

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université du 20 Août 1955 Skikda

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique



N° d'ordre : D012121019D

THESE

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

DOCTEUR en SCIENCES

Spécialité: Génie Mécanique

Par:

M. BRAHMIA Allaoua

Contribution à la conception robuste des robots parallèles

Soutenue le : 06 Janvier 2022

Devant le Jury composé par :

Nom et prénom	Grade	Qualité	Affiliation
METATLA Abderrezak	Professeur	Président	Université 20 août 1955-Skikda
KELAIAIA Ridha	Professeur	Rapporteur	Université 20 août 1955-Skikda
MAHFOUDHI Chawki	Professeur	Examineur	Université d'Oum el Bouaghi
CHORFIA Abdelhakim	MCA	Examineur	Université de Constantine 1
BOUNAB Belkacem	MCA	Examineur	École Militaire Polytechnique - Alger
INEL Fouad	MCA	Examineur	Université 20 août 1955-Skikda

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été réalisé au **Laboratoire de Génie Mécanique et Matériaux**, sous la direction de Monsieur **Ridha KELAIAIA** Professeur de l'enseignement supérieur à l'Université 20 août 1955-Skikda, à qui j'exprime ma sincère reconnaissance pour tous les conseils et encouragements qu'il m'a prodigués pendant toute la durée de ce travail.

Je présente toute ma gratitude à **Ahmed CHEMORI** et **Olivier COMPANYY** Chercheurs au Laboratoire LIRMM à l'Université de Montpellier, qui m'ont apporté toute leur aide pendant tout mon séjour au LIRMM.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur **A. METATLA**, professeur à l'Université de Skikda, pour avoir accepté de présider le jury de soutenance.

Je remercie très vivement Monsieur **Chawki. MAHFOUDHI**, professeur à l'université de Oum El-Bouaghi, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger mon travail.

Toute ma reconnaissance va à Monsieur **Abdelhakim CHORFIA** maître de conférences à l'Université Constantine 1, à qui j'exprime mes plus vifs remerciements pour sa participation dans le jury.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur **Belkacem BOUNAB** maître de conférences à l'E.M.P, d'avoir accepté de participer dans le jury de ma thèse.

Toute ma reconnaissance va à Monsieur **Fouad INNEL** maître de conférences à l'Université de Skikda, à qui j'exprime mes sincères remerciements pour sa participation dans le jury.

Je tiens à exprimer ma sympathie à tous mes collègues à l'Université de Skikda. Je pense particulièrement à mes collègues et responsables du département de Génie mécanique.

Je n'oublierai jamais le soutien de mes parents, mes chers frères et sœurs, je prends ces quelques mots pour leur dire merci. Tous mes sentiments vont bien évidemment à mon épouse qui m'a accompagné pendant ces années et dont la présence à mes côtés a tout changé, à mes très chers enfants qui par leurs sourires suffisent à effacer tous les soucis. A mes beaux-parents.

Que toute personne ayant contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance. Enfin je ne pourrais terminer ces remerciements sans une pensée à l'ensemble de mes enseignants, qu'ils trouvent ici, dans ces lignes, l'expression de ma profonde gratitude.

Table des matières

REMERCIEMENTS

RESUME	1
INTRODUCTION GENERALE	4
CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES ROBOTS PARALLELES	7
I.1. GENERALITES SUR LES ROBOTS PARALLELES	7
I.2. ARCHITECTURES DES ROBOTS PARALLELES	8
I.2.1. Architectures pleinement parallèles	8
I.2.2. Architectures hybrides.....	9
I.2.3. Architectures redondantes	9
I.3. TYPES DES ROBOTS PARALLELES	10
I.3.1. Robot parallèles planaires	10
I.3.2. Robots parallèles spatiaux.....	11
<i>I.3.2.1. Robots spatiaux à trois degrés de liberté</i>	<i>11</i>
<i>I.3.2.2. Robots spatiaux à six degrés de liberté</i>	<i>12</i>
I.4. CARACTERISTIQUES ET PERFORMANCES DES ROBOTS PARALLELES	14
I.4.1. Espace de travail	14
I.4.2. Rapport masse transportable / masse robot	15
I.4.3. Comportement dynamique	16
I.4.4. Singularité	16
I.4.5. Nombre de conditionnement	17
I.4.6. Précision.....	18
I.4.7. Robots parallèles vs robots sériels	19
I.5. MODELISATION DES ROBOTS PARALLELES	20
I.5.1. Modélisation géométrique.....	20
I.5.2. Modélisation cinématique	20
I.5.3. Modélisation dynamique	21
CHAPITRE II : ANALYSE DE LA SENSIBILITE DES ROBOTS PARALLELES	22
INTRODUCTION	22
II.1. ETAT DE L'ART SUR LES INDICES DE SENSIBILITES	22
II.2. DEFINITION DES INDICES DE SENSIBILITE	26
II.2.1. Définition des indices <i>LSI</i> et <i>GSI</i>	26
II.2.2. Définition du coefficient de sensibilité	28
II.3. NOUVEL INDICE DE SENSIBILITE DE POSITION	29
Définition du <i>VSI</i> de l'indice <i>SI</i> proposé.....	32

II.4. NOUVEL INDICE DE SENSIBILITE D'ORIENTATION	33
II.5. CONCLUSION	35
CHAPITRE III : CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS PARALLELES.....	36
INTRODUCTION.....	36
III.1. ETAT DE L'ART SUR LA CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS PARALLELES	36
III.2. DEFINITION DE LA CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS.....	38
III.2.1. Méthodes basées sur les approches statistiques	39
III.2.2. Méthode de Taguchi.....	41
III.2.3. Conception robuste avec l'approche axiomatique	43
III.2.4. Optimisation robuste	44
III.2.5. Méthodes basées sur les approches déterministes	47
III.3. SYNTHESE DE TOLERANCES DES MECANISMES.....	48
III.3.1. Introduction.....	48
III.3.2. Théorie de la distribution de la sensibilité des performances	49
III.3.3. Développement d'une boîte de tolérances dénotée Brahmia-BT	52
III.4. CONCLUSION	55
CHAPITRE IV : APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION	
ROBUSTE DE LA MACHINE DE REEDUCATION DE GENOU A 1 DDL.....	56
INTRODUCTION.....	56
IV.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DE LA MACHINE.....	56
IV.2. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DE LA MACHINE	58
IV.3. ANALYSE DE LA SENSIBILITE : CALCUL DES INDICES <i>SI</i>, <i>GSI</i> ET <i>VSI</i>	59
IV.4. SYNTHESE DE TOLERANCE DE LA MACHINE.....	62
IV.4.1. Calcul des tolérances optimales $\Delta y_{i opt}$	62
IV.4.2. Optimisation du vecteur des tolérances optimales $\Delta y_{i opt}$	63
IV.4.3. Interprétation des résultats	65
IV.5. CONCLUSION	65
CHAPITRE V : APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION	
ROBUSTE DU ROBOT PAR2 A 2 DDL.....	67
INTRODUCTION.....	67
V.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DU ROBOT MANIPULATEUR PAR2	67
V.2. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DU ROBOT PAR2.....	69
V.3. ANALYSE DE LA SENSIBILITE : CALCUL DES INDICES <i>SI</i>, <i>GSI</i> ET <i>VSI</i>	71
Vérification de l'analyse de sensibilité de l'erreur de position	74
V.4. SYNTHESE DE TOLERANCE DU ROBOT PARALLELE PAR2.....	78
V.4.1. Dimensionnement du robot parallèle PAR2.....	78
V.4.1.1. Modèle Géométrique Direct (MGD)	78
V.4.1.2. Détermination de l'espace de travail du robot PAR2	79

V.4.1.3. <i>Modèle cinématique</i>	80
V.4.1.4. <i>Analyse des singularités</i>	81
V.4.1.5. <i>Synthèse dimensionnelle du robot PAR2 basée sur une approche d'optimisation monobjectif</i>	82
V.4.1.6. <i>Synthèse dimensionnelle basée sur l'optimisation de l'espace de travail dextre</i>	82
V.4.2. Analyse de tolérance	84
V.4.2.1. <i>Calcul des tolérances optimales $\Delta y_{i\text{opt}}$</i>	84
V.4.2.2. <i>Optimisation du vecteur des tolérances optimales $\Delta y_{i\text{opt}}$</i>	86
V.4.2.3. <i>Interprétation des résultats</i>	87
V.5. CONCLUSION	90
CHAPITRE VI : APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION ROBUSTE DE LA PLATEFORME DE GOUGH-STEWART A 6 DDL	92
INTRODUCTION	92
VI.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DE LA PLATEFORME DE GOUGH-STEWART ..	92
VI.2. MODELE GEOMETRIQUE INVERSE DU ROBOT "F-200I"	95
VI.3. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DU ROBOT "F-200I"	96
VI.4. ANALYSE DE SENSIBILITE DE LA PLATEFORME DU ROBOT "F-200I"	100
Vérification de l'analyse de sensibilité des erreurs de positionnement (erreur de position et erreur d'orientation) :	111
VI.5. SYNTHESE DE TOLERANCE DE LA PLATEFORME DU ROBOT "F-200I"	118
VI.5.1. <i>Calcul des tolérances optimales $\Delta y_{i\text{opt}}$</i>	118
VI.5.2. <i>Optimisation du vecteur des tolérances optimales $\Delta y_{i\text{opt}}$</i>	121
VI.5.3. <i>Interprétation des résultats</i>	123
VI.6. CONCLUSION	124
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	126
PUBLICATIONS DANS LE CADRE DE CETTE THESE	128
RÉFÉRENCES	129

Liste des figures

Figure I. 1 Représentation schématique d'un robot parallèle.....	7
Figure I. 2 Plate-forme de Stewart.....	8
Figure I. 3 La machine de Gough (1947).....	8
Figure I. 4 Robot Lagabex modèle LX4.....	9
Figure I. 5 Redondance pour les robots parallèles.....	10
Figure I. 6 Différents robots plans entièrement parallèles avec trois degrés de liberté et chaînes identiques.....	10
Figure I. 7 Modèle CAD des robots planaires à 2 ddl: (a) PAR2. (b) IRSBOT-2.....	11
Figure I. 8 Exemples de robots planaires à 3 ddl : (a) robot 3-PRR. (b) robot planaire conçu par l'ETS Montréal ...	11
Figure I. 9 Robots spatiaux à trois degrés de liberté.....	12
Figure I. 10 Robots DELTA.....	12
Figure I. 11 Robot parallèles de type (a) SSM, (b) TSSM et (c) MSSM.....	13
Figure I. 12 Robot HEXA.....	13
Figure I. 13 Singularité sérielle avec une perte d'un degré de liberté.....	16
Figure I. 14 Singularité parallèle.....	17
Figure I. 15 Singularité structurelle.....	17
Figure I. 16 Erreur de position, répétabilité et résolution d'après Niaritsiry.....	19
Figure II. 1 Paramétrage de la chaîne cinématique.....	27
Figure III. 1 Fonction perte de Taguchi.....	42
Figure III. 2 Diagramme Bloc du Produit/Processus : diagramme \mathbf{P}	43
Figure III. 3 Optimisation statistique, recherche du minimum robuste.....	45
Figure III. 4 Décalage des frontières des contraintes.....	46
Figure III. 5 Illustration de l'hyper-ellipsoïde de sensibilité, pour $n=3$	50
Figure III. 6 Boite de tolérance pour les variables de conception, $\mathbf{k} = \mathbf{2}$	53
Figure III. 7 Illustration de la boite de tolérance pour les variables de conception optimale, $\mathbf{k} = \mathbf{2}$	55
Figure IV. 1 Machine de rééducation de genou.....	56
Figure IV. 2 Module linéaire (a) et concept cinématique de la machine (b).....	57
Figure IV. 3 Mécanisme et chaîne cinématique de la machine.....	57
Figure IV. 4 GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position.....	60
Figure IV. 5 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position.....	61
Figure IV. 6 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position.....	61
Figure IV. 7 VSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position.....	62
Figure IV. 8 Ellipsoïde critique et boite de tolérance optimale robuste Brahmia-BT.....	65
Figure V. 1 Robot parallèle PAR2.....	67
Figure V. 2 Présentation générale du robot PAR2.....	68
Figure V. 3 Schéma CAD du robot parallèle PAR2.....	68
Figure V. 4 Paramétrisation du robot PAR2.....	69
Figure V. 5 Espace de travail W du robot PAR2.....	72

Figure V. 6 GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position.....	72
Figure V. 7 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position.....	73
Figure V. 8 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position.....	74
Figure V. 9 VSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position.....	74
Figure V. 10 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs linéaires.....	75
Figure V. 11 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs angulaires.....	76
Figure V. 12 Variation de l'erreur de position en fonction de la variation des erreurs vitales.....	76
Figure V. 13 Les points P_i dans l'espace de travail W du robot PAR2.....	77
Figure V. 14 Comparaison entre conception avec et sans précision.....	77
Figure V. 15 Illustration de la relation typique coût-tolérance.....	87
Figure V. 16 Variation de l'erreur de position. Cas : réduction de $\Delta Lbipt$	88
Figure V. 17 Variation de l'erreur de position. Cas : réduction de $\Delta Dipt$	89
Figure V. 18 Effets des variations dimensionnelles $\Delta yirob$ sur la précision du robot (selon le numéro de variation).....	90
Figure VI. 1 Robot "F-200i" de Fanuc Robotics.....	93
Figure VI. 2 Représentation CAO du robot "F-200i".....	94
Figure VI. 3 Paramétrage du robot "F-200i".....	94
Figure VI. 4 Représentation d'un segment i	98
Figure VI. 5 Espace de travail et espace de travail régulier du robot "F-200i" pour une orientation donnée.....	100
Figure VI. 6 GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position.....	103
Figure VI. 7 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position.....	104
Figure VI. 8 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position.....	105
Figure VI. 9 VSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position.....	106
Figure VI. 10 GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur d'orientation.....	107
Figure VI. 11 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur d'orientation.....	108
Figure VI. 12 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur d'orientation.....	109
Figure VI. 13 VSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur d'orientation.....	110
Figure VI. 14 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs linéaires.....	113
Figure VI. 15 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs angulaires.....	113
Figure VI. 16 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs linéaires $\delta \rho i$	114
Figure VI. 17 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs linéaires δrbi	114
Figure VI. 18 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs linéaires δrpi	115
Figure VI. 19 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires $\delta \gamma i$	115
Figure VI. 20 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires $\delta \gamma z i$	116
Figure VI. 21 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires δai	116
Figure VI. 22 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires $\delta \beta i$	117
Figure VI. 23 Les points P_i dans l'espace de travail W de la plateforme mobile.....	117
Figure VI. 24 Comparaison entre conception avec et sans précision. Cas : erreur de position.....	118
Figure VI. 25 Comparaison entre conception avec et sans précision. Cas : erreur d'orientation.....	118
Figure VI. 26 Variation de l'erreur de position. Courbe rouge: réduction de $\Delta \rho iopt$. Courbe bleue: réduction de $\Delta rbipt$	123

Liste des tableaux

Tableau I. 1 Principales différences entre les robots sériels et les robots parallèles	20
Tableau IV. 1 Tolérances optimisées (mm) des dimensions de la machine de rééducation de genou	63
Tableau IV. 2 Valeurs des tolérances (mm) pour la première et la deuxième optimisation et pour $K1 = 0.7$ de la machine de rééducation de genou	64
Tableau V. 1 Résultats de l'optimisation de l'espace de travail.....	83
Tableau V. 2 Tolérances optimisées (μm) des dimensions du robot PAR2	85
Tableau V. 3 Valeurs des tolérances (μm) pour la première et la deuxième optimisation et pour $K1=0.7$ du robot PAR2	87
Tbleau VI. 1 Tolérances optimisées (μm) des dimensions de la plateforme Gough-Stewart.....	121
Tbleau VI. 2 Valeurs des tolérances (μm) pour la première et la deuxième optimisation et pour $K1=0.7$ de la plateforme Gough-Stewart.....	122

Liste des nomenclatures et abréviations

q	Variables articulaires motorisées
X	Coordonnées opérationnelles
J	Matrice Jacobienne cinématique
A	Matrice Jacobienne cinématique parallèle
B	Matrice Jacobienne cinématique sérielle
$k(J)$	Nombre de conditionnement de la matrice J
$\ \cdot \ $	Norme matricielle
Γ	Vecteur des couples/forces des actionneurs
\dot{q}	Vecteur des vitesses articulaires
\ddot{q}	Vecteur des accélérations articulaires
f_e	Vecteur représentant l'effort extérieur (forces ou moment).
δP	Vecteur des variations dimensionnelles et angulaires
$LSI_x(\delta P_j)$	Indice de sensibilité local suivant la direction x lié au paramètre δP_j
$LSI_y(\delta P_j)$	Indice de sensibilité local suivant la direction y lié au paramètre δP_j
$LSI_z(\delta P_j)$	Indice de sensibilité local suivant la direction z lié au paramètre δP_j
Sp_j	Coefficient de sensibilité
δL	Vecteur des erreurs linéaires
$\delta \phi$	Vecteur des erreurs angulaires
$SI_x(\delta P_j)$	Indices de sensibilité de position de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) suivant la direction x
$SI_y(\delta P_j)$	Indices de sensibilité de position de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) suivant la direction y
$SI_z(\delta P_j)$	Indices de sensibilité de position de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) suivant la direction z
$G_x(\delta P_j)$	Indice de sensibilité global de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position suivant la direction x
$G_y(\delta P_j)$	Indice de sensibilité global de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position dans la direction y
$G_z(\delta P_j)$	Indice de sensibilité global de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position suivant la direction z

VG_x	Variance de l'Indice de Sensibilité de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position suivant la direction x
VG_y	Variance de l'Indice de Sensibilité de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position suivant la direction y
VG_z	Variance de l'Indice de Sensibilité de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position suivant la direction z
So_j	Indice de sensibilité d'orientation
$\delta Or(\delta P_j)$	Variation de l'erreur d'orientation de la plateforme mobile due à la variation dimensionnelle δP_j
$So_x(\delta p_j)$	Indices de sensibilité d'orientation de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) autour de l'axe x
$So_y(\delta p_j)$	Indices de sensibilité d'orientation de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) autour de l'axe y
$So_z(\delta p_j)$	Indices de sensibilité d'orientation de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) autour de l'axe z
$Go_x(\delta P_j)$	Indice de sensibilité global de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour de l'axe x
$Go_y(\delta P_j)$	Indice de sensibilité global de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour de l'axe y
$Go_z(\delta P_j)$	Indice de sensibilité global de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour de l'axe z
VGo_x	Variance de l'Indice de Sensibilité de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour de l'axe x
VGo_y	Variance de l'Indice de Sensibilité de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour de l'axe y
VGo_z	Variance de l'Indice de Sensibilité de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour de l'axe z
μ_f	Moyenne de la fonction f
Var	Variance
σ	Ecart type
g_j	Contraintes dans le problème d'optimisation
$L(f)$	La fonction perte quadratique de Taguchi
Q	Perte de qualité moyenne par produit

A_0	Perte due à la défaillance d'un produit
s	Facteur d'échelle pour ajuster la moyenne actuelle à la valeur cible
Q_a	Fonction de perte moyenne lorsque la moyenne actuelle est ajustée à la valeur cible
S/B	Rapport signal sur bruit
I	Quantité d'information d'une conception donnée
$x_{optimal}$	Valeur optimale de la variable de conception x
$x_{robuste}$	Valeur robuste de la variable de conception x
f	Fonction performances du système à concevoir
δf	Variation des performances causée par la variation des variables de conception
σ_{max}	Plus grande valeur singulière
σ_{min}	Plus petite valeur singulière
y	Vecteur des variables de conception utilisé dans le problème de l'analyse de tolérance
δy	Vecteur des variations des variables de conception
h	Vecteur des paramètres de conception décrivent l'environnement du système
J_y	Matrice Jacobienne de sensibilité qui décrit l'effet des variables de conception sur la performance du système.
S	Matrice de sensibilité utilisée dans le problème de l'analyse de tolérance
P	Matrice des vecteurs propres
λ_i	$i^{ème}$ valeur propre
r	Projection du vecteur des variations des variables de conception dans la base formée par les vecteurs colonnes de P
$\ \delta f\ _2 / \sqrt{\lambda_i}$	Longueur du $i^{ème}$ demi-axe de l'ellipse de sensibilité
S_f	Espace faisable
Y_r^2	Somme au carré de la performance individuelle de la tolérance
ΔG_i^*	Tolérances performantes
$\hat{\lambda}_i$	Expression des valeurs propres λ_i exprimées dans l'espace faisable
a_i	Longueurs des n axes principaux dans l'espace faisable
K	Coefficient de modification utilisé dans le problème de l'analyse de tolérance
\hat{S}	Matrice de conception caractéristique correspondant à l'espace faisable
S_e	Sensibilité définie par le ratio de la norme euclidienne des variations des performances et celle des variations des variables de conception.
Caro-BT	Boite de tolérances de Caro
Jianmin-BT	Boite de tolérances de Jianmin

Brahmia-BT	Boite de tolérances de Brahmia : développée par notre méthode de conception robuste
$\ \delta f\ _{max}$	Variation de la norme des performances
$\xi(\ \delta f\ _{max})$	Frontière de l'hyper-ellipsoïde
Δy_{iopt}	Tolérances optimales des variables de conception y_i
Δy_{imin}	Tolérance dimensionnelle tolérer pour les variables y_{iopt}
V	Vecteur propre associé à la valeur singulière maximale de la matrice jacobienne de sensibilité J_y
U ou Δy_{opt}	Vecteur des tolérances optimales
Δy_{rob}	Vecteur des tolérances robustes
Δy_{imin}^*	Tolérance de la dimension y_i qui possède l'erreur principale δy_i
U^* ou Δy_{opt}^*	Vecteur des tolérances robustes
$K1$	Coefficient de réduction
UPS	U : articulation Cardan, P : articulation Prismatique, S : articulation Sphérique
R	Articulation rotoïde
CAD	Conception Assistée par Ordinateur
ddl	Degrés de liberté
SSM	Simplified Symmetric Manipulator
$TSSM$	Triangular Simplified Symmetric Manipulator
$MSSM$	Minimal Simplified Symmetric Manipulator
MGD	Modèle Géométrique Direct
MGI	Modèle Géométrique Inverse
MCD	Modèle Cinématique Direct
MCI	Modèle Cinématique Inverse
LSI	Local Sensitivity Index (Indice de Sensibilité Local)
GSi	Global Sensitivity Index (Indice de Sensibilité Global)
VSI	Variance Sensitivity Index (Variance de l'Indice de Sensibilité)
MTH	Matrice de transformation homogène
DH	Paramètres de Denevit–Hartenberg
MBS	Méthode de modélisation des erreurs basée sur le système multicorps (MultiBody System)
$GLSI$	General Local Sensitivity Index (Indice de sensibilité locale général)
$GGSI$	General Global Sensitivity Index (Indices de sensibilité globale générale)

GGSFI	General Global Sensitivity Fluctuation Index (Indices de sensibilité globale générale de fluctuation de la sensibilité)
EFAST	La méthode :Extend Fourier Amplitude Sensitivity Test
PC	Paramètres de conception
<i>Sp</i>	Spécifications
<i>SQP</i>	Sequential Quadratic Programming

RESUME

La conception des produits est soumise à des variations multiples qui peuvent être dues à des diverses sources. Les sources potentielles de ces variations peuvent être les erreurs humaines, les défauts de fabrication ou de traitement, etc. Ces variations, lorsqu'elles sont ignorées, des conceptions non robustes peuvent en résulter. La conception robuste ne vise pas à éliminer les sources d'incertitudes qui influent sur les performances du produit, mais permet au contraire de les maîtriser en les intégrant dans la phase de conception. Cependant, la minimisation des incertitudes le plus tôt possible, réduit les défauts dans la phase en aval, et cela affecte directement la qualité du produit et le coût de fabrication. Cette thèse contribue à l'étude de la robustesse de mécanismes. A cet effet, pour réaliser une conception robuste des robots parallèle, on a proposé une procédure séquentielle en deux étapes. Dans la première étape, une nouvelle méthode d'analyse de sensibilité des mécanismes est proposée. Cette méthode permet d'identifier les erreurs géométriques principales à l'aide de nouveaux indices de sensibilités de position et d'orientation. Deux nouveaux indices de sensibilité sont utilisés pour effectuer cette analyse (indice de sensibilité de position et indice de sensibilité d'orientation). Pour la deuxième étape, quant à elle, nous avons utilisé une méthode déterministe basée sur l'approche d'analyse de sensibilité des performances. Dans le cadre de notre technique de dimensionnement pour le calcul de tolérances, une approche séquentielle en deux étapes est proposée. Dans la première étape (première optimisation). La méthode des ellipses de sensibilité est utilisée pour la synthèse des tolérances, et les valeurs des tolérances optimales sont calculées. Quant à la deuxième étape (deuxième optimisation), on optimise le vecteur des tolérances optimales vers une solution plus robuste. Notre boîte de tolérances nommée Brahmia-BT, en plus qu'elle ne contient pas des pièces défectueuses, elle permet d'obtenir des tolérances plus larges avec un coût de fabrication minimum par rapport à la boîte de tolérances Caro-BT.

Mots-clés : Robots parallèles, Conception des mécanismes, Synthèse de tolérances, Analyse de sensibilité, Nouveaux indices de sensibilités, Erreurs de positionnement, Conception de précision.

ملخص

يخضع تصميم المنتج للعديد من التغيرات التي قد تكون بسبب مصادر مختلفة. يمكن أن تكون المصادر المحتملة لهذه الاختلافات خطأ بشرياً أو عيوباً في التصنيع أو المعالجة، وما إلى ذلك. هذه التغيرات، عند تجاهلها، يمكن أن تؤدي إلى تصاميم غير مثالية. لا يهدف التصميم المثالي (المتين) إلى القضاء على مصادر الارتياح التي تؤثر على أداء المنتج، ولكن على العكس من ذلك، يمكن التحكم فيها من خلال دمجها في مرحلة التصميم. ومع ذلك، فإن تقليل حالات الارتياح في المراحل الأولى يمكن أن يقلل من العيوب في المرحلة النهائية، وهذا يؤثر بشكل مباشر على جودة المنتج وتكلفة التصنيع. تساهم هذه الأطروحة في دراسة متانة وأمثلة الآليات. ولهذا، لتحقيق تصميم مثالي للروبوتات المتوازية، تم اقتراح طريقة متسلسلة تتكون من خطوتين. في الخطوة الأولى، تم اقتراح طريقة جديدة لتحليل حساسية الآليات. تتيح هذه الطريقة تحديد الأخطاء الهندسية الرئيسية باستخدام مؤشرات جديدة لحساسيات الموقع والتوجيه. تم استخدام مؤشرين جديدين للحساسية لإجراء هذا التحليل (مؤشر حساسية الموضع ومؤشر حساسية الاتجاه). بالنسبة للخطوة الثانية، استخدمنا طريقة تعتمد على نهج تحليل حساسية الأداء. كجزء من تقنية حساب الأبعاد الخاصة بنا لحساب السماحات البعدية، تم اقتراح نهج تسلسلي من خطوتين. في الخطوة الأولى (التحسين الأول). استعملنا طريقة الأشكال الإهليجية لحساب السماحات البعدية، ومنها يتم حساب قيم السماحات البعدية المثلى. بالنسبة للخطوة الثانية (التحسين الثاني)، تم تحسين السماحات البعدية المثلى نحو حل أكثر مثالية ومتانة. صندوق التسامح الخاص بنا المسمى Brahmia-BT، بالإضافة إلى أنه لا يحتوي على أجزاء معيبة، فإنه يسمح بالحصول على سماحات بعدية أكبر وبأقل تكلفة تصنيع مقارنة بصندوق التسامح Caro-BT .

الكلمات المفتاحية: الروبوتات المتوازية، تصميم الآليات، السماحات البعدية، تحليل الحساسية، مؤشرات حساسية جديدة، خطأ التموضع، التصميم المدقق.

Abstract

Product design is subject to multiple variations which may be due to various sources. The potential sources of these variations can be human error, manufacturing or processing defects, etc. These variations, when ignored, can result in unstable designs. The robust design does not aim to eliminate the sources of uncertainties that influence the performance of the product, but on the contrary enables them to be controlled by integrating them into the design phase. However, minimizing uncertainties as early as possible reduces defects in the downstream phase, and this directly affects product quality and manufacturing cost. This thesis contributes to the study of the robustness of mechanisms. To this end, to achieve a robust design of parallel robots, a two-step sequential procedure has been proposed. In the first step, a new method for analyzing the sensitivity of the mechanisms is proposed. This method makes it possible to identify the main geometric errors using new indices of position and orientation sensitivities. Two new sensitivity indices are used to perform this analysis (Position Sensitivity Index and Orientation Sensitivity Index). For the second step, we used a deterministic method based on the performance sensitivity analysis approach. As part of our sizing technique for the calculation of tolerances, a two-step sequential approach is proposed. In the first step (first optimization). The method of sensitivity ellipses is used for the synthesis of tolerances, and the values of the optimal tolerances are calculated. As for the second step (second optimization), the vector of optimal tolerances is optimized towards a more robust solution. Our tolerance box called Brahmia-BT, in addition to it does not contain defective parts, it allows to obtain larger tolerances with a minimum manufacturing cost compared to the Caro-BT tolerance box.

Keywords: Parallel robots, Mechanism design, Tolerance synthesis, Sensitivity analysis, New sensitivity index, Positioning errors, Precision design.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

La conception des produits est soumise à des variations multiples qui peuvent être dues à des diverses sources. Les sources potentielles de ces variations peuvent être les erreurs humaines, les défauts de fabrication ou de traitement, les conditions de fonctionnement, les incertitudes sur les systèmes mécaniques ou sur les propriétés des matériaux et l'environnement. Ces variations ont un effet significatif sur les performances des produits, et lorsqu'elles sont ignorées, des conceptions non robustes peuvent en résulter. La gestion de ces variations est une partie intéressante de toute activité d'ingénierie et joue un rôle fondamental dans le succès du produit en cours de conception. Par ailleurs, la réduction des variations est la clé de l'amélioration de la fiabilité d'un produit. La notion de robustesse en conception de produit a été introduite pour la première fois par G. Taguchi (1978) [1], « au lieu d'éliminer ou de réduire les causes de la variabilité des performances d'un produit, il est préférable d'ajuster sa conception afin de le rendre insensible aux causes des variations ». Cependant, la conception robuste ne vise pas à éliminer les sources d'incertitudes qui influent sur les performances du produit, mais permet au contraire de les maîtriser en les intégrant dans la phase de conception. Une prise en compte des incertitudes dès la phase de conception permet de mettre en place une conception robuste. Ces incertitudes peuvent être des erreurs de mesure, des tolérances dimensionnelles, etc.

La minimisation des incertitudes le plus tôt possible, réduit les défauts dans la phase en aval, et cela affecte directement la qualité du produit et le coût de fabrication. Cependant, la conception robuste des produits devienne une méthode très intéressante dans différents domaines tel que, l'ingénierie, l'économie, sciences physiques, etc.

Contexte du travail

La conception robuste vise à minimiser la sensibilité des performances aux variations (incertitudes) sans contrôler les causes de ces variations. Ces dernières, lorsqu'elles sont ignorées, des conceptions non robustes peuvent en résulter. Cependant, la minimisation des incertitudes le plus tôt possible, réduit les défauts dans la phase en aval, et cela affecte directement la qualité du produit et le coût de fabrication. Dans ce travail, nous proposons une nouvelle procédure de conception robuste. Pour ce faire, nous présentons le développement de deux nouveaux indices de sensibilité de position et d'orientation. Ces indices sont utilisés pour analyser la sensibilité des erreurs des robots parallèles afin de déterminer les erreurs géométriques principales. Ce qui nous permettra par la suite de déterminer les variations des paramètres géométriques les plus influentes

sur le positionnement (position et orientation) de l'effecteur du robot manipulateur. Ces paramètres sont utilisés par la suite pour effectuer une conception robuste. Pour notre cas, la performance utilisée pour effectuer notre conception robuste, est la précision. Cependant, l'erreur de position est le paramètre dimensionnel utilisé pour analyser la sensibilité du robot manipulateur.

L'objectif de notre conception robuste est le tolérancement des mécanismes. A cet effet, une méthode déterministe basée sur l'approche d'analyse de sensibilité des performances est utilisée.

Motivation et contribution

Cette thèse contribue à l'étude de la robustesse de mécanismes. A cet effet, pour réaliser une conception robuste des mécanismes articulés d'architecture parallèle et même sérielle en présence de variations (incertitudes), tout en conservant leurs capacités à fonctionner selon des exigences citées dans un cahier des charges avec objectif de tolérancement, on propose une procédure séquentielle en deux étapes. Dans la première étape, nous développons une nouvelle méthode d'analyse de sensibilité des mécanismes permet d'identifier les erreurs géométriques principales à l'aide de nouveaux indices de sensibilités de position et d'orientation. Dans la deuxième étape, nous utilisons une méthode déterministe basée sur l'approche d'analyse de sensibilité des performances, qui fait appel au conditionnement des matrices. Ensuite, nous utilisons une nouvelle technique de synthèse de tolérance pour calculer les tolérances dimensionnelles robustes.

Afin de valider l'efficacité des méthodes utilisées, trois types de robots sont utilisés :

- ✓ Une machine de rééducation du genou à 1 degré de liberté (*ddl*);
- ✓ Le robot parallèle planaire PAR2 à 2 *ddl* ;
- ✓ La plateforme de Gough-Stewart à 6 *ddl*.

Organisation du manuscrit

Ce travail est résumé dans un manuscrit organisé de la façon suivante :

Dans un **premier chapitre** que nous avons intitulé " Etude bibliographique sur les robots parallèles ", Nous présentons, pour faciliter la lecture, quelques notions de base sur les robots parallèles, puis d'une manière brève, les principaux types de ces robots, leurs avantages et inconvénients par rapport à robots sériels, ensuite leur modélisation. Pour clôturer ce chapitre, les performances de ces robots et les différents paramètres qui caractérisent ses performances seront passées en revue.

Nous avons consacré **le deuxième chapitre** à l'analyse de la sensibilité des robots parallèles, en donnant tout d'abord un état de l'art sur les indices de sensibilité. Nous présentons ensuite les indices de sensibilité utilisés actuellement. Nous clôturons ce chapitre par le développement de deux nouveaux indices de position et d'orientation. Ces indices sont utilisés par la suite pour identifier les sources principales d'erreurs des robots manipulateurs.

Dans **le troisième chapitre**, nous présentons la conception robuste des robots parallèles, en donnant un état de l'art. Puis nous présentons une analyse de tolérances des mécanismes, ensuite nous présentons notre développement de la boîte de tolérances dénotée Brahmia-BT.

Nous présentons dans **le quatrième chapitre**, notre méthodologie de conception robuste des robots parallèles sur la machine de rééducation de genou à 1 *ddl*. En première étape, nous réalisons une analyse de sensibilité pour trouver les paramètres les plus influents sur la sensibilité de la machine. Ensuite, nous procédons à la deuxième étape, d'où l'utilisation des paramètres les plus influents est nécessaire pour trouver les valeurs robustes des tolérances dimensionnelles.

Le cinquième chapitre est consacré à l'analyse de la sensibilité et la conception robuste du robot par2 à 2 *ddl*. Pour trouver les tolérances robustes de ce robot nous procédons une démarche séquentielle de modélisation, dimensionnement, analyse de sensibilité et la synthèse des tolérances.

Dans **le sixième chapitre**, nous appliquons notre méthodologie de conception sur la plateforme de Gough-Stewart type *UPS* à 6 *ddl*. Pour ce type de robot nous proposons une technique de modélisation de la variation de l'erreur de positionnement de la plateforme mobile. Suivi par analyse de sensibilité et synthèse de tolérance. Les tolérances dimensionnelles robustes sont extraites par la suite.

CHAPITRE

I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES ROBOTS PARALLELES

I.1. GENERALITES SUR LES ROBOTS PARALLELES	7
I.2. ARCHITECTURES DES ROBOTS PARALLELES	8
I.2.1. Architectures pleinement parallèles	8
I.2.2. Architectures hybrides	9
I.2.3. Architectures redondantes	9
I.3. TYPES DES ROBOTS PARALLELES	10
I.3.1. Robot parallèles planaires	10
I.3.2. Robots parallèles spatiaux	11
<i>I.3.2.1. Robots spatiaux à trois degrés de liberté</i>	<i>11</i>
<i>I.3.2.2. Robots spatiaux à six degrés de liberté</i>	<i>12</i>
I.4. CARACTERISTIQUES ET PERFORMANCES DES ROBOTS PARALLELES	14
I.4.1. Espace de travail	14
I.4.2. Rapport masse transportable / masse robot	15
I.4.3. Comportement dynamique	16
I.4.4. Singularité	16
I.4.5. Nombre de conditionnement	17
I.4.6. Précision	18
I.4.7. Robots parallèles vs robots sériels	19
I.5. MODELISATION DES ROBOTS PARALLELES	20
I.5.1. Modélisation géométrique	20
I.5.2. Modélisation cinématique	20
I.5.3. Modélisation dynamique	21

ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES ROBOTS PARALLELES

I.1. GENERALITES SUR LES ROBOTS PARALLELES

Un robot parallèle est constitué d'une plate-forme mobile à n degrés de liberté, qui porte l'effecteur et d'une base fixe, reliées entre elles par au moins deux chaînes cinématiques indépendantes (Figure I.1). L'actionnement se fait par n actionneurs simples. On désigne par points d'articulations les liaisons entre la plate-forme ou la base et les chaînes cinématiques. Il convient de noter que les articulations actionnées sont généralement situées sur ou à proximité de la base [2, 3].

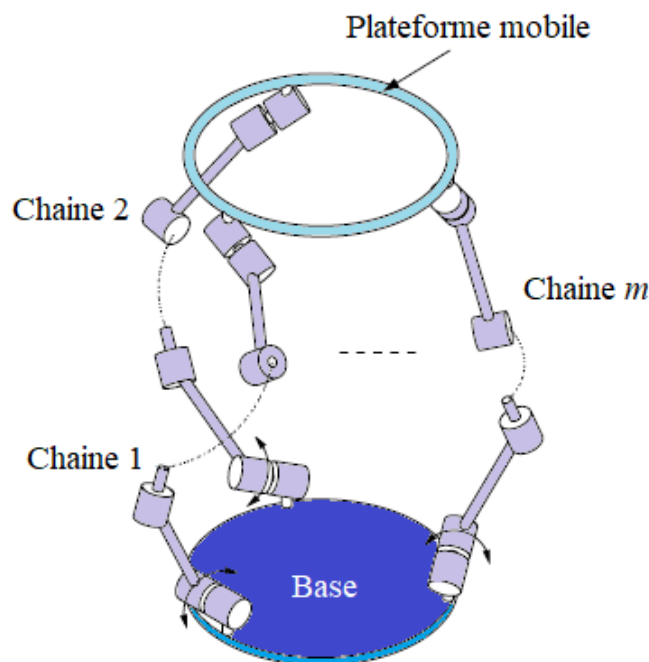


Figure I. 1 Représentation schématique d'un robot parallèle

La Figure I.2 montre un robot parallèle à six degrés de liberté où la plate-forme et la base sont reliées entre elles par 6 chaînes cinématiques identiques de type *UPS* de longueurs variables, dont le déplacement est assuré par l'élongation des actionneurs linéaires.



Figure I. 2 Plate-forme de Stewart

L'un des premiers mécanismes parallèles rapporté dans la littérature scientifique est la machine construite par Gough (Figure I.3) en 1947 [4, 5]. Cette machine permet de positionner et d'orienter une plate-forme mobile afin de tester l'usure des pneus des avions pour la société Dunlop.

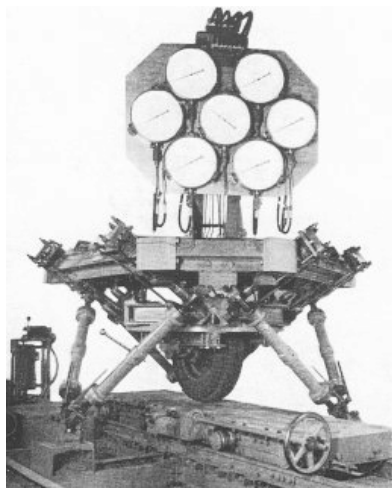


Figure I. 3 La machine de Gough (1947)

I.2. ARCHITECTURES DES ROBOTS PARALLELES

On peut distinguer trois types d'architectures des robots parallèles :

I.2.1. Architectures pleinement parallèles

On dit qu'un robot est *pleinement parallèle* lorsque le nombre de chaînes cinématiques est au moins égale au nombre de degrés de liberté de la plate-forme mobile, chaque chaîne ne comportant qu'un seul actionneur et chaque corps d'une chaîne ne pouvant être relié à plus de deux corps [2, 6].

Les robots pleinement parallèles sont caractérisés par la relation suivante :

$$p(n - 6) = -6 \quad (\text{I.1})$$

Où p est le nombre de chaînes et n le nombre de solides dans une chaîne.

I.2.2. Architectures hybrides

Lorsque l'on met en série plusieurs structures, on réalise ce que l'on définit comme étant un *robot hybride*. Dans ce type d'architecture, on peut citer :

- ✓ Les robots à porteur parallèle et poignet série ;
- ✓ Les robots à porteur série et poignet parallèle ;

La Figure I.4 présente le robot *Lagabex* qui se compose de quatre modules identiques, chaque module possède six vérins électriques identiques. Le nombre des actionneurs dans ce type d'architectures devient vite très important avec comme problème sous-jacent celui de la commande.

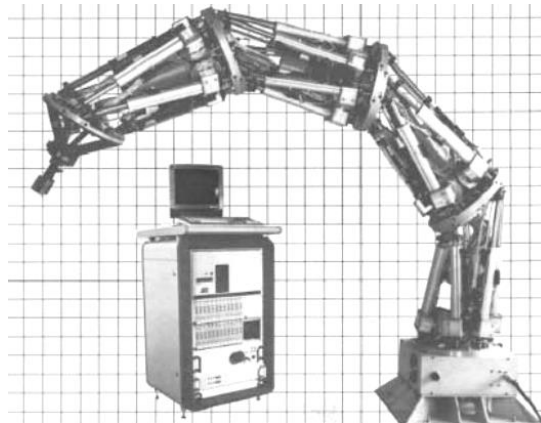


Figure I. 4 Robot Lagabex modèle LX4 [3]

I.2.3. Architectures redondantes

Il existe trois types de redondances [7]:

- ✓ La redondance d'actionnement : elle correspond aux robots manipulateurs qui possèdent plus de moteurs que de degrés de liberté (Figure I.5a).
- ✓ La redondance cinématique : il signifie qu'à une vitesse donnée de la plate-forme mobile correspond une infinité de vitesses pour les moteurs (Figure I.5b).
- ✓ La redondance de mesure : elle est obtenue lorsque le nombre des capteurs est plus grand que les nombres des liaisons actionnées.

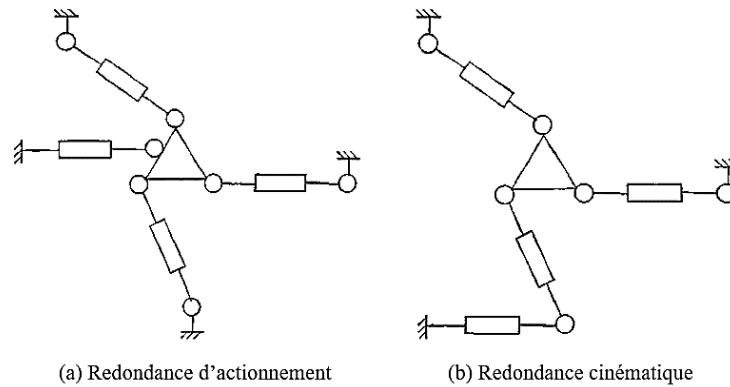


Figure I. 5 Redondance pour les robots parallèles [8]

I.3. TYPES DES ROBOTS PARALLELES

I.3.1. Robot parallèles planaires

Un robot planaire entièrement parallèle est constitué généralement d'une plate-forme, comportant trois degrés de liberté : deux translations et une rotation autour de la normale au plan de la plateforme. Trois chaînes cinématiques indépendantes motorisées par trois actionneurs. Les chaînes sont attachées à plate-forme mobile en trois points : de manière générique, La plate-forme est un triangle.

Une chaîne peut être décrite par la séquence de ces trois articulations, à partir de la base vers le haut. Les chaînes peuvent présenter les séquences suivantes : *RRR*, *RPR*, *RRP*, *RPP*, *PRR*, *PPR*, *PRP*, *PPP* (Figure I.6).

On désigne par *P* une liaison prismatique et par *R* une liaison rotoïde.

Les Figures I.7(a) et (b) présentent les robots parallèles planaires à 2 *ddl* : robot PAR2 [9] et le robot IRSBOT-2 [10] respectivement. Ces robots possèdent deux degrés de liberté produisant deux translations dans le plan vertical.

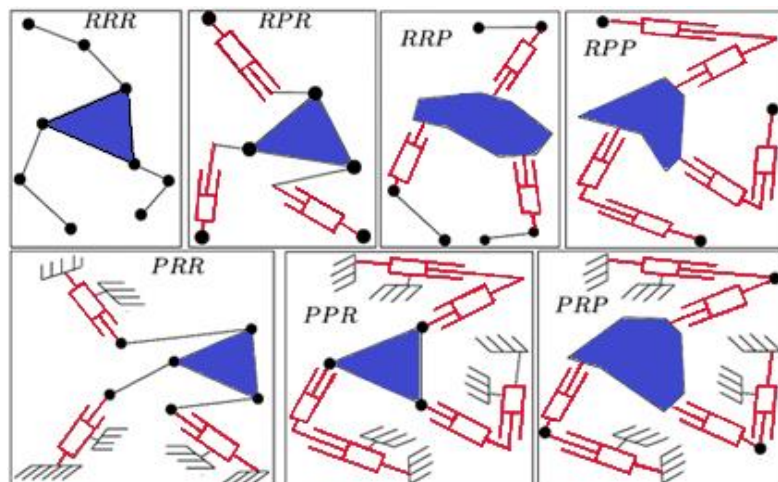


Figure I. 6 Différents robots plans entièrement parallèles avec trois degrés de liberté et chaînes identiques [2]

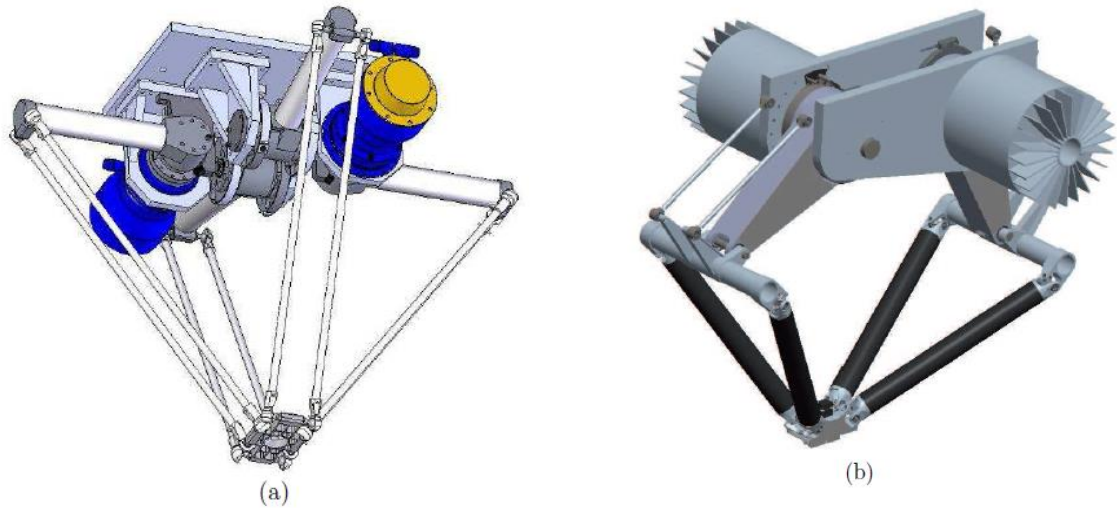


Figure I. 7 Modèle CAD des robots planaires à 2 *ddl*: (a) PAR2. (b) IRSBOT-2

Les Figures I.8 montrent des robots planaires à 3 *ddl* capables de positionner un appareil dans le plan. La Figures I.8(a) représente un prototype d'un robot 3-PRR [11]. (b) représente un robot planaire découplé conçu à l'ETS Montréal [12].

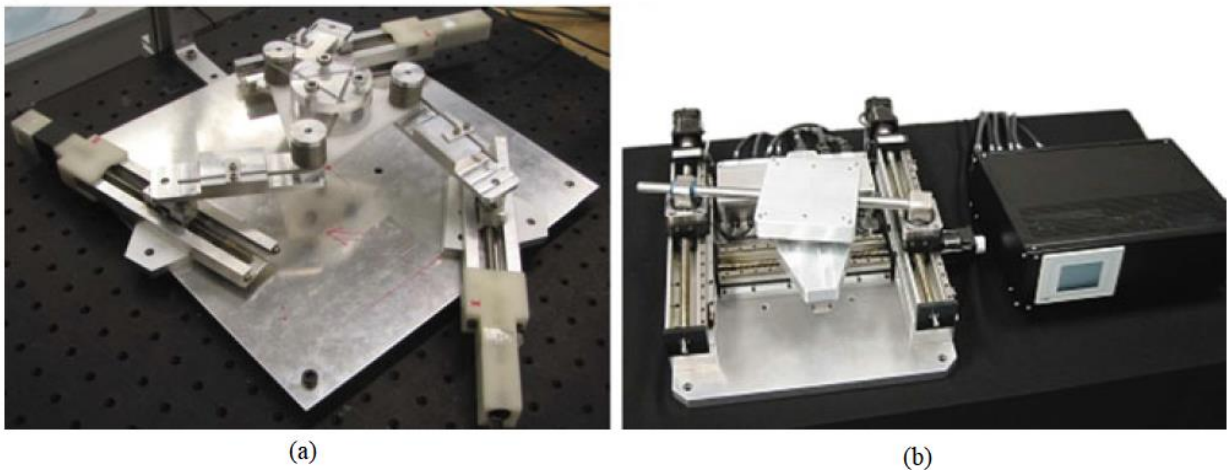


Figure I. 8 Exemples de robots planaires à 3 *ddl* : (a) robot 3-PRR. (b) robot planaire conçu par l'ETS Montréal [11, 12]

I.3.2. Robots parallèles spatiaux

Dans les robots parallèles spatiaux, la plate-forme et la base sont reliées entre elles par des chaînes cinématiques assurant trois ou six degrés de liberté à la plate-forme.

