

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ DU 20 AOÛT 1955 SKIKDA

FACULTÉ DE TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE



Thèse

Présenté pour obtenir le diplôme de

Doctorat en Sciences

Spécialité : Traitement de Signal

Par :

Hocine BOUYEDDA

Thème

Contribution à l'identification et l'analyse des systèmes
d'ordre fractionnaire

Devant le Jury :

Président :	Mr Zennir Youcef	MCA,	Université du 20 août 1955 de Skikda
Rapporteur :	Mr Ladaci Samir	Professeur,	Ecole Nationale Polytechnique de Constantine
Co-Rapporteur :	Mr Lashab Mohamed	Professeur,	Université d'Oum Elbouaghi
Examineur :	Mr Illoul Rachid	MCA,	Ecole Nationale Polytechnique d'Alger
Examineur :	Mr Mehenaoui Lamine	MCA,	Université du 20 août 1955 de Skikda
Examineur :	Mr Gherbi Sofiane	MCA,	Université de Badji Mokhtar d'Annaba
Membre Invité :	Mr Sedraoui Moussa	Professeur,	Université du 8 Mai 1945 de Guelma

Soutenu le : 15. 09. 2020

Dédicaces

*A mes parents,
A tout ma famille,
A tous mes amis,*

Remerciements

Avant tout, je tiens à remercier mon dieu **ALLAH** tout puissant qui m'a aidé à faire ce travail et qui m'a donné le courage, la patience et la santé durant toutes ces longues années d'étude afin que je puisse arriver à ce niveau et d'accomplir ma thèse.

Je tiens à remercier très vivement mon directeur de thèse Monsieur, **LADACI Samir** Professeur à l'ENP de Constantine, pour la proposition du sujet de cette thèse et pour m'avoir guidé et conseillé tout au long de ce travail. Je tiens également à lui exprimer toute ma gratitude pour son soutien scientifique et la confiance qu'il m'a accordée pour mener ce travail de recherche.

J'exprime ma gratitude et remerciements à mon co-encadreur de thèse Monsieur, **LASHAB Mohammed**, Professeur à l'université d'Oum-El-Bouaghi.

Je suis très honoré que Monsieur, **ZENNIR Youcef** Maître de conférences à l'université de Skikda, ait accepté de présider le jury de cette thèse. Je remercie également Messieurs, **MEHENNAOUI Lamine** Maître de conférences à l'université de Skikda, **ILLOUL Rachid** Maître de Conférences à l'ENP d'Alger et **GHERBI Sofiane** Maître de conférences à l'université Badji Mokhtar d'Annaba pour l'intérêt qu'ils ont accordé à mon travail en acceptant de l'examiner.

J'adresse un grand merci à Monsieur, **SEDRAOUI Moussa** Professeur à l'université de Guelma, pour son soutien scientifique et humain.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur, **BELMEGNAI Aissa** Professeur à l'université de Skikda pour sa disponibilité et ses encouragements.

Enfin, mes remerciements s'adressent également à tous mes amis, mes collègues de travail et mes collègues des universités : de Skikda, Guelma et Laboratoire d'Automatique et Informatique de Guelma (LAIG), ainsi que l'ensemble de ma famille pour leur soutien tout au long de ces années.

ملخص

الهدف من هذه الأطروحة هو تحسين الاداء الذي توفره الطرق التقليدية المستخدمة في تحديد وحدات التحكم ووضع النماذج لها وتولييفها من أجل مراقبة الأنظمة الصناعية ذات تأخيرات صرفه. لتحقيق هذا الغرض، تم توضيح المساهمات الرئيسية حول تطوير نموذج كسري جديد مع تأخير خالص، أي **FMLODT (Fractional Multi-Low-Order plus Dead-Time)** (ترتيب متعدد كسور بالإضافة إلى الوقت الميت) مزود بأُس كسري (عدد غير صحيح). يتم تحديد اعدادات النموذج الكسري المقترح بواسطة أداة تحسين مناسبة تستند إلى خوارزمية جينية، مما يضمن التقليل الجيد لدالة الهدف تمت صياغتها عبر جذر متوسط الخطأ التريبيعي الناتج عن المسافة بين نموذج التنبؤ والنظام الحقيقي. تم تصنيف هذا النموذج الناتج في نموذجين فرعيين هما: النموذج الكسري بدون تأخير، والذي تم استخدامه لتولييف وحدة التحكم لتثبيت حلقة التحكم ونموذج كسور التأخير مزود بأُس كسري (عدد غير صحيح). تم ربط النظام مع النموذج المقترح باستخدام مبدأ تنبؤ سميث. ومع ذلك، تمت مقارنة ناتج النموذج مع الناتج الذي يوفره النظام الحقيقي الذي يولد انحرافاً في النمذجة يتم إدخاله في سلسلة إرجاع النظام الحلقي. وهذا يتطلب توليف وحدة تحكم قوية تكون موضوع مساهمة ثانية. لهذا الغرض، تم اقتراح مساهمة ثانية في توليف وحدة تحكم الترتيب القوية غير الصحيحة بناءً على مبدأ تنبؤ سميث. تم توفير اعدادات هذا الأخير بشكل تحليلي باستخدام النموذج المرجعي **TTFOR (Three Terms Fractional-Order Reference)** (ثلاث مصطلحات مرجعية كسرية) بناءً على مبدأ التحكم التكيفي.

تم اقتراح مساهمة أخرى لتولييف وحدة تحكم الترتيب الكسري **FOPI^λD^μ** حيث تم تحسين اعدادتها بواسطة خوارزميات **GA** الجينية. التحسين يستند إلى تقليل دالة التكلفة، المحددة بيانياً بواسطة واجهة محاكاة الرسومية. المعيار المستخدم يمثل معيار **ITAE** (تكامل الوقت والخطأ المطلق) حيث تم تحقيق التحسين من خلال الحصول على خمس اعدادات مثالية لبناء نموذج التحكم الكسري المطلوب. أخيراً، للتأكد من صحة فعالية استراتيجية التحكم الجديدة هذه. تم تطبيق هذا الأخير على نظامين هما: مركبة كهربائية نظام هيدروليكي. تؤكد نتائج المحاكاة كفاءة الشكل الجديد لمتنبئ سميث المقترح مقارنة بالأداء المقدم من خلال النمذجة باستخدام عمليات نقل أو توليف على أساس وحدات التحكم التقليدية ذات الترتيب الصحيح.

كلمات مفتاحية

تنبؤ سميث، النظام ترتيب كسري، التحكم الكسري، الخوارزمية الجينية، تحكم كسري **PPD^μ** ، إعدادات، المعلمات، التحسين، تحديد النظام الكسري.

Résumé

L'objectif de cette thèse a pour but d'améliorer les performances fournies par les méthodes conventionnelles utilisées lors de l'identification, la modélisation et la synthèse des contrôleurs pour commander des processus industriels comportant des retards purs importants. A cet effet, les principales contributions ont été articulées autour du développement d'un nouveau modèle fractionnaire à retard pur, i.e. **FMLODT** (Fractional Multi-Low-Order plus Dead-Time) où ce dernier possède une puissance fractale supplémentaire portée sur leur transfert d'ordre non entier. L'optimisation de ses paramètres a été fondée sur les algorithmes génétiques qui assure la bonne minimisation d'une fonction objective formulée via l'écart quadratique moyen générée par la distance entre le modèle de prédiction et le système réel. Ce modèle résultant a été factorisé en deux sous-modèles à savoir : modèle fractionnaire sans retard, qui a été exploité pour la synthèse du contrôleur stabilisant la boucle de commande et un modèle fractionnaire à retard comportant la puissance fractale proposée. L'ensemble modèle-système a été associé en utilisant le principe de prédicteur de Smith. Toutefois, la sortie du modèle a été comparée avec celle fournie par le système réel ce qui génère un écart de modélisation ajouté dans la chaine de retour du système bouclé. Cela nécessitant la synthèse d'un contrôleur robuste qui fait l'objet d'une deuxième contribution. A cet effet, on proposé la synthèse d'un contrôleur robuste d'ordre non entier basé sur le principe PS. Les paramètres de ce dernier sont fournis analytiquement en utilisant le principe de la commande adaptative utilisant le modèle de référence **TTFOR** (Three Terms Fractional-Order Reference).

Une autre contribution a été proposée pour la synthèse du contrôleur **PI^λD^μ** d'ordre fractionnaire où les paramètres ont été optimisés par les algorithmes génétiques **GA**. L'optimisation est basée sur minimisation d'une fonction coût, définie graphiquement par l'interfaçage graphique du Simulink. Elle représente donc le critère **ITAE** (Integral of Time and Absolute Error) pour l'optimisation de cinq paramètres construisant le transfert du contrôleur fractionnaire souhaité. Finalement, une validation est effectuée pour confirmer l'efficacité de cette nouvelle stratégie de commande. Cette dernière a été appliquée à deux systèmes à savoir : un véhicule électrique et un processus hydraulique. Les résultats de simulation confirment l'efficacité de la nouvelle configuration du PS proposé en comparaison avec les performances fournies par la modélisation utilisant les transferts d'ordre entier ou la synthèse basée sur les contrôleurs conventionnels d'ordre entier.

Mots-clés :

Prédicteur de Smith; Système d'ordre fractionnaire; Contrôle d'ordre fractionnaire; Algorithme génétique; Contrôleur **PI^λD^μ** d'ordre fractionnaire; Réglage des paramètres; optimisation; identification du système fractionnaire.

Abstract

The objective of this thesis is to improve the performance provided by the conventional methods used in the identification, modelling and synthesis of controllers to control industrial processes with pure delays. To this effect, the main contributions were articulated on the development of a new fractional model with pure delay, i.e. **FMLODT** (Fractional Multi-Low-Order plus Dead-Time) where the last having an additional fractal power carried on their transfer non-integer order. The optimization of its parameters was founded on genetic algorithms, which ensure the good minimization of an objective function formulated via the root mean square error generated by the distance between the prediction model and the real system. This resulting model was factored into two sub-models namely: fractional model without delay, which has been used for the controller synthesis stabilizing the control loop and a delay fractional model with the proposed fractal power. The model-system set was associated using the Smith predictor principle. However, the output of the model has been compared with that provided by the real system which generates a modelling deviation added in the feedback chain of the looped system. This requires the synthesis of a robust controller that is the subject of a second contribution. For this purpose, a second contribution was proposed in the synthesis of the robust non integer order controller based on the Smith's Predictor principle. The parameters of the latter were provided analytically using the **TTFOR** (Three Terms Fractional-Order Reference) reference model based on the adaptive control principle.

Another contribution has been proposed for the synthesis of the fractional order controller **FOPIAD[#]** where its parameters have been optimized by GA genetic algorithms. The optimization was based on the minimization of a cost function, defined graphically by the Simulink's graphical interfacing. It then represents the ITAE criterion (Integral of Time and Absolute Error) where the optimization was achieved by obtaining five optimal parameters constructing the desired fractional controller transfer. Finally, a validation was performed to confirm the effectiveness of this new ordering strategy. The latter has been applied on two systems namely: an electric vehicle and a hydraulic process. The simulation results confirm the efficiency of the new configuration of the proposed Smith predictor compared to the performance provided by modelling using an integer order transfers or synthesis based on the integer order conventional controllers.

Keywords

Smith predictor; Fractional order system; Fractional order control; Genetic algorithm; Fractional order PID control; Parameter tuning; optimization; fractional identification system.

Table des matières

Liste des abréviations	<i>i</i>
Listes des figures et tableaux.....	<i>ii</i>
Introduction générale.....	1
Chapitre I : Eléments de base du Calcul Fractionnaire	
I.1 Introduction.....	6
I.2 Outils mathématiques de base du calcul fractionnaire	6
I.2.1 Fonction Gamma d'Euler.....	7
I.2.2 Fonction Mittag-Leffler	8
I.2.3 Fonction Beta.....	8
I.2.4 Fonction Miller-Ross (MR).....	8
I.3 Opérateurs d'ordre fractionnaire	9
I.3.1 Définition au sens de Riemann-Liouville (RL)	9
I.3.2 Définition au sens de Caputo	10
I.3.3 Définition au sens de Grunwald-Letnikov (GL)	10
I.4 Transformée de Laplace des opérateurs d'ordres fractionnaires.....	11
I.4.1 Elements de base de la transformee de laplace	11
I.4.2 Transformée de Laplace de l'intégration fractionnaire	13
I.4.3 Transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire	13
I.4.3.1 Transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire selon RL.....	14
I.4.3.2 Transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire selon Caputo	14
I.5 Approximations des opérateurs d'ordre fractionnaire	15
I.5.1 Méthodes d'approximation de la dérivée ou l'intégration fractionnaire	15
I.5.1.1 Méthode de Carlson.....	16
I.5.1.2 Méthode de Charef.....	17
I.5.1.3 Méthode générale du CFE	18
I.5.1.4 Méthode d'Oustaloup.....	18
I.5.2 Méthodes utilisant la réponse fréquentielle du transfert fractionnaire.....	19
I.5.2.1 Méthode de Hartley	19
I.5.2.2 Méthode de Levy.....	20
I.5.2.3 Méthode de Venagre	20
I.5.2.4 Identification fréquentielle par la commande fitfrd du Matlab.....	20

I.6	Système linéaire d'ordre fractionnaire	21
I.6.1	Équation différentielle d'ordre fractionnaire	21
I.6.2	Fonction de transfert d'ordre fractionnaire	21
I.6.3	Représentation d'état des systèmes fractionnaires	22
I.6.4	La stabilité des systèmes d'ordre fractionnaire	22
I.6.5	Fonction idéale de Bode	23
I.7	Conclusion	24
 Chapitre II : Identification des Processus 		
II.1	Introduction	25
II.2	Procédure d'identification d'un système	26
II.3	Apport des principaux modèles utilisés dans la modélisation des processus industriels	27
II.3.1	Modélisation conventionnelle utilisant les transferts d'ordre entier	28
II.3.1.1	Modèle d'ordre entier de premier ordre avec un retard pur	28
II.3.1.2	Modèle d'ordre entier du second ordre avec un retard pur	28
II.3.1.3	Modèle d'ordre entier d'ordre élevé avec un retard pur	29
II.3.2	Modélisation avancée utilisant les transferts d'ordre non entier	29
II.3.2.1	Modèle d'ordre non entier de la première espèce avec un retard pur	29
II.3.2.2	Modèle d'ordre non entier de deuxième espèce avec un retard pur	31
II.3.2.3	Modèle d'ordre non entier d'ordre élevé avec un retard pur	31
II.4	Formulation du problème de modélisation	33
II.5	Apport des principales méthodes d'identification paramétrique	34
II.5.1	Identification paramétrique conventionnelle	34
II.5.1.1	Identification basée sur l'erreur de sortie	34
II.5.1.2	Identification basée sur l'erreur prédiction	35
II.5.1.3	Algorithme du moindre carré simple	36
II.5.1.4	Algorithme du moindre carré récursive	38
II.5.2	Identification paramétrique avancée	39
II.5.2.1	Les algorithmes génétiques GA	39
II.6	Test de simulation des algorithmes génétiques	43
II.6.1	Etape d'identification en vue de modélisation basée sur l'optimisation de l'AG	44
II.7	Conclusion	46

Chapitre III : Identification des paramètres de réglage d'un $PI^{\lambda}D^{\mu}$ fractionnaire en Boucle Fermée

III.1	Introduction.....	47
III.2	Configuration standard de la boucle de contrôle.....	48
III.3	Les entrées-sorties agissant sur le modèle de synthèse	49
III.3.1	Les incertitudes de modélisation	50
III.3.1.1	Incertitudes non-structurées.....	50
III.3.1.2	L'incertitude paramétrique ou structurée.....	51
III.3.2	Analyse temporelle et fréquentielle d'un système bouclé.....	51
III.3.2.1	Spécifications quantitatives dans les réponses indicielle (à l'échelon)	51
III.3.2.2	Fonctions de la sensibilité et la sensibilité complémentaire.....	53
III.3.2.3	La robustesse	54
III.4	Problème de synthèse du contrôleur stabilisant	54
III.4.1	Les différentes structures utilisées lors de la synthèse du contrôleur stabilisant.....	54
III.4.1.1	Conception d'un contrôleur PID classique et $PI^{\lambda}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire...	54
III.4.1.2	La configuration du Prédicteur de Smith (SP).....	55
III.4.1.3	Le contrôle à modèle interne (Internal Model Controller IMC).....	56
III.4.1.4	Equivalence entre le contrôle basé sur le prédicteur de Smith et le contrôle à modèle interne IMC	57
III.4.1.5	Le contrôle adaptatif à modèle de référence MRAC	57
III.4.2	Formulation du problème d'optimisation.....	58
III.5	Identification des paramètres du contrôleur stabilisant (solution du problème de synthèse)	59
III.5.1	Solutions analytiques basées sur les méthodes empiriques.....	59
III.5.2	Solutions basées sur les algorithmes génétiques (GA)	61
III.6	Test de simulation et interprétation des résultats.....	61
III.6.1	Système hydraulique.....	62
III.6.2	systèmes de véhicule électrique	66
III.7	Conclusion.....	73

Chapitre IV : Identification de système fractionnaire à retard par la méthode du Prédicteur de Smith

IV.1	Introduction.....	74
-------------	--------------------------	-----------

IV.2	Procédure de conception proposée pour le schéma SP	76
IV.2.1	Identification des paramètres du modèle FMLODT proposé	76
IV.2.1.1	Identification des paramètres du modèle FMLODT proposé.....	77
IV.2.2	Conception d'un contrôleur fractionnaire robuste	79
IV.2.2.1	L'étape de la synthèse du contrôleur basée sur le modèle TTFOR.....	79
IV.3	Simulation des résultats et discussion.....	85
IV.3.1	Etape de modélisation basée sur l'optimisation de l'AG	86
IV.3.2	Etape de synthèse du contrôleur basée sur le principe MRAC-TTFOR	89
IV.4	Conclusion.....	94
	Conclusion Générale.....	96
	Bibliographie.....	102

Liste des abréviations

ABC	Artificial Bee Colony Algorithm
AE	algorithmes évolutionnistes
CA	Culture Algorithm
CRONE	Commande Robuste d'Ordre non Entier
EITES	Extended Integral of Time and Error Squarred
FPP	fractional power pole (pôle de puissance d'ordre fractionnaire)
FFOPDT	Fractional First Order Plus Dead Time
FMLODT	Fractional Multi-Low-Order Dead-Time
FOPDT	First Order Plus Dead Time
FOPID (PI^λD^μ)	Fractional Order Proportional Integrator Derivate
FITFRD	Fit Frequency Response Data
FRD	Frequency Response Data
FSOPDT	Fractional Second Order Plus Dead Time
GA	Genetic Algorithm
GL	Grunwald-Letnikov
IAE	Integral of Absolute Error
IES	Integral of Error Squarred
IMC	Internal Model Controller
ISOR	Integer Second-Order Reference
ITAE	Integral of Time and Absolute Error
ITES	Integral of Time and Error Squarred
LMSE	Least Mean Square Error (l'erreur quadratique moyenne)
MR	Miller-Ross
MSE	Mean Square Error
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output.
MRAC	Model Reference Adaptive Control
PID	Proportional Integrator Derivate
PSO	Particle Swarm Optimization
RL	Riemann-Liouville
SOPDT	Second Order Plus Dead Time
SP	Smith Predictor
TTFOR	Three Terms Fractional-Order Reference

Liste des figures

Figure I.1 Tracé de la fonction $\Gamma(z)$	7
Figure I.2 Domaine de stabilité des systèmes commensurables dans le plan complexe.....	23
Figure I.3 Boucle de commande idéale de Bode.....	24
Figure II.1: procédure d'identification d'un système.....	27
Figure II.2 Structure d'identification basée sur l'erreur de sortie.....	34
Figure II.3 Structure d'identification basée sur l'erreur de prédiction.....	35
Figure II.4 Modèle du système étudié.....	36
Figure II.5 Schéma de principe d'un Algorithme Génétique.....	40
Figure II.6 Représentation schématique du croisement.....	41
Figure II.7. Représentation schématique de la mutation.....	42
Figure II.8. Le FRD décrivant le comportement réel du processus présenté dans le diagramme de <i>Nyquist</i>	44
Figure II.9 Meilleurs valeur de fitness du critère MSE.....	45
Figure II.10 Diagrammes de <i>Nyquist</i> du processus réel et le modèle FMLODT proposée.....	46
Figure III.1 Configuration standard de la boucle de contrôle.....	48
Figure III.2 Spécifications typiques d'une réponse indicielle.....	52
Figure III.3 Système bouclé classique	53
Figure III.4 Bloc-diagramme du schéma de contrôle du prédicteur de Smith	55
Figure III.5 Bloc-diagramme du schéma de contrôle à modèle interne IMC.....	56
Figure III.6 Schéma fonctionnel du prédicteur de Smith équivalent.....	57
Figure III.7 Schéma bloc d'un contrôle adaptatif à modèle de référence MRAC	58
Figure III.8 Courbes des réponses d'un modèle de l'OFPDT.....	60
Figure III.9 Le bloc diagramme de la méthode de conception	61
Figure III.10 Le bloc diagramme sous Matlab/Simulink	62
Figure III.11 PID Fractional nipid	63
Figure III.12 diagramme de Bode de la fonction de transfert $G_p(s)$	63
Figure III.13 la réponse indicielle aux différentes Erreurs ITAE	64
Figure III.14 la réponse indicielle pour θ optimal	65
Figure III.15 La réponse de la commande U pour θ optimal	65
Figure III.16 Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour θ optimal	65

Figure III.17 Powertrain du véhicule électrique y compris le système de régulation de vitesse	66
Figure III.18 Schéma-Bloc du powertrain de la VE et le système de régulateur de vitesse.....	67
Figure III.19 Blocs Simulink/Matlab utilisés dans l'étape de synthèse de contrôleur du modèle GII.....	69
Figure III.20 Le tracé de meilleur fitness de la fonction de coût <i>ITAE</i>	70
Figure III.21 Blocs Simulink/Matlab utilisés dans le comportement de comparaison de véhicules pour le PID classique et le FOPID optimisé proposé.....	71
Figure III.22 Signal de perturbation	71
Figure III.23 Comparaison des réponses de sortie des contrôleurs FOPID proposé et Diba_DIP	72
Figure III.24 Signaux de commande des contrôleurs FOPID proposé et Diba_PID	72
Figure III.25 Signal de courant dans le régulateur de vitesse VE	72
Figure IV.1 configuration standard de la méthode à erreurs de sortie pour l'identification des paramètres du modèle FMLODT proposé.	77
Figure IV.2 Système en boucle fermée basé sur le principe du prédicteur de Smith	77
Figure IV. 3 Système en boucle fermée du schéma de prédicteur de Smith modifié	78
Figure.IV.4. Conception d'une structure de contrôleur adéquate selon le principe MRAC-TTFOR	79
Figure IV.5. Région de stabilité assurée par le modèle TTFOR.	82
Figure IV.6. Courbes 3D de $t_{s5\%} = f(\xi, \omega_n)$ pour la valeur constante $m = 2$	83
Figure IV.7. Configuration standard fondé sur le modèle FMLODT incompatible utilisé pour l'analyse de robustesse.....	83
Figure IV.8. Modèle parfait limitant la sensibilité de la plante $\left T_{d_u \rightarrow y_r}\right $	84
Figure IV.9. Le FRD décrivant l'allure du processus actuel présenté dans le diagramme de <i>Nyquist</i>	85
Figure IV.10. Meilleurs tracés de fitness du critère MSE.	86
Figure IV.11. Diagrammes de <i>Nyquist</i> du processus réel et le modèle FMLODT proposée.	88
Figure IV.12. Diagrammes de <i>Nyquist</i> des deux FRD extraits de $G_{m_{02}}(s)$ et $\hat{G}_{m_{02}}(s)$	89
Figure IV.13. Block <i>Simulink</i> présentant la partie libre de temps mort $G_{m_{01}}(s)$	89
Figure IV.14. Courbes 3D de $\left\ T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)\right\ _{\infty}$ satisfaisant une bonne dynamique d'atténuation des perturbations de charge.	90
Figure IV.15. Analyse de robustesse basée sur la sensibilité du système, fournie par	

Wang et quatre contrôleurs d'ordre fractionnaire robustes proposés.	91
Figure IV.16. Configuration en boucle fermée utilisée pour l'analyse du domaine temporel.	92
Figure IV.17. Les sorties process fournis par les contrôleurs de Wang et les quatre proposés.....	93
Figure IV.18. La poursuite dynamique de l'entrée de référence du point de consigne assurée par le contrôleur de Wang et les quatre contrôleurs proposés....	93
Figure IV.19. Le rejet dynamique de l'entrée de perturbation assurée par le contrôleur de Wang et les quatre contrôleurs proposés.....	94

Liste des tableaux

Tableau II.1 Les performances du modèle obtenues fournies par le modèle FMLODT proposé et le modèle de Wang	46
Tableau III.1 Formule empirique de réglage de Ziegler – Nichols	60
Tableau III.2 Les meilleurs scores et population	64
Tableau III.3 Les paramètres du système véhicule électrique.....	68
Tableau IV.1 Les performances du modèle obtenues fournies par le modèle FMLODT proposé et le modèle de Wang	87
Tableau IV.2 Évaluations de la performance en termes de compromis robustesse assurée par le contrôleur fractionnaire robuste proposé et le contrôleur de Wang	91

Introduction générale

Tout le monde s'accorde de nos jours à dire que tous les objets réels sont des systèmes d'ordre fractionnaire et aussi les processus dynamiques qui y opèrent sont ont des modèles d'ordre fractionnaire, même si dans certains systèmes l'ordre est très proche d'un ordre entier. De ce fait, il est naturel de considérer cette classe de systèmes dont l'équation différentielle comporte des dérivées d'ordre fractionnaire.

De plus, pour réaliser des tâches d'analyse des propriétés des systèmes, et les tâches de conception de commande appropriée pour ce système, il est très important de connaître un modèle mathématique du système considéré. Le but principal de l'identification est de concevoir la structure et les paramètres d'un modèle mathématique du système. L'identification en vue de modélisation et de contrôle des systèmes non linéaire avec ou sans retard ont attiré plusieurs chercheurs durant ces dernières décennies. A cet effet, plusieurs méthodes d'identification ont été proposées jusqu'à présent pour assurer une bonne performance de processus en boucle fermée. En pratique, on peut remarquer que dans les approches majeures, les performances souhaitées sont limitées par deux étapes de base : une étape d'identification en vue de modélisation qui doit assurer un modèle adéquat décrivant le comportement réel du système de la façon la plus précise que possible et une étape d'identification en vue de la synthèse du contrôleur qui doit assurer un contrôleur robuste stabilisant le système.

Pour atteindre ces objectifs, le calcul fractionnaire [1–3] a été utilisé avec succès avec des résultats satisfaisants pour modéliser et contrôler des processus ayant un comportement dynamique complexe. Oustaloup a proposé la Commande Robuste d'Ordre non Entier (CRONE) et a appliqué cette technique dans plusieurs domaines des systèmes de contrôle. Ce régulateur permet d'assurer la robustesse dans une bande de fréquences donnée. Depuis cette initiative, le contrôle d'ordre fractionnaire attira l'intérêt de beaucoup de chercheurs. Podlubny [4] a proposé le contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\lambda D^\mu$, une généralisation du correcteur PID classique, comprenant l'ordre d'intégration fractionnaire λ et l'ordre de dérivation fractionnaire μ [3]. L'intérêt de ce genre de contrôleurs est justifié par une meilleure flexibilité, puisqu'il a deux paramètres supplémentaires qui sont l'ordre d'intégration et dérivation fractionnaires. Ces paramètres peuvent être employés pour accomplir les caractéristiques

additionnelles pour l'amélioration ou l'optimisation des performances ou d'autres conditions intéressantes pour le système à contrôler.

L'identification du système d'ordre fractionnaire et la synthèse des contrôleurs fractionnaires sont parmi les domaines d'application les plus actifs du calcul fractionnaire [5-7]. En général, la plupart des méthodes d'identification existantes peuvent être classées en techniques du domaine temporel et du domaine fréquentiel à partir desquelles plusieurs chercheurs ont développé des modèles d'ordre fractionnaires. Parmi eux, Poinot et Trigeassou [8] ont proposé une approche du domaine temporel basée sur un modèle d'ordre fractionnaire utilisant la représentation de l'espace d'état, en concevant avec succès le modèle dynamique d'un système de transfert de chaleur. Cois et al. [9] ont modélisé des systèmes non entiers à l'aide de la représentation rationnelle de l'espace d'états, des coefficients modaux, de l'ordre de différenciation, de la valeur propre et de l'algorithme de Marquardt. Lin et al. [10] ont proposé un modèle d'ordre fractionnaire ou leurs paramètres ont été identifiés par la méthode des moindres carrés à l'aide de la méthode d'identification par réponse en fréquence, tandis que Peng et al. [11] ont combiné la recherche d'harmonie avec la méthode des moindres carrés pour résoudre le problème d'identification dans le domaine fréquentiel des systèmes à retard d'ordre fractionnaire.

Une approche similaire utilisant un modèle d'identification défini par une structure ARX généralisée a été proposée par Djouambi et al. [12]. Valério et Costa [13] ont démontré l'approximation de la fonction de transfert fractionnaire basée sur les caractéristiques de phase dans le domaine fréquentiel. Alors que Amairi et al. [14] ont proposé une approche d'identification dans le domaine fréquentiel des systèmes d'ordre fractionnaire, dont les paramètres estimés (ordres de coefficients différentiels) sont exprimés en intervalles.

Dans la même direction, d'autres chercheurs ont proposé des approches pour l'identification combinant les réponses du domaine temporel et du domaine fréquentiel. Rahmani et Farrokhi [15] ont utilisé un modèle de Hammerstein d'ordre neuro-fractionnaire avec un algorithme d'identification systématique pour identifier des systèmes dynamiques non linéaires inconnus. L'analyse détaillée de ces études a permis de constater que la technique d'identification dans le domaine temporel proposée par Poinot et Trigeassou [8] et Cois et al. [9] pourrait approximer la plupart des paramètres

système, y compris l'ordre des fractions, mais la solution de la dérivation et de la matrice inverse est difficile et nécessite des calculs lourds.

Comparativement à la technique du domaine temporel, les méthodes d'identification obtenues par Lin et al. [10] et Valério et Costa [13] ont nécessité un calcul simple, mais l'ordre fractionnaire n'a pas pu être résolu directement. L'inconvénient majeur de ces méthodes apparaît lorsque le retard est important.

La stratégie de contrôle basée sur le principe du Prédicteur de Smith (SP) [16-18] présente une solution alternative souvent utilisée pour résoudre ce problème. Il offre une bonne marge de robustesse face aux incertitudes de modélisation, aux effets de bruit du capteur et à la dynamique non linéaire négligée dans les hautes fréquences. L'intérêt de la technique basée sur le SP réside dans la possibilité d'annuler l'effet de retard du système en boucle fermée [19]. En comparaison avec les techniques classiques de contrôle par rétroaction, les problèmes d'analyse et de conception des systèmes à retard peuvent être facilités à l'aide de principe du Prédicteur de Smith SP. Ce fait a encouragé plusieurs chercheurs à étudier cette méthodologie pour la conception d'un contrôleur d'ordre fractionnaire. Wang et al. [20] ont introduit les systèmes basés sur la méthode SP en utilisant un modèle délibérément inadéquat pour améliorer les performances au moyen d'un simple contrôleur principal. Ils ont réduit le système en boucle fermée (BF) en un système impliquant une dynamique de second ordre. Djabri et al. [21] ont proposé récemment une méthode de synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire basée sur le schéma SP, dans laquelle l'étape de modélisation est réalisée par un modèle d'ordre fractionnel. Les paramètres du contrôleur fractionnaire et du modèle sont conçus en résolvant deux problèmes d'optimisation de contraintes proposés par l'algorithme méta-heuristique PSO (Particle Swarm Optimization). Safaei et Tavakoli [22] ont utilisé la structure SP pour concevoir un contrôleur d'ordre fractionnel destiné aux systèmes d'ordre entier à retard basé sur des spécifications de domaine temporel.

L'objectif principal de cette thèse, est de proposer de nouvelles méthodologies pour l'identification de systèmes d'ordre fractionnaire à retard principalement en vue de leur commande. Deux contributions originales sont proposées dans les étapes de la modélisation et la synthèse du contrôleur basée sur le principe du Prédicteur de Smith pour une classe de systèmes à retard de phase non-minimale.

La première contribution consiste à proposer le nouveau modèle FMLODT (Fractional Multi-Low-Order Dead-Time) dans lequel l'identification du système est effectuée dans le domaine fréquentiel par la technique d'optimisation GA. Tout d'abord, la fonction de fitness efficace basée sur l'erreur de sortie est mise en avant dans le domaine fréquentiel, et ensuite l'identification des paramètres est convertie en optimisation des paramètres à l'aide de la technique de l'algorithme génétique GA [23, 24].

La deuxième contribution consiste à proposer une nouvelle structure de contrôleur fractionnaire qui est systématiquement conçue à travers le principe de la commande adaptative basée sur le modèle TTFOR (Three Terms Fractional-Order Reference). Le réglage des paramètres du contrôleur sont assurées par la satisfaction des certains critères pour améliorer le comportement du système à contrôlées.

Les travaux réalisés et les résultats obtenus faisant l'objet de cette thèse sont présentés en quatre chapitres.

Le chapitre 1 représente une introduction aux éléments de base du calcul fractionnaire, quelques définitions des outils mathématiques des opérateurs fractionnaires avec leurs propriétés et leur transformées de Laplace. Nous avons présenté aussi deux classes de méthodes d'approximation de la dérivée et l'intégrale d'ordre fractionnaire à savoir les méthodes fréquentielles et finalisé par la représentation et l'étude de stabilité des systèmes fractionnaire

Le chapitre 2 présente les éléments de l'identification en vue de modelisation, procedure d'identification, les modèles dynamiques, et le principe de l'identification paramétrique en définissant l'algorithme d'adaptation, on a mis l'accent sur la méthode à erreur de sortie. Cette méthode est présentée tout d'abord pour l'identification des modèles linéaires et non-linéaires. Elle est ensuite étendue à l'identification paramétrique avancée tel que les algorithmes génétiques employé pour identifier les modèles fractionnaires à retards pur.

Ce chapitre est terminé par une partie de simulation dans laquelle on a choisi un modèle d'ordre fractionnaire FMLODT ou ses paramètres sont déterminés par les algorithmes génétiques GA. Le modèle FMLODT obtenus décrit avec succès le comportement réel ainsi que l'amélioration des performances données par l'identification d'un processus d'ordre élevé plus un retard pur qu'a déjà été étudié par Wang et al. [20].

Le chapitre 3 est consacré à la présentation des méthodes de conception des contrôleurs utilisant le transfert d'ordre fractionnaire pour la structure du contrôleur PID classique, PID fractionnaire, prédicteur de Smith et contrôleur MRAC, ainsi que l'algorithme génétique pour la détermination optimale de ses paramètres. Ces méthodes peuvent être réalisés en reformulant le problème de contrôle en problème d'optimisation. Ce chapitre est achevé par une partie de simulation dans laquelle on a effectué une conception d'un contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^{\lambda}D^{\mu}$ sur deux systèmes différent à savoir système hydraulique [3] et véhicule électrique [25].

Le chapitre 4 deux contributions principales sont proposées dans ce chapitre : la première consiste à introduire un cadre général pour l'étape d'identification en vue de modélisation basé sur le Prédicteur de Smith SP. Ceci est assuré par le modèle FMLODT proposé, qui améliore considérablement la précision de la modélisation par rapport aux modèles existants dans la littérature. La deuxième innovation consiste à proposer un cadre général pour l'étape d'identification en vue de conception du contrôleur basé sur le principe du Prédicteur de Smith SP. Ceci est garanti par le modèle TTFOR proposé, qui améliore le compromis entre les deux objectifs contradictoires : Performance et robustesse.

CHAPITRE I

Eléments De Base Du Calcul

Fractionnaire

Chapitre I :

Eléments de base du Calcul Fractionnaire

I.1 Introduction

La théorie du calcul fractionnaires a considérablement évolué depuis plus de trois siècles. Il a débuté à la fin du 17^{ième} siècle par les travaux de Leibniz qui a introduit le symbole de dérivation d'ordre entier n , $d^n(.) / d(.)$. Cela incita l'Hospital à envoyer une lettre à Leibniz en 1695 en se demandant si $n = 1/2$? ; alors le calcul fractionnaire est né.

Plusieurs contributions ont été développées dans la plupart du temps par des mathématiciens pour donner une définition logique aux calculs fractionnaires ; au cours du 18^{ième} et 19^{ième} siècle et grâce aux travaux d'Euler Lacroix, Liouville, Grünwald, Letnikov et Riemann que toute une théorie complète adaptée aux développements mathématiques modernes a été formalisée [26-31].

Aujourd'hui, grâce au développement technologique, le calcul fractionnaire est largement utilisé dans les domaines tels que la mécanique, l'électricité, la biologie, transfert de chaleur, la modélisation et commande des systèmes, le traitement du signal, la robotique [32-37]. La principale raison de l'utilisation du calcul fractionnaire dans beaucoup de domaines de recherche est qu'il fournit un outil plus précis pour décrire plusieurs phénomènes physiques.

Dans ce chapitre on a donné un aperçu historique sur le calcul fractionnaire, après on va présenter les définitions fondamentales de la dérivée et de l'intégrale d'ordre fractionnaire. Puis, nous allons discuter le problème d'implémentation des opérateurs d'ordre fractionnaire en se basant sur l'approximation des opérateurs fractionnaires par des fonctions rationnelles. Finalement on va donner quelques domaines d'application des opérateurs d'ordre fractionnaire.

I.2 Outils mathématiques de base du calcul fractionnaire

Dans cette section, on va donner quelques définitions des fonctions mathématiques utilisées en calcul fractionnaire telles que la fonction gamma qui est une généralisation de la factorielle aux nombres réels et la fonction de Mittag-Leffler qui joue un rôle très important dans le calcul fractionnaire [34].

I.2.1 Fonction *Gamma d'Euler*

En mathématiques, La fonction gamma d'Euler c'est une extension de la fonction factorielle aux nombres non entiers. Cette fonction gamma est souvent notée par le symbole $\Gamma(z)$. C'est une fonction monotone et strictement décroissante dans le plan complexe $\Gamma(z) \in \mathbb{C}$. Elle est définie par l'intégrale suivante [34,38] :

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{(z-1)} e^{-t} dt \quad (1.1)$$

Dans le cas où z est complexe la fonction gamma converge si z est à partie réelle positive ; si z est entier la fonction gamma donne le même résultat que la fonction factorielle sachant que cette fonction est définie par :

$$\Gamma(n + 1) = n! , \text{ avec } \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (1.2)$$

D'où, l'expression (1.2) est encore valable pour la variable $z \in \mathbb{C}$, avec :

$$\Gamma(z + 1) = z \cdot \Gamma(z) \quad (1.3)$$

La figure I.1 représente la courbe de la fonction $\Gamma(z)$ pour z réel et tel que : $-7 < z < 4$. A partir de cette figure, la fonction gamma est toujours positive lorsque z est positif. On note aussi que la fonction gamma est indéterminée pour tous les nombres entiers négatifs.

