

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DU 20 AOUT 55 - SKIKDA
ALGERIE

THESE

Présentée à la faculté des Sciences

Département d'Electrotechnique

Pour l'Obtention du Diplôme de

Doctorat En Sciences

Filière : Electronique
Option : communication

Par

MR : LASHAB Mohamed

Thème

ETUDE ET ANALYSE DES ANTENNES A REFLECTEURS
PAR
LA METHODE DES MOMENTS

Soutenue le : 07/07/ 2009 devant la commission d'examen :

Président :	Mr. Youcef FERDI	Prof. Univ. Skikda, Algérie
Rapporteur:	Mme. Fatiha BENABDELAZIZ	Prof. Univ. Constantine, Algérie
Examineurs:	Mr. Nadir DEROUCHE	M.C Univ. Skikda, Algérie
	Mr. Mohamed BOUCHEMAT	Prof. Univ. Constantine, Algérie
	Mr. Abdelhafid CHAABI	Prof. Univ. Constantine, Algérie

Dédicaces

A ma très chère mère,

A mon très cher père,

A mes chers frères et sœurs,

A toute ma famille,

A tous ceux qui m'ont aidé de proche ou de loin à finir ce travail.

Avant Propos

- *Inscrit à l'université de Skikda, le travail de recherche décrit dans ce Mémoire de thèse a été effectué à l'Université de Constantine au Laboratoire des Microsystèmes et Instrumentation (LMI), Département d'Electronique, dirigé par Mme professeur **Fatiha BENABDELAZIZ**.*
- *Mon travail de recherche a été encadré principalement par Mme professeur **Fatiha BENABDELAZIZ**, à qui je dois exprimer ma gratitude et ma considération pour avoir accepté d'encadrer ce travail.*
- *Je remercie beaucoup le professeur **Youcef FERDI** de l'Université de Skikda, et le professeur **Malek BENSLAMA** et le professeur **Nadjim MERABTINE** de l'Université de Constantine département d'Electronique de m'avoir encouragé à finir ce travail.*
- *Un très grand remerciement au Dr **Nadir DEROUCHE** de l'Université de Skikda et les professeurs **Mohamed BOUCHEMAT**, **Abdelhafid CHAABI** de l'Université de Constantine d'avoir accepté d'être membres du jury.*
- *Messieurs **Chems-Eddine ZEBIRI** et **Nabila AOUABDIA**, chercheurs au Département d'Electronique de l'Université de Constantine, ont toujours été des amis constamment présents. Les discussions que nous avons partagées ont toujours été précieuses et d'un apport surtout intéressant. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance et de mes encouragements.*
- *Je tiens aussi à remercier mes amis et compagnons de la route Skikda Constantine de leur soutien moral et conseils à savoir Messieurs **Salah SELMI** et **Fayçal ABDELLICHE**.*
- *Je remercie beaucoup les collègues de travail qui aimeraient de tous leurs cœurs que je finisse ce travail dans les brefs délais **Zahir AHMIDA**, **Samir LADACI**, **Abdelmadjid NOUCER**, **Kamal KHOUNFAIS**, **Djamel BOUDJAADAR**,*
- *Je voudrais remercier mes parents, mes frères et mes sœurs pour leur soutien constant et pour leurs sacrifices pour m'aider à réaliser un objectif qui me tient depuis longtemps à cœur.*
- *Sans oublier les techniciens du laboratoire d'Electronique **Abdelhafid BENDJAMAA**, **Kamal BOUCHAALA**, **Sahim KISSAR**.*

TABLE DES MATIERES

Résumé :.....	2
Introduction générale :.....	3

Chapitre I

Antennes à Réflecteurs et techniques d'Analyse

I- Les antennes à réflecteurs paraboliques.....	5
I-1- Principes des antennes à réflecteurs.....	7
I-2- Géométries et configurations.....	9
I-3- Analyse des antennes à réflecteurs paraboliques.....	11
II- Différents types de méthode d'analyse classique:.....	12
II-1- La physique Optique (PO).....	12
II-2- La théorie géométrique de la diffraction (TGD).....	14
III- Exemples d'application de la Physique Optique.....	15
III-1 Cas Unidimensionnel.....	15
III-2 Cas Tridimensionnel.....	17
IV- Conclusion.....	25

Chapitre II

Implémentation de la Méthode des moments

I- Introduction.....	26
I-1- Equations de Maxwell.....	27
I-2- Equations intégrales.....	28
I-2-1- Equation intégrale du champ électrique (EFIE).....	28