I.3.2.1. Robots spatiaux à trois degrés de liberté

La Figure I.9(a) montre un exemple qui possède une structure $R-P-RRR$, chaque chaîne est de longueur variable, et actionnée par une articulation prismatique P . La Figure I.9(b) donne un exemple d'une structure de type $R-RR-RR$, chaque chaîne est actionnée par une articulation rotoïde

R fixée sur la base

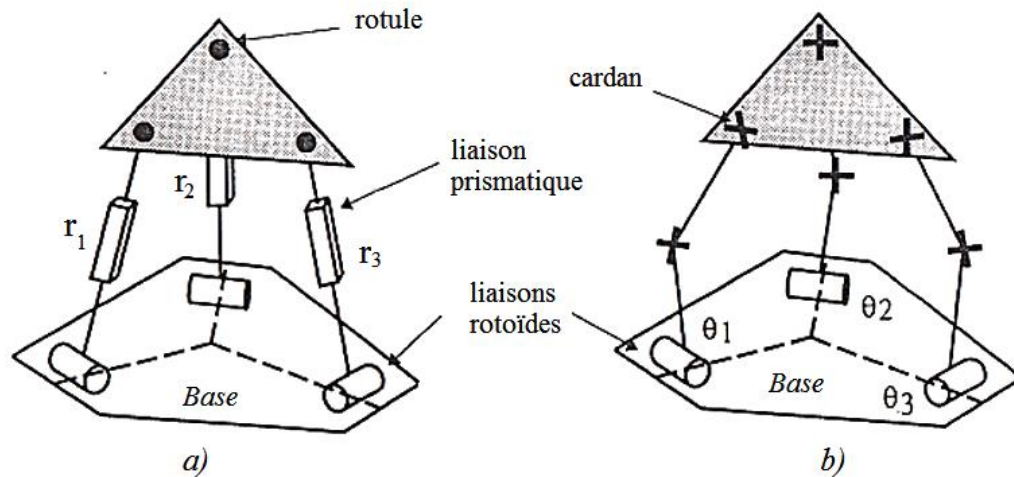


Figure I. 9 Robots spatiaux à trois degrés de liberté [3]

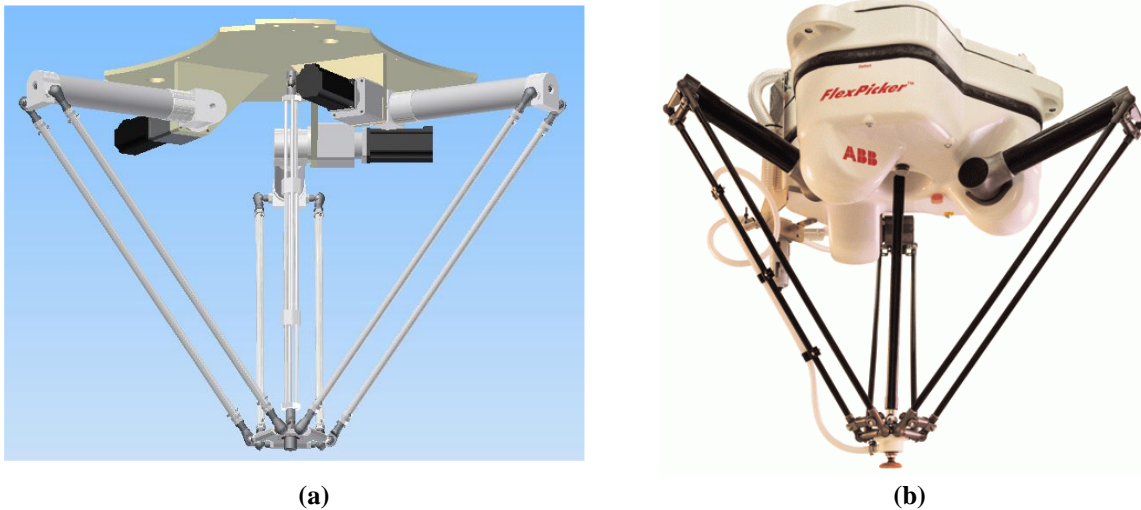


Figure I. 10 Robots DELTA

La Figure I.10(a) représente un robot type DELTA conçu par Tho et Thinh [13] possède quatre degrés de liberté. Les trois chaînes cinématiques de ce robot sont actionnées par des actionneurs rotatifs permettant d'obtenir 3 *ddl* en translation. Une chaîne cinématique de ses maillons angle identifié entre la base et plate-forme mobile assure un seul *ddl*. La Figure I.10(b) représente le robot *FlexPicker* de chez *ABB* (version industrielle du robot Delta). Ce robot possède quatre *ddl*. Une chaîne *RUPU* (*R* : articulation rotoïde) est ajoutée pour obtenir la rotation infinie de l'effecteur par rapport à la normale au plan de la nacelle.

1.3.2.2. Robots spatiaux à six degrés de liberté

Merlet [2] décrit trois concepts de structures à six degrés de liberté avec une base et une plate-forme reliées entre elles par six actionnaires linéaires (Figure I.11) :

- Le robot de type SSM (Simplified Symmetric Manipulator) (Figure I.11(a)) ;
- Le robot de type TSSM (Triangular Simplified Symmetric Manipulator) (Figure I.11(b)) ;
- Le robot de type MSSM (Minimal Simplified Symmetric Manipulator) (Figure I.11(c)).

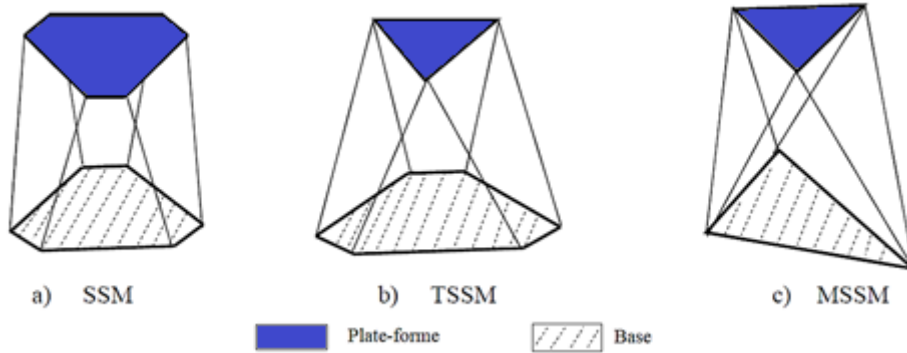


Figure I. 11 Robot parallèles de type (a) SSM, (b) TSSM et (c) MSSM

Le robot HEXA conçu par Uchiyama et al. [14] (Figure I.12) est une transformation de la structure DELTA en un robot à six degrés de liberté.



Figure I. 12 Robot HEXA [14]

I.4. CARACTERISTIQUES ET PERFORMANCES DES ROBOTS PARALLELES

I.4.1. Espace de travail

Selon le rapport technique ISO/ TR 8373 l'espace de travail est défini de la façon suivante : "Ensemble de poses, définies dans le système de coordonnées de la base, qui peuvent être atteintes par le point de référence du poignet. L'espace de travail est l'espace à l'intérieur duquel il n'y a pas de limitations des mouvements des axes secondaires du robot manipulateur autres que celles imposées par leurs articulations".

D'une manière plus générale, et de point de vue mathématique, l'espace de travail [15, 16] est défini par l'application \mathcal{H} de l'espace articulaire (Q) de dimension n dans l'espace opérationnel (X) de dimension $m \leq 6$:

$$q \in (Q) \rightarrow X = \mathcal{H}(q) \in (X)$$

Le domaine (Q) admissible pour les variables articulaires est en général un hyper parallélépipède défini par :

$$Q = \{q \in (EA), \forall j \leq n, (q_j)_{min} \leq q_j \leq (q_j)_{max} j = 1 \dots n\}$$

Où $(q_j)_{min}$ et $(q_j)_{max}$ et sont les butées sur l'articulation A_j . On suppose ici qu'il n'y a pas d'obstacles dans l'espace de travail. Il s'agit de l'ensemble des situations de l'espace que l'effecteur du robot peut atteindre. Il est défini par ses limites, imposées essentiellement par le nombre de degrés de liberté, les débattements articulaires et par la longueur des segments du robot manipulateur.

L'espace de travail est l'un des critères de performance les plus importants des robots manipulateurs car il définit les limites géométriques sur les tâches qui peuvent être effectuées par le robot manipulateur. Sous certaines contraintes données, il est souhaitable d'avoir un robot manipulateur dont le volume de l'espace de travail est aussi grand que possible pour la productivité et des raisons économiques. Il est bien connu que les robots parallèles ont des espaces de travail de forme irrégulière en raison de leur structure cinématique complexe. Nous devons rendre la forme de l'espace de travail aussi régulière que possible par une synthèse optimale puisqu'un espace de travail irrégulier contribue à une petite région d'opération réalisable [17]. La qualité de l'espace de travail joue un rôle très important. Par exemple, si un espace de travail est plein de singularités dans la principale région opérationnelle, il sera très difficile voire impossible pour effectuer certaines tâches particulières.

Les robots parallèles présentent deux défauts inhérents en raison de leur topologie parallèle [17] : (1) des espaces de travail efficaces limités et (2) l'abondance de singularités dans l'espace de travail, qui encombrant leurs autres applications réelles. L'espace de travail d'un robot parallèle est l'intersection des espaces de travail générés par chaque sous-chaîne. En termes de la taille, il est beaucoup plus petit que l'espace de travail généré par une seule sous-chaîne. Sa forme est généralement irrégulière, ce qui réduit encore la taille de l'espace de travail efficace.

Les différents types d'espace de travail cités par [2] sont :

- ✓ **Espace de travail en translation** : est le volume que peut parcourir un point spécifique de l'effecteur d'un robot ;
- ✓ **Espace de travail à orientation constante** : est l'ensemble des positions du point de référence de la plateforme mobile atteignable lorsque l'orientation de cette plateforme est fixe ;
- ✓ **Espace de travail à centre fixe** : est l'ensemble des rotations possibles autour du point de référence lorsque celui-ci occupe une position fixe dans le repère absolu ;
- ✓ **Espace de travail maximal** : est défini comme l'ensemble des positions du point de référence qui peuvent être atteinte avec au moins une orientation de la plateforme mobile ;
- ✓ **Espace de travail pour un intervalle d'orientation** : ce type d'espace de travail concerne les robots plans. Il est défini comme l'ensemble des positions du point de référence qui peuvent être atteinte avec au moins une orientation dans un intervalle donné ;
- ✓ **Espace de travail total pour un intervalle d'orientation** : il concerne aussi les robots plans. Il est défini comme l'ensemble des positions du point de référence qui peuvent être atteinte avec toutes les orientations dans un intervalle donné ;
- ✓ **Espace de travail dextre** : est l'ensemble des positions du point de référence pour lesquelles toutes les orientations sont permises.

I.4.2. Rapport masse transportable / masse robot

Dans l'architecture série classique, l'effecteur et l'objet manipulé se situent à l'extrémité de la chaîne mécanique articulée. Chaque actionneur doit avoir la puissance nécessaire pour mettre en mouvement non seulement l'objet, mais aussi les corps et actionneurs aval. Chaque segment du robot manipulateur doit donc être dimensionné en conséquence, ce qui conduit à un faible rapport masse transportable / masse robot. Les actionneurs des robots parallèles se situent le plus souvent au voisinage des points d'articulation de la base, si ce n'est sur la base elle-même. Cette particularité a les conséquences positives suivantes [10]:

- grand choix des actionneurs puisque leur masse n'a pas d'influence sur l'inertie du robot en mouvement ;
- facilité de refroidissement des actionneurs, donc diminution des problèmes de précision dus aux dilatations, et puissance potentielle élevée ;
- Simplification importante des problèmes de liaisons entre les moteurs, les capteurs et le contrôleur (câblage plus simple et plus fiable).

Dans tous les cas, les actionneurs agissent sans mettre en œuvre de transmissions complexes. Les segments peuvent être considérablement allégés. De ce fait, le rapport masse transportable / masse robot est beaucoup plus élevé, en général d'un facteur 10 au moins.

I.4.3. Comportement dynamique

Compte tenu de leur faible rapport masse transportable / masse robot et de leur structure massive, les robots de type série ont des performances dynamiques limitées. Avec les robots parallèles, le fait que les actionneurs soient ramenés au voisinage des points d'articulation de la base donne des performances dynamiques appréciables. Par ailleurs, le fait de diminuer l'inertie du robot contribue à diminuer les effets de couplage dynamique entre les articulations, la commande pouvant éventuellement se contenter d'un modèle dynamique simplifié.

I.4.4. Singularité

Les robots d'architectures série et parallèle comportent des configurations dites singulières lorsque $\det(A)$ ou $\det(B)$ s'annulent (voir équation I.3).

- Lorsque $\det(B) = 0$, c'est une singularité sérielle ou de type I [18]. La Figure I.13 représente une singularité sérielle d'un robot manipulateur plan à deux translations. La flèche indique la direction le long de laquelle le mouvement est impossible (perte d'un degré de liberté).

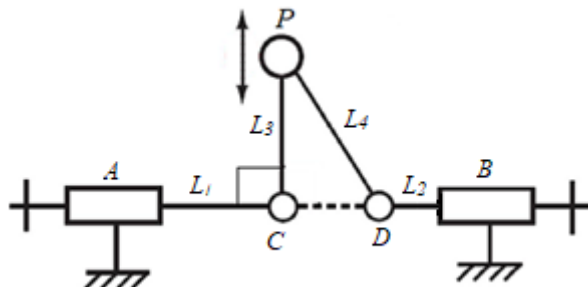


Figure I. 13 Singularité sérielle avec une perte d'un degré de liberté

- Lorsque $\det(A) = 0$, c'est une singularité parallèle ou de type II [18]. Ce type de singularité

correspond aux configurations dans lesquelles la rigidité du mécanisme est perdue localement. La Figure I.14 représente une singularité parallèle avec un mouvement possible de l'effecteur, alors que les actionneurs sont verrouillés. La flèche indique la direction le long de laquelle la rigidité est perdue.

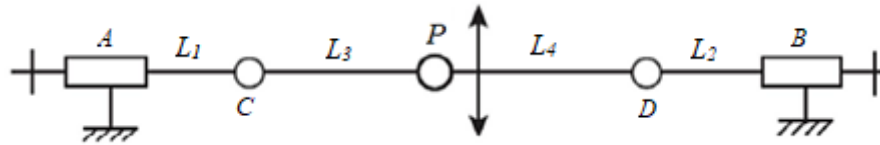


Figure I. 14 Singularité parallèle

- Lorsque $\det(A) = \det(B) = 0$, c'est une singularité structurelle ou de type III. Dans ce type de singularité, le mécanisme peut gagner ou perdre dans le même temps un ou plusieurs *ddl*. Ces singularités peuvent exister à l'intérieur de l'espace de travail et sont gênantes pour la planification de trajectoires. La Figure I.15 représente une configurations singulière structurelle d'un robot manipulateur à 4 barres. Le point *P* peut balayer une infinité de positions lorsque les articulations *C* et *D* coïncident et les articulations motorisées *A* et *B* sont bloquées.

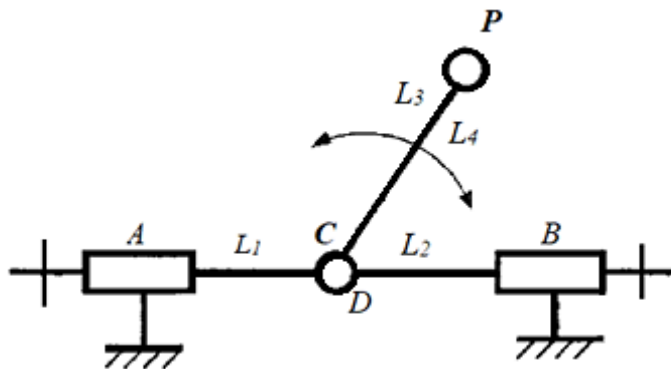


Figure I. 15 Singularité structurelle

I.4.5. Nombre de conditionnement

L'indice le plus fréquemment utilisé pour caractériser les performances cinématiques de l'espace de travail c'est le nombre de conditionnement de la matrice Jacobienne cinématique qui relie les vitesses articulaires aux vitesses cartésiennes de l'effecteur. Cela donne une mesure pour l'isotropie, la dextérité, la rigidité, erreur relative pour les vitesses cartésiennes due à une erreur d'entrée pour des vitesses articulaires et peut également signaler une occurrence de singularité [17]. Le nombre de conditionnement d'une matrice est défini comme le produit de la norme de la matrice et de la norme de son inverse.

$$k(J) = \|J\| \cdot \|J^{-1}\| \quad (I.2)$$

Où $\| \cdot \|$ désigne toute norme matricielle. Lorsque la norme 2 est appliquée, il devient le rapport de la valeur singulière maximale à la valeur singulière minimale de la matrice Jacobienne cinématique. Dans cette thèse, la norme 2 est utilisée. La plage de la fonction de nombre de conditionnement est $[1, +\infty[$ (En pratique, afin d'éviter la valeur infinie de la fonction, l'inverse du nombre de conditionnement est appliqué puisque sa plage devient $[0, 1]$) Une valeur infinie du nombre de conditionnement implique une occurrence de singularité alors qu'une valeur unitaire implique une configuration isotrope.

Le nombre de conditionnement peut non seulement signaler une occurrence de singularité, mais mesure également la distance entre le robot manipulateur à la configuration actuelle et la configuration singulière la plus proche. Par conséquent, il est naturel de l'utiliser pour refléter la performance de singularité d'un robot parallèle.

De plus, le nombre de conditionnement est appliqué pour mesurer la dextérité ou la manipulabilité d'un robot manipulateur [19]. Si la rigidité de chaque articulation actionnée sont égaux, la matrice de rigidité décrivant la rigidité du robot manipulateur due à la rigidité au niveau des articulations est caractérisée par le produit de la Jacobienne cinématique et sa transposée. Le nombre de conditionnement du Jacobien donne une mesure de l'uniformité de la rigidité. Notez que si nous remplaçons la matrice Jacobienne cinématique par la matrice inertielle dans l'équation dynamique, le nombre de conditionnement mesure donc le comportement inertiel et l'isotropie des performances d'accélération [20].

I.4.6. Précision

L'architecture même des robots de type série pose le problème de l'accumulation des erreurs, une erreur de positionnement sur chaque articulation ayant une répercussion sur la position de l'effecteur, répercussion d'autant plus importante que l'articulation est proche de la base. La mise en série des articulations implique aussi la mise en série de leurs défauts (jeux, frottements, flexion des corps...). Les robots parallèles ne présentent pas cet inconvénient et leur morphologie leur assure une rigidité remarquable même avec des structures mobiles très allégées.

Selon IFToMM [21], la précision est le degré de reproductibilité parmi plusieurs mesures indépendantes de la même valeur vraie dans des conditions données. Par ailleurs, elle dépend de deux types de valeurs [2] :

- **La précision absolue** qui est l'écart entre la position désirée et la position réelle de l'effecteur.
- **La répétabilité** qui est l'écart mesurée entre les positions successives de l'effecteur lorsqu'on lui applique plusieurs fois la même consigne pour des positions de départ différentes.

Pour un robot manipulateur, la précision dépend aussi de plusieurs facteurs, par exemple quand le bras du robot manipulateur est en pleine extension, l'erreur de position tend à devenir plus élevée, car la charge utile et les masses des différentes liaisons produisent une flexion. De plus, la qualité et la nature des mesures réalisées influent les résultats.

D'autres notions peuvent être distinguées [21] :

- **Exactitude** : Aptitude pour un instrument de mesure à suivre la vraie valeur d'un phénomène donné ;
- **Résolution** : la plus petite variation décelable de l'entrée qui produit une variation décelable de la sortie.
- **Justesse** : Selon la norme ISO 5725-1, la proximité de la moyenne d'un ensemble de résultats de mesure avec la valeur réelle (vraie).

La Figure I.16 illustre ces termes.

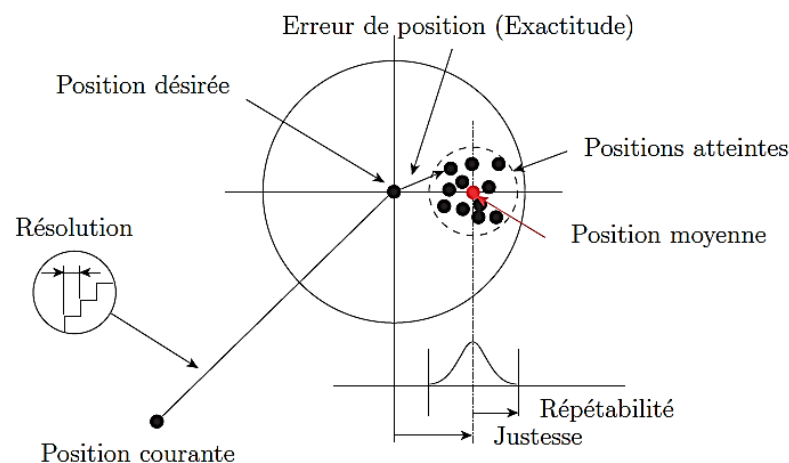


Figure I. 16 Erreur de position, répétabilité et résolution d'après Niaritsiry [22]

Les différentes sources d'erreurs altérant la précision d'un robot manipulateur rendent très complexe la conception d'un robot rapide et précis. Cependant, la minimisation de l'influence des erreurs aléatoires est choisie pendant la phase de conception d'un robot manipulateur. Les erreurs non aléatoires pourront être identifiées par étalonnage après la conception du robot [23].

I.4.7. Robots parallèles vs robots sériels

Le Tableau I.1 présente les principales différences entre les robots parallèles et leurs homologues sériels.

Tableau I. 1 Principales différences entre les robots sériels et les robots parallèles

Robot sériel	Robot parallèle
Succession de segments en série de la base vers l'effecteur	Tous les segments sont au contact de la base et de l'effecteur
Important espace de travail et de forme régulière	Espace de travail restreint et de forme complexe
Modèle cinématique simple	Modèle cinématique complexe
Faible précision	Grande précision
Faible charge transportable	Lourde charge transportable
Mauvaises performances dynamiques	Bonnes performances dynamiques
Détection facile de la singularité	Détection difficile de la singularité
Pas de singularités parallèles	Présence de singularités parallèles

I.5. MODELISATION DES ROBOTS PARALLELES

I.5.1. Modélisation géométrique

Des modèles mathématiques sont nécessaires pour la description, conception et la commande des robots manipulateurs. Le Modèle Géométrique Direct (*MGD*) exprime la situation de l'effecteur en fonction des variables articulaires du robot manipulateur, ainsi que le modèle géométrique inverse (*MGI*) permet de trouver l'ensemble des configurations articulaires possibles pour une configuration donnée de la plateforme mobile (situation inverse).

I.5.2. Modélisation cinématique

Le Modèle Cinématique Direct (*MCD*) exprime la vitesse de l'effecteur en fonction des vitesses articulaires. Alors que le Modèle Cinématique Inverse (*MCI*) vise à calculer vitesses articulaires \dot{q} qui assurent à l'effecteur une vitesse opérationnelle \dot{X} imposée. Pour les robots parallèles on arrive à établir une relation du type :

$$A\dot{X} + B\dot{q} = 0 \quad (\text{I.3})$$

Où A et B sont respectivement appelées « matrice Jacobienne cinématique parallèle » et « matrice Jacobienne cinématique sérielle » du robot manipulateur [18].

Lorsque A n'est pas singulière, elle est inversible et on peut déterminer la matrice Jacobienne du robot :

$$J = A^{-1}B \quad (\text{I.4})$$

La matrice Jacobienne représente la transformation linéaire entre les vitesses Cartésiennes de la plateforme mobile et les vitesses articulaires des liaisons actionnées :

$$\dot{X} = J\dot{q} \quad (\text{I.5})$$

I.5.3. Modélisation dynamique

Le modèle dynamique d'un robot manipulateur permet d'établir les relations entre le vecteur des couples (ou forces) appliquées aux actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulaires.

Le modèle dynamique inverse est représenté par la relation suivante :

$$\Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, f_e) \quad (\text{I.6})$$

Avec :

Γ : vecteur des couples/forces des actionneurs ;

q : vecteur des positions articulaires ;

\dot{q} : vecteur des vitesses articulaires ;

\ddot{q} : vecteur des accélérations articulaires ;

f_e : vecteur représentant l'effort extérieur (forces ou moment).

Le modèle dynamique direct est celui qui exprime les accélérations articulaires en fonction des positions, vitesses et couples des articulations. Il est représenté par la relation suivante :

$$\ddot{q} = g(q, \dot{q}, \Gamma, f_e) \quad (\text{I.7})$$

CHAPITRE

II

ANALYSE DE LA SENSIBILITE DES ROBOTS PARALLELES

INTRODUCTION.....	22
II.1. ETAT DE L'ART SUR LES INDICES DE SENSIBILITES.....	22
II.2. DEFINITION DES INDICES DE SENSIBILITE	26
II.2.1. Définition des indices <i>LSI</i> et <i>GSI</i>	26
II.2.2. Définition du coefficient de sensibilité	28
II.3. NOUVEL INDICE DE SENSIBILITE DE POSITION	29
Définition du <i>VSI</i> de l'indice <i>SI</i> proposé.....	32
II.4. NOUVEL INDICE DE SENSIBILITE D'ORIENTATION	33
II.5. CONCLUSION	35

ANALYSE DE LA SENSIBILITE DES ROBOTS PARALLELES

CHAPITRE

II

INTRODUCTION

Dans ce chapitre, on présente une méthode d'analyse de sensibilité des erreurs des robots parallèles afin de déterminer les erreurs géométriques principales. Des nouveaux indices de sensibilité sans dimension basé sur la définition du *LSI* (Local Sensitivity Index) sont utilisés pour effectuer cette analyse. L'identification des erreurs géométriques est basée sur un indice de sensibilité qui tient compte à la fois les erreurs de position linéaires et angulaires.

II.1. ETAT DE L'ART SUR LES INDICES DE SENSIBILITES

Parmi les défauts qui caractérisent les robots sériels : faibles performances dynamiques, faible rigidité. La nécessité d'augmenter leurs vitesses de travail passe soit par l'amélioration des composants de ces robots, par le changement radical d'architecture de ces robots, où se développe les robots parallèles. Ces robots caractérisés par une faible masse en mouvement, une rigidité élevée et une capacité de supporter des charges plus imposante en travaillant avec une bonne précision présentent une alternative réalisable des mécanismes sériels. Ils ont le potentiel d'être précis et plus répétables [24-31].

En termes de précision, l'erreur de positionnement de l'effecteur des robots sériels est accumulée à partir de la base à travers chaque liaison. En contrepartie, le facteur d'erreur des robots parallèles ne s'accumule pas directement, mais agit plutôt en moyenne, en augmentant la précision. La configuration des robots parallèles à plusieurs degrés de liberté est plus complexe, car la fin de chaque sous-chaîne converge en un seul point. Pour garantir une précision de mouvement élevée dans ces configurations complexes, les robots parallèles nécessitent non seulement un usinage et un assemblage précis, mais des algorithmes de contrôle avec performances élevées qui intègrent des facteurs d'erreurs. A cet effet, il est important de déterminer la cause de ces facteurs d'erreurs pour que la précision des robots parallèles soit améliorée.

Généralement, il existe deux approches pour améliorer la précision des robots manipulateurs, à savoir la conception de précision et l'étalonnage cinématique [32]. Dans la conception de précision, l'analyse de sensibilité aux erreurs est utilisée pour découvrir les sources fondamentales d'erreur. Puis, plus de considération est donnée à ces sources d'erreurs dans la

phase de fabrication. Par cette procédure, une précision de pose plus élevée peut être obtenue [33-36]. La conception de précision est réalisée au stade de la conception sans instruments et procédures de mesure. Tandis que l'étalonnage cinématique est une autre méthode permettant d'améliorer la précision des robots manipulateurs. Dans cette méthode, des appareils de mesure pour inspecter les erreurs de positionnement de l'effecteur sont utilisées. Compte tenu de la dépense et de la commodité, la conception de précision est largement acceptée par les constructeurs de robots manipulateurs, alors que l'étalonnage cinématique est généralement adopté par les utilisateurs de ces robots [34]. Quel que soit le type de méthode utilisée, la modélisation géométrique des erreurs et l'analyse de sensibilité demeurent incontournables. L'identification des sources principales d'erreurs reste toujours un point crucial.

L'objectif principal de l'analyse de sensibilité consiste à identifier les sources principales d'erreurs par l'utilisation des indices de sensibilité aux erreurs. Ensuite, il faut donner plus de considération à ces sources d'erreurs, afin d'obtenir une plus grande précision de pose au robot manipulateur. Il est à noter que les méthodes d'analyse de sensibilité varient en fonction des méthodes de modélisation des erreurs utilisées. Dans leurs travaux, Lee et al.[37] ont appliqué un modèle d'erreur simplifié sur un robot parallèle tri-pyramide de translation avec trois *ddl*. Les sources d'erreurs cinématique ont été identifiées à l'aide de la matrice de transformation homogène linéarisé (MTH) et les paramètres Denevit–Hartenberg (DH). Les sources d'erreurs affectant la précision de la position de la plate-forme ont été sélectionnées par une méthode d'analyse de sensibilité. Les résultats de la simulation d'étalonnage suggèrent que la précision du modèle pourrait être améliorée de 70% (de 0,85 à 0,26 mm). L'avantage de cette méthode réside dans leur application sur des robots parallèles et sériels. De plus, le modèle d'erreur peut être utilisé pour améliorer la précision lors de la fabrication des robots manipulateurs.

Li et al. [35] ont utilisé une méthode de modélisation des erreurs basée sur le système multicorps (multibody system (MBS)) pour construire la cartographie des erreurs entre les sources d'erreurs et l'erreur de position de l'outil de coupe pour une machine-outil à cinq axes. Des nouveaux indices sont utilisés tel que les indices *GLSI* (General Local Sensitivity Index), *GGSI* (General Global Sensitivity Index) et *GGSFI* (General Global Sensitivity Fluctuation Index) pour analyser la sensibilité aux erreurs. Leurs résultats indiquent qu'une amélioration de la précision de l'outil de coupe peut être obtenue avec amélioration de moins de composantes d'erreurs. Sur le même robot, Guo et al.[33] ont réalisé une analyse de sensibilité quantitative globale des caractéristiques géométriques des erreurs affectant la position et l'orientation de la machine. Les résultats ont montré que les erreurs géométriques des axes rotatifs sont des facteurs de sensibilité dominants, et que la compensation des erreurs géométriques a été améliorée par 56.22%. Des

indices *LSI* ont été utilisés par [35, 38-40] pour analyser la sensibilité des robots manipulateurs à une pose spécifique (posture). Ils ont calculé l'influence des variations dimensionnelles sur la position de l'effecteur du robot manipulateur. Il est à noter que ces indices ont été testés également sur une machine cinématique parallèle Orthoglide avec 3 *ddl* [38]. Cela a également été exploré dans d'autres études. Les chercheurs de [38] ont calculé les *LSI* pour une machine-outil dans un test expérimental. Alors que dans [39] les auteurs ont calculé ces indices sur une 3 *PRS* (parallel kinematic spindle platform of a serial-parallel machine tool). Caro et al. [41] ont présenté un indice d'erreur pour la position et l'orientation d'un robot parallèle planaire 3 *RPR* et ont proposé une méthode pour évaluer les performances du robot manipulateur à savoir sa dextérité, son espace de travail et sa sensibilité. Tannous et al. [42] ont utilisé une méthode de linéarisation de l'intervalle (Interval Linearization Method) pour analyser la sensibilité de trois types de robots parallèles aux variations de leurs paramètres géométriques. Palpacelli et al. [43] ont développé un modèle cinématique d'erreurs pour un mini robot sphérique. Une analyse de sensibilité de tous les paramètres géométriques est réalisée. Après la validation de leur modèle, une calibration du robot manipulateur est effectuée. Pour étalonner un robot industriel à 6 *ddl*, Qi et al. [44] ont utilisé un modèle mathématique basé sur la matrice Jacobienne. Afin de connaître l'influence significative des erreurs physiques sur l'erreur de l'effecteur d'un robot manipulateur, Zhang et al. [45] ont réalisé une analyse des erreurs basée sur la matrice DH. Leur méthode peut être utilisée pour estimer le calibrage des erreurs d'autres robots manipulateurs. Li et al [46] ont établi un modèle pour la représentation des erreurs géométriques dépendantes de la position pour axes linéaires basé sur le déplacement des moindres carrés (moving least squares) et la méthode polynômiale de Tchebychev. La précision de position de l'axe de mouvement a été améliorée de 90% après compensation des erreurs.

Par ailleurs, des indices de sensibilité peuvent être définis dans le sens statistique. Dans ce contexte, Guo et al. [47] ont proposé une approche pour améliorer la précision des machines-outils à cinq axes. La méthode EFAST (Extend Fourier Amplitude Sensitivity Test) est utilisée pour analyser la sensibilité globale des erreurs géométriques. Leurs résultats montrent que la précision des trajectoires de mesure est nettement améliorée, qui atteint 73,7% après compensation des erreurs. Ni et al. [48] ont proposé une méthode permettant d'améliorer la précision d'un robot parallèle avec rotation sur tout le cercle (parallel manipulator with full-circle rotation). L'analyse de sensibilité est effectuée sur les sources d'erreurs géométriques avec utilisation d'un indice global d'évaluation de la sensibilité. Un modèle de probabilité est utilisé pour cette analyse. Les résultats de cette analyse fournissent une base théorique pour l'attribution des tolérances aux parties de la conception mécanique. Pour étudier la sensibilité du robot

parallèle avec des mouvements SCARA, Yuzhen et al. [49], ont effectué une analyse de sensibilité basée sur un modèle d'erreurs et de certains indices de sensibilité définis au sens statistique. Les zones sensibles où les erreurs de pose de la plate-forme sont extrêmement sensibles aux erreurs géométriques sont indiquées dans des atlas. Cheng et al. [50] ont utilisé une approche analytique pour identifier des erreurs géométriques cruciales des machines-outils multi-axes. La caractéristique stochastique des erreurs géométriques est prise en considération et la méthode d'analyse de sensibilité globale de Sobol est introduite pour identifier ces erreurs. La sensibilité et l'étalonnage cinématique de la jambe du robot parallèle symétrique 3 *UCR* (3 *UCR* symmetrical parallel robot leg) sont analysés par Cheng et al. [51]. Le modèle des erreurs de pose exprimées par les paramètres de Rodrigues, a été établi sur la base de la théorie du coefficient-différentiel. Tian et al. [52] ont étudié l'influence des erreurs géométriques sur la précision volumétrique au sens statistique d'une machine-outil à cinq axes. Cette méthode permet de calculer les sources d'erreurs compensables et non compensables de la machine-outil. Pour juger son efficacité, l'auteur n'a pas indiqué le taux d'amélioration de l'erreur de position après détermination des sources principales d'erreurs.

Il est à noter que la plupart des indices de sensibilité trouvés dans la littérature sont obtenus par :

- 1) Le calcul des *LSI* : les *LSI* sont obtenus par dérivation des éléments de la matrice Jacobienne qui relie la variation de l'erreur de position avec les variations des paramètres géométriques du robot. Il est parfois, difficile de calculer cette matrice Jacobienne surtout pour les robots à structure complexe ;
- 2) Analyse géométrique : dans ce type d'analyse, les indices de sensibilité sont généralement simplifiés en ignorant des termes de l'expression de ces indices. A cet effet, l'analyse de sensibilité souffre du problème de précision ;
- 3) Analyse statistique : d'où l'aspect approximatif intervient dans le calcul des indices de sensibilité. Cependant, l'utilisation de ce type des indices affecte la précision de l'analyse de sensibilité du robot.

Pour surmonter ces problèmes on propose des indices de sensibilité adimensionnel. Leurs calculs sont basés sur la connaissance des *LSI*. Ces derniers sont extraits facilement à partir de la matrice Jacobienne qui relie une fonction performance (dans notre cas c'est le vecteur des variations de l'erreur de positionnement) avec les paramètres de conception (dans notre cas se sont les variations des paramètres géométriques du robot). De plus, nos indices de sensibilité ne nécessitent pas la connaissance des intervalles de tolérance au cours de l'analyse de la sensibilité et valables pour tous types de robots parallèles.

Notre contribution principale dans cette partie est :

- i) De proposer des nouveaux indices de sensibilité sans dimension basé sur la définition du *LSI* pour effectuer une analyse de sensibilité des robots manipulateurs ;
- ii) De proposer une méthodologie pour effectuer l'analyse de la sensibilité aux erreurs des robots manipulateurs, afin de déterminer les principales erreurs géométriques ;
- iii) De calculer l'erreur de positionnement par la méthode de la conception de précision en se basant sur l'analyse de sensibilité des erreurs.

II.2. DEFINITION DES INDICES DE SENSIBILITE

Pour évaluer l'influence des variations des tolérances dimensionnelles des composantes du robot manipulateur sur l'erreur de position de l'effecteur, une analyse de sensibilité sur ces variations est essentielle. La définition des indices de sensibilité est le problème majeur rencontré dans ce type d'analyse.

II.2.1. Définition des indices *LSI* et *GSI*

Les indices de sensibilité *LSI* et *GSI* sont obtenus mathématiquement par différentiation partielle de l'expression qui contient les paramètres géométriques. Il est à noter que l'indice *LSI* dépend sensiblement de la configuration et des paramètres géométriques du robot manipulateur. Il évolue à l'intérieur de l'espace de travail, c'est donc une propriété locale. Pour le caractériser sur l'ensemble de l'espace accessible par le robot, nous utilisons l'indice *GSI* qui est défini par la moyenne des sensibilités locales sur l'espace atteignable [35].

Afin d'illustrer ces définitions, on suppose la chaîne cinématique constituée de n segments, représentée dans la Figure II.1. L'expression du vecteur position E dans l'espace est donnée comme suit :

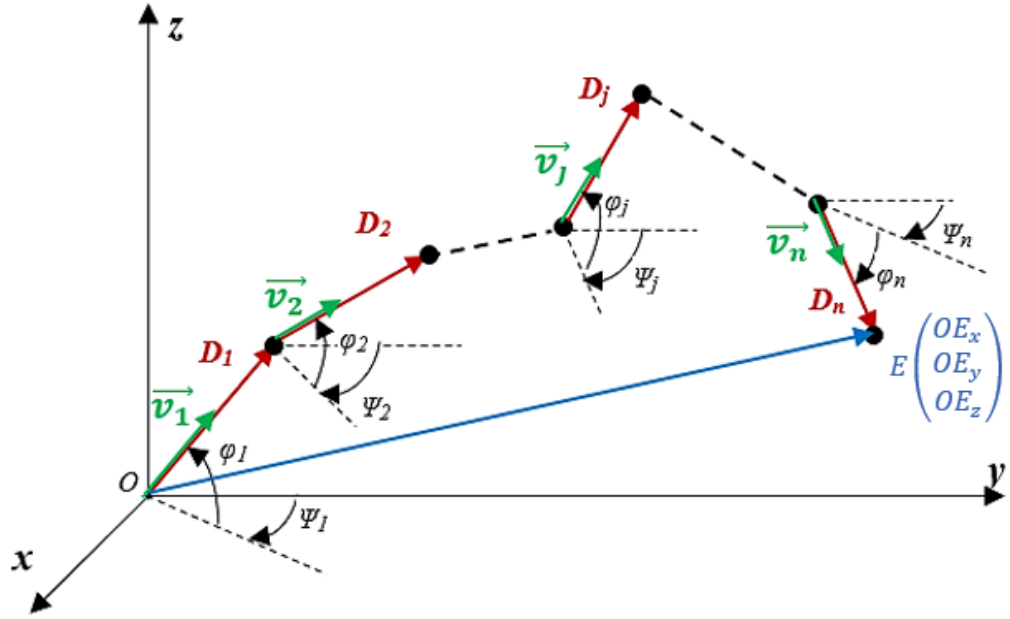


Figure II. 1 Paramétrage de la chaîne cinématique

$$\overrightarrow{OE} = \begin{pmatrix} OE_x \vec{x} \\ OE_y \vec{y} \\ OE_z \vec{z} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^n D_j \vec{v}_j \quad (\text{II.1})$$

Avec :

D_j : Longueur de la $j^{\text{ième}}$ dimension.

\vec{v}_j : Vecteur unitaire $\vec{D}_j / \|\vec{D}_j\|_2$.

Après différentiation de l'équation (II.1), on obtient :

$$\delta \overrightarrow{OE} = \sum_{j=1}^n (\delta D_j \vec{v}_j + D_j \delta \vec{v}_j) \quad (\text{II.2})$$

$\delta \overrightarrow{OE}$ est la variation de l'erreur de position du robot manipulateur. De même, δD_i dénote la variation de D_i . L'expression du δv_j contient les variations angulaires $\delta \varphi_j$ et $\delta \psi_j$ qui représentent les variations des φ_j et ψ_j .

L'équation (II.2) peut être exprimée sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\delta OE = J \delta P \quad (\text{II.3})$$

Telle que :

$$\delta P = [\delta D_1 \ \delta D_2 \ \dots \ \delta D_n \ \delta \varphi_1 \ \delta \varphi_2 \ \dots \ \delta \varphi_n \ \delta \psi_1 \ \delta \psi_2 \ \dots \ \delta \psi_n] \quad (\text{II.4})$$

D'où J est la matrice Jacobienne de sensibilité

La dérivation partielle de l'équation (II.3) par rapport à chaque variation dimensionnelle δP_i , permet de donner la relation suivante de la matrice Jacobienne J :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta D_1)} & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta D_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta D_n)} & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta \varphi_1)} & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta \varphi_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta \varphi_n)} & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta \psi_1)} & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta \psi_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta \psi_n)} \\ \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta D_1)} & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta D_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta D_n)} & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta \varphi_1)} & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta \varphi_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta \varphi_n)} & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta \psi_1)} & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta \psi_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta \psi_n)} \\ \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta D_1)} & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta D_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta D_n)} & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta \varphi_1)} & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta \varphi_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta \varphi_n)} & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta \psi_1)} & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta \psi_2)} & \dots & \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta \psi_n)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Les éléments de la matrice J ne sont autres que les LSI des variations dimensionnelles δP_j , c-à-d :

Pour $j = 1, \dots, n$

$$\begin{cases} \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta P_j)} = LSI_x(\delta P_j) = J_x(\delta P_j) \\ \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta P_j)} = LSI_y(\delta P_j) = J_y(\delta P_j) \\ \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta P_j)} = LSI_z(\delta P_j) = J_z(\delta P_j) \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

L'expression de J devient alors :

$$J = \begin{bmatrix} LSI_x(\delta P_1) & LSI_x(\delta P_2) & \dots & LSI_x(\delta P_n) \\ LSI_y(\delta P_1) & LSI_y(\delta P_2) & \dots & LSI_y(\delta P_n) \\ LSI_z(\delta P_1) & LSI_z(\delta P_2) & \dots & LSI_z(\delta P_n) \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

$LSI_x(\delta P_j)$ est l'indice de sensibilité local suivant la direction x lié au paramètre δP_j .

$LSI_y(\delta P_j)$ est l'indice de sensibilité local suivant la direction y lié au paramètre δP_j .

$LSI_z(\delta P_j)$ est l'indice de sensibilité local suivant la direction z lié au paramètre δP_j .

Habituellement, nous nous intéressons à l'influence des variations dimensionnelles dans l'espace de travail plus qu'une pose spécifique. Cependant, le calcul des GSI s'effectue par une intégration des LSI . D'où la définition du GSI est donné comme suit :

$$GSI = \frac{\int_w LSI dW}{\int_w dW} \quad (\text{II.8})$$

D'où : W est l'espace de travail

II.2.2. Définition du coefficient de sensibilité

L'analyse de sensibilité est utilisée pour analyser la variation de l'erreur de position par rapport aux variations dimensionnelle des éléments de la structure du robot manipulateur. Par

conséquent, chaque paramètre géométrique peut être analysé en termes de la façon dont il affecte la précision du robot manipulateur. Cependant, le coefficient de sensibilité est défini comme un nombre non-dimensionnel [53].

L'expression du coefficient de sensibilité est donnée par la relation suivante [37] :

$$Sp_j = \frac{\|\overrightarrow{\delta OE(\delta P_j)}\|_2}{\|\overrightarrow{\delta OE(\sum_{i=1}^n \delta P_i)}\|_2}, \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$\overrightarrow{\delta OE(\delta P_j)}$ est la variation de l'erreur de position due à la variation dimensionnelle δP_j , et $\overrightarrow{\delta OE(\sum_{i=1}^n \delta P_i)}$ est la variation de l'erreur de position due à la variation de tous les paramètres dimensionnelles δP_j

II.3. NOUVEL INDICE DE SENSIBILITE DE POSITION

L'analyse de sensibilité vise à trouver une source principale d'erreur pour la compensation d'erreurs ou pour la conception de précision dans tout l'espace de travail. Nous pouvons définir les sources d'erreurs au même niveau pour examiner lequel peut provoquer une erreur de position plus important [35]. Cependant, toutes les variations dimensionnelles peuvent être configurées comme une seule unité dans leur propre catégorie, à savoir :

$$\begin{cases} \delta L = [\delta D_1 \ \delta D_2 \ \dots \ \delta D_n]^T = [1, \dots, 1]^T \\ \delta \phi = [\delta \varphi_1 \ \delta \varphi_2 \ \dots \ \delta \varphi_n \ \delta \psi_1 \ \delta \psi_2 \ \dots \ \delta \psi_n]^T = [1, \dots, 1]^T \\ \delta P = \begin{bmatrix} \delta L \\ \delta \phi \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Où : δL est le vecteur des erreurs linéaires, et $\delta \phi$ est le vecteur des erreurs angulaires.

