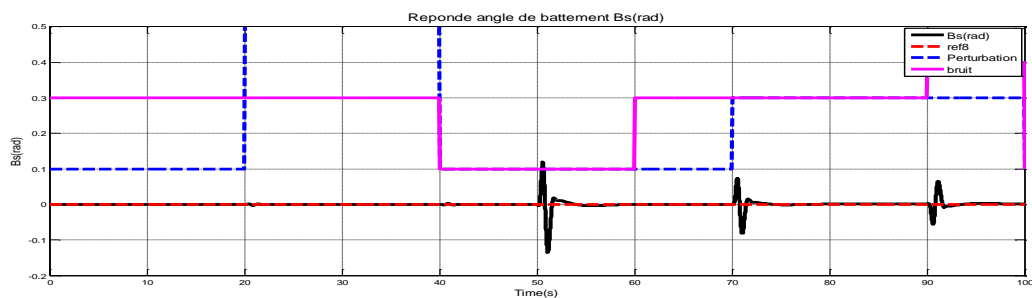
(a) :Réponse angle d'Euler $\Theta(\text{rad})$



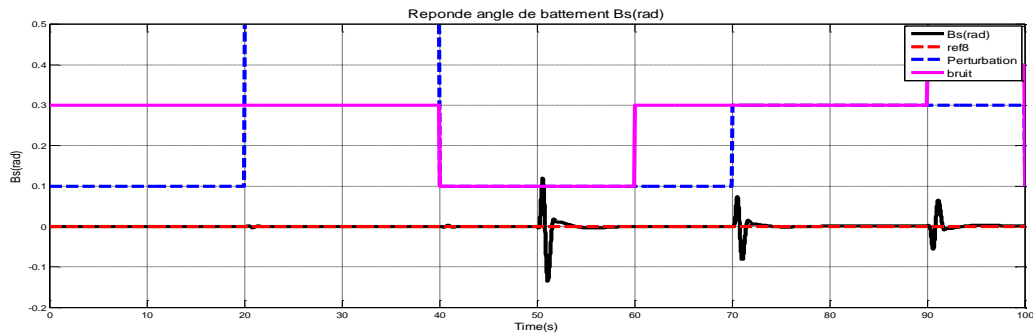
(b) :Réponse angle d'Euler $\Phi(\text{rad})$

Figure IV. 22 : Réponse les angles d'altitude (rad) pour vol translation

La figure (IV.23) montre les réponses des angles de battement B_s et B_c pendant le vol de translation vers l'avant. Remarquablement, les deux Les angles restent proches de zéro, même lorsqu'ils sont perturbés. Ce comportement constant est un indicateur fort de la stabilité du système pendant les manœuvres de translation.



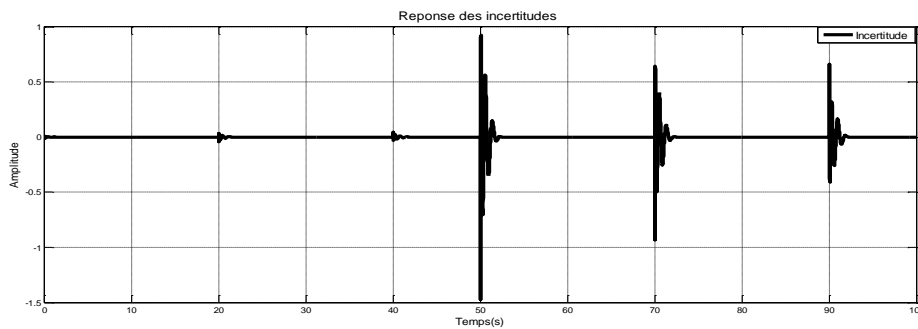
(a) :Réponse angle de battement $B_s(\text{rad})$



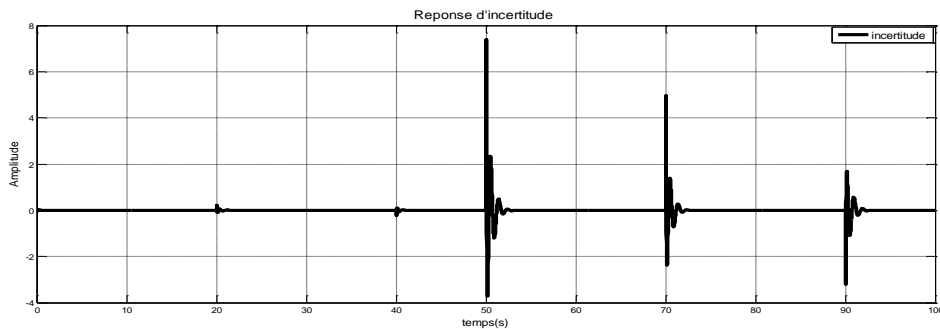
(b) : Réponse angle de battement $B_c(rad)$

Figure IV. 23 : Réponse angle de battement (rad) pour vol translation

L'effet des incertitudes sur les réponses est illustré dans la figure (IV.24), et il est évident que l'ajout de perturbations et de bruit a un impact direct sur leur amplitude.