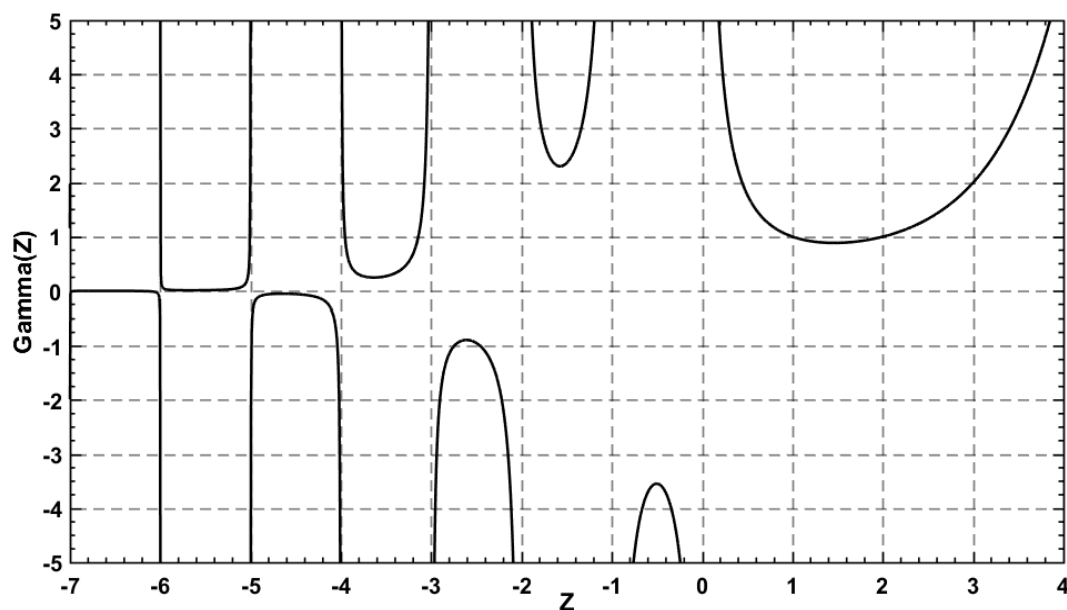


Figure I.1 Tracé de la fonction $\Gamma(z)$

I.2.2 Fonction Mittag-Leffler

Il est bien connu dans la littérature que les fonctions de Mittag-Leffler à deux paramètres joue un rôle très important dans la théorie du calcul fractionnaire. Cette fonction est définie comme suit [34] :

$$E_{\alpha,\beta}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)} \quad (1.4)$$

On peut envisager de l'équation (1.4) les deux cas particuliers suivants :

- Si $\beta = 1$, on obtient la fonction de Mittag-Leffler à un paramètre :

$$E_{\alpha,1}(t) = E_{\alpha}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{\Gamma(\alpha k + 1)} \quad (1.5)$$

- Pour $\alpha = 1$ et $\beta = 1$ on obtient la fonction exponentielle :

$$E_{1,1}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{\Gamma(k+1)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} = e^t \quad (1.6)$$

Généralement, le calcul numérique de cette fonction est fait par troncation de la somme de l'équation (1.4). Récemment, une méthode numérique très efficace a été proposée dans [39] pour le calcul de la fonction de Mittag-Leffler.

I.2.3 Fonction Beta

elle est définie par l'intégrale eulérienne de premier ordre, donné par [38]:

$$\beta(z, w) = \int_{x=0}^{x=1} (1-x)^{z-1} x^{w-1} dx, \quad z, w \in \mathbb{R}_+ \quad (1.7)$$

En général, la fonction *Beta* $\beta(*,*)$ peut être exprimée en fonction de $\Gamma(*)$ comme suit :

$$\beta(z, w) = \frac{\Gamma(z)\Gamma(w)}{\Gamma(z+w)} = \beta(w, z), \quad z, w \in \mathbb{R}_+ \quad (1.8)$$

I.2.4 Fonction *Miller – Ross (MR)*

En mathématiques, la fonction de Miller-Ross est définie comme suit [38] :

$$\varphi_z(\beta, a) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a^k z^{k+\beta}}{\Gamma(\beta+k+1)} \quad (1.9)$$

Elle est encore exprimée, en fonction de la fonction *Mittag – Leffler*, par l'expression suivante :

$$\varphi_z(\beta, a) = z^\beta E_{1,\beta+1}(az) \quad (1.10)$$

I.3 Opérateurs d'ordre fractionnaire

Le calcul fractionnaire est une généralisation de l'intégration et de la différentiation à l'opérateur fondamental $t_0 D_t^\nu$ d'ordre non entier. L'opérateur intégrro-différentiel $t_0 D_t^\nu$ est défini comme suit :

$$t_0 D_t^\nu = \begin{cases} \frac{d^\nu}{dt^\nu} & \Re(\nu) > 0 \\ 1 & \Re(\nu) = 0 \\ \int_{t_0}^t (d\tau)^{-\nu} & \Re(\nu) < 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

Où t_0 et t sont les limites de l'opération, ν est l'ordre de l'opération, généralement $\nu \in \mathbb{R}$. Plusieurs définitions mathématiques ont été proposées pour l'intégration et la dérivée d'ordre fractionnaire. Notamment les définitions les plus connues et les plus utilisées sont ceux de Caputo, de Grünwald-Leitnikov et de Riemann-Liouville [34].

I.3.1 Définition au sens de *Riemann – Liouville (RL)*

La définition de la $n^{\text{ème}}$ intégrale de la fonction $f(t)$ selon le théorème de Cauchy est donnée comme suit [38,40] :

$${}_0 I_t^n f(t) = \int_0^t \frac{(t-\tau)^{n-1}}{(n-1)!} f(\tau) d\tau \quad (1.12)$$

Si $n = 1$, l'intégral du premier ordre ${}_0 I_t^1 f(t)$ de la fonction $f(x)$ est exprimé par la relation suivante :

$${}_0 I_t^1 f(t) = \int_0^t f(x) dx \quad (1.13)$$

Si $n = 2$, l'intégral du second ordre ${}_0 I_t^2 f(t)$ de la même fonction précédente est défini comme suit :

$${}_0 I_t^2 f(t) = \int_0^t \int_0^\tau f(\tau) d\tau dx \quad (1.14)$$

Suivant l'égalité de *Dirichlet*, on peut reformuler l'équation (1.14), comme suit :

$${}_0 I_t^2 f(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \int_\tau^t dx \quad (1.15)$$

De l'équation (1.15), la fonction $f(\tau)$ est constante par rapport à x . D'où, il est possible de réécrire l'équation comme suit :

$${}_0 I_t^2 f(t) = \int_0^t (t - \tau) f(\tau) d\tau. \quad (1.16)$$

De l'équation (1.13) et l'équation (1.15), on peut généraliser la définition de la $n^{\text{ème}}$ intégration de la fonction $f(x)$ comme suit :

$${}_0I_t^n f(t) = \int \dots \int_0^t f(\tau) d\tau \dots d\tau = \int_0^t \frac{(t-\tau)^{n-1}}{(n-1)!} f(\tau) d\tau \quad (1.17)$$

La généralisation du théorème de *Cauchy* sur l'intégration d'ordre non entier, implique le remplacement de la fonction factorielle par la fonction Gamma comme suit : Pour un ordre fractionnaire $v \in \mathbb{R}^+$ compris entre $n - 1$ et n (i.e. $n - 1 < v < n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$), l'intégration d'ordre non entier de la fonction $f(t)$ sur l'intervalle t_0 et t peut être s'exprimée par :

$${}^{RL}I_{t_0}^v [f(t)] = \frac{1}{\Gamma(v)} \cdot \left(\int_{t_0}^t (t - \tau)^{v-1} \cdot f(\tau) d\tau \right) \quad (1.18)$$

D'où, la dérivée fractionnaire correspondante peut être donnée, au sens de *Riemann-Liouville*, par :

$${}^{RL}D_t^v [f(t)] = \frac{1}{\Gamma(n-v)} \cdot \frac{d^n}{dt^n} \left(\int_{t_0}^t (t - \tau)^{n-v-1} \cdot f(\tau) d\tau \right) \quad (1.19)$$

I.3.2 Définition au sens de *Caputo*

La dérivée fractionnaire d'ordre non entier v compris entre $n - 1$ et n de la fonction $f(t)$ est exprimée, au sens de *Caputo*, comme suit [38,41] :

$${}^C D_t^v [f(t)] = {}^C I_t^{n-v} \left[\frac{d^n}{dt^n} (f(t)) \right] = D^{-(n-v)} D^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-v)} \int_{t_0}^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{v-n+1}} d\tau \quad (1.20)$$

Supposons que D^n est l'opérateur dérivé d'ordre n avec $n \in \mathbb{N}^*$. D'où, les propriétés ci-dessous sont toujours vérifiées :

- $D^n \cdot D^{-n} = \mathbb{I}$ mais $D^{-n} \cdot D^n \neq \mathbb{I}$
- $D^{-n} \cdot D^n f(t) = f(t) - \sum_{v=0}^{n-1} f^{(v)}(0^+) \frac{t^v}{v!}$

Sachant que $f^{(v)}(t)$ représente la $v^{\text{ème}}$ dérivée de la fonction $f(t)$.

I.3.3 Définition au sens de *Grunwald – Letnikov (GL)*

La définition de la dérivée du premier ordre de la fonction $f(t)$, notée $D^1 f(t)$, est définie par :

$$f^{(1)}(t) = \frac{df(t)}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t-h)}{h} \quad (1.21)$$

Sachant que la dérivée seconde $f^{(2)}(t)$ est définie par l'expression (1.22) comme suit :

$$f^{(2)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^{(1)}(t) - f^{(1)}(t-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[\frac{f(t) - f(t-h)}{h} - \frac{f(t-h) - f(t-2h)}{h} \right] \quad (1.22)$$

D'où, la formule simplifiée de l'expression (1.23) et obtenue comme suit :

$$f^{(2)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 2f(t-h) + f(t-2h)}{h^2} \quad (1.23)$$

De façon similaire, la dérivée troisième $f^{(3)}(t)$ de la fonction $f(t)$ est définie par :

$$f^{(3)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^{(2)}(t) - f^{(2)}(t-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 3f(t-h) + 3f(t-2h) - f(t-3h)}{h^3} \quad (1.24)$$

Donc, la $n^{\text{ème}}$ dérivée $f^{(n)}(t)$ est définie par l'expression suivante :

$$f^{(n)}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} f(t - kh) \quad (1.25)$$

D'où, la combinaison $\binom{n}{k}$ est donnée par l'expression (1.26) comme suit :

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} \quad (1.26)$$

A partir de ces dérivées d'ordre entier, la dérivée fractionnaire d'ordre ν de la fonction $f(t)$ continue et intégrable sur l'intervalle $[t_0, +\infty[$ est définie, au sens de *Grunwald – Letnikov*, par l'expression suivante :

$${}^{GL}D_t^\nu[f(t)] = \lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ h^{-\nu} \cdot \sum_{j=0}^{\left[\frac{t-t_0}{h} \right]} \left((-1)^j \cdot \binom{\nu}{j} \cdot f(t - j \cdot h) \right) \right\} \quad (1.27)$$

Sachant que le terme $\left[\frac{t-t_0}{h} \right]$ dénote la partie entière du nombre réel $\left(\frac{t-t_0}{h} \right)$, h est le pas d'échantillonnage et $\binom{\nu}{j} = \frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\nu-j+1)}$ représente le binôme de *Newton* généralisé.

I.4 Transformée de Laplace des opérateurs d'ordres fractionnaires

I.4.1 Eléments de base de la Transformée de Laplace

La transformée de Laplace d'une fonction $f(t)$ causale ($f(t) = 0, \forall t < 0$), notée \mathcal{L} est définie comme suit :

$$f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt \quad (1.28)$$

$F(s)$ est appelée transformée de Laplace de $f(t)$ et s est la variable complexe de Laplace.

La transformée de Laplace inverse d'une fonction $F(s)$, notée \mathcal{L}^{-1} est donnée par :

$$F(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t) = \frac{1}{j2\pi} \int_{\sigma-\infty}^{\sigma+\infty} F(s) e^{st} dt \quad (1.29)$$

Où σ est plus grand que la partie réelle de tous les pôles de la fonction $F(s)$.

La transformée de Laplace possède les propriétés suivantes :

➤ **Linéarité**

$$a.f(t) + b.g(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} a.F(s) + b.G(s) \quad (1.30)$$

➤ **Théorème de la convolution**

$$f(t) * g(t) = \int_{t_0}^t f(t-\tau).g(\tau)d\tau \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{L}[f(t)].\mathcal{L}[g(t)] = F(s).G(s) \quad (1.31)$$

➤ **Théorème de la dérivation**

$$f^{(1)}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} s.F(s) - f(0)$$

$$f^{(2)}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} s^2.F(s) - s.f(0) - f^{(1)}(0)$$

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \xrightarrow{\mathcal{L}} s^n.F(s) - s^{n-1}.f(0) - s^{n-2}.f^{(1)}(0) - \dots - \frac{d^{n-1}f(0)}{dt^{n-1}} \quad (1.32)$$

➤ **Théorème de l'intégration**

$$\int_0^{\tau \geq 0} f(t) dt \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{F(s)}{s} \quad (1.33)$$

$\frac{1}{s}$ est l'opérateur d'intégration de Laplace.

➤ **Théorème du retard**

$$f(t-\theta) \xrightarrow{\mathcal{L}} e^{-\theta s}.F(s) \quad (1.34)$$

➤ **Théorème du décalage fréquentiel**

$$f(t) e^{at} \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s+a) \quad (1.35)$$

➤ **Théorème de la valeur initiale**

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \lim_{s \rightarrow \infty} s.F(s) \quad (1.36)$$

C'est les deux limites existent

➤ **Théorème de la valeur finale**

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) \quad (1.37)$$

C'est les deux limites existent

I.4.2 Transformée de Laplace de l'intégration fractionnaire

La transformée de Laplace de l'intégration fractionnaire, donnée par les trois définitions (*Riemann – Liouville (RL)*, *Caputo (C)* et *Grunwald – Letnikov (GL)*) citées précédemment pour $n - 1 < v < n$, est exprimée comme suit [42,43] :

$$\mathcal{L}({}^{RL;C;GL}I_{t_0}^v[f(t)]) \xrightarrow{\mathcal{L}} s^{-v} \cdot F(s) \quad (1.38)$$

Preuve :

$$\mathcal{L}({}^{RL;C;GL}I_{t_0}^v[f(t)]) = \mathcal{L}\left(\frac{1}{\Gamma(v)} \cdot \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-v}} d\tau\right) \quad (1.39)$$

L'utilisation de la transformée de Laplace du produit de convolution des fonctions $gg(t) = t^{v-1}t f(t)$ on obtient :

$$\mathcal{L}\left[\int_{t_0}^t f(t-\tau) \cdot g(\tau) d\tau\right] = \mathcal{L}[f(t)] \cdot \mathcal{L}[g(t)] \quad (1.40)$$

$$\mathcal{L}({}^{RL;C;GL}I_{t_0}^v[f(t)]) = \frac{1}{\Gamma(v)} \cdot \mathcal{L}[t^{v-1}] \cdot \mathcal{L}[f(t)] \quad (1.41)$$

$$\mathcal{L}({}^{RL;C;GL}I_{t_0}^v[f(t)]) = \frac{1}{\Gamma(v)} \cdot \frac{\Gamma(v)}{s^v} \cdot \mathcal{L}[f(t)] \quad (1.42)$$

$$\mathcal{L}({}^{RL;C;GL}I_{t_0}^v[f(t)]) = s^{-\alpha} \cdot F(s) \quad (1.43)$$

I.4.3 Transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire

En utilisant l'intégrale de *Riemann – Liouville*, on peut définir la dérivée fractionnaire de $f(t)$, pour $v < 0$, par l'expression suivante [42,43] :

$$\mathcal{L}({}^{RL}D_{t_0}^v[f(t)]) = \mathcal{L}\left(\frac{1}{\Gamma(-v)} \cdot \left(\int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1+v}} d\tau\right)\right) \quad (1.44)$$

En se basant sur le théorème de convolution, on obtient :

$$\mathcal{L}({}^{RL}D_{t_0}^v[f(t)]) = \frac{1}{\Gamma(-v)} \cdot \mathcal{L}[t^{-v-1}] \cdot \mathcal{L}[f(t)] \quad (1.45)$$

$$\mathcal{L}({}^{RL}D_{t_0}^v[f(t)]) = \frac{1}{\Gamma(-v)} \cdot \frac{\Gamma(-v)}{s^{-v}} \cdot \mathcal{L}[f(t)] \quad (1.46)$$

$$\mathcal{L}({}^{RL}D_t^\nu[f(t)]) = s^\nu \cdot F(s) \quad (1.47)$$

Similairement, pour n ordre entier, la transformée de Laplace d'une dérivée fractionnaire quelconque peut être donnée comme :

$$\mathcal{L}({}_t D_t^\nu[f(t)]) = s^\nu \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k \frac{d^{n-k-1} f(0)}{dt^{n-k-1}} \quad (1.48)$$

En général, il existe deux définitions de la transformée de Laplace d'une dérivée fractionnaire. Ces dernières sont exprimées comme suit :

I.4.3.1 Transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire selon *RL*

Selon la définition de *Riemann – Liouville*, la Transformée de Laplace de la $\nu^{\text{ème}}$ dérivée de la fonction $f(t)$ est donnée par [42,43] :

$$\mathcal{L}({}^{RL}D_0^\nu[f(t)]) = \mathcal{L}({}^{RL}D_0^n {}^{RL}D_0^{\nu-n} f(t)) \quad (1.49)$$

A partir de cette expression, on peut écrire :

$$\mathcal{L}({}^{RL}D_0^\nu[f(t)]) = s^\nu \cdot s^{\nu-n} \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k \cdot {}^{RL}D_0^{n-k-1} \cdot {}^{RL}D_0^{\nu-n} \cdot f(0) \quad (1.50)$$

Or, la transformée de Laplace de $f(t)$ peut être définie, en fonction de la valeur de ν par :

$$\mathcal{L}({}^{RL}D_0^\nu[f(t)]) = \begin{cases} s^\nu \cdot F(s) & : \nu < 0 \\ F(s) & : \nu = 0 \\ s^\nu \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} (s^k \cdot {}^{RL}D_0^{\nu-1-k}[f(0)]) & : \nu > 0 \end{cases} \quad (1.51)$$

En général, la transformée de Laplace de la dérivée de *Riemann – Liouville* est souvent très limitée en pratique, parce qu'elle nécessite la connaissance *a priori* de l'information sur la condition initiale $f(t_0)$ (*i.e.*, à l'instant $t_0 = 0$), ce qui est en fait dans la science de l'ingénieur une quantité physique qui est difficile à mesurer.

I.4.3.2 Transformée de Laplace de la dérivée fractionnaire selon *Caputo*

Selon la définition de *Caputo*, la transformée de Laplace de la $\alpha^{\text{ème}}$ dérivée de la fonction $f(t)$ est définie par l'expression suivante [42,43] :

$$\mathcal{L}({}_0^C D_t^\nu[f(t)]) = s^\nu \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\nu-k-1} D^k f(0) \quad (1.52)$$

Sachant que la valeur de $\nu \in \mathbb{R}^+$ est définie par $n < \nu < n + 1$ et $n \in \mathbb{N}$

Preuve :

$$\mathcal{L}({}_0^C D_t^\nu [f(t)]) = \mathcal{L}({}_0 D_t^{\nu-n} D^n f(t)) \quad (1.53)$$

$$\mathcal{L}({}_0^C D_t^\nu [f(t)]) = s^{\nu-n} [s^n \cdot F(s) - \sum_{l=0}^{n-1} s^l \cdot D^{m-l-1} \cdot f(0)] \quad (1.54)$$

Supposons que $k = m - 1 - l$

$$\mathcal{L}({}_0^C D_t^\nu [f(t)]) = s^\nu \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\nu-k-1} D^k f(0) \quad (1.55)$$

Cette dernière transformée peut être donnée en fonction de α comme suite :

$$\mathcal{L}({}_0^C D_t^\nu [f(t)]) = \begin{cases} s^\nu \cdot F(s) & : \nu < 0 \\ F(s) & : \nu = 0 \\ s^\nu \cdot F(s) - \sum_{k=0}^n (s^{\nu-k-1} \cdot {}_0^C D_t^k [f(0)]) & : \nu > 0 \end{cases} \quad (1.56)$$

Considérant que l'état de repos des systèmes physique correspond à $\nu < 0$, d'où :

$$\mathcal{L}({}_0^C D_t^\nu [f(t)]) = s^\nu \cdot F(s) \quad (1.57)$$

Ce qui représente l'avantage majeur de la définition de *Caputo* sur les deux autres définitions précédentes. Par conséquent, la définition de *Caputo* est la plus adoptée par les chercheurs pour l'étude et l'analyse des systèmes fractionnaires.

I.5 Approximations des opérateurs d'ordre fractionnaire

Les approximations des transferts d'ordre fractionnaire consistent à simuler l'élément de base qui est l'opérateur d'intégration ou de dérivation d'ordre fractionnaire suivantes :

$$G_I(s) = s^{-\nu}, \text{ avec } 0 < \nu < 1$$

$$G_D(s) = s^\nu, \text{ avec } 0 < \nu < 1$$

Actuellement, le principe consiste souvent à approximer l'opérateur de dérivation par un transfert entier. Pour atteindre cet objectif, il existe, dans la littérature, plusieurs méthodes d'approximation. Certaines méthodes de celles-ci ont été basées sur l'approximation de la dérivée ou l'intégration fractionnaire. Cependant les autres méthodes ont été basées sur l'identification paramétrique des filtres d'ordre entier dont ses structures doivent être pré-choisies par l'utilisateur.

I.5.1 Méthodes d'approximation de la dérivée ou l'intégration fractionnaire

Généralement, les méthodes d'approximation utilisent un changement de variable sur la pondération fractionnaire à approximer. Alors, la structure générale de la pondération fractionnaire ajustable est donnée comme suit :

$$G(s) = \left(\frac{m_0 \cdot s + m_1}{n_0 \cdot s + n_1} \right)^\nu, \nu \in \mathbb{R}^* \quad (1.58)$$

Supposons $p \in \mathbb{C}$ un nombre complexe, en effectuant le changement de la variable $\left(p = \frac{m_0 \cdot s + m_1}{n_0 \cdot s + n_1} \right)$ avec $\left(s = -\frac{m_1 - n_1 \cdot p}{m_0 - n_0 \cdot p} \right)$ la pondération donnée par l'équation (1.58) peut être réécrite comme suit :

$$G(p) = p^\nu \quad (1.59)$$

La fonction de transfert $G(p)$ donné par l'équation (1.59) peut être approximée par un filtre d'ordre entier dont la structure générale est habituellement définie par un gain \tilde{k}_G et N nombre des pôles et des zéros. On obtient donc :

$$\tilde{G}(p) = \tilde{k}_G \cdot \frac{\prod_{i=1}^N (p - z_i)}{\prod_{i=1}^N (p - p_i)} \quad (1.60)$$

En substituant la variable complexe p , dans l'équation (1.60), par celle donnée par la variable complexe $\left(s = -\frac{m_1 - n_1 \cdot p}{m_0 - n_0 \cdot p} \right)$. De là on déduit la pondération irrationnelle ajustable souhaitée.

Les méthodes d'approximation de p^ν peuvent être résumées comme suit :

I.5.1.1 Méthode de *Carlson*

La méthode de *Carlson* [44] est basée sur le processus régulier de *Newton – Raphson* pour l'approximation itérative de l'opérateur d'ordre fractionnaire s^ν . Dernièrement, plusieurs recherches [45] ont adopté cette méthode pour rationaliser le terme de s^ν . Pour se faire, l'hypothèse suivante est nécessaire :

Soit le transfert d'ordre entier $G(s)$ qui approxime, en module et en phase, le transfert fractionnaire $H(s)$ tel que :

$$H(s) = [G(s)]^\nu \quad (1.61)$$

$$[H(s)]^{1/\nu} - G(s) = 0 \quad (1.62)$$

Supposons que $\nu = \frac{1}{q}$, $m = \frac{q}{2}$ et en tenant compte la condition initiale $H_0(s) = 1$, à chaque itération une fonction rationnelle approximée est obtenue sous la forme :

$$H_i(s) = \frac{(q-m)(H_{i-1}(s))^2 + (q+m)G(s)}{(q+m)(H_{i-1}(s))^2 + (q-m)G(s)} \quad (1.63)$$

Le modèle d'approximation est ensuite obtenu, en remplaçant chaque opérateur d'ordre fractionnaire de la fonction de transfert irrationnelle par son approximation rationnelle.

I.5.1.2 Méthode de *Charef*

Le principe de cette méthode est basé sur l'approximation de l'intégrateur fractionnaire $s^{-\nu}$ par le transfert d'ordre entier qui possède N zéros et $N+1$ pôles répartis uniformément dans la plage de fréquence $[\omega_b, \omega_h]$. Dans ce cas, le terme $s^{-\nu}$ peut être considéré comme étant un *Pôle à Puissance Fractionnaire* (Q_{PPF}), donné par :

$$Q_{PPF}(s) = \frac{K_\omega}{\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\nu}, \text{ avec } \omega_b < \omega_c < \omega_h \quad (1.64)$$

Sachant que les deux paramètres K_ω et ω_c , représentent le gain et la pulsation de coupure du pôle puissance fractionnaire, ils sont définis comme suit :

$$K_\omega = \left(1/\omega_c\right)^\nu \quad (1.65)$$

$$\omega_c = \sqrt{-1 + 10\left(\frac{\varepsilon}{10\alpha}\right)} \quad (1.66)$$

Avec :

- K_ω : Le gain du *PPF*.
- ω_c : La pulsation de coupure du *PPF*.
- ε : L'erreur maximale commise entre la pente de la réponse fréquentielle de l'opérateur $s^{-\nu}$ et celle du *PPF*.

Le transfert d'ordre non entier $Q_{PPF}(p)$ peut être donc rapproché par l'utilisation de la formule récursive ci-dessous :

$$s^\nu = C_I \cdot \frac{\prod_{k=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{\omega_{z,k}}\right)}{\prod_{k=0}^N \left(1 + \frac{s}{\omega_{p,k}}\right)} \quad (1.67)$$

Les pôles $\omega_{p,k}$ et les zéros $\omega_{z,k}$ peuvent être déterminés d'une façon récursive comme suit :

$$\begin{cases} \omega_{p,k} = \omega_c \cdot (\psi \cdot \varphi)^k \cdot \sqrt{\varphi} & , \quad k = 0, 1, \dots, N \\ \omega_{z,k} = \psi \cdot \omega_c \cdot (\psi \cdot \varphi)^k \cdot \sqrt{\varphi} & , \quad k = 0, 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (1.68)$$

Sachant que ψ , φ et N sont donnés par :

$$\begin{cases} \psi = 10^{\left(\frac{\varepsilon}{10(1-\nu)}\right)} \\ \varphi = 10^{\left(\frac{\varepsilon}{10\nu}\right)} \end{cases} \quad (1.69)$$

$$N = \text{partie entier} \left[\frac{\log\left(\frac{100 \cdot \omega_h}{p_0}\right)}{\log(\psi \cdot \varphi)} \right] + 1 \quad (1.70)$$

I.5.1.3 Méthode générale du CFE

En mathématiques, la fraction en chaîne continue (Continued Fraction Expansions - **CFE**) est une méthode d'évaluation des fonctions, et converge dans un domaine beaucoup plus vaste dans le domaine complexe [46,47]. L'approximation de **CFE** est une méthode d'approximation d'une fonction irrationnelle $G_D(s) = s^\nu$, $0 < \nu < 1$ par une fonction rationnelle. L'approximation rationnelle de la fonction $G_D(s)$ peut être obtenue en utilisant les deux transferts suivants :

$$H_{High}(s) = \left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\nu \quad (1.71)$$

$$H_{Low}(s) = \left(1 + \frac{\omega_c}{s}\right)^{-\nu} \quad (1.72)$$

L'expansion des fractions continues des deux transferts précédents peut fournir les deux expressions présentées par l'équation suivante

$$\begin{cases} G_{D_{high}}(s) = \omega_c^\alpha \cdot CFE\{H_{High}(s)\} & \text{si } \omega \gg \omega_c \\ G_{D_{low}}(s) = \omega_c^\alpha \cdot CFE\{H_{Low}(s)\} & \text{si } \omega \ll \omega_c \end{cases} \quad (1.73)$$

Dans ce cas, le transfert d'ordre entier équivalent $\tilde{G}_D(s)$ est obtenu comme suit :

$$\tilde{G}_{D_{high}}(s) = \omega_c^\alpha \cdot \left[0; \frac{1}{1}, \frac{-\alpha \cdot \left(\frac{s}{\omega_c}\right)}{1}, \left\{ \frac{\frac{k(k+\alpha) \cdot \left(\frac{s}{\omega_c}\right)}{(2k-1)2k}}{1}, \frac{\frac{k(k-\alpha) \cdot \left(\frac{s}{\omega_c}\right)}{(2k+1)2k}}{1} \right\} \right]_{k=1}^N \quad (1.74)$$

$$\tilde{G}_{D_{low}}(s) = \omega_c^\alpha \cdot \left[0; \frac{1}{1}, \frac{\alpha \cdot \left(\frac{\omega_c}{s}\right)}{1}, \left\{ \frac{\frac{k(k-\alpha) \cdot \left(\frac{\omega_c}{s}\right)}{(2k-1)2k}}{1}, \frac{\frac{k(k+\alpha) \cdot \left(\frac{\omega_c}{s}\right)}{(2k+1)2k}}{1} \right\} \right]_{k=1}^N \quad (1.75)$$

I.5.1.4 Méthode d'Oustaloup

La méthode d'Oustaloup [48] repose sur l'approximation en temps continu de l'opérateur d'ordre fractionnaire, $G_D(s) = s^\nu$, par une fonction rationnelle en utilisant une distribution récursive de N zéros et N pôles d'ordre entier, répartis dans une bande de fréquence $[\omega_b, \omega_h]$. Le transfert d'ordre entier résultant $\tilde{G}_D(s)$ est exprimé comme suit :

$$\tilde{G}_D(s) = C_d \cdot \prod_{k=1}^{k=N} \left(\frac{s + \omega_{z,k}}{s + \omega_{p,k}} \right) \quad (1.76)$$

Où le gain C_d , les N pôles $\omega_{p,k}$ et les N zéros $\omega_{z,k}$ peuvent être déterminés comme suit :

$$\begin{cases} C_d = \omega_h^\nu \\ \omega_{p,k} = \omega_b \cdot (\omega_u)^{\frac{2k-1+\nu}{2N}} \\ \omega_{z,k} = \omega_b \cdot (\omega_u)^{\frac{2k-1-\nu}{2N}} \end{cases} \text{ avec } \omega_u = \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right) \quad (1.77)$$

En général, le gain C_d doit être ajusté en tenant compte la condition $|(j\omega)^\nu|_{\omega=1} = 0 \text{ dB}$, $\forall \nu \in \mathbb{R}$ est toujours remplie. Pour assurer un placement alterné équidistant entre les N paires $\omega_{z,k}$ et $\omega_{p,k}$ dans une échelle logarithmique de fréquences, on doit vérifier le rapport suivant :

$$\frac{\omega_{z,k+1}}{\omega_{z,k}} = \frac{\omega_{p,k+1}}{\omega_{p,k}} = \left(\frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (1.78)$$

I.5.2 Méthodes utilisant la réponse fréquentielle du transfert fractionnaire

L'idée principale de l'ensemble de ces méthodes d'approximation est basée sur l'estimation de la réponse fréquentielle (fréquence, amplitude et phase) du transfert fractionnaire dans une bande de fréquence bien précise. Cette réponse est ensuite comparée avec celle trouvée par le modèle irrationnel on fait ressortir la norme H_2 de l'erreur d'approximation. La minimisation de ce dernier par un algorithme adéquat fournit les paramètres optimaux du modèle d'ordre entier désiré. Parmi les méthodes existant dans la littérature, on peut citer :

I.5.2.1 Méthode de *Hartley*

Les détails de cette méthode sont disponibles dans la bibliothèque *ninteger*. Son algorithme a été développé par *Hartley et Lorenzo* en 2003 [49]. Il est basé sur l'optimisation de la réponse fréquentielle du transfert fractionnaire dans une plage de fréquence choisie par l'utilisateur. Cet algorithme fournit soit un modèle rationnel (ou irrationnel) présenté par la structure générale suivante :

$$\tilde{G}(s) = \frac{1}{c_n s^{nQ} + c_{n-1} s^{(n-1)Q} + \dots + c_2 s^{2Q} + c_1 s^Q + c_0} \quad (1.79)$$

A partir de l'équation (1.79), si la valeur de Q est choisie entière, on obtient une approximation par un modèle d'ordre entier. Sinon, l'algorithme fournit un modèle fractionnaire de type commensurable.

I.5.2.2 Méthode de *Levy*

Le but de la fonction de *Levy* est d'identifier les paramètres d'un transfert rationnel ou irrationnel qui peuvent être donnés par la structure générale (1.80) suivante [50] :

$$\tilde{G}(s) = \frac{b_m s^{mQ} + b_{m-1} s^{(m-1)Q} + b_{m-2} s^{(m-2)Q} + \dots + b_1 s^Q + b_0}{a_n s^{nQ} + a_{n-1} s^{(n-1)Q} + a_{n-2} s^{(n-2)Q} + \dots + a_1 s^Q + 1} \quad (1.80)$$

Cette identification paramétrique est basée sur l'extraction de la réponse fréquentielle du transfert fractionnaire(s) $G(s)$. De plus, La réponse fréquentielle du modèle obtenu d'ordre entier $\tilde{G}(s)$ est ensuite estimée dans une plage de fréquences. La minimisation de la norme H_2 de l'erreur d'approximation donné par la comparaison de ces deux réponses en utilisant un algorithme d'optimisation fournit les paramètres optimaux de ce modèle. La norme H_2 de l'erreur de modélisation est exprimée par :

$$E = G(j\omega)[a_n(j\omega)^{nQ} + \dots + a_1(j\omega)^Q + 1] - [b_m(j\omega)^{mQ} + \dots + b_1(j\omega)^Q + b_0] \quad (1.81)$$

L'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle n'est pas appliquée que dans une plage de fréquences très restreinte.

I.5.2.3 Méthode de *Venagre*

Le principe de cette méthode est basé sur la minimisation de la norme H_2 de l'erreur d'approximation qui est préalablement pondérée par le vecteur λ . On aura donc [50] :

$$E' = \lambda^T \cdot \{G(j\omega)[a_n(j\omega)^{nQ} + \dots + a_1(j\omega)^Q + 1] - [b_m(j\omega)^{mQ} + \dots + b_1(j\omega)^Q + b_0]\} \quad (1.82)$$

Les composants constituant le vecteur λ dépendent par les pulsations ω_i , sachant que $i = \overline{1; 2; \dots; f}$. Ces composants sont exprimés par :

$$\lambda_i = \begin{cases} \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_1^2} & \text{si } i = 1 \\ \frac{\omega_{i+1} - \omega_{i-1}}{2\omega_i^2} & \text{si } 1 < i < f \\ \frac{\omega_f - \omega_{f-1}}{2\omega_f^2} & \text{si } i = f \end{cases} \quad (1.83)$$

Pratiquement, cette méthode a été proposée afin d'améliorer la qualité d'approximation du transfert fractionnaire notamment dans les basses fréquences.

I.5.2.4 Identification fréquentielle par la commande *fitfrd* du *Matlab*

En général, le principe de cette méthode consiste à approximer un bloc de transfert d'ordre non entier dont sa réponse fréquentielle doit être rapprochée, en module et en

phase, à celle du transfert d'ordre entier. La fonction *fitfrd* est disponible dans la bibliothèque du logiciel *Matlab*, son utilisation est très simple. Tout d'abord, il faut évaluer les données de la réponse fréquentielle du transfert fractionnaire $G(j\omega)$ fournies par la commande *frd* dans la bande fréquentielle logarithmique $[\omega_b, \omega_h]$, ensuite en utilisant la commande *fitfrd* et en produisant une représentation d'état d'ordre entier qui modélise le transfert d'ordre entier $G(j\omega)$.

L'ordre de ce dernier est réglé par l'utilisateur afin d'obtenir une erreur de modélisation ξ_m qui doit être assez réduite et satisfaisant la condition suivante :

$$\|\tilde{G}(j\omega) - G(j\omega)\|_2 \leq \xi_m \quad (1.84)$$

I.6 Système linéaire d'ordre fractionnaire

Les systèmes d'ordre fractionnaire sont généralement présentés par des équations différentielles d'ordre fractionnaire. Afin de bien étudier les systèmes d'ordre fractionnaire, une représentation générale est incontournable. A cet effet, les systèmes d'ordre fractionnaire peuvent être représentés par trois modèles (équation différentielle, représentation d'état, fonction de transfert).

I.6.1 Équation différentielle d'ordre fractionnaire

En général, un système d'ordre fractionnaire linéaire invariant dans le temps est un système dont la dynamique est représentée par une équation différentielle de la forme [33,51] :

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{\beta_i} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{\nu_j} u(t) \quad (1.85)$$

Où $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système, les coefficients a_i et b_j sont des nombres réels et les ordres fractionnaire β_i et ν_j sont des nombres réels positifs. Dans le cas où les ordres fractionnaire β_i et ν_j sont multiples d'un ordre fractionnaire q (ordre commensurable), ce système sera un système fractionnaire d'ordre commensurable dont l'équation différentielle est écrite comme suit [33] :

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{iq} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{jq} u(t) \quad (1.86)$$

Où : $\beta_i = iq$ et $\nu_j = jq$

I.6.2 Fonction de transfert d'ordre fractionnaire

L'application de la transformée de Laplace à l'équation (1.85), permet d'obtenir la fonction de transfert suivante :

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{b_m s^{\beta m} + b_{m-1} s^{\beta m-1} + \dots + b_0 s^{\beta 0}}{a_n s^{\nu n} + a_{n-1} s^{\nu n-1} + \dots + a_0 s^{\nu 0}} \quad (1.87)$$

Si le système est commensurable, la fonction de transfert devient [5] :

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{\sum_{j=0}^m b_j s^{jq}}{\sum_{i=0}^n a_i s^{iq}} \quad (1.88)$$

I.6.3 Représentation d'état des systèmes fractionnaires

Comme dans le cas des systèmes d'ordre entier, une représentation d'état d'ordre fractionnaire comporte deux équations : la première équation est l'équation d'état d'ordre fractionnaire dans laquelle le vecteur d'état fait l'objet d'une dérivation d'ordre fractionnaire réel, tandis que la seconde représente l'équation de sortie. Elle est ainsi définie par le système d'équation :

$$\begin{cases} D^\nu x(t) = Ax(t) + Bx(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.89)$$

Où $\nu = [\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n]$ est un vecteur des ordres de la dérivée (commensurable ou non), $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $y(t) \in \mathbb{R}$ est le vecteur de sortie et $u(t) \in \mathbb{R}$ est le vecteur d'entrée.

La fonction de transfert de ce modèle d'état est obtenue comme suit :

$$G(s) = (s^\nu I - A)^{-1} B + D \quad (1.90)$$

Si le système est commensurable, la fonction de transfert irrationnelle peut être décomposée en éléments simples sous la forme suivante [3] :

$$G(s) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{s^q + s_i} \quad (1.91)$$

Où s_i ($i = 1, \dots, n$) sont les racines du polynôme caractéristique en s^q de la fonction de transfert dont les racines en s sont les $s_i^{1/q}$. Alors la solution analytique de l'équation (1.91) est donnée par [3] :

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \frac{A_i}{s^q + s_i} \right] = \sum_{i=1}^n A_i t^q E_{q,q}(-s_i t^q) \quad (1.92)$$

Avec : $E_{q,q}$ est la fonction de Mittag-Leffler à deux paramètres.

I.6.4 La stabilité des systèmes d'ordre fractionnaire

Dans les systèmes classiques d'ordre entier la condition de stabilité est que l'équation caractéristique du système n'admet aucune racine à partie réelle positive. Donc, pour un système stable si et seulement si tous les pôles du système sont à partie réelle négative, les pôles se trouvent toujours dans la moitié gauche du plan complexe.