Selon les équations (II.3), (II.7) et (II.10), l'expression du coefficient de sensibilité Sp_j peut-être écrite sous la forme suivante :

$$Sp_j = \frac{\sqrt{(LSI_x(\delta P_j))^2 + (LSI_y(\delta P_j))^2 + (LSI_z(\delta P_j))^2}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i))^2}} \quad (\text{II.11})$$

Après substitution de δL_j et $\delta \phi_j$ dans l'équation (II.11), on peut distinguer les trois cas suivants :

Cas 1 :

Si on considère seulement la variation du paramètre dimensionnelle δD_j , l'équation (II.2) devient :

$$\overrightarrow{\delta OE(\delta D_j)} = \delta D_j \vec{v}_j \quad (\text{II.12})$$

Sachant que :

$$\vec{v}_j = \cos(\varphi_j) \sin(\psi_j) \vec{x} + \cos(\varphi_j) \cos(\psi_j) \vec{y} + \sin(\varphi_j) \vec{z} \quad (\text{II.13})$$

Et $\delta D_j = 1$ (selon l'équation (II.10)). Donc, la norme de la variation de l'erreur de position est donnée par :

$$\|\overline{\delta OE(\delta D_j)}\|_2 = \sqrt{(\cos(\varphi_j) \sin(\psi_j))^2 + (\cos(\varphi_j) \cos(\psi_j))^2 + (\sin(\varphi_j))^2} = 1 \quad (\text{II.14})$$

Alors, l'équation (II.11) devient ainsi :

$$Sp_j = \frac{1}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i))^2}} \quad (\text{II.15})$$

Case 2 :

Si on considère seulement la variation du paramètre angulaire $\delta\varphi_j$, l'équation (II.2) devient :

$$\overline{\delta OE(\delta\varphi_j)} = D_j \delta \vec{v}_j \quad (\text{II.16})$$

Sachant que :

$$\delta \vec{v}_j = -\delta\varphi_j \sin(\varphi_j) \sin(\psi_j) \vec{x} - \delta\varphi_j \sin(\varphi_j) \cos(\psi_j) \vec{y} + \delta\varphi_j \cos(\varphi_j) \vec{z} \quad (\text{II.17})$$

Et $\delta\varphi_j = 1$ (selon l'équation (II.10)). Donc, la norme de la variation de l'erreur de position est donnée par :

$$\|\delta OE(\delta\varphi_j)\| = \sqrt{D_j^2 ((-\sin(\varphi_j) \cos(\psi_j))^2 + (-\sin(\varphi_j) \sin(\psi_j))^2 + (\cos(\varphi_j))^2)} = D_j \quad (\text{II.18})$$

Alors, l'équation (II.11) devient ainsi :

$$Sp_j = \frac{D_j}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i))^2}} \quad (\text{II.19})$$

Cas 3 :

Si nous considérons seulement la variation du paramètre angulaire $\delta\psi_j$, l'équation (II.2) devient :

$$\overline{\delta OE(\delta\psi_j)} = D_j \delta \vec{v}_j \quad (\text{II.20})$$

Selon l'expression de $\delta \vec{v}_j$ (équation (II.17)), et que $\delta\psi_j = 1$ (selon l'équation (II.10)). La norme de la variation de l'erreur de position devient :

$$\|\delta OE(\delta\psi_j)\| = \sqrt{D_j^2 \left((\cos(\varphi_j) \cos(\psi_j))^2 + (-\cos(\varphi_j) \sin(\psi_j))^2 \right)} = D_j \cos(\varphi_j) \quad (\text{II.21})$$

Alors l'expression du coefficient de sensibilité Sp_j devient :

$$Sp_j = \frac{D_j \cos(\varphi_j)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i))^2}} \quad (\text{II.22})$$

A partir de l'analyse des cas précédents, on remarque que si les variations sont uniquement dimensionnelles (cas 1), la valeur du coefficient de sensibilité Sp_j reste inchangée pour tous les δD_j , et elle ne dépend que de la somme des LSI . En effet, pour distinguer le coefficient de sensibilité lié à chaque erreur des autres coefficients, nous proposons de faire une transformation de la relation (II.11) par le changement suivant :

$$\begin{cases} SI_x(\delta p_j) = Sp_j \frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta P_j)} \frac{\partial(\delta P_j)}{\partial(\delta OE_x)} \\ SI_y(\delta p_j) = Sp_j \frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta P_j)} \frac{\partial(\delta P_j)}{\partial(\delta OE_y)} \\ SI_z(\delta p_j) = Sp_j \frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta P_j)} \frac{\partial(\delta P_j)}{\partial(\delta OE_z)} \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

$\frac{\partial(\delta OE_x)}{\partial(\delta P_j)}$ ne sont autre que les $LSI_x(\delta P_i)$, et $\frac{\partial(\delta P_j)}{\partial(\delta OE_x)} = 1$ parce que la variation δP_j est toujours égale à 1 (équation (II.10)). Même chose pour $\frac{\partial(\delta OE_y)}{\partial(\delta P_j)}$, $\frac{\partial(\delta P_j)}{\partial(\delta OE_y)}$ et $\frac{\partial(\delta OE_z)}{\partial(\delta P_j)}$, $\frac{\partial(\delta P_j)}{\partial(\delta OE_z)}$. Le système d'équations (II.23) devient :

Pour $j=1, \dots, n$

$$\begin{cases} SI_x(\delta p_j) = Sp_j LSI_x(\delta P_j) = \frac{LSI_x(\delta P_j) \sqrt{(LSI_x(\delta P_j))^2 + (LSI_y(\delta P_j))^2 + (LSI_z(\delta P_j))^2}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i))^2}} \\ SI_y(\delta p_j) = Sp_j LSI_y(\delta P_j) = \frac{LSI_y(\delta P_j) \sqrt{(LSI_x(\delta P_j))^2 + (LSI_y(\delta P_j))^2 + (LSI_z(\delta P_j))^2}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i))^2}} \\ SI_z(\delta p_j) = Sp_j LSI_z(\delta P_j) = \frac{LSI_z(\delta P_j) \sqrt{(LSI_x(\delta P_j))^2 + (LSI_y(\delta P_j))^2 + (LSI_z(\delta P_j))^2}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i))^2 + (\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i))^2}} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Où : $SI_x(\delta P_j)$, $SI_y(\delta P_j)$ et $SI_z(\delta P_j)$ sont les nouveaux indices de sensibilité de position de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) suivant les directions x , y et z respectivement. Ils représentent la sensibilité du robot manipulateur par rapport aux variations des paramètres dimensionnels pour chaque posture.

Pour caractériser ces indices sur l'ensemble de l'espace accessible par le robot manipulateur, nous définissons l'indice de sensibilité global (G) donné par l'expression suivante :

$$\begin{cases} G_x(\delta P_j) = \frac{\int_w SI_x(\delta P_j) dW}{W} \\ G_y(\delta P_j) = \frac{\int_w SI_y(\delta P_j) dW}{W} \\ G_z(\delta P_j) = \frac{\int_w SI_z(\delta P_j) dW}{W} \end{cases} \quad (\text{II. 25})$$

Où : $G_x(\delta P_j)$, $G_y(\delta P_j)$ et $G_z(\delta P_j)$ sont les GSI de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position suivant les directions x , y et z respectivement.

Définition du VSI de l'indice SI proposé

L'indice G proposé peut devenir un standard pour sélectionner certaines erreurs qui ont une influence relative plus importante sur l'erreur de position de l'effecteur. Cependant, dans certains cas, une erreur a une petite influence moyenne sur l'erreur de position de l'effecteur, mais fluctue considérablement dans le l'espace de travail. Quant à ce type d'erreur, on aura un G plus petit, la précision peut encore être détériorée à certaines poses. La variance est largement utilisée dans la production industrielle pour indiquer la fluctuation des échantillons, qui peuvent également être utilisés pour démontrer la fluctuation de l'influence d'une erreur [34]. Semblable à la définition de la variance, le VSI (Variance Sensitivity Index) d'une erreur sur le vecteur d'erreur de position de l'effecteur peut être exprimé par la relation suivante :

$$\begin{cases} VG_x(\delta P_j) = \frac{\int_w (SI_x(\delta P_j))^2 dW}{\int_w dW} - (G_x(\delta P_j))^2 \\ VG_y(\delta P_j) = \frac{\int_w (SI_y(\delta P_j))^2 dW}{\int_w dW} - (G_y(\delta P_j))^2 \\ VG_z(\delta P_j) = \frac{\int_w (SI_z(\delta P_j))^2 dW}{\int_w dW} - (G_z(\delta P_j))^2 \end{cases} \quad (\text{II. 26})$$

Où : VG_x , VG_y et VG_z sont les VSI de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur de position suivant les directions x , y et z respectivement.

II.4. NOUVEL INDICE DE SENSIBILITE D'ORIENTATION

Si le point E de l'effecteur est le centre du repère de la plateforme d'un robot parallèle, tel que les angles ψ , θ et ϕ sont les orientations autour les axes x , y et z respectivement, on peut définir d'une manière similaire selon la définition citée dans le paragraphe II.2.2 un indice de sensibilité d'orientation par la relation non-dimensionnel suivante :

$$So_j = \frac{\delta Or(\delta P_j)}{\delta Or(\sum_{i=1}^n \delta P_j)} , j = 1, \dots, n \quad (\text{II.27})$$

Avec :

$\delta Or(\delta P_j)$ est la variation de l'erreur d'orientation de la plateforme due à la variation dimensionnelle δP_j , et $\delta Or(\sum_{i=1}^n \delta P_j)$ est la variation de l'erreur d'orientation de la plateforme due à la variation de tous les paramètres dimensionnelles δP_j .

L'indice So_j lié à chaque orientation peut être exprimé par la relation suivante :

$$\begin{cases} So_x(\delta p_j) = \frac{\delta Or_x(\delta P_j)}{\delta Or_x(\sum_{i=1}^n \delta P_j)} \\ So_y(\delta p_j) = \frac{\delta Or_y(\delta P_j)}{\delta Or_y(\sum_{i=1}^n \delta P_j)} \\ So_z(\delta p_j) = \frac{\delta Or_z(\delta P_j)}{\delta Or_z(\sum_{i=1}^n \delta P_j)} \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

Tel que :

$\delta Or_x(\delta P_j)$, $\delta Or_y(\delta P_j)$ et $\delta Or_z(\delta P_j)$ sont les variations de l'erreur d'orientation de la plateforme due à la variation dimensionnelle δP_j autour des axes x , y et z respectivement ;

$\delta Or_x(\sum_{i=1}^n \delta P_j)$, $\delta Or_y(\sum_{i=1}^n \delta P_j)$ et $\delta Or_z(\sum_{i=1}^n \delta P_j)$ sont les variations de l'erreur d'orientation de la plateforme due à la variation de tous les paramètres dimensionnelles δP_j autour des axes x , y et z respectivement ;

$So_x(\delta p_j)$, $So_y(\delta p_j)$ et $So_z(\delta p_j)$ sont les indices de sensibilité d'orientation de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) autour des axes x , y et z respectivement.

Selon la définition de $\delta Or(\delta P_j)$, on peut écrire :

$$\begin{cases} \delta O r_x(\delta P_j) = \frac{\partial(\delta\psi)}{\partial(\delta P_j)} \\ \delta O r_y(\delta P_j) = \frac{\partial(\delta\theta)}{\partial(\delta P_j)} \\ \delta O r_z(\delta P_j) = \frac{\partial(\delta\phi)}{\partial(\delta P_j)} \end{cases} \quad (\text{II. 29})$$

$\frac{\partial(\delta\psi)}{\partial(\delta P_j)}$, $\frac{\partial(\delta\theta)}{\partial(\delta P_j)}$ et $\frac{\partial(\delta\phi)}{\partial(\delta P_j)}$ ne sont autre que les $LSI_x(\delta P_i)$, $LSI_y(\delta P_i)$ et $LSI_z(\delta P_i)$ respectivement.

Le système d'équations (II. 29) devient alors :

$$\begin{cases} So_x(\delta p_j) = \frac{LSI_x(\delta P_i)}{\sum_{i=1}^n LSI_x(\delta P_i)} \\ So_y(\delta p_j) = \frac{LSI_y(\delta P_i)}{\sum_{i=1}^n LSI_y(\delta P_i)} \\ So_z(\delta p_j) = \frac{LSI_z(\delta P_i)}{\sum_{i=1}^n LSI_z(\delta P_i)} \end{cases} \quad (\text{II. 30})$$

Pour caractériser ces indices sur l'ensemble de l'espace accessible par le robot manipulateur, on définit l'indice de sensibilité global (Go) donné par l'expression suivante :

$$\begin{cases} Go_x(\delta P_j) = \frac{\int_w So_x(\delta P_j) dW}{W} \\ Go_y(\delta P_j) = \frac{\int_w So_y(\delta P_j) dW}{W} \\ Go_z(\delta P_j) = \frac{\int_w So_z(\delta P_j) dW}{W} \end{cases} \quad (\text{II. 31})$$

D'où $Go_x(\delta P_j)$, $Go_y(\delta P_j)$ et $Go_z(\delta P_j)$ sont les GSI de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour des axes x , y et z respectivement.

Le VSI de l'erreur δP_j sur l'erreur d'orientation de la plateforme peut être exprimé par la relation suivante :

$$\begin{cases} VGo_x(\delta P_j) = \frac{\int_w (So_x(\delta P_j))^2 dW}{\int_w dW} - (Go_x(\delta P_j))^2 \\ VGo_y(\delta P_j) = \frac{\int_w (So_y(\delta P_j))^2 dW}{\int_w dW} - (Go_y(\delta P_j))^2 \\ VGo_z(\delta P_j) = \frac{\int_w (So_z(\delta P_j))^2 dW}{\int_w dW} - (Go_z(\delta P_j))^2 \end{cases} \quad (\text{II. 32})$$

D'où VGo_x , VGo_y et VGo_z sont les VSI de la variation du paramètre dimensionnelle (δP_j) sur l'erreur d'orientation autour les axes x , y et z respectivement.

II.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre on a présenté la définition de deux nouveaux indices de sensibilité adimensionnels (sans dimension), de position et d'orientation. Cette définition est basée sur le calcul des *LSI*. Ces indices de sensibilité qui tiennent compte à la fois les erreurs de position linéaires et angulaires sont utilisés pour identifier les sources principales d'erreurs par analyse de sensibilité des robots manipulateurs.

Les indices *SI* et *So* peuvent révéler avec précision la contribution des sources d'erreurs aux erreurs de position et d'orientation du manipulateur pour une pose spécifique. L'indice (*GSI*) reflète l'influence moyenne des erreurs dans l'espace de travail. Alors que la variance (*VSI*) reflète la fluctuation des indices *SI* et *So* autour du *GSI* dans le même espace.



CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS PARALLELES

INTRODUCTION.....	36
III.1. ETAT DE L'ART SUR LA CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS PARALLELES	36
III.2. DEFINITION DE LA CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS.....	38
III.2.1. Méthodes basées sur les approches statistiques	39
III.2.2. Méthode de Taguchi.....	41
III.2.3. Conception robuste avec l'approche axiomatique	43
III.2.4. Optimisation robuste	44
III.2.5. Méthodes basées sur les approches déterministes.....	47
III.3. SYNTHESE DE TOLERANCES DES MECANISMES.....	48
III.3.1. Introduction.....	48
III.3.2. Théorie de la distribution de la sensibilité des performances	49
III.3.3. Développement d'une boîte de tolérances dénotée Brahmia-BT	52
III.4. CONCLUSION	55

CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS PARALLELES

CHAPITRE

III

INTRODUCTION

L'analyse de sensibilité des manipulateurs vise à étudier l'influence des variations de ses paramètres géométriques sur ses performances. Ces informations sont utiles pour évaluer la variation de l'erreur de position ainsi que pour la synthèse de tolérances. En effet, la synthèse de tolérances est un problème très important dans la conception et la fabrication de robots manipulateurs. Dans ce chapitre, on présente une procédure séquentielle pour la modélisation et la synthèse de tolérances des robots manipulateur. Afin de calculer les tolérances dimensionnelles robustes on utilise une méthode déterministe d'analyse de sensibilité des performances.

III.1. ETAT DE L'ART SUR LA CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS PARALLELES

La conception robuste d'un mécanisme a pour objectif de rendre ses performances optimales et insensibles aux variations (ces variations peuvent être les erreurs humaines, les défauts de fabrication ou de traitement, etc.). Lorsque les variations sont ignorées, des conceptions non robustes peuvent en résulter. Cependant, l'analyse de sensibilité des robots manipulateurs vise à connaître l'influence des variations de ses paramètres géométriques sur ses performances. Ces informations sont utiles pour l'évaluation de l'erreur de position de l'effecteur et pour la synthèse de tolérance. Le calcul de la tolérance des pièces dans les phases de la fabrication et l'assemblage des robots manipulateurs est très intéressant dans la conception des robots manipulateurs, parce que cela affecte directement la qualité du produit et le coût de fabrication.

Les variations paramétriques sont inévitables du fait que l'usinage et de l'assemblage du mécanisme. Ils sont appelés incertitude des paramètres dans la phase de conception lorsque les valeurs réelles sont inconnues. Une telle incertitude des paramètres peut entraîner des changements spectaculaires des performances si les performances sont sensibles aux variations. Une conception robuste empêcherait ce résultat de conception catastrophique.

Le concept de robustesse a été introduit pour la première fois par Taguchi [1] en 1978. Il présentait une méthode expérimentale planifiée pour sélectionner les valeurs des variables de conception afin que l'effet des paramètres incontrôlables sur les performances du système puisse être minimisé. Cependant, la conception robuste vise à minimiser la sensibilité des performances

aux variations sans contrôler les causes de ces variations [54].

Dans la littérature, Plusieurs auteurs ont contribué à la formulation des problèmes de conception robuste. Dans [55], la sensibilité paramétrique d'un robot parallèle à 5 *ddl* a été étudiée par rapport aux performances de masse et de rigidité sur la base de la méthode de la surface de réponse et de la fiabilité des performances. Les paramètres essentiels ont été ensuite sélectionnés pour être les variables de la conception robuste concernant la rigidité et la masse [56], et les performances élasto-dynamiques [57] du robot parallèle. L'incertitude paramétrique a été mesurée par un modèle stochastique et les performances optimales étaient fiables [58]. La conception robuste mise en œuvre est cruciale car elle affecte directement la qualité du mécanisme et le coût de fabrication. Il est également utile pour l'évaluation de l'erreur de position ainsi que pour la synthèse des tolérances.

Des méthodes déterministes basées sur l'analyse numérique matricielle ont été utilisées pour le calcul de la tolérance et l'analyse de sensibilité des mécanismes et le problème de robustesse est connu sous l'appellation « Conditionnement » [59-61]. Caro [62] développait une méthode efficace pour la synthèse de tolérance basée sur une approche de conception robuste, cette méthode est répartie en deux étapes : la première étape vise à calculer les dimensions robustes au moyen d'un indice de robustesse approprié ; quant à la deuxième étape, une méthode de synthèse de tolérance a été développée pour le calcul de la boîte de tolérance optimale. Cette méthode a été appliquée pour évaluer la sensibilité de l'effecteur d'un Orthoglide à trois axes (3 degrés de liberté de translation). Dans le même contexte, Caro et al. [38] étudiaient l'influence des variations dimensionnelles et angulaires sur la position de l'effecteur d'un Orthoglide à 3 *ddl* de translation. Deux indices de sensibilité ont été utilisés, l'un pour l'étude de la sensibilité de position et l'autre l'étude de la sensibilité de l'orientation. Par ailleurs, Rout et al. [63, 64] utilisaient une approche probabiliste pour modéliser les effets des facteurs bruits sur un robot manipulateur plan 2 *RR* à 2 *ddl*, et ils adoptaient une technique de conception expérimentale pour sélectionner les tolérances optimales des paramètres cinématiques et dynamiques pour une variation minimale des performances. Rout et al. [65] proposaient une technique évolutionnaire pour la sélection de la tolérance optimale des paramètres d'un robot manipulateur plan 2 *RR* à 2 *ddl*. Kim et al. [66] développaient une méthode efficace pour évaluer la fiabilité des tolérances dimensionnelles et les jeux dans les joints. Les fiabilités cinématiques pour la répétabilité de positionnement et d'orientation d'un robot manipulateur de type *RRR* ont été évaluées analytiquement sur la base de la méthode AFOSM (First Order Second Moment). Une méthode stochastique a été utilisée pour la modélisation du mécanisme. Cette méthode peut aider les concepteurs de choisir des tolérances dimensionnelles et des jeux dans les joints pour obtenir des performances optimales des robots manipulateurs. Yang et al. [67] proposaient une approche

basée sur l'optimisation multi-objectifs du mécanisme parallèle de suivi en prenant en compte simultanément plusieurs critères de performance tels que l'espace de travail, la cinématique, la rigidité et les performances dynamiques et en considérant l'incertitude des paramètres. Xianzhen et al. [68] développaient une méthode pour la conception robuste des tolérances pour la génération de fonction de mécanismes (function generation mechanisms). Ils amélioraient et appliquaient la méthode de Taguchi pour déterminer les tolérances optimales des composantes de manière à minimiser le coût total d'assemblage tout en satisfaisant l'exigence de précision du mécanisme. L'efficacité de la méthode proposée est illustrée par un exemple de génération de fonction quatre-barres (four-bar function generation). Dans leurs travaux, Goldsztejn et al. [69, 70] proposaient une méthode de la synthèse de tolérance des robots parallèles. L'hypothèse d'unicité locale a été utilisée pour le calcul de la limite supérieure de l'erreur de position. Cette technique utilise le théorème de Kantorovich pour le calcul numérique. Une autre technique basée sur l'optimisation de l'algorithme de gradient réduit (Generalized Reduced Gradient Algorithm Optimisation) a été utilisée par Trang et al. [71] pour calculer les tolérances des pièces des robots. Cet algorithme est utilisé pour résoudre un problème d'optimisation non linéaire multi-variable

Par définition, l'écart entre les limites supérieure et inférieure de la valeur nominale d'une variable de conception est appelé « tolérance » [72]. Le tolérancement est une tâche très importante dans la phase de conception et de fabrication. Plusieurs travaux dans la littérature traitent la relation entre les tolérances dimensionnelles et le coût de fabrication. Le coût de fabrication d'un mécanisme augmente lorsque leurs tolérances dimensionnelles sont serrées. L'effet de la tolérance sur les performances du robot manipulateur est très intéressant. En effet, les performances du robot manipulateur sont très sensibles aux variations des dimensions des éléments du robot manipulateur.

III.2. DEFINITION DE LA CONCEPTION ROBUSTE DES ROBOTS

Une conception robuste a été développée pour améliorer la qualité et la fiabilité des produits en génie industriel. Récemment, cette technologie a été étendue à divers domaines de conception. De nombreux chercheurs ont donné des définitions de la conception robuste. Taguchi [73], qui est le pionnier de la conception robuste, déclarait que « la robustesse est l'état dans lequel la technologie, le produit ou les performances du processus sont le moins sensibles aux facteurs provoquant la variabilité (que ce soit dans l'environnement de fabrication ou de l'utilisateur) et le vieillissement au coût de fabrication unitaire le plus bas ». Suh [74] déclarait que « la conception robuste est définie comme la conception qui satisfait les exigences fonctionnelles même si les paramètres de conception et les variables de processus ont de grandes tolérances pour la facilité

de fabrication et d'assemblage ». Box [75] déclarait que « la robustesse d'un produit est le processus de définition de ses spécifications pour minimiser la sensibilité du produit à la variation ». Nous pouvons aussi citer les définitions suivantes :

- La conception robuste vise à améliorer la qualité d'un produit en minimisant les effets des variations sans éliminer les causes des variations [76];
- La conception robuste est une méthode de modélisation des incertitudes [77];

Laura. P [78] a identifié deux types de conception robuste :

- Un produit faisable sous incertitudes. C'est-à-dire un produit qui satisfait les contraintes imposées par le cahier des charges concernant la variabilité des performances mais aussi des paramètres de conception.
- Un produit faisable sous incertitudes dont les performances peuvent être optimisées et stables.

Bien que différentes expressions soient utilisées, leurs significations sont similaires.

Un aspect commun des définitions est que la conception robuste est une conception insensible aux variations, et ce concept est accepté dans la communauté des ingénieurs.

Sur la base de notre étude bibliographique, la conception robuste peut être classée en cinq méthodes.

- Méthodes basées sur les approches statistiques ;
- Méthode de Taguchi ;
- Conception robuste avec l'approche axiomatique ;
- Optimisation robuste ;
- Méthodes basées sur les approches déterministes.

III.2.1. Méthodes basées sur les approches statistiques

Le problème de conception dans un cadre d'optimisation peut être formulé comme suit [79, 80]:

Trouver

$$x \in R^n \quad (\text{III.1})$$

Pour minimiser

$$f(x) \quad (\text{III.2})$$

Sachant que

$$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, q \quad (\text{III.3})$$

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, r \quad (\text{III.4})$$

$$x_L \leq x \leq x_u \quad (\text{III.5})$$

Où x est le vecteur des variables de conception.

Les fonctions f peuvent être évaluées par deux méthodes :

- a) L'une consiste à utiliser des expériences lorsque la fonction f n'est pas définie mathématiquement.
- b) L'autre consiste à utiliser des expressions mathématiques directement calculées ou approchées par des approches numériques.

Lorsque des bruits ou des perturbations existent, les fonctions objectif et contrainte sont modifiées comme suit :

$$f(x) \rightarrow f(x + z^x, p + z^p) \quad (\text{III.6})$$

$$g_j(x) \rightarrow g_j(x + z^x, p + z^p) \quad (\text{III.7})$$

Où $p \in R^l$ est le vecteur des paramètres de conception, et il est généralement considéré comme un vecteur constant dans le processus de conception. Les bruits des variables de conception et des paramètres de conception sont représentés par $z^x \in R^n$ et $z^p \in R^l$, respectivement. Les facteurs de bruit z^x et z^p sont également appelés facteurs incontrôlables, dans le sens où ils ne peuvent pas être contrôlés par le concepteur. [73, 81, 82] Le facteur de bruit peut être un bruit interne ou externe.

Les mesures de performance sont définies comme les données à mesurer expérimentalement ou mathématiquement, qui représentent les performances d'un produit ou d'un procédé.

La distribution est mesurée par la moyenne et la variance. Les formules de moyenne et de variance sont résumées par les équations suivantes :

$$\mu_f = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k f_i \quad (\text{III.8})$$

$$Var = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (f_i - \mu_f)^2 \quad (\text{III.9})$$

$$\sigma = \sqrt{Var} \quad (\text{III.10})$$

Où f_i est la $i^{\text{ème}}$ fonction caractéristique dans l'expérience, μ_f est la moyenne des fonctions f_i , Var est la variance et σ est l'écart type.

Lorsque les équations (III.6) et (III.7) sont substituées dans les équations (III.1–III.5), la robustesse dans la formulation de la conception est considérée, les équations. (III.1–III.5) sont réécrites comme suit :

Trouver

$$x \in R^n \quad (\text{III.11})$$

Pour minimiser

$$F(x, p, z) \quad (\text{III.12})$$

Sachant que

$$G_j(x, p, z) \leq 0, \quad j=1, \dots, r \quad (\text{III.13})$$

$$x_L \leq x \leq x_u \quad (\text{III.14})$$

Où F et G_j sont les fonctions considérant les bruits dans f et G_j , respectivement. Généralement, F et G_j sont définies comme les fonctions de la moyenne et de la variance de f et G_j , respectivement.

Par conséquent, les performances du système $F(x, p, z)$ est une fonction aléatoire. Sa valeur moyenne $\mu_F(x, p, z)$ et la variance $\sigma_F^2(x, p, z)$ doivent être minimisées. La forme générale de fonction objectif peut être exprimée comme suit [83].

$$\min[\mu_F(x, p, z), \sigma_F(x, p, z)] \quad (\text{III.15})$$

III.2.2. Méthode de Taguchi

À la fin des années 1940, la méthode de Taguchi avait été développée pour l'amélioration de la qualité. Sa technique d'ingénierie de la qualité est appelée méthode de Taguchi ou conception robuste [73, 84]. La méthode de Taguchi peut être utilisée pour déterminer les paramètres des facteurs de contrôle pour une conception robuste. Les bruits inattendus sont les tolérances des tailles de produits et les variations de l'environnement telles que la température, humidité, forces externes, processus de fabrication, etc. Taguchi avait introduit une fonction de perte quadratique pour représenter la robustesse

$$L(f) = k(f - m)^2 \quad (\text{III.16})$$

Où $k = \frac{A_0}{\Delta_0^2}$ est la constante pour définir la perte.

Si la fonction f a pour moyenne m (valeur cible) et pour variance σ^2 . La valeur attendue de la perte de qualité moyenne par produit est donnée par l'équation suivante :

$$Q = k[\sigma^2 + (\mu - m)^2] \quad (\text{III.17})$$

où μ est la moyenne de f .

Pour expliquer cela en détail, prenons un exemple d'une fonction perte quadratique comme le montre la figure III.1. Où m est la cible de la variable de conception f , $\pm\Delta_0$ est la plage de variation de f tolérée et A_0 est la perte due à la défaillance d'un produit.

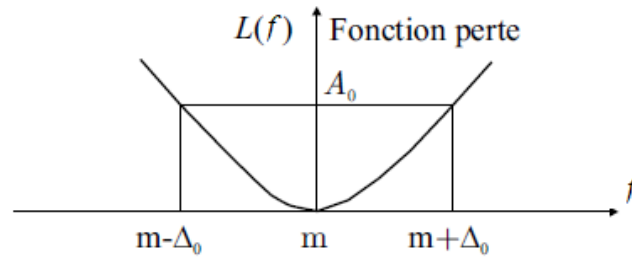


Figure III. 1 Fonction perte de Taguchi

La figure III.2 est appelée le diagramme **P** et est utilisée pour expliquer la procédure de la méthode de Taguchi d'un autre point de vue. Le diagramme **P** représente la relation schématique entre les facteurs et le produit ou le processus. Le facteur de bruit est celui que le concepteur ne peut pas contrôler même s'il provoque de la variabilité. Lorsque la valeur cible d'une réponse est donnée comme le montre la figure III.2, la méthode de Taguchi détermine le réglage optimal des facteurs de contrôle afin que la variation d'une réponse soit minimisée, bien que des facteurs incontrôlables (facteur de bruit) existent. L'équation (III.17) peut être considérée comme un indice pour trouver une conception robuste. Supposons que nous ayons un facteur d'échelle s pour ajuster la moyenne actuelle à la valeur cible. Le facteur d'échelle s est décrit comme suit [85]:

$$s = \frac{m}{\mu} \quad (\text{III.18})$$

Lorsque la moyenne actuelle est ajustée à la valeur cible, la fonction de perte moyenne de l'équation (III.17) est remplacée par :

$$Q_a = k[\{\mu(m/\mu) - m\}^2 + \{(m/\mu)\sigma\}^2] = km^2(\sigma^2/\mu^2) \quad (\text{III.19})$$

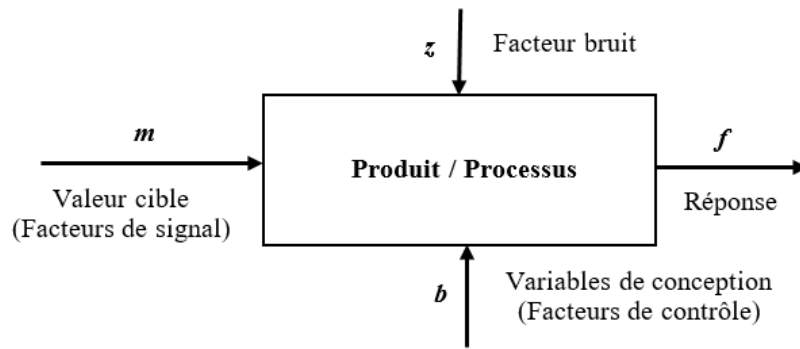


Figure III. 2 Diagramme Bloc du Produit/Processus : diagramme P

Pour améliorer l'additivité de l'effet des facteurs de contrôle, l'équation (III.19) est transformée vers :

$$\eta = 10 \log_{10}(\mu^2/\sigma^2) \quad (\text{III.20})$$

L'équation (III.20) est le rapport de la puissance des facteurs de signal μ et de la puissance des facteurs de bruit σ . Ainsi, on l'appelle le rapport signal sur bruit (S/B). Maximiser l'équation (III.20) équivalent à minimiser l'équation (III.19). C'est-à-dire qu'une conception robuste est obtenue en maximisant l'équation (III.20).

Il y a deux objectifs dans la réalisation d'une conception robuste. L'une consiste à minimiser la variabilité produite par les facteurs de bruit. L'autre est de rendre la valeur moyenne proche de la valeur cible.

Pour atteindre ces deux objectifs, Taguchi avait développé une stratégie d'optimisation en deux étapes. La première étape, se concentre sur la minimisation de la variation, tandis que la moyenne est ignorée. Dans la deuxième étape, la moyenne est déplacée vers la valeur cible tout en sacrifiant quelque peu la variation améliorée.

III.2.3. Conception robuste avec l'approche axiomatique

La conception axiomatique a été proposée par Suh [74], elle fournit un cadre pour une conception robuste et qui respecte les axiomes suivants :

- **axiome 1** (l'axiome d'indépendance) : la meilleure conception est celle pour laquelle toutes les fonctions sont indépendantes ;
- **axiome 2** (l'axiome du minimum d'information) : la meilleure conception est celle contenant le minimum d'information.

L'axiome d'indépendance stipule que l'indépendance des « spécifications (Sp) » doivent toujours être maintenues par un choix des « paramètres de conception PC ». Par exemple, les équations de conception peuvent être classées dans les trois types suivants lorsqu'il y a deux spécifications :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Sp_1 \\ Sp_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PC_1 \\ PC_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Sp_1 \\ Sp_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X & 0 \\ X & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PC_1 \\ PC_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Sp_1 \\ Sp_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X & X \\ X & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PC_1 \\ PC_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (III.21)$$

Dans le premier cas de l'équation (III.21), la matrice de conception est diagonale. Chacun des spécifications peuvent être satisfaites indépendamment par un PC . C'est ce qu'on appelle une conception non couplée. Dans le second cas, la matrice est triangulaire. L'indépendance des spécifications peut être garantie si les PC sont déterminés dans un ordre approprié. C'est ce qu'on appelle une conception découplée. Le troisième cas, a une matrice de conception complète et aboutit à une conception couplée. Il faut l'éviter car tout le choix des PC ne satisfera pas l'axiome d'indépendance. L'axiome d'information fournit une métrique de sélection des meilleures conceptions quand il y en a plusieurs qui satisfont à l'axiome d'indépendance. La meilleure valeur pour les PC sélectionnés peut être obtenue en minimisant la quantité d'information. La quantité d'information I d'une conception donnée est la somme des quantités d'information de ses différents éléments :

$$I = \log \left(\frac{1}{p_1 p_2 \dots p_n} \right) \quad (III.22)$$

Où p_i est la probabilité de satisfaction de l'exigence de la $i^{\text{ème}}$ spécification et n est le nombre d'éléments de la conception.

III.2.4. Optimisation robuste

Les problèmes de conception robuste ont été résolus sur la base des techniques d'optimisation mathématique bien développées. [78, 86, 87]. Parce que la méthode de Taguchi utilise des variables de tableau et de conception qui sont définies dans un espace discret, il est difficile pour traiter une large gamme de conception. Généralement, une conception peut avoir de nombreuses contraintes de conception que la méthode de Taguchi peut ne pas résoudre. Parce que les techniques d'optimisation peuvent facilement gérer les contraintes, une optimisation robuste basée sur des techniques d'optimisation a été étudiée [88]. Dans un problème de conception général, nous

pouvons difficilement séparer la moyenne et la variance de variables de conception. Les techniques d'optimisation peuvent obtenir des variables de conception en considérant simultanément la moyenne et la variance. Le but de l'optimisation robuste est de résoudre ces problèmes.

Lorsque les variations (les incertitudes) sont modélisées de façon probabiliste, leur prise en compte affecte la robustesse et la fiabilité du système conçu. À ce stade, nous donnons un exemple simple dont l'incertitude peut impacter l'optimum d'un système.

La figure III.3 représente une fonction objectif f dépendant d'un unique paramètre x . Pour une configuration donnée, l'intervalle de variation possible pour le paramètre x va générer une variation de la performance du système. Par exemple, si $x_{optimal}$ est la valeur nominale de la variable de conception, une variation de 3σ de cette dernière peut faire varier la fonction performance f du point N au point M . Dans ce cas, la performance de la solution optimale est fortement altérée. Au contraire, si la valeur nominale de la variable de conception est égale à $x_{robuste}$, nous observons que l'impact sur la solution robuste est beaucoup plus faible pour une même variation de 3σ de la variable de conception (du point R au point S). En effet, la fonction objectif qui a un minimum au point N , où la fonction objectif peut changer radicalement par de petites variations des variables de conception. Ainsi, le minimum local au point R est préférable pour une conception robuste.

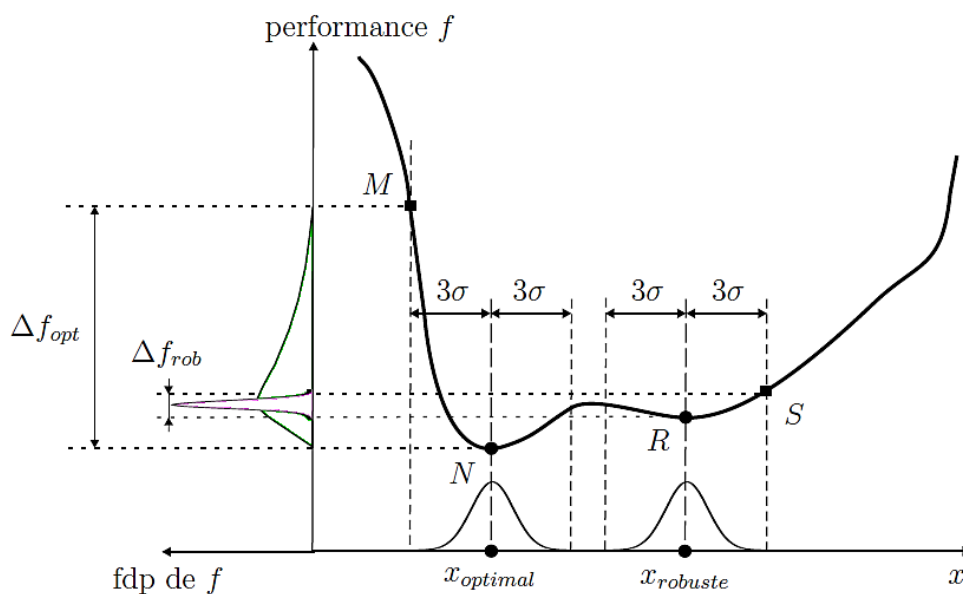


Figure III. 3 Optimisation statistique, recherche du minimum robuste [62]

Les variations des contraintes dues aux variations des variables et paramètres de conception peuvent être prises en compte. La robustesse des contraintes [78, 89, 90] signifie que toutes les

contraintes sont satisfaites dans la plage de tolérances pour les variables de conception, c'est-à-dire la région réalisable est réduite comme le montre la figure III.4.

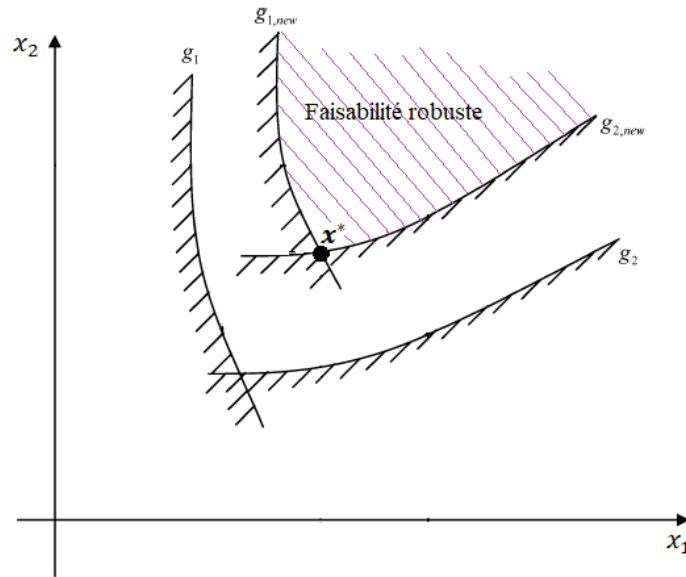


Figure III. 4 Décalage des frontières des contraintes

Le point de conception x^* de la figure III.4 est le point optimum robuste lorsque les variables de conception sont x_1 et x_2 .

Considérons maintenant la formulation d'une optimisation robuste comme suit :

Trouver

$$x \in R^n \quad (\text{III.23})$$

Pour minimiser

$$[\mu_F(x, p) \quad \sigma_F(x, p)] \quad (\text{III.24})$$

Sachant que

$$g_j(x + z^x, p + z^p) \leq 0 \quad j = 1, \dots, r \quad (\text{III.25})$$

$$x_L \leq x \leq x_u \quad (\text{III.26})$$

Notons que la fonction objectif dans l'équation (III.24) est défini en termes de la moyenne et de l'écart type, c'est-à-dire la variance. L'équation (III.24) signifie que toutes les contraintes doivent être satisfaites malgré les bruits dans les variables et les paramètres de conception. Par conséquent, des méthodes d'optimisation robuste ont été développées efficacement pour résoudre les problèmes définis comme dans les équations (III.23–III.26) [91].

Des méthodes de conception de tolérance ont été appliquées à une optimisation robuste, en remplaçant les inéquations caractérisant les contraintes, i.e.: $g_j \leq 0$, par les inéquations suivantes [92]:

$$g_{j,new} \equiv g_j + k\sigma_{g_j} \leq 0 \quad j = 1, \dots, q \quad (\text{III.27})$$

Où k est une constante définie par l'utilisateur en fonction de l'objectif de conception (k égale à 3 garantit le respect des contraintes 99,865 % du temps [62]). et σ_{g_j} désigne l'écart type de la contrainte g_j qui peut être approximé à partir l'expression suivante [93]:

$$\sigma_{g_j}^2 \cong \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{i=1}^l \left(\frac{\partial g_j}{\partial p_i} \right) \sigma_{p_i}^2 \quad (\text{III.28})$$

Si le bruit est donné par une plage, l'équation (III.26) peut être modifiée pour trouver le pire des cas de $g_{j,new}$:

$$g_{j,new} = g_j + k_j^x \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right| |z_i^x| + k_j^p \sum_{i=1}^l \left| \frac{\partial g_j}{\partial p_i} \right| |z_i^p| \quad (\text{III.29})$$

$$x_L \leq x + z^b \leq x_u \quad (\text{III.30})$$

Où $|z_i^x|$ et $|z_i^p|$ désignent les valeurs maximales des plages de tolérance et k_j^x et k_j^p sont des constantes définies par l'utilisateur en fonction du but de conception. Les équations (III.28) et (III.29) ont les premières dérivées de contraintes. Ainsi, les dérivées du second ordre des contraintes sont nécessaire si la programmation mathématique est utilisée comme optimiseur.

III.2.5.Méthodes basées sur les approches déterministes

Lorsque le problème de conception consiste à dimensionner un produit, l'approche de conception robuste est connue sous le terme de tolérancement (Caro et al. [61]). Dans le domaine purement déterministe de l'analyse numérique matricielle, le problème de la robustesse est connu sous l'appellation de conditionnement [94].

En effet, si f est la fonction performances du système à concevoir, ce système s'écrit sous la forme linéaire suivante :

$$f = Ax \quad (\text{III.31})$$

Où x est le vecteur des variables de conception, A est une matrice Jacobienne qui définit les paramètres de configuration du système. Le conditionnement k de la matrice A est défini par la relation suivante :

$$k = \|A^{-1}\| \|A\| = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (\text{III. 32})$$

Où σ_{max} et σ_{min} sont respectivement la plus grande et la plus petite valeur singulière.

A partir de l'équation (III. 32) on distingue les deux cas suivants :

- si $k_A \gg 1$: les performances du système peuvent être très sensibles aux variations des composantes de x ;
- si $k_A \approx 1$, les variations des performances sont du même ordre de grandeur que celles de x . Dans ce cas, la solution du problème de conception peut être considérée comme "robuste".

Dans le cas où les problèmes de conception peuvent être exprimés sous une forme explicite, nous pouvons utiliser l'approche de l'analyse de la sensibilité des performances d'un système mécanique [58]. Cette approche est décrite plus en détail dans la section suivante, puisque nous l'utilisons pour étudier la robustesse de systèmes mécaniques, et développer une nouvelle méthode de synthèse de tolérances.

Remarque

Certaines méthodes sont similaires à la conception robuste. Ce sont des méthodes de conception tenant compte de la fiabilité et de l'incertitude [95, 96]. Des terminologies d'optimisation peuvent être utilisées pour distinguer ces méthodes d'une conception robuste. La conception avec des incertitudes est similaire à l'optimisation robuste. Cependant, la robustesse de la fonction objective n'est pas prise en compte. Les distinctions sont faites en fonction des méthodes des premiers stades. De nos jours, les méthodes sont fusionnées, par conséquent, il peut ne pas être possible de les distinguer dans certaines applications [85].

III.3. SYNTHÈSE DE TOLÉRANCES DES MÉCANISMES

III.3.1. Introduction

Cette partie présente une procédure de synthèse de tolérance de mécanismes. Les valeurs optimales des variables de conception du mécanisme (les dimensions nominales optimales) sont supposées connues. Grâce à une approche d'analyse de sensibilité des performances, une méthode d'analyse de tolérances a été développée. La procédure d'analyse de tolérances sera illustrée par l'étude de trois types de robots, une machine de rééducation de genou, un robot parallèle planaires

et la plate-forme de Gough-Stewart.

Une prise en compte des incertitudes dès la phase de conception permet de mettre en place une conception robuste. La conception robuste est alors devenue un puissant outil de prise de décision sous incertitudes [77]. Plusieurs techniques sont donc développées qui prennent en compte l'effet des incertitudes sur les performances du produit dans le processus de conception [97-99]. En effet, pour réduire les variations des performances, la conception robuste consiste à trouver des valeurs « optimales » pour les paramètres de conception du produit.

III.3.2. Théorie de la distribution de la sensibilité des performances

Pour définir un problème de conception robuste, on a besoin de définir trois ensembles, à savoir [62] :

- a) Les variables de conception d'un mécanisme sont généralement ses dimensions (longueurs, orientation, etc.) dont les valeurs nominales de ces variables sont contrôlables. Ces variables sont regroupées dans le vecteur $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n]^T$ de dimension n .
- b) Les paramètres de conception décrivent l'environnement du système. Ils ne peuvent pas être contrôlés par le concepteur. Ces paramètres sont regroupés dans le vecteur $h = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_l]^T$ de dimension l .
- c) Les fonctions performances sont regroupées dans le vecteur $f = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_m]^T$ de dimension m .

Si on considère que, seulement l'effet des variables de conception sur la production et la conception du système, alors, la variation des performances causée par la variation des variables de conception peut être exprimée par l'expression linéaire suivante :

$$\delta f = J_y \delta y \quad (\text{III.33})$$

Avec : J_y est la matrice jacobienne de sensibilité qui décrit l'effet des variables de conception sur la performance du système. $\delta y = [\delta y_1 \ \delta y_2 \ \dots \ \delta y_n]^T$ est le vecteur des variations des variables de conception. Il est à noter que les composantes aléatoires de δy sont indépendantes et l'espace étendue (expanded) par ces composantes de δy est de dimension n . Cet espace est nommé espace de variation (variation space) [60]. Pour que la conception d'un mécanisme soit robuste, la sensibilité de ses performances aux variations des variables de conception doit être minimale. Cela revient à minimiser les variations f_i , c'est-à-dire la norme de δf . L'expression du carré de la norme euclidienne δf est définie comme suit :

$$\|\delta f\|_2^2 = \delta f^T \delta f = \delta y^T J_y^T J_y \delta y \quad (\text{III.34})$$

Posons :

$$S = J_y^T J_y \quad (\text{III.35})$$

S est nommée matrice de sensibilité est de dimension $n \times n$. Elle possède n vecteurs propres et n valeurs propres, son rang est égal au nombre des valeurs propres positives. La matrice S est diagonalisable et peut être exprimée sous la forme suivante :

$$S = P \text{diag}(\lambda_i) P^T \quad (\text{III.36})$$

Avec : $P = [p_1, \dots, p_i, \dots, p_n]$, $i \in 1, \dots, n$ et λ_i est la $i^{\text{ème}}$ valeur propre et p_i est le vecteur propre associé à λ_i . Dans l'espace des variations (dimension n), l'équation qui caractérise la distribution de la sensibilité des performances (performance sensitivity distribution) géométriquement est [62]:

$$\|\delta f\|_2 = \sqrt{\lambda_1 r_1^2 + \dots + \lambda_n r_n^2} \quad (\text{III.37})$$

Avec : $r = [r_1 \dots r_n]^T$: est la projection du vecteur des variations des variables de conception dans la base formée par les vecteurs colonnes de P , d'où :

$$\delta y = Pr \quad (\text{III.38})$$

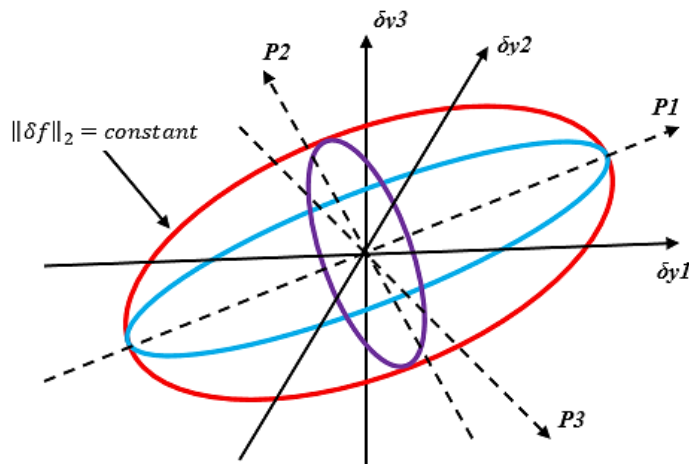


Figure III. 5 Illustration de l'hyper-ellipsoïde de sensibilité, pour n=3

Si la matrice S est une matrice définie positive, c.-à-d. $\text{rank}(S) = n$, $\lambda_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$. l'équation (III.37) représente une famille d'hyper-ellipsoïdes de dimension n et de paramètre $\|\delta f\|_2$ appelés hyper-ellipsoïdes de sensibilité. La Figure III.5 représente l'hyper-ellipsoïde de sensibilité d'un mécanisme ayant trois variables de conception : y_1, y_2 et y_3 . $\|\delta f\|_2 / \sqrt{\lambda_i}$ est la longueur du $i^{\text{ème}}$ demi-axe. Les longueurs des demi-axes sont inversement proportionnelles aux valeurs singulières σ_i ($\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$) de J_y . Les points situés sur la surface de l'ellipse ayant la même

norme de variation de performance $\|\delta f\|_2$. La performance est moins sensible aux variations dans la direction de p_1 et plus sensible aux variations dans la direction de p_3 .

Si la matrice S est une matrice définie semi-positive, d'où $rank(S) = r < n, \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{n-r} = 0$ et $0 < \lambda_{n-r+1} \leq \lambda_{n-r+2} \leq \dots \leq \lambda_n$. L'équation (III.37) représente une famille d'hyper-cylindroïdes, chaque cylindroïde possède $(n - r)$ axes principaux infinis.

En pratique, nous avons besoin de réduire les longueurs infinies des axes principaux d'un cylindroïde à certaines longueurs raisonnables, car la relation linéaire entre δf et δy décrite dans l'équation (III.33) n'est valable que si $\|\delta y\|_2$ est relativement petit. La méthode d'ajustement des longueurs des axes principaux est la suivante [60]:

Dans un nouvel espace qui s'appelle espace faisable « feasible space », tel que $S_f = \{\delta y, \delta y^T S \delta y \leq Y_r^2\}$, Y_r^2 : est la somme au carré de la performance individuelle de la tolérance, d'où :

$$\|\delta f\|_2^2 = \sum_{i=1}^m \Delta G_i^* = Y_r^2 \quad (\text{III.39})$$

Tel que, $\Delta G_i^*, i = 1, \dots, n$ sont les tolérances performantes (performance tolerances).