(a) : Réponse des incrtitudes01



(b) : Réponse des incrtitudes02

Figure IV. 24 : Réponse des incertitudes pour vol translation

A partir de ces observations, on peut conclure que Le contrôleur assure non seulement un vol efficace vers l'avant, mais aussi maintient la stabilité face aux incertitudes, au bruit, et les perturbations. Ces résultats valident la robustesse et la fiabilité du contrôleur dans la gestion du vol stationnaire et les modes de vol de translation sous une variété de conditions.

Dans la figure (IV.25), on observe la translation vers l'avant de l'hélicoptère. L'hélicoptère atteint le point de consigne avec un niveau acceptable de dépassement en vitesse linéaire u et

v. Notamment, un dépassement est réalisé avec des changements plus petits dans les signaux de référence.

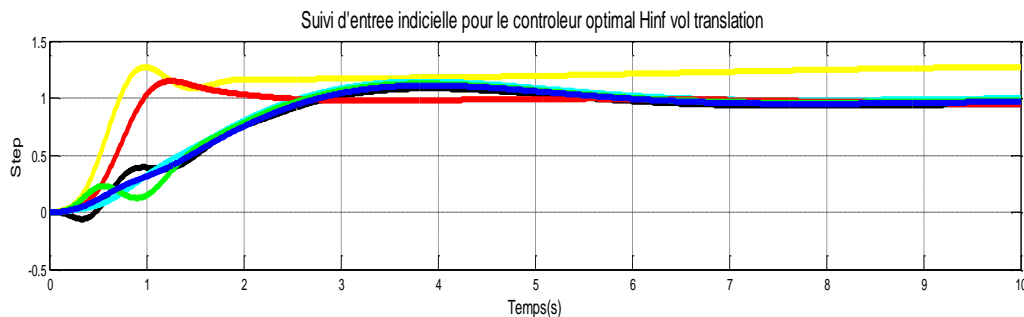


Figure IV. 25 : Réponse indicielle pour le contrôleur optimal H_∞ pour vol translation

D'après les résultats précédents, on confirme l'efficacité du contrôleur pour réaliser un vol translation vers l'avant.

Le tableau (IV. 2) résume certains paramètres de performance transitoires du hélicoptère incertain en utilisant le Contrôleur optimal de H_∞ pour un vol translation.

Réponse paramètre	Les performance du USSH pour un échelon Vol translation					
	u	V	Theta	Phi	p	q
Temps de montée (s)	0.39s	0.49s	1.71s	1.85s	2.01s	1.83s
Dépassement (%)	27%	17%	14%	14%	14%	14%
Peak- time (s)	0.99s	1.23s	4s	4s	4s	4s

Tableau IV. 2 : les performance du USSH pour vol translation

6 Conclusion

Ce chapitre s'appuie sur les études menées aux chapitres précédents pour synthétiser la loi de commande H_∞ , la validation en simulation, ces simulations sont réalisées en deux modes de vol (vol stationnaire et vol de translation) en présence des incertitudes paramétriques du système et des perturbations extérieures. L'objectif de ce chapitre est principalement en termes de performance (dépassement, temps de réponse et rejet de

perturbation)et de robustesse (capacité à maintenir la stabilité ou les performances face aux incertitudes paramétrique). le contrôleur élaborés dans ce chapitre représente une efficacité pour le suivi de trajectoire de deux mode de vol (stationnaire et translation) en présence des incertitudes et perturbation , et assurer la stabilité face aux incertitudes, au bruit, et les perturbations.

Conclusion générale et perspective

Conclusion générale et perspective

Le travail présenté dans ce mémoire de doctorat porte sur la stabilisation et commande robuste en poursuite de trajectoire d'un mini hélicoptère autonome .

Les drones ou UAV (UnmannedAerialVehicles) sont des engins volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon semi autonome ou en mode téléguidé. En effet, ils sont bien adaptés pour la réalisation de missions qui mettraient potentiellement un équipage en danger ou qui nécessitent une présence permanente sur zone déterminée. Les applications civiles des drones se généralisent de plus en plus dans des domaines tels que la surveillance du trafic autoroutier, la prévention des feux de forêts, la récolte de données météorologiques ou bien encore l'inspection d'ouvrages d'art.

Au cours de mon travail de thèse, j'ai eu l'occasion de découvrir la richesse des problèmes posés à l'automaticien pour le contrôle des hélicoptères : leur instabilité naturelle, leur caractère fortement non linéaire, le fort couplage entre les axes et surtout, cette présence perturbation incontournable (rafale de vent) et les différents types d'incertitudes paramétriques structure et non structure . De plus, l'hélicoptère est un système complexe non-linéaire à plusieurs variables, instable notamment en mode de vol quasi-stationnaire (il a une dynamique de zéros instable) et présentant une dynamique fortement couplée.

Dans ce projet on a adopté le modèle mathématique d'hélicoptère qui est développé par la NASA , Le modèle non linéaire a été dérivé avec le but de décrire le comportement dynamique d'un hélicoptère. Pendant le processus de modélisation, le modèle a été divisé en trois parties: les équations du corps rigide, les équations des forces et des couples et les équations des angles de battement et de poussée qui décrivent le mouvement des pales du rotor principal lors de l'application d'une entrée au plateau cyclique. Dans cette modélisation, on a fait des hypothèses de simplification concernant la vitesse du vent (considérée nulle) et, l'effet aérodynamique de la force de traînée (drag force) sur le fuselage de l'hélicoptère. Chacune de ces parties a été mise en œuvre dans Matlab et ensuite assemblées dans un modèle complet.