Pour le cas des systèmes d'ordre fractionnaire peuvent avoir des racines à partie réelle positive et être stables, et des racines à partie réelle négative et être instables [52].

La condition de stabilité dans le sens entrée-bornée sortie-bornée pour les systèmes fractionnaires d'ordre commensurable est donnée dans le théorème suivant [33] :

Théorème : *Un système linéaire fractionnaire d'ordre commensurable décrit par l'équation différentielle de l'équation (1.85) dont la fonction de transfert est donnée par l'équation (1.88) est stable si et seulement si :*

$$|\arg(s_i)| > q \frac{\pi}{2} \quad , \quad (i = 1, \dots, n) \tag{1.93}$$

Où s_i ($i = 1, \dots, n$) sont les racines du dénominateur de la fonction de transfert en s^q . La figure I.2 représente les zones de stabilité pour un système fractionnaire d'ordre commensurable dans le plan complexe.

Pour $q = 1$, ceci est le théorème Classique de l'emplacement des pôles dans le plan complexe : pas de pôle dans le plan droit de Riemann.

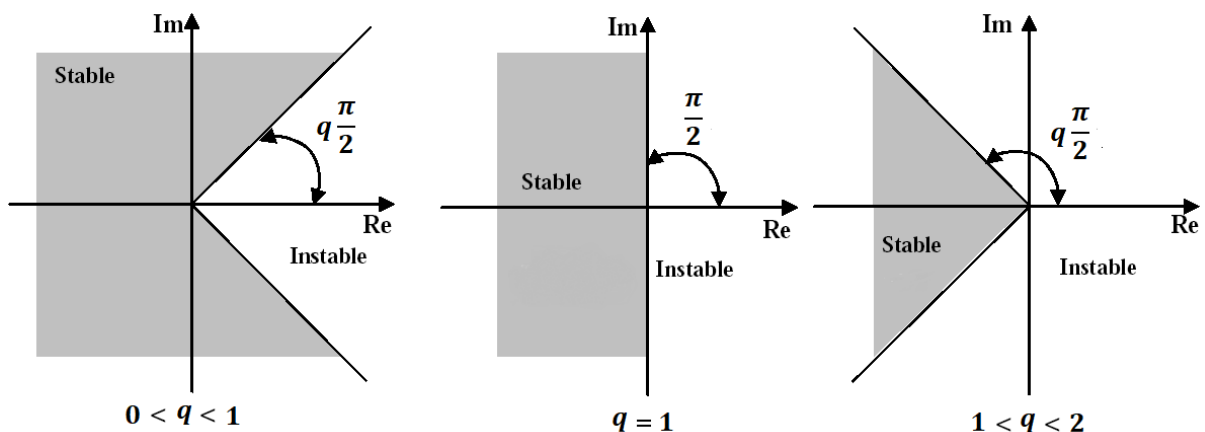


Figure I.2 Domaine de stabilité des systèmes commensurables dans le plan complexe

I.6.5 Fonction idéale de Bode

En général, la fonction de transfert idéale $F(s)$ donnée par :

$$F(s) = \frac{K}{s^v} \tag{1.94}$$

La fonction de transfert en boucle fermée à retour unitaire $G(s)$ dont la fonction de transfert en boucle ouverte $F(s)$ est montré sur la figure I.3.

$$G(s) = \frac{K}{K+s^v} \tag{1.95}$$

Le système fractionnaire représenté par la fonction de transfert $G(s)$ peut contenir le comportement d'un système de relaxation ou d'oscillation selon la valeur de l'ordre ν ; alors il est très intéressant d'utiliser ce système comme un modèle de référence. Ce système a été proposé pour la première fois en [53] puis il a été utilisé par l'équipe CRONE dans la conception d'une commande robuste [48].

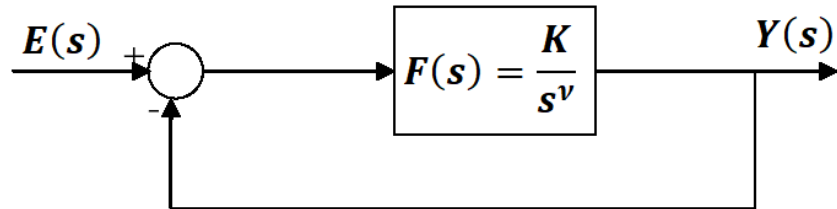


Figure I.3 Boucle de commande idéale de Bode.

L'équation caractéristique de la fonction de transfert $G(s)$ en boucle fermée est donnée par :

$$K + s^\nu = 0 \quad (1.96)$$

- La marge du gain est infinie.
- La marge de phase φ_m est donnée par : $\varphi_m = \pi - \frac{\nu \cdot \pi}{2}$, elle dépend que de ν .
- La réponse indicielle est donnée par :

$$y(t) = K t^\nu E_{\nu, \nu+1}(-K t^\nu) \quad (1.97)$$

La fonction idéale de Bode possède un amortissement qui dépend seulement de l'ordre d'intégration ν . Dans ce cas, on dit que le système est iso-amorti ce qui signifie que le système a un dépassement complètement invariant vis-à-vis de la variation du gain. Cette propriété rend ce système très utile comme modèle de référence pour la conception d'une commande robuste vis-à-vis de la variation du gain [12,54,55].

I.7 Conclusion

Ce chapitre est une introduction aux éléments de base du calcul fractionnaire. Nous avons donné quelques définitions des outils mathématiques des opérateurs fractionnaires avec leurs propriétés et leur transformées de Laplace. Nous avons présenté aussi deux classes de méthodes d'approximation de la dérivée et l'intégrale d'ordre fractionnaire à savoir les méthodes temporelles et les méthodes fréquentielles et finalisé par la représentation et l'étude de stabilité des systèmes fractionnaire.

CHAPITRE II

Identification Des Processus

Chapitre II :

Identification des Processus

II.1 Introduction

La modélisation et l'identification des processus, consiste en l'étude des systèmes réels des différentes disciplines scientifiques (Electronique, mécanique, thermique, chimie, écologie, biologie, économie, sociologie, physique, cosmologie...), en vue de l'analyse, de la prédiction, du diagnostic, de la surveillance, de la commande et de l'optimisation des systèmes. La condition nécessaire pour cela est l'obtention d'un modèle mathématique représentant le système réel. Un système est un objet dans lequel des variables de différents types interagissent et produisent des signaux observables. Lorsque le modèle du système n'est pas connu, il est nécessaire de procéder à son identification.

En effet, la modélisation d'un comportement du système, consiste à déterminer la structure des équations qui gouvernent le comportement de ce système, et aussi, à fixer, a priori la valeur de ses paramètres, mais, il est souvent impossible d'obtenir une connaissance a priori complète et précise de tous les paramètres du modèle.

L'identification est reconnue comme intimement associée à la modélisation ; son usage montre qu'elle constitue une discipline à part entière à l'usage essentiel des stratégies de commande ou de diagnostic. L'identification, ou la recherche de modèles à partir de données expérimentales, est une préoccupation majeure dans la plupart des disciplines scientifiques. Elle désigne à la fois une démarche scientifique et un ensemble de techniques visant à déterminer des modèles mathématiques capables de reproduire aussi fidèlement que possible le comportement d'un système réel.

L'identification des systèmes contrôlés nécessite, d'autre part, de décrire leurs propriétés au moins à l'aide de valeurs mesurées ou de représentations graphiques, afin de déterminer leur réponse à un échelon, ou en fréquence (identification non paramétrique). Pour des systèmes complexes, il est nécessaire d'utiliser des modèles mathématiques (identification paramétrique). L'utilisation de modèles mathématiques est inhérente à tous les domaines des techniques de l'ingénieur et de la physique. Le modèle obtenu peut être utilisé dans un but de surveillance et de diagnostic [56,57] ou alors pour un meilleur contrôle du système. En effet, les paramètres des régulateurs

utilisés pour le contrôle des systèmes sont basés sur une connaissance des paramètres du système à asservir.

De manière générale, le modèle mathématique du système décrit par des équations linéaires ou non linéaires, peut être à temps continu ou à temps discret. De nombreuses études se sont intéressées à l'identification de modèles à temps discret en raison du développement de l'informatique et du matériel de mesure numérique. Cependant, l'identification de modèle à temps continu retrouve un certain intérêt récent en raison de nombreux avantages [58,59] :

- Les modèles de systèmes physiques sont forcément continus en raison de l'utilisation d'équations de comportement continues provenant des lois de la physique.
- Les paramètres du modèle sont fortement liés aux propriétés physiques du système.
- L'utilisation de modèles à temps continu permet de considérer aisément les cas où l'échantillonnage n'est pas à pas constant ou alors lorsque l'échantillonnage est très rapide (ce qui produit des problèmes de convergence et de cohérence avec les modèles échantillonnés classiques).

L'identification des systèmes peut être effectuée avec deux approches [60] : l'approche directe ou indirecte. L'approche directe consiste à estimer les paramètres du modèle directement sous la forme à temps continu. L'approche indirecte identifie un modèle discrétisé puis une opération de conversion est utilisée afin de retrouver les paramètres physiques. La deuxième approche possède l'avantage de pouvoir utiliser de nombreuses méthodes existantes.

II.2 Procédure d'identification d'un système

L'identification c'est l'opération de détermination caractéristique dynamiques d'un procédé (système) dont la connaissance est nécessaire pour la conception et la mise en œuvre d'un système performant de régulation. L'identification est une technique expérimentale qui s'appuie sur l'utilisation de procédures et algorithmes issus d'études théoriques.

La mise en place de la modélisation expérimentale est une procédure itérative comportant cinq phases [61] présentées à la figure II.1 :

- **Extraction de données** : durant cette phase, des mesures sont effectuées sur les variables sensées caractériser le système, ces variables peuvent être des variables externes qui agissent sur le système, des variables internes qui traduisent l'état du

système, ou la réponse du système. Il existe souvent des perturbations non mesurables qui agissent sur le système rendant plus difficile sa modélisation.

- **Choix de la structure du modèle** : il s'agit de définir d'une façon formelle la relation expliquant le fonctionnement du système. Cette relation correspond à une famille de fonctions mathématiques dont une seule correspond au modèle recherché.
- **Choix du critère d'estimation paramétrique** : c'est le choix de la fonction objectif (fonction coût) dont l'optimisation (minimisation) permet de déterminer la structure du modèle de façon unique. Ce critère est fonction de l'écart entre la sortie du système et celle du modèle.
- **Estimation paramétrique** : elle s'agit alors de trouver la valeur des paramètres permettant la satisfaction d'un critère de performance donné (optimisation de la fonction objectif).
- **Validation du modèle** : c'est une procédure qui permet d'évaluer l'exactitude (ou la fidélité) du modèle. Pendant cette phase, le modèle est testé avec des données non utilisées pendant la phase d'identification.

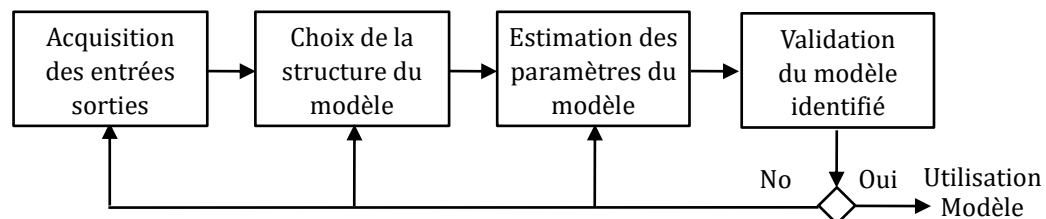


Figure II.1: Procédure d'identification d'un système

La phase d'estimation paramétrique est basée sur des méthodes d'optimisation. Dans ce qui suit nous présenterons quelques méthodes les plus utilisées, afin d'en extraire les principes d'optimisation les plus aptes à résoudre notre problème. Avant d'aborder ces méthodes on va donner quelques types de modèles utilisés dans la modélisation des processus industriels.

II.3 Apport des principaux modèles utilisés dans la modélisation des processus industriels

Cette partie est dédiée à la présentation des différents types de modèles utilisés dans la modélisation des processus industriels, à savoir, les systèmes d'ordre entier à retard pur et les systèmes d'ordre fractionnaire (non entier) à retard pur. La détermination d'un modèle rigoureux est difficile en raison de la nature complexe de certains processus. Par

conséquent, identifier ces systèmes par des modèles d'ordre inférieur à partir des données entrées-sorties est une solution très adoptée.

La notion du retard a été toujours considéré comme un des problèmes les plus difficiles rencontrés dans la commande des systèmes. Il a une influence sur le comportement du système et peut même être à l'origine d'instabilité ou d'oscillations indésirables.

II.3.1 Modélisation conventionnelle utilisant les transferts d'ordre entier

II.3.1.1 Modèle d'ordre entier de premier ordre avec un retard pur

Les systèmes du premier ordre à retard pur, appelés dans la littérature par FOPDT (First Order Plus Dead Time), est dit de 1^{er} ordre s'il est décrit par une équation différentielle de la forme :

$$\tau \frac{dy}{dt} + y(t) = k \cdot u(t - \theta) \quad (2.1)$$

La transformée de Laplace de l'équation (2.1) donne :

$$\tau \cdot s \cdot Y(s) + Y(s) = k \cdot e^{-\theta \cdot s} \cdot U(s) \quad (2.2)$$

D'où la fonction de transfert est de la forme suivante :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{1 + \tau \cdot s} \quad (2.3)$$

$$H(j\omega) = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot j\omega}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} s = j\omega \\ \omega_c = \frac{1}{\tau} \end{cases} \quad (2.4)$$

Ou k , τ et θ sont respectivement le gain statique, la constante de temps (ou pulsation de coupure ω_c) et le temps de retard, facilement obtenu avec simplification des modèles complexes, Le choix adéquat du gain statique, la constante de temps et temps de retard, la dynamique de nombreux processus industriels peut en pratique être suffisamment modélisée par la fonction de transfert FOPDT stable [62]. En revanche, le modèle du FOPDT reste limité lorsque le système est non amorti ou la dynamique est d'ordre élevé.

II.3.1.2 Modèle d'ordre entier du second ordre avec un retard pur

Les systèmes du second ordre à retard pur, appelés dans la littérature par SOPDT (Second Order Plus Dead Time), est dit de 2^{eme} ordre s'il est décrit par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = k \cdot \omega_0^2 \cdot u(t - \theta) \quad (2.5)$$

La transformée de Laplace de l'équation (2.5) donne :

$$s^2 \cdot Y(s) + 2\zeta\omega_0 \cdot s \cdot Y(s) + \omega_0^2 \cdot Y(s) = k \cdot \omega_0^2 \cdot e^{-\theta \cdot s} \cdot U(s) \quad (2.2)$$

Sachant que la fonction de transfert est de la forme suivante :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k \cdot \omega_0^2 \cdot e^{-\theta \cdot s}}{s^2 + 2\zeta\omega_0 \cdot s + \omega_0^2} \quad (2.3)$$

Equation caractéristique :

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 \cdot s + \omega_0^2 = 0 \quad (2.4)$$

D'où la solution est donnée comme suit :

$$\Delta = (\zeta^2 - 1) \cdot \omega_0^2 \quad (2.5)$$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.6)$$

- $|\zeta| = 1$ Deux racines réelles : $s_1 = -\zeta\omega_0$ et $s_2 = +\zeta\omega_0$ (2.7)

- $|\zeta| > 1$ Deux racines réelles : $s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}$ (2.8)

- $|\zeta| < 1$ Deux racines complexes conjuguées : $s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$ (2.9)

Si $\zeta > 1$ On peut factoriser le dénominateur et écrire la fonction de transfert de l'équation (2.3) sous la forme suivante :

$$H(s) = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{(1 + \tau_1 \cdot s)(1 + \tau_2 \cdot s)} \quad (2.10)$$

II.3.1.3 Modèle d'ordre entier d'ordre élevé avec un retard pur

La forme générale de la fonction de transfert d'un système d'ordre supérieur est donnée par n processus de premier ordre en séries avec retard pure :

$$H(s) = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{(1 + \tau \cdot s)^n} \quad (2.11)$$

II.3.2 Modélisation avancée utilisant les transferts d'ordre non entier

II.3.2.1 Modèle d'ordre non entier de la première espèce avec un retard pur

Les systèmes de la première espèce d'ordre non entier à retard pur, appelés dans la littérature par FFOPDT (Fractional First Order Plus Dead Time), son équation différenti-

elle est décrite sous la forme suivante :

$$\tau \frac{d^\alpha y}{dt^\alpha} + y(t) = k \cdot u(t - \theta) \quad (2.12)$$

La transformée de Laplace de l'équation (2.12) donne :

$$\tau \cdot s^\alpha \cdot Y(s) + Y(s) = k \cdot e^{-\theta \cdot s} \cdot U(s) \quad (2.13)$$

D'où la fonction de transfert est de la forme suivante :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{1 + \tau \cdot s^\alpha} \quad (2.14)$$

Ou k , τ , θ et α sont respectivement le gain statique, la constante de temps (ou pulsation de coupure ω_c), le temps de retard et l'ordre de dérivation.

La réponse fréquentielle s'obtient en remplaçant s par $j\omega$ dans (2.14)

$$s^\alpha = [j\omega]^\alpha = \omega^\alpha e^{j\frac{\alpha\pi}{2}} = \omega^\alpha \left[\cos \frac{\alpha\pi}{2} + j \sin \frac{\alpha\pi}{2} \right] \text{ avec } j = e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (2.15)$$

$$H(j\omega) = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot j\omega}}{1 + \tau \omega^\alpha e^{j\frac{\alpha\pi}{2}}} \quad (2.16)$$

$$\text{On pose : } G(s) = \frac{1}{1 + \tau \cdot s^\alpha} \text{ d'ou } H(s) = k \cdot G(s) e^{-\theta \cdot s} \quad (2.17)$$

$$\text{Alors : } G(j\omega) = \frac{1}{1 + \tau \omega^\alpha e^{j\frac{\alpha\pi}{2}}} \text{ d'ou } H(j\omega) = k \cdot G(j\omega) e^{-\theta \cdot j\omega}$$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \cdot e^{j \cdot \text{Arg}(H(j\omega))} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = |k| \cdot |G(j\omega)| \\ \text{Arg}(H(j\omega)) = \text{Arg}(G(j\omega)) - \theta\omega \end{cases}$$

$$G(j\omega) = \frac{1 + \tau \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2}}{1 + 2\tau \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2} + \tau^2 \omega^{2\alpha}} - j \cdot \frac{\tau \omega^\alpha \sin \frac{\alpha\pi}{2}}{1 + 2\tau \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2} + \tau^2 \omega^{2\alpha}} \quad (2.18)$$

$$\begin{cases} |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\tau \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2} + \tau^2 \omega^{2\alpha}}} \\ \text{Arg}(G(j\omega)) = \tan^{-1} \left(\frac{-\tau \omega^\alpha \sin \frac{\alpha\pi}{2}}{1 + \tau \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2}} \right) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{|k|}{\sqrt{1 + 2\tau \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2} + \tau^2 \omega^{2\alpha}}} \\ \text{Arg}(H(j\omega)) = -\theta\omega + \tan^{-1} \left(\frac{-\tau \omega^\alpha \sin \frac{\alpha\pi}{2}}{1 + \tau \omega^\alpha \cos \frac{\alpha\pi}{2}} \right) \end{cases} \quad (2.20)$$

II.3.2.2 Modèle d'ordre non entier de deuxième espèce avec un retard pur

Les systèmes de la deuxième espèce d'ordre non entier à retard pur, appelés dans la littérature par FSOPDT (Fractional Second Order Plus Dead Time), son équation Différentielle est décrite sous la forme suivante :

$$\frac{d^{2\alpha}y}{dt^{2\alpha}} + 2\zeta\omega_0 \frac{d^\alpha y}{dt^\alpha} + \omega_0^2 \cdot y(t) = k \cdot \omega_0^2 \cdot u(t - \theta) \quad (2.21)$$

La transformée de Laplace de l'équation (2.21) donne :

$$s^{2\alpha} \cdot Y(s) + 2\zeta\omega_0 \cdot s^\alpha \cdot Y(s) + \omega_0^2 \cdot Y(s) = k \cdot \omega_0^2 \cdot e^{-\theta \cdot s} \cdot U(s) \quad (2.22)$$

Sachant que la fonction de transfert est de la forme suivante :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k \cdot \omega_0^2 \cdot e^{-\theta \cdot s}}{s^{2\alpha} + 2\zeta\omega_0 s^\alpha + \omega_0^2} \quad (2.23)$$

Equation caractéristique :

$$s^{2\alpha} + 2\zeta\omega_0 s^\alpha + \omega_0^2 = 0 \quad (2.24)$$

On pose : $z = s^\alpha$

$$z^2 + 2\zeta\omega_0 z + \omega_0^2 = 0 \quad (2.25)$$

D'où la solution est donnée comme suit :

$$\Delta = (\zeta^2 - 1) \cdot \omega_0^2 \quad (2.26)$$

$$z_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.27)$$

- $\zeta = 1$ Racine double : $z_{1,2} = -\zeta\omega_0$
- $\zeta > 1$ Deux racines réelles : $z_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}$
- $\zeta < 1$ Deux racines complexes conjuguées : $z_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}$

Si $\zeta > 1$ On peut factoriser le dénominateur et écrire la fonction de transfert de l'équation (2.23) sous la forme suivante :

$$H(s) = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{(1 + \tau_1 \cdot s^\alpha)(1 + \tau_2 \cdot s^\alpha)} \quad (2.28)$$

II.3.2.3 Modèle d'ordre non entier d'ordre élevé avec un retard pur

Très souvent, la relaxation de **Havriliak – Negami** [63] est exprimée dans le domaine temporel sous la forme d'une équation pseudo – différentielle fractionnaire :

$$\left[\lambda + \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \right]^\gamma y(t) = u(t) \quad (2.29)$$

La transformée de Laplace de l'équation (2.29) donne :

$$(\lambda + s^\alpha)^\gamma Y(s) = U(s) \quad (2.30)$$

On déduit la fonction de **Havriliak–Negami**

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(\lambda + s^\alpha)^\gamma} \quad (2.31)$$

Donc à partir de la fonction de **Havriliak–Negami** on peut définir le système d'ordre non entier d'ordre élevé à retard pur par son équation pseudo-différentielle fractionnaire sous la forme suivante :

$$\left[1 + \tau \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \right]^\gamma y(t) = k \cdot u(t - \theta) \quad (2.32)$$

La transformée de Laplace de l'équation (2.32) donne :

$$(1 + \tau s^\alpha)^\gamma Y(s) = k \cdot e^{-\theta \cdot s} \cdot U(s) \quad (2.33)$$

D'où la fonction de transfert est de la forme suivante :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{(1 + \tau s^\alpha)^\gamma} \quad (2.34)$$

Où k , τ , θ , α et γ sont respectivement le gain statique, la constante de temps (ou pulsation de coupure ω_c), le temps de retard, l'ordre de dérivation et la valeur réelle positive.

La réponse fréquentielle s'obtient en remplaçant s par $j\omega$ de (2.15) dans (2.34) :

$$H(j\omega) = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot j\omega}}{\left[1 + \tau \omega^\alpha e^{j \frac{\alpha\pi}{2}} \right]^\gamma} \quad (2.35)$$

$$H(s) = k \cdot G_m(s) e^{-\theta \cdot s} \quad (2.36)$$

De l'équation (2.17), (2.18) et (2.19) on peut maitre :

$$G_m(s) = [G(s)]^\gamma \Rightarrow H(s) = k \cdot [G(s)]^\gamma e^{-\theta \cdot s} \quad (2.37)$$

$$[G(s)]^\gamma = |G(j\omega)|^\gamma \cdot e^{j \cdot \text{Arg}(G(j\omega)) \cdot \gamma} \Rightarrow H(s) = k \cdot |G(j\omega)|^\gamma \cdot e^{j \cdot \text{Arg}(G(j\omega)) \cdot \gamma} e^{-\theta \cdot j\omega}$$

$$\text{D'où } H(s) = k \cdot |G(j\omega)|^\gamma \cdot e^{j \cdot [-\theta\omega + \text{Arg}(G(j\omega)) \cdot \gamma]} \quad (2.38)$$

$$\begin{cases} |H(j\omega)| = \left[\frac{|k|}{\sqrt{1+2\tau\omega^\alpha \cos\frac{\alpha\pi}{2} + \tau^2\omega^{2\alpha}}} \right]^\gamma \\ Arg(H(j\omega)) = -\theta\omega + \gamma \cdot \tan^{-1} \left(\frac{-\tau\omega^\alpha \sin\frac{\alpha\pi}{2}}{1+\tau\omega^\alpha \cos\frac{\alpha\pi}{2}} \right) \end{cases} \quad (2.39)$$

II.4 Formulation du problème de modélisation

Dans l'étape de modélisation, les paramètres du modèle entier/non entier (fractionnaires) sont déterminés à partir de la résolution du problème d'optimisation proposés à l'aide de l'algorithme d'optimisation choisie.

La fonction fitness (la fonction de coût) est exprimée en utilisant le critère du minimum de l'erreur quadratique moyenne (LMSE) E_m , qui est donné par la valeur de l'écart entre les deux modules du système réel G_r , et du modèle entier/non entier (fractionnaires) proposé G_m , à chaque fréquence de l'espace logarithmique. De plus, les contraintes d'inégalité sont données par le biais de la valeur d'écart absolu entre les deux phases de processus réel et du modèle proposé, à chaque fréquence de l'espace logarithmique.

En outre, les paramètres du modèle proposées sont déterminés en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{aligned} \max_{x_m} \|E_m\|_\infty &= \max_{x_m} \|G_r(s_i) - G_m(x_m, s_i)\|_\infty \\ \text{subject to : } &x_{m_{min}} \leq x_m \leq x_{m_{max}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Selon les travaux de recherche effectuées, plusieurs méthodes ont été proposées pour reformuler le problème d'optimisation donné dans l'équation (2.40). Parmi eux, le problème d'optimisation choisi est défini comme suit :

$$\begin{aligned} \min_{x_m} \{J_m(x_m, \omega_i)\} &= \min_{x_m} \left\{ \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |G_n(\omega_i) - G_m(x_m, \omega_i)|^2 \right\} \\ \text{subject to : } &x_{min} \leq x_m \leq x_{max} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Où, J_m désigne la fonction fitness (la fonction de coût à minimiser), n est le nombre de fréquences choisit parmi la gamme des fréquences $\omega_i \in [\omega_{low}, \omega_{high}]$, x_{min} et x_{max} sont respectivement les limites inférieures et supérieures pour le vecteur des paramètres à optimiser x_m .

Par la suite, les paramètres du modèle fractionnaire sont facilement déterminés à partir de sa solution optimale du problème d'optimisation donnée par l'équation (2.41)

en appliquant l'algorithme d'optimisation (exemple : algorithme génétique **GA**, moindre carrée). Les méthodes de résolution d'un problème d'optimisation (cité ci-dessus (2.40) ou (2.41)) constitue le principe de fonctionnement des méthodes d'identification. L'idée d'identification s'appuie sur les trois éléments principaux : Le choix du modèle mathématique du système, le critère d'optimisation et l'algorithme d'optimisation.

II.5 Apport des principales méthodes d'identification paramétrique

II.5.1 Identification paramétrique conventionnelle

II.5.1.1 Identification basée sur l'erreur de sortie

La méthode à erreurs de sortie est basée sur la comparaison de la sortie d'un processus et celle d'un modèle mathématique dont on cherche à évaluer les paramètres du modèle [61,64-66]. Le principe est illustré à la figure II.2.

De façon générale le principe est très simple, Le système réel et le modèle mathématique du système sont excités par les mêmes entrées $u(t)$. Les sorties du système réel $y(t)$ et du modèle $y_m(t)$ sont comparées pour créer le vecteur des erreurs de sortie ou résidus $e(t)$. Puis un algorithme d'optimisation détermine les paramètres optimaux du vecteur $\theta(t)$ par la minimisation d'un critère J qui est fonction de $e(t)$, soit minimal.

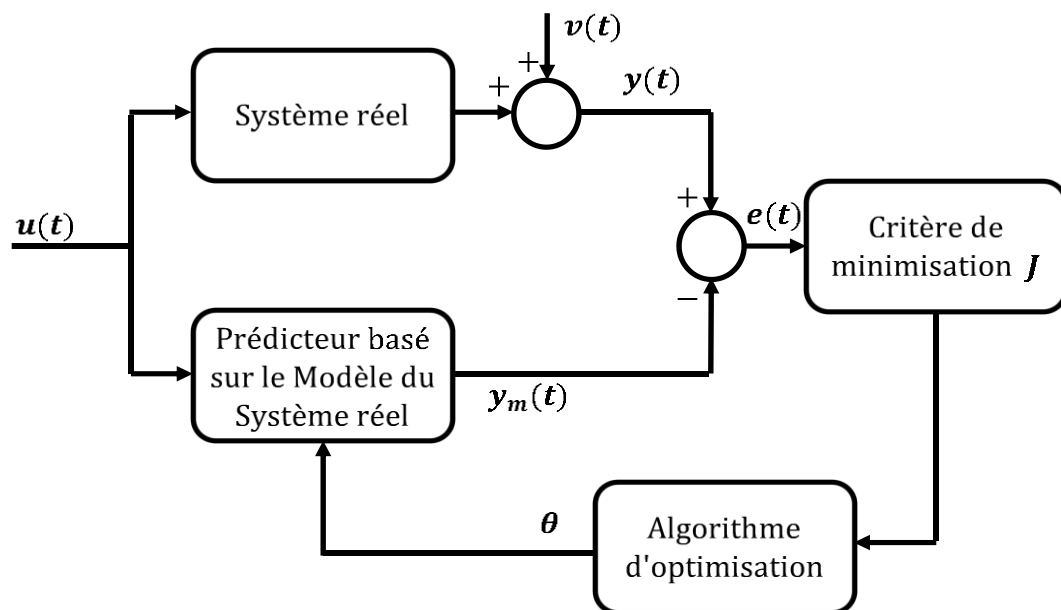


Figure II.2 Structure d'identification basée sur l'erreur de sortie

II.5.1.2 Identification basée sur l'erreur prédiction

Ce type d'identification se base sur le concept de prédiction de la sortie du système réel à l'aide d'équations algébrique de prédiction [61,64-66]. Le principe de cette méthode est l'on cherche à minimiser l'écart entre la consigne et la sortie en calculant la variable manipulée (la variable à la sortie du prédicteur). En général ces méthodes utilisent le modèle de la régression linéaire dont la forme est :

$$Y = \Phi\theta + e \quad (2.42)$$

Où Y représente la sortie du modèle, Φ représente le « régresseur », θ est le vecteur des paramètres et e est la partie aléatoire du modèle. Y est linéaire par rapport aux θ vecteur des paramètres. Le principe est donné à la figure II.3.

Le prédicteur calcule la sortie $y(k)$ en se servant des valeurs d'entrée u et de sortie y présentes et passées, mesurées sur le système réel. Dans le prédicteur il y a équations algébriques basées sur le modèle et non pas un système d'équations différentielles.

Le principe est de considérer l'erreur de prédiction $e(k)$ comme étant un bruit de mesure.

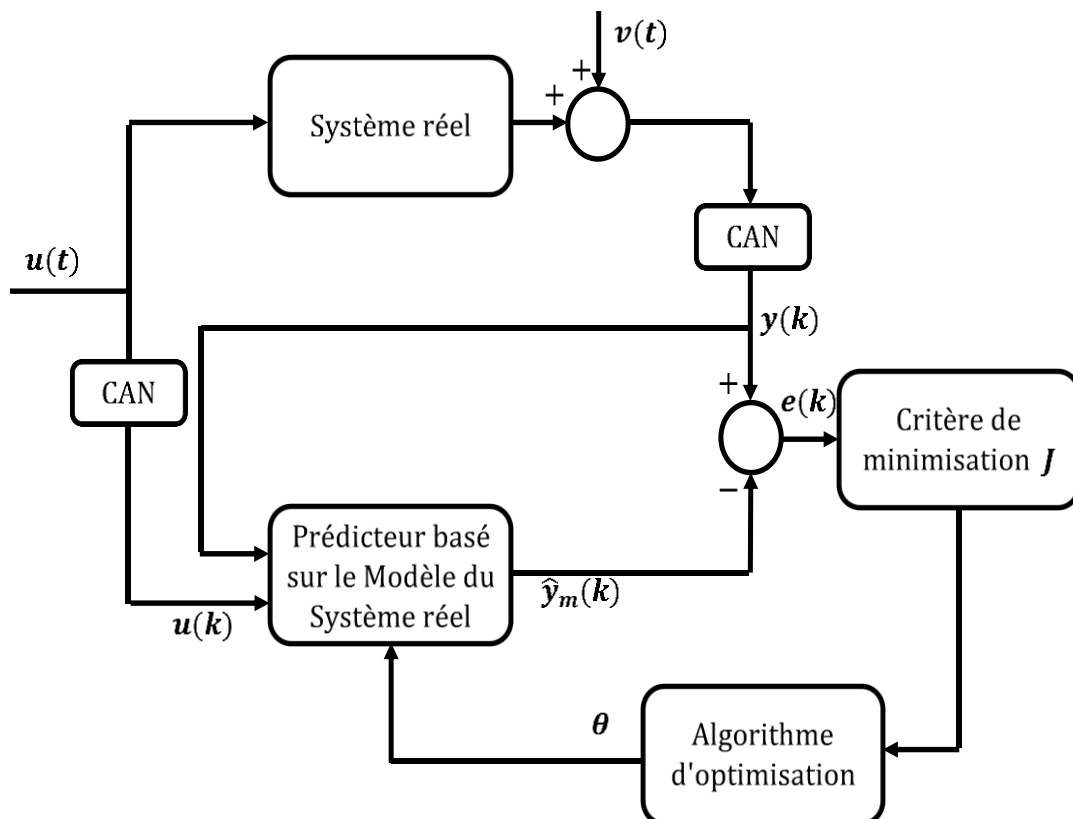


Figure II.3 Structure d'identification basée sur l'erreur de prédiction

II.5.1.3 Algorithme du moindre carré simple

La méthode des moindres carrés, indépendamment développée par Legendre et Gauss, permet de comparer des données expérimentales à un modèle mathématique censé décrire ces données. Le principe de cette méthode est de choisir le jeu de paramètres d'un modèle que l'on définira, de telle sorte qu'il minimise la somme des carrés de la différence entre les valeurs trouvées par le modèle et les valeurs expérimentales observées.

Étant donné que le concept de cette méthode est basé sur la régression linéaire, qui est une technique mathématique qui consiste à trouver la relation existante entre un ensemble de variables parmi lesquels au moins un est aléatoire ou à des mesures inconnues. Le but de la régression linéaire est de calculer les meilleures valeurs possibles des paramètres du modèle afin qu'il représente fidèlement la réalité (le système physique) [12].

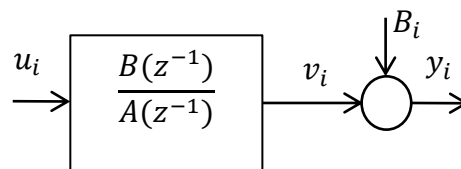


Figure II.4 Modèle du système étudié

Les calculs suivants seront basés sur l'équation (2.42) du modèle de la régression linéaire et le modèle du système étudié [65], de la figure II.4 précédent.

A partir du modèle la représentation du système sous forme d'équation donne :

$$\begin{aligned}
 Av_i &= Bu_i \\
 y_i &= v_i + B_i \\
 A(y_i - B_i) &= Bu_i \\
 Ay_i &= Bu_i + AB_i
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

On pose :

$$e_i = AB_i$$

D'où :

$$Ay_i = Bu_i + e \tag{2.44}$$

Si nous possédons N mesures consécutives, on peut écrire $N - n$ fois l'équation précédente sous forme matricielle, on obtient :

$$\begin{bmatrix} y_N \\ y_{N-1} \\ y_{N-2} \\ \vdots \\ y_{n+2} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_{N-1} & -y_{N-2} & \dots & -y_{N-n} & u_{N-1} & u_{N-p-1} \\ -y_{N-2} & -y_{N-3} & \dots & -y_{N-n-1} & u_{N-2} & u_{N-p-2} \\ -y_{N-3} & \vdots & \dots & \vdots & u_{N-3} & u_{N-p-3} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & -y_{n+1} & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_{n+1} & -y_n & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_n & -y_{n-1} & \dots & -y_1 & u_{n+1} & u_{N-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_N \\ e_{N-1} \\ e_{N-2} \\ \vdots \\ e_{n+2} \\ e_{n+1} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Soit :

$$Y = \Phi\theta + e$$

Sachant que :

$$Y = \begin{bmatrix} y_N \\ y_{N-1} \\ y_{N-2} \\ \vdots \\ y_{n+2} \\ y_{n+1} \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} -y_{N-1} & -y_{N-2} & \dots & -y_{N-n} & u_{N-1} & u_{N-p-1} \\ -y_{N-2} & -y_{N-3} & \dots & -y_{N-n-1} & u_{N-2} & u_{N-p-2} \\ -y_{N-3} & \vdots & \dots & \vdots & u_{N-3} & u_{N-p-3} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & -y_{n+1} & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_{n+1} & -y_n & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_n & -y_{n-1} & \dots & -y_1 & u_{n+1} & u_{N-p} \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad e = \begin{bmatrix} e_N \\ e_{N-1} \\ e_{N-2} \\ \vdots \\ e_{n+2} \\ e_{n+1} \end{bmatrix}$$

Définissons maintenant la forme quadratique à minimiser soit :

$$J(\theta) = \sum e^2 = e^T e$$

Avec

$$e = Y - \Phi\theta$$

Donc

$$J(\theta) = (Y - \Phi\theta)^T (Y - \Phi\theta) = Y^T Y - \theta^T \Phi^T Y - Y^T \Phi\theta + \theta^T \Phi^T \Phi\theta \quad (2.46)$$

Nous cherchons la valeur optimale de θ qui minimise le critère J . Pour cela Dérivons $J(\theta)$ par rapport à θ et égalons à zéro :

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = -2\Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi\theta = 0 \quad (2.47)$$

En déduit

$$\theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \quad (2.48)$$

Il reste à vérifier que la valeur obtenue est bien un minimum

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \theta^2} = 2\Phi^T \Phi \quad (2.49)$$

Matrice définie positive est vérifiée alors c'est bien un minimum.

II.5.1.4 Algorithme du moindre carré récursif

L'estimation de paramètres par la méthode des moindres carrés simples présente un inconvénient majeur, la nécessité de calculer l'inverse d'une matrice, ce qui est long et parfois impossible sur un microcontrôleur. On se propose de déterminer une forme récursive de cette estimation [12,65-66].

Les avantages d'une formulation récursive tiennent essentiellement en deux points.

- La possibilité de traiter un plus grand nombre de données que dans le cas de la formulation directe (pas de pseudo-inverse à calculer), notamment dans le cas de l'implantation sur un microcontrôleur.
- Dans le cas des systèmes variants dans le temps, la forme récursive permet l'ajustement automatique en ligne et en temps réel les paramètres courants du système. Dans ce cas, l'identification en ligne est généralement suivie d'une commande auto-adaptative qui dépassent le cadre de ce travail.