Zhu [60], donnait une nouvelle expression des valeurs propres λ_i :

$$\hat{\lambda}_i = \max\left(\lambda_i, \frac{Y_r^2}{K^2 \|\hat{Y}\|_2^2}\right), i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{III.40})$$

Et les longueurs des n axes principaux sont :

$$a_i = \frac{Y_r}{\sqrt{\hat{\lambda}_i}} \quad (\text{III.41})$$

D'où : K est un coefficient de modification, peut être choisi entre 0.03 et 0.05 selon [100, 101].

$$\|\hat{Y}\|_2 = \sqrt{\hat{y}_1^2 + \hat{y}_2^2 + \dots + \hat{y}_n^2} \quad (\text{III.42})$$

\hat{y}_i : valeurs nominales des variables de conception. Une matrice \hat{S} peut être reconstruite en tant que :

$$\hat{S} = P \hat{D} P^T \quad (\text{III.43})$$

Avec : $\hat{D} = \text{diag}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_n)$, et \hat{S} : est désignée comme la matrice de conception caractéristique correspondant à l'espace faisable. D'après [76], la sensibilité S_e est définie par le ratio de la norme euclidienne des variations des performances et celle des variations des variables de conception.

$$\sigma_{min} \leq S_e = \frac{\|\delta f\|_2}{\|\delta y\|_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1 r_1^2 + \dots + \lambda_n r_n^2}{r_1^2 + \dots + r_n^2}} \leq \sigma_{max} \quad (\text{III.44})$$

S_e est bornée par la plus petite valeur singulière σ_{min} et la plus grande valeur singulière σ_{max} de la matrice jacobienne J_y .

III.3.3. Développement d'une boîte de tolérances dénotée Brahmia-BT

Pour l'analyse de tolérances, nous utilisons une méthode déterministe basée sur l'analyse matricielle numérique, cette méthode nécessite une relation linéaire entre les performances du système à concevoir et les variables de conception.

Dans notre méthode de conception, nous ne prétendons pas arriver au tolérancement complet de chacune des pièces (c'est à dire au dessin de définition qui spécifie toutes leurs dimensions et leurs tolérances de chacune d'entre elles). A notre niveau de concepteur, nous donnons les indications sur les dimensions principales.

Pour rendre la solution robuste, nous devons minimiser la sensibilité aux variations dimensionnelles, c'est-à-dire les tolérances dimensionnelles doivent être de petites valeurs, ce qui rend le coût de fabrication élevé. Donc, le problème est de minimiser le coût de fabrication en respectant toujours la contrainte sur l'erreur de position (si la performance est la précision). Dans le cadre de notre technique de dimensionnement pour le calcul de tolérances, une approche séquentielle en deux étapes est proposée. Dans la première étape (première optimisation). La méthode du Boite de Tolérances est utilisée pour la synthèse des tolérances. Il considère qu'une variation des variables de conception, situé sur la frontière de l'hyper-ellipsoïde ($\xi(\|\delta f\|_{max})$), génère une variation des performances de normale égale à $\|\delta f\|_{max}$. Les tolérances dimensionnelles optimales Δy_{iopt} sont calculées en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_u \prod_{i=1}^k |u_i| \\ \text{tel que } U(u_1, u_2, \dots, u_k) \in \xi(\|\delta f\|_{max}) \\ u_i \cdot \text{Sing}(V_i) \geq 0, i = 1, \dots, k \\ |u_i| \geq \Delta y_{imin}, i = 1, \dots, k \end{array} \right.$$

Δy_{imin} est la tolérance dimensionnelle minimale tolérée pour y_i .

Les tolérances optimales Δy_{iopt} (Figure III.6) des variables de conception y_i sont directement déduites du vecteur U , solution du problème d'optimisation précédent :

$$\Delta y_{iopt} = |u_i|, i = 1, \dots, k \quad (\text{III.45})$$

Le point U doit appartenir à $\xi(\|\delta f\|_{max})$ si et seulement si $U^T J_y^T J_y U = \|\delta f_{max}\|_2^2$. V est le vecteur propre associé à la valeur singulière maximale de la matrice Jacobienne de sensibilité J_y . Sachant que le vecteur $U(u_1, u_2, \dots, u_k)$ ce n'est autre que le vecteur $\Delta y_{opt}(\Delta y_{1opt}, \Delta y_{2opt} \dots \Delta y_{kopt})$.

Alors, la deuxième étape (deuxième optimisation) consiste à optimiser le vecteur $U(u_1, u_2, \dots, u_k)$ vers une solution plus robuste ($U^*(u_{1opt}^*, u_{2opt}^*, \dots, u_{kopt}^*)$) ou $(\Delta y_{rob}(\Delta y_{1rob}, \Delta y_{2rob}, \dots, \Delta y_{krob}))$. Cette optimisation nécessite l'introduction du critère de sensibilité des paramètres de conceptions. Cependant, on doit choisir le paramètre le plus influent sur la sensibilité du robot manipulateur (soit Δy_{jopt}), ensuite, on fait multiplier ce paramètre par un coefficient de réduction $K1$ qui sera déterminé par la suite. En effet, la procédure du choix de la variable de conception pour laquelle le robot manipulateur est plus sensible a été effectué dans le chapitre précédent (chapitre II).

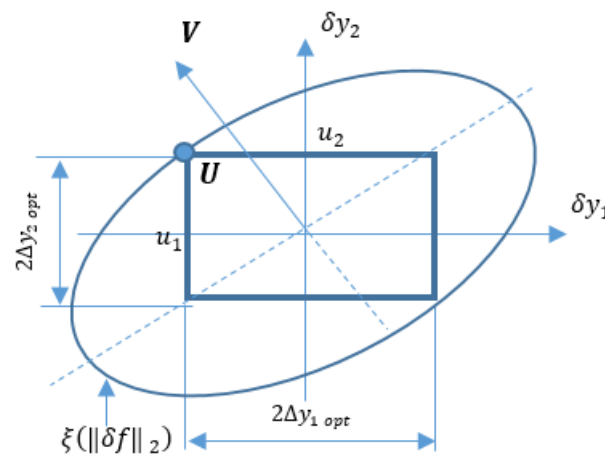


Figure III. 6 Boîte de tolérance pour les variables de conception, $k = 2$

Après la détermination de la tolérance Δy_{iopt} , on refait le calcul d'optimisation avec la nouvelle contrainte suivante :

$$u_{jopt}^* = K1 \cdot u_{jopt}, j = 1, \dots, m \quad (\text{III.46})$$

Tel que :

m : le nombre des erreurs principales (les dimensions pour lequel le robot manipulateur est plus sensible).

Pour ne pas avoir des tolérances trop serrées de Δu_{jopt}^* , il faut choisir une valeur du coefficient $K1$ tel que $K1 \cdot u_{jopt} \leq \Delta u_{jopt}$, soit $0.7 \leq K1 \leq 0.9$. Le choix du coefficient $K1$, doit se faire de

telle sorte que la valeur de la tolérance Δu_{jopt}^* , ne doit pas être inférieure à la valeur de la tolérance dimensionnelle tolérée pour les variables y_{iopt} .

Pour le calcul des nouvelles tolérances dimensionnelles, on résout le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\Delta u_{opt}^*} \prod_{i=1}^k |u_{iopt}^*| \\ \text{tel que } U_{opt}^* (u_{1opt}^*, \dots, u_{kopt}^*) \in \xi \\ u_{jopt}^* = K1. u_{jopt}, j = 1, \dots, m \\ |u_{iopt}^*| \geq \Delta y_{imin}^*, i = 1, \dots, k \end{array} \right.$$

Tel que :

Δy_{imin}^* : est la nouvelle tolérance dimensionnelle minimale tolérée pour la dimension nominale y_i qui possède l'erreur principale δy_{iopt} .

Les tolérances robustes Δy_{irob} (Figure III.7) des variables de conception y_i , solution du problème d'optimisation précédent sont données par :

$$\Delta y_{irob} = |u_{iopt}^*|, i = 1, \dots, k \quad (\text{III.47})$$

Par conséquent, La nouvelle boîte de tolérance, nommée Brahmia-BT indiquée sur la Figure III.7 contient des tolérances plus larges et en même temps garantit une variation de performance qui ne dépasse pas la norme maximale $\|\delta f\|_{max}$, et aussi ne comprenant pas des pièces défectueuses (rejets).

Cette technique permet de diminuer la tolérance d'un seul paramètre et d'augmenter les tolérances de tous les autres paramètres, ce qui rend la fabrication des mécanismes moins coûteuse.

La figure III.7, illustre notre méthode de synthèse de tolérances, par rapport aux travaux effectués par Jianmin [60] et Caro [62]. On remarque que la boîte de tolérances nommée Jianmin-BT est la plus large mais comprend des pièces défectueuses (des rebuts), i.e. des mécanismes dont la norme des variations des performances est supérieure à $\|\delta f\|_{max}$. Tandis que la boîte de tolérances nommée Caro-BT est la plus volumineuse et ne contenant pas des pièces défectueuses. Notre boîte de tolérances nommée Brahmia-BT, en plus qu'elle ne contient pas des pièces défectueuses, elle permet d'obtenir des tolérances plus larges avec un coût de fabrication minimum par rapport à la boîte de tolérances Caro-BT.

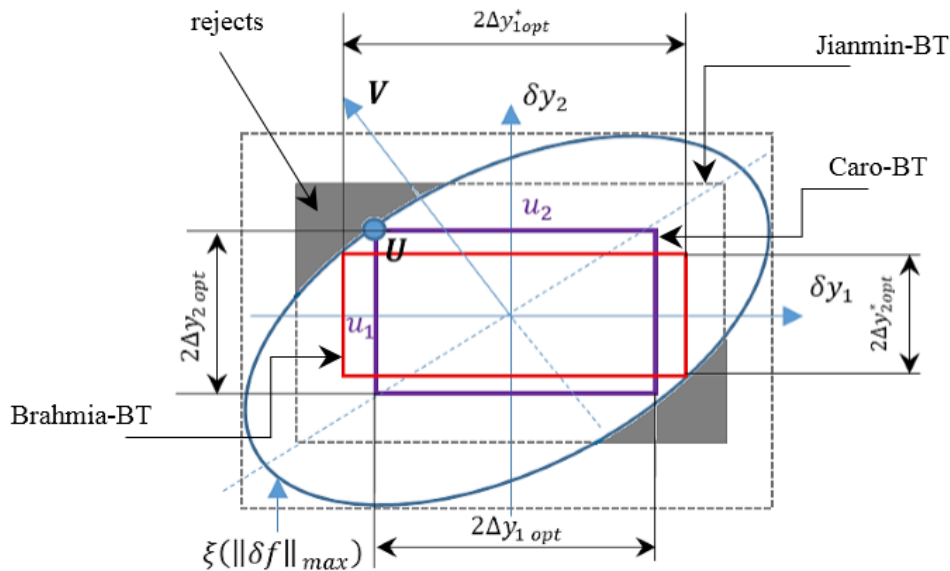


Figure III. 7 Illustration de la boîte de tolérance pour les variables de conception optimale, $k = 2$.

III.4. CONCLUSION

Dans ce chapitre on a présenté une nouvelle méthode de synthèse de tolérance pour le calcul des tolérances dimensionnelles robustes. Cette méthode est basée sur les approches déterministes. Dans le cadre de notre approche de dimensionnement, une procédure séquentielle en deux étapes est proposée. Dans la première étape, la méthode du Boite de Tolérances est utilisée pour la synthèse des tolérances. Elle vise à maximiser le volume de la boîte de tolérance incluse dans tous les ellipsoïdes de sensibilité du robot manipulateur étudié. Les tolérances dimensionnelles trouvées dans ce cas, ce sont des valeurs optimales. Pour trouver les valeurs robustes des tolérances dimensionnelles, on a procédé à la deuxième étape, d'où on a optimisé le vecteur des tolérances dimensionnelles optimales vers une solution plus robuste par l'utilisation de notre boîte de tolérances nommée Brahmia-BT. Notre boîte de tolérance, en plus qu'elle ne contient pas des pièces défectueuses, elle permet d'obtenir des tolérances plus larges avec un coût de fabrication minimum.

CHAPITRE

IV

APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION ROBUSTE DE LA MACHINE DE REEDUCATION DE GENOU A 1 DDL

INTRODUCTION.....	56
IV.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DE LA MACHINE	56
IV.2. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DE LA MACHINE	58
IV.3. ANALYSE DE LA SENSIBILITE : CALCUL DES INDICES <i>SI</i> , <i>GSI</i> ET <i>VSI</i>	59
IV.4. SYNTHESE DE TOLERANCE DE LA MACHINE.....	62
IV.4.1. Calcul des tolérances optimales <i>$\Delta y_{i\text{opt}}$</i>	62
IV.4.2. Optimisation du vecteur des tolérances optimales <i>$\Delta y_{i\text{opt}}$</i>	63
IV.4.3. Interprétation des résultats	65
IV.5. CONCLUSION	65

APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION ROBUSTE DE LA MACHINE DE REEDUCATION DE GENOU A 1 DDL

CHAPITRE IV

INTRODUCTION

Dans cette application on utilise notre méthodologie de conception pour trouver les tolérances robustes de la machine de rééducation de genou à 1 *ddl*. En première étape, on réalise une analyse de sensibilité pour trouver les paramètres les plus influents sur la sensibilité de la machine. Ensuite, on procède à la deuxième étape, d'où l'utilisation des paramètres les plus influents est nécessaire pour trouver les valeurs robustes des tolérances dimensionnelles.

IV.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DE LA MACHINE

C'est une machine de rééducation de genou (Figure IV.2), leur conception est effectuée au niveau du laboratoire LGMM, elle comporte, un transfert linéaire actionné par un motoréducteur qui se met en mouvement à l'aide de la rotation d'une vis de transmission L_4 (Figure IV.2a), assurant ainsi la translation L_5 . Cette dernière met alors en mouvement un support mobile (segment-jambe et segment-cuisse (Figure IV.2b)) réalisant la rotation L_2 , permettant ainsi la flexion/extension du pied. Le segment-cuisse assure la liaison entre le segment-jambe (liaison pivot) et le bâti à travers une liaison pivot L_1 .

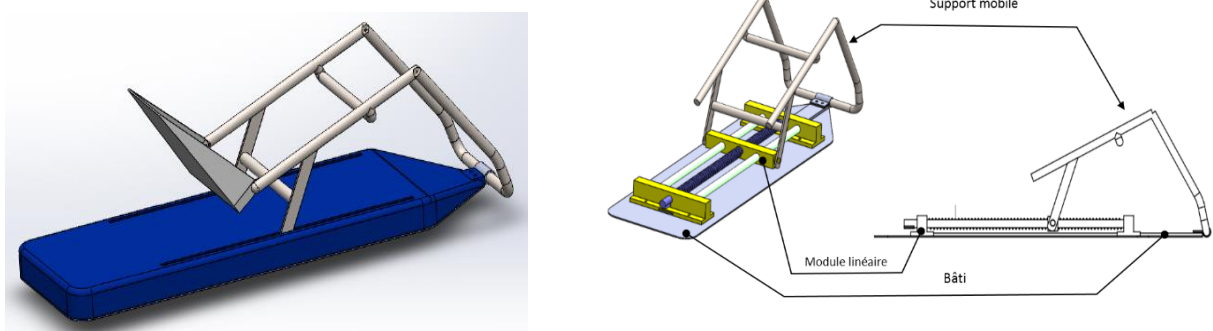


Figure IV. 1 Machine de rééducation de genou

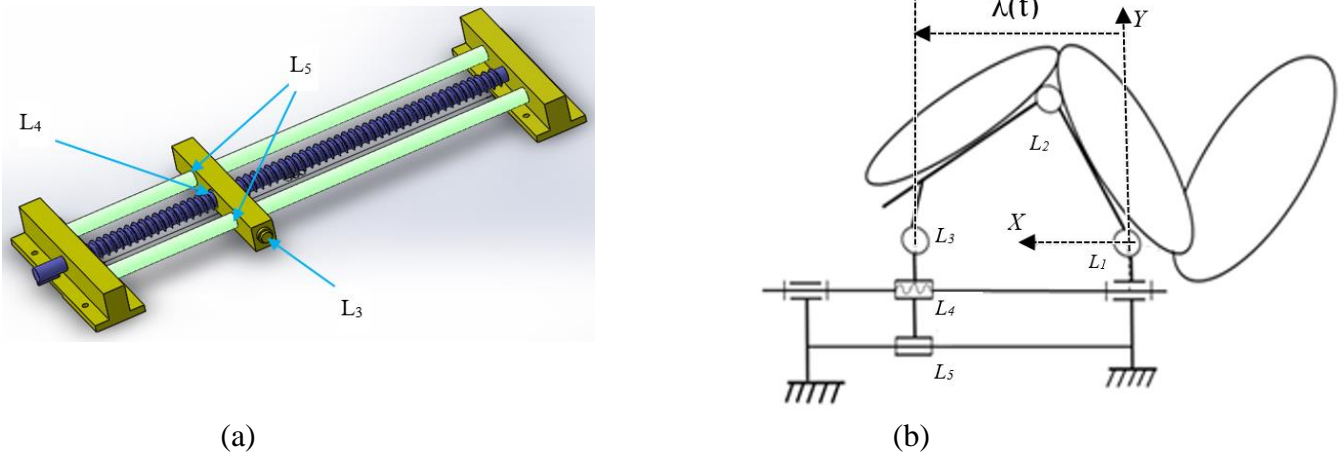


Figure IV. 2 Module linéaire (a) et concept cinématique de la machine (b)

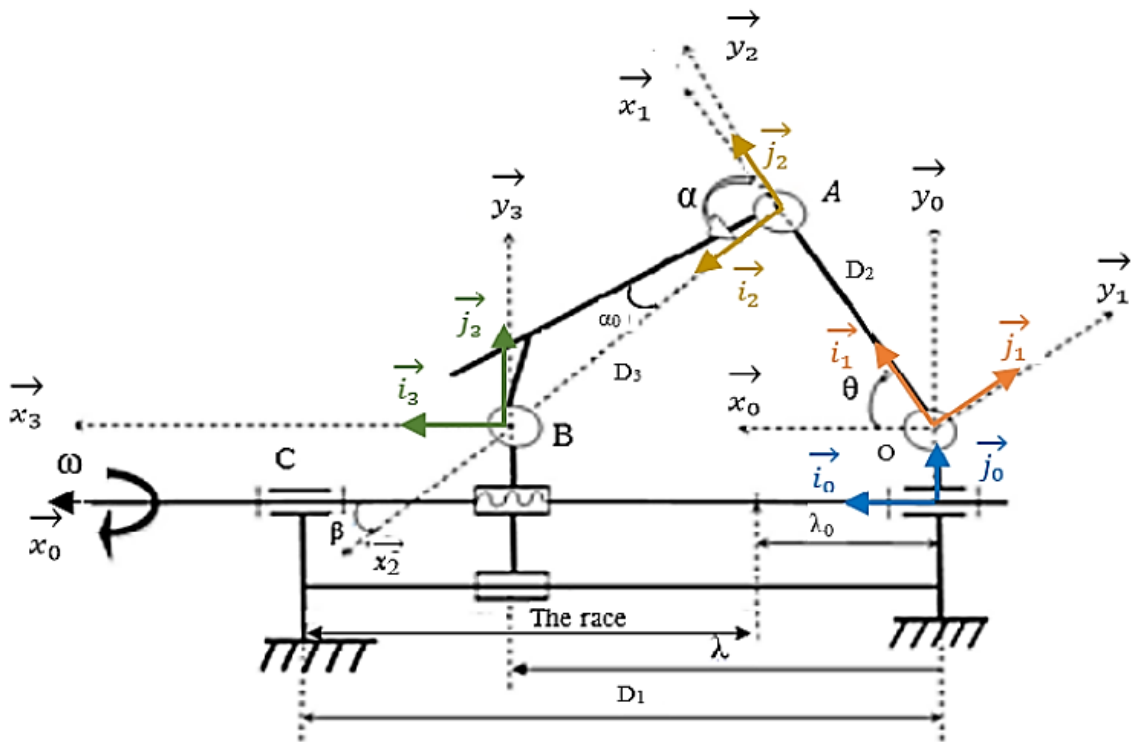


Figure IV. 3 Mécanisme et chaîne cinématique de la machine

Les paramètres géométriques de la machine sont :

D_1 : longueur du bâti

D_2 : longueur du segment cuisse

D_3 : longueur du segment-jambe

λ : Course effectuée par le module linéaire

Pratiquement, les liaisons L_3 , L_4 et L_5 se situent dans le plan horizontal, et possédant le même centre B , ce qui fait, les point O , B et C sont alignés.

IV.2. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DE LA MACHINE

Si on considère que l'erreur de position est au point de l'articulation du genou, c-à-d au point A alors, selon la Figure IV.3, le vecteur position du point A peut être exprimé comme suit :

$$\overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} A_x \vec{x}_0 \\ A_y \vec{y}_0 \end{bmatrix} = D_2 \vec{t}_1 \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

$$\vec{t}_1 = \cos(\theta) \vec{t}_0 + \sin(\theta) \vec{j}_0 \quad (\text{IV.2})$$

Remplaçons le vecteur unitaire \vec{t}_1 par son expression dans l'équation (IV.1), on obtient :

$$\overrightarrow{OA} = D_2 \cos(\theta) \vec{t}_0 + D_2 \sin(\theta) \vec{j}_0 \quad (\text{IV.3})$$

Après différentiation de l'équation (IV.3), on obtient :

$$\delta \overrightarrow{OA} = (\delta D_2 \cos(\theta) - D_2 \delta \theta \sin(\theta)) \vec{t}_0 + (\delta D_2 \sin(\theta) + D_2 \delta \theta \cos(\theta)) \vec{j}_0 \quad (\text{IV.4})$$

$\delta \overrightarrow{OA}$ est l'erreur de position de la machine. De même, δD_2 et $\delta \theta$ dénotent les variations de D_2 et θ respectivement.

Le vecteur position du point A peut-être aussi exprimé comme suit :

$$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} \quad (\text{IV.5})$$

Sachant que :

$$\begin{cases} \overrightarrow{CB} = (-D_1 + OB) \vec{t}_0 \\ \overrightarrow{BA} = -D_3 \cos(\beta) \vec{t}_3 + D_3 \sin(\beta) \vec{j}_3 \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

Et :

$$\begin{cases} \vec{t}_3 = \vec{t}_0 \\ \vec{j}_3 = \vec{j}_0 \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

La relation (IV.5) devienne :

$$\overrightarrow{CA} = (-D_1 - D_3 \cos(\beta) + OB) \vec{t}_0 + D_3 \sin(\beta) \vec{j}_0 \quad (\text{IV.8})$$

La différentiation de l'équation (IV.8) donne :

$$\delta \vec{CA} = (-\delta D_1 - \delta D_3 \cos(\beta) + D_3 \delta \beta \sin(\beta)) \vec{i}_0 + (\delta D_3 \sin(\beta) + D_3 \delta \beta \cos(\beta)) \vec{j}_0 \quad (IV.9)$$

$\delta \beta$ dénote la variations de β .

Remarque

$\delta \vec{OB} = \vec{0}$, parce que la distance \vec{OB} ne représente pas un segment qui possède un intervalle de tolérance.

L'erreur de position calculée par $\delta \vec{OA}$ est la meme erreur calculée par $\delta \vec{CA}$, alors, les équations (IV.4) et (IV.9) peuvent être exprimées sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\delta A = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\theta) & -\cos(\beta) \\ 0 & \sin(\theta) & \sin(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta D_1 \\ \delta D_2 \\ \delta D_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D_2 \sin(\theta) & D_3 \sin(\beta) \\ D_2 \cos(\theta) & D_3 \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \theta \\ \delta \beta \end{bmatrix} \quad (IV.10)$$

On peut écrire aussi :

$$\delta A = J \delta P \quad (IV.11)$$

Tell que :

$$J = [H_L \ H_A], \ \delta P = [\delta L \ \delta Q]^T$$

Avec :

$$H_L = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\theta) & -\cos(\beta) \\ 0 & \sin(\theta) & \sin(\beta) \end{bmatrix}, \ H_A = \begin{bmatrix} -D_2 \sin(\theta) & D_3 \sin(\beta) \\ D_2 \cos(\theta) & D_3 \cos(\beta) \end{bmatrix}, \ \delta L = \begin{bmatrix} \delta D_1 \\ \delta D_2 \\ \delta D_3 \end{bmatrix}, \ \delta Q = \begin{bmatrix} \delta \theta \\ \delta \beta \end{bmatrix} \quad (IV.12)$$

IV.3. ANALYSE DE LA SENSIBILITE : CALCUL DES INDICES *SI*, *GSI* ET *VSI*

Pour examiner la source d'erreur qui peut déclencher une erreur plus importante pour la machine de rééducation de genou, nous pouvons définir toutes les sources d'erreurs au même niveau dans sa propre catégorie. A cet effet, les sources d'erreurs sont classées en deux groupes en fonction de leurs unités (comme indiqué dans l'équation (II.10)).

Dans cette application, les indices de sensibilité d'erreurs *SI*, *GSI* et *VSI* sont définis pour révéler l'influence d'une composante d'erreur sur l'erreur de position de la machine de rééducation de telle sorte que la source principale d'erreur puisse être choisie de manière raisonnable. En se basant sur l'équation (II.25), et lorsque seules les sources d'erreurs linéaires sont prises en compte, les *GSI* des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position calculée au point A (point

d'articulation du genou) peuvent être démontrées dans la Figure IV.4. On peut remarquer selon la Figure IV.4, que l'effet le plus important des *GSI* est celle de δD_3 , ce qui signifie que cette erreur ayant la plus grande influence moyenne sur l'erreur de position de la machine de rééducation par rapport à toutes les autres erreurs géométriques. Par conséquent, δD_3 est l'erreur la plus importante qu'on doit tenir en considération lors du processus de conception. En revanche, la composante d'erreur linéaire $\delta D_1(y)$ n'a aucune influence sur l'erreur de position.

De même, en se basant sur la même équation (II.25), et quand seules les erreurs angulaires sont prises en compte, les *GSI* des sources d'erreurs angulaires sur la position d'articulation du genou peuvent être illustrées sur la Figure IV.5. On peut remarquer selon la Figure IV.5, $\delta\theta$ présente une influence moyenne plus importante sur l'erreur de position de la machine de rééducation de genou que la source d'erreur $\delta\beta$.

Selon l'équation (II.26), les *VSI* de la composante d'erreur linéaire sur l'erreur de position de la machine de rééducation sont exprimées sur la Figure IV.6. On peut remarquer selon la Figure IV.6, δD_3 ayant le plus grand *VSI*, ce qui indique que la fluctuation du *LSI* autour du *VSI* est plus importante que les autres sources d'erreurs. Les *VSI* des composantes d'erreurs angulaires sur l'erreur de position de l'effecteur sont démontrées sur la Figure IV.7. On peut remarquer selon la Figure IV.7, que les effets des composantes d'erreurs angulaires $\delta\theta$ varient considérablement. Ces composantes d'erreurs angulaires nécessitent plus de considération dans la phase de conception.

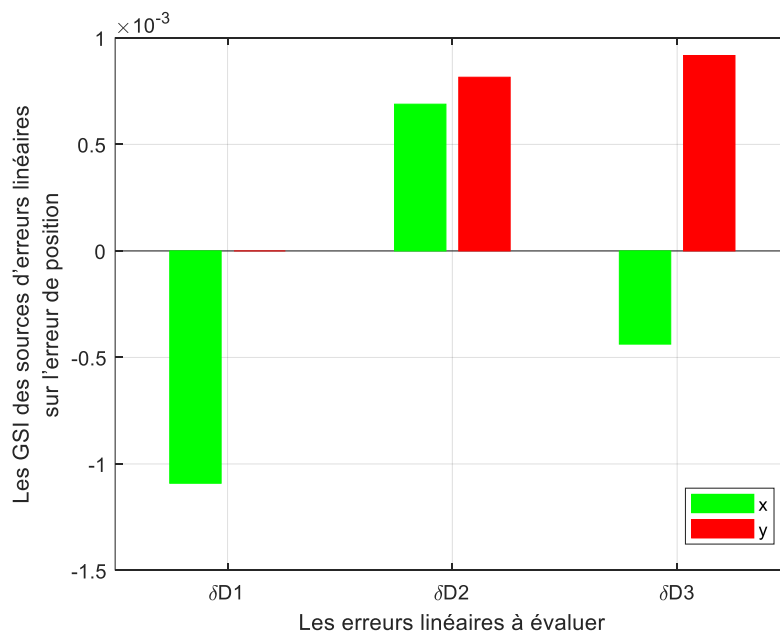


Figure IV. 4 *GSI* des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position

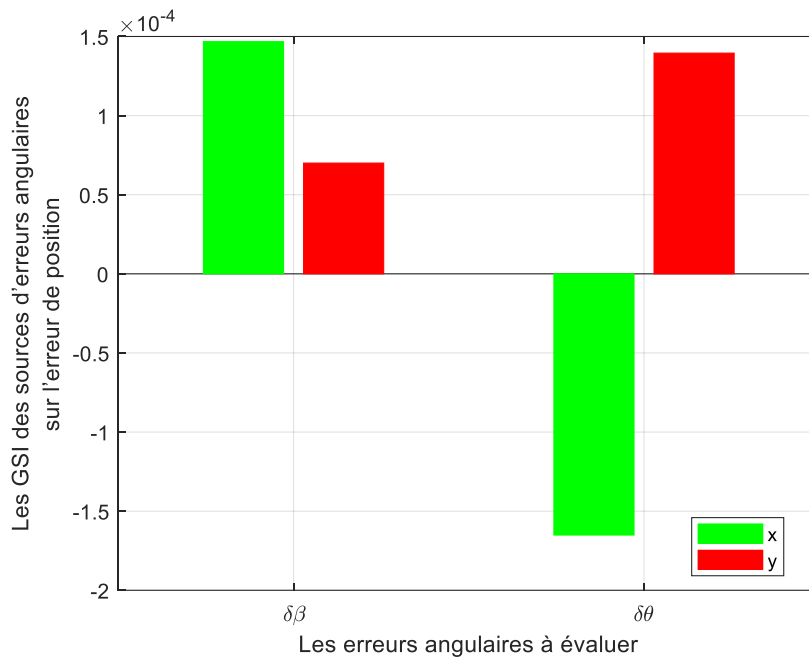


Figure IV. 5 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position

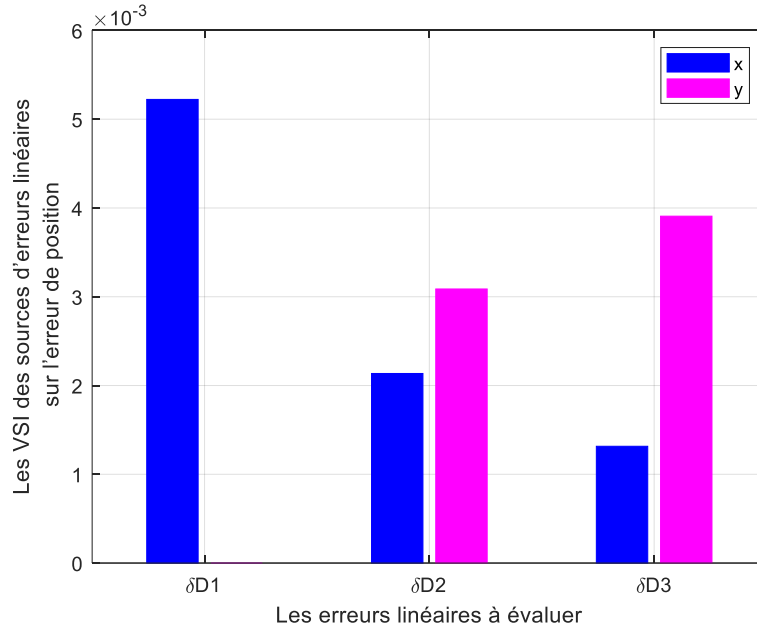


Figure IV. 6 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position

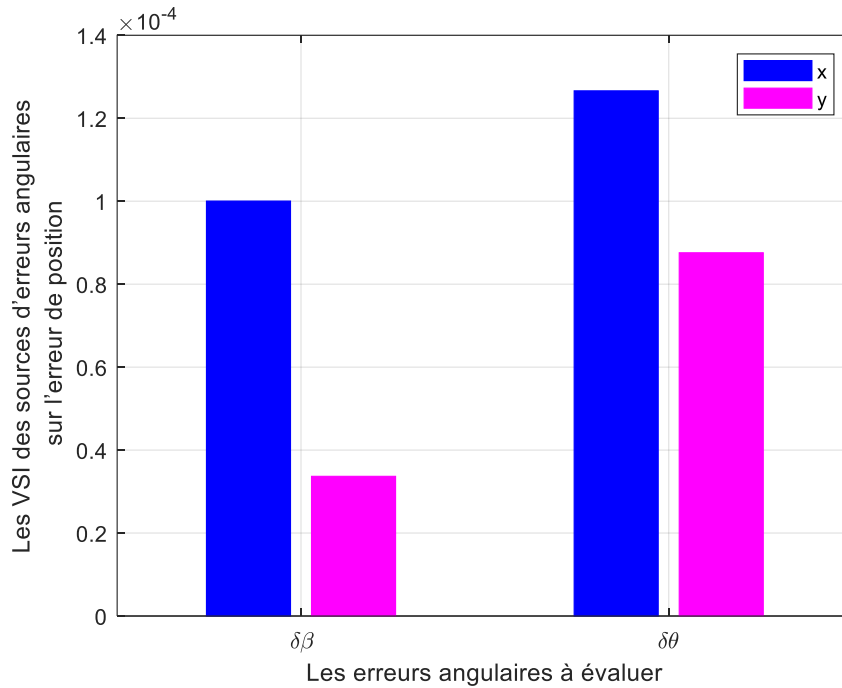


Figure IV. 7 VSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position

IV.4. SYNTHÈSE DE TOLÉRANCE DE LA MACHINE

IV.4.1. Calcul des tolérances optimales Δy_{iopt}

Si on considère seulement les variations des paramètres dimensionnels, la relation (IV.10) devient :

$$\delta A = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\theta) & -\cos(\beta) \\ 0 & \sin(\theta) & \sin(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta D_1 \\ \delta D_2 \\ \delta D_3 \end{bmatrix} \quad (IV.13)$$

Avec :

δD_1 : Représente la variation de la longueur D_1 (la longueur nominal : $D_1 = 0.8 \text{ m}$)

δD_2 : Représente la variation de la longueur D_2 (la longueur nominal : $D_2 = 0.45 \text{ m}$)

δD_3 : Représente la variation de la longueur D_3 (la longueur nominal : $D_3 = 0.4 \text{ m}$)

L'expression (IV.13) exprime la relation entre l'erreur de position de la machine de rééducation (au point A), δA (variation des performances) et les variations dimensionnelles $\delta D_i, i = 1, \dots, 3$, ce qui concide avec la définition de la section III.3.2. ($\delta f = J_y \delta y$ (équation (III.33))).

Pour calculer les ellipsoïdes de sensibilité, on a sélectionné quinze points représentatifs distribués dans la course λ de la machine de rééducation. La matrice de sensibilité S (équation (III.35)) est une matrice définie semi-positive, d'où $rank(S) = 2 < n$ ($n = 3, \lambda_1 = 0$). L'équation (III.37) représente une famille d'hyper-cylindroïdes, chaque cylindroïde possède un axe principal infinis.

A partir de l'équation (III.35) les valeurs propres du cylindroïde le plus contraignant sont calculés. Ces valeurs propres sont : $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0.2215, \lambda_3 = 2.7705$. A partir de l'équation (III.39) : $Y_r^2 = (0.05)^2 = 0.0005$ ($\|\delta f\|_2^2 = (0.05)^2$: Valeur imposée de la précision, égale à 50 μm). Prenons le coefficient de modification $K = 0.03$. Les valeurs propres de l'espace faisable peuvent être obtenues à partir de l'équation (III.40). Ces valeurs propres sont : $\hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = 1.5588, \hat{\lambda}_3 = 2.7705$. Avec les valeurs propres et les vecteurs propres P_i obtenus précédemment, la matrice caractéristique $\hat{S} = P\hat{D}P^T$ peut être ensuite construite (équation (III.43)). L'ellipsoïde de sensibilité le plus contraignant dénoté ξ_{crit} est utilisé dans le problème d'optimisation pour calculer les tolérances optimales. Pour calculer les tolérances dimensionnelles $\Delta D_{i_{opt}}$, des longueurs D_i , le problème d'optimisation suivant est utilisé :

$$\begin{cases} \max_u |u_1 \ u_2 \ u_3| \\ \text{tel que } U(u_1, u_2, u_3) \in \xi_{crit} \\ u_i \cdot \text{Sign}(V_i) \geq 0, i = 1, \dots, 3 \\ |u_i| \geq 0.01 \text{ mm}, i = 1, \dots, 3 \end{cases}$$

La contrainte $|u_i| \geq 0.01 \text{ mm}$ est la tolérance dimensionnelle tolérée pour les dimensions nominales D_i . La solution du problème d'optimisation est calculée à l'aide de la fonction **fmincon** de Matlab. Les résultats sont illustrés dans le tableau IV.1 ($-\Delta D_{i_{opt}} \leq \delta D_i \leq \Delta D_{i_{opt}}$).

Tableau IV. 1 Tolérances optimisées (mm) des dimensions de la machine de rééducation de genou

u_1	u_2	u_3
-0.022576	0.017441	0.018183
$\Delta D_{1_{opt}}$	$\Delta D_{2_{opt}}$	$\Delta D_{3_{opt}}$
0.022576	0.017441	0.018183

IV.4.2. Optimisation du vecteur des tolérances optimales $\Delta y_{i_{opt}}$

L'étude de la sensibilité de la machine de rééducation a montré que la tolérance dimensionnelle $\Delta D_{3_{opt}}$ est la plus influente sur la sensibilité la machine (en termes de précision). Alors, selon notre technique de calcul de la boîte de tolérance Brahmia-BT, le paramètre

dimensionnel qui sera ciblé par la réduction est ΔD_{3opt} . Donc, selon l'équation (III.46), la valeur de la tolérance dimensionnelle ΔD_{3opt}^* est calculée comme suite :

$$\Delta D_{3opt}^* = K1. \Delta D_{3opt} \quad (IV.14)$$

Telle que ΔD_{3opt}^* correspond a u_{3opt}^* .

Dans le présent travail, on prend $K1 = 0.7$, (c'est une valeur qui n'est pas optimisée. Car ce qui nous intéresse dans le travail, c'est de ne pas avoir des tolérances trop serrées). Alors, la valeur de Δy_{jopt}^* est : $\Delta D_{3opt}^* = 0.012176 \text{ mm}$. Le calcul des nouvelles valeurs robustes optimales (Δy_{irob}) des tolérances dimensionnelles Δy_{iopt}^* est effectué par le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\Delta u_{iopt}^*} \prod_{i=1}^3 |u_{iopt}^*| \\ \text{tel que } U_{opt}^*(u_{1opt}^*, u_{2opt}^*, u_{3opt}^*) \in \xi_{crit} \\ u_{3opt}^* = 0.012176 \text{ mm} \\ |u_{iopt}^*| \geq \Delta y_{imin}^*, i = 1, \dots, 3 \end{array} \right.$$

Où Δy_{imin}^* est la tolérance minimale du longueur y_i . En supposant que $\Delta y_{imin}^* = 0.01 \text{ mm}$, la solution du problème d'optimisation converge vers les résultats mentionnés dans le tableau IV.2. La fonction **fmincon** du Matlab est utilisée pour résoudre le problème d'optimisation.

Tableau IV. 2 Valeurs des tolérances (mm) pour la première et la deuxième optimisation et pour $K1 = 0.7$ de la machine de rééducation de genou

	1 ^{ère} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{opt}	2 ^{ème} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{rob} par l'optimisation du vecteur Δy_{opt} et réduction du ΔLD_{3opt}	Pourcentage d'augmentation des tolérances du vecteur Δy_{opt} (%)
ΔD_1	0.022576	0.023793	5.39
ΔD_2	0.017441	0.021292	22.08
ΔD_3	0.018183	0.012728	- 30
ΔC_{moy}	0.0338	0.0302	Augmentation de la précision par 10.65 %

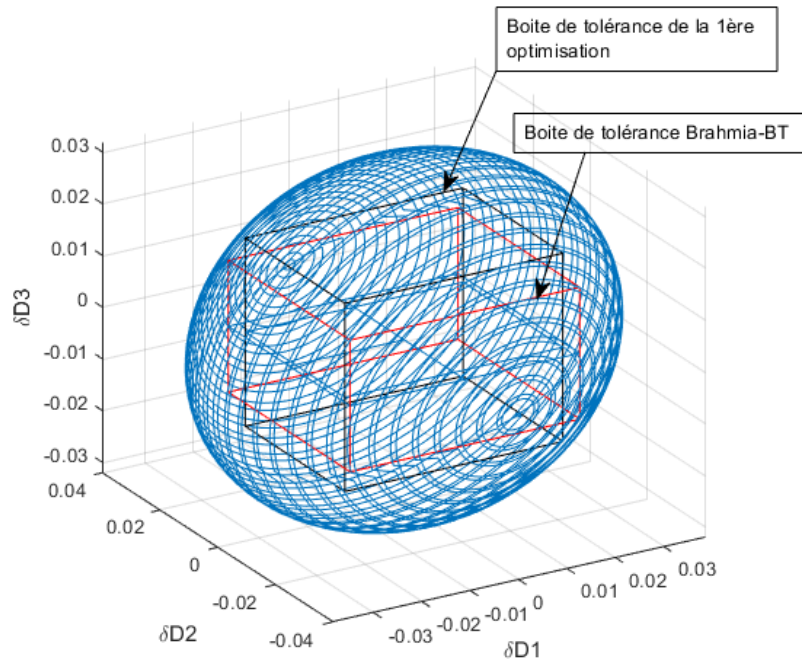


Figure IV. 8 Ellipsoïde critique et boîte de tolérance optimale robuste Brahmia-BT

La Figure IV.8 représente la boîte de tolérance optimale robuste des longueurs D_1 , D_2 et D_3 de la machine de rééducation du genou. Cette boîte est comprise à l'intérieur de l'ellipse de sensibilité critique ξ_{crit} .

IV.4.3. Interprétation des résultats

Dans cette application, nous avons effectué une réduction du paramètre le plus influent sur la sensibilité du robot (ΔD_{3opt}), où ce paramètre a été réduit de 30 % par rapport à sa valeur initiale. Cependant, la recherche de la boîte de tolérance la plus volumineuse ne comprenant pas des pièces défectueuses, a conduit à l'augmentation de toutes les autres tolérances (Δy_{rob} (tableau IV.2)). Dans ce cas, la valeur moyenne des erreurs de position (ΔC_{moy}) calculée au point A (point d'articulation du genou) pour les 15 postures de la machine de rééducation a été diminuée par rapport à sa valeur initiale de 10.65 %, ce qui implique l'amélioration de la précision de la machine.

IV.5. CONCLUSION

Dans cette application, en première étape, nous avons réalisé une analyse de la sensibilité de la machine de rééducation de genou. La sensibilité des composantes d'erreurs linéaires et angulaires est établie par le calcul des indices SI , GSI et VSI . Les résultats de l'analyse de sensibilité montrent que les paramètres les plus influents sur la sensibilité de la machine sont δD_3 pour les

paramètres linéaires et $\delta\theta$ pour les paramètres angulaires, ces paramètres doivent être donnés beaucoup plus de considération.

Dans la deuxième étape, nous avons calculé la boîte de tolérances robuste Brahmia-BT de la machine de rééducation. Ensuite, les tolérances dimensionnelles robustes sont extraites à partir de cette boîte.

APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION ROBUSTE DU ROBOT PAR2 A 2 DDL

INTRODUCTION.....	67
V.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DU ROBOT MANIPULATEUR PAR2	67
V.2. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DU ROBOT PAR2.....	69
V.3. ANALYSE DE LA SENSIBILITE : CALCUL DES INDICES <i>SI</i> , <i>GSI</i> ET <i>VSI</i>	71
Vérification de l'analyse de sensibilité de l'erreur de position	74
V.4. SYNTHESE DE TOLERANCE DU ROBOT PARALLELE PAR2.....	78
V.4.1. Dimensionnement du robot parallèle PAR2	78
V.4.1.1. <i>Modèle Géométrique Direct (MGD)</i>	78
V.4.1.2. <i>Détermination de l'espace de travail du robot PAR2</i>	79
V.4.1.3. <i>Modèle cinématique</i>	80
V.4.1.4. <i>Analyse des singularités</i>	81
V.4.1.5. <i>Synthèse dimensionnelle du robot PAR2 basée sur une approche d'optimisation monobjectif</i>	82
V.4.1.6. <i>Synthèse dimensionnelle basée sur l'optimisation de l'espace de travail dextre</i>	82
V.4.2. Analyse de tolérance	84
V.4.2.1. <i>Calcul des tolérances optimales $\Delta y_{i opt}$</i>	84
V.4.2.2. <i>Optimisation du vecteur des tolérances optimales $\Delta y_{i opt}$</i>	86
V.4.2.3. <i>Interprétation des résultats</i>	87
V.5. CONCLUSION	90

APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION ROBUSTE DU ROBOT PAR2 A 2 DDL

CHAPITRE

V

INTRODUCTION

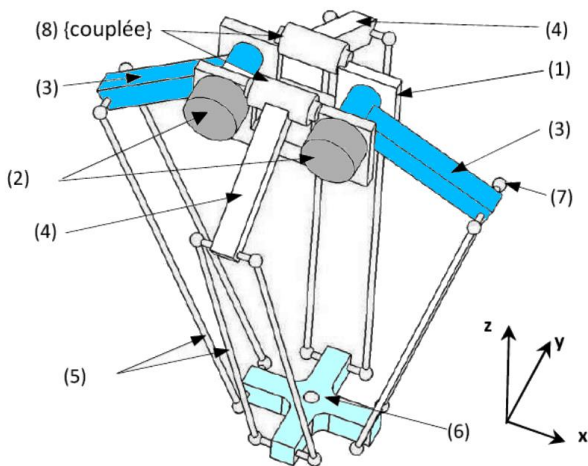
Dans cette application on utilise un autre type de robot parallèle. C'est un robot parallèle planaire à 2 *ddl* baptisé PAR2. Pour trouver les tolérances robustes de ce robot on procède une démarche séquentielle de modélisation, dimensionnement, analyse de sensibilité et la synthèse des tolérances. Pour une conception dimensionnelle, on propose une approche basée sur l'optimisation de l'espace de travail, prenant en compte plusieurs contraintes, suivi d'une analyse de la sensibilité du robot. Pour calculer les tolérances dimensionnelles robustes, on utilise notre nouvelle méthode de synthèse de tolérances expliquée dans le chapitre III.

V.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DU ROBOT MANIPULATEUR PAR2

C'est un robot à cinématique parallèle à deux *ddl* [27, 34, 77, 98, 99, 102, 103] composée de deux chaînes cinématiques motorisées (actives) et deux autres passives bâti dans le plan transversal pour rigidifier la structure du robot (Figure V.1), permettant deux translations dans le plan vertical, tout en garantissant une bonne raideur dans l'axe transversal. Les bras passifs 4 (figure V.2) servent à empêcher, autant que possible, les mouvements perpendiculaires (hors plan xz Figure V.2).



Figure V. 1 Robot parallèle PAR2



- (1) la base,
- (2) les deux articulations actives (moteurs),
- (3) et (4) les bras connectés à la nacelle (6) à travers les avant-bras (5) montés avec la liaison (7),
- (4) le bras compensateur passif couplé au robot à travers une jonction passive,
- (5) l'avant-bras du robot,
- (6) la nacelle du robot, et
- (7) la jonction passive couplée à la base (1).