Conclusion Générale et Perspective

En suite nous avons donné une vision générale sur La commande H_∞ présente tout d'abord quelques outils nécessaires à l'approche H_∞ , dans ce chapitre quelques méthodes incluses dans la présentation et la résolution des problèmes de la synthèse H_∞

La synthèse H_∞ est très efficace lorsqu'on veut réutiliser les connaissances acquises lors de la synthèse des correcteurs classiques. Elle permet souvent d'en améliorer les qualités ou de pouvoir simplement, à partir de correcteurs classiques disposés dans chaque boucle de commande, passer à un correcteur multivariable.

Enfin la synthèse H_∞ est un outil très intéressant pour analyser la robustesse en stabilité des systèmes.

Et aussi les différents types des incertitudes Les origines de provenances des incertitudes sont multiples : incertitudes sur des paramètres Physiques, dynamiques négligées, fonctionnements sous des conditions extrêmes, etc. on a représenté les deux types : structurées et non structurées .

Ensuite, nous avons exploré la synthèse de contrôleur robuste, en mettant l'accent sur la commande H_∞ . Cette approche de conception de contrôleurs offre un outil puissant pour déterminer une loi de commande efficace qui reste stable et performante malgré la présence de perturbations extérieures et des incertitudes paramétriques (changement dans le paramètre de la masse d'hélicoptère). Grâce à la commande H_∞ , nous serons en mesure de trouver des structures et des paramètres de contrôleurs fixes qui garantissent la robustesse du système.

Enfin, nous avons procédé à la simulation du système commandé en utilisant une réponse impulsionnelle pour évaluer la stabilité (Entrée Bornée / Sortie Bornée) et les performances du système bouclé, Des tests de robustesse ont été réalisés pour évaluer la capacité du système à maintenir sa stabilité et les performances souhaitées malgré les variations des perturbations extérieures et des incertitudes paramétriques .

Des résultats satisfaisants ont été obtenus grâce à l'application de la commande robuste par H_∞ sur l'hélicoptère en deux modes vols (stationnaire et translation) , notamment en termes de stabilité du système bouclé. Le contrôleur H_∞ a permis de maintenir la stabilité de l'hélicoptère face aux incertitudes paramétriques . Ces résultats démontrent l'efficacité du contrôleur H_∞ , dans le contexte de la stabilisation de l'hélicoptère et soulignent son importance pour garantir la stabilité et les performances robustes du système.

Perspectives :

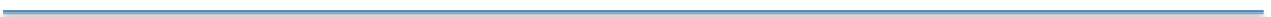
Conclusion Générale et Perspective

Pour les futures études dans le domaine de l'aéronautique , nous proposons :

- Envisageable d'utiliser la commande μ -analyse afin de minimiser les incertitudes structurées.
- L'utilisation de la commande μ -analyse permettrait de prendre en compte les incertitudes de manière plus précise et d'optimiser la robustesse du système face à celles-ci.
- Utilisation des méthodes de réductions d'ordre de contrôleur.

Ces approches complémentaires pourraient donc être explorées dans le cadre de futures études visant à améliorer davantage la commande des hélicoptères.

Bibliographies



Bibliographie

- [1] P. Cazin. La révolution des drones. Académie nationale de l'air et de l'espace, P87. 2004.
- [2] N. Achotte. Conception, optimisation et dimensionnement de motrices planaires à aimants permanents pour drones miniatures en vol stationnaire. PhDthesis, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, Université Joseph Fourier, 2005.
- [3] Mieux connaître les drones ,site web :<https://www.onera.fr> .le 21.09.2023.
- [4] R.K Barnhat, S.B.Hottman, D.M.Marshall et Shappee, Introduction to unmanned Aircraft System ,Taylor and Francis,2012.
- [5] Laurence R.'Nuke' Newcome,Unmanned Aviation ,Abrief history of Unmanned Aerial Vehicules.
- [6] R.Lozano,P.Castillo,S.Salazar,D.Lara, 'Stabilisation de véhicules aériens a décollage vertical :Théorie et application ',Rapport Heudiasyc,UMR CNRS 6599-UTC Compiègne ,2005.
- [7] All the world's Rotocraft, :<https://www.aviiastar.org> .le 21.09.2023.
- [8] European Aeronautic Defense and space company,EADS N.V: <https://www.eads.net> . le 21.09.2023.
- [9] J.G Leishaman,'The Breguet Richet Quad-Rotor Helicopter of 1907'[on line] accessed in April 2006.Available at : <https://www.ena.eumd.edu/AGRC/Aero/Breguet.pdf>.
- [10] Damien EYNARD. Capteur de stéréovision hybride pour la navigation des drones. Thèse de Doctorat de l'université de picardie jules verne,2011.
- [11] J.M.Pflimlin, 'Commande d'un mini drone à hélice carénée :De la Stabilisation dans le vent a la navigation autonome 'Thèse de doctorat ,école Doctorale système de Toulouse ,France,2006.
- [12] A.Drouot. Stratégie de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile miniature. Thèse de Doctorat de l'université de Lorraine 2013.
- [13] W Achour. Estimation à erreurs borées et guidage pilotage des aéronefs autonomes en milieu perturbé. Thèse de Doctorat de l'Ecole doctorale STITS, France, 2011. (Cité en pages 22 et 29.)
- [14] A. Budiyo et S. S. Wibowo. Optimal Tracking Controller Design for a Small Scale Helicopter. Journal of Bionic Engineering, vol. 4, no. 4, p. 271-280, 2007. (Cité en page 23.)
- [15] H J Kim et D Shim. A Flight Control System for Aerial Robots : Algorithms and Experiments. Control Engineering Practice, 11, pp 1389-1400, 2003. (Cité en page 23.)
- [16] E.Larouche .Cours de commande robuste. Université de Strasbourg, Telecom Physique Strasbourg, Master Image, Robotique et Ingénierie pour le vivant 2016.
-