Comme dans tout problème récursif on s'intéresse d'abord à la boucle, ensuite comment on en sort et enfin comment on y entre. Supposons que nous possédions une estimation des paramètres θ_N à l'instant N :

$$\theta_N = (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \Phi_N^T Y_N \quad (2.50)$$

La nouvelle estimation à l'instant $N + 1$ est

$$\theta_{N+1} = (\Phi_{N+1}^T \Phi_{N+1})^{-1} \Phi_{N+1}^T Y_{N+1} \quad (2.51)$$

Avec

$$\Phi_{N+1} = \begin{bmatrix} \varphi_{N+1} \\ \Phi_N \end{bmatrix}, \quad Y_{N+1} = \begin{bmatrix} y_{N+1} \\ Y_N \end{bmatrix}, \quad E_{N+1} = \begin{bmatrix} e_{N+1} \\ E_N \end{bmatrix}$$

Et

$$\varphi_{N+1} = [-y_N \quad -y_{N-1} \quad -y_{N-2} \quad \dots \quad -y_{N-n+1} \quad u_N \quad u_{N-1} \quad u_{N-2} \quad \dots \quad u_{N-n+1}]$$

On peut écrire θ_{N+1} comme suit :

$$\theta_{N+1} = (\Phi_{N+1}^T \Phi_{N+1})^{-1} \Phi_{N+1}^T Y_{N+1} \quad (2.52)$$

$$\theta_{N+1} = (\Phi_N^T \Phi_N + \varphi_{N+1}^T \varphi_{N+1})^{-1} (\Phi_N^T Y_N + \varphi_{N+1}^T Y_{N+1}) \quad (2.53)$$

En utilisant le lemme d'inversion matricielle (2.54):

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (2.54)$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \theta_{N+1} = & ((\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} - (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T [1 + \\ & \varphi_{N+1} (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T]^{-1} \varphi_{N+1} (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1}) (\Phi_N^T Y_N + \varphi_{N+1}^T y_{N+1}) \end{aligned} \quad (2.55)$$

On pose :

$$a = 1 + \varphi_{N+1} (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T \quad (2.56)$$

$$\theta_{N+1} = ((\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} - (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T a^{-1} \varphi_{N+1} (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1}) (\Phi_N^T Y_N + \varphi_{N+1}^T y_{N+1}) \quad (2.57)$$

$$\theta_{N+1} = ((\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} - (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T a^{-1} \varphi_{N+1} (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1}) (\Phi_N^T Y_N + \varphi_{N+1}^T y_{N+1}) \quad (2.58)$$

Après simplification on trouve :

$$\theta_{N+1} = \theta_N - (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T a^{-1} (\varphi_{N+1} \theta_N) + (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T a^{-1} y_{N+1} \quad (2.59)$$

$$\theta_{N+1} = \theta_N + (\Phi_N^T \Phi_N)^{-1} \varphi_{N+1}^T a^{-1} [y_{N+1} - \varphi_{N+1} \theta_N] \quad (2.60)$$

Le terme $y_{N+1} - \varphi_{N+1} \theta_N$ représente l'erreur d'estimation à l'aide des paramètres précédents. L'équation est alors : la nouvelle estimation est l'ancienne estimation corrigée par un terme proportionnel à l'erreur d'estimation précédente, que l'on peut récrire sous la forme :

$$\theta_{N+1} = \theta_N + K_{N+1} [y_{N+1} - \varphi_{N+1} \theta_N] \quad (2.61)$$

L'algorithme général est donc :

$$\theta_{N+1} = \theta_N + K_{N+1} [y_{N+1} - \varphi_{N+1} \theta_N] \quad (2.62)$$

$$K_{N+1} = P_N \varphi_{N+1}^T [1 + \varphi_{N+1} P_N \varphi_{N+1}^T]^{-1} \quad (2.63)$$

$$P_{N+1} = P_N - K_{N+1} \varphi_{N+1} P_N \quad (2.64)$$

II.5.2 Identification paramétrique avancée

II.5.2.1 Les algorithmes génétiques GA

Les algorithmes génétiques (AG) furent introduits dans les années 1960 par J. Holland suivi par d'autres chercheurs [67-74]. Ils font partie des algorithmes évolutifs qui sont adaptés pour la recherche d'une solution dans un espace caractérisé par un grand nombre de dimensions et de minima locaux, ou plus généralement ils sont une métaphore du processus d'évolution génétique des espèces naturelles selon Darwin. Ils permettent de résoudre de nombreux problèmes combinatoires dont les formulations mathématiques sont difficiles à réaliser.

Dans les algorithmes génétiques, la recherche de solution est basée sur le maintien d'une population de points de recherche, appelée aussi population d'individus représentant les solutions candidates. Ces individus, représentés sous formes de chaînes (chromosomes) de caractères, évoluent à travers des générations selon le cycle **sélection-reproduction-renouvellement**.

L'algorithme général s'écrit de la façon suivante :

1. *Initialisation*

$$t = 0$$

initialiser la population initiale $P(t 0)$;

2. $t = t + 1$

2.1. *sélectionner les parents pour la reproduction,*

2.2. *générer la population $P(t + 1)$ par :*

- *croisement,*

- *mutation ;*

2.3. *si $(t > \text{Nombre_maximum_de_génération})$ ou $(\text{solution_atteinte})$*

alors sortir meilleur individu

sinon retourner en 2 ;

3. *Fin*

Pour appliquer cet algorithme, il faut donc :

- Définir la représentation d'un individu ;
- Définir les opérateurs génétiques ;
- Définir la fonction de mesure des individus (fonction de fitness).

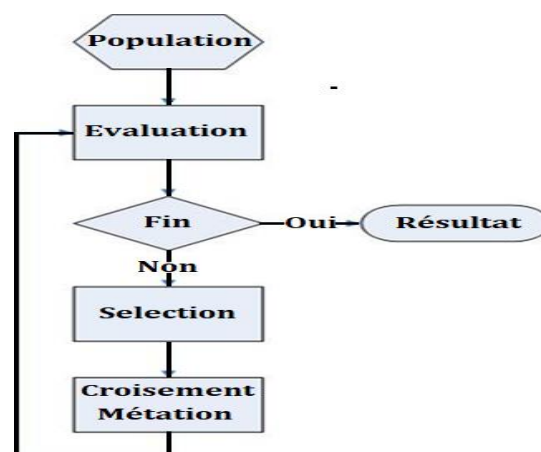


Figure II.5 Schéma de principe d'un Algorithme Génétique

1. Représentation des solutions

Une simple représentation d'un chromosome consiste en une chaîne de numéros (binaire ou réel) ou de caractères de longueur fixe.

2. Opérateurs génétiques

Les opérateurs les plus utilisés sont le croisement et la mutation.

• Le croisement

Le croisement consiste à choisir deux individus parents et à échanger des éléments de leurs chromosomes afin de générer deux ou plusieurs individus enfants. L'opérateur de croisement permet de créer de nouvelles séquences de gènes pour les chromosomes enfants à partir d'une base de configuration des séquences héritées des chromosomes parents.

Cet opérateur se produit selon une probabilité P_c (0.5 à 0.7) fixée par l'utilisateur selon le problème à optimiser. A travers cette reproduction les chromosomes enfants héritent parties de patrimoine génétique de leurs parents.

Il existe plusieurs opérateurs de croisement qui dépendent essentiellement du type du codage et de la nature du problème à traiter. Pour le codage binaire, nous distinguons plusieurs opérateurs de croisement tels que le croisement à un point, le croisement multipoints, croisement uniforme (par masque).

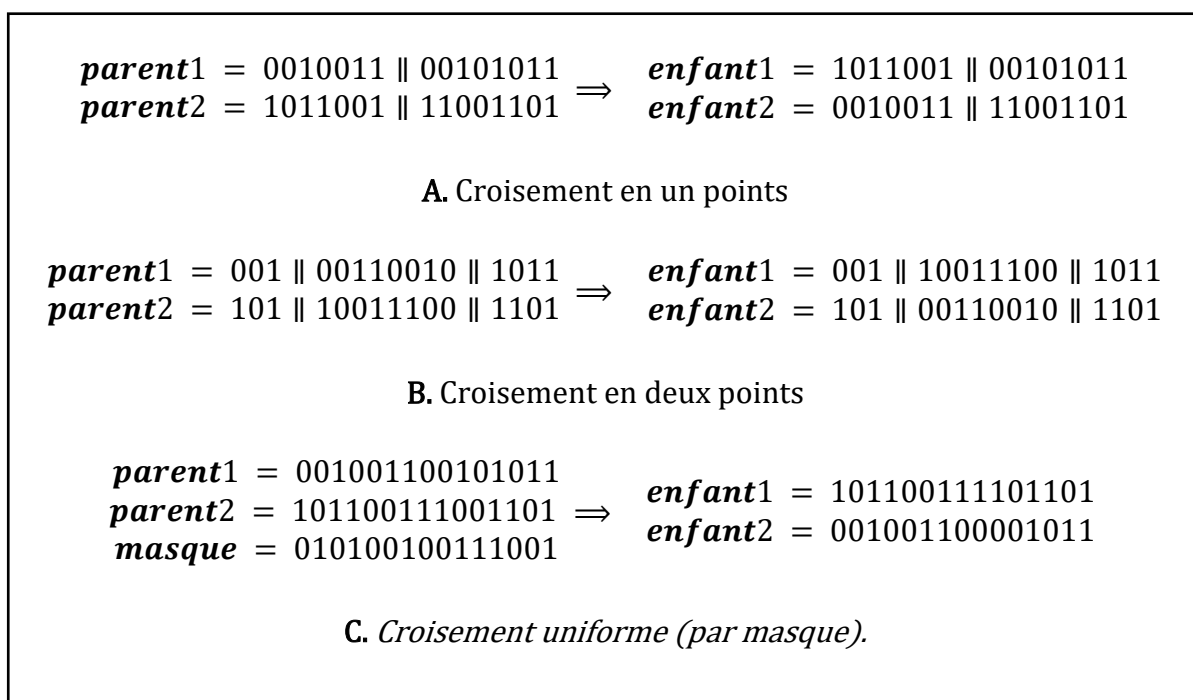


Figure II.6 Représentation schématique du croisement

- **La mutation**

La mutation consiste à modifier la structure ou la valeur d'un élément de chromosome pour aboutir à un nouvel individu. Elle est un changement aléatoire selon une certaine règle probabiliste qui doit faire sur les génotypes, avec une faible probabilité P_m (0.01 à 0.05) (fixée par l'utilisateur) de la valeur d'un ou plusieurs allèles d'un chromosome.

La mutation classique consiste à transformer dans un chromosome binaire un 1 en un 0 ou le contraire.

$ \begin{array}{ccc} \textit{enfant1} = 01001 \parallel 1 \parallel 0010101 & \xrightarrow{\textit{mutation}} & \textit{enfant1} = 01001 \parallel 0 \parallel 0010101 \end{array} $
--

Figure II.7. Représentation schématique de la mutation.

En général, la mutation ne permet pas l'obtention de meilleures solutions, mais elle permet de garder une diversité dans l'évolution des individus et d'éviter les optimums locaux, et se protège contre une perte irrécouvrable dans les caractéristiques des individus.

3. Fonction de fitness

La fonction de fitness permet d'évaluer la qualité de la solution présentée par chaque individu, permettant aussi de les sélectionner pour le bassin de reproduction. Souvent, c'est la fonction objective du problème.

4. Sélection

Le caractère stochastique de l'algorithme réside dans la probabilité de sélection. Les individus sélectionnés sont destinés au bassin de reproduction dans lequel auront lieu des opérations de croisement et de mutation. Plusieurs procédures de sélections existent, dont la plus populaire est la sélection proportionnelle qui favorise les individus ayant le plus grand fitness.

5. Renouvellement de la population

Il existe plusieurs stratégies de renouvellement de la population dont les plus utilisées sont citées ici :

La stratégie **élitiste** favorisant le meilleur individu qui n'est jamais effacé de la population. Cette stratégie peut favoriser une convergence prématurée.

La stratégie de **renouvellement total** remplace la population entière par des individus nouvellement créés. Cette stratégie est facile à implanter mais elle peut faire perdre les traces de la recherche par élimination systématique des individus anciens.

La stratégie **un-seul-à-la-fois** (steady-state) consiste à sélectionner dans la population initiale deux parents, les croiser entre eux pour générer un ou deux enfants. Ensuite, l'individu enfant est muté puis réinséré dans la population, en remplaçant soit le plus mauvais des deux parents, soit le plus mauvais de la population.

La stratégie $(\alpha + \beta)$ [75] : les β individus nouvellement générés viennent s'ajouter aux α autres individus de la population actuelle et la sélection s'effectue ainsi dans une population à $(\alpha + \beta)$ individus pour choisir α individus parents. La priorité de sélection se porte d'abord sur les individus nouvellement générés. Les individus de faible fitness sont éliminés pour garder une population constante. Cette méthode permet aux parents et aux enfants de concourir.

II.6 Test de simulation des algorithmes génétiques

Afin de mettre en évidence les bonnes performances de l'identification en vue de modélisation en utilisant les algorithmes génétiques, le modèle d'ordre non entier d'ordre élevé avec un retard pur proposé est choisi dans la fonction de transfert (2.34) suivant :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{(1 + \tau s^\alpha)^\gamma} \quad (2.34)$$

Donc le modèle fractionnaire proposé est exprimé par :

$$G_m = \frac{K_m \cdot e^{-\theta_m \cdot s}}{(1 + \tau_m s^{\alpha_m})^{\gamma_m}} \quad (2.65)$$

Où K_m , τ_m , θ_m , α_m et γ_m sont les paramètres du modèle. De plus, le modèle choisi est un modèle d'ordre fractionnaire **FMLODT** (Fractional Multi-Low-Order Dead-Time). Les performances données par l'identification d'un processus d'ordre élevé plus un retard pur qu'a déjà été étudié par Wang et al. [20] où son comportement réel a été présenté par le modèle typique suivante :

$$G_r(s) = \frac{e^{-4 \cdot s}}{(1+s)^5} \quad (2.66)$$

En conséquence, leurs réponses fréquentielles FRD (Frequency Response Data) correspondantes sont extraites dans la plage de fréquences $\omega \in [10^{-5}, 10^{+5}]$ radians par secondes en utilisant 1000 points logarithmiquement équidistants. La figure II.8 montre le FRD obtenu, présenté dans le diagramme de *Nyquist*.

II.6.1 Etape d'identification en vue de modélisation basée sur l'optimisation de l'AG

Dans le mécanisme d'optimisation basé sur GA, les deux ensembles de limites inférieure et supérieure sont utilisés :

$$\begin{bmatrix} 0.1000 \\ 0.1000 \\ 0.0001 \\ 0.50 \\ 1 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} K_m \\ \tau_m \\ \alpha_m \\ \gamma_m \\ \theta_m \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ 2 \\ 4.50 \\ 10 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

En raison du comportement probabiliste de l'AG, le processus d'optimisation est exécuté plusieurs fois en utilisant les paramètres de réglage suivants :

- *Generation number* = 50
- *TolFun* = $1e - 10$
- *Population size* = 50
- *PlotFcns* : @gaplotbestfun

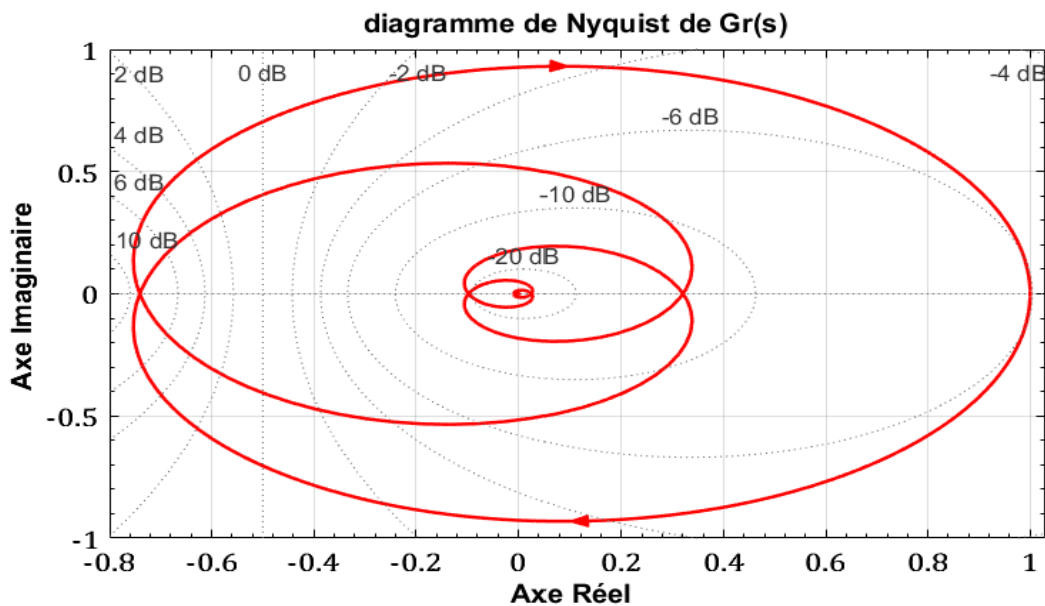


Figure II.8. Le FRD décrivant le comportement réel du processus présenté dans le diagramme de *Nyquist*.

La figure II.9 montre les meilleures valeurs de fitness assurant la meilleure minimisation du critère MSE.

Il est à noter que le comportement du processus réel a été précédemment décrit par le modèle de Wang, exprimé par :

$$G_{Wang}(s) = \frac{e^{-5.79.s}}{(0.999+1.64.s)^2} \quad (2.68)$$

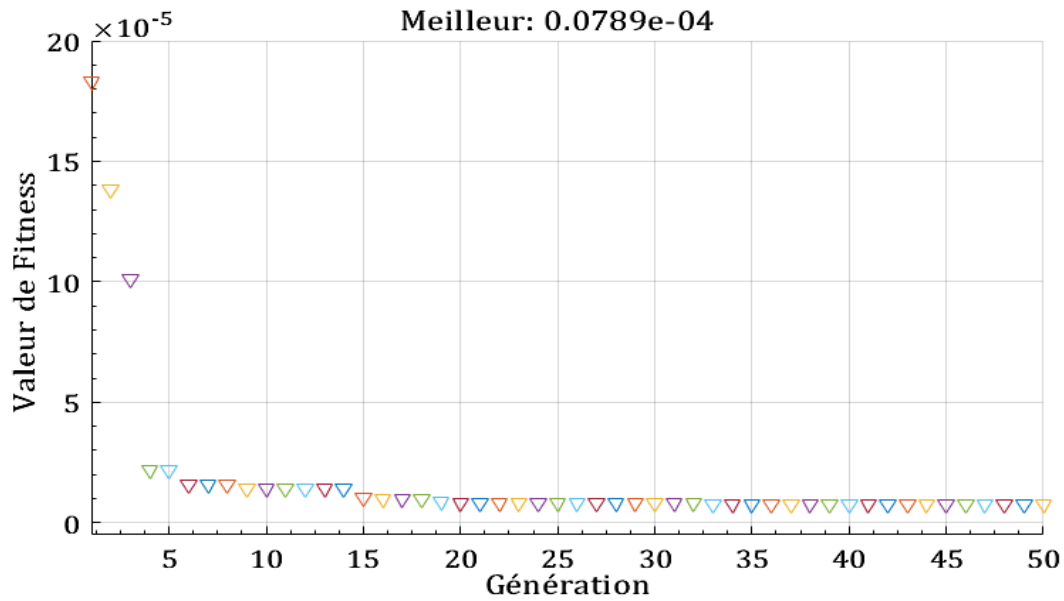


Figure II.9 Meilleurs valeur de fitness du critère MSE

Paramètres optimaux Du modèle FMLODT G_m	K_m	0.9989
	τ_m	1.1952
	α_m	1.0090
	γ_m	3.8768
	θ_m	4.4583
$\epsilon_{MSE_i} \times 10^{-4}$		0.0789
$\epsilon_{MSE_W} \times 10^{-4}$		4.9652
$\epsilon_{MSE\%}$		98,41%

Tableau II.1: Les performances du modèle obtenues fournies par le modèle FMLODT proposé et le modèle de Wang

Le tableau II.1 résume : les paramètres optimaux du modèle FMLODT obtenus déterminant, ainsi, le meilleur modèle, la précision du modèle obtenue ϵ_{MSE_i} correspondant à $G_m(s)$, et le rapport relatif $\epsilon_{\%}$ présentant le taux d'amélioration par rapport au modèle de Wang. Ce rapport peut être déterminé par :

$$\epsilon_{MSE\%} = 100 \times \left(\frac{\epsilon_{MSE_W} - \epsilon_{MSE_i}}{\epsilon_{MSE_W}} \right) \quad (2.69)$$

Le taux d'amélioration du modèles FMLODT obtenus par rapport au modèle de Wang $\epsilon_{MSE\%}=98,41\%$ assurant une meilleure précision du modèle. Sa fonction de transfert est donnée ci-dessous :

$$G_m(s) = \frac{0.9989}{(1+1.1952 \cdot s^{1.0090})^{3.8768}} \cdot e^{-4.4583 \cdot s} \quad (2.70)$$

La Figure II.10 compare les diagrammes de Nyquist du processus réel et le modèle FMLODT associé.

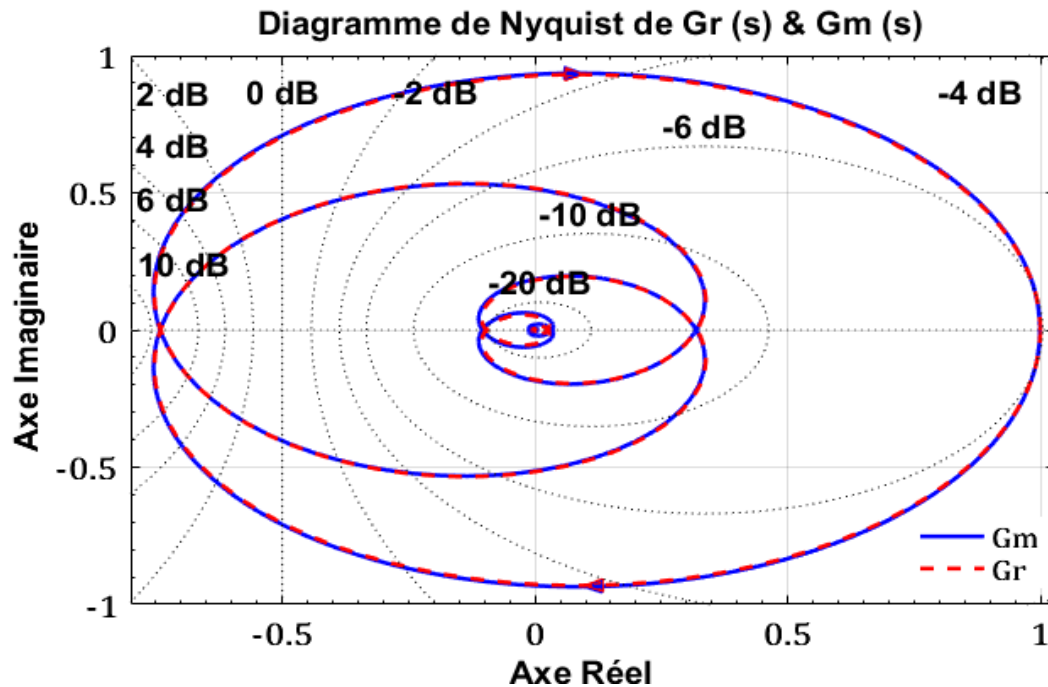


Figure II.10 Diagrammes de *Nyquist* du processus réel et le modèle FMLODT proposée.

II.7 Conclusion

Le deuxième chapitre présente les éléments de l'identification en vue de la modélisation, les modèles dynamiques, et le principe de l'identification paramétrique en définissant l'algorithme d'adaptation, nous avons mis l'accent sur la méthode à erreur de sortie. Cette méthode est présentée tout d'abord pour l'identification de systèmes linéaires et non-linéaires. Elle est ensuite étendue à l'identification de modèle fractionnaire à retard pur. Un intérêt tout particulier est mis sur le calcul des fonctions de sensibilité, étape clé de la méthode à erreur de sortie.

Ce chapitre est achevé par une partie de simulation dans laquelle on a choisi un modèle d'ordre fractionnaire **FMLODT** (Fractional Multi-Low-Order Dead-Time), dont les paramètres sont déterminés par les algorithmes génétiques GA. Le modèle **FMLODT** obtenu assure une meilleure précision du modèle par rapport au modèle de Wang [20].

CHAPITRE III

Identification Des Paramètres De Réglage D'un $PI^\lambda D^\mu$ Fractionnaire En Boucle Fermée

Chapitre III :

Identification des paramètres de réglage d'un $PI^{\lambda}D^{\mu}$ fractionnaire en Boucle Fermée

III.1 Introduction

Dans le monde de l'industrie, le contrôleur PID est de plus en plus utilisé pour l'amélioration du contrôle des points de consigne et la réduction au minimum des émissions de l'effet des perturbations dans les applications de contrôle de process. Ce contrôleur PID est implémenté sous différentes formes peut être dans sa forme originale avec quelques modifications. Cependant, dû à l'augmentation de la complexité des systèmes industriels et aux exigences très élevées en termes de performances et robustesse, le correcteur classique PID ne peut pas assurer les performances ainsi que la robustesse désirée. Pour surmonter cette limitation, le calcul fractionnaire [27-30] a été utilisé avec succès et avec des résultats satisfaisants pour contrôler des processus ayant un comportement dynamique compliqué. En effet, un correcteur $PI^{\lambda}D^{\mu}$ d'ordre fractionnaire [34] (FOPID) est une généralisation d'un régulateur PID classique, mais il offre plus de flexibilité dans la conception des régulateurs PID grâce à ses cinq paramètres de régulation : gain proportionnel, gain intégral, gain dérivé, ordre intégral et ordre dérivé. Récemment, plusieurs chercheurs ont abordé le sujet de réglage du correcteur $PI^{\lambda}D^{\mu}$ fractionnaire pour rendre son utilisation plus simple et plus pratique. Néanmoins, ce sujet de réglage du correcteur $PI^{\lambda}D^{\mu}$ reste toujours ouvert.

De même, le contrôleur PID donne de meilleures performances si le temps de retard du processus est inférieur à la constante de temps du modèle de fonction de transfert du processus. Lorsque le retard du processus est largement supérieur à sa constante de temps, la performance du PID est insuffisante pour répondre aux besoins. En effet, pour résoudre ce problème et obtenir un meilleur contrôle, il faut apporter quelques modifications à sa mise en œuvre [76]. La configuration du Prédicteur de Smith (SP) [77] est très utile dans ce type de processus où le contrôleur est conçu sans tenir compte de la partie retard du modèle. Grâce au SP, les performances de l'asservissement du processus sont améliorées, mais la réponse est lente lorsque la constante de temps du modèle est trop faible [78].

Du point de vue actuel, le contrôle à modèle interne (IMC) est étroitement lié au contrôle des prédicteurs de Smith en ce qui concerne les systèmes à retard. En effet, le contrôle à modèle interne (IMC) [79], développé par Morari et al [80-82], s'est révélé être une méthode puissante pour la conception des contrôleurs. La méthode IMC, en tant que méthode de synthèse directe généralement utilisée dans le contrôle conventionnel à retour, est basée sur des modèles de processus supposés et conduit à des expressions analytiques pour les réglages du contrôleur. L'approche IMC permet d'examiner de façon plus systématique l'incertitude du modèle et les compromis entre performance et robustesse.

Cependant, Les perturbations paramétriques rassemblent les variations de dynamiques, de gain statique, de retard. Ces perturbations agissant sur les performances du système de contrôle. C'est à ce niveau qu'intervient la boucle d'adaptation, pour permettre de maintenir les performances désirées en présence de perturbations paramétriques. Le contrôle adaptatif à modèle de référence (**MRAC : Model Reference Adaptive Control**) est une des contrôles adaptatifs les plus connues [83-86], cette approche de commande a été originalement proposée pour résoudre un problème dans lequel les spécifications de performances sont données en termes d'un modèle de référence. Son principe de base consiste à adapter les paramètres du contrôleur en fonction de l'erreur entre le système et le modèle.

III.2 Configuration standard de la boucle de contrôle

Une structure typique de configuration standard de la boucle de contrôle est illustrée à la figure III.1, où l'on peut voir que dans un contrôleur, le signal d'erreur $e(t)$ est utilisé pour former le signal de régulation $u(t)$ appliqué au modèle du système.

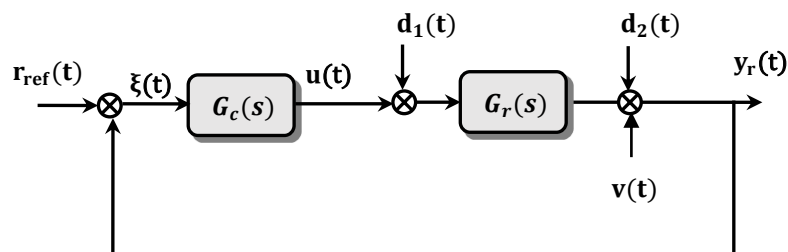


Figure III.1 Configuration standard de la boucle de contrôle

Sachant que :

$r_{ref}(t)$: le signal de référence ou consigne

$\xi(t)$: l'erreur (entrée du régulateur),

$\mathbf{u}(t)$: la commande (sortie du régulateur),

$\mathbf{d}_1(t)$ et $\mathbf{d}_2(t)$: les perturbations à l'entrée et à la sortie du procédé respectivement,

$\mathbf{v}(t)$: le bruit à la sortie du procédé (par exemple bruit de mesure),

$y_r(t)$: la sortie du système réel

$G_c(s)$: la fonction de transfert du contrôleur,

$G_r(s)$: la fonction de transfert du système.

Une description mathématique de la fonction de transfert de la boucle ouverte est la suivante :

$$H_{BO}(s) = G_c(s) \cdot G_r(s) \quad (3.1)$$

Et celle de la boucle fermée :

$$H_{BF}(s) = \frac{H_{BO}(s)}{1+H_{BO}(s)} \quad (3.2)$$

On définit ainsi le signal d'erreur par :

$$\xi(t) = r_{\text{ref}}(t) - y_r(t) \quad (3.3)$$

L'utilisation de la transformée de Laplace nous permet de décrire la sortie du système comme suit :

$$Y_r(s) = \frac{G_c(s) \cdot G_r(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_r(s)} R_{\text{ref}}(s) + \frac{G_r(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_r(s)} D_1(s) + \frac{1}{1+G_c(s) \cdot G_r(s)} (V(s) + D_2(s)) \quad (3.4)$$

III.3 Les entrées-sorties agissant sur le modèle de synthèse

La conception d'un système de contrôle est basée sur un modèle du système réel. Ce modèle peut être inspiré d'équations physiques ou d'un processus d'identification. En tout cas, ce modèle n'est qu'une approximation de la réalité. Ses défauts peuvent être multiples : dynamiques et non-linéarités négligées, incertitude sur certains paramètres physiques, simplification des hypothèses, erreurs de mesure à l'identification, etc.

De plus, certains paramètres du système peuvent varier significativement avec le temps ou les conditions de fonctionnement. En outre, des facteurs externes imprévisibles peuvent perturber le fonctionnement du système contrôlé. Bien que ces facteurs soient par essence mal connus, on dispose en général d'informations sur leur amplitude maximale ou leur nature statistique. On distingue deux classes de facteurs incertains [87]. Une première classe comprend les hasards et perturbations externes. Ce sont des signaux

ou actions à caractère aléatoire qui viennent perturber le système de contrôle. On les identifie en fonction de leur point d'entrée dans la boucle. En se référant à nouveau à la figure III.1, il y a essentiellement :

- ✓ **Les perturbations de la consigne** $d_1(t)$ qui peuvent provenir d'erreurs de quantification de la consigne ou d'actions parasites sur le système.
- ✓ **Les perturbations en sortie** $d_2(t)$ qui correspondent à des actions extérieures secondaires ou imprévisibles sur le système ; par exemple, le vent pour un avion, un changement de pression atmosphérique pour un réacteur chimique, etc.
- ✓ **Les bruits de mesure** $v(t)$ qui endommagent l'estimation de la valeur courante de la sortie y . A noter que ces actions externes ne modifient pas le comportement dynamique interne du système, mais seulement la "trajectoire" de ses sorties.

Une deuxième classe de facteurs incertains réunit les imperfections et variations du modèle dynamique du système. Rappelons que les techniques de commande robuste s'appliquent à des modèles linéaires de dimension finie alors que les systèmes réels sont généralement non-linéaires et de dimension infinie. Typiquement, le modèle utilisé néglige donc les non-linéarités et n'est valable que dans une bande de fréquence limitée. Il dépend de plus de paramètres physiques dont la valeur peut fluctuer et n'est souvent connue qu'approximativement.

Dans la pratique, les solutions optimales données lors de la résolution d'un problème d'optimisation déterministe typique peuvent ne pas tenir en considération des incertitudes qui affectent le système réel. Le résultat obtenu peut donc être différent de l'optimum réel du fait de ces écarts de modélisation. La conception des systèmes avec une approche déterministe, ils peuvent donc se révéler très sensibles même à de petites variations sur certains de leurs paramètres qui vont fortement dégrader leurs performances.

III.3.1 Les incertitudes de modélisation

Il y a deux types d'incertitudes de nature non structurée et structurée.

III.3.1.1 Incertitudes non-structurées

Ce type d'incertitude se produit souvent à haute fréquence. Ceci est dû aux deux facteurs principaux [88]. Le premier est celui causé par les signaux de perturbations agissant sur la commande et la sortie du système bouclé. Le deuxième facteur est celui causé par les modes négligés lors de la modélisation du système réel, en particulier l'étape

de la linéarisation autour d'un point de fonctionnement, la négligence des retards purs dans la boucle de commande.

III.3.1.2 L'incertitude paramétrique ou structurée

L'incertitude paramétrique ou structurée [88] qui est liée aux variations ou erreurs d'estimation sur certains paramètres physiques du système, ou à des incertitudes de nature dynamique, mais entrant dans la boucle en différents points. L'incertitude paramétrique intervient principalement lorsque le modèle est obtenu à partir des équations de la physique. La manière dont les paramètres influent sur le comportement du système détermine la "structure" de l'incertitude.

III.3.2 Analyse temporelle et fréquentielle d'un système bouclé

En pratique, l'identification des systèmes n'est pas toujours possible en raison de ses opérations mathématiques parfois très complexes. Cet inconvénient rend la conception du contrôleur une opération complexe à plusieurs tâches y compris l'identification, linéarisation... etc. D'autre part, pour la majorité des systèmes stables, la réponse indicielle est généralement accessible ce qui rend la connaissance de ces derniers possibles à partir d'une simple mesure. Cet avantage a motivé les chercheurs dans le domaine du contrôle à développer des méthodes de synthèses basées sur la réponse indicielle du système.

III.3.2.1 Spécifications quantitatives dans les réponses indicielle (à l'échelon)

A partir des courbes typiques de réponse indicielle, plusieurs spécifications quantitatives utiles sont définies et illustrées à la figure III.1. Les détails de ces spécifications couramment utilisées sont résumés ci-dessous [66] :

a) La valeur finale de sortie (the steady-state value) y_{∞}

La valeur finale en régime permanent du système, sous la réponse indicielle, est la sortie lorsque $t \rightarrow \infty$:

$$y_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \quad (3.5)$$

Pour un modèle de fonction de transfert, en utilisant la propriété de valeur finale de la transformation de Laplace, La valeur finale du système peut être facilement obtenue à partir de :

$$y_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \frac{1}{s} = G(0) \quad (3.6)$$

b) Le gain statique K (steady-state gain)

Pour un système stable, c'est le rapport, en régime permanent, de la valeur de la sortie sur celle de l'entrée :

$$K = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)}{\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)} \quad \text{ou} \quad K = \frac{y_{\infty} - y_0}{u_{\infty} - u_0} \quad (3.7)$$

C'est la fonction de transfert est connue alors :

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (3.8)$$

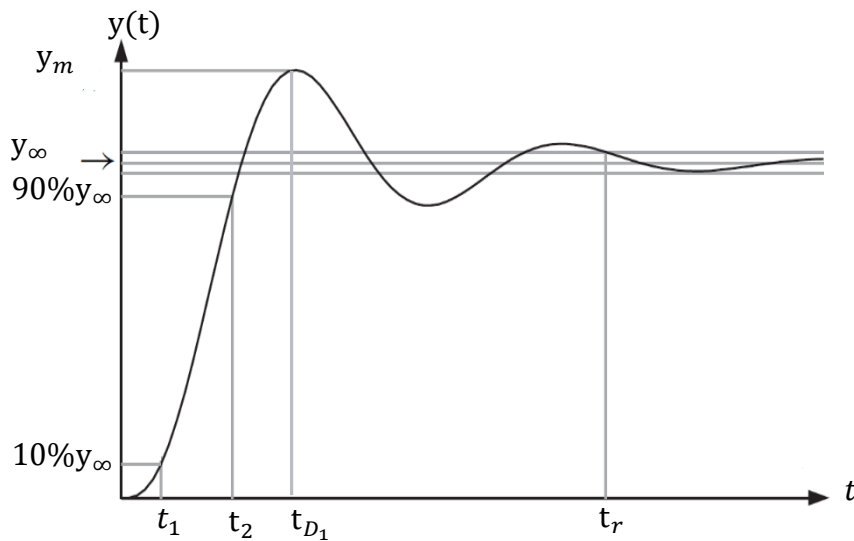


Figure III.2 Spécifications typiques d'une réponse indicielle.

c) Le temps de montée t_m (rise time)

Le temps de montée est défini comme suit: $t_m = t_2 - t_1$ avec t_2 et t_1 , respectivement, le temps où $y(t)$ atteint $y(t_2) = 90 \% \cdot y_{\infty}$ et $y(t_1) = 10\% \cdot y_{\infty}$ de sa valeur en régime permanent.

d) Le temps de réponse t_r (setting time)

Temps nécessaire pour que la sortie atteigne et reste à l'intérieur d'une zone de tolérance égale à $\pm 5 \%$ autour de la valeur finale (exemple $y(t) = y_{\infty} \mp 5\%$).

e) L'instant du premier dépassement t_{D_1}

L'instant du premier dépassement t_{D_1} est l'instant où la sortie atteint le premier dépassement (ou premier pic) si celui-ci a lieu sachant que :

$$y_m = y(t_{D_1})$$

f) La valeur du premier dépassement (overshoot) $D1\%$

Différence relative entre la valeur du premier dépassement et la valeur finale, en pourcentage :

$$D1 \% = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty - y_0} \times 100 \quad (3.9)$$

III.3.2.2 Fonctions de la sensibilité et la sensibilité complémentaire

On considère le système bouclé de la figure III.3 ; Avec $\mathbf{v}(t)$ représente l'entrées de bruits de mesure, $\mathbf{d}(t)$ la perturbation agissant en sortie du système. La sortie du système bouclé y peut s'écrire :

$$Y_r(s) = G_c \cdot G_r [1 + G_c \cdot G_r]^{-1} \cdot R_{ref}(s) - G_c \cdot G_r [1 + G_c \cdot G_r]^{-1} \cdot V(s) + [1 + G_c \cdot G_r]^{-1} \cdot D(s) \quad (3.10)$$

L'erreur de contrôle $\xi(t) = r_{ref}(t) - y_r(t)$, compte tenu de l'identité :

$$G_c G_r [1 + G_c G_r]^{-1} + [1 + G_c G_r]^{-1} = 1 \quad (3.11)$$

Est alors :

$$\xi = [1 + G_c G_r]^{-1} \cdot R_{ref} + G_c G_r [1 + G_c G_r]^{-1} \cdot V - [1 + G_c G_r]^{-1} \cdot D \quad (3.12)$$

On définit alors d'après les relations (1.17) et (1.18) :

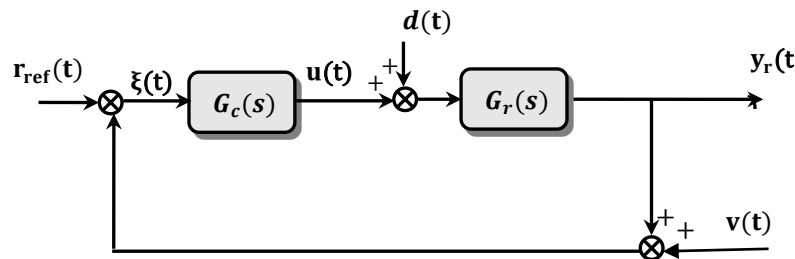


Figure III.3 Système bouclé classique

a) La fonction de sensibilité directe

$$S_d = [1 + G_c \cdot G_r]^{-1} \quad (3.13)$$

b) La fonction de sensibilité complémentaire

$$S_c = G_c \cdot G_r [1 + G_c \cdot G_r]^{-1} \quad (3.14)$$

Ces deux fonctions de transfert vérifient la relation suivante :

$$S_d + S_c = 1 \quad (3.15)$$

III.3.2.3 La robustesse

La notion de robustesse est liée aux incertitudes portant soit sur le processus lui-même [90], soit sur l'environnement du processus, telles que des perturbations non modélisées ou des dynamiques de procédé mal prises en compte, fréquemment à haute fréquence, dans le cas où on utilise un modèle de contrôle. Un système de contrôle doit, de préférence, être peu sensible à ces facteurs. Toutefois, il faut noter qu'il faut rechercher un compromis entre la performance et la robustesse. Il est clair que la robustesse est essentielle dans un contexte industriel [91].