I-2-2- Equation intégrale du champ magnétique (MFIE).....	29
II- La Méthode des Moments.....	30
II-1 Formulation.....	30
II-2 Fonction de bases.....	32
III- Application à des antennes unidimensionnelles.....	32
IV- Application sur des antennes à 2D.....	38
V- Application sur des antennes à 3D.....	43
V-1 Antennes à symétrie de révolution.....	43
V-2 La Méthode des éléments de bord (BEM).....	44
V-3 Antennes à réflecteur parabolique.....	45
V-3-1 Formulation.....	45
V-3-2 diagramme de rayonnement.....	49
V-3-3 Interprétation.....	49
VI- Conclusion.....	51

Chapitre III

Application des Ondelettes sur la Méthode des Moments

I- Introduction sur l'application des ondelettes en électromagnétisme.....	53
II- Propriétés mathématiques.....	54
II-1- Définitions des Ondelettes.....	54
II-2- Transformée d'Ondelettes.....	54
II-3- Orthogonalité.....	55
II-4- Développement d'une fonction en Ondelette.....	56
II-5- Différents types d'ondelettes	56
II-5-1- Ondelette périodique.....	56
II-5-2- Ondelette en intervalle.....	61
III- Application sur la Méthode des Moments.....	62
III-1- Transformée d'ondelette rapide (FWT)	62
III-2- Application direct des Ondelettes.....	63
III-2-1- Cas d'un cylindre elliptique.....	63

III-2-2- Cas d'un réflecteur parabolique en 3D.....	66
IV- Conclusion.....	76

Chapitre IV

Modélisation des sources de l'antenne à réflecteur

I- Introduction.....	78
II- Cas d'une source en dipôle.....	79
III- Cas d'une source en cornet pyramidal.....	79
III-1 Méthode de l'ouverture rayonnante	80
III-2 Mode Matching Technique.....	86
III-3 Résolution par la Méthode des Moments.....	88
III-3.1 Intégrales de surface.....	88
III-3.2 Formulation de la Méthode des Moments.....	91
IV- Cas d'une source en cornet corrugué.....	93
V- Cas d'une antenne à réseaux déphaseur.....	93
VI- Conclusion.....	95
Conclusion Générale.....	96
Références Bibliographie.....	98

LES ANNEXES

Annexe A: Intégrale de Fresnel.....	111
Annexe B: Ondelette à intervalle.....	114
Annexe C: Polarisation Croisée.....	115
Annexe D: Structures à Symétrie de révolution.....	118
Annexe E: La Méthode Mode Matching.....	123

Introduction Générale

La récente croissance de la communication par satellites, ouvre un nouvel aspect de recherche sur des antennes à réflecteurs paraboliques opérant sur des fréquences millimétriques (30 à 300 GHz) et de grandes dimensions (10 à 20 mètres), ces derniers doivent avoir des performances optimales que ce soit du côté station spatiale ou station terrestre.

Les antennes à réflecteur parabolique sont utilisées dans beaucoup d'applications, qui demandent un gain élevé à des fréquences très élevées. A travers les quelques décades passées la modélisation de l'antenne réflecteur à parabolique a connu une évolution dans le but d'améliorer les caractéristiques électriques et la structure mécanique. Dans ces dernières années le grand regard des chercheurs converge vers les paramètres de performance tels que : directivité, impédances de la surface du réflecteur, champ rayonné par diffraction, niveau de polarisation croisée.

Les méthodes d'analyses du diagramme de rayonnement des antennes très larges sont nombreuses. Les plus simples, mais pas tout à fait exactes, sont les méthodes classiques dites asymptotiques telle que : la physique optique (OP) et la théorie de géométrie de diffraction (GTD). Les méthodes numériques sont très exactes, mais le choix de la méthode dépend de la nature du problème. La Méthode des moments (MoM) est généralement utilisée pour des formes simples et pour des équations intégrales surfaciques. La méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des différences finies (FDTD), utilisées pour des formes plus ou moins complexes et des intégrales volumiques, donc le temps de calcul et l'espace mémoire seront grands. Pour des structures très larges (plus de 100 fois la longueur d'onde) les méthodes numériques sont lourde et exigent un temps de calcul et un espace mémoire grands, soit en N^2 pour la méthode des moments, et N^3 pour les autres [10]. Plusieurs algorithmes sont apparus pour accélérer les méthodes numériques tel que le cas de *Fast multi-pole Method* (FMPM) ou *Adaptive Integral Method* (AIM) [50]. D'autres travaux utilisent une hybridation Optique physique et la méthode des moments (OP-MoM) [32].