Bibliographie

- [17] Zhou,K.et Doyle ,J.C.Essentials of robust control,Volume 104.Prentice hall Upper Saddle River,NJ.
- [18] Robinson ,D.C Doherty,E.,Tsai,S.et Chung,H.(2013).Design and system identification of a micro coaxial helicopter testbed.in international Conference on Advanced Intelligent Mechatronics,page 1423-1428.IEEE/ASME.
- [19] Abbeel,P.Ganapathi,V.et Ng,A.(Y.2005)Learning vehicular dynamics, with application to modeling helicopters.In Advances in Neural Information Processing Systems,page1-8.
- [20] Koehl,A.,Boutayeb,M.,Rafaralahy ,H.et Martinez,B(2010).Wind –disturbance and aerodynamic parameter estimation of an experimental launched micro air vehicle using an EKF-like Observer. In conference on Decision and Control,page 6383-6388.IEEE.
- [21] Klein,V.et Morelli,E.A.(2006).Aircraft system identification: theory and practice. American Institute of Aeronautics and Astronautics Reston, Va , USA.
- [22] Zipfel,P.H.(2007).Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics. AIAA, second edition chapitre(3).
- [23]Kim,H.W.et Brown,R.E.(2008).Modelling the aerodynamics of helicopter—from anisolated rotor to a complete aircraft.in EKC2008 Proceedings of the EU-Korea conference on science and Technology,page 45-59.springer.
- [24] Leishman,J.G.(2006).Principles of helicopter aerodynamics.Cambridge University Press.
- [25] Padfield,D.G.(2008).Helicopter flight dynamics.Wiley-Blackwell,2nd edition.
- [26] Drouot,A.Richard ,E.et Boutayeb,M(2014).Hierarchical backstepping-based control of agun launched mav in crosswinds:Theory and experiment.control Engineering practice,25:16-25.
- [27] Schafroth,D.,Bermes,C.Bouabdallah,S.Siegwart,R.(2010).Modeling,system identification and robust control of coaxial micro helicopter.control Engineering Practice,18(7):700-711.
- [28] Klein,V.et Morelli,E.A. (2006).Aircraft system identification :theory and practice.American Institute of Aeronautics and Astronautics Reston ,Va,USA.
- [29] Emmanuel.R (2017). Contribution à la modélisation ,l’identification et la commande d’un hélicoptère miniature .thèse de doctorat Université de Strasbourg.
- [30] Seddon,J.M.et Newman ,S.(2011).basic helicopter aerodynamics,volume40.com.
- [31] Guilhem L(2012) (Prévision des charges aéromécaniques des rotors d’hélicoptère Application aux pales à double flèche) Thèse de Doctorat, Université Lyon .
- [32] Raletz;R.(1995).Theorie elementaire de l’helicoptere.Cepadues.
-

Bibliographie

- [33] Ulrik B. Hald « Autonomous Helicopter Modelling and Control » Université AALBORG UNIVERSITY ,2005.
- [34] R. Chen. "Simplified Rotor System Mathematical Model for Piloted Flight Dynamics Simulation". Technical Report Technical Memorandum 78575, NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA, 1980.
- [35] A.Gessow and G.C.J. Myers. Aerodynamics of the Helicopter. Frederick Ungar Publishing Co., New York, NY, 1952.
- [36] Robert T.N.chen (Effects of primary rotor parameters on flapping dynamics)NASA TP-1431.January 1980.
- [37] Hurzeler,C.(2013).Modeling and design of Unmanned Rotorcraft Systems for Contact Based Inspection. These de doctorat,Diss.,Eidgenossische Technische Hochschule ETH Zurich,Nr.21083.
- [38] R. Chen. "Effects of Primary Rotor Parameters on Flapping Dynamics". Technical Report TP-1431, NASA, 1980.
- [39] Ioannis A et al "Linear Tracking Control for Small-scale Unmanned Helicopters" IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 20, NO. 4, JULY 2012.
- [40] Budiyo, A., Sudiyanto, T., Lesmana, H. (2008). First principle approach to modeling of small scale helicopter. arXiv preprint arXiv:0804.3895 <https://doi.org/10.48550/arXiv.0804.3895>.
- [41] BENLATRECHE,A., « Contribution à la commande robuste H_∞ de systèmes à grande échelle d'enroulement de bandes flexibles ». Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, 26 Janvier 2007.
- [42] ZAMES,G., « Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximations». IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 26, issue N°4, 1981
- [43] LAVIGNE,L., « Outils d'analyse et de synthèse des lois de commande robustes des systèmes dynamiques plats », Thèse de Doctorat, Université Bordeaux I, 17 Juin 2003.
- [44] SCORLETTI, G., FROMION,V., « Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle H_∞ », Cours AU32 du Master Recherche ESCI 2A UFR de Sciences, Université de Caen/Basse Normandie, France, 2007.
- [45] LAHMER, « Implantation expérimentale de la commande robuste par un contrôleur H_∞ », Mémoire de Magister, Université de Batna, 12 Janvier 2011.
- [46] G.Duc, S. Font, "Commande H_∞ et μ -analyse", Hermès Science Publication, 1999.
-