Une solution possible [92] consiste à quantifier l'erreur relative sur le modèle ξ_m de la façon suivante :

$$\xi_m = \frac{G_r - G_m}{G_m} \quad (3.16)$$

Où G_r est le modèle réel de processus actuel (inconnu par définition) et G_m le modèle disponible utilisé.

III.4 Problème de synthèse du contrôleur stabilisant

III.4.1 Les différentes structures utilisées lors de la synthèse du contrôleur stabilisant

III.4.1.1 Conception d'un contrôleur PID classique et PI^λD^μ d'ordre fractionnaire

La structures du contrôleur PID est la structure la plus utilisée actuellement dans la conception des contrôleurs des processus industriels. Sa fonction de transfert est bien connue sous la forme :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3.17)$$

Où $E(s)$ représente l'erreur et $U(s)$ la commande.

Podlubny [34] avait proposé une généralisation de ce contrôleur, appelée contrôleur PI^λD^μ d'ordre fractionnaire définie par sa fonction de transfert donnée sous la forme :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu, \quad \lambda, \mu \in \mathcal{R} \quad (3.18)$$

L'équation différentielle correspondant à cette fonction de transfert, est donnée par:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i D^{-\lambda} e(t) + K_d D^\mu e(t), \quad \lambda, \mu \in \mathcal{R} \quad (3.19)$$

III.4.1.2 La configuration du Prédicteur de Smith (SP)

Considérez un bloc-diagramme du schéma de contrôle basé sur le principe du prédicteur de Smith [92], comme le montre la figure III.4.

Où $G_r(s)$ et $G_m(s) = G(s) \cdot e^{-\theta_m \cdot s}$ représentent respectivement les fonctions de transfert appropriées qui caractérisent le processus réel et le modèle. $G(s)$ est la partie libre de temps de retard du modèle et $G_c(s)$ est la fonction de transfert du contrôleur. r_{ref} , d_u et u désignent, respectivement, le signal de référence, la perturbation et le signal de commande. y_r , y_m et ξ_m sont la sortie du processus, la sortie du model et l'erreur de modélisation sachant que $\xi_m = y_r - y_m$.

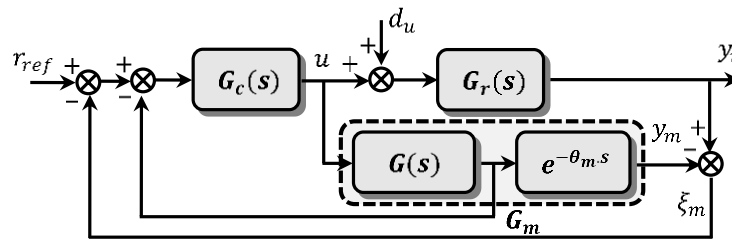


Figure III.4 Bloc-diagramme du schéma de contrôle du prédicteur de Smith

Dans le cas où $G_m(s) = G_r(s)$, la sortie y_r dépend de l'entrée de référence r_{ref} et de la perturbation d_u comme suit :

$$\begin{aligned} \xi_m &= y_r - y_m \\ y_r &= (u + d_u)G_r \\ y_m &= u \cdot G_m \\ G_m &= G \cdot e^{-\theta_m \cdot s} \\ \xi_m &= (u + d_u)G_r - u \cdot G_m \\ [(r_{ref} - \xi_m) - u \cdot G]G_c &= u \end{aligned}$$

Après simplification on obtient :

$$y_r = \frac{G_c \cdot G_r}{1 + G G_c + G_c(G_r - G_m)} \cdot r_{ref} + \left[1 - \frac{G_r G_c}{1 + G G_c + G_c(G_r - G_m)} \right] G_r \cdot d_u \quad (3.20)$$

La fonction de transfert globale dans le schéma du prédicteur de Smith de r_{ref} à y_r est donnée par :

$$\frac{y_r}{r_{ref}} = \frac{G_c \cdot G_r}{1 + G G_c + G_c(G_r - G_m)} \quad (3.21)$$

En cas de modélisation parfaite du processus où $G_r = G_m$, la sortie y_r dépend de l'entrée de référence r_{ref} et de la perturbation d_u comme suit :

$$y_r = \frac{G_c G}{1+G G_c} \cdot e^{-\theta_m \cdot s} \cdot r_{ref} + \left[1 - \frac{G_c G}{1+G G_c} \cdot e^{-\theta_m \cdot s} \right] G \cdot e^{-\theta_m \cdot s} \cdot d_u \quad (3.22)$$

Et la fonction de transfert en boucle fermée peut s'écrire :

$$\frac{y_r}{r_{ref}} = \frac{G_c G}{1+G G_c} \cdot e^{-\theta_m \cdot s} \quad (3.23)$$

III.4.1.3 Le contrôle à modèle interne (Internal Model Controller IMC)

La figure III.5 montre le schéma-bloc simplifié du control à modèle interne IMC [93]. Où $G_r(s)$ est le processus réel à contrôler, $G_m(s)$ est le modèle du processus et $G_{IMC}(s)$ est le contrôleur à modèle interne IMC.

La commande u issue du correcteur $G_{IMC}(s)$ est appliquée simultanément au processus réel à contrôler $G_r(s)$ et à son modèle $G_m(s)$ pour obtenir l'écart ξ_m . De plus, Le contrôle à modèle interne IMC exploite alors cet écart de comportement pour corriger l'erreur sur la consigne. Le signal d'erreur comprend l'influence des perturbations extérieures ainsi que les erreurs de modélisation.

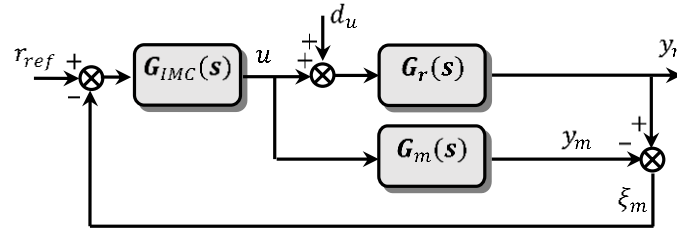


Figure III.5 Bloc-diagramme du schéma de contrôle à modèle interne IMC

Selon la figure III.4 on obtient :

$$\begin{aligned} \xi_m &= y_r - y_m \\ y_r &= (u + d_u)G_r \\ y_m &= u \cdot G_m \\ \xi_m &= (u + d_u)G_r - u \cdot G_m \\ (r_{ref} - \xi_m)G_{IMC} &= u \end{aligned}$$

Après simplification on obtient :

$$y_r = \frac{G_{IMC} \cdot G_r}{1+G_{IMC}(G_r-G_m)} \cdot r_{ref} + \frac{(1-G_{IMC} \cdot G_m)G_r}{1+G_{IMC}(G_r-G_m)} \cdot d_u \quad (3.24)$$

La fonction de transfert globale dans le schéma IMC de r_{ref} à y_r est donnée par :

$$\frac{y_r}{r_{ref}} = \frac{G_{IMC} \cdot G_r}{1 + G_{IMC}(G_r - G_m)} \quad (3.25)$$

En cas de modélisation parfaite du processus où $G_r = G_m$, la sortie y_r dépend de l'entrée de référence r_{ref} et de la perturbation d_u comme suit :

$$y_r = G_{IMC} \cdot G_r \cdot r_{ref} + (1 - G_{IMC} \cdot G_m) G_r \cdot d_u \quad (3.26)$$

La fonction de transfert en boucle fermé peut s'écrire :

$$\frac{y_r}{r_{ref}} = G_{IMC} \cdot G_m \quad (3.27)$$

III.4.1.4 Equivalence entre le contrôle basé sur le prédicteur de Smith et le contrôle à modèle interne IMC

Sur la base du schéma fonctionnel du prédicteur de Smith équivalent de la figure III.6 en comparant avec le schéma du contrôle à modèle interne IMC de la figure III.5, nous pouvons trouver une formule pour convertir l'un à l'autre dans laquelle G_{IMC} est exprimé en fonction de G_c comme suit :

$$G_{IMC} = \frac{G_c}{1 + G G_c} \quad (3.28)$$

Où

$$G_c = \frac{G_{IMC}}{1 + G G_{IMC}} \quad (3.29)$$

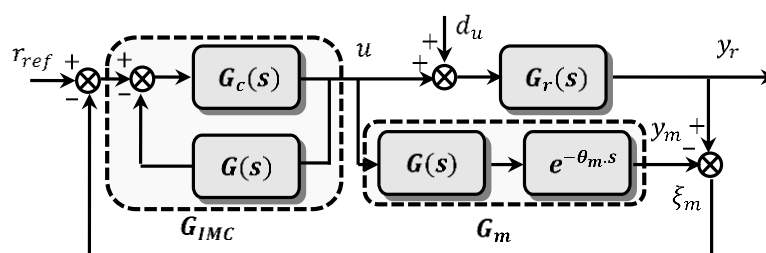


Figure III.6 Schéma fonctionnel du prédicteur de Smith équivalent

III.4.1.5 Le contrôle adaptatif à modèle de référence MRAC

Bien que différentes configurations MRAC puissent être trouvées dans la littérature, la structure de base d'un contrôle adaptatif à modèle de référence MRAC (*Model Reference Adaptive Control*) [83] présenté à la figure III.7 est couramment utilisée et comprend tous les composants de base d'un système MRAC.

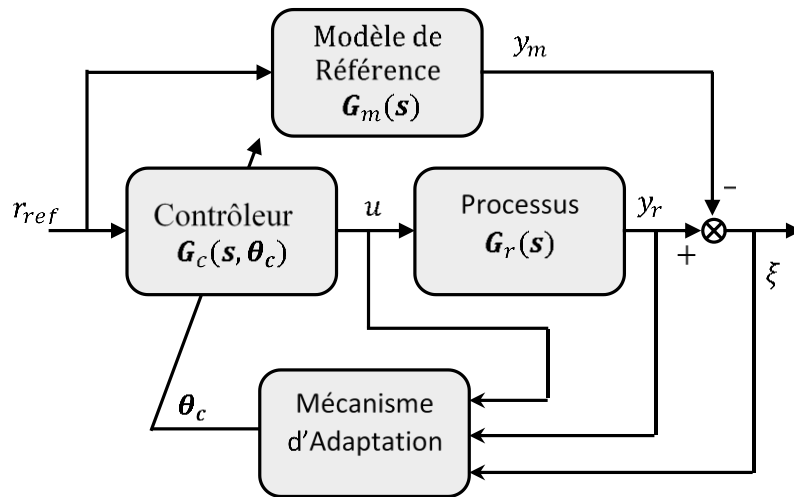


Figure III.7 Schéma bloc d'un contrôle adaptatif à modèle de référence **MRAC**

Il est composé d'une loi de contrôle en boucle fermée contenant un contrôleur $G_c(s, \theta_c)$ et d'un mécanisme de réglage qui optimise les paramètres de contrôleur θ_c .

De plus, MRAC se caractérise par le fait qu'il contient un modèle de référence $G_m(s)$ qui représente le comportement d'entrée-sortie souhaité et que le contrôleur et le mécanisme d'adaptation sont conçus pour forcer la réponse du processus y_r à suivre celle du modèle de référence, y_m , pour toute référence donnée, r_{ref} . L'erreur de poursuite représente la déviation de la sortie par rapport à la référence $\xi = y_r - y_m$.

III.4.2 Formulation du problème d'optimisation

Un système réel est sensible à plusieurs sources de signaux telles que le bruit, le signal de contrôle, le signal de consigne, etc. Les lois de contrôle ont pour objectif de produire un signal de contrôle, au moyen des signaux de mesure pour obtenir une certaine performance souhaitée, comme le rejet des perturbations ou la poursuite souhaitée. Ces performances sont souvent représentées par des signaux d'erreur et l'objectif de la loi de contrôle est décrit comme la minimisation d'un certain critère du signal d'erreur.

En ce qui concerne les critères d'optimisation [3,94], ils portent généralement sur une variable d'écart $e(t)$ qui tend asymptotiquement vers zéro (0) et ils peuvent prendre l'une des formes suivantes :

- **IAE** (Integral of Absolute Error)

$$I_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.30)$$

- **ITAE** (Integral of Time and Absolute Error)

$$I_{ITAE} = \int_0^{\infty} t|e(t)|dt \quad (3.31)$$

- **IES** (Integral of Error Squarred)

$$I_{IES} = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (3.32)$$

- **ITES** (Integral of Time and Error Squarred)

$$I_{ITES} = \int_0^{\infty} te(t)^2 dt \quad (3.33)$$

- **EITES** (Extended Integral of Time and Error Squarred)

$$I_{EITES} = \int_0^{\infty} t^q e(t)^2 dt, q \geq 0 \quad (3.34)$$

III.5 Identification des paramètres du contrôleur stabilisant (solution du problème de synthèse)

Aujourd'hui, les chercheurs s'intéressent au développement des méthodes et techniques d'identification des paramètres du contrôleur. Plusieurs techniques ont été proposées pour la synthèse du contrôleur (calcul des paramètres) tel que les méthodes analytiques comme la formule empirique de *Ziegler - Nichols* [89,95] et les techniques basées sur la formulation du problème de commande et de robustesse en un problème d'optimisation des paramètres inconnus du contrôleur par exemple les **Algorithmes Génétiques**, en minimisant un critère d'optimisation sur l'erreur.

III.5.1 Solutions analytiques basées sur les méthodes empiriques

✓ Formule empirique de *Ziegler-Nichols*

Au début des années 1942, Ziegler et Nichols [95] a proposé une formule de réglage empirique pour les systèmes à retard du premier ordre (FOPDT) exprimée par l'équation (2.3) (voir Chap. II) :

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k \cdot e^{-\theta \cdot s}}{1 + \tau \cdot s} \quad (2.3)$$

Dans les systèmes de contrôle de processus en temps réel, une grande variété de systèmes peut être approximativement modélisée par (2.3). Si le modèle du système ne peut pas être obtenu physiquement, des expériences peuvent être effectuées pour extraire les paramètres du modèle approché (2.3). Par exemple, si la réponse à un échelon du modèle peut être mesurée par une expérience, le signal de sortie peut être enregistré comme indiqué à la figure III.8 (a), d'où les paramètres de k , L et T (où bien a , sachant $a = kL/T$) peuvent être extraits par la méthode simple illustrée.

Des approches de réglage des courbes plus sophistiquées peuvent également être utilisées. Avec L et a , la formule de Ziegler-Nichols du tableau III.1 peut être utilisée pour obtenir les paramètres du contrôleur.

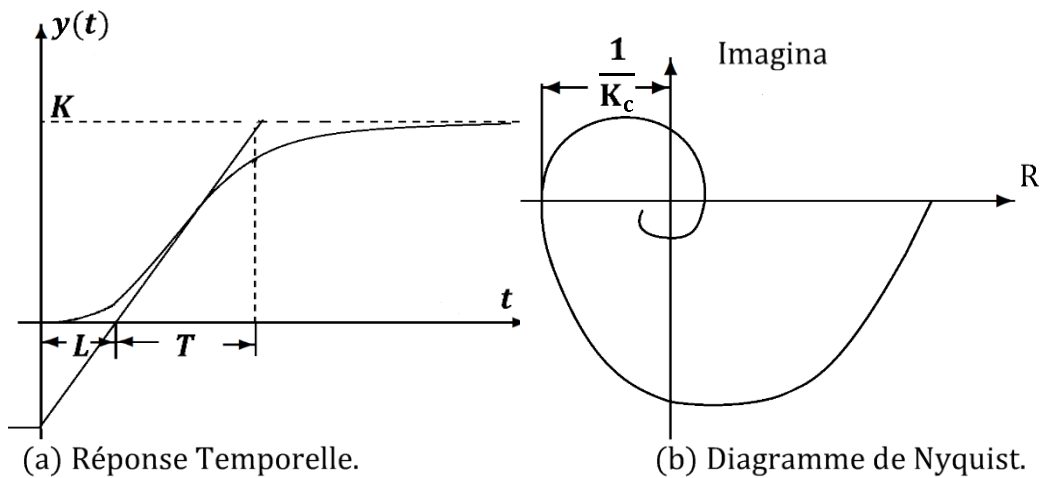


Figure III.8 Courbes des réponses d'un modèle de l'OFPDT

Si une expérience de réponse en fréquence peut être effectuée, la fréquence de coupure ω_c et le gain final K_c peuvent être obtenus à partir du diagramme de Nyquist comme indiqué à la figure III.8 (b).

Let $T_c = 2\pi/\omega_c$. Les paramètres du contrôleurs PID peuvent également être consultés dans le tableau III.1 suivant :

Il convient de noter que le tableau III.1 s'applique à la conception des contrôleurs P (proportionnel) et PI en plus du contrôleur PID avec le même ensemble de données expérimentales du système.

Contrôleur	La réponse à l'échelon			La réponse fréquentielle		
	Kp	Ti	Td	Kp	Ti	Td
P	1/a			0.5Kc		
PI	0.9/a	3L		0.4Kc	0.8Tc	
PID	1.2/a	2L	L/2	0.6Kc	0.5Tc	0.12Tc

Tableau III.1 Formule empirique de réglage de **Ziegler – Nichols**

Il convient de noter que le tableau III.1 s'applique à la conception des contrôleurs P (proportionnel) et PI en plus du contrôleur PID avec le même ensemble de données expérimentales du système.

III.5.2 Solutions basées sur les algorithmes génétiques (GA)

Après avoir passé en revue les différents concepts théoriques et les différentes notions concernant les algorithmes génétiques dans le chapitre précédent, nous proposons dans cette section de synthétiser un contrôleur efficace par l'application des algorithmes génétiques afin d'optimiser ses paramètres. De plus l'identification en vue de modélisation utilise l'écart entre les deux sorties du modèle et du système à étudier (exemple : identification à erreur de sortie). En revanche, l'identification en vue du contrôle utilise l'écart entre l'entrée de référence et la sortie du système.

Dans ce cas, le problème de synthèse est formulé comme un problème d'optimisation dont la fonction de coût représente l'intégral de la valeur absolue de l'erreur de poursuite ITAE (Integral Time Absolute Error) qui est définie dans le domaine temporelle, entre **la réponse indicielle** du système et **l'entrée échelon** (où l'écart $\xi(t)$ est l'erreur en réponse à une consigne échelon), cette optimisation appelé **optimisation indicielle**.

Le bloc diagramme de la méthode de conception [76] est présenté à la figure III.9.

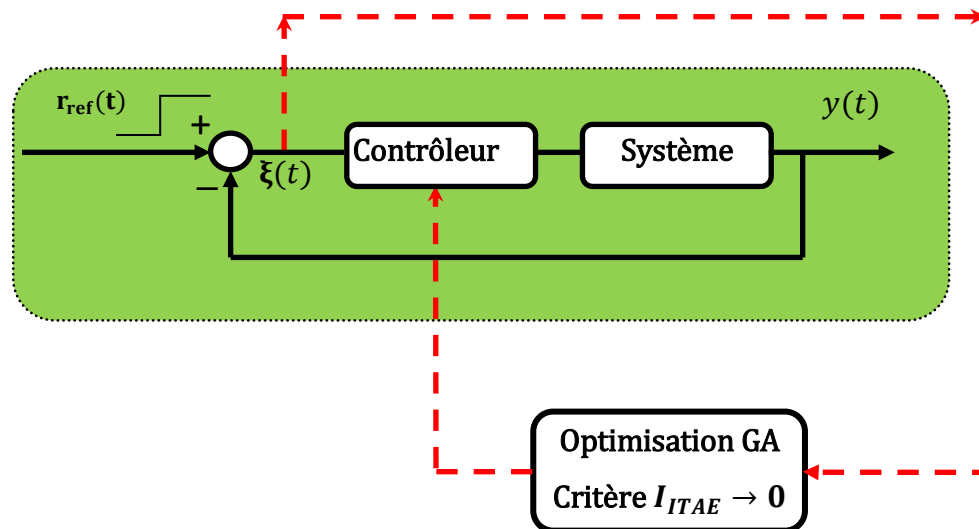


Figure III.9 Le bloc diagramme de la méthode de conception.

III.6 Test de simulation et interprétation des résultats.

L'objectif de cette simulation consiste à effectuer une conception d'un contrôleur d'ordre fractionnaire PI^λD^μ sur deux systèmes différents à savoir le modèle d'un système hydraulique et le modèle d'un véhicule électrique. A cet effet nous avons réalisé deux simulations :

III.6.1 Système hydraulique

La fonction de transfert du système est donnée par [96] :

$$G_P(s) = \frac{9000}{s^3 + 30s^2 + 700s + 1000} \quad (3.35)$$

Le contrôleur utilisé est un contrôleur PI^λD^μ ou ses paramètres sont regroupés dans le vecteur de paramètres $\theta = [K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu]$. La première opération de l'application des technique génétiques pour optimiser ces paramètres c'est le codage :

- Codage réel de l'individus : le vecteur de paramètres $\theta = [K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu]$.
- Critère d'évaluation est ITAE.
- La croisement, la mutation, la population et en fin la sélection : on a utilisé fonction `ga()` sous Matlab.

La figure III.10 représente le bloc diagramme réalisé sous **Matlab/Simulink** en utilisant **crone_toolbox PID Fractionnaire** (nipid voir figure III.11).

La figure III.12 décrit le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G_P(s)$:

Le tableau III.2 illustre les résultats du vecteur paramètre ainsi que l'erreur **ITAE** obtenus après l'application de l'**Algorithme Génétique**

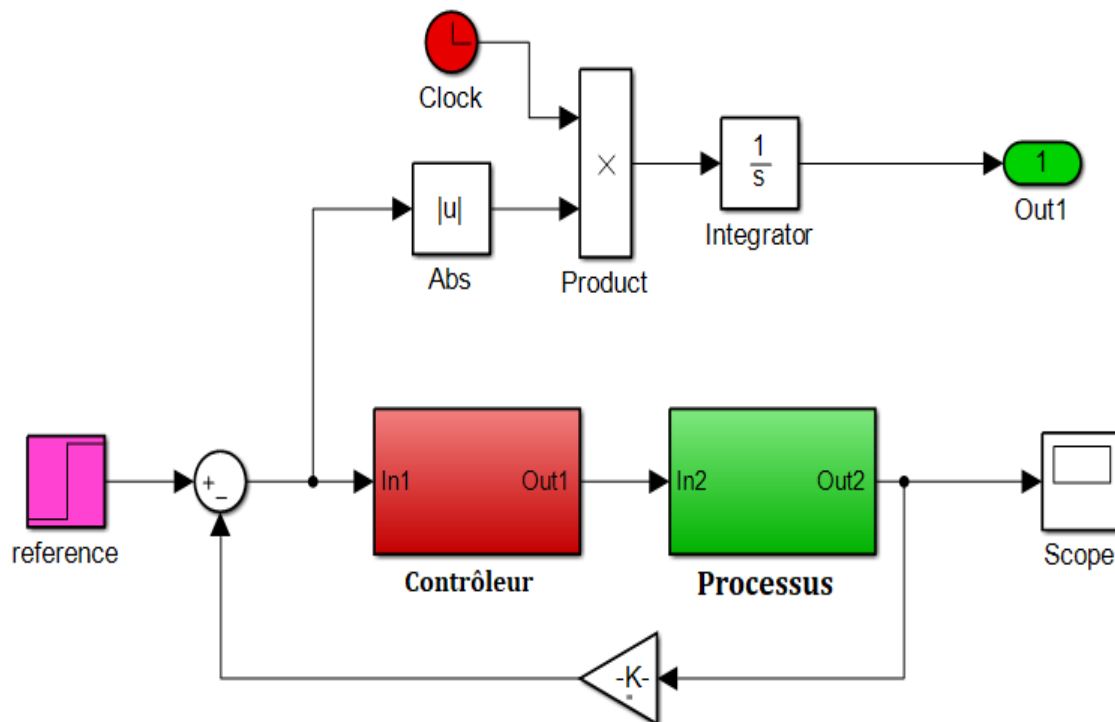


Figure III.10 Le bloc diagramme sous **Matlab/Simulink**

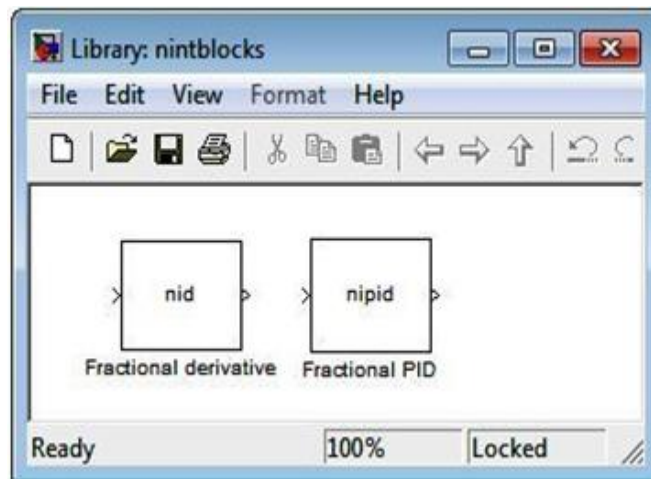


Figure III.11 PID Fractional nipid

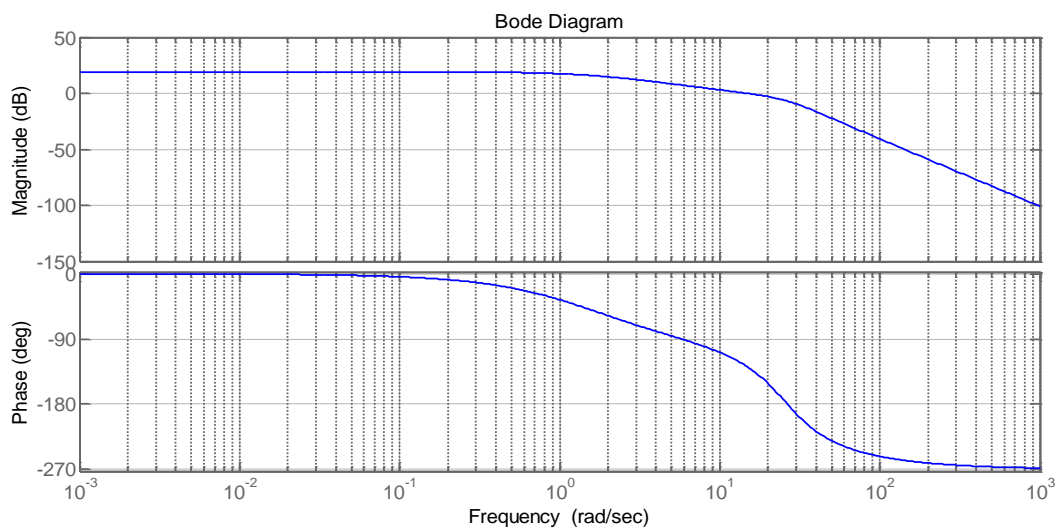


Figure III.12 Diagramme de Bode de la fonction de transfert $G_p(s)$

La figure III.13 représente les réponses temporelles du système en boucle fermée (les réponses indicielles) correspondant aux différents contrôleurs qui sont caractérisés par leurs vecteurs des paramètres optimaux aux différentes Erreurs ITAE suivants :

$$\theta = [K_p = 0.4948, K_i = 1.5764, K_d = 0.2962, \lambda = 0.0158, \mu = 0.9751]. \text{ ITAE} = 0.0189$$

$$\theta = [K_p = 0.4948, K_i = 1.5764, K_d = 0.2962, \lambda = 0.0314, \mu = 0.8501]. \text{ ITAE} = 0.0440$$

$$\theta = [K_p = 0.6627, K_i = 1.6389, K_d = 0.2337, \lambda = 0.0158, \mu = 0.9751]. \text{ ITAE} = 0.0221$$

$$\theta = [K_p = 0.4948, K_i = 1.7639, K_d = 0.2962, \lambda = 0.0158, \mu = 0.9751]. \text{ ITAE} = 0.0673$$

La figure III.14 représente la réponse temporelle du système en boucle fermée (la réponse indicielle) correspond au correcteur C(p) des paramètres optimaux à l'Erreur $\text{ITAE}_{\min} = 0.0189$.

$$\theta_{\text{optimal}} = [K_p = 0.4948, K_i = 1.5764, K_d = 0.2962, \lambda = 0.0158, \mu = 0.9751].$$

	Individus					Scores ITAE
	K_p	K_i	K_d	λ	μ	
Population	0.4948	1.5764	0.2962	0.0158	0.9751	0.0189
	0.4948	1.5764	0.2962	0.0158	0.9751	0.0189
	0.4948	1.5764	0.2962	0.0158	0.9751	0.0189
	0.2448	1.6389	0.2962	0.2033	0.9751	0.0313
	0.4948	1.5764	0.2962	0.0314	0.8501	0.0440
	0.4948	1.5764	0.2962	0.0158	0.9751	0.0189
	0.5377	1.6389	0.2962	0.0158	0.9751	0.0199
	0.4948	1.6702	0.2962	0.0158	0.9751	0.0197
	0.4948	1.5764	0.2962	0.0158	0.9751	0.0189
	0.6627	1.6389	0.2337	0.0158	0.9751	0.0221
	0.4948	1.6389	0.2962	0.0158	0.9751	0.0194
	0.4948	1.5764	0.2962	0.0158	0.9751	0.0189
	0.4948	1.6389	0.2962	0.0158	0.9751	0.0194
	0.5690	1.6389	0.3587	0.0158	0.9751	0.0240
	0.4948	1.5764	0.2962	0.0158	0.9751	0.0189
	0.4948	1.7639	0.2962	0.0158	0.7251	0.0673
	0.4948	1.5764	0.3587	0.0158	0.9751	0.0202
	0.4948	1.7014	0.2962	0.0783	0.9751	0.0208
	0.5534	1.5764	0.3196	0.0158	0.9126	0.0344
	0.4948	1.6389	0.1712	0.0783	0.9751	0.0222

Tableau III.2 Les meilleurs scores et population

La figure III.15 et la figure III.16 représentent respectivement, la réponse de la commande U (la réponse du contrôleur $PI^{\lambda}D^{\mu}$) et le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte correspondant aux paramètres optimaux $\theta_{\text{optimal}} = [K_p = 0.4948, K_i = 1.5764, K_d = 0.2962, \lambda = 0.0158, \mu = 0.9751]$ et l'Erreur $ITAE_{\text{min}} = 0.0189$

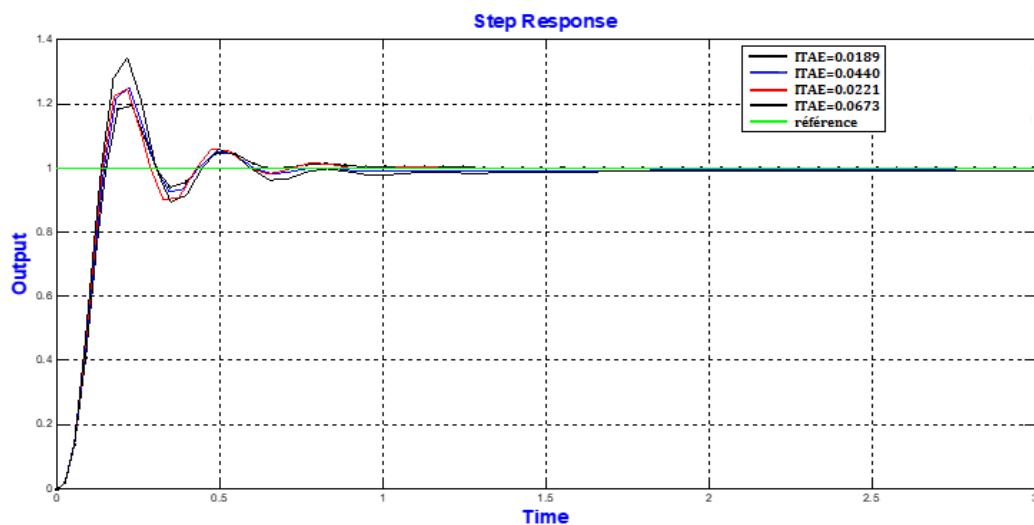


Figure III.13 Les réponses indicielles aux différents Erreurs ITAE.

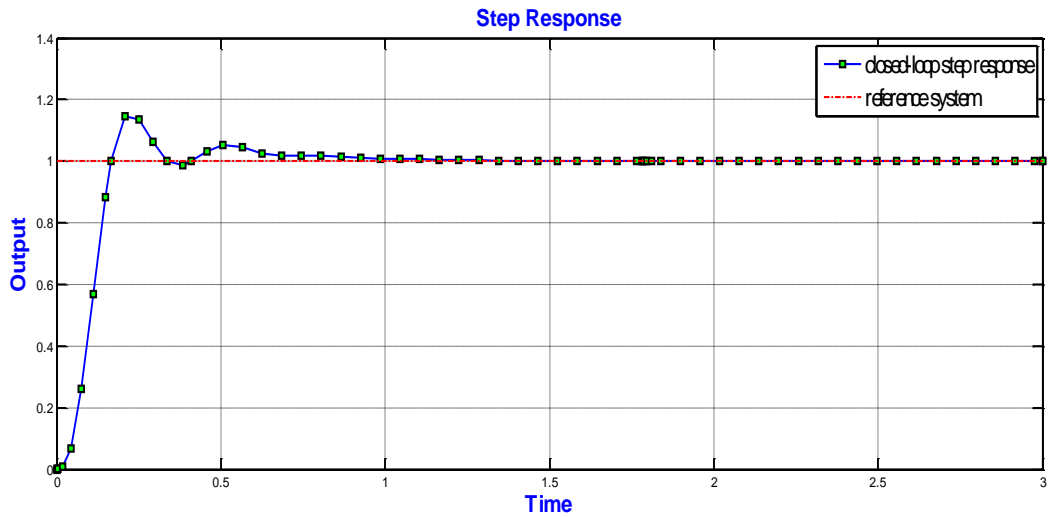


Figure III.14 la réponse indicielle pour θ optimal

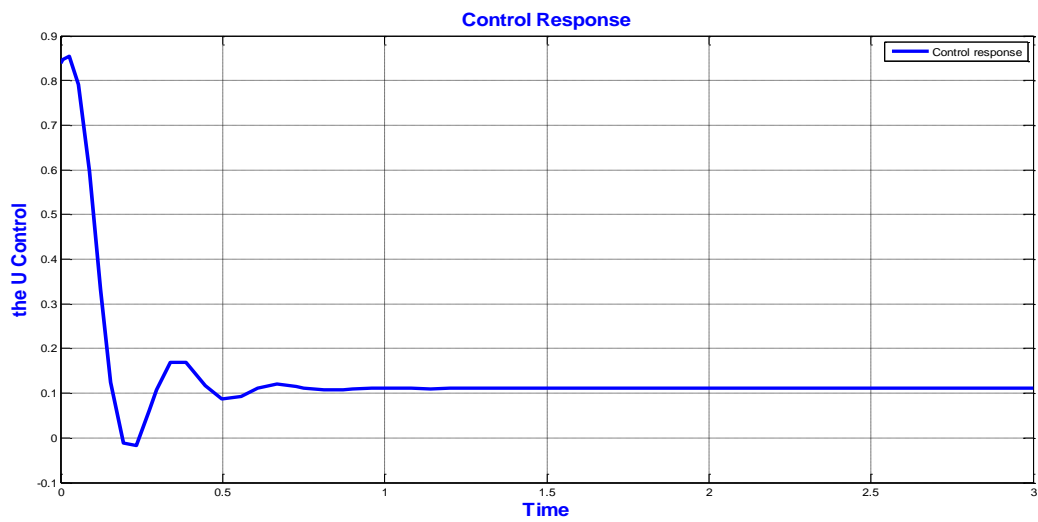


Figure III.15 La réponse de la commande U pour θ optimal

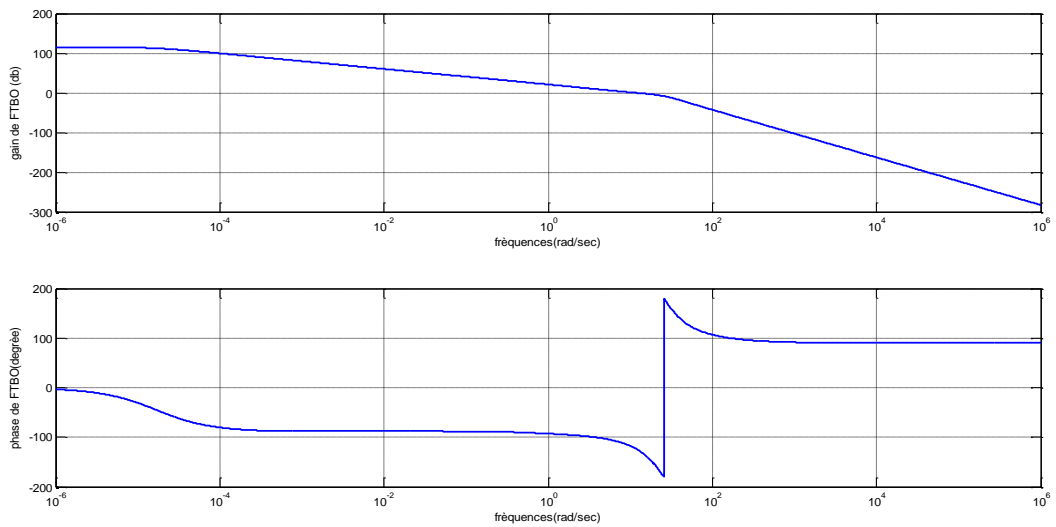


Figure III.16 Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour θ optimal

III.6.2 systèmes de véhicule électrique

Les moteurs à courant continu sont utilisés dans de nombreuses applications industrielles qui nécessitent plusieurs démarrages et arrêts, ainsi qu'une vitesse réglable. Ils sont en outre utilisés pour les powertrains des véhicules électriques VE. Un modèle schématique du powertrains est présenté à la figure III.17 pour le régulateur de vitesse VE de petite taille étudié.