Figure V. 2 Présentation générale du robot PAR2 [102]

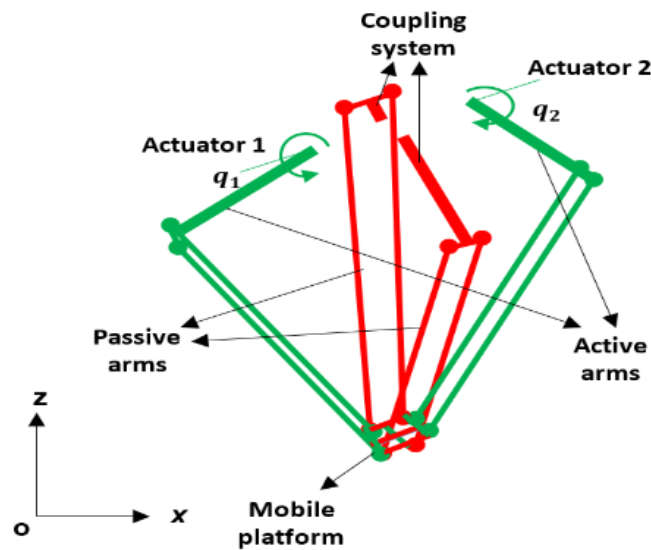


Figure V. 3 Schéma CAD du robot parallèle PAR2

Pour des raisons de simplification de la réalisation de l'architecture, nous considérons que les deux branches $P_1 A_1 B_1$ et $P_2 A_2 B_2$ soient identiques. Par conséquent, les paramètres géométriques de ce robot (Figure V.4) sont :

$L a_i$: Longueur du bras $P_i A_i$ ($i \in \{1,2\}$)

$L b_i$: Longueur du bras $A_i B_i$

d_i : Distance entre les points B_i et C sur la plateforme mobile

D_i : Distance entre les points P_i et O sur la base du robot

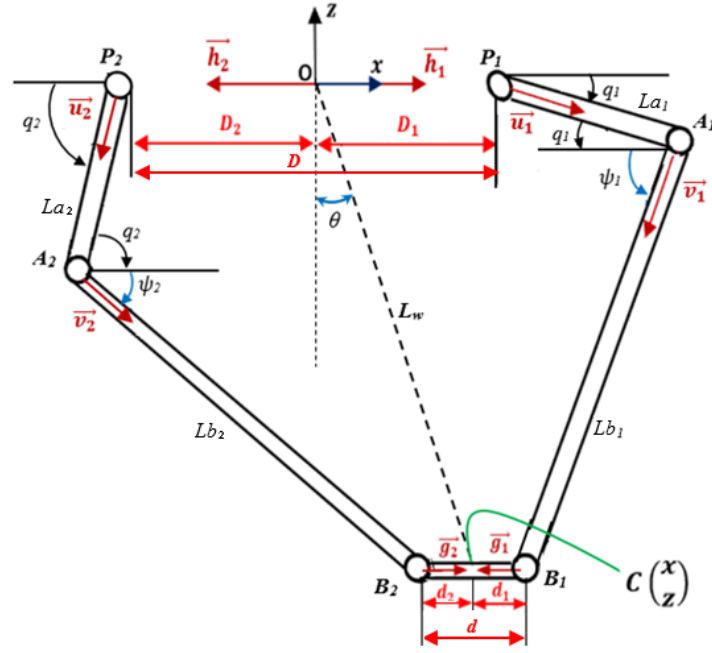


Figure V. 4 Paramétrisation du robot PAR2

V.2. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DU ROBOT PAR2

A partir des chaînes cinématiques fermées $O - P_i - A_i - B_i - C - O$, $i = 1, 2$ indiquées dans la Figure V.4, le vecteur position du point C peut être exprimé comme suit :

$$\overrightarrow{OC} = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = D_i \overrightarrow{h_i} + La_i \overrightarrow{u_i} + Lb_i \overrightarrow{v_i} + d_i \overrightarrow{g_i} \quad (V.1)$$

Avec :

$\overrightarrow{h_i}$ est le vecteur unitaire $\overrightarrow{OP_i} / \|\overrightarrow{OP_i}\|_2$,

$\overrightarrow{u_i}$ est le vecteur unitaire $\overrightarrow{P_i A_i} / \|\overrightarrow{P_i A_i}\|_2$,

$\overrightarrow{v_i}$ est le vecteur unitaire $\overrightarrow{A_i B_i} / \|\overrightarrow{A_i B_i}\|_2$,

et $\overrightarrow{g_i}$ est le vecteur unitaire $\overrightarrow{B_i C} / \|\overrightarrow{B_i C}\|_2$.

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, h_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, u_1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) \\ -\sin(q_1) \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} -\cos(q_2) \\ -\sin(q_2) \end{bmatrix}, v_1 = \begin{bmatrix} -\cos(\psi_1) \\ -\sin(\psi_1) \end{bmatrix},$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} \cos(\psi_2) \\ -\sin(\psi_2) \end{bmatrix}, g_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, g_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Après différentiation de l'équation (V.1), on obtient :

$$\delta \overrightarrow{OC} = \delta D_i \overrightarrow{h_i} + \delta La_i \overrightarrow{u_i} + La_i \delta q_i E_{1i} \overrightarrow{u_i} + \delta Lb_i \overrightarrow{v_i} + Lb_i \delta \psi_i E_{2i} \overrightarrow{v_i} + \delta d_i \overrightarrow{g_i} \quad (V.2)$$

Les matrices E_{1i} et E_{2i} sont définies par :

$$E_{11} = E_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } E_{12} = E_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.3})$$

δOC est l'erreur de position du robot. De même, δD_i , δLa_i , δLb_i , δd_i , δq_i et $\delta \psi_i$ dénotent les variations de D_i , La_i , Lb_i , d_i , q_i et ψ_i respectivement.

L'équation (V.2) peut être exprimée sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\delta C = J\delta P \quad (\text{V.4})$$

Tell que :

$J =$

$$\begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\cos(\psi_1) & 1 & -1 & -La_1\sin(q_1) & Lb_1\sin(\psi_1) & -\cos(q_2) & \cos(\psi_2) & -1 & 1 & La_2\sin(q_2) & -Lb_2\sin(\psi_2) \\ -\sin(q_1) & -\sin(\psi_1) & 0 & 0 & -La_1\cos(q_1) & -Lb_1\cos(\psi_1) & -\sin(q_2) & -\sin(\psi_2) & 0 & 0 & -La_2\cos(q_2) & -Lb_2\cos(\psi_2) \end{bmatrix} \quad (\text{V.5})$$

Et

$$\delta P = [\delta La_1 \ \delta Lb_1 \ \delta D_1 \ \delta d_1 \ \delta q_1 \ \delta \psi_1 \ \delta La_2 \ \delta Lb_2 \ \delta D_2 \ \delta d_2 \ \delta q_2 \ \delta \psi_2]_{1 \times 12}^T \quad (\text{V.6})$$

Pour calculer les LSI de la variation des paramètres dimensionnels, il est nécessaire de connaître les variables articulaires. Pour cela, une base de données de ces variables doit être disponible. L'équation cinématique de la chaîne 1 du robot PAR2 est donné par la relation suivante [27]:

$$L_W = \|\vec{OC}\| = \sqrt{(D_1 - d_1)^2 + La_1^2 + Lb_1^2 - 2La_1Lb_1\cos(q_1 + \psi_1) + 2(D_1 - d_1)(La_1\cos(q_1) - Lb_1\cos(\psi_1))} \quad (\text{V.7})$$

D'où :

$$L_W \rightarrow L_{W_{min}} \text{ si : } (q_1 + \psi_1) \rightarrow \frac{\pi}{6}$$

$$L_W \rightarrow L_{W_{max}} \text{ si : } (q_1 + \psi_1) \rightarrow \frac{11\pi}{12}$$

Avec

$$\frac{19\pi}{12} \leq q_1 \leq 2\pi$$

A partir du calcul des variables articulaires actives q_1 et q_2 , on peut trouver les coordonnées de l'effecteur à partir de la résolution du système d'équation de la chaîne 1 suivant :

$$\begin{cases} x = La_1 \cos(q_1) - Lb_1 \cos(\psi_1) + D_1 - d_1 \\ z = -La_1 \sin(q_1) - Lb_1 \sin(\psi_1) \end{cases} \quad (\text{V.8})$$

Les valeurs de x et z sont utilisés pour résoudre le système d'équation de la chaîne 2 suivant :

$$\begin{cases} x = -La_2 \cos(q_2) + Lb_2 \cos(\psi_2) - D_2 + d_2 \\ z = -La_2 \sin(q_2) - Lb_2 \sin(\psi_2) \end{cases} \quad (\text{V.9})$$

La résolution de ce système permet de trouver les variables articulaires passives ψ_1 et ψ_2 . Cette procédure permet de fournir une base de données des variables des joints actifs (q_i) et passifs (ψ_i), $i = 1, 2$. Ces variables sont injectées dans la matrice Jacobienne J pour trouver les LSI de chaque variation dimensionnelle.

V.3. ANALYSE DE LA SENSIBILITE : CALCUL DES INDICES SI , GSI ET VSI

L'analyse de sensibilité vise à découvrir les composantes d'erreurs importantes parmi toutes les sources d'erreurs. Pour examiner la source d'erreur qui peut déclencher une erreur plus importante pour l'effecteur du robot PAR2, nous pouvons définir toutes les sources d'erreurs au même niveau dans sa propre catégorie. A cet effet, les sources d'erreurs sont classées en deux groupes en fonction de leurs unités (comme indiqué dans l'équation (II.10)).

Dans cette application, les indices de sensibilité d'erreurs SI , GSI et VSI sont définis pour révéler l'influence d'une composante d'erreur sur l'erreur de position du robot manipulateur de telle sorte que la source principale d'erreur puisse être choisie de manière raisonnable. Ces indices de sensibilité ont une signification physique claire et la théorie selon laquelle ils travaillent est sans dimension (comme indiqué dans l'équation (II.9)). Supposant que l'effecteur du robot manipulateur fonctionne dans l'espace de travail indiqué dans la Figure V.5. Et en se basant sur l'équation (II.25), et lorsque seules les sources d'erreurs linéaires sont prises en compte, les GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position de l'effecteur peuvent être démontrées dans la Figure V.6. On peut remarquer selon la Figure V.6, que les GSI des variations dimensionnelles $\delta D_i(x)$, $\delta La_i(x)$, $\delta Lb_i(x)$, et $\delta d_i(x)$, $i = 1, 2$, s'annulent entre eux. Dans ce cas, il ne reste que l'effet du GSI des variations dimensionnelles $\delta La_i(z)$ et $\delta Lb_i(z)$, et cela à cause de la symétrie du robot manipulateur par rapport à l'axe z . Le plus grand GSI est celui de $\delta Lb_i(z)$, ce qui signifie que cette erreur ayant la plus grande influence moyenne sur l'erreur de position du robot par rapport à toutes les autres erreurs géométriques. Par conséquent, δLb_i est l'erreur la plus importante qu'on doit tenir en considération lors du processus de conception. En revanche, les composantes des erreurs linéaires $\delta D_i(z)$ et $\delta d_i(z)$ n'ont aucune influence sur l'erreur de position.

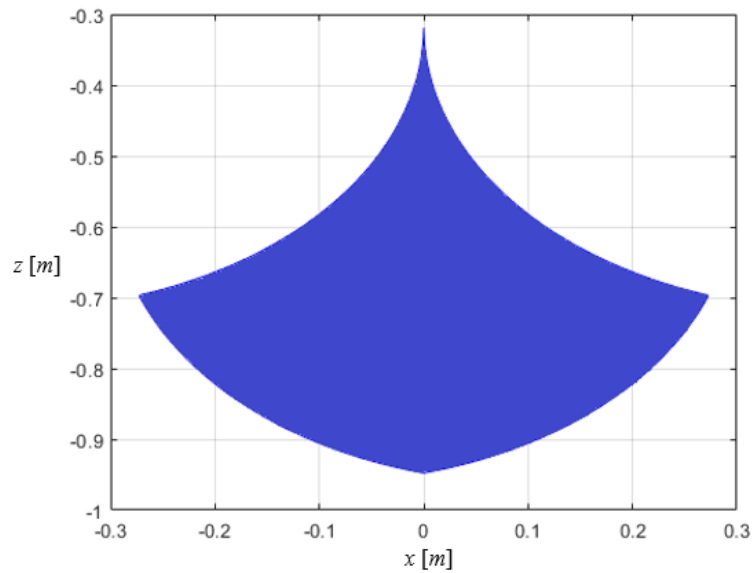


Figure V. 5 Espace de travail W du robot PAR2

De même, en se basant sur la même équation (II.25), et quand seules les erreurs angulaires sont prises en compte, les GSI des sources d'erreurs angulaires sur la position de l'effecteur peuvent être illustrées sur la Figure V.7. A partir de cette figure, on peut remarquer que les GSI des variations angulaires $\delta q_i(x)$, $\delta \psi_i(x)$, $i = 1, 2$, s'annulent entre eux et les sources d'erreurs angulaires selon la direction z , $\delta \psi_i(z)$ présentent une influence moyenne plus importante sur l'erreur de position du robot que les autres sources d'erreurs.

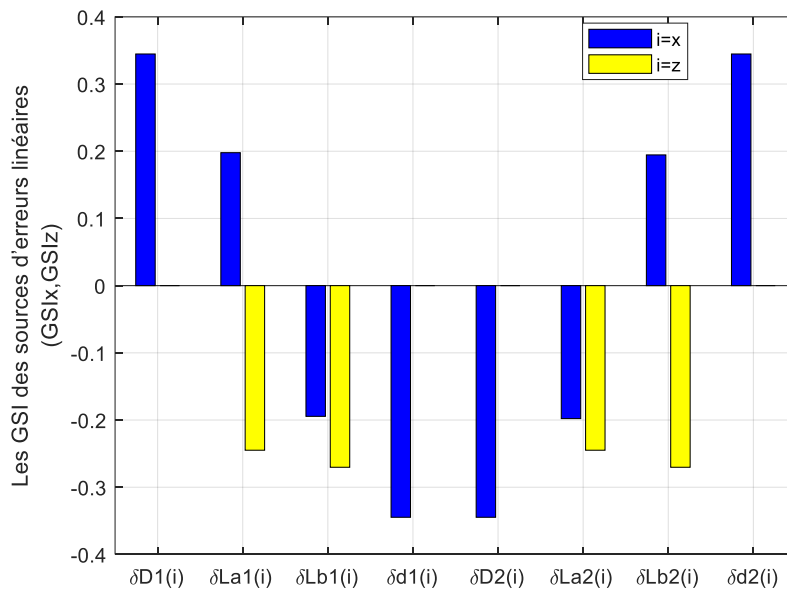


Figure V. 6 GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position

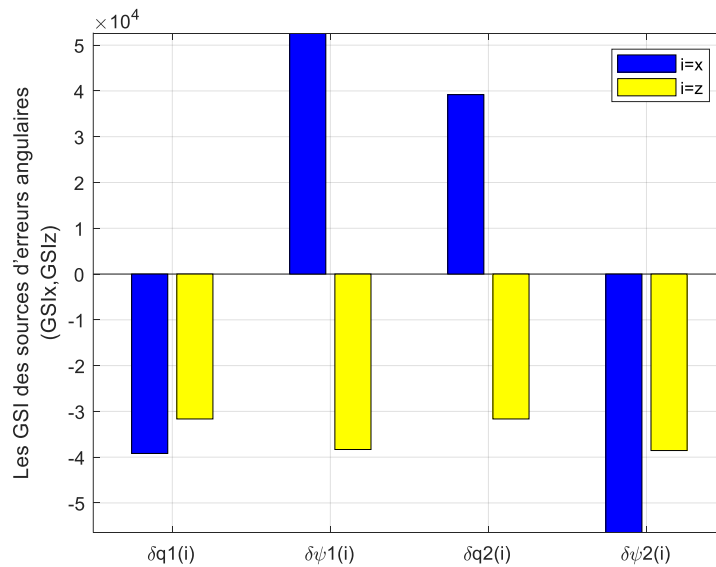


Figure V. 7 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position

Selon l'analyse de la section II.3, pas seulement la moyenne de l'influence d'une composante d'erreur est importante pour la précision de l'effecteur, mais aussi la variance de l'influence d'une composante d'erreur autour de son influence moyenne dans l'ensemble de l'espace de travail affecte considérablement la précision de l'effecteur. Selon l'équation (II.26), les VSI de la composante d'erreur linéaire sur l'erreur de position de l'effecteur sont exprimées sur la Figure V.8. On peut remarquer selon la Figure V.8, que les paramètres $\delta D_i(x)$ et $\delta d_i(x)$ ont le plus grand VSI, ce qui indique que la fluctuation du LSI autour du VSI est plus importante que les autres sources d'erreurs.

Les VSI des composantes d'erreurs angulaires sur l'erreur de position de l'effecteur sont démontrées sur la Figure V.9. Selon cette figure, les effets des composantes d'erreurs angulaires $\delta \psi_i(x), i = 1, 2$, varient considérablement. Ces composantes d'erreurs angulaires nécessitent plus de considération dans la phase de conception. On peut aussi utiliser ces informations pour une conception robuste (ce qui est réalisé dans le chapitre III), i.e. si la précision est exigée, alors, dans la phase de la conception les segments Lb_i peuvent être fabriqués avec des tolérances peu serrées, alors que tous les autres segments peuvent être fabriqués avec des larges tolérances. Dans ce cas, on peut obtenir un mécanisme robuste, qui répond aux exigences citées dans le cahier des charges (la précision dans notre cas) avec un prix minimal.

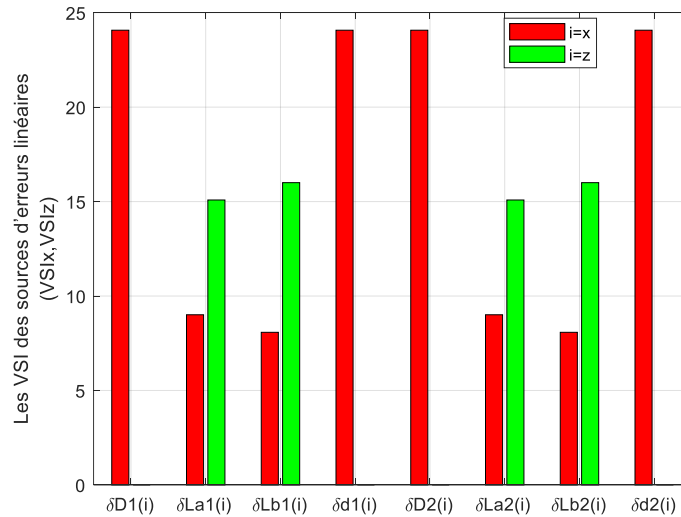


Figure V. 8 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position

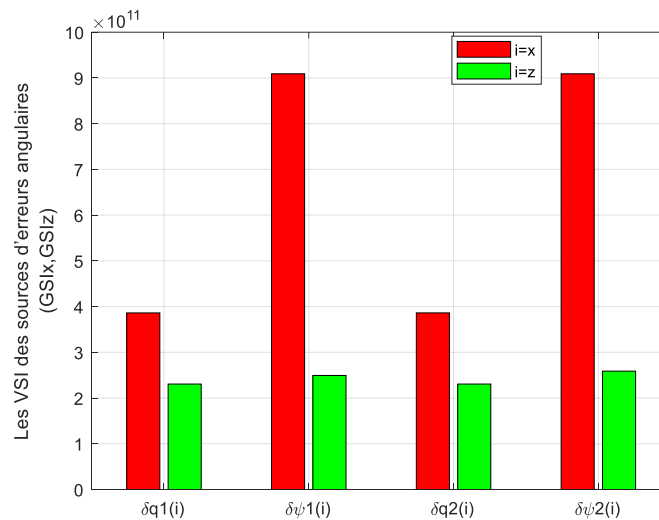


Figure V. 9 VSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position

Vérification de l'analyse de sensibilité de l'erreur de position

Après l'analyse de sensibilité effectuée sur le robot PAR2 dans la section précédente, les sources d'erreur principales peuvent être trouvées. L'effet de ces sources peut être vérifié graphiquement par les Figures V.10, V.11 et V.12. Les composantes d'erreurs linéaires δb_i , peuvent être considérés comme des sources principales d'erreurs linéaires pour l'erreur de position de l'effecteur du robot, les sources d'erreurs angulaires $\delta \psi_i$ peuvent être identifiés comme des sources principales d'erreurs angulaires pour l'erreur de position de l'effecteur du robot.

Les sources principales d'erreurs identifiées ont une influence beaucoup plus grande sur la précision du robot que toute autre composante d'erreur. Les composantes d'erreurs ne sont pas faciles à compenser, ce qui doit être bien pris en compte à la phase de conception. Par conséquent,

et en se basant sur la méthode proposée de l'analyse de sensibilité d'erreurs, la simulation numérique fournie une approche convenable pour tester la validité de la conception de précision. Pour tester les erreurs de pose sous différentes conditions, nous pouvons sélectionner treize points représentatifs distribués dans l'espace de travail du robot comme indiqué dans la figure V.13. A partir de l'équation (V.4). L'erreur de position est calculée premièrement avec une variation des sources d'erreurs linéaires égale à 0.1 mm et avec une variation des sources d'erreurs angulaires égale à 0.1° . Les résultats de calcul sont illustrés dans les Figures V.10, V.11 et V.12 (courbes bleues). Dans la conception de précision du robot, les sources principales d'erreurs linéaires $\delta Lb_i, i = 1, 2$, sont réduites de 0.1 mm à 0.01 mm , les sources principales d'erreurs angulaires $\delta \psi_i, i = 1, 2$, sont réduites de 0.1° à 0.01° .

Les variations de l'erreur de position en fonction de la variation d'erreurs principales sont illustrées dans les Figures V.10, V.11 et V.12. A partir de ces figures, il parait que l'effet d'erreurs principales angulaires (courbes verte et rouge de la Figure V.11) est plus important que l'effet d'erreurs principales linéaires (courbes verte et rouge de la Figure V.10). Aussi, il parait que la précision du robot est maximale lorsque l'effecteur est dans la situation P3 (Figure V.13), c.-à-d. dans la configuration : pleine extension sur l'axe z. Et elle est minimale lorsque l'effecteur est dans la situation P1.

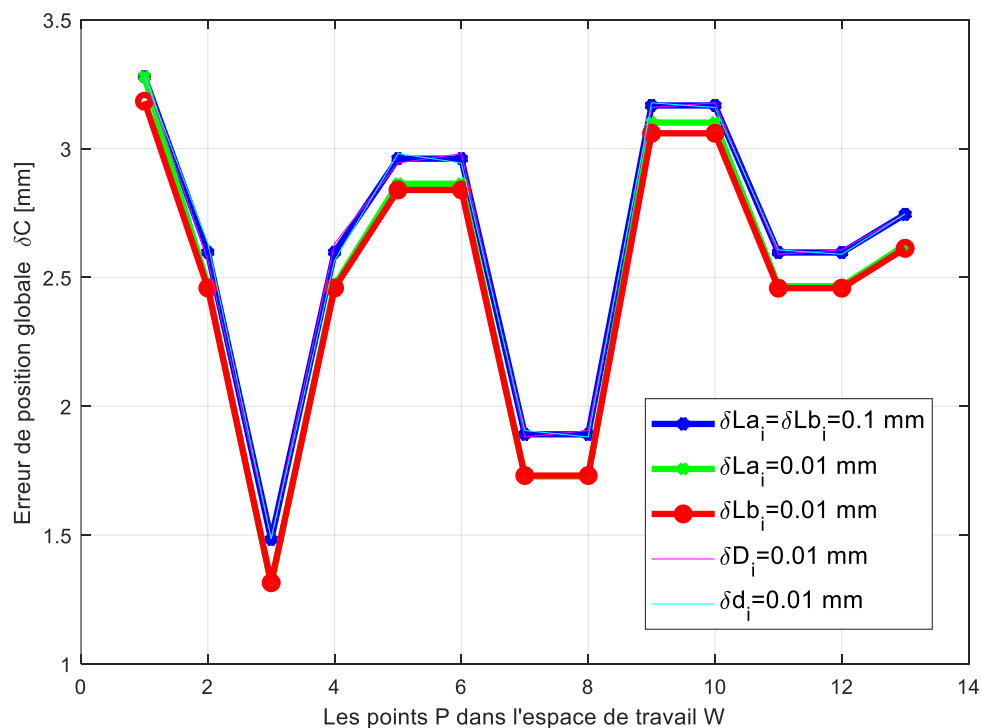


Figure V. 10 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs linéaires

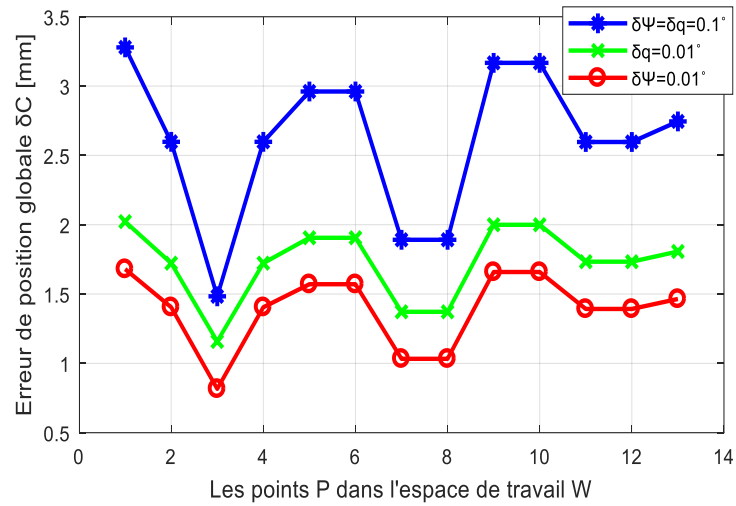


Figure V. 11 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs angulaires

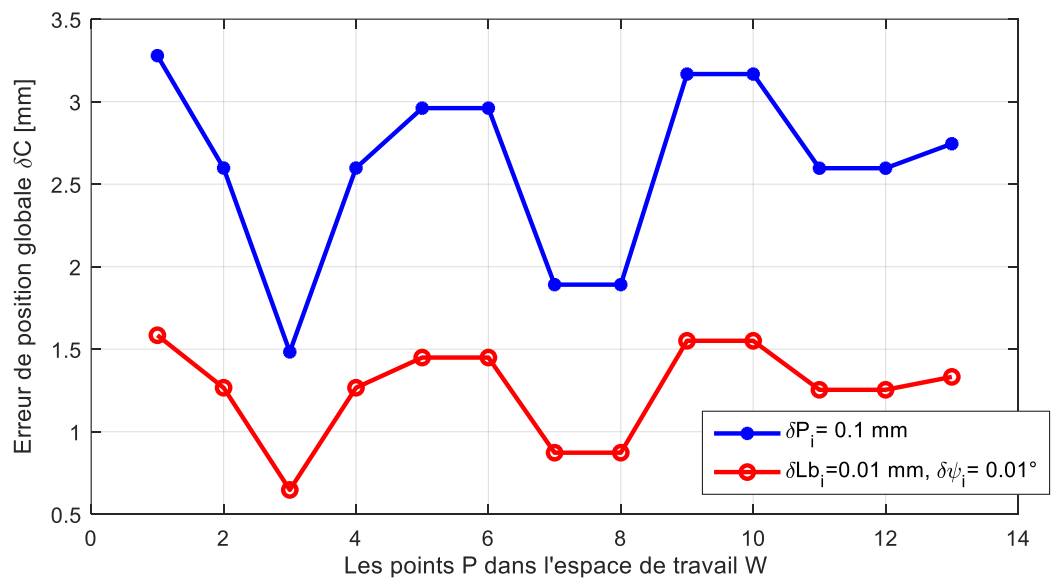


Figure V. 12 Variation de l'erreur de position en fonction de la variation des erreurs vitales

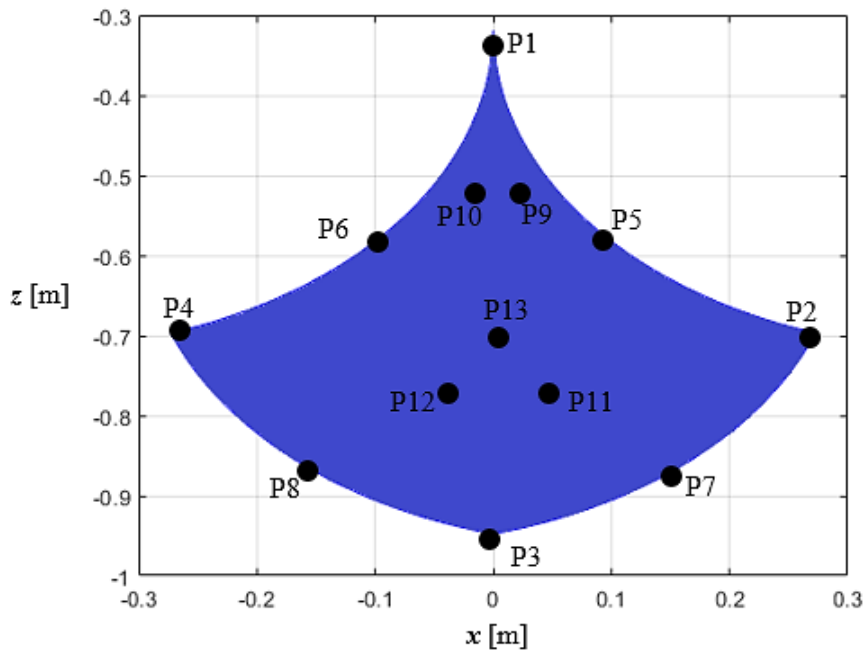


Figure V. 13 Les points P_i dans l'espace de travail W du robot PAR2

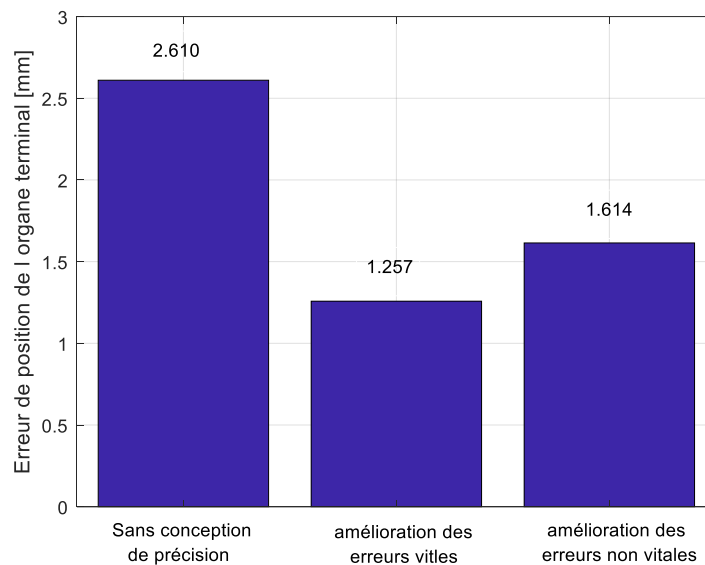


Figure V. 14 Comparaison entre conception avec et sans précision

Finalement, l'erreur de position moyenne de l'effecteur pour les treize points est calculée pour les deux cas, sans et avec conception de précision. Les résultats de comparaison sont illustrés dans la Figure V.14.

En se basant sur notre méthode d'analyse de sensibilité, les quatre sources principales d'erreurs δLb_1 , δLb_2 , $\delta \psi_1$ et $\delta \psi_2$ sont améliorées de 10% par rapport à leurs valeurs originales pour augmenter la précision du robot. Nous pouvons conclure selon la Figure V.14, si nous améliorons seulement la précision des quatre erreurs principales, qui représentent 33,3% des

composantes total d'erreurs (12 erreurs). L'erreur de position sera améliorée de 2,61 à 1,257 mm, ce qui indique que la précision du robot sera augmentée de 51,8%. Si nous améliorons la précision de toutes les erreurs non principales, qui représentent 66,6% des composantes du total d'erreurs. L'erreur de position sera améliorée de 2,61 à 1,614 mm, ce qui indique que la précision du robot sera augmentée de 38,16%. Les résultats indiquent que la méthode d'analyse de sensibilité d'erreurs et les indices proposés dans ce travail sont très efficaces.

V.4. SYNTHÈSE DE TOLÉRANCE DU ROBOT PARALLELE PAR2

Dans cette application, on présente le calcul des tolérances dimensionnelles du robot PAR2 [102, 103] par minimisation de l'erreur de position de l'effecteur du robot. Une procédure séquentielle de modélisation, dimensionnement et analyse de tolérance est proposée. Pour une conception optimale, une approche basée sur l'optimisation de l'espace de travail est utilisée, en tenant en compte plusieurs contraintes. Ensuite, notre méthode d'analyse de sensibilité est utilisée, dont la performance est étudiée en termes de précision.

V.4.1. Dimensionnement du robot parallèle PAR2

V.4.1.1. Modèle Géométrique Direct (MGD)

Le MGD du robot PAR2 exprime les coordonnées opérationnelles $[x \ z]^T$ (situation de l'effecteur) en fonction des coordonnées articulaires $[q_1 \ q_2]^T$. Il s'obtient à partir de la contrainte cinématique suivante :

$$L_b = \|B_i A_i\| \quad (V.10)$$

On obtient ainsi un système de deux équations à deux inconnues :

$$(x_{B_1} - x_{A_1})^2 + (z_{B_1} - z_{A_1})^2 = L_b^2 \quad (V.11)$$

$$(x_{B_2} - x_{A_2})^2 + (z_{B_2} - z_{A_2})^2 = L_b^2 \quad (V.12)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{A_1} = x_{p_1} + L_a \cos(q_1) = D/2 + L_a \cos(q_1) \\ x_{A_2} = -x_{p_2} - L_a \cos(q_2) = -D/2 - L_a \cos(q_2) \\ x_{B_1} = x + \frac{d}{2} \\ x_{B_2} = x - \frac{d}{2} \\ z_{A_1} = -L_a \sin(q_1) \\ z_{A_2} = -L_a \sin(q_2) \\ z_{B_1} = z \\ z_{B_2} = z \end{array} \right.$$

Les équations (V.11) et (V.12) deviennent :

$$\left[x - \left(x_{A_1} - \frac{d}{2} \right) \right]^2 + (z - z_{A_1})^2 = L_b^2 \quad (V.13)$$

$$\left[x - \left(x_{A_2} + \frac{d}{2} \right) \right]^2 + (z - z_{A_2})^2 = L_b^2 \quad (\text{V.14})$$

(V.13) - (V.14) donne :

$$x = a z + b \quad (\text{V.15})$$

Avec :

$$\begin{cases} a = - \frac{(z_{A_1} - z_{A_2})}{(x_{A_1} - x_{A_2} - d)} \\ b = \frac{x_{A_1}^2 - x_{A_2}^2 + z_{A_1}^2 - z_{A_2}^2 - (x_{A_1} + x_{A_2}) d}{2(x_{A_1} - x_{A_2} - d)} \end{cases}$$

Si on remplace (V.15) dans (V.11) on obtient :

$$c z^2 + e z + f = 0 \quad (\text{V.16})$$

D'où la solution est donnée par :

$$z = \frac{-e \pm \sqrt{e^2 - 4cf}}{2c} \quad (\text{V.17})$$

$$\begin{cases} c = a^2 + 1 \\ e = 2 \left(b - x_{A_1} + \frac{d}{2} - z_{A_1} \right) \\ f = z_{A_1}^2 + \left(b - x_{A_1} + \frac{d}{2} \right)^2 - L_b^2 \end{cases}$$

Dans l'équation (V.17), on prend le signe (-) car le robot travaille dans le demi-plan négatif ($z < 0$).

V.4.1.2. Détermination de l'espace de travail du robot PAR2

L'espace de travail est l'un des critères de performance les plus importants à prendre en compte lors de la conception d'un robot manipulateur cinématique parallèle. La démarche de conception du robot manipulateur cinématique parallèle PAR2 s'est faite en deux étapes : la première consistait à dimensionner la partie active ; puis dans un deuxième temps, la partie passive a été conçue de manière à admettre toutes les positions possibles de la plate-forme mobile. Pour déterminer l'espace de travail du robot manipulateur parallèle PAR2, seules les chaînes actives sont considérées ; par conséquent, la deuxième étape n'est pas représentée dans cette étude. Dans ce cas, l'espace de travail est délimité par les angles θ , q_1 , q_2 , ψ_1 et ψ_2 (Figures V.3 et V.4). Elle est représentée par la surface décrite par l'équation suivante [103] :

$$S_W = \int_W dW = \frac{1}{2} \left[\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} (L_{w_{max}}^2 - L_{w_{min}}^2) d\theta \right] \quad (\text{V.18})$$

Avec :

$$\begin{cases} \frac{4\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{3} \\ \frac{\pi}{6} \leq (q_1 + \psi_1) < \frac{11\pi}{12} \end{cases} \quad (\text{V.19})$$

θ : Doit être choisie de telle sorte qu'on puisse éviter les configurations singulières.

La détermination de $L_{W_{min}}$ et $L_{W_{max}}$ s'effectue de la manière suivante :

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{P_1B_1} + \overrightarrow{B_1C} \quad (\text{V.20})$$

$$\|\overrightarrow{OC}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad ;$$

$$\|\overrightarrow{OP_1}\| = \frac{D}{2} \quad ;$$

$$\|\overrightarrow{P_1B_1}\| = \sqrt{L_a^2 + L_b^2 - 2L_aL_b \cos(q_1 + \psi_1)} \quad ;$$

$$\|\overrightarrow{B_1C}\| = \frac{d}{2}$$

La projection de la relation (V.20) sur le plan (xOz) nous donne la distance entre l'origine de l'espace de la base fixe et le point C centre de la plate-forme mobile. Son expression est donnée par :

$$L_W = \|\overrightarrow{OC}\| = \sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + L_a^2 + L_b^2 - 2L_aL_b \cos(q_1 + \psi_1) + (D-d)(L_a \cos(q_1) - L_b \cos(\psi_1))} \quad (\text{V.21})$$

Avec :

$$L_W \rightarrow L_{W_{min}} \text{ lorsque : } (q_1 + \psi_1) \rightarrow \frac{\pi}{6} \text{ et}$$

$$L_W \rightarrow L_{W_{max}} \text{ lorsque : } (q_1 + \psi_1) \rightarrow \frac{11\pi}{12}$$

La distance L_W entre l'origine de la base fixe (point O) et le centre de la plate-forme mobile (point C) est obtenue par la projection de l'équation (V.21) sur le plan (xOz).

V.4.1.3. *Modèle cinématique*

Par dérivation des équations (V.11) et (V.12) on obtient :

$$J_x \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + J_q \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{V.22})$$

Avec :

$$J_x = \begin{bmatrix} \left(x - x_{p_1} + \frac{d}{2}\right) - L_a \cos(q_1) & z + L_a \sin(q_1) \\ \left(x + x_{p_2} - \frac{d}{2}\right) + L_a \cos(q_2) & z + L_a \sin(q_2) \end{bmatrix}$$

$$J_q = \begin{bmatrix} J_{q_{11}} & 0 \\ 0 & J_{q_{22}} \end{bmatrix}$$

$$J_{q_{11}} = \left[\left(x - x_{p_1} + \frac{d}{2} \right) - L_a \cos(q_1) \right] L_a \sin(q_1) + [z + L_a \cos(q_1)] L_a \cos(q_1)$$

$$J_{q_{22}} = - \left[\left(x + x_{p_2} - \frac{d}{2} \right) + L_a \cos(q_2) \right] L_a \sin(q_2) + [z + L_a \sin(q_2)] L_a \cos(q_2)$$

D'où :

$$J^{-1} = - J_q^{-1} J_x \quad (\text{V.23})$$

L'analyse de la matrice Jacobienne inverse nous permet d'éviter les configurations singulières. Le lecteur trouve dans [102] plus de détails.

V.4.1.4. *Analyse des singularités*

Il existe plusieurs méthodes (géométriques, algébriques, etc.) utilisées pour déterminer les configurations singulières [2, 104]. Dans cette partie de travail, pour analyser et trouver ces configurations, la méthode basée sur la détermination des racines du déterminant de la matrice Jacobienne inverse du robot PAR2 est utilisée. Les matrices J_x et J_q peuvent être déterminées en utilisant la propriété d'équiprojectivité des vitesses dans les avant-bras [9]:

$$V_{A_i} A_i B_i = V_{B_i} A_i B_i \quad (\text{V.24})$$

où V_{A_i} et V_{B_i} désignent les vecteurs donnant respectivement les vitesses des points A_i et B_i . Cela conduit au résultat suivant :

$$J_x = \begin{bmatrix} A_1 B_1 \cdot e_x & A_1 B_1 \cdot e_z \\ A_2 B_2 \cdot e_x & A_2 B_2 \cdot e_z \end{bmatrix}$$

Et

$$J_q = \begin{bmatrix} (A_1 B_1 \times (P_1 A_1)) \cdot e_y & 0 \\ 0 & (A_2 B_2 \times (P_2 A_2)) \cdot (-e_y) \end{bmatrix}$$

Où $e_x = [1 \ 0 \ 0]^T$, $e_y = [0 \ 1 \ 0]^T$ et $e_z = [0 \ 0 \ 1]^T$.

La méthode employée consiste à analyser les deux matrices Jacobiennes (c'est-à-dire J_x et J_q). En conséquence, nous distinguons les cas suivants [2]:

- **Type 1** (singularité sérielle : J_q est singulière) :

$$|J_q| = 0 \Rightarrow (A_1 B_1 \times (P_1 A_1)) (A_2 B_2 \times (P_2 A_2)) = 0 \Rightarrow$$

$$(A_1 B_1 \times P_1 A_1) = 0 \text{ ou } (A_2 B_2 \times P_2 A_2) = 0.$$

Cette singularité apparaît lorsque l'un des bras $A_i B_i$ devient parallèle aux avant-bras $P_i A_i$ dans la même chaîne cinématique. Dans ce cas, il n'est pas possible pour le robot de générer des vitesses

de l'effecteur dans certaines directions. Ces singularités représentent les limites de l'espace de travail accessible. Dans ces configurations, le robot perd un ou plusieurs degrés de liberté.

- **Type 2** (singularité parallèle : J_x est singulière) :

$|J_x| = 0$ signifie que A_1B_1 et A_2B_2 sont coplanaires, ce qui correspond à l'apparition de mobilités incontrôlables de l'effecteur, car il est possible de le déplacer pendant que les articulations motorisées sont bloquées. Ces singularités peuvent exister à l'intérieur de l'espace de travail accessible du robot, ce qui peut introduire des difficultés supplémentaires pour la planification des trajectoires. Dans ces configurations, le robot gagne un ou plusieurs degré(s) de liberté et la rigidité du robot est localement perdue.

- **Type 3** (J_q et J_x sont tous les deux singulières) :

Dans ce cas, l'effecteur peut se déplacer tandis que les actionneurs sont bloqués et vice versa.

V.4.1.5. *Synthèse dimensionnelle du robot PAR2 basée sur une approche d'optimisation monobjectif*

Par cette approche, la synthèse dimensionnelle s'exprime en termes d'optimisation monobjectif en tenant compte d'un seul critère de performance (une seule fonction objectif). Dans cette section, nous considérons quatre cas de synthèse dimensionnelle du robot PAR2 où le problème sera formulé comme un problème d'optimisation non linéaire avec contraintes d'une seule fonction objectif. Par ailleurs, la méthode de résolution sera la fonction *fmincon* de Matlab qui exploite les algorithmes de type SQP (SQP : Sequential Quadratic Programming) [105-107].

V.4.1.6. *Synthèse dimensionnelle basée sur l'optimisation de l'espace de travail dextre*

L'espace de travail est l'un des plus importants critères de performance à tenir en compte dans la conception des robots parallèles, qui sont généralement caractérisés par un espace de travail relativement réduits par rapport aux robots sériels. Un autre problème associé aux robots parallèles c'est la présence des zones de singularité au sein de son espace de travail, c'est pour cette raison que nous avons choisi la maximisation de l'espace de travail dextre [41] comme fonction objectif pour la synthèse dimensionnelle du robot parallèle PAR2. Sachant que l'espace de travail du robot PAR2 est défini par :

$$S_w = \{ P \in W \mid \kappa_J \leq \kappa_J^{max} \} \rightarrow max \quad (V.25)$$

P : Vecteur de paramètres géométriques

κ_J : Conditionnement de la matrice Jacobienne inverse

κ_J souvent appelé indice de dextérité locale [40] caractérise une seule configuration. Pour le caractériser sur l'ensemble de l'espace accessible par le robot parallèle PAR2, nous utilisons l'indice de dextérité globale η_J , qui est défini par la moyenne de la dextérité locale sur l'espace atteignable :

$$\eta_J = \frac{\int_W \kappa_J dW}{\int_W dW} \rightarrow \min \quad (\text{V.26})$$

Par conséquent, le problème peut être formulé comme suit :

Trouver un vecteur optimal $P_1^* = [D, d, L_a^*, L_b^*]^T$
 $\max S_w$

Telles que les contraintes :

$$\begin{aligned} \eta_J &\leq 5 \\ \frac{19}{12} \pi &\leq q_1 \leq 2\pi \\ \pi &\leq q_2 \leq \frac{17}{12} \pi \\ 0.20 \text{ m} &\leq D - d \leq 0.70 \text{ m} \\ 0.20 \text{ m} &\leq L_a \leq 0.60 \text{ m} \\ 0.20 \text{ m} &\leq L_b \leq 1.00 \text{ m} \end{aligned}$$

Soient satisfaites.

Les résultats de l'optimisation de l'espace de travail sont représentés dans le tableau V.1.

La synthèse dimensionnelle de l'espace de travail dextre est basée sur une approche d'optimisation monobjectif ne permet pas d'avoir tous les paramètres géométriques nécessaires (diamètres des sections des bras et barres parallèles), elle permet uniquement d'avoir une estimation des paramètres L_a , L_b , D et d représenté par le vecteur P_1^* .

Tableau V. 1 Résultats de l'optimisation de l'espace de travail

Vecteur P_1^* des paramètres géométriques obtenus			Fonction objectif optimisée
$D-d$	L_a	L_b	S_w
0.440 m	0.400 m	0.600 m	0.7477 m²

V.4.2. Analyse de tolérance

V.4.2.1. Calcul des tolérances optimales Δy_{iopt}

En se basant sur l'illustration de la figure V.4, nous avons :

$$\overline{OC} = D_i \overline{h}_i + La_i \overline{u}_i + Lb_i \overline{v}_i + d_i \overline{g}_i, \quad i = 1, \dots, 2 \quad (\text{V.27})$$

Avec :

$$\begin{cases} \overline{h}_1 = \overline{x}, \overline{h}_2 = -\overline{x} \\ \overline{u}_1 = \cos(q_1) \overline{x} - \sin(q_1) \overline{z}, \overline{u}_2 = \cos(q_2) \overline{x} - \sin(q_2) \overline{z} \\ \overline{v}_1 = -\cos(\psi_1) \overline{x} - \sin(\psi_1) \overline{z}, \overline{v}_2 = -\cos(\psi_2) \overline{x} - \sin(\psi_2) \overline{z} \\ \overline{g}_1 = -\overline{x}, \overline{g}_2 = \overline{x} \end{cases} \quad (\text{V.28})$$

Si on considère seulement les variations des paramètres dimensionnels, on obtient après différentiation de l'équation (V.27) la relation suivante :

$$\delta \overline{OC} = \delta D_i \overline{h}_i + \delta La_i \overline{u}_i + \delta Lb_i \overline{v}_i + \delta d_i \overline{g}_i \quad (\text{V.29})$$

$\delta \overline{OC}$ est la variation de l'erreur de position de l'effecteur. De même, δD_i , δLa_i , δLb_i , et δd_i denote les variations des D_i , La_i , Lb_i , et d_i respectivement. Leurs composantes sont $[\delta y \ \delta z]^T$.

δD_i : Représente la variation de la longueur D_i (la longueur nominal : $D_i = D = 0.55 \text{ m}$)

δLa_i : Représente la variation de la longueur La_i (la longueur nominal : $La_i = La = 0.4 \text{ m}$)

δLb_i : Représente la variation de la longueur Lb_i (la longueur nominal : $Lb_i = Lb = 0.6 \text{ m}$)

δd_i : Représente la variation de la longueur d_i (la longueur nominale : $d_i = d = 0.11 \text{ m}$).

Selon l'analyse effectuée dans la section III.3.2, la relation entre l'erreur de position de l'effecteur C , δf_i et les variations dimensionnelle δD_i , δLa_i , δLb_i , et δd_i , peut être exprimée par la relation suivante : $\delta f = J_y \delta y$ (équation III.33).

Avec :

$$J_y = \begin{bmatrix} 1 & \cos(q_1) & -\cos(\psi_1) & -1 & -1 & -\cos(q_2) & \cos(\psi_2) & 1 \\ 0 & -\sin(q_1) & -\sin(\psi_1) & 0 & 0 & -\sin(q_2) & -\sin(\psi_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.30})$$

Et :

$$\delta y = [\delta D_1 \ \delta La_1 \ \delta Lb_1 \ \delta d_1 \ \delta D_2 \ \delta La_2 \ \delta Lb_2 \ \delta d_2]_{1 \times 8}^T \quad (\text{V.31})$$

La matrice de sensibilité S (équation (III.35)) est une matrice définie semi-positive, d'où $rank(S) = 2 < n$ ($n = 8, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = 0$). L'équation (III.37) représente une famille d'hyper-cylindroïdes, chaque cylindroïde possède six axes principaux infinis.

A partir de l'équation (III.35) les valeurs propres du cylindroïde le plus contraignant sont calculés. Ces valeurs propres sont : $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = 0, \lambda_7 = 0.5607, \lambda_8 = 7.4393$. A partir de l'équation (III.39) : $Y_r^2 = (0.01)^2 = 0.0001$ ($\|\delta f\|_2^2 = (0.01)^2$: valeur imposée de la précision, égale à $10 \mu m$). Prenons le coefficient de modification $K = 0.03$. Les valeurs propres de l'espace faisable peuvent être obtenues à partir de l'équation (III.40). Ces valeurs propres sont : $\hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = \hat{\lambda}_3 = \hat{\lambda}_4 = \hat{\lambda}_5 = \hat{\lambda}_6 = 0.1021, \hat{\lambda}_7 = 0.5607, \hat{\lambda}_8 = 7.4393$. Avec les valeurs propres et les vecteurs propres P_i obtenus précédemment, la matrice caractéristique $\hat{S} = P\hat{D}P^T$ peut être ensuite construite (équation (III.43)). L'ellipsoïde de sensibilité le plus contraignant dénoté ξ_{crit} utilisé dans le problème d'optimisation pour calculer les tolérances optimales est celle correspond aux angles q_i et ψ_i . La posture du robot équivalente à cette position est indiquée sur le point $P1$ dans la figure V.13. Pour calculer les tolérances dimensionnelles $\Delta D_{i_{opt}}, \Delta La_{i_{opt}}, \Delta Lb_{i_{opt}},$ et $\Delta d_{i_{opt}}$ des longueurs $D_i, La_i, Lb_i,$ et $d_i,$ respectivement, le problème d'optimisation suivant est utilisé :

$$\begin{cases} \max_u |u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8| \\ \text{tel que } U(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8) \in \xi_{crit} \\ u_i \cdot \text{Sign}(V_i) \geq 0, i = 1, \dots, 8 \\ |u_i| \geq 0.5 \mu m, i = 1, \dots, 8 \end{cases}$$

La contrainte $|u_i| \geq 0.5 \mu m$ est la tolérance dimensionnelle tolérée pour les dimensions $D_i, La_i, Lb_i,$ et d_i . La solution du problème d'optimisation est calculée à l'aide de la fonction **fmincon** de Matlab. Les résultats sont illustrés dans le tableau V.2 ($-\Delta D_{i_{opt}} \leq \delta D_i \leq \Delta D_{i_{opt}}, -\Delta La_{i_{opt}} \leq \delta La_i \leq \Delta La_{i_{opt}}, -\Delta Lb_{i_{opt}} \leq \delta Lb_i \leq \Delta Lb_{i_{opt}}, -\Delta d_{i_{opt}} \leq \delta d_i \leq \Delta d_{i_{opt}}$).