Bibliographie

- [47] Zhou, K., Doyle, J.C., Glover, K. (1996). Robust and Optimal Control. PrenticeHall, Englewood Cliffs, NJ, USA.
- [48] A. Packard, J. Doyle, et G. Balas. «Linear, multivariable robust control with a μ perspective». ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, tome 115, no 2, pages 310–319, 1993.
- [49] KEMIN ZHOU, JOHN C. DOYLE and KEITH GLOVER, “ Robust and optimal Control”, PRENTICE HALL, Englewood Cliffs, New Jersey 07632.
- [50] Gahinet, P., et Apkarian, P. A linear matrix inequality approach to H_∞ control. International journal of robust and nonlinear control, 1994, vol. 4, no 4, p. 421-448.
- [51] Iwasaki and R.E. Skelton, All controllers for general H_∞ control problem: LMI existence condition and state space formulas, Automatica, vol. 30, n° 8, pp. 1307-1317,1994.
- [52] Boyd S., L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control, Studies in Applied Mathematics SIAM, 1994.
- [53] Kwakernaak, H. (2002). Mixed sensitivity design. IFAC Proceedings Volumes, 35(1): 61-66. <https://doi.org/10.3182/20020721-6-ES-1901.01236>.
- [54] Sanjeeva, S.D.A., Parnichkun, M. (2019). Control of rotary double inverted pendulum system using mixed sensitivity H_∞ controller. International Journal of Advanced Robotic Systems, 16(2). <http://doi.org/10.1177/1729881419833273>.
- [55] Sanjeeva, S.D.A., Parnichkun, M. (2019). Control of rotary double inverted pendulum system using mixed sensitivity H_∞ controller. International Journal of Advanced Robotic Systems, 16(2). <http://doi.org/10.1177/1729881419833273>
- [56] Choudhary, S.K. (2014). Robust feedback control analysis of magnetic levitation system. WSEAS Transactions on Systems, 13(27): 285-291. <http://doi.org/10.5281/zenodo.2590932>.
- [57] Alotaibi, J., Morales, R.M. (2018). Mixed-sensitivity hinfinity on-blade control. Proceedings of the 44th European Rotorcraft Forum, Delft, The Netherlands, pp 1-8.
- [58] Zenir, Y., Said, L.M. (2017). Robust H_∞ controller of a nonlinear unstable system: Robotics wrist. International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 4: 273-278.
-

Bibliographie

- [59] McFarlane, D.C., Glover, K.: Robust Controller Design Using Normalized Coprime Factor Plant Descriptions. Lecture Notes in Control and Information Sciences, vol. 138. Springer, Berlin (1990).
- [60] Safonov, M.G.: Stability margins of diagonally perturbed multivariable feedback systems. IEE Proc. Part D, Control Theory Appl. 129, 251–256 (1982).
- [61] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V.: Linear Matrix Inequality in Systems and Control Theory. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia (1994).
- [62] Gahinet, P., Apkarian, P.: A linear matrix inequality approach to H_∞ control. Int. J. Robust Nonlinear Control 4, 421–448 (1994).
- [63] Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J., Chilali, M.: LMI Control Toolbox. The MathWorks, Natick (1995).
- [64] Sahin, İ.H., Kasnakoğlu, C. (2015). An affine parameter dependent controller for an autonomous helicopter at different flight conditions. IFAC-PapersOnLine, 48(9): 174-179. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.08.079>.
-

Abstract

This work focuses on achieving robust optimal control for helicopter's longitudinal and lateral flight by applying the mixed sensitivity of the H_∞ norm approach. The main objectives are to ensure stabilizing and robust performance of the helicopter control system in these specific motion subsystems. The study takes into account uncertainties, disturbances, and noise that can affect the helicopter during flight. The mathematical model utilized in this research encompasses six degrees of freedom and exhibits strong non-linear characteristics with unstable coupling dynamics. By employing the mixed sensitivity design method, the study aims to enhance the control system's resilience and performance in front of various challenges. The simulation results show that the considered H_∞ controller presents a good performance in the presence of step input disturbances and noise in both cases, hovering and translation flights.