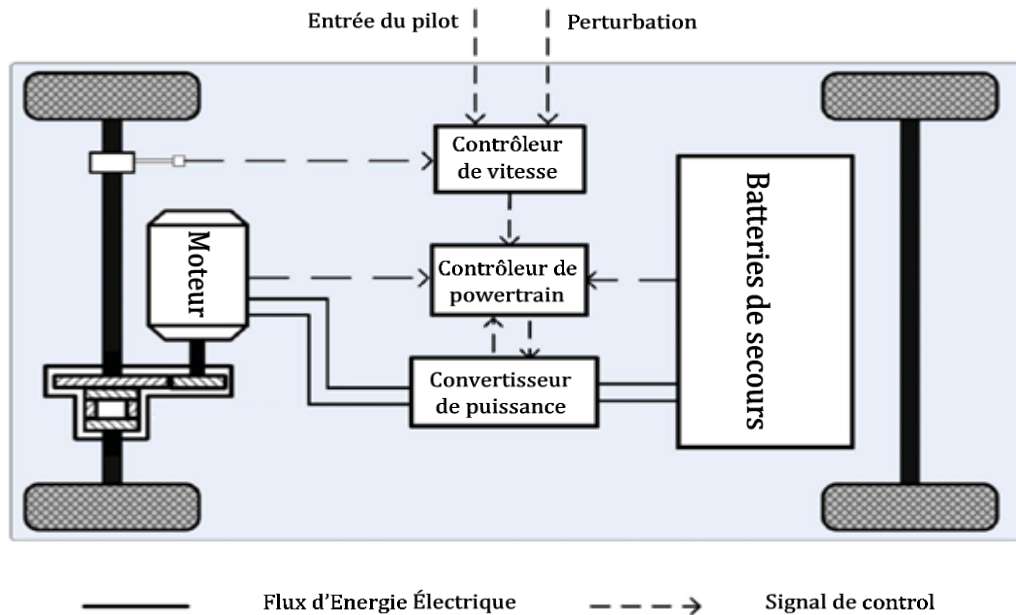


Figure III.17 Powertrain du véhicule électrique y compris le système de régulation de vitesse.

A partir de [25], l'équation d'équilibre du couple de moteur CC est donnée par :

$$J_t \ddot{\theta}_m = M_t - M_f - M_v \quad (3.36)$$

Où

$$J_t = J_m - i_{tot} J_w - J_v \quad (3.37)$$

J_t représente le moment d'inertie total, $\ddot{\theta}_m$ est la position angulaire du rotor du moteur à courant continu, M_t est le couple moteur, M_f est le couple de frottement, M_v est le couple de charge du véhicule, J_m est le moment d'inertie du moteur, J_w est le moment d'inertie des roues avant et i_{tot} est le rapport total du train de transmission. J_v est le moment d'inertie équivalent du véhicule exprimé par :

$$J_v = m \left(\frac{r_w}{i_{tot}} \right)^2 \quad (3.38)$$

m est la masse du véhicule et r_w est le rayon de la roue. Le couple de charge du véhicule se compose de la force d'inertie, de la force aérodynamique, de la résistance au roulement et de la résistance à l'avancement de la route. Il est donné par [97,98] comme :

$$M_v(t) \frac{r_w}{i_{tot}} \left(m\dot{v}(t) + \frac{1}{2}\rho_a A_d C_d v^2(t) + mg C_r + mg \sin \alpha \right) \quad (3.39)$$

Où A_d est la surface frontale projetée, C_d est le coefficient de résistance de l'air, ρ_a est la densité de l'air, C_r est le coefficient de résistance au roulement, g est l'accélération gravitationnelle et α est le niveau de la route. Les équations qui gouvernent le moteur à courant continu peuvent être représentées comme suit :

$$v_{app}(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + v_{emf}(t) \quad (3.40)$$

$$v_{emf}(t) = K_b \dot{\theta}_m(t) \quad (3.41)$$

$$M_t = K_m i_a(t) \quad (3.42)$$

$$T_a(t) = \frac{L_a}{R_a} \quad (3.43)$$

Où v_{app} est la tension appliquée, L_a est l'inductance du stator, $i_a(t)$ est le courant du circuit, R_a est la résistance du stator, $v_{emf}(t)$ est la force contre-électromotrice, K_m est la constante de couple du moteur, K_b est la constante de force contre-électromotrice et T_a est la constante de temps électrique.

Le Schéma-Bloc fonctionnel du powertrain du véhicule, y compris le régulateur de vitesse, peut être conçu comme indiqué à la figure III.18 suivant (voir [25]).

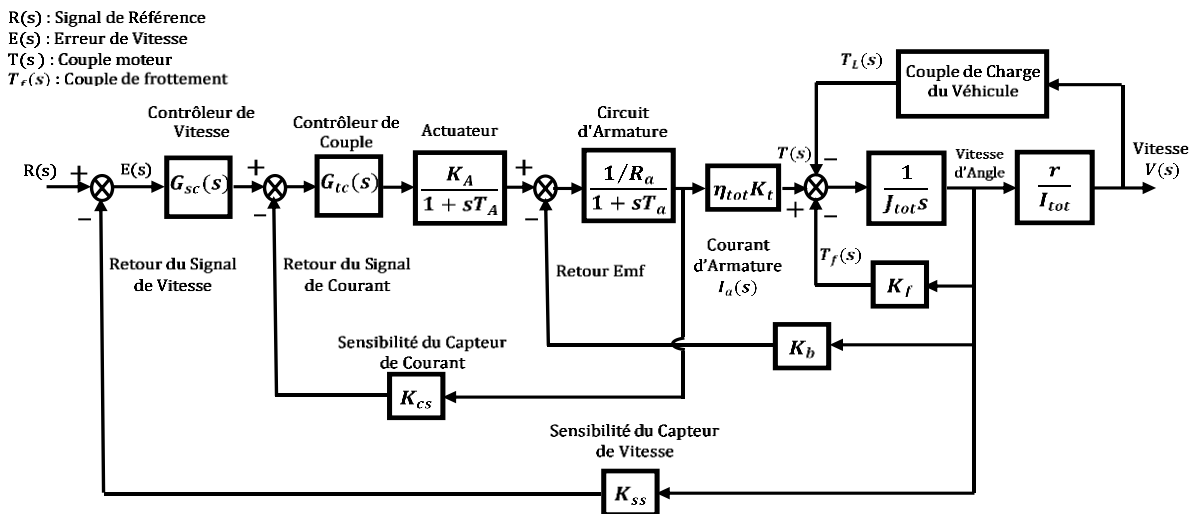


Figure III.18 Schéma-Bloc du powertrain de la VE et le système de régulateur de vitesse.

Dans ce Schéma-Bloc, G_{sc} et G_{tc} représentent respectivement le régulateur de vitesse et le régulateur de couple.

❖ **Optimisation des paramètres du contrôleur**

Un ensemble de paramètres du contrôleur peut être déterminé en minimisant un critère ITAE d'erreur absolue de temps intégral à l'aide de l'AG de l'environnement Matlab. Ceci est réalisé par les blocs Simulink/Matlab de la figure III.19; sachant que les paramètres du système véhicule électrique de la figure III.18 utilisés sont donnés au tableau suivant :

K_m	18.75
K_f	0.1
K_{tot}	8.6
K_{cs}	0.03
K_{ss}	0.02
K_p	20.1
K_I	4.21

Tableau III.3 Les paramètres du système véhicule électrique.

Où

$$G_{II}(s) = \frac{K_m}{K_f + J_{tot} \cdot s} * \frac{G_1(s) \cdot G_{tc}(s)}{1 + K_{cs} \cdot G_1(s) \cdot G_{tc}(s)} \quad (3.44)$$

Et

$$\frac{K_m}{K_f + J_{tot} \cdot s} = \frac{18,75}{0,1 + 8,6 \cdot s} \quad (3.45)$$

Avec

$$G_1(s) = \frac{1000 \cdot s + 116,3}{s^3 + 43,34 \cdot s^2 + 479,2 \cdot s + 1457} \quad (3.46)$$

Et à partir de [25], le contrôleur de couple est,

$$G_{tc}(s) = 20,1 + \frac{4,21}{s} \quad (3.47)$$

La fonction de transfert du contrôleur peut être déterminée par la solution optimale apportée par l'AG lorsque le critère l'ITAE (eq :3.31) est bien minimisé :

$$\min_{x_c} \{J_{c_1}(x_c, t_f)\} = \min \left\{ \int_{t=0}^{t=t_f} |t \cdot e(t, x_c)| \right\} \quad (3.48)$$

x_c

subject to : $x_{c\min} \leq x_c \leq x_{c\max}$

Dans ce mécanisme d'optimisation basé sur l'AG, les deux ensembles de limites inférieure et supérieure utilisés sont :

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 0.001 \\ 0.001 \\ 0.001 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \\ \lambda \\ \mu \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 30 \\ 15 \\ 2 \\ 0.9999 \\ 0.9999 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

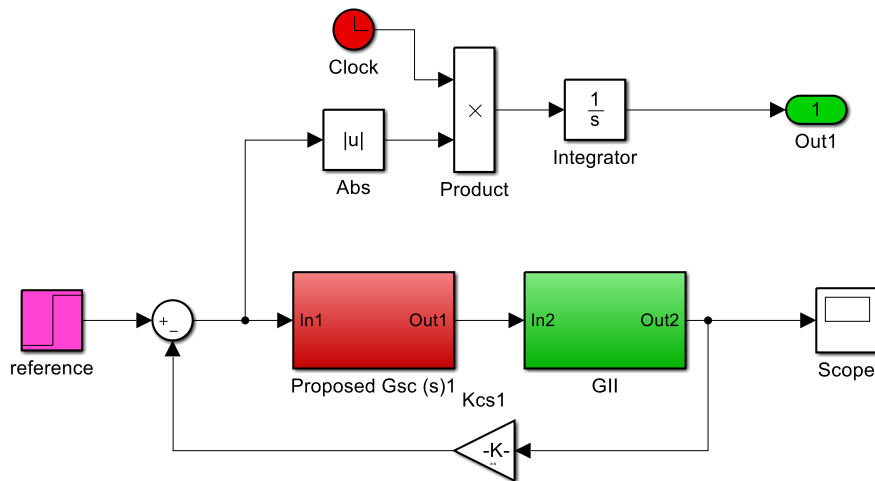


Figure III.19 Blocs Simulink/Matlab utilisés dans l'étape de synthèse de contrôleur du modèle GII.

L'AG est exécutée plusieurs fois en utilisant les paramètres de réglage suivants :

- *Generation number* = 50
- *TolFun* = $1e - 8$
- *Population size* = 50
- *PlotFcns* : @gaplotbestfun

La figure III.19 montre le tracé de meilleur fitness de la fonction de coût où la meilleure minimisation atteint $\mathcal{E}_{ITAE} = 0.87373$.

Enfin, la solution optimale obtenue est utilisée pour déterminer la fonction de transfert du modèle FOPID proposé, qui est donné comme suit :

$$x_m = [K_p \ K_i \ K_d \ \lambda \ \mu]^T \quad (3.50)$$

$$x_m = [10.9701 \ 11.9989 \ 0.5934 \ 0.8720 \ 0.9968]^T \quad (3.51)$$

Alors

$$G_{sc}(s)(FOPID) = 10.9701 + \frac{11.9989}{s^{0.8720}} + 0.5934 \cdot s^{0.9968} \quad (3.52)$$

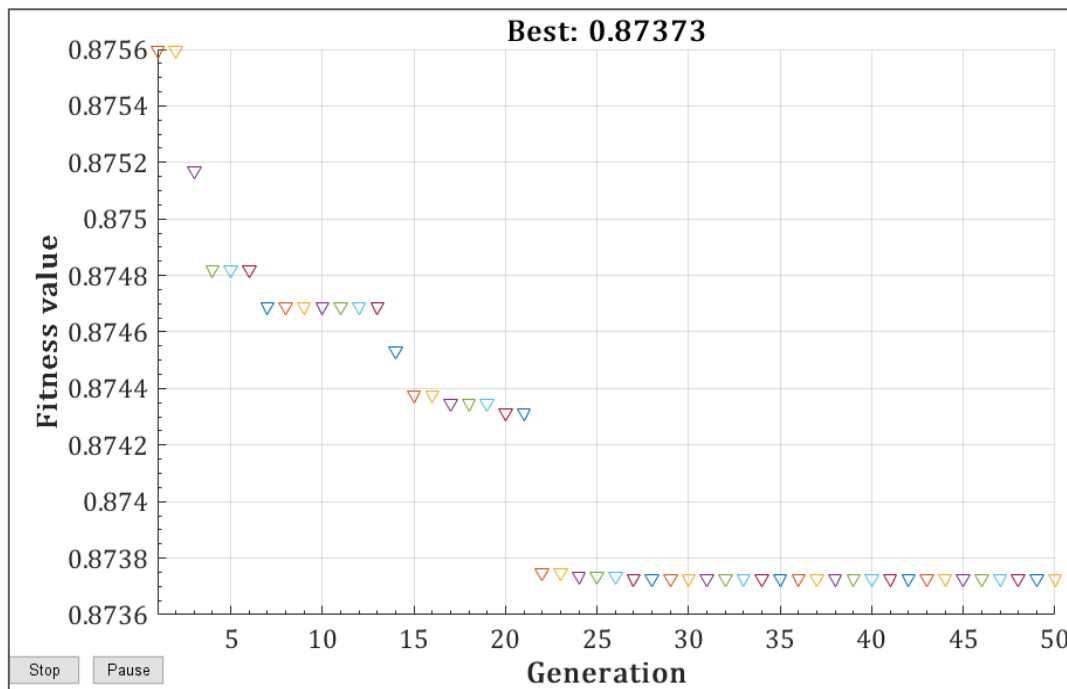


Figure III.20 Le tracé de meilleur fitness de la fonction de coût *ITAE*

La simulation comparative du contrôleur fractionnaire proposé FOPID avec le régulateur PID conçu en [25] est effectuée à l'aide du schéma fonctionnel de la figure III.21. Le PID classique [25] est donné comme suit :

$$K_p = 24.86 \quad K_I = 0.09 \quad K_D = 0.38$$

$$G_{tc}(s)(PID) = 24,86 + \frac{0,09}{s} + 0,38 \cdot s \quad (3.53)$$

L'utilisation d'une expérience de la réponse indicielle avec une perturbation du couple en échelon montrée dans la figure III.22, on obtient les réponses de sortie de la figure III.23, et les signaux de commande d'entrée représentés sur la figure III.24. Le signal de courant de boucle interne (*A*) est représenté sur la figure III.25.

Nous remarquons que le contrôleur d'ordre fractionnaire proposé effectue un bon rejet des perturbations et que la vitesse du véhicule est légèrement diminuée en présence du couple de résistance en état de route.

De plus, le comportement du régulateur FOPID optimisé par GA est évidemment meilleur que celui du PID en phase transitoire et en rejet de perturbations.

Comme confirmé dans de nombreux autres travaux [2, 34], ceci est principalement dû aux propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire, qui permettent de diminuer les effets de perturbation.

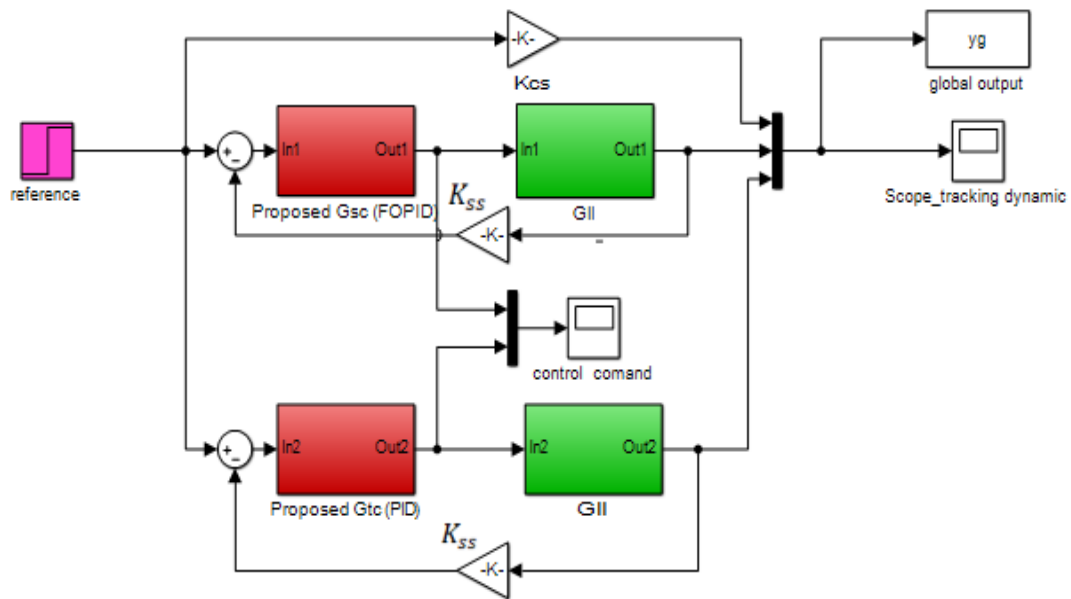


Figure III.21 Blocs Simulink/Matlab utilisés dans le comportement de comparaison de véhicules pour le PID classique et le FOPID optimisé proposé.

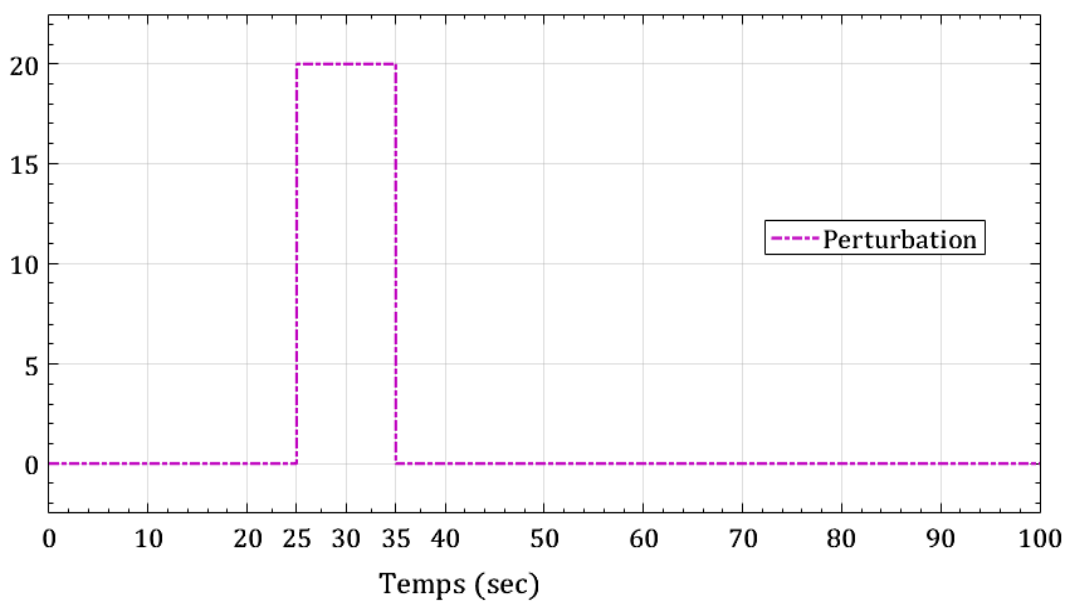


Figure III.22 signal de perturbation

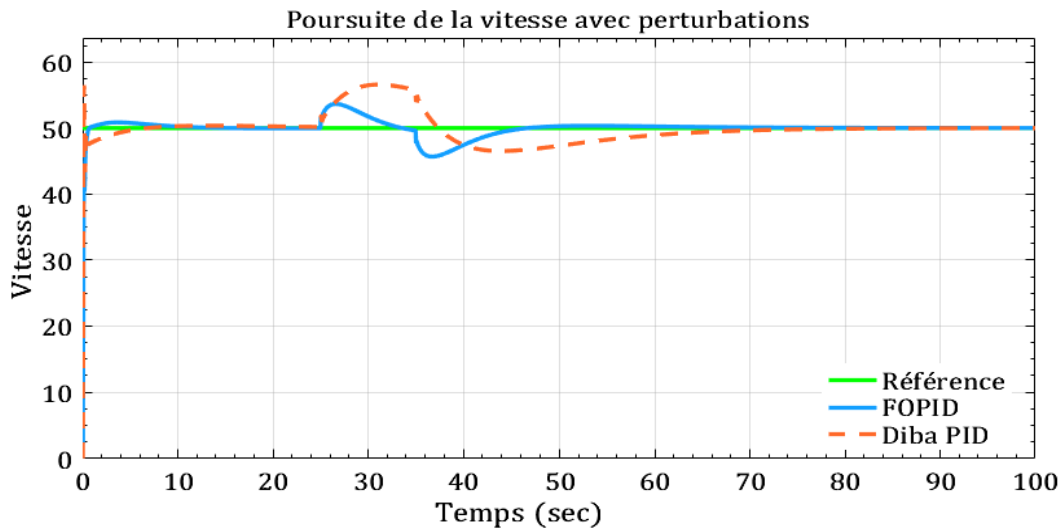


Figure III.23 Comparaison des réponses de sortie des contrôleurs

FOPID proposé et Diba_DIP

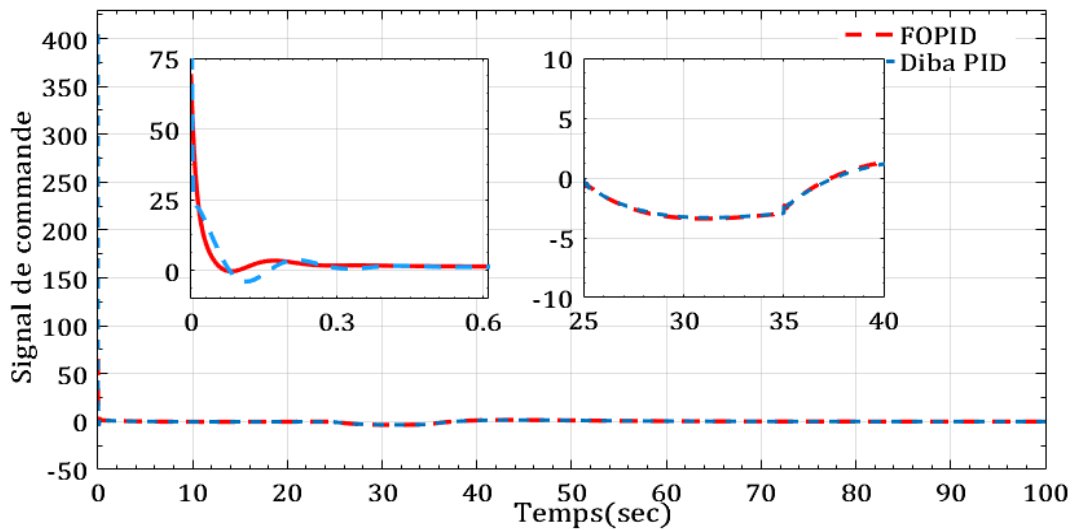


Figure III.24 Signaux de commande des contrôleurs FOPID proposé et Diba_PID

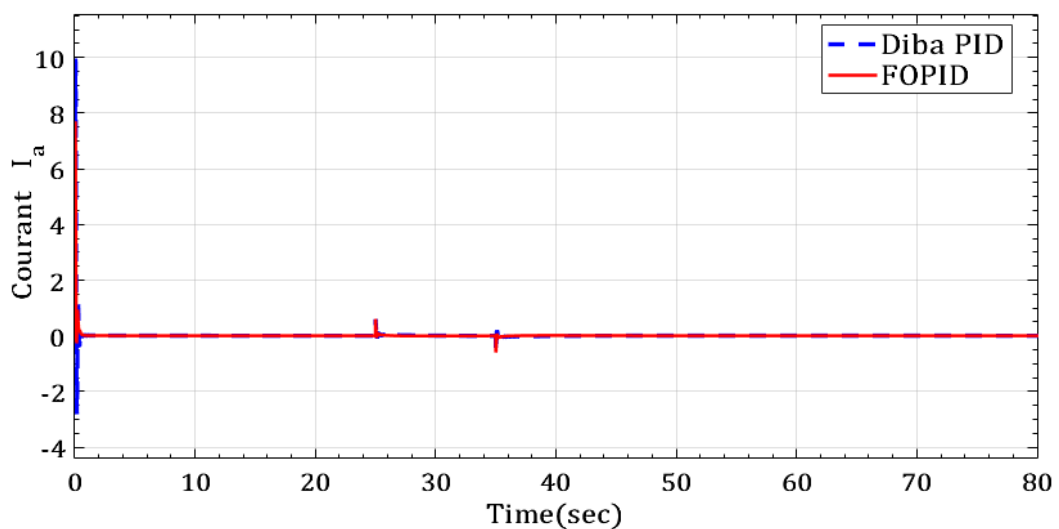


Figure III.25 Signal de courant dans le régulateur de vitesse VE.

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les méthodes de conception des contrôleurs utilisant le transfert d'ordre fractionnaire pour la structure du contrôleur PID, ainsi que l'algorithme génétique pour la détermination optimale de ses paramètres. Ces méthodes peuvent être réalisés en reformulant le problème de contrôle en problème d'optimisation dont la fonction de coût est présentée graphiquement en utilisant l'outil de Simulink. Ce chapitre est achevé par une partie de simulation dans laquelle on a effectué une conception d'un contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\lambda D^\mu$ sur deux systèmes différents à savoir le modèle d'un système hydraulique et le modèle d'un véhicule électrique. Finalement, la comparaison des résultats dans le plan temporel a confirmé l'efficacité de stratégie de réglage des paramètres du contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\lambda D^\mu$ basée sur GA, pour atteindre le comportement désiré du système en boucle fermée.

Dans la suite de ce travail, nous allons présenter les deux contributions proposées, nous verrons que l'utilisation de l'ordre fractionnaire dans la phase de modélisation peut améliorer les performances obtenues via la synthèse fondée sur le schéma du SP basé sur le modèle proposée FMOPDT. Ces contributions ont la capacité d'améliorer les performances temporelle et fréquentielle du système bouclé.

CHAPITRE IV

Identification De Système Fractionnaire A Retard Par La Méthode Du Prédicteur De Smith

Chapitre IV :

Identification de système fractionnaire à retard par la méthode du Prédicteur de Smith

IV.1 Introduction

L'existence du retard dans les systèmes de contrôle a été toujours considéré comme un des problèmes les plus difficiles, car il ajoute un déphasage qui a une influence considérable sur le comportement d'un système bouclé et peut même être à l'origine d'instabilité ou d'oscillations indésirables. C'est pourquoi le retard est le pire ennemi des systèmes de contrôle. Pour cela, la présence du retard rend difficile l'identification et le contrôle des systèmes. A cet effet, plusieurs méthodes d'identification et de contrôle ont été développés jusqu'à présent pour assurer une bonne performance de processus en boucle fermée. En pratique, on peut remarquer que dans les approches majeures, les performances souhaitées sont limitées par deux étapes de base : une étape de modélisation y compris l'identification qui doit assurer un modèle adéquat décrivant le comportement réel du système de façon plus précise que possible et une étape de synthèse de contrôleur qui doit assurer un contrôleur robuste stabilisant le système.

Pour atteindre ces objectifs, le calcul fractionnel [27–30, 99-103] a été utilisé avec succès à des résultats approuvables pour modéliser et contrôler des processus avec un comportement dynamique complexe. L'identification du système d'ordre fractionnaire est l'un des domaines d'application du calculs fractionnaires [5–7]. En général, la plupart des méthodes de modélisation existantes peuvent être classées en techniques de domaine temporel et de domaine fréquentiel à partir desquelles plusieurs chercheurs ont développé des modèles d'ordre fractionnaires.

La stratégie de contrôle basée sur le principe SP [16–18] présente une solution alternative souvent utilisée pour résoudre ce problème. Il offre une bonne marge de robustesse face aux incertitudes de modélisation, aux effets de bruit du capteur et à la dynamique non linéaire négligée dans les hautes fréquences. L'intérêt de la technique basée sur le SP réside dans la possibilité d'annuler l'effet de retard du système en boucle fermée [19]. En comparaison avec les techniques classiques de contrôle par rétroaction,

les problèmes d'analyse et de conception des systèmes à retard peuvent être facilités à l'aide de principe du Prédicteur de Smith SP. Ce fait a encouragé plusieurs chercheurs à étudier cette méthodologie pour la conception d'un contrôleur d'ordre fractionnaire. Wang et al. [20] ont introduit les systèmes basés sur SP en utilisant un modèle délibérément inadéquat pour améliorer les performances au moyen d'un simple contrôleur principal. Ils ont réduit le système en boucle fermée (BF) en un système impliquant une dynamique de second ordre. Djabri et al. [21] ont proposé récemment une méthode de synthèse du contrôleur d'ordre fractionnaire basée sur le schéma SP, dans laquelle l'étape de modélisation est réalisée par un modèle d'ordre fractionnel. Les paramètres du contrôleur fractionnaire et du modèle sont conçus en résolvant deux problèmes d'optimisation de contraintes proposés par l'algorithme méta-heuristique PSO (Particle Swarm Optimization). Safaei et Tavakoli [22] ont utilisé la structure SP pour concevoir un contrôleur d'ordre fractionnel destiné aux systèmes d'ordre entier à retard basé sur des spécifications de domaine temporel.

Dans cette thèse, une nouvelle stratégie de contrôle SP est proposée pour les systèmes à retard d'une classe spéciale à phase non-minimale. Ces contrôleurs ne peuvent être conçus qu'en imposant un nouveau modèle d'ordre fractionnaire et un nouveau contrôleur robuste dans les étapes de modélisation et de synthèse du contrôleur. Un modèle d'ordre fractionnaire FMLODT (Fractional Multi-Low-Order Dead-Time) [104] est également proposé à l'étape de modélisation SP où un comportement réel du processus est bien assuré par une grande précision du modèle. Les paramètres du modèle fractionnaire proposé sont identifiés par un outil d'optimisation adéquat basé sur un algorithme génétique. En plus, un contrôleur robuste d'ordre fractionnaire basé sur le modèle FMLODT est synthétisé dont la structure est déterminée de manière analytique par un modèle TTFOR (Three Terms Fractional Order Reference) [104]. Les paramètres proposés pour les contrôleurs fractionnaires sont réglés conformément à certaines lignes directrices disponibles dans la littérature.

Ainsi, deux contributions principales sont proposées dans ce travail : la première consiste à introduire un cadre général pour l'étape de modélisation basé sur le Prédicteur de Smith SP. Ceci est assuré par le modèle FMLODT proposé, qui améliore considérablement la précision de la modélisation par rapport aux modèles existants dans la littérature. La deuxième innovation consiste à proposer un cadre général pour l'étape de conception du contrôleur basé sur le principe du Prédicteur de Smith SP. On peut

garantir cela par le modèle TTFOR proposé, qui améliore le compromis entre les deux objectifs contradictoires : Performance et robustesse.

Il est important de mentionner ici que l'ordre fractal γ_m porté sur le modèle de synthèse n'a été jamais proposé auparavant dans la commande des systèmes à retard pur basé sur le principe du Prédicteur de Smith SP. En effet, la nouveauté réside dans ce dernier exposant γ_m conduisant à un modèle FMLODT plus général que ceux disponibles dans la littérature[104]. En conséquence, le modèle FMLODT proposé présente une nouvelle formulation mathématique, comprenant un ensemble de modèles mathématiques largement utilisés tels que : le modèle FOPTD (First-Order Plus Time Delay) obtenu lorsque $\gamma_m = 1$ et $\beta_m = 1$, Modèle SOPTD (Second-Order Plus Time Delay) (obtenu lorsque $\gamma_m = 2$ et $\beta_m = 1$, Modèle FLODT (Fractional Low-Order Dead-Time) obtenu lorsque $\gamma_m = 1$ et $\beta_m \neq 1$, ... etc. En outre, l'étape de synthèse du contrôleur basée sur le modèle TTFOR est également une nouveauté basée sur le principe MRAC (Model Reference Adaptive Control). En effet, en comparaison avec le modèle conventionnel similaire existant, le modèle TTFOR n'avait jamais été proposé auparavant dans tous les travaux antérieurs. Il comprend un ensemble de modèles largement référencés tels que : modèle de référence basé sur la fonction de transfert d'idéale de Bode (obtenu lorsque $\xi = 0$), modèle de référence basé sur la fonction de transfert standard de second ordre (obtenu lorsque $m = 1$) ... etc.

IV.2 Procédure de conception proposée pour le schéma SP

Dans cette section, la méthode proposée sera appliquée aux processus à retard, en particulier des processus à retard d'une classe à phase non-minimale. Cette classe présente un réel défi pour les problèmes de contrôle fractionnaires. Cela est dû aux délais entre les entrées et les sorties du système à contrôler. Ils sont très courants dans les processus industriels, les systèmes d'ingénieries, les systèmes économiques et biologiques qui cause principalement des retards de transmission et de mesure, les temps d'analyse, les erreurs de calcul et de communication, ... etc. En outre, la modélisation et le contrôle des systèmes à phase non minimale (en raison du zéro instable) constituent un autre défi majeur en raison de leur comportement défectueux au début de la réponse, ce qui entraîne souvent une réponse relativement lente.

IV.2.1 Identification des paramètres du modèle FMLODT proposé

Dans la phase de la modélisation, le modèle FMLODT proposé doit décrire le plus précisément possible le comportement réel du processus. Ceci peut être réalisé par les

étapes suivantes. Premièrement, les données de réponse fréquentielle FRD doivent être correctement mesurées via le processus réel. Deuxièmement, le critère d'erreur quadratique moyenne (MSE) est formulé à partir de la valeur de l'écart générée E_{mse} à chaque point de fréquence de l'espace logarithmique entre le FRD du processus réel G_r et le modèle FMLODT proposé G_m .

Enfin, la technique d'optimisation évolutive basée sur les algorithmes génétiques GA est utilisée pour minimiser le critère MSE, en donnant ainsi les paramètres optimaux du modèle FMLODT. La figure IV.1 présente la configuration standard utilisée dans l'identification des paramètres du modèle FMLODT proposé, en utilisant la méthode à erreurs de sortie.

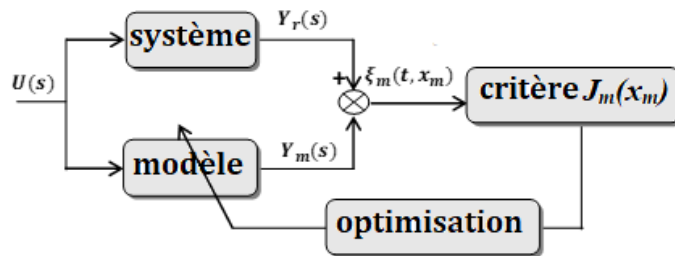


Figure IV.1 Configuration standard de la méthode à erreurs de sortie pour l'identification des paramètres du modèle FMLODT proposé.

IV.2.1.1 Identification des paramètres du modèle FMLODT proposé

En général, le bloc diagramme conventionnel du contrôleur SP est illustré à la figure IV. 2 :

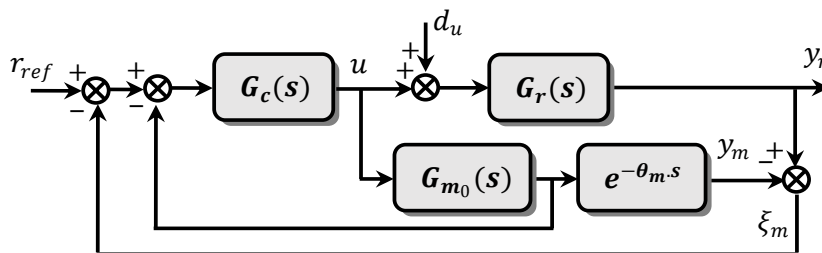


Figure IV.2 Système en boucle fermée basé sur le principe du prédicteur de Smith.

Où $G_r(s)$ et $G_m(s) = G_{m_0}(s) \cdot e^{-\theta_m \cdot s}$ sont strictement stables, ils représentent les fonctions de transfert appropriées qui caractérisent le processus réel et le modèle FMLODT proposé respectivement. $G_{m_0}(s)$ est la partie libre de temps de retard du modèle proposé et $G_c(s)$ est la fonction de transfert du contrôleur désiré. r_{ref} , d_u et u désignent, respectivement, le signal de référence, la perturbation et le signal de commande. y_r , y_m et ξ_m sont la sortie du processus, la sortie du modèle et l'erreur de modélisation sachant

que $\xi_m = y_r - y_m$. La fonction de transfert du modèle FMLODT proposé [100] est exprimée sous forme suivante :

$$G_m(s) = \frac{K_m \cdot e^{-\theta_m \cdot s}}{(1 + \alpha_m \cdot s^{\beta_m})^{\gamma_m}} \quad (4.1)$$

Où K_m , α_m et θ_m sont respectivement, le gain statique, la constante de temps et le temps de retard du modèle. De plus, γ_m ($\gamma_m > 1$) est l'ordre de $G_m(s)$ et β_m ($0 < \beta_m < 1$) est l'ordre fractionnaire effectuer par l'opérateur de Laplace s . Il convient de noter que la partie libre de $G_m(s)$ peut être factorisée comme suit :

$$G_{m_0}(s) = G_{m_{01}}(s) \cdot G_{m_{02}}(s) \quad (4.2)$$

Où $G_{m_{01}}(s)$ est une fonction de transfert d'ordre fractionnaire stable qui est inversée par le contrôleur fractionnaire robuste. Elle est exprimée par :

$$G_{m_{01}}(s) = \frac{K_m}{1 + \alpha_m \cdot s^{\beta_m}} \quad (4.3)$$

En outre, $G_{m_{02}}(s)$ est une partie fractionnaire que le contrôleur robuste ne tente pas d'inverser. Cette partie contient des pôles ou des zéros instables et doit avoir un gain en régime permanent égal à un. Elle est exprimée par :

$$G_{m_{02}}(s) = \frac{1}{(1 + \alpha_m \cdot s^{\beta_m})^{\gamma_m - 1}} \quad (4.4)$$

La factorisation proposée pour $G_{m_0}(s)$ facilite la procédure de conception de $G_c(s)$ dans laquelle l'étape de synthèse du contrôleur est effectuée à l'aide du schéma SP modifié de la figure IV.3 :

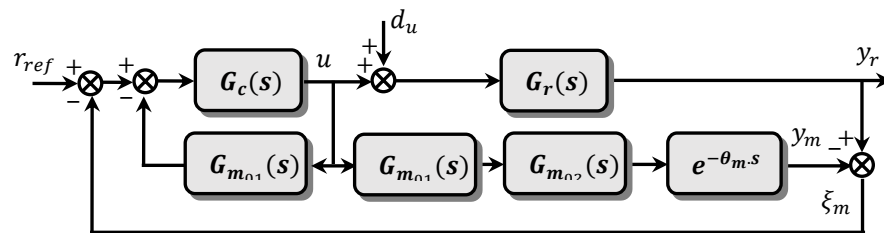


Figure IV. 3 Système en boucle fermée du schéma de prédicteur de Smith modifié.

Le problème de conception du modèle FMLODT proposé peut être formulé par un problème d'optimisation sous contrainte donné par :

$$\begin{aligned} \min_{x_m} \{J_m(x_m, \omega_i)\} &= \min \left\{ \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |G_n(\omega_i) - G_m(x_m, \omega_i)|^2 \right\} \\ \text{subject to :} \quad x_{m_{min}} &\leq x_m \leq x_{m_{max}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Où le modèle approprié FMLODT dépend de l'optimisation de l'ensemble des paramètres constituant le vecteur x_m donné par :

$$x_m = [K_m, \alpha_m, \beta_m, \gamma_m, \theta_m]^T \tag{4.6}$$

IV.2.2 Conception d'un contrôleur fractionnaire robuste

Dans le schéma SP modifié, plusieurs structures de contrôleur ont été proposées pour assurer simultanément un bon compromis entre la dynamique de suivi (poursuite) de la référence du point de consigne et une bonne atténuation dynamique des perturbations de la charge du système. La conception du contrôleur avec une structure adéquate pour une classe de systèmes à retard de phase non-minimale, présente un réel défi à l'étape de la synthèse du contrôleur. Dans cette thèse, le modèle TTFOR (Three Terms Fractional-Order Reference) basé sur le principe de contrôle adaptatif est appliqué pour déterminer systématiquement la structure désirée du contrôleur fractionnaire robuste.