Par souci d'interprétation graphique, les ellipses de sensibilités et la boîte de tolérance correspondante ne peuvent pas être représentés graphiquement.

Tableau V. 2 Tolérances optimisées (μm) des dimensions du robot PAR2

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
-1.2507	-1.2606	1.4611	1.2535	1.2549	1.2426	-1.4611	-1.2563
$\Delta D_{1_{opt}}$	$\Delta La_{1_{opt}}$	$\Delta Lb_{1_{opt}}$	$\Delta d_{1_{opt}}$	$\Delta D_{2_{opt}}$	$\Delta La_{2_{opt}}$	$\Delta Lb_{2_{opt}}$	$\Delta d_{2_{opt}}$
1.2507	1.2906	1.4611	1.2535	1.2549	1.2426	1.4611	1.2563

V.4.2.2. Optimisation du vecteur des tolérances optimales Δy_{iopt}

L'étude de la sensibilité du robot PAR2 a montré que les tolérances dimensionnelles ΔLb_{1opt} et ΔLb_{2opt} sont les plus influentes sur la sensibilité du robot (précision de l'effecteur). Alors, selon notre technique de calcul de la boîte de tolérance Brahmia-BT, les paramètres dimensionnels qui seront ciblés par la réduction sont ΔLb_{1opt} et ΔLb_{2opt} . Donc, selon l'équation (III.46), les valeurs des tolérances dimensionnelles Δy_{1opt}^* et Δy_{2opt}^* sont calculées comme suit:

$$\begin{cases} \Delta Lb_{1opt}^* = K1. \Delta Lb_{1opt} \\ \Delta Lb_{2opt}^* = K1. \Delta Lb_{2opt} \end{cases}$$

Telle que ΔLb_{1opt}^* correspond à u_{3opt}^* et ΔLb_{2opt}^* correspond à u_{7opt}^* .

Si on prend $K1 = 0.7$, alors, les valeurs de Δy_{iopt}^* sont donc : $\Delta Lb_{1opt}^* = \Delta Lb_{2opt}^* = 1.0228 \mu m$. Le calcul des nouvelles valeurs robustes optimales des tolérances dimensionnelles Δy_{iopt}^* est effectué par le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\Delta u_{iopt}^*} \prod_{i=1}^8 |u_{iopt}^*| \\ \text{tel que } U_{opt}^*(u_{1opt}^*, \dots, u_{8opt}^*) \in \xi_{crit} \\ u_{3opt}^* = 1.0228 \mu m \\ u_{7opt}^* = 1.0228 \mu m \\ |u_{iopt}^*| \geq \Delta y_{imin}^*, i = 1, \dots, 8 \end{array} \right.$$

Où Δy_{imin}^* est la tolérance minimale du longueur y_i . En supposant que $\Delta y_{imin}^* = 0.5 \mu m$, la solution du problème d'optimisation converge vers les résultats mentionnés dans le tableau V.3. La fonction **fmincon** du Matlab est utilisée pour résoudre le problème d'optimisation.

D'après la Figure V.15 [108], lorsque la précision d'une pièce usinée est requise, son coût de fabrication est augmenté. Dans notre cas, nous avons essayé d'obtenir un compromis, en effet, les tolérances obtenues garantissent une erreur de position de l'effecteur inférieure à $10 \mu m$ quelle que soit la configuration de l'effecteur dans l'espace de travail du robot manipulateur (équation (III.34)).

Il est à noter que les tolérances dimensionnelles obtenues ne sont pas trop serrées, ce qui rend le coût de fabrication minimal.

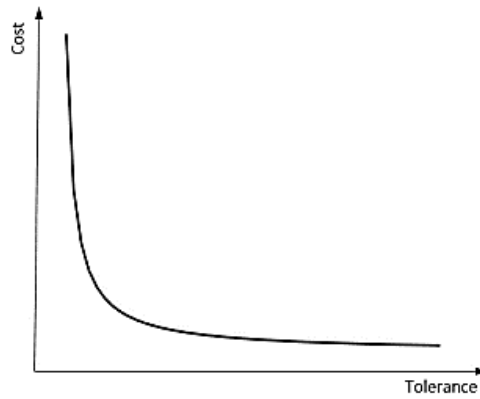


Figure V. 15 Illustration de la relation typique coût-tolérance

Tableau V. 3 Valeurs des tolérances (μm) pour la première et la deuxième optimisation et pour $KI=0.7$ du robot PAR2

	1 ^{ère} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{opt}	2 ^{ème} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{rob} par l'optimisation du vecteur Δy_{opt} et réduction de ΔLb_{1opt} et ΔLb_{2opt}	Pourcentage d'augmentation des tolérances du vecteur Δy_{opt} (%)	2 ^{ème} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{rob} par l'optimisation du vecteur Δy_{opt} et réduction de ΔD_{1opt} et ΔD_{2opt}	Pourcentage d'augmentation des tolérances du vecteur Δy_{opt} (%)
ΔD_1	1.250765609	1.371879358	9.68	0.875535965	-30
ΔLa_1	1.260668779	1.409300567	11.78	1.394661933	10.62
ΔLb_1	1.46115230	1.022807173	- 30	1.606111709	9.92
Δd_1	1.25357669	1.398254927	11.54	1.375005988	9.68
ΔD_2	1.2549431	1.367378340	8.95	0.878460239	-30
ΔLa_2	1.24262799	1.293948264	4.13	1.365709043	9.9
ΔLb_2	1.461152396	1.022806135	- 30	1.606113004	9.92
Δd_2	1.256372776	1.423541509	13.3	1.376351467	9.54
ΔC_{moy}	3.729385284	3.209646693	Augmentation de la précision par 13.93 %	4.105031894	Diminution de la précision par 10.07 %

V.4.2.3. *Interprétation des résultats*

Pour valider notre méthode de conception, nous avons effectué deux types de réduction sur les tolérances dimensionnelles. L'une concerne les paramètres les plus influents ($\Delta Lb_{i_{opt}}$) sur la sensibilité du robot, où ces paramètres ont été réduits de 30 % par rapport à ses valeurs initiales. Cependant, la recherche de la boîte de tolérance la plus volumineuse ne comprenant pas des pièces défectueuses, a conduit à l'augmentation de toutes les autres tolérances (Le vecteur Δy_{rob} avec diminution du ΔLb_{1opt} et ΔLb_{2opt} dans le tableau V.3). Dans ce cas, la valeur moyenne des erreurs

de position pour les 13 postures du robot (ΔC_{moy}) a été diminuée par rapport à sa valeur initiale de 13.93 %, ce qui implique l'amélioration de la précision du robot (Figure V.16).

La deuxième réduction concerne le paramètre le moins influent sur la sensibilité du robot, c-à-d. ayant une erreur non principale. Ce paramètre, qui est la tolérance dimensionnelle $\Delta D_{i_{opt}}$ a été réduit de 30 % par rapport à sa valeur initiale. La recherche de la boîte de tolérance la plus volumineuse ne comprenant pas des pièces défectueuses, a conduit à l'augmentation de toutes les autres tolérances (Le vecteur Δy_{rob} avec diminution du $\Delta D_{1_{opt}}$ et $\Delta D_{2_{opt}}$ dans le tableau V.3). Cependant, la valeur moyenne des erreurs de position a été augmentée par rapport à sa valeur initiale de 10.07 %, ce qui a causé la diminution de la précision (Figure V.17), ceci peut être expliqué par la contribution des paramètres principaux $\Delta Lb_{j_{opt}}$ avec les autres paramètres à l'augmentation de la valeur moyenne des erreurs ΔC_{moy} .

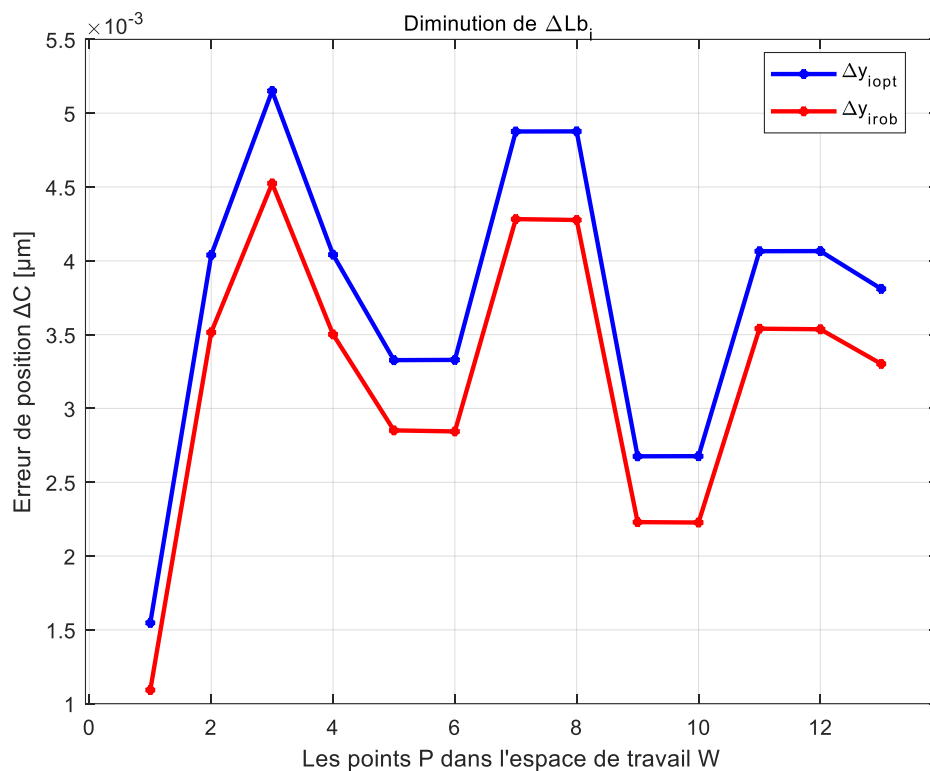


Figure V. 16 Variation de l'erreur de position. Cas : réduction de $\Delta Lb_{i_{opt}}$

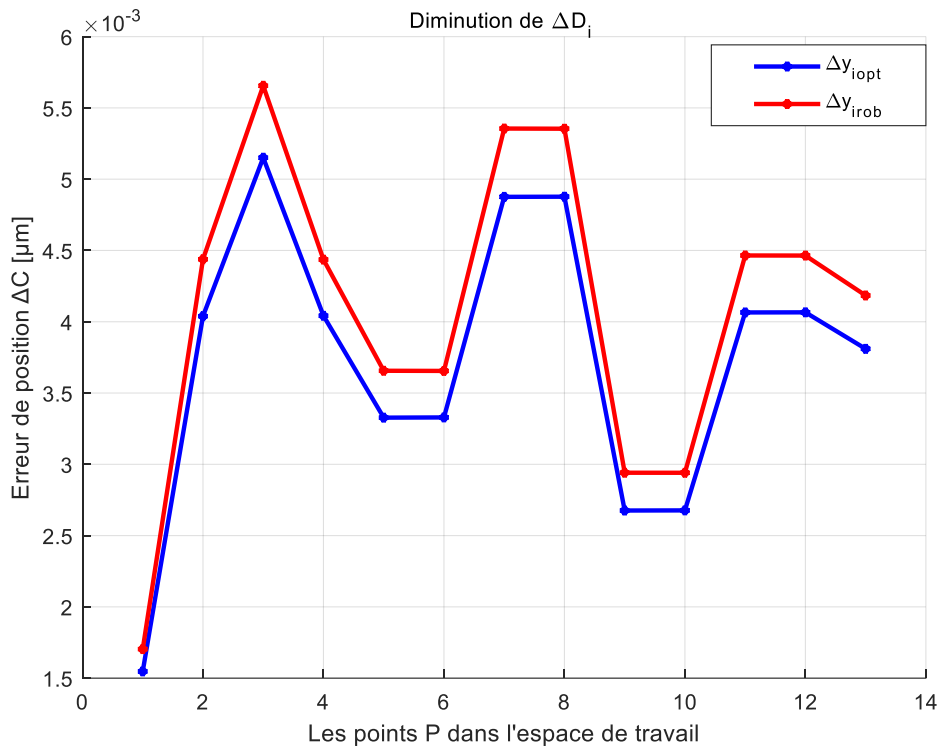


Figure V. 17 Variation de l'erreur de position. Cas : réduction de $\Delta D_{i_{opt}}$

La figure V.18 montre la variation de l'erreur de position (précision) en fonction des variations dimensionnelles δD_i , $\delta L a_i$, $\delta L b_i$, et δd_i , et cela pour δD_i , $\delta L a_i$, $\delta L b_i$, et δd_i soient entre $-\Delta D_{i_{rob}}$ et $\Delta D_{i_{rob}}$, $-\Delta L a_{i_{rob}}$ et $\Delta L a_{i_{rob}}$, $-\Delta L b_{i_{rob}}$ et $\Delta L b_{i_{rob}}$, $-\Delta d_{i_{rob}}$ et $\Delta d_{i_{rob}}$ respectivement et pour les treize postures du robot (Figure V.13) (le numéro de variation représente le numéro de l'itération de la boucle de calcul de l'erreur de position). On observe que l'erreur de position est toujours inférieure ou égale à $10 \mu\text{m}$. Cette figure montre que le robot est très sensible aux petites variations dimensionnelles. La figure V.18 traduit la robustesse de notre conception. En effet, l'ellipse le plus contraignant est celui qui possède une précision n'est pas trop serrée par rapport à la précision des autres ellipses. Lorsque $\sum_{i=1}^2 (\delta D_{i_{rob}} + \delta L a_{i_{rob}} + \delta L b_{i_{rob}} + \delta d_{i_{rob}})$ tend vers zéro, la précision est maximale et elle est minimale lorsque $\sum_{i=1}^2 (\delta D_{i_{rob}} + \delta L a_{i_{rob}} + \delta L b_{i_{rob}} + \delta d_{i_{rob}})$ tend vers $10 \mu\text{m}$. Si la précision est minimale, notre conception reste toujours robuste parce que l'erreur de position est toujours inférieure ou égale à $10 \mu\text{m}$.

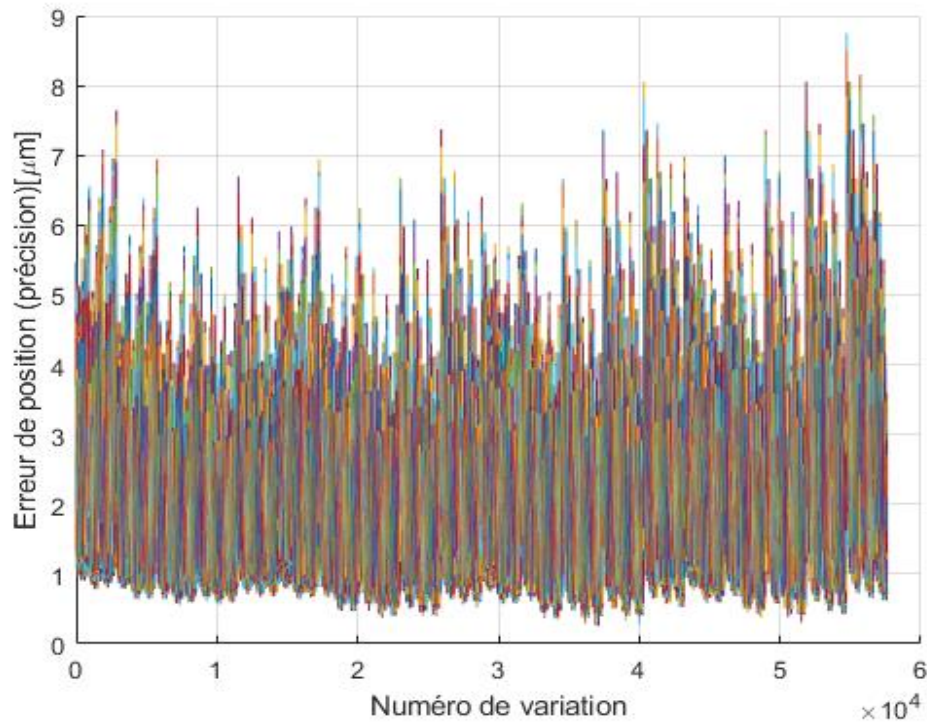


Figure V. 18 Effets des variations dimensionnelles $\Delta y_{i\text{rob}}$ sur la précision du robot (selon le numéro de variation)

V.5. CONCLUSION

Dans cette application, une relation entre les sources d'erreurs géométriques et les erreurs de position de l'effecteur du robot PAR2 est établie par dérivation du vecteur position. En se basant sur l'expression de l'indice de sensibilité (SI), la sensibilité des composantes d'erreurs linéaires et angulaires est établie. Cet indice peut révéler avec précision la contribution des sources d'erreurs sur les erreurs de position du robot dans une pose spécifique. L'indice (GSI) traduit la moyenne de l'influence d'erreurs dans un espace de travail donné. Le (VSI) reflète la fluctuation des SI autour des GSI dans l'espace de travail donné. Ensuite, l'analyse de sensibilité d'erreurs est précédée par le GSI et le VSI . En se basant sur la simulation numérique de l'analyse de sensibilité d'erreurs, la conception de précision d'erreurs linéaires et angulaires est réalisée. Les résultats montrent que 33,3% des composantes d'erreurs (erreurs vitales) parmi la totalité des sources d'erreurs peuvent être améliorées pour obtenir une amélioration de 51,8% de la précision sur l'erreur de position. Par contre, si nous améliorons la précision de toutes les erreurs non vitales, qui représentent 66,6% des composantes total d'erreurs, l'erreur de position ne peut améliorer que de 38,16%.

Les résultats indiquent que la méthode de l'analyse de sensibilité d'erreurs est assez efficace, ce qui peut grandement améliorer les effets de la conception de précision. De plus, afin d'obtenir une grande précision au stade de la conception, les composants d'erreurs δLb_1 , δLb_2 , $\delta \psi_1$ et $\delta \psi_2$ doivent être donnés beaucoup plus de considération.

Dans la partie de la synthèse de tolérance, une procédure séquentielle de modélisation, dimensionnement et synthèse de tolérance du robot parallèle PAR2 sont présentés. Après la détermination des paramètres les plus influents sur la sensibilité du robot, nous les introduisons dans le calcul des tolérances dimensionnelles. En effet, notre méthode d'analyse de tolérances des mécanismes présentée dans la section III.3 est utilisée. La boîte de tolérances robuste Brahmia-BT du robot parallèle PAR2 est calculée. Ensuite, les tolérances dimensionnelles sont extraites à partir de cette boîte. Les valeurs des tolérances dimensionnelles trouvées se sont des valeurs robustes. Cependant, ces valeurs ne sont pas trop serrées, mais elles gardent toujours la précision inférieure ou égale à $10 \mu m$. L'exploitation des données de cette analyse nous a permis d'indiquer l'influence des tolérances dimensionnelles sur les performances du robot. La précision est un paramètre illustré afin d'indiquer leur sensibilité aux petites variations dimensionnelles. Cette approche de conception permet d'augmenter les tolérances dimensionnelles de 6 paramètres géométriques du robot PAR2 (qui présentent 75 % du nombre total des paramètres) par rapport aux tolérances calculées par Caro-BT, et malgré ça, la précision du robot a été améliorée de 13.93 %, ceci peut être expliqué par le fait que l'erreur de position est très sensible à la variation des paramètres géométriques influents (Lb_1 et Lb_2 dans notre cas). En effet, notre méthode de conception permet de réaliser un mécanisme robuste et optimal qui satisfait bien aux exigences du cahier des charges (en termes de précision) avec un prix de fabrication minimum.

CHAPITRE
VI

**APPLICATION A L'ANALYSE DE LA
SENSIBILITE ET LA CONCEPTION
ROBUSTE DE LA PLATEFORME DE
GOUGH-STEWART A 6 DDL**

INTRODUCTION.....	92
VI.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DE LA PLATEFORME DE GOUGH-STEWART.....	92
VI.2. MODELE GEOMETRIQUE INVERSE DU ROBOT "F-200I"	95
VI.3. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DU ROBOT "F-200I"	96
VI.4. ANALYSE DE SENSIBILITE DE LA PLATEFORME DU ROBOT "F-200I".....	100
Vérification de l'analyse de sensibilité des erreurs de positionnement (erreur de position et erreur d'orientation).....	111
VI.5. SYNTHESE DE TOLERANCE DE LA PLATEFORME DU ROBOT "F-200I"	118
VI.5.1. Calcul des tolérances optimales <i>$\Delta y_{i opt}$</i>	118
VI.5.2. Optimisation du vecteur des tolérances optimales <i>$\Delta y_{i opt}$</i>	121
VI.5.3. Interprétation des résultats	123
VI.6. CONCLUSION	124

APPLICATION A L'ANALYSE DE LA SENSIBILITE ET LA CONCEPTION ROBUSTE DE LA PLATEFORME DE GOUGH-STEWART A 6 DDL

CHAPITRE

VI

INTRODUCTION

Dans ce chapitre on applique notre méthodologie de conception sur un robot parallèle spatial. C'est la plateforme de Gough-Stewart type *UPS* à 6 *ddl*. Pour ce type de robot on propose une technique de modélisation de la variation de l'erreur de positionnement (erreur de position et d'orientation) de la plateforme mobile. Dans la partie de l'analyse de sensibilité on utilise les deux nouveaux indices de sensibilité : de position et d'orientation. Ensuite, on utilise les paramètres les plus influents sur la sensibilité du robot dans la partie de la synthèse de tolérance pour trouver les tolérances dimensionnelles robustes.

VI.1. DESCRIPTION GEOMETRIQUE DE LA PLATEFORME DE GOUGH-STEWART

Le robot utilisé dans cette application est le robot "F-200i" de Fanuc Robotics. C'est un robot parallèle de type *UPS* à 6 *ddl* (figures VI.1 et VI.2), composé d'une base fixe et une plate-forme mobile supposées parfaitement rigides [4], elles sont liées entre elles par six jambes (liaisons prismatiques) de longueur variable ρ_i ($i = 1, \dots, 6$) liées à la base par des articulations de type Cardan définies par les points B_i et à la plate-forme mobile par des liaisons sphériques (rotules) définies par les points P_i .

Le repère $\{R_b\}$ de centre O_b défini par les axes (x_b, y_b, z_b) est fixé au centre de la base (figures VI.3).

Le repère $\{R_n\}$ de centre O_n défini par les axes (x_n, y_n, z_n) est attaché au centre de la plateforme mobile.

La position du point O_n par rapport au repère $\{R_b\}$ est déterminée par le vecteur position ${}^b r = [x, y, z]^T$.

Les points d'attache des segments sur la base sont définis par la relation suivante :

$${}^b B_i = \begin{bmatrix} r_{bi} \cos(\alpha_i) \\ r_{bi} \sin(\alpha_i) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.1})$$

Tel que : r_b est le rayon de la base.

Les points d'attache des segments sur la plateforme mobile sont définis par la relation suivante :

$${}^n P_i = \begin{bmatrix} r_{pi} \cos(\beta_i) \\ r_{pi} \sin(\beta_i) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.2})$$

Tel que : r_p est le rayon de la plateforme mobile.

L'orientation du repère $\{R_n\}$ de la plateforme par rapport au repère de la base $\{R_b\}$ est donnée par la matrice de rotation R définie par les angles de Roll-Pitch-Yaw.



Figure VI. 1 Robot "F-200i" de Fanuc Robotics

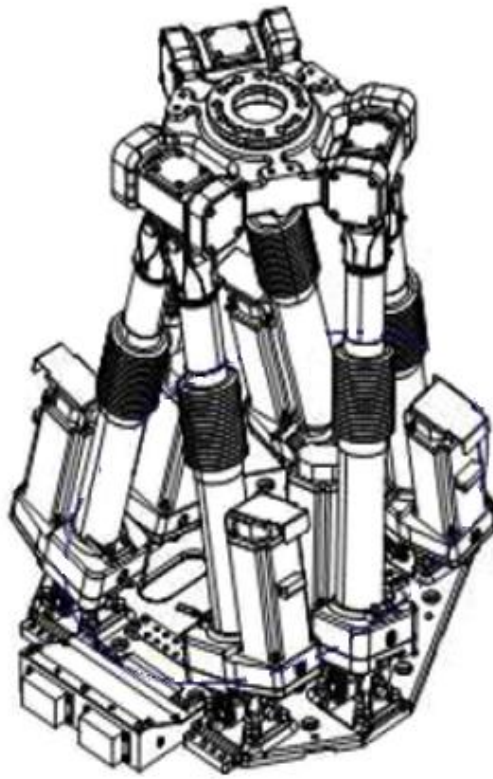


Figure VI. 2 Représentation CAO du robot "F-200i"

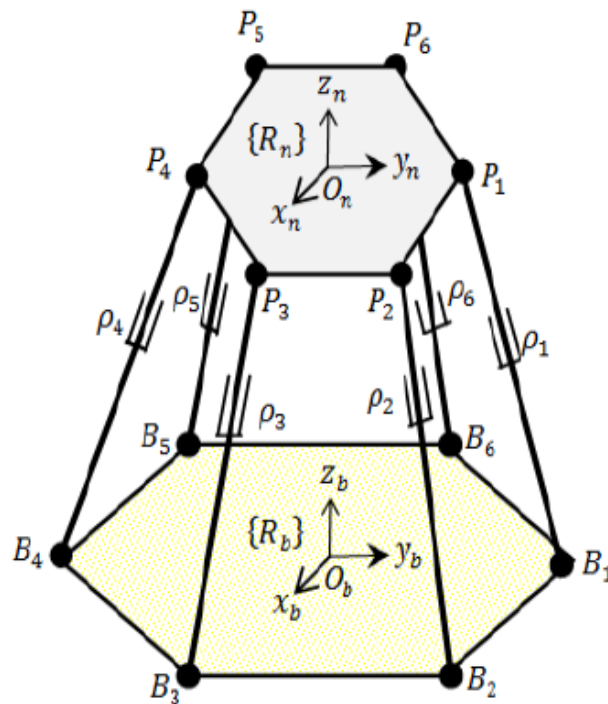


Figure VI. 3 Paramétrage du robot "F-200i"

VI.2. MODELE GEOMETRIQUE INVERSE DU ROBOT "F-200I"

La détermination des longueurs des variables ρ_i nécessite le calcul du modèle géométrique inverse du robot "F-200i". Pour ce faire, nous utilisons la relation suivante :

$$\overrightarrow{B_i P_i} = \overrightarrow{B_i O_b} + \overrightarrow{O_b O_n} + \overrightarrow{O_n P_i} \quad (\text{VI.3})$$

La projection de cette relation sur le repère de la base $\{R_b\}$ donne :

$$\rho_i \eta_i = -{}^b B_i + {}^b r + R {}^n P_i \quad (\text{VI.4})$$

Tel que

$$\overrightarrow{\eta_i} = \frac{\overrightarrow{B_i P_i}}{\rho_i} : \text{vecteur unitaire du segment } i,$$

ρ_i : longueur du segment i ,

L'expression de ρ_i peut être obtenue par la relation suivante :

$$\rho_i^2 = \|\overrightarrow{B_i P_i}\|^2 \quad (\text{VI.5})$$

R : matrice de rotation du repère $\{R_n\}$ par rapport au repère $\{R_b\}$ définie par les angles Roll-Pitch-Yaw.

La matrice R est donnée par :

$${}^b R_p = R_{x,\psi} R_{y,\theta} R_{z,\phi}$$

$${}^b R_p = \begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ s\phi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (\text{VI.6})$$

Avec :

$$R_{x,\psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\psi & -s\psi \\ 0 & s\psi & c\psi \end{bmatrix}; \quad R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}; \quad R_{z,\phi} = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi & 0 \\ s\phi & c\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

s : *sin* et c : *cos*

VI.3. MODELISATION DE L'ERREUR DE POSITION DU ROBOT "F-200I"

A partir des chaînes cinématiques fermées $O_b - O_n - P_i - B_i - Ob$, $i = 1, \dots, 6$ indiquées dans la Figure VI.3, le vecteur position du point O_n peut être exprimé comme suit :

$$\overrightarrow{O_b O_n} = \overrightarrow{O_b B_i} + \overrightarrow{B_i P_i} + \overrightarrow{P_i O_n} \quad (\text{VI.7})$$

En projetant cette relation dans le repère $\{R_b\}$, nous obtenons :

$${}^b r = {}^b B_i + \rho_i \eta_i - R {}^n P_i \quad (\text{VI.8})$$

Après différentiation de l'équation (VI.8), on obtient :

$$\delta {}^b r + \delta R {}^n P_i = \delta {}^b B_i - R \delta {}^n P_i + \delta \eta_i \rho_i + \delta \rho_i \eta_i \quad (\text{VI.9})$$

$\delta {}^b r$ est la variation de l'erreur de position du robot. De même, $\delta {}^n P_i$, $\delta {}^n B_i$, $\delta \eta_i$ et $\delta \rho_i$ dénotent les variations des paramètres ${}^n P_i$, ${}^n B_i$, η_i et ρ_i respectivement.

L'expression de δR est donnée par la relation suivante :

$$\delta R = \begin{bmatrix} \delta R(1,1) & \delta R(1,2) & \delta R(1,3) \\ \delta R(2,1) & \delta R(2,2) & \delta R(2,3) \\ \delta R(3,1) & \delta R(3,2) & \delta R(3,3) \end{bmatrix} \quad (\text{VI.10})$$

Tel que :

$$\delta R(1,1) = -s\theta\delta\phi c\theta - \delta\theta s\theta c\phi$$

$$\delta R(2,1) = \delta\phi c\phi c\theta - s\theta\delta\theta s\phi$$

$$\delta R(3,1) = -c\theta\delta\theta$$

$$\delta R(1,2) = -s\psi s\phi\delta\phi s\theta + s\psi\delta\phi c\theta c\phi + c\psi\delta\psi c\phi s\theta - c\phi\delta\phi c\psi + s\psi\delta\psi s\phi$$

$$\delta R(2,2) = s\psi c\phi\delta\phi s\theta + s\psi\delta\theta c\theta s\phi + c\psi\delta\psi s\phi s\theta - s\phi\delta\phi c\psi - s\psi\delta\psi c\phi$$

$$\delta R(3,2) = -s\psi\delta\theta s\theta + c\psi\delta\psi c\theta$$

$$\delta R(1,3) = -c\psi s\phi\delta\phi s\theta + c\psi\delta\theta c\theta c\phi - s\psi\delta\psi c\phi s\theta + c\phi\delta\phi s\psi + c\psi\delta\psi s\phi$$

$$\delta R(2,3) = c\psi c\phi\delta\phi s\theta + c\psi c\theta\delta\theta s\phi - s\psi\delta\psi s\phi s\theta + s\phi\delta\phi s\psi - c\psi\delta\psi c\phi$$

$$\delta R(3,3) = -s\theta\delta\theta c\psi - s\psi\delta\psi c\theta$$

L'expression de δR peut-être écrite sous cette forme :

$$\delta R = \begin{bmatrix} \delta R_\psi & \delta R_\theta & \delta R_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta\theta \\ \delta\phi \end{bmatrix} \quad (\text{VI.11})$$

Tel que :

$$\delta R_\psi = \begin{bmatrix} 0 & c\psi c\phi s\theta + s\psi s\phi & -c\phi s\psi s\theta + c\psi s\phi \\ 0 & c\psi s\phi s\theta - c\phi s\psi & -s\psi s\phi s\theta - c\psi c\phi \\ 0 & c\psi c\theta & -c\theta s\psi \end{bmatrix} \quad (\text{VI.12})$$

$$\delta R_\theta = \begin{bmatrix} -c\phi s\theta & s\psi c\phi c\theta & c\phi c\psi c\theta \\ -s\phi s\theta & s\psi s\phi c\theta & c\psi s\phi c\theta \\ -c\theta & -s\psi s\theta & -s\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (\text{VI.13})$$

$$\delta R_\phi = \begin{bmatrix} -s\phi c\theta & -s\psi s\phi s\theta - c\psi c\phi & -s\phi c\psi s\theta + s\psi c\phi \\ c\phi c\theta & s\psi c\phi s\theta - s\phi c\psi & c\psi c\phi s\theta + s\psi s\phi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.14})$$

Alors, le produit $\delta R {}^n P_i$ devient :

$$\delta R {}^n P_i = \begin{bmatrix} \delta R_\psi {}^n P_i & \delta R_\theta {}^n P_i & \delta R_\phi {}^n P_i \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \delta\psi \\ \delta\theta \\ \delta\phi \end{bmatrix} \quad (\text{VI.15})$$

Soit la matrice H_i , tel que :

$$H_i = \begin{bmatrix} \delta R_\psi {}^n P_i & \delta R_\theta {}^n P_i & \delta R_\phi {}^n P_i \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

On obtient pour les six chaînes du robot "F-200i", l'expression de la matrice H suivante :

$H =$

$$\begin{bmatrix} H_1(1,1) + H_2(1,1) + \dots + H_6(1,1) & H_1(1,2) + H_2(1,2) + \dots + H_6(1,2) & H_1(1,3) + H_2(1,3) + \dots + H_6(1,3) \\ H_1(2,1) + H_2(2,1) + \dots + H_6(2,1) & H_1(2,2) + H_2(2,2) + \dots + H_6(2,2) & H_1(2,3) + H_2(2,3) + \dots + H_6(2,3) \\ H_1(3,1) + H_2(3,1) + \dots + H_6(3,1) & H_1(3,2) + H_2(3,2) + \dots + H_6(3,2) & H_1(3,3) + H_2(3,3) + \dots + H_6(3,3) \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (\text{VI.16})$$

Le vecteur unitaire η_i est représenté dans la Figure VI.4, leur expression dans le repère de base est donnée par :

$$\eta_i = \begin{bmatrix} c\gamma_{zi} s\gamma_{yi} \\ s\gamma_{zi} s\gamma_{yi} \\ c\gamma_{yi} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.17})$$

La variation du vecteur unitaire η_i est alors :

$$\delta\eta_i = \begin{bmatrix} c\gamma_{yi} & c\gamma_{zi} & -s\gamma_{zi} & s\gamma_{yi} \\ c\gamma_{yi} & s\gamma_{zi} & c\gamma_{zi} & s\gamma_{yi} \\ -s\gamma_{yi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\gamma_{yi} \\ \delta\gamma_{zi} \end{bmatrix} \quad (\text{VI.18})$$

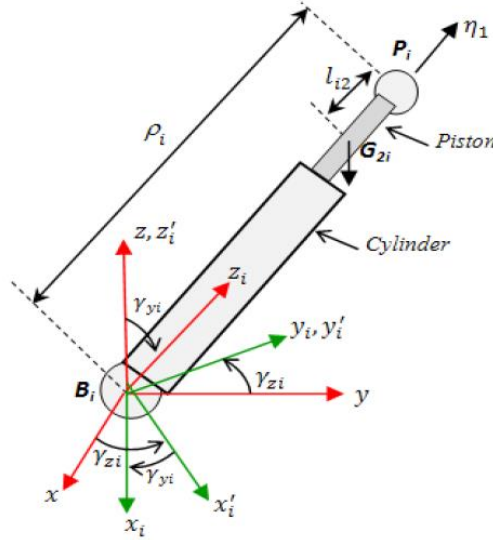


Figure VI. 4 Représentation d'un segment i [109-111]

L'équation (VI.9) peut maintenant être convertie sous forme vectorielle, à savoir :

$$A \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta \psi \\ \delta \theta \\ \delta \phi \end{bmatrix} = M_B \begin{bmatrix} \delta r_{b1} \\ \delta \alpha_1 \\ \vdots \\ \delta r_{b6} \\ \delta \alpha_6 \end{bmatrix} - R M_P \begin{bmatrix} \delta r_{p1} \\ \delta \beta_1 \\ \vdots \\ \delta r_{p6} \\ \delta \beta_6 \end{bmatrix} + M_\eta \begin{bmatrix} \delta \gamma_{y1} \\ \delta \gamma_{z2} \\ \vdots \\ \delta \gamma_{y6} \\ \delta \gamma_{z6} \end{bmatrix} + M_\rho \begin{bmatrix} \delta \rho_1 \\ \delta \rho_2 \\ \vdots \\ \delta \rho_6 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.19})$$

Tel que :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 6} \quad , M_B = [J_{B1} \ J_{B2} \ \dots \ J_{B6}]_{3 \times 12}, M_P = [J_{P1} \ J_{P2} \ \dots \ J_{P6}]_{3 \times 12},$$

$$M_\eta = [\rho_1 J_{\eta 1} \ \rho_2 J_{\eta 2} \ \dots \ \rho_6 J_{\eta 6}]_{3 \times 12}, \quad M_\rho = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_6]_{3 \times 6} \quad (\text{VI.20})$$

Avec :

$$J_{Bi} = \begin{bmatrix} c\alpha_i & -r_{bi} s\alpha_i \\ s\alpha_i & r_{bi} c\alpha_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_{Pi} = \begin{bmatrix} c\beta_i & -r_{pi} s\beta_i \\ s\beta_i & r_{pi} c\beta_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_{\eta i} = \begin{bmatrix} c\gamma_{yi} & c\gamma_{zi} & -s\gamma_{zi} & s\gamma_{yi} \\ c\gamma_{yi} & s\gamma_{zi} & c\gamma_{zi} & s\gamma_{yi} \\ -s\gamma_{yi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.21})$$

Notons que A et M_ρ sont les matrices Jacobiens directs et inverses du robot, respectivement. En supposant que A est non singulière, nous obtenons lors de la multiplication de l'équation (VI.19) par A^{-1} :

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta \psi \\ \delta \theta \\ \delta \phi \end{bmatrix} = J_B \begin{bmatrix} \delta r_{b1} \\ \delta \alpha_1 \\ \vdots \\ \delta r_{b6} \\ \delta \alpha_6 \end{bmatrix} + J_P \begin{bmatrix} \delta r_{p1} \\ \delta \beta_1 \\ \vdots \\ \delta r_{p6} \\ \delta \beta_6 \end{bmatrix} + J_\eta \begin{bmatrix} \delta \gamma_{y1} \\ \delta \gamma_{z1} \\ \vdots \\ \delta \gamma_{y6} \\ \delta \gamma_{z6} \end{bmatrix} + J_\rho \begin{bmatrix} \delta \rho_1 \\ \delta \rho_2 \\ \vdots \\ \delta \rho_6 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.22})$$

Tel que :

$$J_B = A^{-1}M_B \quad (\text{VI.23a})$$

$$J_P = -A^{-1}RM_P \quad (\text{VI.23b})$$

$$J_\eta = A^{-1}M_\eta \quad (\text{VI.23c})$$

$$J_\rho = A^{-1}M_\rho \quad (\text{VI.23d})$$

Les erreurs de positionnement (erreur de position et erreur d'orientation) du robot F-200i dépendent des variations des paramètres géométriques, ainsi que de la configuration du robot. Afin d'analyser la sensibilité globale de la pose du robot aux variations des paramètres géométriques pour une configuration donnée, nous exprimons l'équation (VI.22) sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta \psi \\ \delta \theta \\ \delta \phi \end{bmatrix} = J_G [\delta r_b \quad \delta r_p \quad \delta \gamma \quad \delta \rho]_{1 \times 42}^T \quad (\text{VI.24})$$

Avec :

$$\delta r_b = [\delta r_{b1} \quad \delta \alpha_1 \quad \delta r_{b2} \quad \delta \alpha_2 \quad \delta r_{b3} \quad \delta \alpha_3 \quad \delta r_{b3} \quad \delta \alpha_4 \quad \delta r_{b5} \quad \delta \alpha_5 \quad \delta r_{b6} \quad \delta \alpha_6] \quad (\text{VI.25a})$$

$$\delta r_p = [\delta r_{p1} \quad \delta \beta_1 \quad \delta r_{p2} \quad \delta \beta_2 \quad \delta r_{p3} \quad \delta \beta_3 \quad \delta r_{p3} \quad \delta \beta_4 \quad \delta r_{p5} \quad \delta \beta_5 \quad \delta r_{p6} \quad \delta \beta_6] \quad (\text{VI.25b})$$

$$\delta \gamma = [\delta \gamma_{y1} \quad \delta \gamma_{z1} \quad \delta \gamma_{y2} \quad \delta \gamma_{z2} \quad \delta \gamma_{y3} \quad \delta \gamma_{z3} \quad \delta \gamma_{y4} \quad \delta \gamma_{z4} \quad \delta \gamma_{y5} \quad \delta \gamma_{z5} \quad \delta \gamma_{y6} \quad \delta \gamma_{z6}] \quad (\text{VI.25c})$$

$$\delta \rho = [\delta \rho_1 \quad \delta \rho_2 \quad \delta \rho_3 \quad \delta \rho_4 \quad \delta \rho_5 \quad \delta \rho_6] \quad (\text{VI.25d})$$

$$J_G = [J_B \quad J_P \quad J_\eta \quad J_\rho] \quad (\text{VI.25e})$$

Si on met : $\delta X = [\delta x \ \delta y \ \delta z \ \delta \psi \ \delta \theta \ \delta \phi]^T$ et $\delta P = [\delta r_b \ \delta r_p \ \delta \gamma \ \delta \rho]^T$ l'équation (VI.24) devient finalement :

$$\delta X = J_G \delta P \quad (\text{VI.26})$$

VI.4. ANALYSE DE SENSIBILITE DE LA PLATEFORME DU ROBOT "F-200i"

Pour une configuration donnée du robot ($\psi = -20^\circ$, $\theta = 10^\circ$ et $\phi = 10^\circ$), un espace de travail régulier est déterminé (Figure VI.5). Sur cet espace, nous réalisons une analyse de sensibilité de la plateforme aux variations des paramètres linéaires et angulaires. Selon les équation (II.25), (II.26), (II.31) et (II.32), les indices *GSI* et *VSI* sont calculés et les résultats de l'analyse sont indiqués dans les Figures VI.6 - VI.13.

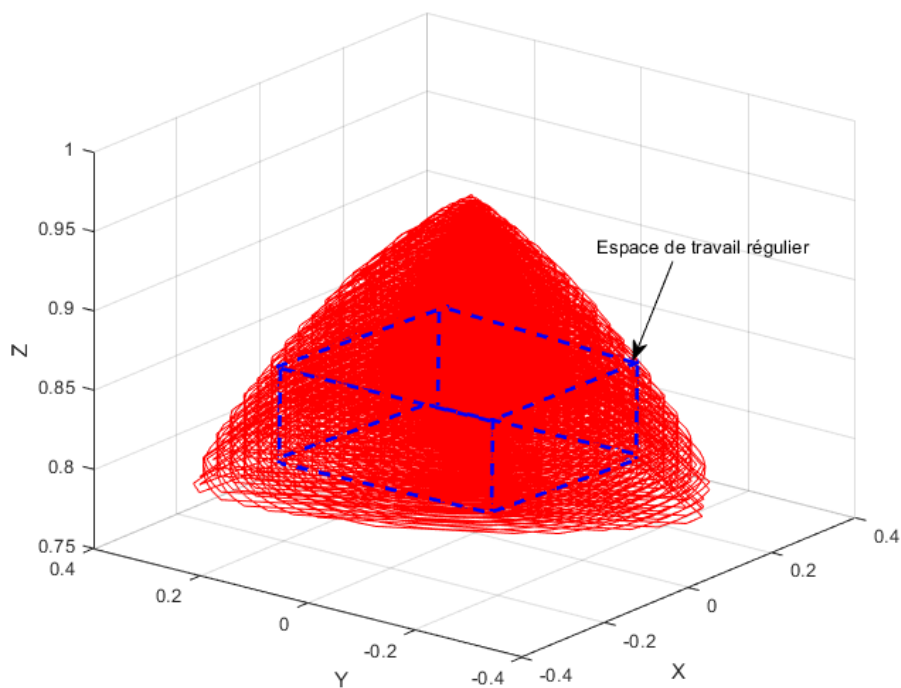


Figure VI. 5 Espace de travail et espace de travail régulier du robot "F-200i" pour une orientation donnée

Lorsque seules les sources d'erreurs linéaires sont prises en compte, les *GSI* des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position de la plate-forme mobile peuvent être démontrées dans la Figure VI.6. On peut remarquer selon la Figure VI.6, que les *GSI* des variations dimensionnelles $\delta r_{p_i}(x)$, $\delta r_{p_i}(y)$, $\delta r_{b_i}(x)$, $\delta r_{b_i}(y)$ et $\delta \rho_i(z)$ ayants les plus grandes influences moyennes sur l'erreur de position de la plateforme par rapport à toutes les autres

erreurs géométriques. Par conséquent, $\delta\rho_i$ est l'erreur la plus importante qu'on doit tenir en considération lors du processus de conception. En revanche, les composantes des erreurs linéaires $\delta r b_i(z)$ et $\delta r p_i(z)$ n'ont aucune influence sur l'erreur de position.

Quand seules les erreurs angulaires sont prises en compte, les *GSI* des sources d'erreurs angulaires sur la position de la plateforme peuvent être illustrées sur la Figure VI.7. L'interprétation de cette figure montre que les *GSI* des variations angulaires $\delta\gamma_{yi}(x)$, $\delta\gamma_{yi}(y)$, $\delta\gamma_{yi}(z)$, $\delta\gamma_{zi}(x)$ et $\delta\gamma_{zi}(y)$ présentent une influence moyenne plus importante sur l'erreur de position du robot que les autres sources d'erreurs. Par conséquent, $\delta\gamma_y$ est l'erreur la plus importante qu'on doit tenir en considération lors du processus de conception. Les composantes d'erreur angulaire $\delta\alpha_i(z)$, $\delta\gamma_{zi}(z)$ et $\delta\beta_i(x)$, $\delta\beta_i(y)$ et $\delta\beta_i(z)$ n'ont aucune influence sur l'erreur de position.

Selon la Figure VI.8, l'influence de chaque composante d'erreur linéaire sur l'erreur de position varie différemment dans l'espace de travail. Les composantes d'erreur linéaire avec des *VSI* plus petits ont un effet stable sur l'erreur de position. Cependant, l'influence des composantes d'erreur linéaire avec des *VSI* plus grands varie considérablement dans l'espace de travail. Ces composants d'erreur sont difficiles à compenser et nécessitent plus de considération dans la phase de conception, ces erreurs sont les $\delta r p_i$. De même, selon la Figure VI.9, les effets des composantes d'erreur angulaire $\delta\beta_i(x)$ et $\delta\beta_i(y)$ varient considérablement. Ces composants d'erreur angulaire nécessitent plus de considération dans la phase de conception.

Selon les équations (II.31) et lorsque seules les sources d'erreurs linéaires sont prises en compte, les *GSI* des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur d'orientation de la plate-forme mobile peuvent être démontrées dans la Figure VI.10 A partir de cette figure on peut remarquer que les *GSI* des variations dimensionnelles $\delta r b_i(z)$, $\delta r p_i(z)$, $\delta\rho_i(x)$, $\delta\rho_i(y)$ et $\delta\rho_i(z)$ ayants les plus grandes influences moyennes sur l'erreur d'orientation de la plateforme par rapport à toutes les autres erreurs géométriques. Par conséquent, $\delta\rho_i$ sont les erreurs les plus importantes qu'on doit tenir en considération lors du processus de conception.

Quand seules les erreurs angulaires sont prises en compte, les *GSI* des sources d'erreurs angulaires sur l'orientation de la plateforme peuvent être illustrées sur la Figure VI.11. On peut remarquer selon la Figure VI.11, que les *GSI* des variations angulaires $\delta\gamma_{yi}(x)$, $\delta\gamma_{yi}(y)$, $\delta\gamma_{yi}(z)$ et $\delta\gamma_{zi}(z)$ présentent une influence moyenne plus importantes sur l'erreur d'orientation

de la plateforme que les autres sources d'erreurs. Par conséquent, $\delta\gamma_{yi}$ et $\delta\gamma_{zi}$ sont les erreurs les plus importantes qu'on doit les tenir en considération lors du processus de conception.

Selon les équations (II.32), les *VSI* de la composante d'erreur linéaire sur les erreurs d'orientation de la plateforme sont exprimées sur la Figure VI.12. Cette figure montre que les $\delta rp_i(z)$ ont le plus grand *VSI*, ce qui indique que la fluctuation du *LSI* autour du *VSI* est plus importante que les autres sources d'erreurs. Les *VSI* des composantes d'erreurs angulaires sur l'erreur d'orientation de la plateforme sont démontrées sur la Figure VI.13. On peut remarquer selon la Figure VI.13, que les effets des composantes d'erreurs angulaires $\delta\beta_i(z)$ varient considérablement. Cependant, les composantes d'erreurs δrp_i et $\delta\beta_i$ nécessitent plus de considération dans la phase de conception.