Keywords: *helicopter, small-scale, longitudinal-lateral flight, mixed sensitivity, uncertainties*

Résumé:

Ce travail vise à obtenir un contrôle optimal robuste pour le vol longitudinal et latéral de l'hélicoptère en appliquant la sensibilité mixte de l'approche H_∞ norme. Les principaux objectifs sont d'assurer la stabilité et la performance robuste du système de contrôle de l'hélicoptère dans ces sous-systèmes de mouvement spécifiques. L'étude tient compte des incertitudes, des perturbations et du bruit qui peuvent affecter l'hélicoptère pendant le vol. Le modèle mathématique utilisé dans cette recherche comprend six degrés de liberté et présente de fortes caractéristiques non linéaires avec une dynamique de couplage instable. En utilisant la méthode de conception de sensibilité mixte, l'étude vise à améliorer la résilience et la performance du système de contrôle face à divers défis. Les résultats de simulation montrent que le contrôleur H_∞ considéré de présente une bonne performance en présence de perturbations extérieur et de bruit dans les deux cas de vols, en vol stationnaire et en translation .

Mots-clés : *hélicoptère, à petite échelle, vol longitudinale-latérale, sensibilité mixte, incertitudes.*

المخلص

يركز هذا العمل على تحقيق التحكم الأمثل القوي في الرحلة الطولية والجانبية لطائرة هليكوبتر من خلال تطبيق وتمثيل الأهداف الرئيسية في ضمان تحقيق الاستقرار والأداء القوي لنظام التحكم H_{∞} الحساسية المختلطة لنهج القاعدة في طائرات هليكوبتر في هذه النظم الفرعية الخاصة بالحركة. تأخذ الدراسة في الاعتبار الشكوك والاضطرابات والضوضاء التي يمكن أن تؤثر على المروحية أثناء الرحلة. يشمل النموذج الرياضي المستخدم في هذا البحث ست درجات من الحرية ويظهر خصائص قوية غير خطية مع ديناميكيات اقتران غير مستقرة. من خلال استخدام طريقة تصميم الحساسية المختلطة و تهدف الدراسة إلى تعزيز مرونة وأداء نظام التحكم أمام التحديات المختلفة. تظهر نتائج المدروسة تقدم أداءً جيدًا في وجود اضطرابات في المدخلات والضوضاء في كلتا الحالتين من رحلات.

الكلمات المفتاحية: الطائرة- صغيرة- الطيران الطولي الجانبي - الحساسية المختلطة- عدم اليقين.

Annexe



Notations et paramètre des matrices

Les valeurs de A et B pour le modèle linéarisé respectivement :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A = \begin{bmatrix}
 -0.0003 & 0 & 0.0327 & 1.4935 & -0.0000 & 0.0022 & 0 & 0 & 0.3166 & -0.0600 \\
 0 & -0.0247 & 0 & 1.4912 & 0 & 0 & -1.8035 & 0 & 0 & 0 \\
 0.0392 & 0.0520 & -4.2087 & 0 & 0.0029 & -0.2874 & 0 & -0.0004 & -40.7912 & 7.7303 \\
 0 & 0 & 0.9984 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0561 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.0022 & 0.0837 & -0.0013 & -0.0330 & 32.1147 & 0.0031 & 0.0600 & 0.3166 \\
 0.0087 & -0.0137 & 0.9009 & 0 & -0.1367 & -13.1967 & 0 & 0.0377 & 24.2306 & 127.8602 \\
 0 & 0 & -0.0026 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & -0.0464 & 0 & 0 \\
 0.0003 & -0.1173 & 0.0351 & 0 & 0.0634 & -0.4921 & 0 & -0.2569 & 0.9450 & 4.9865 \\
 0.0173 & 0 & -1.0000 & 0 & 0 & -0.0264 & 0 & 0 & -3.9620 & 0 \\
 0 & 0 & -0.0264 & 0 & 0.0173 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 & -3.9620
 \end{bmatrix} \\
 \\
 A = \begin{bmatrix}
 -0.0248 & 0.2111 & -0.0400 & 0 \\
 -0.5470 & 0 & 0 & 0 \\
 1.6205 & -27.1941 & 5.1535 & 0.0220 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -0.0032 & 0.0400 & 0.2111 & 0.0410 \\
 0.0051 & 16.1537 & 85.2401 & 0.5670 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1.6712 & 0.6300 & 3.3244 & -2.8223 \\
 0 & -3.1696 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 3.1696 & 0
 \end{bmatrix}
 \end{array} \right.$$

Les matrices incertitude complète, \hat{A}_p , \hat{B}_p respectivement :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \hat{A}_p = \begin{bmatrix}
 -0.0003 & 0 & 0.0327 & -0.0000 & 0.0022 & 0 & 0 & 0.3166 & -0.0600 \\
 0 & -0.0247 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0.0000 & 0 & 0.0022 & -0.0013 & -0.0330 & 0.0031 & 0.0600 & 0.3166 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} \\
 \\
 \hat{B}_p = \begin{bmatrix}
 -0.0248 & 0.2111 & -0.0400 & 0 \\
 -0.5470 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -0.0032 & 0.0400 & 0.2111 & 0.0410 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \end{array} \right.$$