IV.2.2.1 L'étape de la synthèse du contrôleur basée sur le modèle TTFOR

Lorsque le modèle FMLODT proposé a la capacité de décrire parfaitement le comportement réel du processus à commander, c.à.d., $\xi_m = 0$, dans ce cas, la boucle externe de la configuration de PS peut être considérée comme étant ouverte. Cela permet de concevoir le contrôleur souhaité à partir de la partie libre du modèle proposé, c.à.d., le transfert sans retard $G_{m_{01}}(s)$ (voir la figure.IV.4).

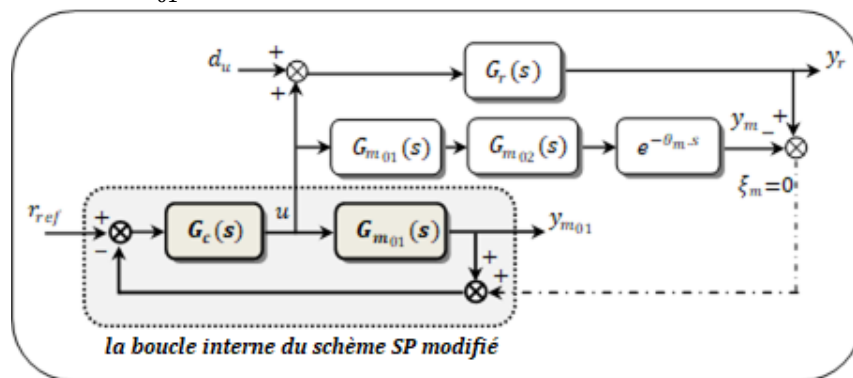


Figure.IV.4. Conception d'une structure du contrôleur adéquat selon le principe MRAC-TTFOR

En général, les meilleures performances de la dynamique de poursuite de l'entrée de consigne peuvent être garanties quand le principe du modèle MRAC (Model Reference Adaptive Control) est appliqué sur la boucle interne du schéma SP modifié. En général, le

modèle standard ISOR (Integer Second-Order Reference) est souvent utilisé pour le réglage des paramètres du contrôleur souhaité. La fonction de transfert correspondante en boucle fermée est généralement exprimée par :

$$G_{cl_0}^{ref}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \quad (4.7)$$

Où ω_n et ζ sont respectivement, le coefficient d'amortissement et la fréquence naturelle. Dans ce travail, la fonction de transfert en boucle fermée, basée sur le modèle TTFOR proposé, est introduite dans le principe du MRAC ce qui permet d'améliorer le compromis de robustesse entre les performances nominales et la stabilité robuste du système bouclé, qui utilise la configuration du SP modifié. D'où, le transfert en boucle fermée $G_{cl}^{ref}(s)$ est celui défini par :

$$G_{cl}^{ref}(s) = \frac{\omega_n^2}{\frac{2}{s^m} + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot \frac{1}{s^m} + \omega_n^2} \quad (4.8)$$

Où $m \in \mathbb{R}^+$ ($m > 1$), et $\omega_n \in \mathbb{R}^+$ sont des coefficients qui peut être optimisés par un algorithme d'optimisation adéquat ou sélectionnés de manière analytique en utilisant une stratégie de réglage illustrée dans la suite de ce travail. De plus, la structure du contrôleur proposé est obtenue d'une façon systématique. Elle est fournie par le transfert en boucle ouverte $G_{ol}^{ref}(s)$, définie par :

$$G_{ol}^{ref}(s) = G_{m_{01}}(s) \cdot G_c(s) \quad (4.9)$$

Sachant que :

$$G_{ol}^{ref}(s) = \frac{\omega_n^2}{\frac{1}{s^m} \left(\frac{1}{s^m} + 2\zeta \cdot \omega_n \right)} \quad (4.10)$$

A partir de Eq. (4.3), Eq. (4.9) et Eq. (4.10), la structure de contrôleur désirée peut être obtenue comme suit :

$$G_{c_{Frac}}(s) = \left(\frac{1}{2\zeta \cdot K_m} \right) \cdot \left(\frac{\omega_n}{s^m} \right) \cdot \left(\frac{1 + \alpha_m \cdot s^{\beta m}}{1 + \frac{1}{2\zeta \cdot \omega_n} \cdot \frac{1}{s^m}} \right) \quad (4.11)$$

Maintenant, la question qui va être posée est comment choisir les paramètres de $G_{c_{Frac}}(s)$ telles que les spécifications imposées par le cahier de charges soient toujours satisfaisantes. Pour répondre à cette question, nous devons déterminer préalablement les

deux racines fournies par le transfert fournie en boucle fermée. Ceci est assuré par la résolution de l'équation caractéristique ci-dessous :

$$s^{\frac{2}{m}} + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot s^{\frac{1}{m}} + \omega_n^2 = 0 \quad (4.12)$$

D'où la solution de (4.9) fournit les deux racines suivantes :

$$s_{1,2} = \omega_n (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}) \quad (4.13)$$

Il est à noter ici que la stabilité souhaitée est complètement indépendante de la valeur de ω_n . Elle dépende uniquement du coefficient d'amortissement ζ . Le choix de ce dernier peut être effectué suivant la démonstration ci-dessous :

Tout d'abord, en faisant le changement de variable : $Z = s^{\frac{1}{m}}$, sachant que $Z = \rho e^{\arg(Z)}$, D'où, le terme $s^{\frac{1}{m}}$ peut-être réécrit par :

$$s^{\frac{1}{m}} = [j\omega]^{\frac{1}{m}} = \omega^{\frac{1}{m}} e^{j\frac{\pi}{2m}} = \omega^{\frac{1}{m}} \left[\cos \frac{\pi}{2m} + j \sin \frac{\pi}{2m} \right].$$

Par conséquent, le module ρ est obtenu par $\rho = \omega^{\frac{1}{m}}$, cependant la phase correspondante est donnée par $\arg(Z) = \frac{\pi}{2m}$. Toutefois, la stabilité en boucle fermée nécessitant la satisfaction de la condition :

$$|\arg(Z)| > \frac{\pi}{2m} \quad (4.14)$$

De (4.13) et (4.14), il est clair que la recherche sur valeurs de ζ pour lesquelles les racines de (4.12) se trouvent sur la première surface de Riemann, nous faisons l'intersection de (4.12) avec le rayon $Z = \rho e^{j\frac{\pi}{m}}$. Il en résulte que :

$$(\rho e^{j\frac{\pi}{m}})^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot (\rho e^{j\frac{\pi}{m}}) + \omega_n^2 = 0 \quad (4.15)$$

Il est à noter ici que (4.15) peut être décomposée en deux parties à savoir : une partie réelle et une partie imaginaire. D'où l'égalité de la partie réelle peut être fournie la solution $\rho = \omega_n$. Cependant, l'égalité de la partie imaginaire peut être fournie la solution $\zeta = -\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)$. Comme conclusion, la condition de stabilité en boucle fermée exige un choix de ζ tel que $\zeta < -\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)$. Elle exige également le choix $\zeta > -\cos\left(\frac{\pi}{2m}\right)$. D'où, la région de stabilité du système en boucle fermée est définie par :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2m}\right) < \zeta < -\cos\left(\frac{\pi}{m}\right) \quad (4.16)$$

De (4.13), il est clair de remarquer que la marge de stabilité, assurée par le modèle

TTFOR proposé, est plus large que celle fournie par le modèle standard ISOR. Ceci permet de satisfaire un nombre très élevé des spécifications temporelles et d'autres fréquentielles en utilisant cette stratégie de commande proposée. Dans la suite de ce travail, nous avons présenté la région de stabilité lorsque le coefficient d'amortissement varié dans la plage $\zeta \in [-1, +1]$ et l'ordre fractal m s'accroît de 1 à 10. D'où, la figure IV.5 montre la zone qui assure le choix adéquat de deux paramètres de réglage du modèle TTFOR proposé.

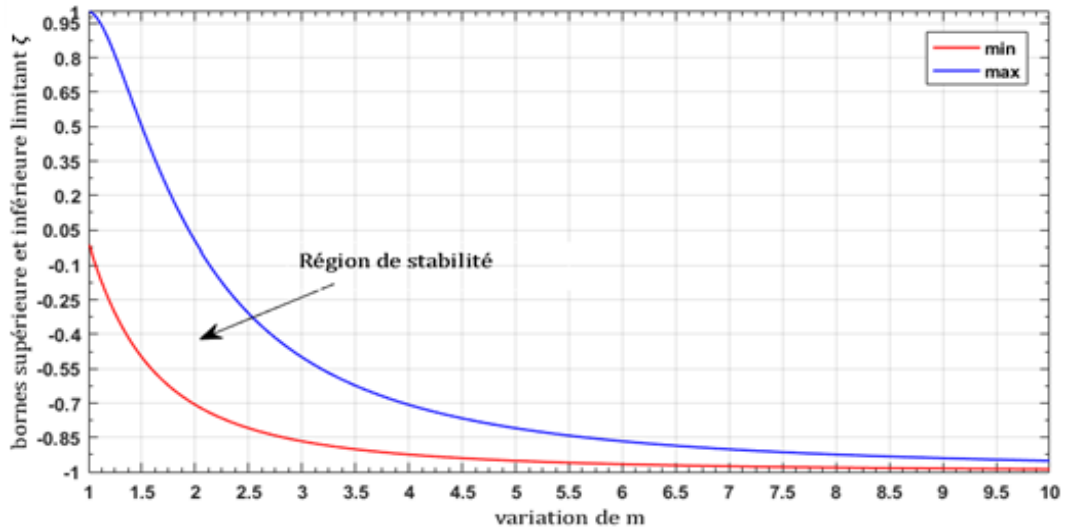


Figure IV.5. Région de stabilité assurée par le modèle TTFOR.

En général, la dynamique de poursuite de la trajectoire de référence est souvent caractérisée par le temps de réponse $t_{s5\%}$. Lorsque le modèle TTFOR proposé est utilisé dans la configuration du PS modifié, le temps de réponse précédent peut être défini selon la référence [106] par l'expression ci-dessous :

$$t_{s5\%} = \left(\frac{2|\zeta| \cdot \sin \frac{\pi}{m} \cdot \Gamma\left(\frac{1+m}{m}\right)}{p \cdot \pi \cdot \omega_n} \right)^{\frac{1+m}{m}} \quad (4.17)$$

Où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma, qui est disponible dans l'environnement de Matlab, p est une friction positive choisie souvent égale à 0.02. La figure IV.6 montre les courbes 3D de $t_{s5\%}$ pour un choix de m constant avec $m = 2$ et $1 < \omega_n < 30$ tout en satisfaisant la condition de stabilité $\cos\left(\frac{\pi}{2m}\right) < \zeta < -\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)$.

Maintenant, pour le cas du modèle FMLODT incompatible ($\zeta_m \neq 0$), l'analyse de robustesse du système en boucle fermée est établie à l'aide de la configuration standard, présentée à la figure.IV.7.

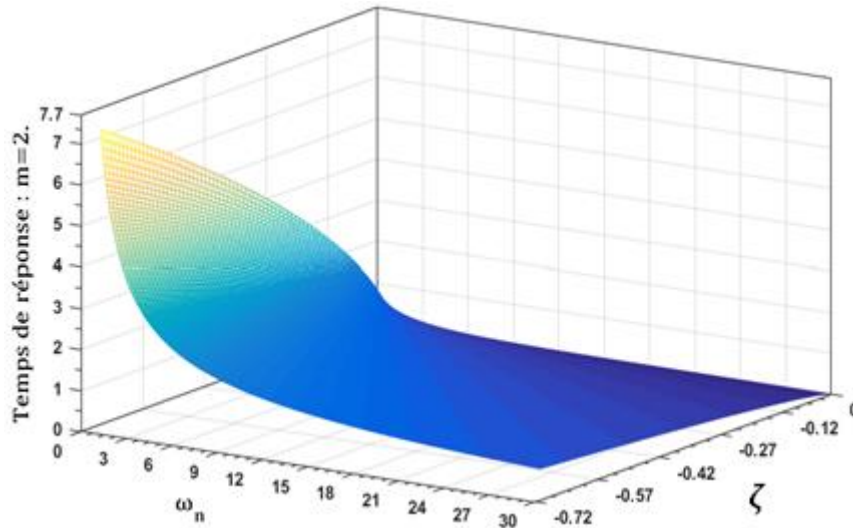


Figure IV.6. Courbes 3D de $t_{s5\%} = f(\zeta, \omega_n)$ pour la valeur constante $m = 2$

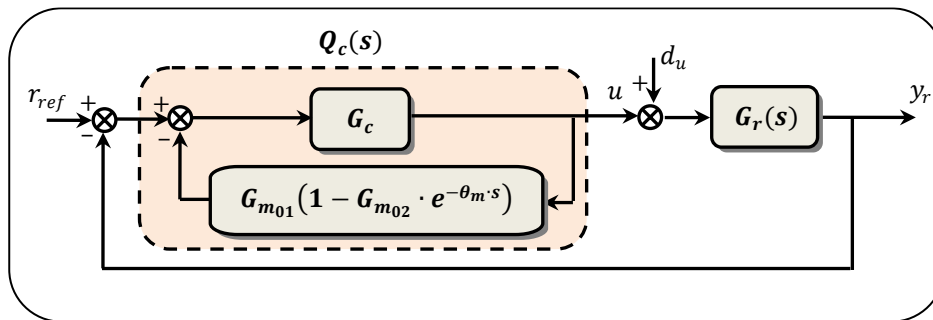


Figure IV.7. Configuration standard fondé sur le modèle FMLODT incompatible utilisé pour l'analyse de robustesse.

Selon la Fig.7, la fonction de transfert entre la perturbation en entrée d_u et la sortie y_r du processus est donnée par la sensibilité $T_{d_u \rightarrow y_r}$ suivante :

$$T_{d_u \rightarrow y_r} = \frac{G_r(s)}{1 + Q_c(s) \cdot G_r(s)} \tag{4.18}$$

Avec Q_c est le contrôleur paramétré, donnée par la fonction de transfert suivante :

$$Q_c = \frac{G_c}{1 + G_r \cdot G_{m01} \cdot (1 - G_{m02} \cdot e^{-\theta_m \cdot s})} \tag{4.19}$$

En raison de Eq. 4.18, une bonne robustesse contre une perturbation à l'entrée est fournie lorsque la valeur de crête de $|T_{d_u \rightarrow y_r}|$, appelé aussi $\|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)\|_\infty$, est bien atténuée dans la plage de fréquences $\omega \in [\omega_{min}, \omega_{max}]$. Ceci est peut être atteint en satisfaisant à la condition de robustesse suivante :

$$\|W_{GS} \cdot T_{d_u \rightarrow y_r}\|_\infty \leq 1 \tag{4.20}$$

Sachant que W_{GS} est une spécification de performance choisie précédemment par l'utilisateur. Sa fonction de transfert est généralement choisie de la forme suivante :

$$W_{GS} = \frac{\frac{s}{M_{GS}} + \omega_B}{s + \omega_B \cdot \varepsilon_{GS}} \quad (4.21)$$

Où M_{GS} est une valeur de crête désirée choisie pour limiter le dépassement de $|T_{d_u \rightarrow y_r}|$ (c-à-d, $M_{GS} = \|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)\|_{\infty}$). Ce dernier est généralement choisi inférieur à 1.5 (3dB) pour assurer une bonne marge de robustesse. ω_B est la bande passante désirée choisie pour $|T_{d_u \rightarrow y_r}|$. Généralement, une haute valeur de ω_B fournissant souvent une dynamique de rejet rapide de l'entrée de perturbation de la charge. ε_{GS} est une valeur positive choisie fréquemment proche de zéro (c-à-d, $\varepsilon_{GS} \approx 0$). La figure IV.8 montre la fonction inverse de W_{GS} limitant certaines courbes de sensibilité.

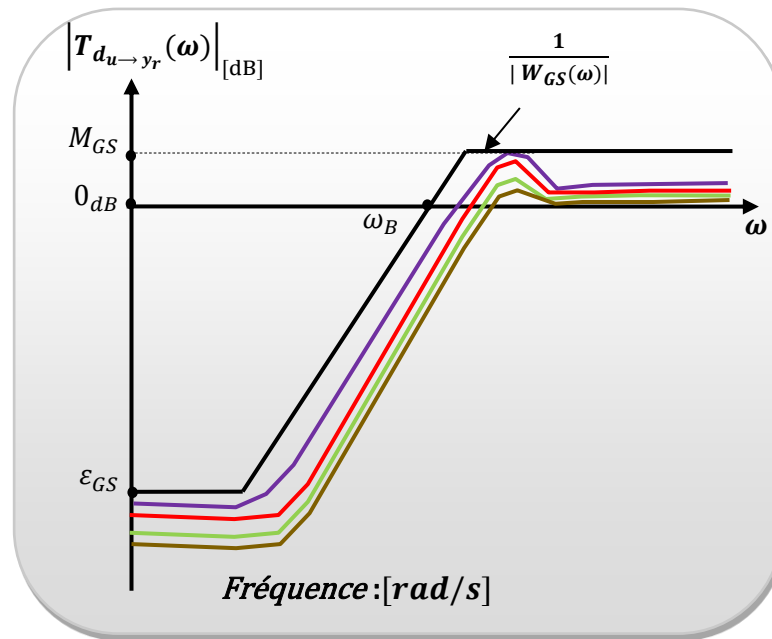


Figure IV.8. Modèle parfait limitant la sensibilité du système $|T_{d_u \rightarrow y_r}|$

Dans cette thèse, les paramètres du modèle TTFOR seront choisis à partir d'une vue 3D de divers $\|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)\|_{\infty}$ tracés dans la plage de fréquences $\omega \in [\omega_{min}, \omega_{max}]$ où $\cos\left(\frac{\pi}{2m}\right) < \zeta < -\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)$ et $1 < \omega_n < 30$.

Il est à noter ici que la marge de la stabilité robuste du système bouclé peut être assurée par une marge de sécurité élevée. Ceci peut conduire systématiquement à une dégradation de la marge de robustesse des performances nominales et vice-versa.

IV.3 Simulation des résultats et discussion

Pour montrer l'efficacité du schéma bloc utilisant le principe du prédicteur de Smith proposé et qui utilise les deux phases à savoir la modélisation basée sur le modèle FMLODT proposé et la synthèse du contrôleur basée sur la stratégie MRAC-TTFOR proposée, les performances correspondantes qui sont fournies par une classe des processus à phase non-minimale ayant un retard pur important seront discutées dans ce travail. Ce processus a déjà été étudié par Wang et al. [20] où son comportement réel a été présenté par le modèle typique suivante :

$$G_r(s) = \frac{(1-s)e^{-2.s}}{(1+s)^5} \quad (4.22)$$

En conséquence, leurs réponses fréquentielles FRD (Frequency Response Data) correspondantes sont extraites dans la plage de fréquences $\omega \in [10^{-5}, 10^{+5}]$ radians par secondes en utilisant 1000 points logarithmiquement équidistants. La figure IV.9 montre le FRD obtenu, présenté dans le diagramme de *Nyquist*.

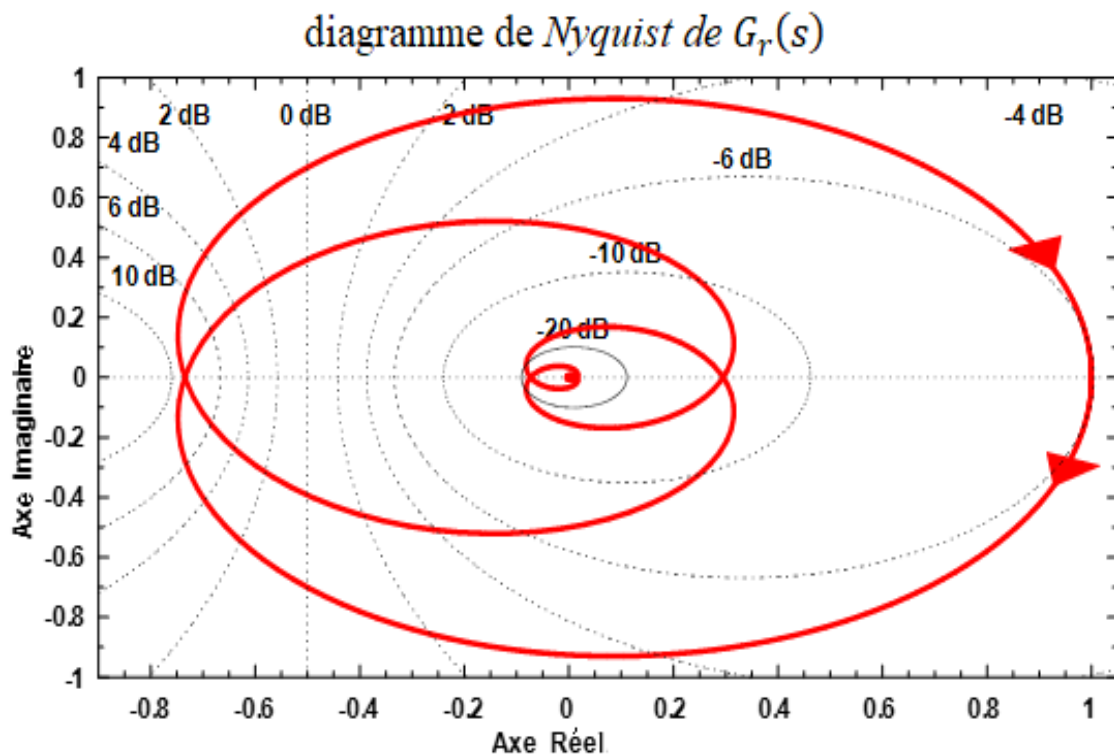


Figure IV.9. Le FRD décrivant l'allure du processus actuel présenté dans le diagramme de *Nyquist*.

IV.3.1 Etape de modélisation basée sur l'optimisation de l'AG

Dans le mécanisme d'optimisation basé sur GA, les deux ensembles de limites inférieure et supérieure sont utilisés :

$$\begin{bmatrix} 0.1000 \\ 0.1000 \\ 0.0001 \\ 0.50 \\ 1.0000 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} K_m \\ \alpha_m \\ \beta_m \\ \gamma_m \\ \theta_m \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 3.0000 \\ 3.0000 \\ 0.9999 \\ 10.50 \\ 5.0000 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

En raison du comportement probabiliste de l'AG, le processus d'optimisation est exécuté plusieurs fois en utilisant les paramètres de réglage suivants :

- *Generation number* = 27
- *TolFun* = $1e - 4$
- *Population size* = 27
- *PlotFcns* : @gaplotbestfun

La figure IV.10. montre les meilleures courbes de fitness assurant la meilleure minimisation du critère MSE.

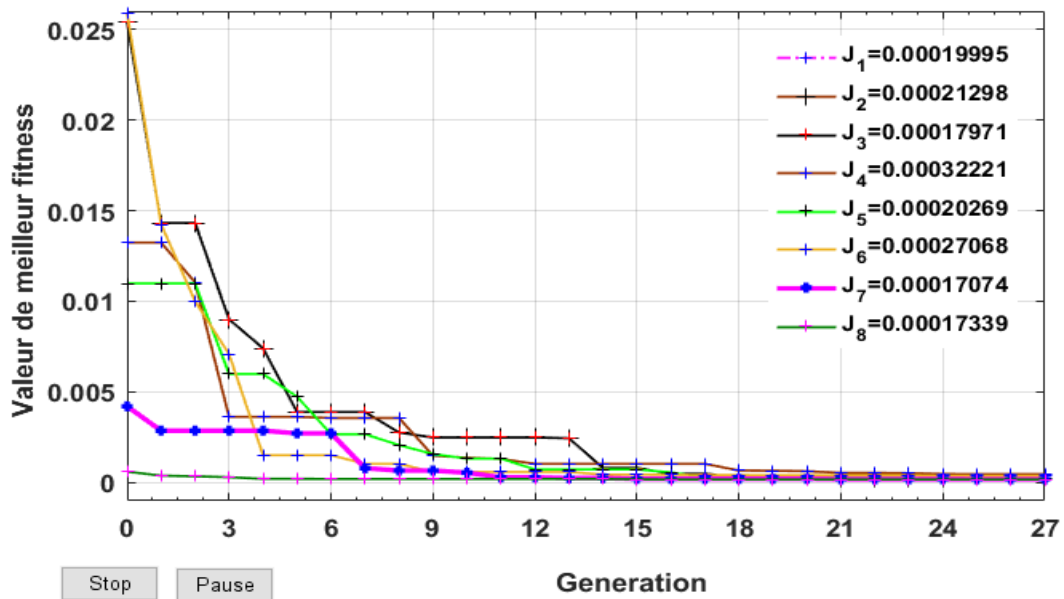


Figure IV.10. Meilleurs tracés de fitness du critère MSE

Il convient de noter que le comportement du processus réel a été précédemment décrit par le modèle de Wang, exprimé par :

$$G_{0Wang}(s) = \frac{e^{-5.07.s}}{(1.46.s+0.999)^2} \quad (4.24)$$

Le Tableau IV.1 résume les paramètres optimaux du modèle FMLODT obtenus déterminant, ainsi, les huit meilleurs modèles dont les meilleurs résultats sont mentionnés en gras. Il résume aussi la précision du modèle obtenue ε_{MSE_i} correspondant à $G_{m_i}(s)$. Il présente également le rapport relatif $\varepsilon_{\%}$ présentant le taux d'amélioration par rapport au modèle de Wang. Ce rapport peut être déterminé par :

$$\varepsilon_{MSE\%} = 100 \times \left(\frac{\varepsilon_{MSE_W} - \varepsilon_{MSE_i}}{\varepsilon_{MSE_W}} \right)_{i=1,2,\dots,8} \quad (4.25)$$

Parmi les huit modèles FMLODT obtenus, l'étape de synthèse du contrôleur est effectuée en utilisant le plus performant, assurant une meilleure précision du modèle. Sa fonction de transfert est donnée ci-dessous :

$$G_m(s) = \frac{1.0013}{(1+1.5156 \cdot s^{1.0261})^{2.5267}} \cdot e^{-4.2325 \cdot s} \quad (4.26)$$

La figure IV.11 compare les diagrammes de Nyquist du processus réel et le modèle FMLODT associé.

$G_{m_i}(s) \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8
K_m	0.9929	0.9929	1.0007	0.9955	1.0029	1.0063	1.0013	1.0013
α_m	1.5824	1.5355	1.6019	2.2726	1.0248	1.1273	1.5156	1.4999
β_m	1.0394	1.0394	1.0355	1.0835	0.9896	0.9828	1.0261	1.0222
γ_m	2.4796	2.4796	2.4171	1.7202	3.8684	3.1491	2.5267	2.4998
θ_m	4.2127	4.2908	4.2439	4.5043	3.8635	4.2863	4.2325	4.2913
$\varepsilon_{MSE_i} \times 10^{-4}$	1.9995	2.1298	1.7971	3.2221	2.0269	2.7068	1.7074	1.7339
$\varepsilon_{MSE_{\text{inf}}} \times 10^{-4}$	8.5740							
$\varepsilon_{MSE\%}$	76.68 %	75.16 %	79.04 %	62.42 %	76.36 %	68.43 %	80.09 %	79.77 %

Tableau IV.1 : Les performances du modèle obtenues fournies par le modèle FMLODT proposé et le modèle de Wang

D'après Eq. (4.26), la partie libre de temps mort du modèle FMLODT proposé est factorisée en deux parties. Il donne :

$$G_{m_{01}}(s) = \frac{1.0013}{1+1.5156 \cdot s^{1.0261}} \quad (4.27)$$

$$G_{m_{02}}(s) = \frac{1}{(1+1.5156 \cdot s^{1.0261})^{1.5267}} \quad (4.28)$$

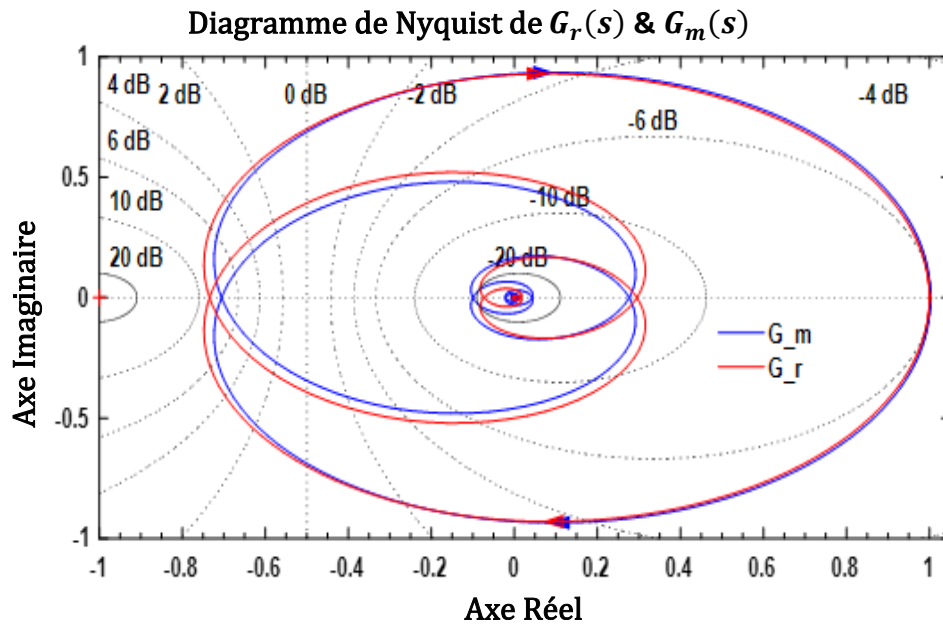


Figure IV.11. Diagrammes de *Nyquist* du processus réel et le modèle FMLODT proposée.

Dans la phase d'implémentation du modèle FMLODT proposé, le *Simulink* bloc de $G_{m_{02}}(s)$ est malheureusement inexistant dans le navigateur de bibliothèque *Simulink*, ce qui entraîne un problème sérieux. Pour remédier à cet inconvénient, le modèle entier correspondant, appelé aussi $\hat{G}_{m_{02}}(s)$, doit être prédéterminé. Leur FRD doit correspondre exactement à ceux fournis par $G_{m_{02}}(s)$. Ceci peut être effectué par les deux étapes suivantes. Les FRD de $G_{m_{02}}(s)$ sont premièrement extraits dans la plage de fréquences $\omega \in [10^{-5}, 10^{+5}]$ radians par seconde.

Une représentation de l'espace d'état of $\hat{G}_{m_{02}}(s)$, avec une dimension d'état $N_{\hat{G}}$ est ensuite calculée en utilisant la fonction Matlab *Fitfrd*. Par conséquent, le choix de $N_{\hat{G}} = 5$ assure un meilleur ajustement, ce qui permet d'obtenir la fonction de transfert d'entier stable suivante :

$$\hat{G}_{m_{02}}(s) = \frac{-9.529 \cdot 10^{-5} \cdot s^5 + 0.04145 \cdot s^4 + 1.841 \cdot s^3 + 7.462 \cdot s^2 + 5.001 \cdot s + 0.3193}{s^5 + 10.52 \cdot s^4 + 23.66 \cdot s^3 + 18.81 \cdot s^2 + 5.663 \cdot s + 0.3192} \quad (4.29)$$

Ceci peut être confirmé par la présentation des deux FRD, extraits de $\hat{G}_{m_{02}}(s)$ et $G_{m_{02}}(s)$, dans le diagramme de *Nyquist*, ce qui donne la figure IV.12.

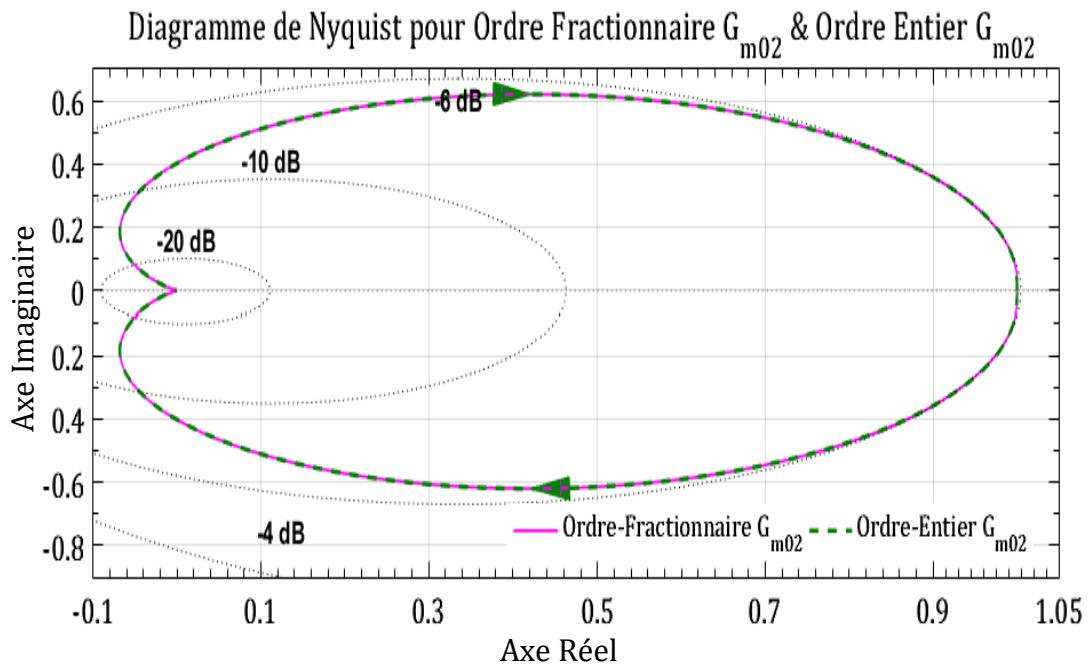


Figure IV.12. Diagrammes de Nyquist des deux FRD extraits de $G_{m_{02}}(s)$ et $\hat{G}_{m_{02}}(s)$

Toutes les fonctions de transfert fractionnaire, utilisées dans ce travail, sont établies en utilisant les blocs Simulink qui sont disponibles sur le site Web gratuit [105].

La figure IV.13 montre le bloc Simulink présentant la partie libre de temps mort $G_{m_{01}}(s)$.

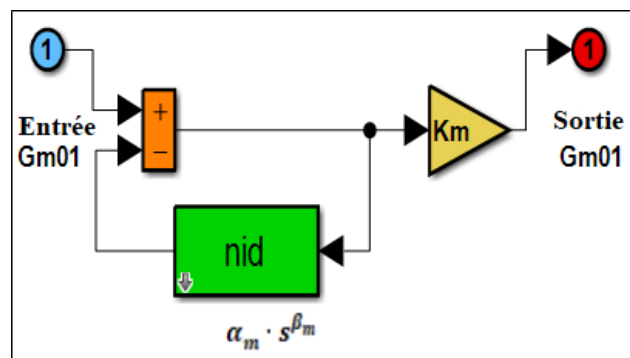


Figure IV.13. Block Simulink présentant la partie libre de temps mort $G_{m_{01}}(s)$

IV.3.2 Etape de synthèse du contrôleur basée sur le principe MRAC-TTFOR

Selon la référence [20], le contrôleur du Wang a été synthétisé par le modèle entier donné par l'Eq. (4.24) où le MRAC basé sur le principe ISOR a été utilisé. La fonction de transfert correspondante est donnée par :

$$G_{C_{Wang}}(s) = \frac{5.85.s+4}{s^2+2.83.s} \tag{4.30}$$

Dans la section suivante, le choix des paramètres du modèle TTFOR assurant un bon compromis est effectué après plusieurs essais. En conséquence, une bonne performance en boucle fermée peut être atteinte par des paramètres optimaux du modèle TTFOR en utilisant les deux figures Figure IV.5 et Figure IV.6.

D'autre part, une bonne robustesse, en présence d'entrée de perturbation de charge, peut être atteinte en utilisant les courbes 3D de la sensibilité du système $\|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)\|_{\infty}$ dans la plage de fréquences $\omega \in [\omega_{min}, \omega_{max}]$ présentées à la figure IV.14., où m est maintenu à une valeur constante $m = 2$, ζ et ω_n varié dans $]-\cos\left(\frac{\pi}{2m}\right), -\cos\left(\frac{\pi}{m}\right)[$ et $]1,30[$ respectivement. Comme résultat, le choix commun des paramètres du modèle TTFOR conduit à un compromis désiré.

Le tableau IV.2 résume les paramètres optimaux du contrôleur obtenus, déterminant ainsi les quatre meilleurs contrôleurs d'ordre fractionnaire robustes. Le meilleur compromis en termes de temps de réponse et de marge de robustesse est mentionné en gras.

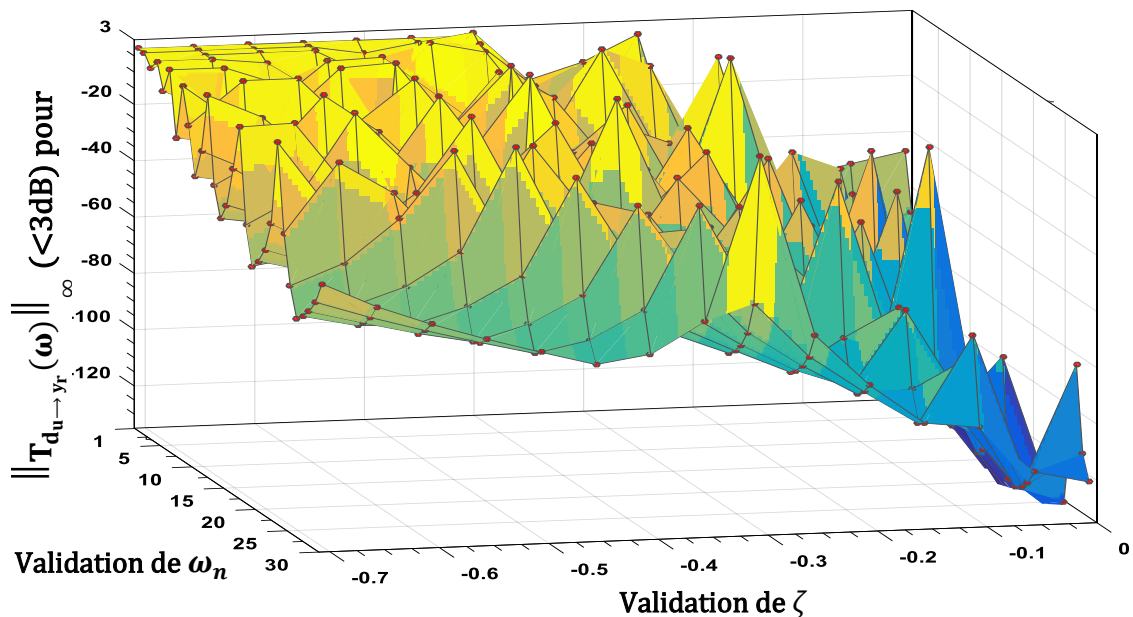


Figure IV.14. Courbes 3D de $\|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)\|_{\infty}$ satisfaisant une bonne dynamique d'atténuation des perturbations de charge.

Le tableau IV.2 résume également le rapport d'amélioration relative $\varepsilon\%$ assuré par le schème SP modifié proposé comparant à celui fourni par le schème SP modifié basé sur la méthode de Wang. Il peut être déterminé par :

$$\varepsilon_{t_{s5\%}} = 100 \times \left(\frac{\varepsilon_{t_{s5\%W}} - \varepsilon_{t_{s5\%i}}}{\varepsilon_{t_{s5\%W}}} \right)_{i=1,2,\dots,8} \quad (4.31)$$

La marge de robustesse $\Delta\varphi$ est la distance en module entre $\|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)\|_{\omega=\omega_{min}}$ et l'abscisse 0 dB. [[

	i	1	2	3	4
G_{c_i}	ω_n	2	10	20	30
	ζ	-0.050	-0.025	-0.170	-0.411
	m	2			
Temps de réponse à 5%	$\varepsilon_{t_{s5\%i}}$	9.112	9.174	9.074	8.997
	$\varepsilon_{t_{s5\%W}}$	9.738			
	$\varepsilon_{t_{s5\%}}$	6.4284%	5.7917%	6.8186%	7.6094%
Marge de robustesse	$\Delta\varphi_i$	71.24	70.48	71.95	72.66
	$\Delta\varphi_W$	59.38			

Tableau IV.2 : Évaluations de la performance en termes de compromis robustesse assurée par le contrôleur fractionnaire robuste proposé et le contrôleur de Wang.