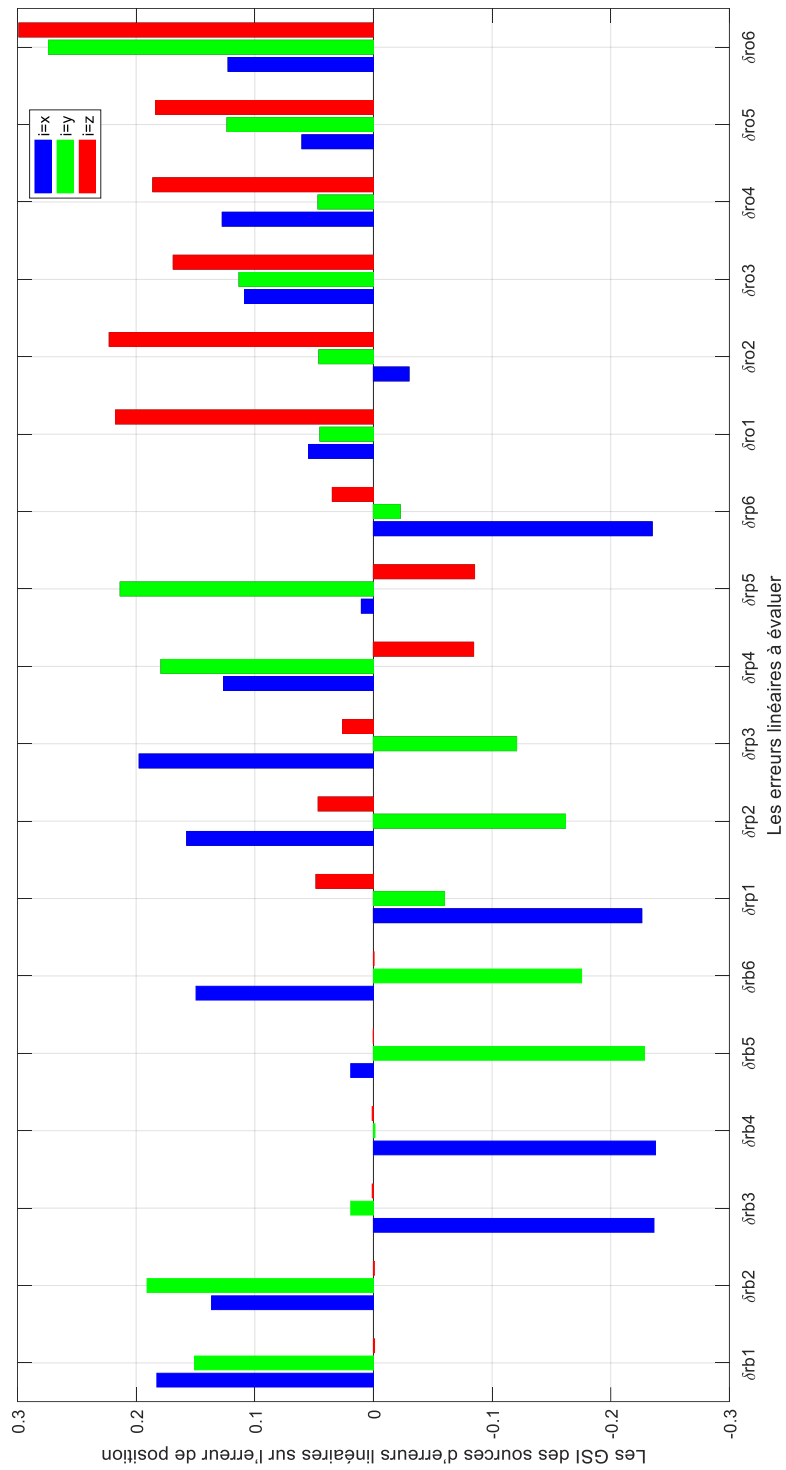


Figure VI. 6 GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position

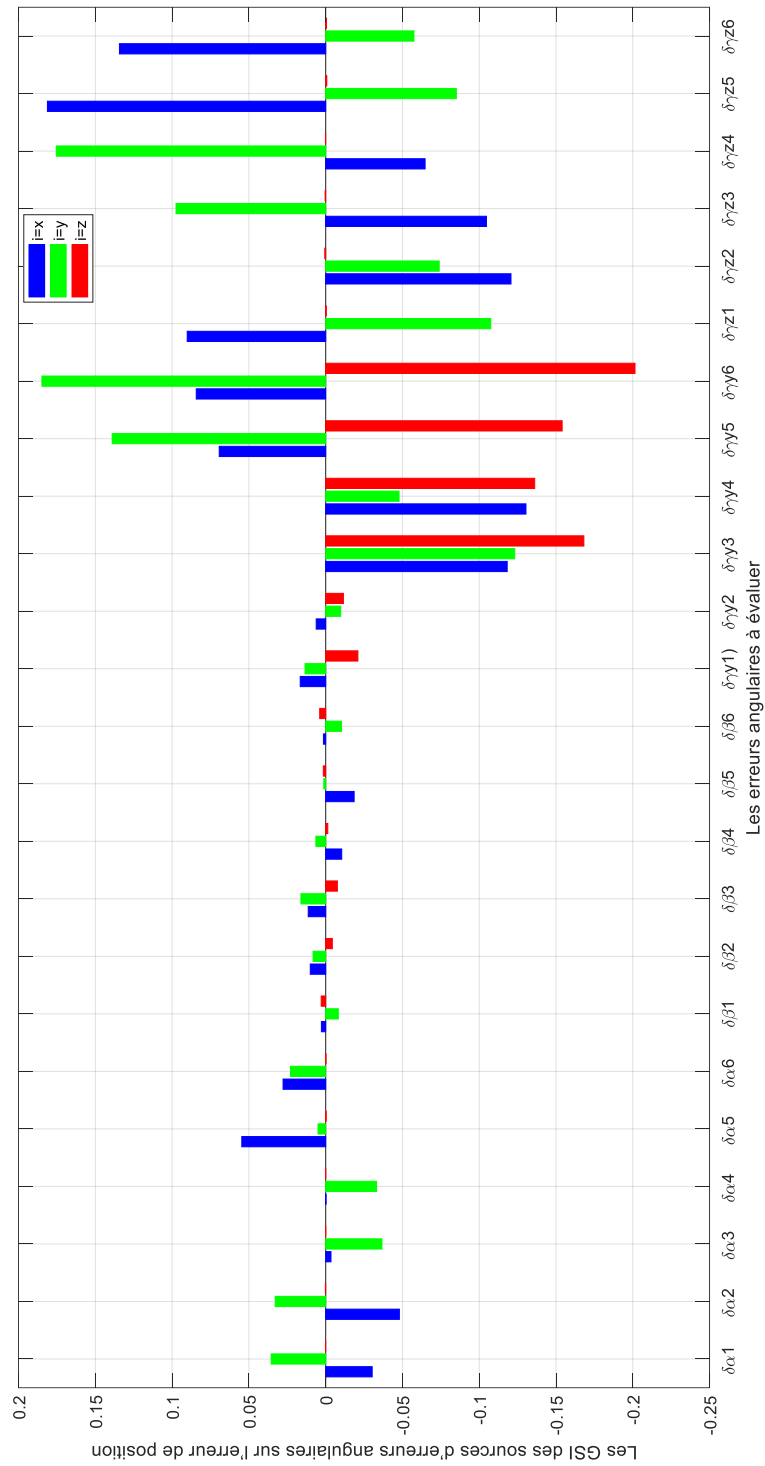


Figure VI. 7 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur de position

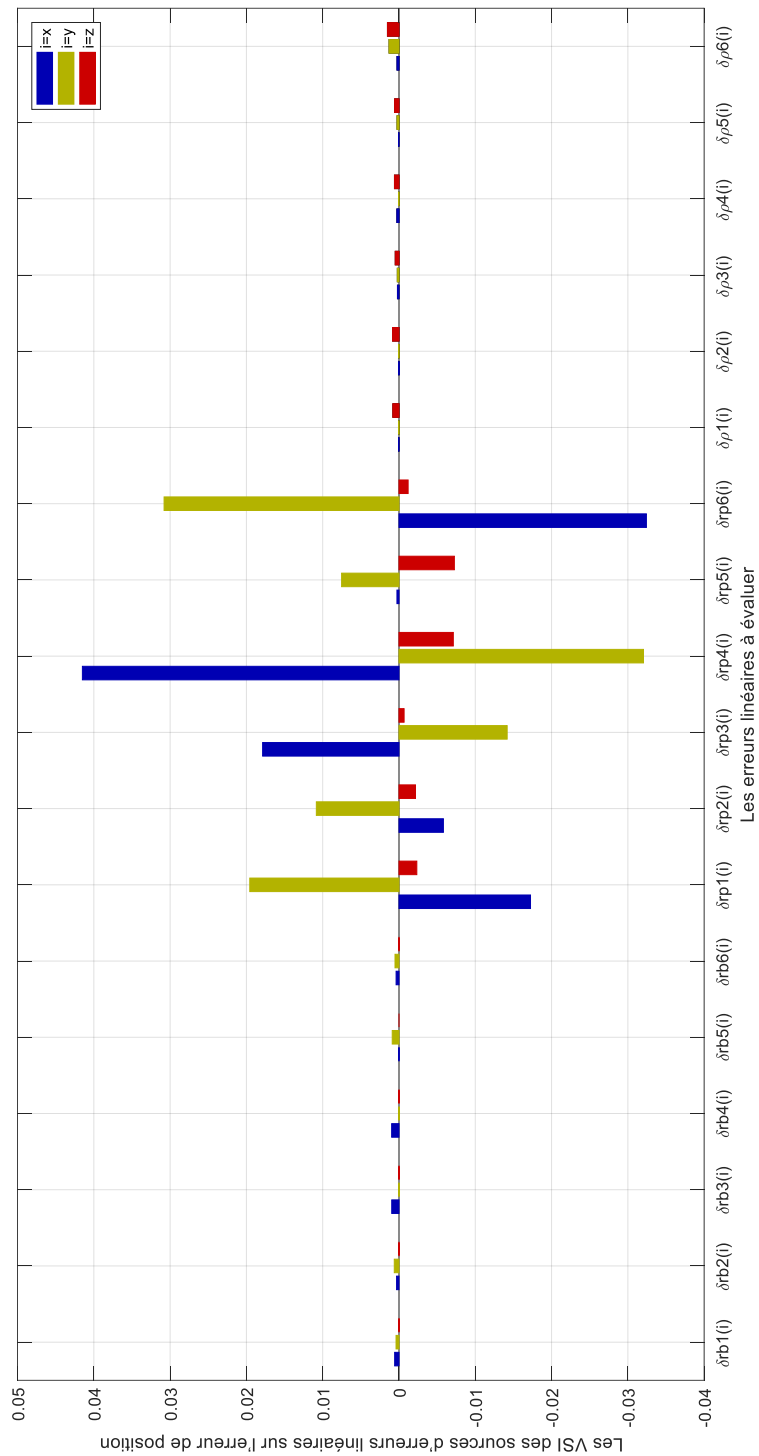


Figure VI. 8 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur de position

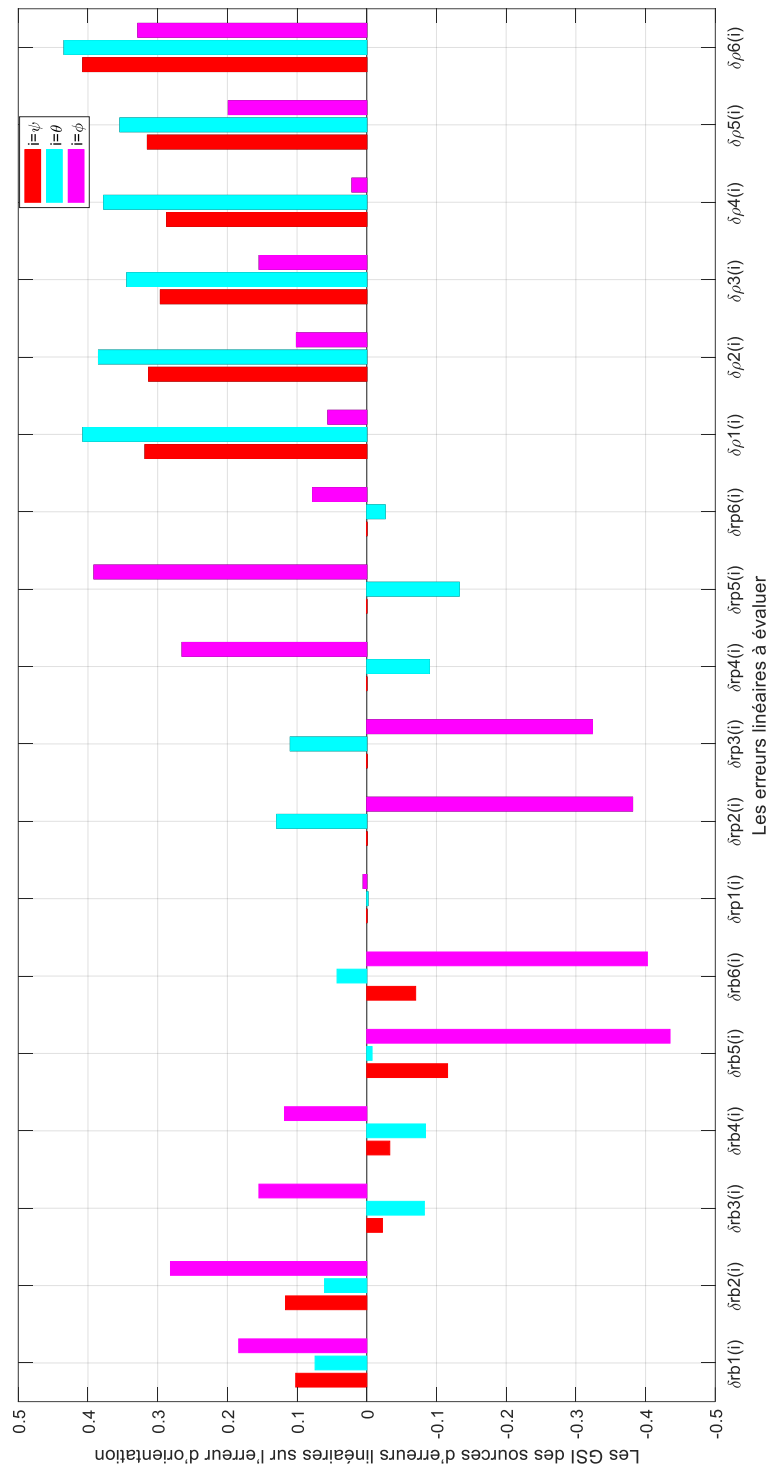


Figure VI. 10 GSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur d'orientation

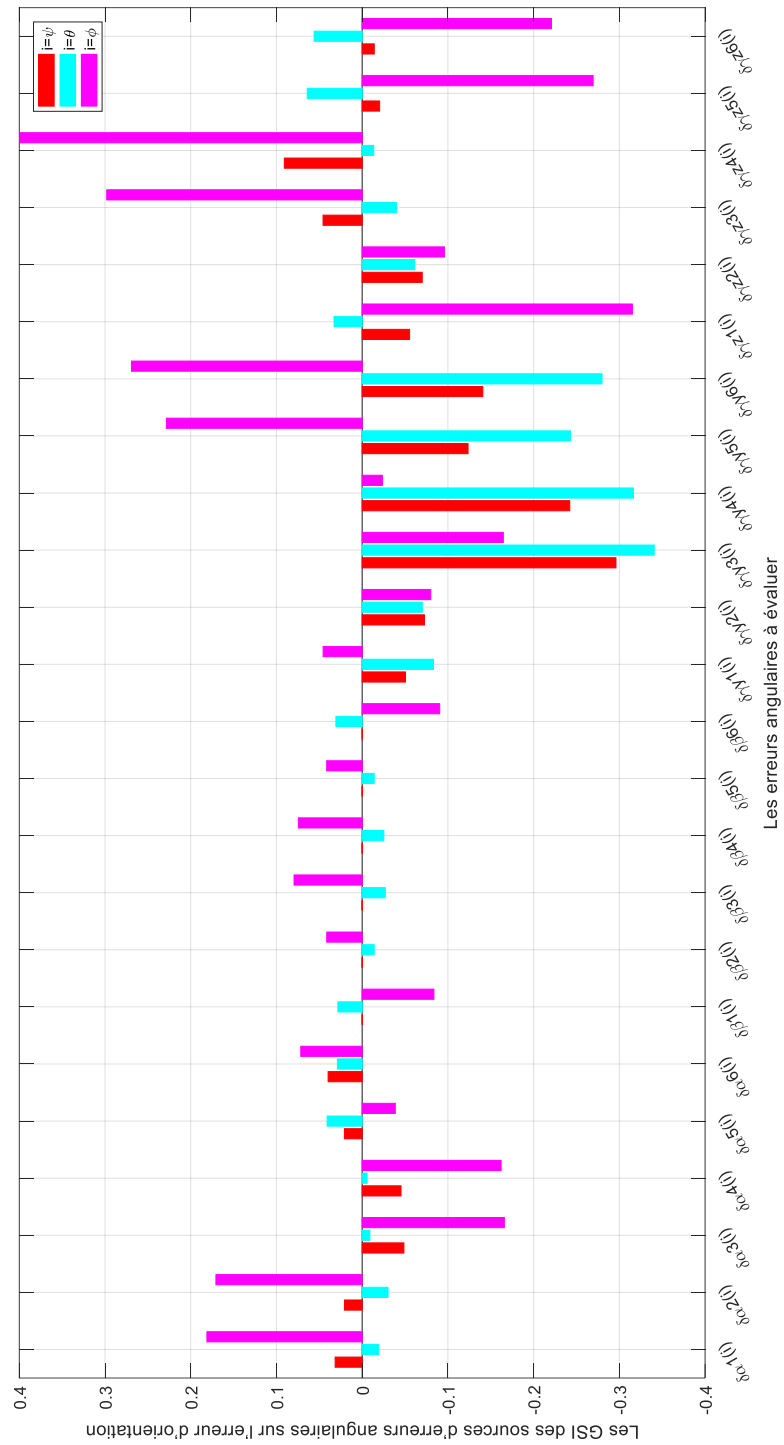


Figure VI. 11 GSI des sources d'erreurs angulaires sur l'erreur d'orientation

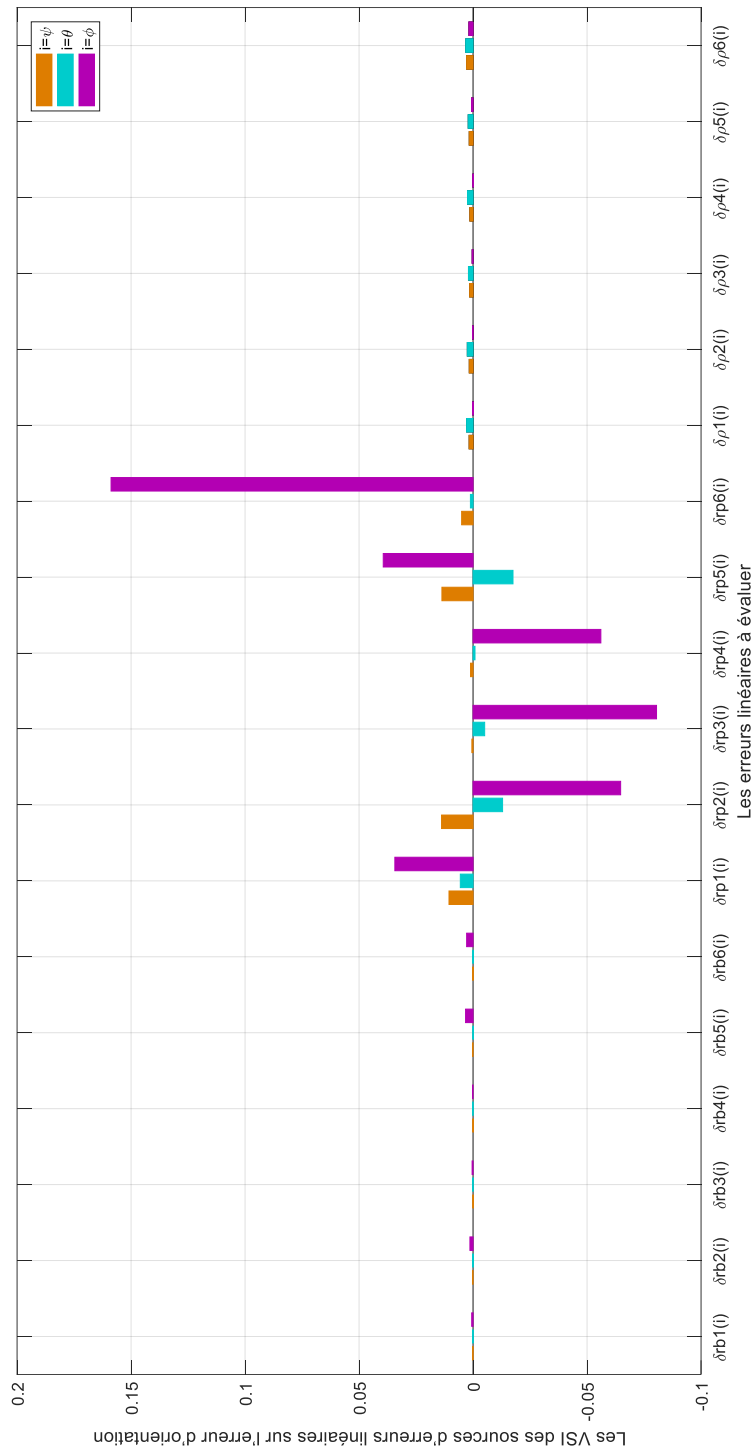


Figure VI. 12 VSI des sources d'erreurs linéaires sur l'erreur d'orientation

Vérification de l'analyse de sensibilité des erreurs de positionnement (erreur de position et erreur d'orientation) :

L'analyse de sensibilité effectuée sur le robot "F-200i" permet de trouver les sources d'erreurs principales. L'effet de ces sources peut être vérifié graphiquement par les Figure VI.14 - VI.22. Les composantes d'erreurs linéaires $\delta\rho_i$ peuvent être considérés comme des sources principales d'erreurs linéaires pour les erreurs de position et d'orientation de la plate-forme mobile, les sources d'erreurs angulaires $\delta\gamma_{yi}$ et $\delta\gamma_{zi}$ peuvent être identifiés comme des sources principales d'erreurs angulaires pour les erreurs de position et d'orientation de la plateforme mobile.

Les sources principales d'erreurs identifiées ont une influence beaucoup plus grande sur la précision du robot que toute autre composante d'erreur. Pour tester les erreurs de pose (position et orientation) sous différentes conditions, nous pouvons sélectionner trente-trois points représentatifs distribués dans l'espace de travail du robot comme indiquer dans la Figure VI.23. A partir de l'équation (VI.26), l'erreur de position est calculée premièrement avec une variation des sources d'erreurs linéaires égale à 0.1 mm et avec une variation des sources d'erreurs angulaires égale à 0.1°. Les variations de l'erreur de position en fonction de la variation d'erreurs principales sont illustrées dans les Figure VI.14 et VI.15. Dans la conception de précision du robot, les sources principales d'erreurs linéaires $\delta\rho_i, i = 1, \dots, 6$ sont réduites de 0.1 mm à 0.01 mm, les sources principales d'erreurs angulaires $\delta\gamma_{yi}$ et $\delta\gamma_{zi}, i = 1, \dots, 6$ sont réduites de 0.1° à 0.01°. A partir de des Figure VI.14 et VI.15, il paraît que l'effet d'erreurs principales angulaires (courbe rouge de la Figure VI.15) est plus important que l'effet d'erreurs principales linéaires (courbes noires de la Figure VI.14).

De même, le calcul de l'erreur d'orientation autour des trois axes x, y et z est calculé à partir de l'équation (VI.26). Premièrement, l'erreur d'orientation est calculée avec une variation des sources d'erreurs linéaires égale à 0.1 mm (Figures VI.16- VI.18). Puis, avec une variation des sources d'erreurs angulaires égale à 0.1° (Figures VI.19 - VI.22). A partir des Figures VI.16- VI.18, il paraît que l'effet d'erreurs principales linéaires $\delta\rho_i(y)$ (courbes bleues de la Figure VI.16) qui présentent la sensibilité de la plate-forme mobile aux variations de l'erreur d'orientation autour de l'axe y est plus important que l'effet des autres erreurs linéaires. Les Figures VI. 19 - VI.22, montrent que l'effet d'erreurs principales angulaires $\delta\gamma_{yi}(y)$ (courbes bleues de la Figure VI.19) et $\delta\gamma_{zi}(z)$ (courbes rouges de la Figure VI.20) est plus important que l'effet des autres erreurs angulaires.

Dans la conception de précision de la plateforme, les sources principales d'erreurs linéaires $\delta\rho_i$, $i = 1, \dots, 6$ sont réduites de 0.1 mm à 0.01 mm, et les sources principales d'erreurs angulaires $\delta\gamma_{yi}$ et $\delta\gamma_{zi}$ $i = 1, \dots, 6$ sont réduites de 0.1° à 0.01° . Les erreurs de position et d'orientation moyenne de la plate-forme mobile pour les trente-trois points sont calculées pour les deux cas, sans et avec conception de précision. Les résultats de comparaison sont illustrés dans les Figures VI.24 et VI.25.

A cet effet, les dix-huit sources principales d'erreurs $\delta\rho_i$, $\delta\gamma_{yi}$ et $\delta\gamma_{zi}$ (dans le cas du calcul de l'erreur de position) sont améliorées par 10% par rapport à leurs valeurs originales pour avoir son effet sur la précision de la plate-forme mobile. On peut conclure selon la Figure VI.24, si nous améliorons seulement la précision des dix-huit erreurs principales, qui représentent 42,85% des composantes total d'erreurs (42 erreurs). L'erreur de position sera variée de 4,40 à 0,633 mm, ce qui indique que la précision de la plate-forme mobile sera améliorée de 85,62%. Si nous améliorons la précision de toutes les erreurs non principales, qui représentent 57,14% des composantes du total d'erreurs, l'erreur de position sera variée de 4,40 à 4,381 mm, ce qui indique que la précision de la plate-forme mobile sera augmentée de 0.522%.

Dans le cas de la vérification de l'erreur d'orientation, on peut conclure selon la Figure VI.25, si nous améliorons seulement la précision des dix-huit erreurs principales $\delta\rho_i$, $\delta\gamma_{yi}$ et $\delta\gamma_{zi}$ qui représentent 42,85% des composantes total d'erreurs (42 erreurs). Les erreurs d'orientations autour des axes x , y et z seront variées de 0.00245° , 0.02406° et 0.00528° à 0.00017° , 0.00291° et 0.00284° respectivement, ce qui indique que la précision en orientation de la plate-forme mobile sera améliorée autour des axes x , y et z de 93.06%, 87.90% et 46.21% respectivement. Si nous améliorons la précision de toutes les erreurs non principales, qui représentent 57,14% des composantes du total d'erreurs. Les erreurs d'orientations autour les axes x , y et z seront variées de 0.00245° , 0.02406° et 0.00528° à 0.00252° , 0.02356° et 0.00865° respectivement, ce qui indique que la précision en orientation de la plate-forme mobile sera améliorée autour des axes x , y et z de -2.85%, 2.07% et -63.82% respectivement.

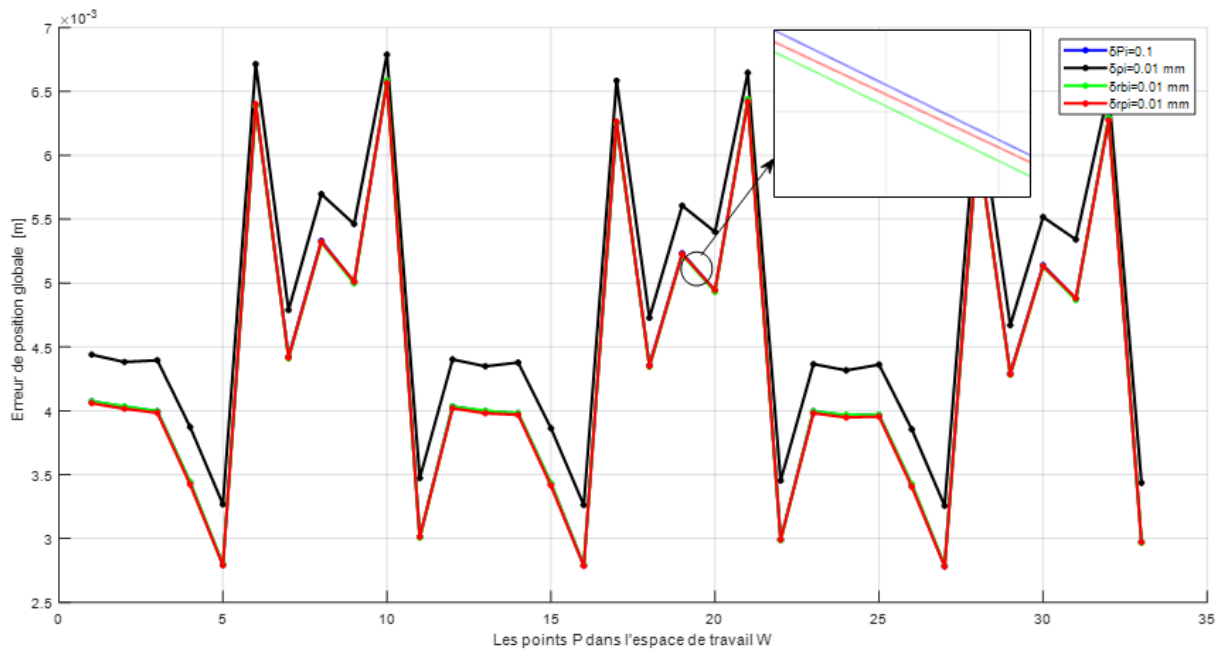


Figure VI. 14 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs linéaires

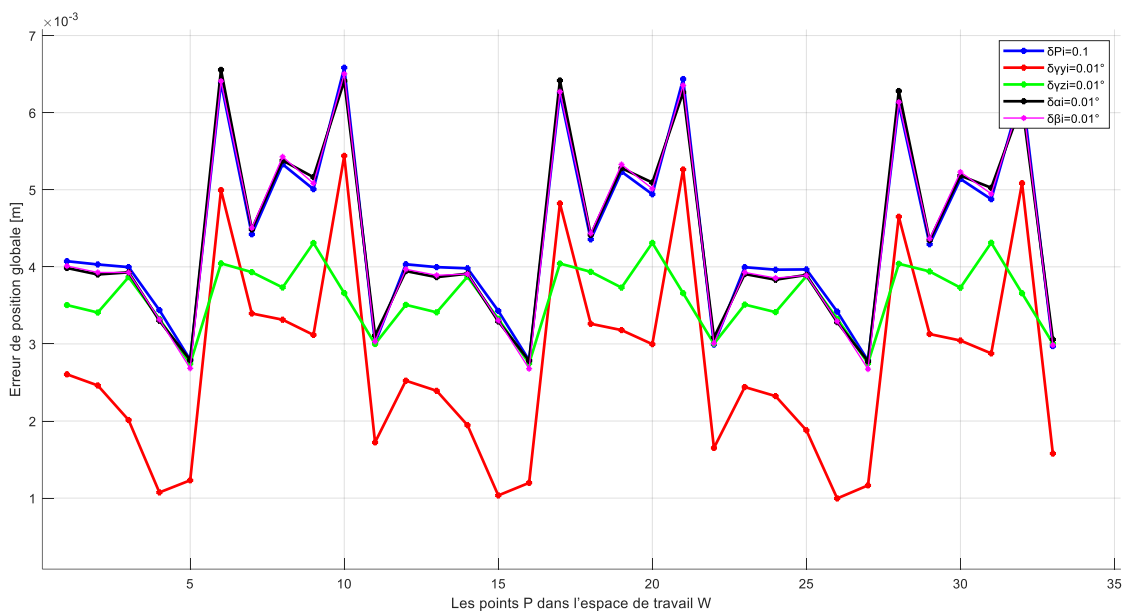


Figure VI. 15 Variation de l'erreur de position en fonction de variation des erreurs angulaires

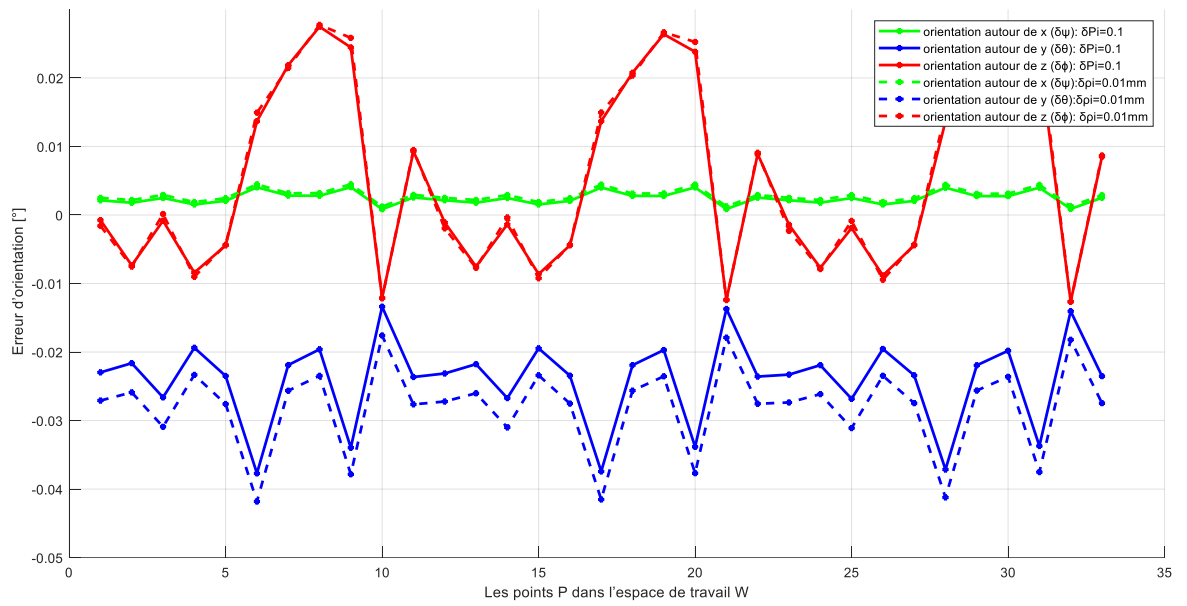


Figure VI. 16 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs linéaires $\delta\rho_i$

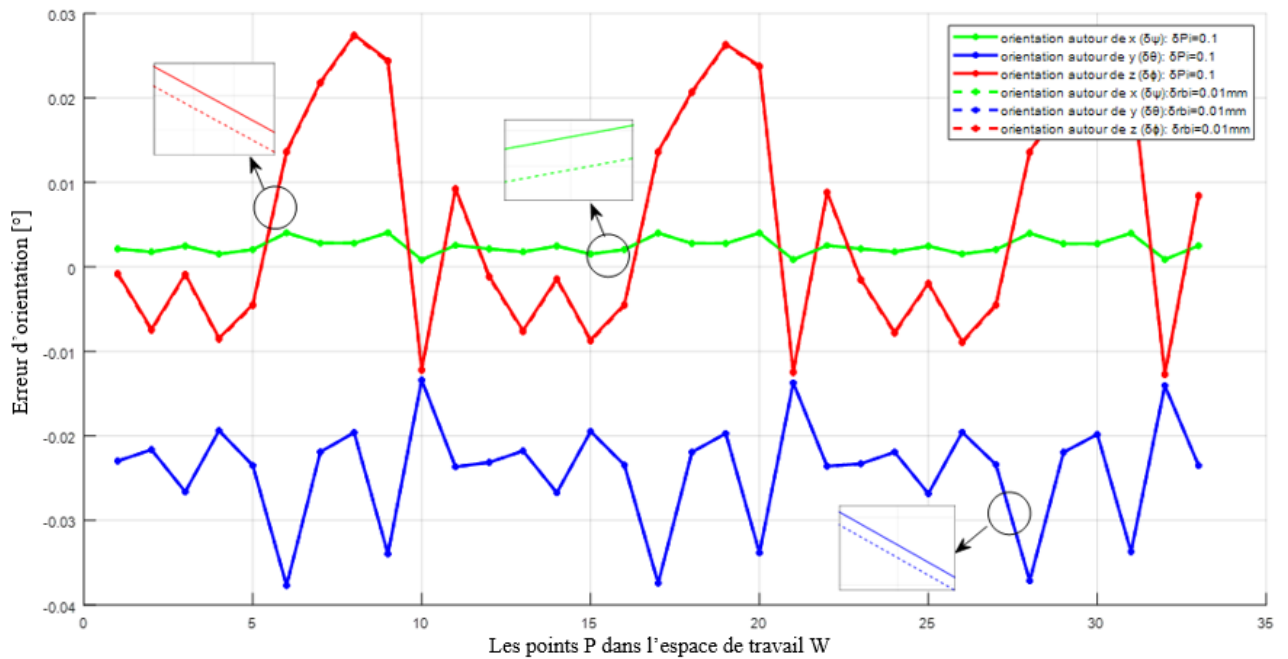


Figure VI. 17 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs linéaires $\delta r b_i$

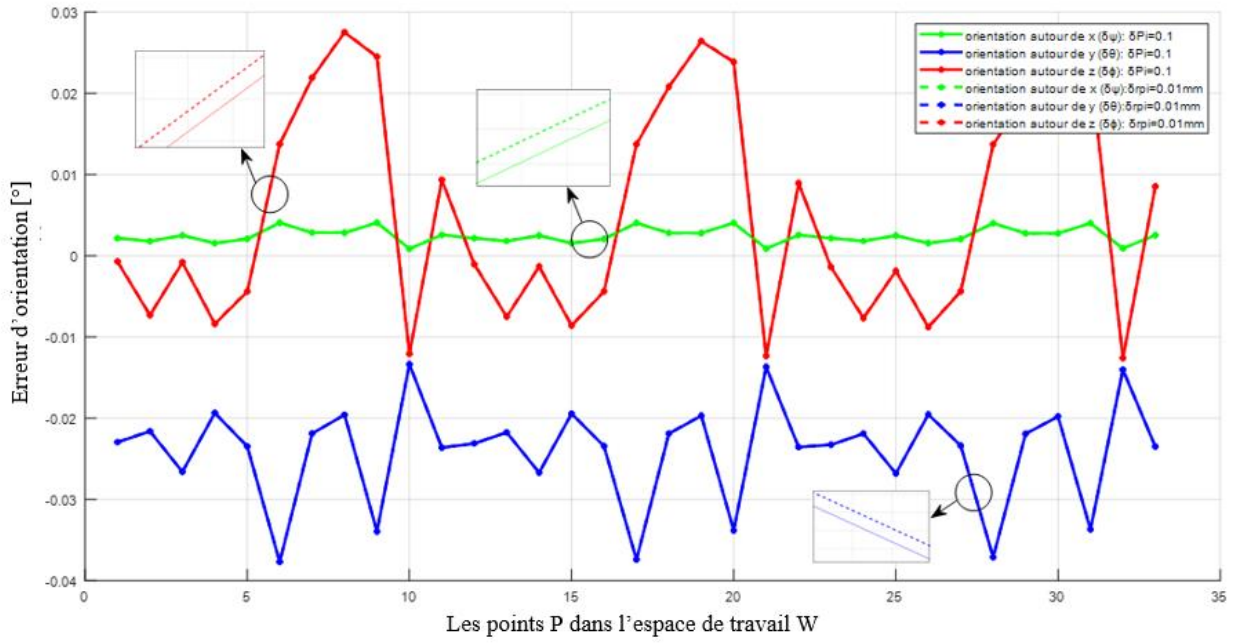


Figure VI. 18 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs linéaires δr_{pi}

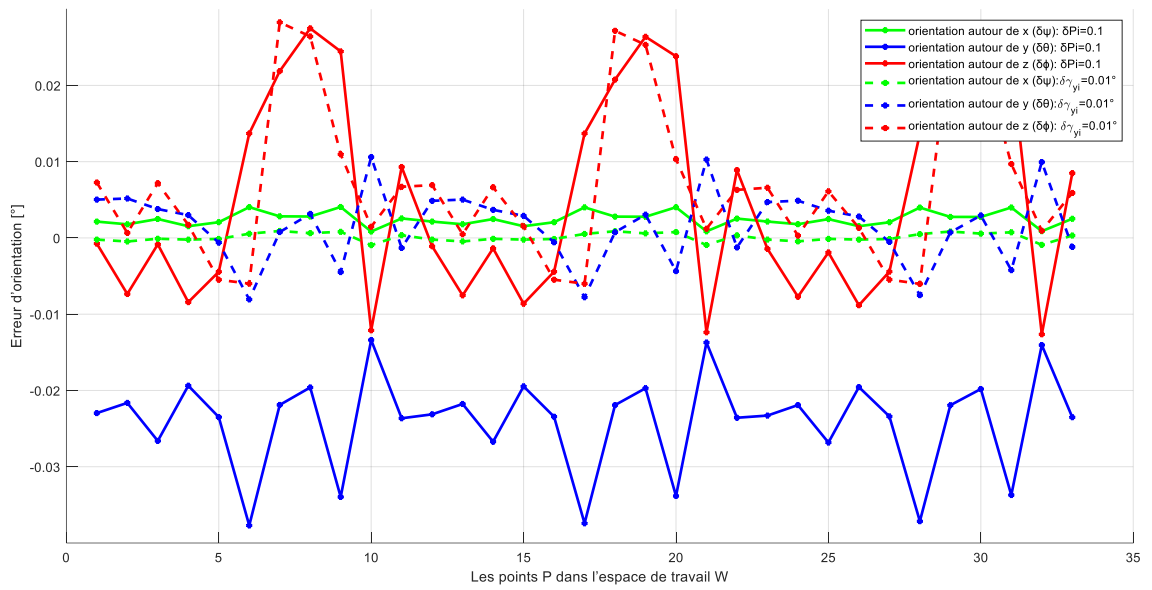


Figure VI. 19 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires $\delta \gamma_{yi}$

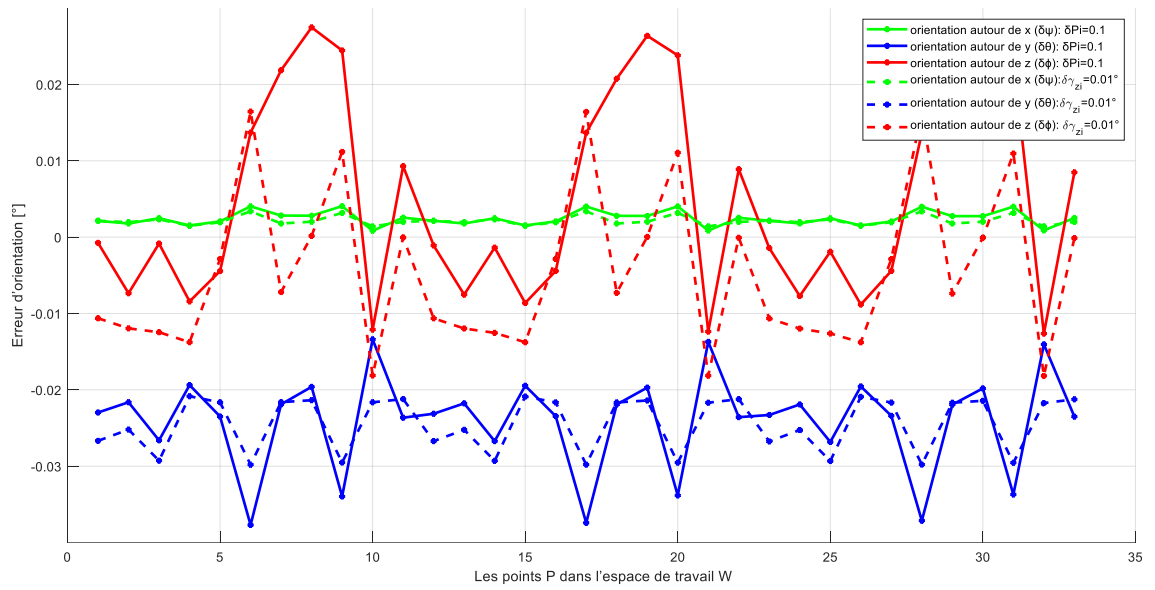


Figure VI. 20 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires $\delta\gamma_{zi}$

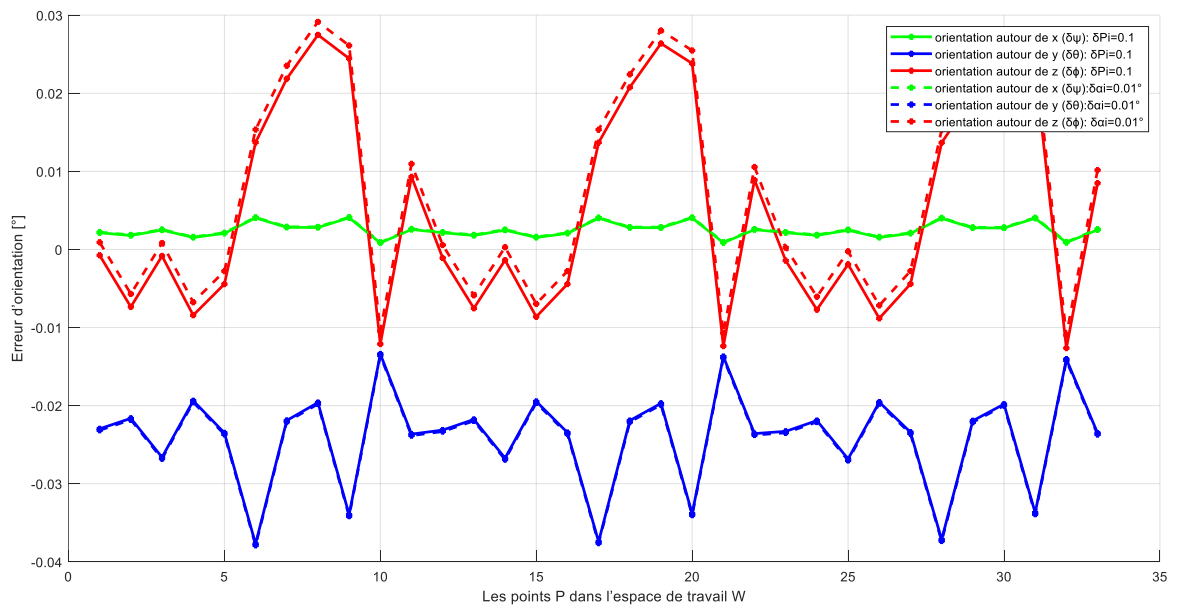


Figure VI. 21 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires $\delta\alpha_i$

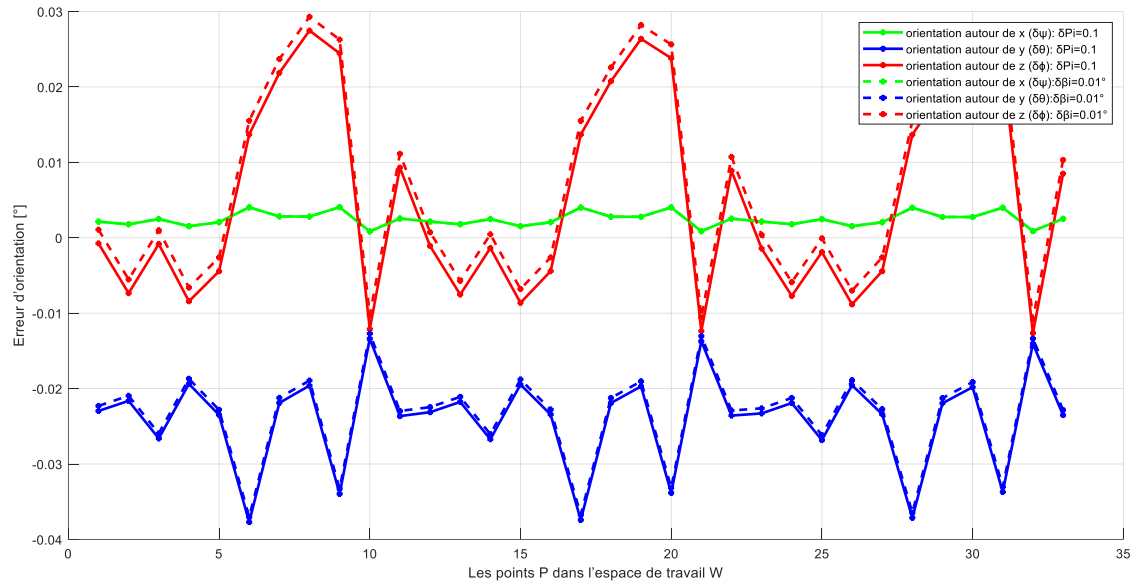


Figure VI. 22 Variation des erreurs d'orientation en fonction de variation des erreurs angulaires $\delta\beta_i$

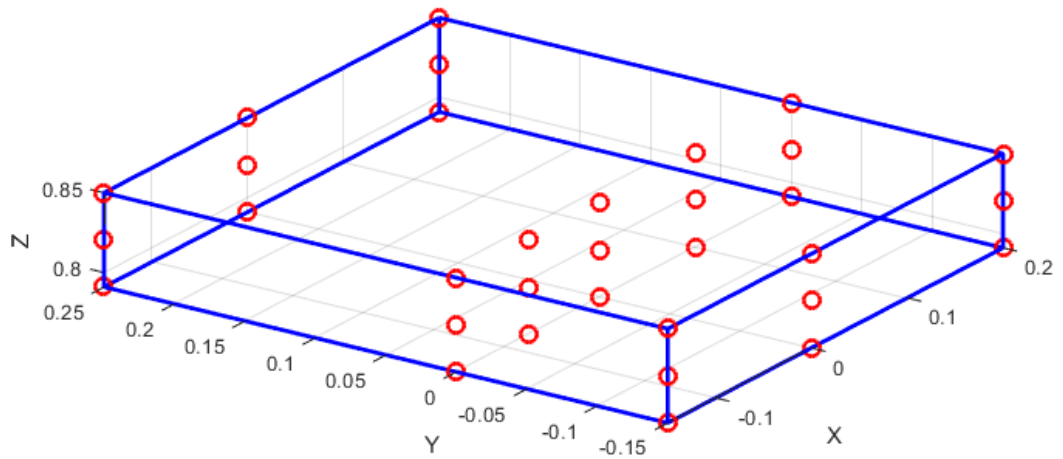


Figure VI. 23 Les points P_i dans l'espace de travail W de la plateforme mobile

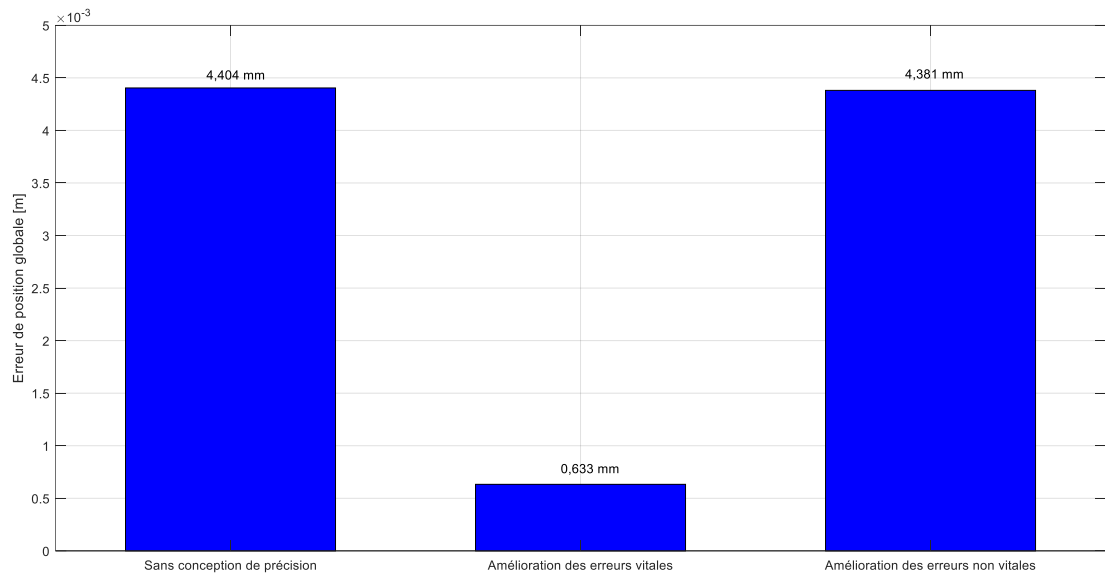


Figure VI. 24 Comparaison entre conception avec et sans précision. Cas : erreur de position

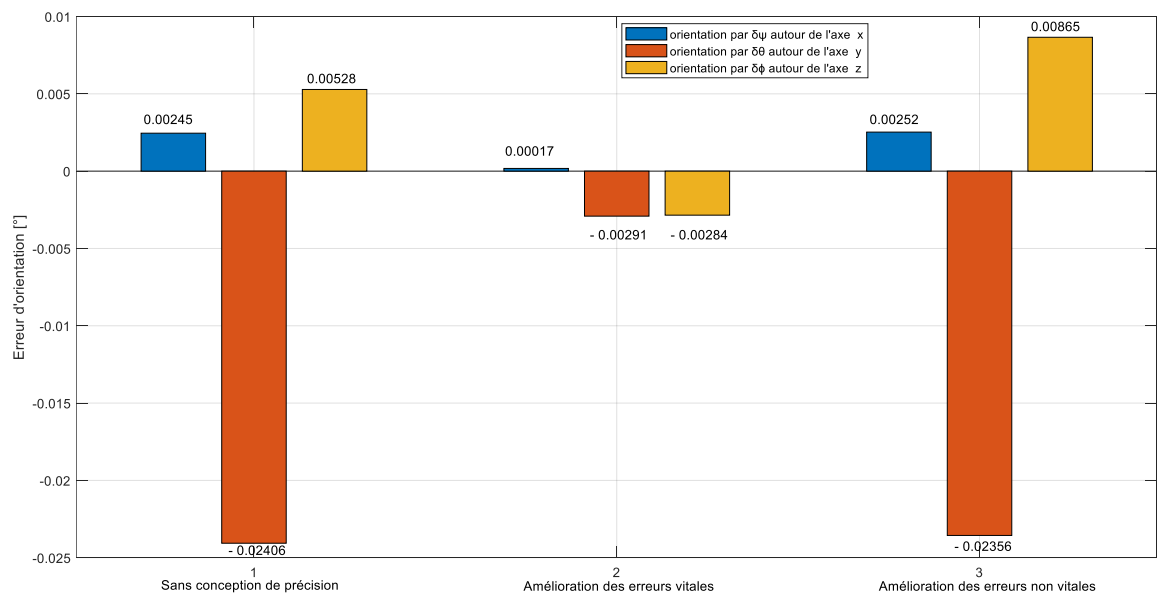


Figure VI. 25 Comparaison entre conception avec et sans précision. Cas : erreur d'orientation

VI.5. SYNTHÈSE DE TOLÉRANCE DE LA PLATEFORME DU ROBOT "F-200I"

VI.5.1. Calcul des tolérances optimales Δy_{iopt}

Si on considère seulement les variations des paramètres dimensionnels, la relation (VI.22) devient :

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta \psi \\ \delta \theta \\ \delta \phi \end{bmatrix} = J_B \begin{bmatrix} \delta r_{b1} \\ \delta r_{b2} \\ \vdots \\ \delta r_{b6} \end{bmatrix} + J_P \begin{bmatrix} \delta r_{p1} \\ \delta r_{p2} \\ \vdots \\ \delta r_{p6} \end{bmatrix} + J_\rho \begin{bmatrix} \delta \rho_1 \\ \delta \rho_2 \\ \vdots \\ \delta \rho_6 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.27})$$

On peut écrire aussi :

$$\delta X^* = J_G^* \delta P^* \quad (\text{VI.28})$$

Telle que :

$$\delta X^* = [\delta x \ \delta y \ \delta z \ \delta \psi \ \delta \theta \ \delta \phi]^T \quad (\text{VI.29})$$

$$\delta P^* = [\ \delta r_{b1} \dots \delta r_{b6} \ \delta r_{p1} \dots \delta r_{p6} \ \delta \rho_1 \dots \delta \rho_6 \]_{1 \times 18}^T \quad (\text{VI.30})$$

$$J_G^* = [J_B^* \ J_P^* \ J_\rho] \quad (\text{VI.31})$$

Les matrices J_B^* et J_P^* sont déterminées avec la même procédure de la détermination des matrices J_B et J_P (définies par les relations (VI.23a) et (VI.23b)), sauf que les matrices J_{Bi} et J_{Pi} (relation (VI.21)) deviennent respectivement :

$$J_{Bi}^* = \begin{bmatrix} c\alpha_i \\ s\alpha_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad J_{Pi}^* = \begin{bmatrix} c\beta_i \\ s\beta_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.32})$$

La matrice J_ρ est définis par la relations (VI.23d) .