Les matrices du Le mouvement longitudinal latérale :

Annexe

$$A_{ll} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_q}{m} - w_0 & -g \cos \theta & \frac{X_v}{m} & \frac{X_p}{m} & 0 & \frac{X_{\delta c}}{m} k_B & \frac{X_{\delta a}}{m} k_B \\ \frac{M_u}{I_{yy}} & \frac{M_q}{I_{yy}} & 0 & \frac{M_v}{I_{yy}} & \frac{M_p}{I_{yy}} & 0 & \frac{M_{\delta c}}{I_{yy}} k_B & \frac{M_{\delta a}}{I_{yy}} k_B \\ 0 & \cos \phi_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Y_u}{m} & \frac{Y_q}{m} & -g \sin \phi_0 \sin \theta_0 & \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} + W_0 & g \cos \phi_0 \cos \theta_0 & \frac{Y_{\delta c}}{m} k_B & \frac{Y_{\delta a}}{m} k_B \\ \frac{L'_u}{m} & \frac{L'_q}{m} & 0 & \frac{L'_v}{m} & \frac{L'_p}{m} & 0 & \frac{L'_{\delta c}}{m} k_B & \frac{L'_{\delta a}}{m} k_B \\ 0 & \sin \phi_0 \tan \theta_0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\theta_{0,CR}}{16 R_{CR}} & -1 & 0 & 0 & \frac{-\delta \xi}{16} & 0 & \frac{-\delta \xi \Omega}{16} & 0 \\ 0 & \frac{-\delta \xi}{16} & 0 & \frac{\theta_{0,CR}}{16 R_{CR}} & 1 & 0 & 0 & \frac{-\delta \xi \Omega}{16} \end{bmatrix}$$

$$B_{ll} = \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta a}}{m} k_{MR} & \frac{X_{\delta c}}{m} k_{MR} \\ \frac{M_{\delta a}}{I_{yy}} k_{MR} & \frac{M_{\delta c}}{I_{yy}} k_{MR} \\ 0 & 0 \\ \frac{Y_{\delta a}}{m} k_{MR} & \frac{Y_{\delta c}}{m} k_{MR} \\ \frac{L'_{\delta a}}{m} k_{MR} & \frac{L'_{\delta c}}{m} k_{MR} \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\gamma \xi \Omega}{16} k_{CR} \\ \frac{-\gamma \xi \Omega}{16} k_{CR} & 0 \end{bmatrix}, C_{ll} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = [u \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ B_c \ B_s]^T$$

$$\bar{u} = [\delta_c \ \delta_a]^T$$

$$y_1 = [u \ q \ \theta \ v \ p \ \phi \ B_c \ B_s]^T$$

$$A_{ll} = \begin{bmatrix} -0.0003 & 0.0327 & -32.1653 & -0.0000 & 0.0022 & 0 & 0.3166 & -0.0600 \\ 0.0392 & -4.2087 & 0 & 0.0029 & -0.2874 & 0 & -40.7912 & 7.7303 \\ 0 & 0.9984 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0000 & 0.0022 & 0.0837 & -0.0013 & -0.0330 & 32.1147 & 0.0600 & 0.3166 \\ 0.0087 & 0.9009 & 0 & -0.1367 & -13.1967 & 0 & 24.2306 & 127.8602 \\ 0 & -0.0026 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0173 & -1.0000 & 0 & 0 & -0.0264 & 0 & -3.9620 & 0 \\ 0 & -0.0264 & 0 & 0.0173 & 1.0000 & 0 & 0 & -3.9620 \end{bmatrix}$$

$$B_{ll} = \begin{bmatrix} 0.2111 & -0.0400 \\ -27.1941 & 5.1535 \\ 0 & 0 \\ 0.0400 & 0.2111 \\ 16.1537 & 85.2401 \\ 0 & 0 \\ -3.1696 & 0 \\ 0 & 3.1696 \end{bmatrix}$$

Transformation Linéaire Fractionnaire (LFT)

Les LFT (en anglais Linear Fractional Transformations) sont des objets génériques qui apparaissent dans de nombreux problèmes de modélisation et de commande pour les systèmes dynamiques. En particulier,

- la formulation du problème H_∞ mais aussi du problème H_2 se fait à travers la forme standard qui n'est autre qu'une expression de type LFT entre le système augmenté et le compensateur.
- – les incertitudes dynamiques ou paramétriques apparaissent dans le schéma de commande à travers une expression LFT.
- l'universalité des LFT se justifie par le fait que toute expression rationnelle peut se réécrire en termes de LFT. De plus, la combinaison de ces objets donne à son tour naissance à des objets LFT.

Nous examinons dans cette section les propriétés principales des LFT qui sont susceptibles d'être utiles dans la pratique de la commande robuste et en modélisation.