La figure IV.15 présente la courbe de $|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)|$, fournie par le contrôleur de Wang et quatre contrôleurs d'ordre fractionnaire robustes proposés.

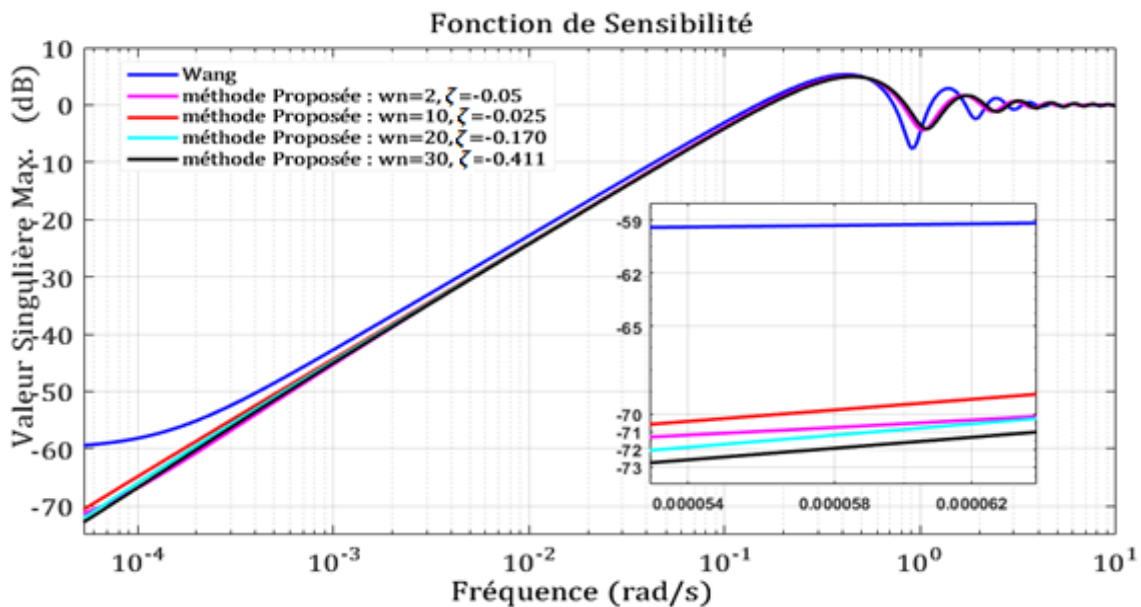


Figure IV.15. Analyse de robustesse basée sur la sensibilité du système, fournie par Wang et quatre contrôleurs d'ordre fractionnaire robustes proposés.

Dans la théorie du contrôle robuste, on peut mentionner qu'une meilleure marge de robustesse est donnée lorsque $|T_{d_u \rightarrow y_r}(\omega)|$ est faible autant que possible à basse fréquence. Par conséquent, tous les contrôleurs proposés, en particulier le 4ème proposé, permettent d'assurer la plus grande marge de robustesse, comparant à celle donnée par le contrôleur de Wang. Cela peut être expliqué, dans le domaine temporel, par un temps rapide nécessaire pour rejeter l'entrée de perturbation. Pour confirmer les résultats ci-dessus dans le domaine temporel, on utilise les blocs Simulink basés sur le système en boucle fermée, donnés à la figure IV.16.

D'après la figure IV.16, les systèmes en boucle fermée basés sur le contrôleur de Wang et le contrôleur proposé sont excités en utilisant deux entrées exogènes. La première entrée présente la consigne de référence qui est présumée être une fonction échelon unitaire. La deuxième entrée est la perturbation de charge qui s'effectue à l'entrée du processus. On suppose comme une fonction échelon unitaire avec un gain égal à -0.25 (c-à-d, un dépassement de 25 %), avec un temps de démarrage $t = 40$ secondes.

La figure IV.17 montre les temps de réponses obtenus par les quatre contrôleurs proposés et le contrôleur de Wang, tandis que la poursuite dynamique obtenue de l'entrée de référence du point de consigne est élargie dans la figure IV.18 et l'atténuation dynamique obtenue de l'entrée perturbation de charge est élargie dans la figure IV.19.

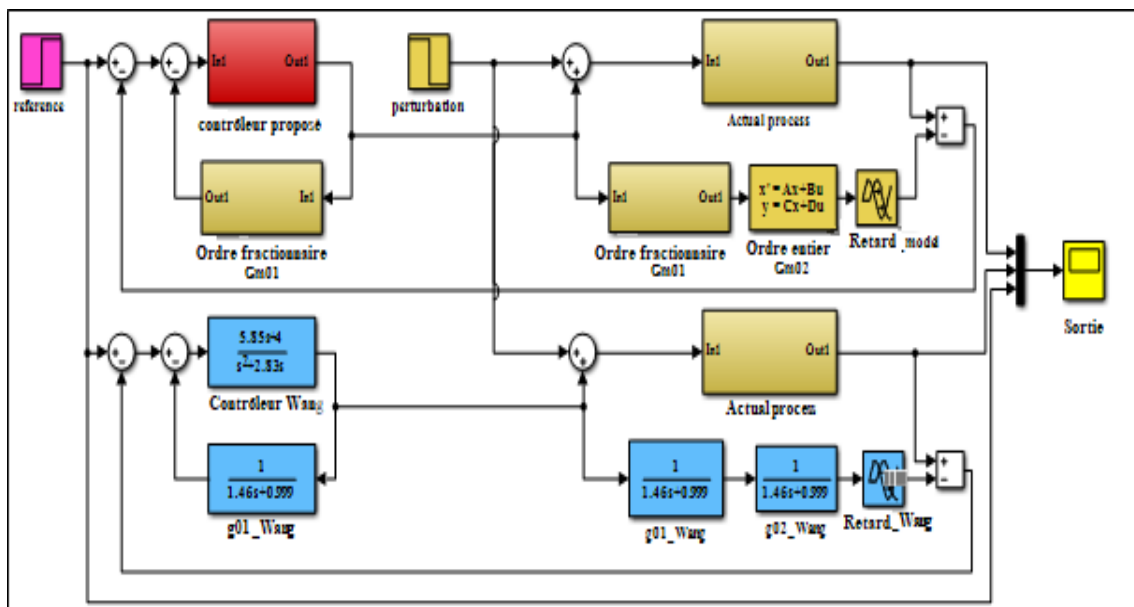


Figure IV.16. Configuration en boucle fermée utilisée pour l'analyse du domaine temporel

Selon la figure IV.17, les sorties de processus obtenues par les quatre contrôleurs proposés sont significativement meilleures que celles fournies par le contrôleur de Wang.

Ceci s'explique par la poursuite dynamique mieux obtenue, caractérisée par une réponse de sortie plus rapide et un meilleur temps de réponse.

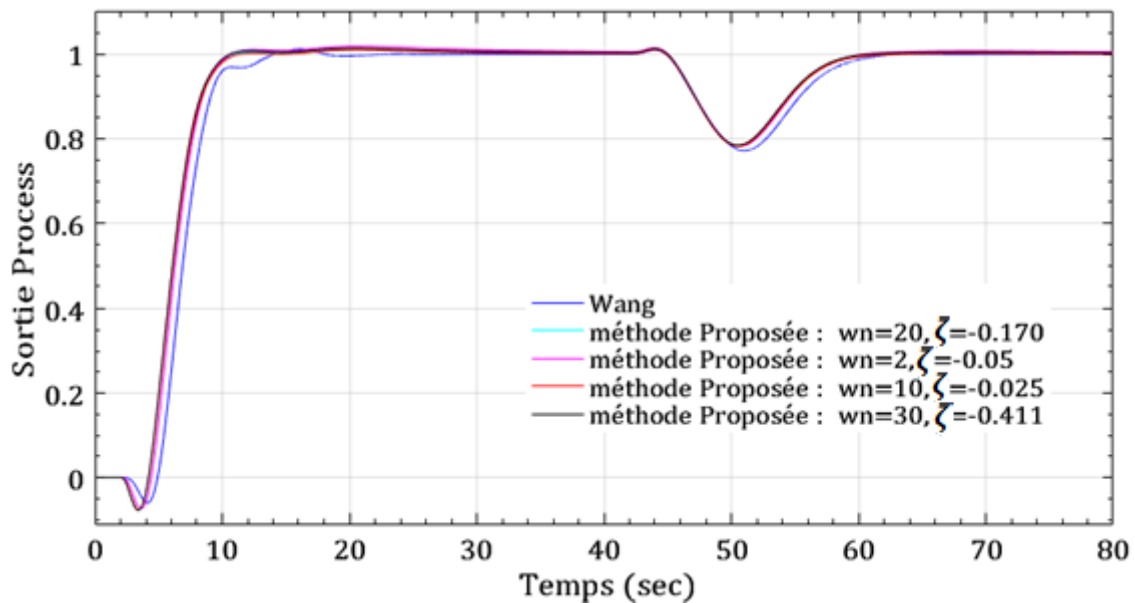


Figure IV.17. Les sorties process fournis par les contrôleurs de Wang et les quatre proposés.

Cette dynamique est élargie dans la plage de temps de $0 \leq t \leq 11.76$ secondes (voir figure IV.18). Elle s'explique aussi par la bonne atténuation dynamique obtenue des perturbations de charge, caractérisant par un temps rapide pour annuler l'effet de perturbation. Cette dynamique est élargie dans la plage de temps $46 \leq t \leq 165$ secondes (voir Fig.19).

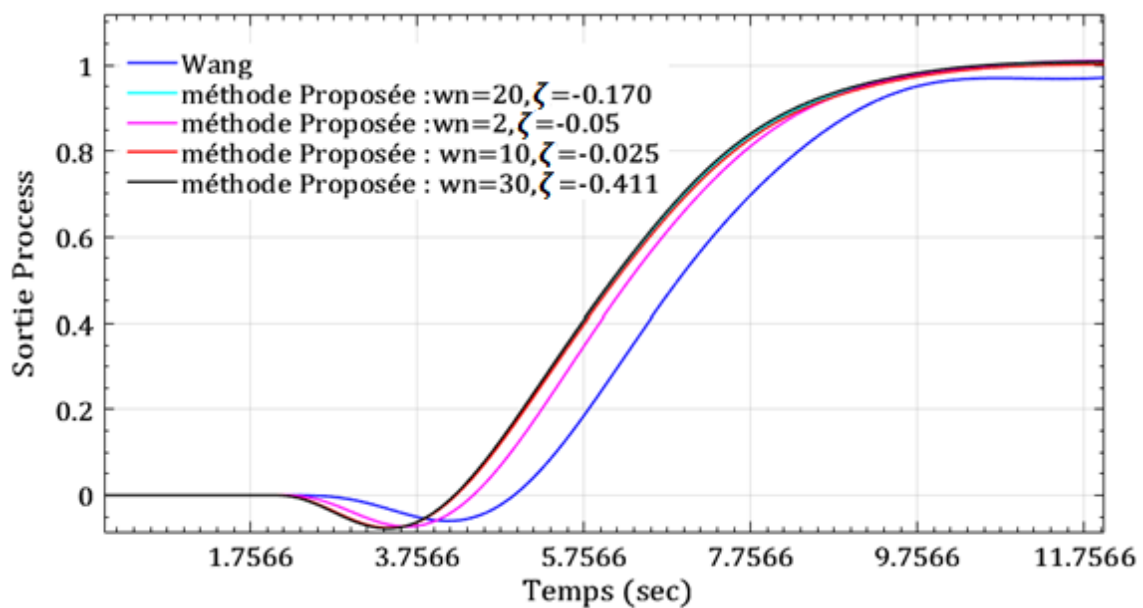


Figure IV.18. La poursuite dynamique de l'entrée de référence du point de consigne assurée par le contrôleur de Wang et les quatre contrôleurs proposés.

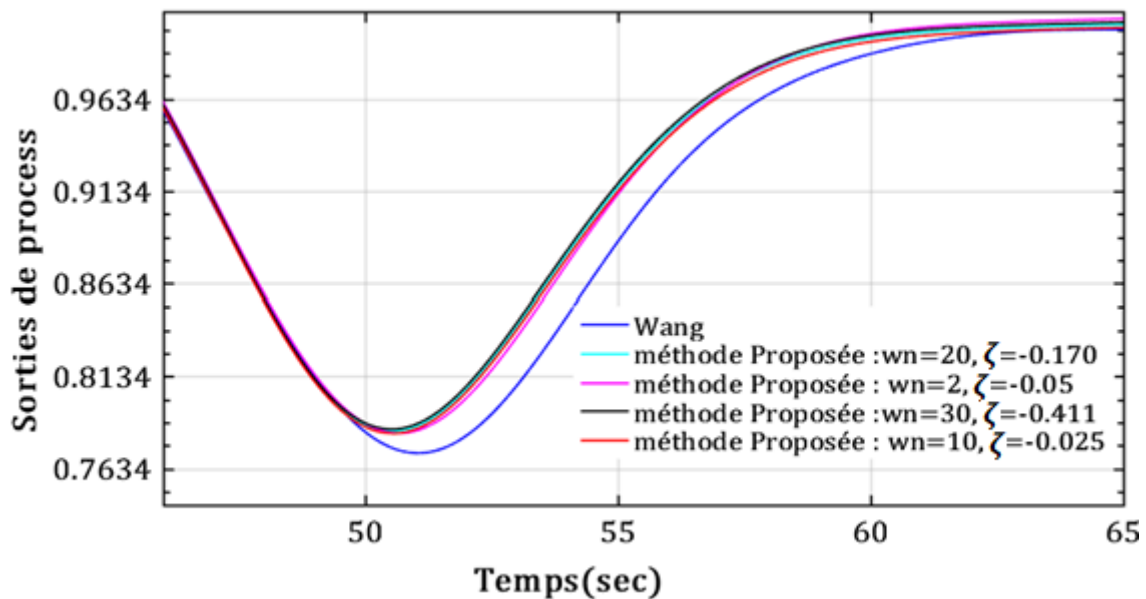


Figure IV.19. Le rejet dynamique de l'entrée de perturbation assurée par le contrôleur de Wang et les quatre contrôleurs proposés.

Comme résultat, d'après les réponses fréquentielles et temporelles obtenues, il est facile de confirmer que le schème SP modifié proposé atteint notre objectif principal, qui est l'amélioration de la robustesse des compromis du schème SP conventionnel basé soit sur un modèle entier, soit sur un contrôleur entier.

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle procédure de conception du schème SP modifié basée sur un modèle fractionnaire et un contrôleur fractionnaire pour les systèmes à retard d'une classe à phase non-minimale est proposée. Le modèle FMLODT et le contrôleur d'ordre fractionnaire approprié basé sur le modèle TTFOR sont proposés pour remplacer les modèles et contrôleurs conventionnels, ils sont introduits dans les étapes de modélisation et de synthèse de la nouvelle procédure de conception. Les paramètres du modèle sont identifiés en utilisant l'optimisation de l'AG. Les paramètres du régulateur sont déterminés graphiquement à l'aide de deux courbes tridimensionnelles (3-D). Cette dernière permet d'obtenir une bonne robustesse de compromis entre la poursuite dynamique de l'entrée du point de consigne et l'atténuation dynamique de l'entrée de perturbation.

Les résultats de la simulation montrent qu'il y a une amélioration notable du schème SP modifié acquis. En effet, le modèle proposé améliore la précision de la modélisation de l'installation, ce qui permet une meilleure conception du contrôle en termes de

performance et de robustesse et assure une bonne analyse et un bon diagnostic du système réel pendant son état de fonctionnement. Toutefois, il est également clair que d'autres améliorations de la procédure de conception proposée peuvent être obtenues, en particulier à l'étape de synthèse du contrôleur, cela exigera un réglage systématique pour bien optimiser les paramètres du modèle TTFOR à l'aide d'un outil d'optimisation.

Conclusion générale

Notre travail de thèse porte essentiellement sur la conception de techniques de l'identification en vue de la modélisation et du contrôle des systèmes non linéaires d'ordre fractionnaire. En effet des algorithmes d'identification complexes sont adaptés et appliqués dans ce sens, tels que les méthodes de synthèses basées sur la réponse indicielle du système appliqué dans le domaine du contrôle, la méthode à erreur de sortie, la méthode des moindres carrées, les algorithmes génétiques, tout en montrant leurs efficacité et les avantages des modèles obtenus par rapport au cas des systèmes d'ordre entier.

La démarche suivie dans cette étude peut se décomposer en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre nous avons présenté quelques rappels et notions principales sur le calcul fractionnaire considérés dans le cadre de cette thèse. En effet, les définitions des outils mathématiques des opérateurs fractionnaires et leurs transformées de Laplace avec leurs propriétés, les différentes méthodes d'approximation de la dérivée et l'intégrale d'ordre fractionnaire à savoir les méthodes fréquentielles et finalisé par la représentation et l'étude de stabilité des systèmes fractionnaire.

Le deuxième chapitre a été consacré à présenter la procédure d'identification d'un système, les principaux modèles utilisés dans la modélisation des processus industriels et les principales méthodes d'identification paramétrique des systèmes où l'accent a été mis par la suite sur la méthode à erreur de sortie et les algorithmes génétiques sur lesquels s'appuie notre étude. Ce chapitre est achevé par une partie de simulation dans laquelle le modèle d'ordre fractionnaire FMLODT (Fractional Multi-Low-Order Dead-Time) a été choisi et dans lequel les paramètres sont déterminés à l'aide des algorithmes génétiques GA. Le modèle FMLODT obtenu assurant une meilleure précision du modèle, Il décrit avec succès le comportement réel ainsi que les performances données par l'identification d'un processus d'ordre élevé plus un retard pur, qui a déjà été étudié par Wang et al. [20].

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les méthodes de conception des contrôleurs utilisant des transferts d'ordre fractionnaire pour la structure du contrôleur PID, ainsi que l'algorithme génétique pour la détermination optimale de ses paramètres. Ces méthodes peuvent être réalisées en reformulant le problème de commande en problème d'optimisation dont la fonction de coût est présentée graphiquement en utilisant l'outil de simulation Simulink. Ce chapitre se termine par une partie simulation

numérique dans laquelle on a réalisé une conception d'un contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\lambda D^\mu$ sur deux systèmes différents à savoir : un système hydraulique et un véhicule électrique. Finalement, la comparaison des résultats dans le plan temporel a confirmé l'efficacité de la stratégie de réglage des paramètres du contrôleur d'ordre fractionnaire $PI^\lambda D^\mu$ basée sur l'algorithme GA, pour atteindre le comportement désiré du système en boucle fermée.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à la présentation de l'identification et la commande des systèmes non linéaires d'ordre fractionnaire à retard, basé sur le Prédicteur de Smith. Dans le but de valider et de tester les algorithmes proposés, nous avons illustré dans le dernier chapitre les résultats de simulation. La discussion des principaux résultats obtenus montre l'efficacité des méthodes d'identification utilisées, même en présence de perturbations (Robustesse).

Globalement, on peut résumer les principales contributions de notre travail en deux innovations proposées dans les étapes de la modélisation et la synthèse du contrôleur basée sur le principe du Prédicteur de Smith pour une classe de systèmes à retard de phase non-minimale :

La première contribution concerne le nouveau modèle FMLODT proposé, dans lequel l'identification du système est réalisée dans le domaine fréquentiel en utilisant la méthode à erreur de sortie et dont l'optimisation est assurée par la technique de GA ; sachant que la fonction de fitness à minimiser est obtenue sous forme d'une somme des erreurs quadratiques moyennes fournies par la sortie du système réel et celle prédite par le modèle proposé [23, 24].

La deuxième contribution consiste à proposer une nouvelle structure pour un contrôleur fractionnaire dont les paramètres sont systématiquement obtenus à travers l'application de la commande adaptative utilisant le modèle de référence proposé TTFOR. Le réglage des paramètres de ce contrôleur est assuré par la satisfaction de certains critères et cela dans le but d'améliorer le compromis de la robustesse du système bouclé en présence des effets non souhaités causés par la négligence de quelques modes non linéaires en hautes fréquences, l'effet de l'incertitude de modélisation affectant le modèle de synthèse et finalement l'effet des bruits de mesures.

Par ailleurs, les résultats encourageants et prometteurs de notre travail nous permettent d'ouvrir de nombreuses perspectives pour d'autres chercheurs intéressés par

ce domaine. Ces dernières peuvent assurer des améliorations notamment pour l'identification des systèmes à retard dont les modèles sont entachés d'erreurs de modélisation structurelles. Parmi ces perspectives, on peut citer :

- Extension des méthodes proposées pour l'identification des modèles fractionnaire à retard pour le cas de systèmes multivariables MIMO (Multiple-Input Multiple-Output).
- Validation des résultats obtenus sur des systèmes réels.
- Utilisation des modèles proposés pour l'identification du système fractionnaire en utilisant d'autres algorithmes heuristiques tels que la technique de particle swarm optimization (PSO), culture algorithm (CA), artificial bee colony algorithm (ABC), ...etc.

Bibliographie

- [1] P. Cosson and J. C. Michon, "Identification by a non-integer order model of the mechanical behaviour of an elastomer," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 7, no. 11, pp. 1807–1824, 1996.
- [2] S. Ladaci and A. Charef, "On fractional adaptive control," *Nonlinear Dyn.*, vol. 43, no. 4, pp. 365–378, 2006.
- [3] H. Bouyedda and S. Ladaci, "Optimal tuning of fractional order PI λ D μ controllers using genetic algorithms," in 2016 8th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC), pp. 207–212. 2016.
- [4] I. Podlubny, "Fractional differential equations". San Diego, USA: Academic Press, 1999.
- [5] H. Malek, Y. Luo, and Y. Chen, "Identification and tuning fractional order proportional integral controllers for time delayed systems with a fractional pole," *Mechatronics*, vol. 23, no. 7, pp. 746–754, 2013.
- [6] T. T. Hartley and C. F. Lorenzo, "Fractional-order system identification based on continuous order-distributions," *Signal Processing*, vol. 83, no. 11, pp. 2287–2300, 2003.
- [7] D. Y. Liu, T. M. Laleg-Kirati, O. GIBARU, and W. Perruquetti, "Identification of fractional order systems using modulating functions method," in Proceedings of the American Control Conference, 2013, pp. 1679–1684. 2013.
- [8] T. Poinot and J. C. Trigeassou, "Identification of fractional systems using an output-error technique," *Nonlinear Dyn.*, vol. 38, no. 1–4, pp. 133–154, 2004.
- [9] O. Cois, A. Oustaloup, E. Battaglia, and J.-L. Battaglia, "Non Integer Model from Modal Decomposition for Time Domain System Identification," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 33, no. 15, pp. 989–994, 2000.
- [10] J. Lin, T. Poinot, S. T. Li, and J. C. Trigeassou, "Identification of non-integer-order systems in frequency domain," *Kongzhi Lilun Yu Yingyong/Control Theory Appl.*, vol. 25, no. 3, pp. 517–520, 2008.

-
- [11] C. Peng, W. Li, and Y. Wang, "Frequency domain identification of fractional order time delay systems," in 2010 Chinese Control and Decision Conference, pp. 2635–2638. 2010.
- [12] A. Djouambi, A. Voda, and A. Charef, "Recursive prediction error identification of fractional order models," *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 17, no. 6, pp. 2517–2524, 2012.
- [13] D. Valério and J. Sá Da Costa, "Identifying digital and fractional transfer functions from a frequency response," *Int. J. Control*, vol. 84, no. 3, pp. 445–457, 2011.
- [14] M. Amairi, M. Aoun, S. Najar, and M. N. Abdelkrim, "Guaranteed frequency-domain identification of fractional order systems: Application to a real system," *Int. J. Model. Identif. Control*, vol. 17, no. 1, pp. 32–42, 2012.
- [15] M. R. Rahmani and M. Farrokhi, "Nonlinear dynamic system identification using neuro-fractional-order Hammerstein model," *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 40, no. 13, pp. 3872–3883, 2018.
- [16] H. Ziyuan, Z. Lanlan, and F. Minrui, "Robust auto tune Smith predictor controller design for plant with large delay," in *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, vol. 4688 LNCS, pp. 666–678. 2007.
- [17] T. N. L. Vu and M. Lee, "Smith predictor based fractional-order PI control for time-delay processes," *Korean J. Chem. Eng.*, vol. 31, no. 8, pp. 1321–1329, 2014.
- [18] D. Boudjehem, M. Sedraoui, and B. Boudjehem, "A fractional model for robust fractional order Smith predictor," *Nonlinear Dyn.*, vol. 73, no. 3, pp. 1557–1563, 2013.
- [19] K. Khandani and A. A. Jalali, "A New Approach to Design Smith Predictor Based Fractional Order Controllers," *Int. J. Comput. Electr. Eng.*, vol. 2, no. 4, pp. 698–703, 2010.
- [20] Q. G. Wang, Q. Bi, and Y. Zhang, "Re-design of Smith predictor systems for performance enhancement," *ISA Trans.*, vol. 39, no. 1, pp. 79–92, 2000.
- [21] R. Djabri, M. Sedraoui, and A. Younsi, "A new design for a robust fractional Smith predictor controller based fractional model," *Leonardo Electron J Pr. Technol*, vol. 30, pp. 221–242, 2017.

-
- [22] M. Safaei and S. Tavakoli, "Smith predictor based fractional-order control design for time-delay integer-order systems," *Int. J. Dyn. Control*, vol. 6, no. 1, pp. 179–187, 2018.
- [23] J. A. T. Machado, "Optimal tuning of fractional controllers using genetic algorithms," *Nonlinear Dyn.*, vol. 62, no. 1–2, pp. 447–452, 2010.
- [24] S. Zhou, J. Cao, and Y. Chen, "Genetic algorithm-based identification of fractional-order systems," *Entropy*, vol. 15, no. 5, pp. 1624–1642, 2013.
- [25] F. Diba, A. Arora, and E. Esmailzadeh, "Optimized robust cruise control system for an electric vehicle," *Syst. Sci. Control Eng.*, vol. 2, no. 1, pp. 175–182, 2014.
- [26] J. Sabatier et al., "Advances in Fractional Calculus: Theoretical Development and Applications in Physics and Engineering". Dordrecht, Netherlands: Springer, 2007.
- [27] K. Oldham and J. Spanier, "The fractional calculus ". New York, USA: Academic Press, 1974.
- [28] B. Ross, "Fractional calculus and its applications". Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1975.
- [29] S. Samko, A. Kilbas and O. Marichev, "Fractional integrals and derivatives". Yverdon, Switzerland : Gordon and Breach Science Publishers, 1993.
- [30] K. Miller and B. Ross, "An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations". New York, USA: Wiley, 1993.
- [31] R. Hilfer, "Applications of fractional calculus in physics". Singapore: World Scientific, 2000.
- [32] R. Caponetto, G. Dongola, L. Fortuna, I. Petras, " Fractional Order Systems". Singapore: World Scientific, 2010.
- [33] C.A. Monje, Y.Q. Chen, B.M. Vinagre, D.Xue, V.Feliu, "Fractional-Order Systems and Controls Fundamentals and Applications". London, UK: Springer-Verlag, 2010.
- [34] I. Podlubny, "Fractional order systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controllers", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 1, pp. 208-214, 1999.
- [35] A. Oustaloup, O. Cois and L. Le Lay, "Représentation et identification par modèle non entie"r. Paris, France : Edition Hermès, 2005.
- [36] R. Magin, "Fractional calculus in bioengineering". Redding, USA: Begell House Publishers, 2006.
- [37] S. Das and I. Pan, "Fractional order signal processing". Heidelberg, Germany: Springer, 2012.
-

-
- [38] AA. Kilbas, HM. Srivastava, and JJ. Trujillo, "Theory and Applications of Fractional Differential Equations", Elsevier. 2006.
- [39] D. Valério and J. Tenreiro Machado, "On the numerical computation of the MittagLeffler function", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, vol. 19, no. 10, pp. 3419-3424, 2014.
- [40] B. Ross, "Fractional calculus". Math. Mag, Vol.50(3), pp. (115–122). 1977.
- [41] I. Podlubny . "Geometric and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation", Fractional Calculus and Applied Analysis, Vol. 5,pp.(367–386). 2002.
- [42] A. Si Amour, "Contribution à la commande par modes glissantes d'ordre fractionnaire", Thèse de doctorat, Université de Tizi-Ouzou. 2011.
- [43] H. Nezzari, "Contribution à l'analyse des systèmes d'ordre fractionnaire", Thèse de doctorat, Université de Constantine 1. 2013.
- [44] G. Carlson, C. Halijak, "Approximation of Fractional Capacitors $(1/s)^{(1/n)}$ by a Regular Newton Process ". IEEE Transactions on Circuit Theory. Vol.11, pp. (210–213). 1964.
- [45] C.A. Monje, A.J. Calderón, B.M. Vinagre, YQ. Chen, & V. Feliu, "On fractional PI^λ controllers: Some tuning rules for robustness to plant uncertainties ". Nonlinear Dynamics, Vol. 38(1–4),pp.(369–381). 2004.
- [46] B.M. Vinagre, I. Podlubny, A. Hernández, V. Feliu, "Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications", Fractional calculus and applied analysis, Vol 3, pp. (231-248). 2000.
- [47] W.H. Press, S.A. Teukolsky, B.P. Flannery & W.T. Vetterling. "Numerical recipes in Fortran", The art of scientific computing, vol. 1, Cambridge university press, 1992.
- [48] A. Oustaloup, "La commande CRONE", Paris : Hermès, 1991.
- [49] T.T. Hartley, C.F. Lorenzo, "Fractional-order system identification based on continuous order-distributions", Signal Processing. Vol. 83, pp. (2288-2300). 2003.
- [50] O. Valério, "Fractional control toolbox for Matlab, Beta release", Université Technique de Lisbonne. 2005.
- [51] A. Oustaloup, "La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications", Hermès, Paris, 1995.
- [52] I. Petras, L. Dorcák, "The frequency method for stability investigation of fractional control systems". SACTA journal, vol. 2, no. 1-2, pp. 75-85, 1999.

-
- [53] S. Manabe: "The Non-integer Integral and its Application to Control Systems", J. IEE Japan, vol. 80, no. 860, pp. 589-597, 1960.
- [54] A. Djouambi, A. Charef and T. Bouktir, "Fractional Order Robust Control and PI^λD^μ Controllers", WSEAS trans. on circuits and systems, vol. 4, no. 8, pp. 850-857, 2005.
- [55] R. Barbosa, J. Machado and I. Ferreira, "Tuning of PID Controllers Based on Bode's Ideal Transfer Function", Nonlinear Dynamics, vol. 38, no. 1-4, pp. 305-321, 2004.
- [56] R. Isermann, "Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey". Automatica, 20(4):387-404, Elsevier, 1984.
- [57] R. Isermann, "Model-based fault-detection and diagnosis - status and applications". Annual Reviews in Control, 29(1):71-85, 2005.
- [58] P. Young, "Parameter estimation for continuous-time models -a survey". Automatica, 17(1):23-39, Jan 1981.
- [59] H. Garnier et L. Wang, éditeurs. "Identification of Continuous-time Models from Sampled Data". Advances in Industrial Control. Springer, 2008.
- [60] H. Mensler, "Analyse et étude comparative de méthodes d'identification de systèmes à représentation continue". Développement d'une boîte à outils logicielle. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, Nancy, jan 1999.
- [61] I.D. Landau, "Identification et commande des systèmes", Hermès, 1993
- [62] J. Cvejn, "Simple PI/PID controller tuning rules for FOPDT plants with guaranteed closed-loop stability margin", Acta Montanistica Slovaca Rocnik, Vol. 16, No. 1, pp. 17-25. 2011.
- [63] R. Garrappa, G. Maione, and M. Popolizio, " Time-domain simulation for fractional relaxation of Havriliak-Negami type." ICFDA'14 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications 2014. IEEE, 2014.
- [64] G. Cabodevila. " Identification des systèmes", Support de cours, École Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques, Besançon, FRANCE. 2009.
- [65] A.M. Lenga, "Étude de la commande adaptative d'un système électrohydraulique". Diss. École de technologie supérieure, 2010.
- [66] W. Touil, S. Ladaci, A. Chaabi " Real-time fractional order system identification using recursive least squares method", Algerian Journal of Signals and Systems 5: 2. pp. 138-141. 2020.

-
- [67] S. Maouche, C.K. Bounsaythip, "Optimisation du placement des formes irrégulières", Copyright © 2007 by the Society for Industrial and Applied Mathematics. 2007.
- [68] J.H. HOLLAND, "Adaptation in Natural and Artificial Systems". Univ of Michigan press. Ann Arbor, vol. 228, 1975.
- [69] D.E. Golberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning". Addison Wesley. 1989.
- [70] L. Davis, "The Genetic Algorithm Hand-Book". Van Nostrand Reinhold, New York. 1991.
- [71] Z. Michalewicz, "Genetic Algorithms +Data Structures = Evolution Programs". coll. Artificial Intelligence, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. 1992.
- [72] J.M. Alliot et T. Schiex, "Intelligence Artificielle et Informatique Théorique". Cepaduès. 1994.
- [73] T. Bäck et H.P. Schwefel, "Evolution Strategies I: Variants and their computational implementation", p. 111-126. "Evolution Strategies II: Theoretical aspects implementation", p. 127-140. 1995.
- [74] G. Winter, J. Périéaux, M. Galá and P. Cuesta, (eds), "Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science". Wiley, Chichester. 1995.
- [75] RY. Chiang, MG. Safonov, "Robust-control toolbox user's guide". The Math Works Inc, Natick. 1988.
- [76] K.J. Åström and T. Hägglund, "PID controllers: theory, design, and tuning, vol. 2. Instrument society of America Research Triangle Park, NC, 1995.
- [77] C.C. Hang, "Modified Smith predictors for the control of processes with dead time," in Proc. ISA Annual Conf., 1979.
- [78] N. Abe and K. Yamanaka, "Smith predictor control and internal model control-a tutorial," in SICE 2003 Annual Conference (IEEE Cat. No. 03TH8734), vol. 2, pp. 1383-1387. 2003.
- [79] M. Bettayeb and R. Mansouri, "Fractional IMC-PID-filter controllers design for non-integer order systems," J. Process Control, vol. 24, no. 4, pp. 261-271, 2014.
- [80] C.E. Garcia and M. Morari, "Internal model control. A unifying review and some new results," Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., vol. 21, no. 2, pp. 308-323, 1982.
- [81] D.E. Rivera, M. Morari, and S. Skogestad, "Internal model control: PID controller design," Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., vol. 25, no. 1, pp. 252-265, 1986.

-
- [82] R. Vilanova, "IMC based Robust PID design: Tuning guidelines and automatic tuning", *J. Process Control*, vol. 18, no. 1, pp. 61–70, 2008.
- [83] J. Sun, "Model Reference Adaptive Control," *Encycl. Syst. Control*, pp. 729–734, 2015.
- [84] S. Ladaci, J.J. Loiseau, A. Charef, "Adaptive Internal Model Control with fractional order parameter". *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Wiley 24: 11. 944-960. 2010.
- [85] S. Djebbri, S. Ladaci, A. Metatla, H. Balaska, "Fractional-order model reference adaptive control of a multi-source renewable energy system with coupled DC/DC converters power compensation ". *Energy Systems* 11: 2. 315–355. 2020.
- [86] H. Balaska, S. Ladaci, A. Djouambi, H. Schulte, B. Bourouba, "Fractional order tube model reference adaptive control for a class of fractional order linear systems". *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 30: 3. 501–515. 2020.
- [87] O. Mouhib, "(In-) validation de modèles de systèmes incertains.". Thèse de Doctorat, Service Automatique de Supélec, Université de Paris XI 2004.
- [88] G. Salloum, "Contribution à La Commande Robuste De La Machine Asynchrone a Double Alimentation," Thèse. Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [89] D. Xue, Y. Chen, D.P. Atherton, and G. Gu, "Linear Feedback Control—Analysis and Design with Matlab", vol. 29, no. 1. Siam, 2009.
- [90] J.-P. Corriou and J.-P. Courriou, "Process control". Springer, 2004.
- [91] P. De Larminat, "La commande robuste : un tour d'horizon", *Autom. Inform. Ind.*, vol. 25, no. 3, pp. 267–296, 1991.
- [92] M. Morari and E. Zafiriou, "Robust process control". Printice-Hall, 1989.
- [93] M.N. Anwar, S. Pan, and A. Raza, "PID Controller Tuning in Smith Predictor Configuration for Stable Processes with Large Time Delay Using IMC Scheme," in *Innovations in Soft Computing and Information Technology*, Springer, pp. 249–260. 2019.
- [94] W. Wang, J. Zhang, and T. Chai, "A survey of advanced PID parameter tuning methods," *Acta Autom. Sin.*, vol. 26, no. 3, pp. 347–355, 2000.
- [95] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers," *trans. ASME*, vol. 64, no. 11, 1942.

-
- [96] M. Aidoud, M. Sedraoui, A. Lachouri, and A. Boualleg, "Robustified GPC controller based on H_∞ robust control for an hydraulic actuator", *J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 38, no. 7, pp. 2181–2188, 2016.
- [97] Z. Preitl, P. Bauer, and J. Bokor, "Cascade control solution for traction motor for hybrid electric vehicles," *Acta Polytech. Hungarica*, vol. 4, no. 3, pp. 75–88, 2007.
- [98] H. Bouyedda, S. Ladaci, H. Schulte, "Cruise control design for an Electric Vehicle using a fractional order $PI^\lambda D^\mu$ with Genetic Algorithms optimization". 8th International Conference on Systems and Control (ICSC), 2019.
- [99] A. Boulkroune and S. Ladaci, "Advanced synchronization control and bifurcation of chaotic fractional-order systems". IGI Global, 2018.
- [100] C. Li and F. Zeng, "Numerical methods for fractional calculus," *Numer. Methods Fract. Calc.*, pp. 1–280, 2015.
- [101] A. Charef, H.H. Sun, Y.Y. Tsao, and B. Onaral, "Fractal system as represented by singularity function," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, no. 9, pp. 1465–1470, 1992.
- [102] B. Bourouba, S. Ladaci, and A. Chaabi, "Reduced-Order Model Approximation of Fractional-Order Systems Using Differential Evolution Algorithm," *J. Control. Autom. Electr. Syst.*, vol. 29, no. 1, pp. 32–43, 2018.
- [103] M. Boudana, S. Ladaci, J.J. Loiseau, "Fractional Order PI^λ and $PI^\lambda D^\mu$ Control Design for a Class of Fractional Order Time-Delay Systems". *International Journal of Cyber-Physical Systems* 1: 2. 1-18. 2019.
- [104] H. Bouyedda, S. Ladaci, M. Sedraoui, M. Lashab, "Identification and Control design for a class of non-minimum Phase dead-time Systems based on fractional-order Smith Predictor and Genetic Algorithm" *Technique. Int. J. Dyn. Control* 7, 914–925. 2019.
- [105] D. Valério, "Matlab Simulink Non-integer Toolbox," <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8312-ninteger>. Accessed 18 July 2018.
- [106] F. Merrikh-Bayat and M. Karimi-Ghartemani, "Some properties of three-term fractional order system," *Fract. Calc. Appl. Anal.*, vol. 11, no. 3, pp. 317–328, 2008.