δr_{bi} : Représente la variation de la longueur r_{bi} (la longueur nominale : $r_{bi}=r_b=0.45 \text{ m}$)

δr_{pi} : Représente la variation de la longueur r_{pi} (la longueur nominale : $r_{pi} = r_p=0.24 \text{ m}$)

$\delta \rho_i$: Représente la variation de la longueur ρ_i (les longueurs nominales ρ_i correspondes à la posture qui donne l'ellipse le plus contraignant sont : $\rho_1=0.8989 \text{ m}$, $\rho_2=1.0303 \text{ m}$, $\rho_3=0.7569 \text{ m}$, $\rho_4=0.9393 \text{ m}$, $\rho_5=0.9198 \text{ m}$, $\rho_6=0.7993 \text{ m}$)

En se basant sur le système d'équations (VI.28), la relation entre l'erreur de position de la plateforme mobile, δf_i et les variations dimensionnelles δr_{bi} , δr_{pi} , et $\delta \rho_i$, peut être exprimée par la relation suivante : $\delta f = J_y \delta y$ (équation III.33).

Avec :

$$\delta f = \delta X^* \quad (\text{VI.33})$$

$$J_y = J_G^* \quad (\text{VI.34})$$

Et :

$$\delta y = \delta P^* = [\delta r_{b1} \dots \delta r_{b6} \delta r_{p1} \dots \delta r_{p6} \delta \rho_1 \dots \delta \rho_6]_{1 \times 18}^T \quad (\text{VI.35})$$

La matrice de sensibilité S (équation (III.35)) est une matrice définie semi-positive, d'où $rank(S) = 3 < n$ ($n = 18, \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{15} = 0$). L'équation (III.37) représente une famille d'hyper-cylindroïdes, chaque cylindroïde possède quinze axes principaux infinis.

A partir de l'équation (III.35) les valeurs propres du cylindroïde le plus contraignant sont calculés. Ces valeurs propres sont : $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{15} = 0$, $\lambda_{16} = 3.4212$, $\lambda_{17} = 5.8704$, $\lambda_{18} = 8.2861$. A partir de l'équation (III.40) : $Y_r^2 = (0.1)^2 = 0.01$ ($\|\delta f\|_2^2 = (0.1)^2$: valeur imposée de la précision, égale à $100 \mu m$). Prenons le coefficient de modification $K = 0.03$. Les valeurs propres de l'espace faisable peuvent être obtenues à partir de l'équation (III.40). Ces valeurs propres sont : $\hat{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_2 = \dots = \hat{\lambda}_{15} = 1.7443$, $\hat{\lambda}_{16} = 3.4212$, $\hat{\lambda}_{17} = 5.8704$, $\hat{\lambda}_{18} = 8.2861$.

Avec les valeurs propres et les vecteurs propres P_i obtenus précédemment, la matrice caractéristique $\hat{S} = P\hat{D}P^T$ peut être ensuite construite (équation (III.43)). Les ellipsoïdes de sensibilité sont calculés dans les trente-trois points distribués dans l'espace de travail de la plate-forme mobile (Figure VI.23). L'ellipsoïde de sensibilité le plus contraignant dénoté ξ_{crit} est utilisé dans le problème d'optimisation pour calculer les tolérances optimales.

Pour calculer les tolérances dimensionnelles Δr_{biopt} , Δr_{piopt} , et $\Delta \rho_{iopt}$ des longueurs r_{bi} , r_{pi} et ρ_i respectivement, on résout le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \max_u |u_1 \ u_2 \ \dots \ u_{18}| \\ \text{tel que } U(u_1, u_2, \dots, u_{18}) \in \xi_{crit} \\ u_i \cdot \text{Sign}(V_i) \geq 0, i = 1, \dots, 18 \\ |u_i| \geq 4 \mu m, i = 1, \dots, 18 \end{cases}$$

La contrainte $|u_i| \geq 4 \mu m$ est la tolérance dimensionnelle tolérée pour les variables δr_{biopt} , δr_{piopt} , et $\delta \rho_{iopt}$. La solution du problème d'optimisation est calculée à l'aide de la fonction **fmincon** de *Matlab*. Les résultats sont illustrés dans le tableau VI.1 ($-\Delta r_{biopt} \leq \delta r_{bi} \leq \Delta r_{biopt}$, $-\Delta r_{piopt} \leq \delta r_{pi} \leq \Delta r_{piopt}$, $-\Delta \rho_{iopt} \leq \delta \rho_i \leq \Delta \rho_{iopt}$). Par souci d'interprétation

graphique, les ellipses de sensibilités et la boîte de tolérance correspondante ne peuvent pas être représentés graphiquement.

Tbleau VI. 1 Tolérances optimisées (μm) des dimensions de la plateforme Gough-Stewart

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
-7.056320	-8.898109	7.049835	7.169755	12.031791	-11.777773
Δrb_{1opt}	Δrb_{2opt}	Δrb_{3opt}	Δrb_{4opt}	Δrb_{5opt}	Δrb_{6opt}
7.056320	8.898109	7.049835	7.169755	12.031791	11.777773
u_7	u_8	u_9	u_{10}	u_{11}	u_{12}
7.926327	-12.820014	-10.979436	-7.610048	-10.065084	6.374352
Δrp_{1opt}	Δrp_{2opt}	Δrp_{3opt}	Δrp_{4opt}	Δrp_{5opt}	Δrp_{6opt}
7.926327	12.820014	10.979436	7.610048	10.065084	6.374352
u_{13}	u_{14}	u_{15}	u_{16}	u_{17}	u_{18}
6.889845	7.692586	9.021958	9.805597	9.674913	9.032035
$\Delta \rho_{1opt}$	$\Delta \rho_{2opt}$	$\Delta \rho_{3opt}$	$\Delta \rho_{4opt}$	$\Delta \rho_{5opt}$	$\Delta \rho_{6opt}$
6.889845	7.692586	9.021958	9.805597	9.674913	9.032035

VI.5.2. Optimisation du vecteur des tolérances optimales Δy_{iopt}

L'analyse de la sensibilité de la plateforme mobile a montré que les tolérances dimensionnelles $\Delta \rho_{iopt}$ sont les plus influentes sur la sensibilité du robot (précision de la plateforme mobile). Alors, selon notre technique de calcul de la boîte de tolérance Brahmia-BT, les paramètres dimensionnels qui seront ciblés par la réduction sont $\Delta \rho_{iopt}$. Donc, selon l'équation (III.46), les valeurs des tolérances dimensionnelles Δy_{iopt}^* sont calculées comme suite :

$$\Delta \rho_{iopt}^* = K1. \Delta \rho_{iopt}, i = 1, \dots, 6$$

Telle que $\Delta \rho_{iopt}^*$ correspond à $u_{13opt}^*, \dots, u_{18opt}^*$.

Si on prend $K1 = 0.7$, alors, les valeurs de Δy_{iopt}^* sont donc : $\Delta \rho_{1opt}^* = 4.822891 \mu\text{m}$, $\Delta \rho_{2opt}^* = 5.384810 \mu\text{m}$, $\Delta \rho_{3opt}^* = 6.315371 \mu\text{m}$, $\Delta \rho_{4opt}^* = 6.863917 \mu\text{m}$, $\Delta \rho_{5opt}^* = 6.772439 \mu\text{m}$, $\Delta \rho_{6opt}^* = 6.322425 \mu\text{m}$.

Le calcul des nouvelles valeurs robustes optimales (Δy_{irob}) des tolérances dimensionnelles Δy_{iopt}^* est effectué par la résolution du problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{\Delta u_{iopt}^*} \prod_{i=1}^{18} |u_{iopt}^*| \\ \text{tel que } U_{opt}^* (u_{1opt}^*, \dots, u_{8opt}^*) \in \xi_{crit} \\ u_{13opt}^* = 4.822891 \mu m \\ u_{14opt}^* = 5.384810 \mu m \\ u_{15opt}^* = 6.315371 \mu m \\ u_{16opt}^* = 6.863917 \mu m \\ u_{17opt}^* = 6.772439 \mu m \\ u_{18opt}^* = 6.322425 \mu m \\ |u_{iopt}^*| \geq \Delta y_{imin}^*, i = 1, \dots, 18 \end{array} \right.$$

Où Δy_{imin}^* est la tolérance minimale du longueur y_i . En supposant que $\Delta y_{imin}^* = 4 \mu m$, La solution du problème d'optimisation converge vers les résultats mentionnés dans le tableau VI.2. La fonction *fmincon* du Matlab est utilisée pour résoudre le problème d'optimisation.

Tbleau VI. 2 Valeurs des tolérances (μm) pour la première et la deuxième optimisation et pour $KI=0.7$ de la plateforme Gough-Stewart

	1 ^{ère} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{opt}	2 ^{ème} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{rob} par l'optimisation du vecteur Δy_{opt} et réduction de $\Delta \rho_i$	Pourcentage d'augmentation des tolérances du vecteur Δy_{opt} (%)	2 ^{ème} optimisation : Obtention du vecteur Δy_{rob} par l'optimisation du vecteur Δy_{opt} et réduction de $\Delta r b_i$	Pourcentage d'augmentation des tolérances du vecteur Δy_{opt} (%)
$\Delta r b_1$	7.056320	7.961235	12.82	4.9394	-30
$\Delta r b_2$	8.898109	10.594710	19.06	6.2287	-30
$\Delta r b_3$	7.049835	7.864167	11.55	4.9349	-30
$\Delta r b_4$	7.169755	8.145265	13.60	5.0188	-30
$\Delta r b_5$	12.031791	13.454408	11.82	8.4223	-30
$\Delta r b_6$	11.777773	13.024972	10.58	8.2444	-30
$\Delta r p_1$	7.926327	9.201417	16.08	8.7664	10.59
$\Delta r p_2$	12.820014	13.597746	6.06	14.7886	15.35
$\Delta r p_3$	10.979436	12.072331	9.95	12.0283	9.55
$\Delta r p_4$	7.610048	8.894751	16.88	8.7808	15.38
$\Delta r p_5$	10.065084	11.936107	18.58	11.5206	14.46
$\Delta r p_6$	6.374352	7.276137	14.14	7.7436	21.48
$\Delta \rho_1$	6.889845	4.822891	-30	7.4980	8.82
$\Delta \rho_2$	7.692589	5.384812	-30	8.7345	13.54
$\Delta \rho_3$	9.021958	6.315371	-30	10.6229	17.74
$\Delta \rho_4$	9.805597	6.863919	-30	11.6318	18.6
$\Delta \rho_5$	9.674913	6.772440	-30	10.3213	6.68
$\Delta \rho_6$	9.032035	6.322424	-30	9.9988	10.70
ΔC_{moy}	50.3134	36.6704	Augmentation de la précision par 27.11 %	55.7761	Diminution de la précision par 10.85 %

VI.5.3. Interprétation des résultats

Deux types de réduction sur les tolérances dimensionnelles sont effectués. L'une concerne les paramètres les plus influents ($\Delta\rho_{i\text{opt}}$) sur la sensibilité du robot, où ces paramètres ont été réduits de 30 % par rapport à ses valeurs initiales. Cependant, la recherche de la boîte de tolérance la plus volumineuse ne comprenant pas des pièces défectueuses, ce qui a conduit à l'augmentation de toutes les autres tolérances (Le vecteur $\Delta y_{i\text{rob}}$ avec diminution du $\Delta\rho_{i\text{opt}}$ dans le tableau VI.2). Dans ce cas, la valeur moyenne des erreurs de position pour les 33 postures du robot (ΔC_{moy}) a été diminuée par rapport à sa valeur initiale de 27.11 %, ce qui implique l'amélioration de la précision du robot (Figure VI.26 : courbe rouge).

La deuxième réduction concerne le paramètre le moins influent sur la sensibilité du robot, c.-à-d. ayant une erreur non principale. Ce paramètre, qui est la tolérance dimensionnelle $\Delta r_{b\text{iopt}}$ a été réduit de 30 % par rapport à sa valeur initiale. La recherche de la boîte de tolérance la plus volumineuse ne comprenant pas des pièces défectueuses, a conduit à l'augmentation de toutes les autres tolérances (Le vecteur $\Delta y_{i\text{rob}}$ avec diminution des $\Delta r_{b\text{iopt}}$ dans le tableau VI.2). Cependant, la valeur moyenne des erreurs de position a été augmentée par rapport à sa valeur initiale de 10.85 %, ce qui a causé la diminution de la précision (Figure VI.26 : courbe bleue), ceci peut être expliqué par la contribution des paramètres principaux $\Delta\rho_{i\text{opt}}$ avec les autres paramètres à l'augmentation de la valeur moyenne des erreurs ΔC_{moy} .

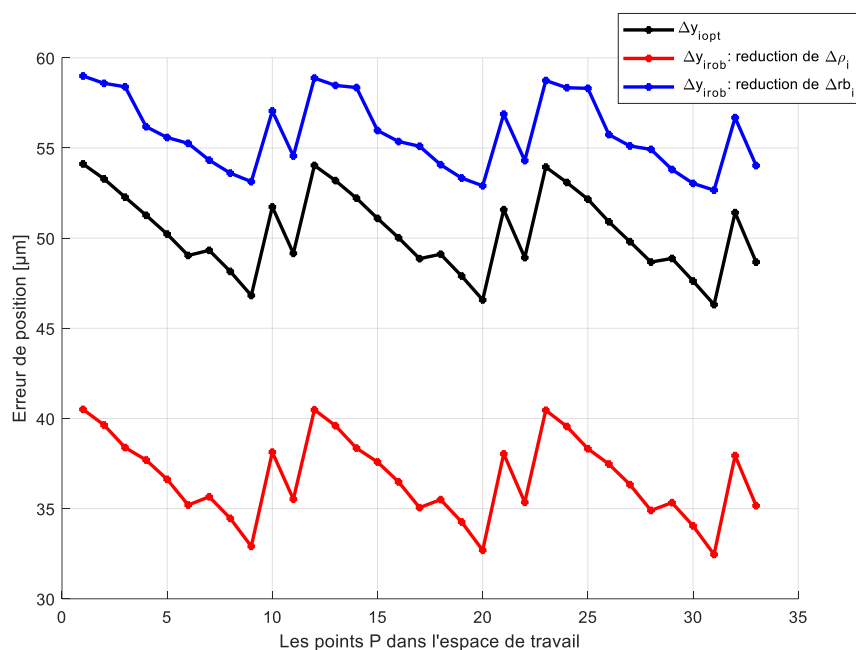


Figure VI. 26 Variation de l'erreur de position. Courbe rouge: réduction de $\Delta\rho_{i\text{opt}}$.
Courbe bleue: réduction de $\Delta r_{b\text{iopt}}$

VI.6. CONCLUSION

Dans cette application, en premier étape, nous avons réalisé une modélisation de la variation des erreurs de positionnement et une analyse de sensibilité de la plateforme mobile de Gough-Stewart. En se basant sur l'expression des indices de sensibilité (SI), la sensibilité des composantes d'erreurs linéaires et angulaires est établie. Les influences des variations dimensionnelles et angulaires sur la variation des erreurs de position et d'orientation sont analysées. Les résultats montrent que 42,85% des composantes d'erreurs (erreurs vitales) parmi la totalité des sources d'erreurs peuvent être améliorées pour obtenir une amélioration de 85,62% de la précision sur l'erreur de position et une amélioration de 93,06%, 87,9% et 42,21% de l'erreur d'orientation autour les axes x , y et z respectivement. Par contre, si nous améliorons la précision de toutes les erreurs non vitales, qui représentent 57,14% des composantes total d'erreurs, l'erreur de position ne peut améliorer que de 0,522% et l'erreur d'orientation ne peut améliorer que de -2,85%, 2,07% et -63,82% autour les axes x , y et z respectivement. Ces résultats indiquent que les indices de sensibilités de position et d'orientation utilisés sont assez efficace, ce qui peut grandement améliorer les effets de la conception de précision. De plus, afin d'obtenir une grande précision au stade de la conception, les composants d'erreurs $\delta\rho_i$, $\delta\gamma_{yi}$ et $\delta\gamma_{zi}$ doivent être donnés beaucoup plus de considération.

Pour valoriser l'efficacité de nos indices de sensibilité dans l'analyse de sensibilité des robots, une étape de vérification de l'analyse de sensibilité des erreurs de positionnement (erreur de position et erreur d'orientation) est effectuée. Les résultats de vérification sont quasi-identiques avec les résultats de l'analyse de sensibilité.

Dans la deuxième étape, une procédure de modélisation de l'erreur de position et une synthèse de tolérance de la plate-forme mobile Gough-Stewart à 6 *ddl* sont présentés. Après la détermination des paramètres les plus influents sur la sensibilité du robot, nous les introduisons dans le calcul des tolérances dimensionnelles. En effet, notre méthode d'analyse de tolérances des mécanismes présentée dans la section III.3 est utilisée. La boîte de tolérances optimale robuste Brahmia-BT de la plate-forme mobile est calculée. Ensuite, les tolérances dimensionnelles sont extraites à partir de cette boîte. Les valeurs des tolérances dimensionnelles trouvées se sont des valeurs robustes. Cependant, ces valeurs ne sont pas trop serrées, mais elles gardent toujours la précision inférieure ou égale à 100 μm . L'exploitation des données de cette analyse nous a permis d'indiquer l'influence des tolérances dimensionnelles sur les performances du robot. Cette approche de conception permet d'augmenter les tolérances

dimensionnelles de 12 paramètres géométriques de la plate-forme mobile qui présentent 66.7 % du nombre total des paramètres, et malgré ça, la précision du robot a été améliorée de 27.11 %.

**CONCLUSION GENERALE
ET PERSPECTIVES**

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur la proposition d'une méthodologie de la conception robuste des robots parallèles. Ses principales contributions sont :

1) *Développement de nouveaux indices de sensibilités :*

Pour l'analyse de sensibilité aux erreurs est utilisée pour découvrir les sources fondamentales d'erreurs. L'objectif principal de l'analyse de sensibilité consiste à identifier les sources principales d'erreurs par l'utilisation des indices de sensibilité aux erreurs. Dans la phase de fabrication, il faut donner plus de considération à ces sources d'erreurs, afin d'obtenir une plus grande précision de pose au robot. Il est à noter que les méthodes d'analyse de sensibilité varient en fonction des méthodes de modélisation des erreurs utilisées. La définition des indices de sensibilité est le problème majeur rencontré dans l'analyse de sensibilité. Pour surmonter ce problème nous avons présenté une méthode d'analyse de sensibilité des erreurs des robots parallèles afin de déterminer les erreurs géométriques principales. Deux nouveaux indices de sensibilité adimensionnels (sans dimension) basés sur la définition du *LSI* sont utilisés pour effectuer cette analyse (indice de sensibilité de position et indice de sensibilité d'orientation). L'identification des erreurs géométriques est basée sur ces indices de sensibilité qui tiennent compte à la fois les erreurs de position linéaires et angulaires. L'analyse de sensibilité a été effectuée sur trois types de robots :

- Une machine de rééducation du genou à 1 *ddl* ;
- Le robot parallèle planaire PAR2 à 2 *ddl* ;
- La plateforme de Gough-Stewart (F-200i de FANUC robotics) à 6 *ddl*.

Ces analyses nous ont permis de déterminer les variations des paramètres géométriques les plus influentes sur le positionnement (position et orientation) de l'effecteur. Ces paramètres ont été jugés comme indispensables pour effectuer par la suite la conception robuste des robots parallèles.

2) *Développement d'une nouvelle méthode de synthèse de tolérance pour calculer les tolérances dimensionnelles robustes :*

Cette méthode est basée sur les approches déterministes. Ces approches présentent l'avantage qu'elles ne nécessitent pas la connaissance des tolérances des variables de conception du robot manipulateur. Les valeurs optimales des variables de conception du mécanisme (les dimensions nominales optimales) sont supposées connues. Dans le cadre de notre approche de dimensionnement développé pour le calcul de tolérances, une autre approche séquentielle en deux étapes est proposée. Dans la première étape (première optimisation). La méthode du Boite de Tolérances est utilisée pour la synthèse des tolérances. Elle vise à maximiser le volume de la boite de tolérance incluse dans tous les ellipsoïdes de sensibilité du robot manipulateur étudié. Les tolérances dimensionnelles trouvées dans ce cas, ce sont des valeurs optimales. Pour trouver les valeurs robustes des tolérances dimensionnelles, on procède à la deuxième étape, d'où on optimise le vecteur des tolérances dimensionnelles optimales vers une solution plus robuste. Cette optimisation nécessite l'introduction du critère de sensibilité des paramètres de conception. Cette méthode a été appliquée sur les robots cités précédemment (la machine de rééducation du genou à 1 ddl ; Le robot parallèle planaire PAR2 à 2 ddl ; La plateforme de Gough-Stewart (F-200i de FANUC robotics) à 6 ddl). Les résultats obtenus montrent que la boite de tolérances nommée Caro-BT est la plus volumineuse et ne contenant pas des pièces défectueuses. Tandis que, notre boite de tolérances nommée Brahmia-BT, en plus qu'elle ne contient pas des pièces défectueuses, elle permet d'obtenir des tolérances plus larges avec un coût de fabrication minimum par rapport à la boite de tolérances Caro-BT.

Comme perspectives de ce travail, nous suggérons de :

- ✓ Appliquer notre méthodologie de conception robuste (analyse de sensibilité et synthèse de tolérances) sur d'autres types de robots manipulateurs, à savoir des robots manipulateurs sériels et hybrides.
- ✓ Réadapter la méthode de synthèse de tolérances en prenant en considération les déformations des éléments (segments et articulations) du robot manipulateur.
- ✓ Elaborer d'autres méthodes de synthèse de tolérances, à savoir les méthodes basées sur des approches statistiques.

PUBLICATIONS DANS LE CADRE DE CETTE THESE

Conférences nationales et internationales

1. **Brahmia Allaoua** and Kelaiaia, Ridha. "**Conception d'un mécanisme de rééducation de genou d'un être humain**" *Third International Conference on Electromechanical Engineering ICEE'2018, November 21-22, 2018, Skikda University, Algeria (ISBN 978-9931-9447-4-4)*.

Publications

1. **Brahmia Allaoua** and Kelaiaia, Ridha. "**Design of a Human Knee Reeducation Mechanism**" *Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering*, vol.11, no.1, 2019, pp.42-53. doi: <https://doi.org/10.2478/auseme-2019-0004>
2. **Brahmia, A.**, Kelaiaia, R., Chemori, A., and Company, O. (June 2, 2021). "**On Robust Mechanical Design of PAR2 Delta-Like Parallel Kinematic Manipulator.**" *ASME. J. Mechanisms and Robotics*. doi: <https://doi.org/10.1115/1.4051360>
3. **Brahmia, A.**, Kelaiaia, R., Chemori, A., and Company, O. " **Kinematic sensitivity analysis of manipulators using a novel dimensionless index** ". *Robotics and Autonomous Systems*. *Accepted for publication 5 Jan 2022*. doi: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2022.104021>

REFERENCES

RÉFÉRENCES

- [1] G. Taguchi, "Off-line and on-line quality control systems," in Proceedings of the International Conference on Quality Control, 1978, vol. 4, pp. 1-5.
- [2] J.-P. Merlet, Parallel robots. Springer Science & Business Media, 2005.
- [3] W. Khalil and E. Dombre, Modélisation identification et commande des robots. Hermes, 1999.
- [4] Stewart, "A platform with six degrees of freedom," Proceeding of the Institution of mechanical engineers, vol. 180, no. 1, pp. 371-386, 1965.
- [5] V. Gough, Whitehall S.G., "Universal tyre test machine," Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress, pp. 117-137, 1962 1962.
- [6] C. Gosselin and J. Angeles, "The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator," 1989.
- [7] Pierrot F, "Parallel mechanisms and redundancy," presented at the In 1st Int.Colloquium, Collaborative Research Centre 562, Braunschweig, 29-30 Mai, 2002.
- [8] F. Majou, "Analyse cinétostatique des machine parallèles à translations," Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes (ECN); Université Laval (Québec, Canada), 2004.
- [9] C. Baradat, V. Nabat, S. Krut, and F. Pierrot, "Par2: A spatial mechanism for fast planar, 2-dof, pick-and-place applications," in Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators, 2009, p. 10.
- [10] C. Germain, "Conception d'un robot parallèle à deux degrés de liberté pour des opérations de prise et de dépose," Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2013.
- [11] W. Wei and N. Simaan, "Design of planar parallel robots with preloaded flexures for guaranteed backlash prevention," ASME Journal of Mechanisms and Robotics vol. 2, no. 1, 2010.
- [12] A. Joubair, M. Slamani, and I. A. J. R. Bonev, "A novel XY-Theta precision table and a geometric procedure for its kinematic calibration," Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 28, no. 1, pp. 57-65, 2012.
- [13] T. P. Tho and N. T. Thinh, "Analysis of kinematics and dynamics of 4-dof delta parallel robot," in Robot Intelligence Technology and Applications 2: Springer, 2014, pp. 901-910.
- [14] M. UCHIYAMA, "A new design of a very fast 6-DOF parallel robot," in Proc. 23rd Int. Symp. Industrial Robots, Barcelona, 1992, pp. 771-776.
- [15] R. Kelaiaia, "Contribution à la conception optimale des machines-outils parallèle," Thèse de doctorat, Université de Skikda, Algeria, 2012.
- [16] D. Chablat, "Domaines d'unicité et parcourabilité pour les manipulateurs pleinement parallèles," Thèse de doctorat, Université de Nantes, France, 1998.
- [17] Y. Lou, "Optimal design of parallel manipulators," Doctor of Philosophy, Honk Kong University of Science and Technology 2006.
- [18] C. Gosselin and J. Angeles, "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains," IEEE transactions on robotics and automation, vol. 6, no. 3, pp. 281-290, 1990.
- [19] R. M. Murray, Z. Li, and S. S. Sastry, A mathematical introduction to robotic manipulation. CRC press, 2017.
- [20] O. Khatib and A. Bowling, "Optimization of the inertial and acceleration characteristics of manipulators," in Proceedings of IEEE international conference on robotics and automation, 1996, vol. 4, pp. 2883-2889: IEEE.
- [21] C. IFTOMM, "Terminology for the mechanism and machine science," Mechanism and Machine Theory, vol. 38, no. 7, pp. 813-818, 2003.

- [22] T. Niaritsiry, "Optimisation de la conception du robot parallèle delta cube de très haute précision," Thèse de Doctorat, Ecole polytechnique fédéral de Lausanne, 2006.
- [23] P. Vischer, "Improving the accuracy of parallel robots," Thèse de doctorat, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 1996.
- [24] A. Verl, A. Valente, S. Melkote, C. Brecher, E. Ozturk, and L. T. J. C. A. Tunc, "Robots in machining," vol. 68, no. 2, pp. 799-822, 2019.
- [25] K. E. Zanganeh and J. Angeles, "Kinematic isotropy and the optimum design of parallel manipulators," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 16, no. 2, pp. 185-197, 1997.
- [26] C. M. J. R. Gosselin and A. systems, "The optimum design of robotic manipulators using dexterity indices," vol. 9, no. 4, pp. 213-226, 1992.
- [27] R. Kelaiaia, "Improving the pose accuracy of the Delta robot in machining operations," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 91, no. 5, pp. 2205-2215, 2017.
- [28] A. J. Patel and K. J. C. A. Ehmann, "Volumetric error analysis of a Stewart platform-based machine tool," vol. 46, no. 1, pp. 287-290, 1997.
- [29] J. Wang, X.-J. J. R. Liu, and A. Systems, "Analysis of a novel cylindrical 3-DoF parallel robot," vol. 42, no. 1, pp. 31-46, 2003.
- [30] M. Weck and D. J. C. A. Staimer, "Parallel kinematic machine tools—current state and future potentials," vol. 51, no. 2, pp. 671-683, 2002.
- [31] O. Company, "Machines-outils rapides rapides à structure parallèle. Méthodologie de conception, applications et nouveaux concepts," Thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2000.
- [32] T. Huang, Y. Li, G. Tang, S. Li, X. Zhao, and L. Xianping, "Error modeling, sensitivity analysis and assembly process of a class of 3-DOF parallel kinematic machines with parallelogram struts," *Science in China Series E: Technological Science*, vol. 45, no. 5, pp. 467-476, 2002.
- [33] S. Guo, X. Mei, and G. Jiang, "Geometric accuracy enhancement of five-axis machine tool based on error analysis," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 105, no. 1, pp. 137-153, 2019.
- [34] J. Li, F. Xie, X.-J. Liu, B. Mei, H. Li, and Technology, "A spatial vector projection based error sensitivity analysis method for industrial robots," *Journal of Mechanical Science and Technology* vol. 32, no. 6, pp. 2839-2850, 2018.
- [35] J. Li, F. Xie, and X.-J. Liu, "Geometric error modeling and sensitivity analysis of a five-axis machine tool," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 82, no. 9-12, pp. 2037-2051, 2016.
- [36] Q. Li, W. Wang, Y. Jiang, H. Li, J. Zhang, and Z. Jiang, "A sensitivity method to analyze the volumetric error of five-axis machine tool," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 98, no. 5, pp. 1791-1805, 2018.
- [37] S. Lee, Q. Zeng, and K. F. Ehmann, "Error modeling for sensitivity analysis and calibration of the tri-pyramid parallel robot," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 93, no. 1, pp. 1319-1332, 2017.
- [38] S. Caro, P. Wenger, F. Bennis, and D. Chablat, "Sensitivity analysis of the orthoglide: A three-dof translational parallel kinematic machine," *Journal of Mechanical Design*, vol. 128, no. 2, pp. 392–402, 2006.
- [39] K.-C. Fan, H. Wang, J.-W. Zhao, T.-H. Chang, and Manufacture, "Sensitivity analysis of the 3-PRS parallel kinematic spindle platform of a serial-parallel machine tool," *International Journal of Machine Tools*, vol. 43, no. 15, pp. 1561-1569, 2003.
- [40] D. Li, P. Feng, J. Zhang, D. Yu, and Z. Wu, "An identification method for key geometric errors of machine tool based on matrix differential and experimental test," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 228, no. 17, pp. 3141-3155, 2014.

- [41] S. Caro, N. Binaud, and P. Wenger, "Sensitivity analysis of 3-RPR planar parallel manipulators," *Journal of Mechanical Design* vol. 131 (12), 2009.
- [42] M. Tannous, S. Caro, A. Goldsztejn, and M. Theory, "Sensitivity analysis of parallel manipulators using an interval linearization method," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 71, pp. 93-114, 2014.
- [43] M. Palpacelli, G. Palmieri, L. Carbonari, and D. Corinaldi, "Sensitivity analysis and model validation of a 2-DoF mini spherical robot," *Journal of Intelligent Robotic Systems*, vol. 91, no. 2, pp. 155-163, 2018.
- [44] L. Qi, L. Yu, W. Wang, L. Chen, and C. Yun, "Analysis of the Robot Positioning Error Based on Jacobian Matrix," in *Advances in Mechanical and Electronic Engineering*, vol. 176: Springer, 2012, pp. 329-334.
- [45] X. H. Zhang, P. Ba, and L. Mu, "Position error sensitivity analysis for polishing robot," in *Advanced Materials Research*, 2012, vol. 500, pp. 326-330: Trans Tech Publ.
- [46] Z. Li, W. Feng, J. Yang, and Y. Huang, "An investigation on modeling and compensation of synthetic geometric errors on large machine tools based on moving least squares method," *Journal of Engineering Manufacture* vol. 232, no. 3, pp. 412-427, 2018.
- [47] S. Guo, G. Jiang, and X. Mei, "Investigation of sensitivity analysis and compensation parameter optimization of geometric error for five-axis machine tool," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 93, no. 9, pp. 3229-3243, 2017.
- [48] Y. Ni, C. Shao, B. Zhang, and W. Guo, "Error modeling and tolerance design of a parallel manipulator with full-circle rotation," *Advances in Mechanical Engineering* vol. 8, no. 5, 2016.
- [49] Y. Chen, F. Xie, X. Liu, and Y. Zhou, "Error modeling and sensitivity analysis of a parallel robot with SCARA (selective compliance assembly robot arm) motions," *Chinese Journal of Mechanical Engineering* vol. 27, no. 4, pp. 693-702, 2014.
- [50] Q. Cheng, H. Zhao, G. Zhang, P. Gu, and L. J. T. I. J. o. A. M. T. Cai, "An analytical approach for crucial geometric errors identification of multi-axis machine tool based on global sensitivity analysis," *Int J Adv Manuf Technol* vol. 75, no. 1-4, pp. 107-121, 2014.
- [51] G. Cheng, S.-R. Ge, J.-L. Yu, and technology, "Sensitivity analysis and kinematic calibration of 3-UCR symmetrical parallel robot leg," *Journal of Mechanical Science and Technology* vol. 25, no. 7, p. 1647, 2011.
- [52] W. Tian, W. Gao, W. Chang, and Y. Nie, "Error modeling and sensitivity analysis of a five-axis machine tool," *Mathematical Problems in Engineering* vol. 2014, pp. 1-8, 2014.
- [53] J. Jeong, "Kinematic calibration for redundantly actuated parallel mechanisms," Ph.D. thesis, School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University 2002.
- [54] K. Al-Widyan, J. Angeles, and J. Cervantes-Sánchez, "A model-based framework for robust design," in *Recent Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*: Springer, 2003, pp. 431-442.
- [55] B. Lian, T. Sun, and Y. Song, "Parameter sensitivity analysis of a 5-DoF parallel manipulator," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 46, pp. 1-14, 2017.
- [56] T. Sun and B. Lian, "Stiffness and mass optimization of parallel kinematic machine," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 120, pp. 73-88, 2018.
- [57] T. Sun, B. Lian, Y. Song, and L. Feng, "Elastodynamic optimization of a 5-DoF parallel kinematic machine considering parameter uncertainty," *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, vol. 24, no. 1, pp. 315-325, 2019.
- [58] B. Lian, X. V. Wang, and L. Wang, "Static and dynamic optimization of a pose adjusting mechanism considering parameter changes during construction," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 59, pp. 267-277, 2019.

- [59] K.-L. Ting and Y. Long, "Performance quality and tolerance sensitivity of mechanisms," *Journal of Mechanical Design*, 1996.
- [60] J. Zhu and K.-L. Ting, "Performance distribution analysis and robust design," *Journal of Mechanical Design*, vol. 123, no. 1, pp. 11-17, 2001.
- [61] S. Caro, F. Bennis, and P. Wenger, "Tolerance synthesis of mechanisms: a robust design approach," *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, no. 1, pp. 86-94, 2005.
- [62] S. Caro, "Conception robuste de mécanismes," Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2004.
- [63] B. Rout and R. Mittal, "Tolerance design of robot parameters using Taguchi method," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, no. 8, pp. 1832-1852, 2006.
- [64] B. Rout and R. Mittal, "Tolerance design of manipulator parameters using design of experiment approach," *Struct Multidisc Optim*, vol. 34, no. 5, pp. 445-462, 2007.
- [65] B. Rout and R. Mittal, "Optimal manipulator parameter tolerance selection using evolutionary optimization technique," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 21, no. 4, pp. 509-524, 2008.
- [66] J. Kim, W.-J. Song, and B.-S. Kang, "Stochastic approach to kinematic reliability of open-loop mechanism with dimensional tolerance," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 34, no. 5, pp. 1225-1237, 2010.
- [67] Y. Qi, T. Sun, and Y. Song, "Multi-objective optimization of parallel tracking mechanism considering parameter uncertainty," *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 10, no. 4, p. 041006, 2018.
- [68] X. Huang and Y. Zhang, "Robust tolerance design for function generation mechanisms with joint clearances," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, no. 9, pp. 1286-1297, 2010.
- [69] A. Goldsztejn, S. Caro, and G. Chabert, "A new methodology for tolerance synthesis of parallel manipulators," in *IFTToMM 2015*, 2015.
- [70] A. Goldsztejn, S. Caro, and G. Chabert, "A three-step methodology for dimensional tolerance synthesis of parallel manipulators," *Mechanism Machine Theory*, vol. 105, pp. 213-234, 2016.
- [71] T. T. Trung, L. W. Guang, and P. T. Long, "Tolerance design of robot parameters using generalized reduced gradient algorithm," *Int. J. Mater. Mech. Manuf*, vol. 5, no. 2, pp. 96-105, 2017.
- [72] ASME, "Dimensioning and Tolerancing: ASME Y14.5M-1994 (Engineering Drawing and Related Documentation Practices)," 1994.
- [73] T. Genichi, S. Chowdhury, and S. Taguchi, *Robust Engineering*. New York: McGraw-Hill Ryerson., 2000.
- [74] N. P. Suh, *Axiomatic design: advances and applications*. Oxford University Press, USA, 2001.
- [75] G. E. Box and C. Fung, *Is your robust design procedure robust?* Center for Quality and Productivity Improvement, University of Wisconsin-Madison, 1993.
- [76] G. Taguchi and A. Rafanelli, "On robust technology development: bringing quality engineering upstream," *ASME Press*, vol. 1, 1.2, 1.3.2, 1.4, 1.5, 3.1, 1994.
- [77] B. Huang and X. Du, "A robust design method using variable transformation and Gauss-Hermite integration," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 66, no. 12, pp. 1841-1858, 2006.
- [78] L. Picheral, "Contribution à la conception préliminaire robuste en ingénierie de produit," Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, France, 2013.
- [79] J. S. Arora, *Introduction to optimum design*, Second Edition ed. Elsevier, 2004.
- [80] R. T. Haftka and Z. Gürdal, *Elements of structural optimization*. Iuwer Academic, 1992.

- [81] G. Taguchi, "Introduction to Quality Engineering: Designing Quality into Products and Processes," Asian Productivity Organization, Tokyo, 1986. American distribution by UNIPUB, 1987.
- [82] G. Taguchi, "System of experimental design," White Plains, New York: UNIPUB/Krauss International, vol. vols. 1 and 2, 1987.
- [83] X. Du and W. Chen, "Towards a better understanding of modeling feasibility robustness in engineering design," *Journal of Mechanical Design*, vol. 122, no. 4, pp. 385-394, 2000.
- [84] W. Fowlkes and C. Creveling, "Engineering Methods for Robust Product Design Addison-Wesley," Addison Wesley Longman, Reading, MA, 1995.
- [85] G.-J. Park, T.-H. Lee, K. H. Lee, and K.-H. Hwang, "Robust design: an overview," *AIAA journal*, vol. 44, no. 1, pp. 181-191, 2006.
- [86] W. J. Welch, T.-K. Yu, S. M. Kang, and J. Sacks, "Computer experiments for quality control by parameter design," *Journal of Quality Technology*, vol. 22, no. 1, pp. 15-22, 1990.
- [87] L. Jaeger, "Optimisation multidisciplinaire sous incertitude en phase conceptuelle avion," Thèse de doctorat, Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier), 2013.
- [88] K. d'Entremont and K. Ragsdell, "Design for latitude using TOPT," in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, New York, 1988, vol. 26584, pp. 265-272: American Society of Mechanical Engineers.
- [89] A. Parkinson, "Robust mechanical design using engineering models," *Journal of Mechanical Design*, vol. 117, pp. 48-54, 1995.
- [90] D. Parkinson, "The application of a robust design method to tolerancing," *Journal of Mechanical Design*, vol. 122, no. 2, pp. 149-154, 2000.
- [91] K.-H. Lee, I.-S. Eom, G.-J. Park, and W.-I. Lee, "Robust design for unconstrained optimization problems using the Taguchi method," *AIAA journal*, vol. 34, no. 5, pp. 1059-1063, 1996.
- [92] A. Parkinson, C. Sorensen, and N. Pourhassan, "A general approach for robust optimal design," *Journal of Mechanical Design*, vol. 115, no. 1, pp. 74-80, 1993.
- [93] M. S. Phadke, "Quality Engineering Using Robust Design, PTR Prentice-Hall," Prentice- Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [94] D. G. and B. A., "Perturbation analysis," *Numerical method*, pp. 176-177, 1969.
- [95] B. M. Ayyub and A. Haldar, "Practical structural reliability techniques," *Journal of structural engineering*, vol. 110, no. 8, pp. 1707-1724, 1984.
- [96] C. R. Gumbert, P. A. Newman, and G. J.-W. Hou, "High-fidelity computational optimization for 3-d flexible wings: Part II—effect of random geometric uncertainty on design," *Optimization and Engineering*, vol. 6, no. 1, pp. 139-156, 2005.
- [97] D. E. Whitney, O. L. Gilbert, and M. Jastrzebski, "Representation of geometric variations using matrix transforms for statistical tolerance analysis in assemblies," *Inter. Jour. Of Research In Engineering Design*, vol. 6, no. 4, pp. 191-210, 1994.
- [98] M. v. Biret, "Contribution à la résolution de problèmes inverses sous contraintes et application de méthodes de conception robuste pour le dimensionnement de pièces mécaniques de turboréacteurs en phase avant-projets," Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, France, 2016.
- [99] K.-H. Lee and G.-J. Park, "Robust optimization considering tolerances of design variables," *Computers & Structures*, vol. 79, no. 1, pp. 77-86, 2001.
- [100] M.-Y. Lee, A. G. Erdman, and S. Faik, "A generalized performance sensitivity synthesis methodology for four-bar mechanisms," in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 1992, vol. 9402, pp. 1-4: American Society of Mechanical Engineers.
- [101] A. Parkinson, "Robust mechanical design using engineering models," *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 11(B), no. 06, pp. 48-54, 1995.

- [102] O. Company, F. Pierrot, S. Krut, C. Baradat, and V. Nabat, "Par2: a spatial mechanism for fast planar two-degree-of-freedom pick-and-place applications," *Meccanica*, vol. 46, no. 1, pp. 239-248, 2011.
- [103] R. Kelaiaia, A. Zaatri, and L. Chikh, "Some investigations into the optimal dimensional synthesis of parallel robots," *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 83, no. 9-12, pp. 1525-1538, 2016.
- [104] S. Briot, S. Caro, and C. Germain, "Design procedure for a fast and accurate parallel manipulator," *ASME J. Mech. Rob*, vol. 9, no. 6, p. 061012, 2017.
- [105] M. Biggs, "Constrained minimization using recursive quadratic programming," *Towards global optimization (L.C.W. Dixon and G.P. Szergo, eds.)*, North-Holland, pp. 341-349, 1975.
- [106] S.-P. Han, "A globally convergent method for nonlinear programming," *Journal of optimization theory and applications*, vol. 22, no. 3, pp. 297-309, 1977.
- [107] M. J. Powell, "The convergence of variable metric methods for nonlinearly constrained optimization calculations," in *Nonlinear programming 3: Elsevier*, 1978, pp. 27-63.
- [108] J. He, "Tolerancing for manufacturing via cost minimization," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 31, no. 4, pp. 455-470, 1991.
- [109] Y. Lou, G. Liu, Z. Li, and engineering, "Randomized optimal design of parallel manipulators," *IEEE transactions on automation science*, vol. 5, no. 2, pp. 223-233, 2008.
- [110] J. Lin and C.-W. Chen, "Computer-aided-symbolic dynamic modeling for Stewart-platform manipulator," *Robotica*, vol. 27, no. 3, pp. 331-341, 2009.
- [111] Z. Gao, D. Zhang, and Y. Ge, "Design optimization of a spatial six degree-of-freedom parallel manipulator based on artificial intelligence approaches," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 26, no. 2, pp. 180-189, 2010.