Définitions

$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$ et en supposant que les inverses existent, les LFT inférieures $F_l(\dots)$ et supérieures $F_u(\dots)$ sont définies par:

$$F_u(M, K) = M_{22} + M_{21}K(I - M_{11}K)^{-1}M_{12}$$

et

$$F_l(M, K) = M_{11} + M_{12}K(I - M_{22}K)^{-1}M_{21}$$

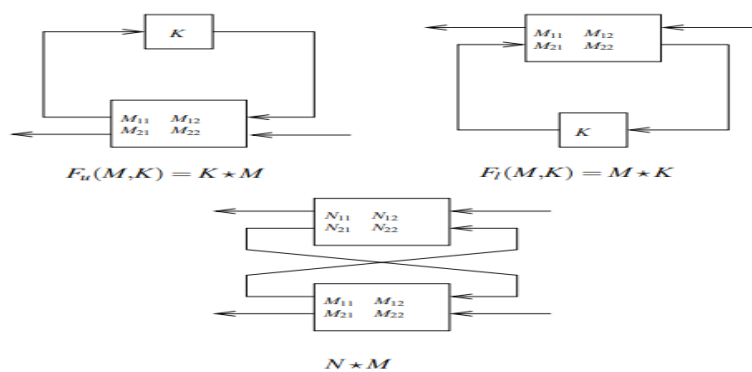
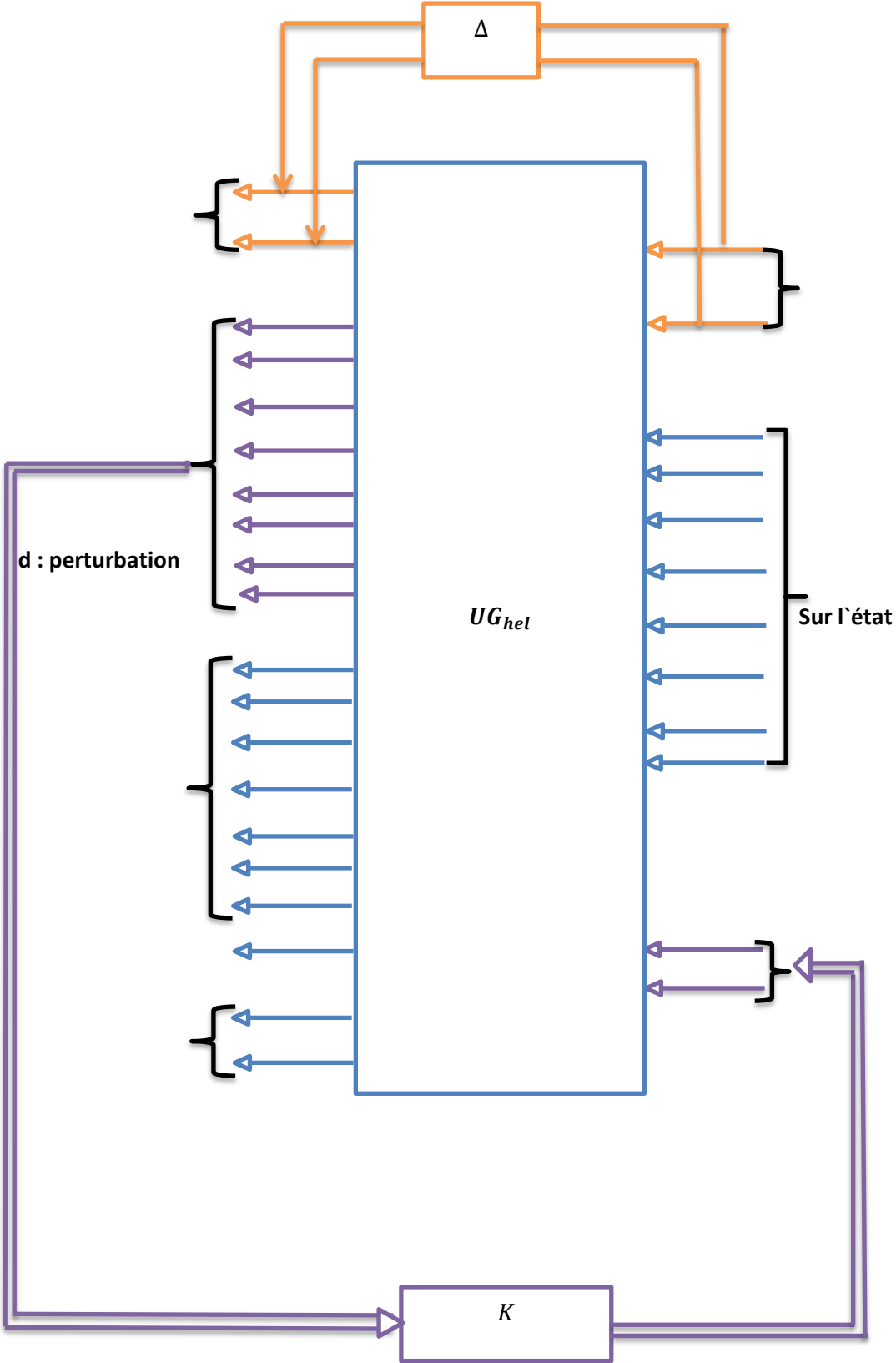


Fig : LFT supérieures et inférieures et produit de Redheffer

Notons que ces expressions sont obtenues par calcul direct du transfert résiduel après rebouclage du bloc K comme indiqué sur la figure A.2.

Système d'interconnexion Boucle ouverte et boucle fermée.



Annexe