Le but de notre travail est d'apporter une amélioration à la méthode des moments du point de vue temps de calcul et espace mémoire par l'introduction des ondelettes comme fonctions de bases et fonctions de test. Dans tout ce manuscrit les structures d'antennes analysées sont supposées parfaitement conductrices (PEC). Les antennes à réflecteurs paraboliques et les cornets ont fait l'objet de ce travail. Les ondelettes utilisées ici ont pour but de rendre la matrice constituée d'équations intégrales en grande partie creuse, ils sont de type orthogonales à savoir Haar, Daubechies et Battle Lemarie périodique dans l'intervalle $[0,1]$. Les antennes présentant des formes rectangulaires ou des arrêtes, tels que : les guides d'ondes, exigent certains types d'ondelettes pour corriger les problèmes de bordures. Ces dernières, appelées ondelettes à intervalle (*Intervallic Wavelet*) ne sont pas utilisées, dans ce manuscrit, on a seulement donné un aperçu. La technique (*Fast Wavelet Transformer*) qui est caractérisée par l'application directement sur la matrice des équations intégrales n'est pas appliquée dans ce manuscrit. Les principaux ouvrages utilisés pour l'utilisation des ondelettes en électromagnétisme sont G. W. Pan [56], [68] et T. K. Sarkar [38], [79].

Le plan de travail de cette thèse est structuré en quatre chapitres : Le premier chapitre présentera un historique sur les antennes à réflecteurs paraboliques, ainsi que leurs caractéristiques et propriétés tels que : directivité, débordement, diagramme de rayonnement. Quelques méthodes d'analyse classiques du champ lointain seront présentées telles que la physique optique (PO) et la théorie géométrique de diffraction (TGD). Une étude détaillée de l'antenne à réflecteur parabolique en 3D, par la méthode de la physique optique, est aussi présentée.

Le deuxième chapitre est consacré à l'implémentation de la méthode des moments dans le domaine spatial, en commençant par définir l'équation intégrale du champ électrique (EFIE), l'équation intégrale du champ magnétique (MFIE) et les fonctions de base et de test. Quelques formes d'antennes cylindriques ont été étudiées. En premier les antennes unidimensionnelles où l'on prendra le cas du patch sans épaisseur et parfaitement conducteur (PEC), puis le cas des antennes à deux dimensions on prendra le cas du cylindre circulaire, en dernier les antennes en 3D, tel que le cas de l'antenne à réflecteur parabolique. Pour ce type d'antennes on utilisera le principe d'équivalences des sources électriques et magnétiques connu par (BEM) *Boundary Element Method*.

Au troisième chapitre nous introduisons les ondelettes dans la résolution des équations intégrales. On commencera par une étude mathématique des ondelettes puis leur application sur la méthode des moments pour traiter en premier quelques cas simples d'antennes à deux dimensions, où le cas d'un cylindre ellipsoïde a été considéré, puis l'antenne à réflecteur parabolique comme antenne à symétrie de révolution. On essaiera de faire une comparaison avec la méthode des moments classique du point de vue temps et mémoire.

Dans Le quatrième chapitre nous étudierons quelques sources d'alimentations de l'antenne à réflecteur parabolique, en commençant par les dipôles, les réseaux linéaires déphaseurs, une grande attention à été réservée aux cornets en présentant leurs différentes méthodes d'analyse telle que : la méthode d'ouverture équivalente et la méthode de mode matching et enfin la méthode des moments améliorée par l'introduction des ondelettes. Enfin une conclusion générale dans laquelle on discutera les résultats obtenus et les perspectives ou futurs travaux.

Chapitre I

Les antennes A Réflecteurs Paraboliques Techniques d'Analyses

I- Les antennes à réflecteurs paraboliques :

Les antennes à gain élevé trouvent leurs applications aux communications radio à longues distances, pour les grandes résolutions radar, radioastronomie, etc. Les antennes réflecteurs sont probablement les plus utilisées comme antennes à grand gain. Ils peuvent facilement atteindre un gain de plus de 30dB pour des fréquences micro-ondes. Les antennes à réflecteur sont traitées selon des principes connus depuis longtemps par la théorie d'optique géométrique (GO), et d'une manière plus précise par l'optique physique (PO), ou la théorie géométrique de la diffraction (TGD) [1] [2].

Le premier système réflecteur construit par Hertz Back en 1888 était un réflecteur cylindrique alimenté par un dipôle. Ce pendant la modélisation exacte d'un tel système a été faite durant la seconde guerre mondiale, où plusieurs applications terrestres et spatiales ou radar ont apparus [3].

Le plus simple des antennes à réflecteurs paraboliques est constituée de deux éléments à savoir : la surface réfléchissante et une antenne d'alimentation (source), la plus petite qu'elle soit, celle-ci est localisée au point focal. Des constructions plus complexes introduisent un second réflecteur (sub-réflecteur), au point focal, ce dernier est illuminé par la source primaire. Ce type de réflecteur est appelé dual réflecteur. D'autres types de réflecteurs utilisés en pratique sont de formes diverses, on peut citer : le réflecteur cylindrique, conique, et sphérique [4] [5].

Le faisceau directif donné par le réflecteur peut être amélioré par les réseaux d'antennes ou les antennes filaires [6][7]. Pour éviter la conception du réflecteur parabolique (spécialement utilisé pour des structures très larges), certains chercheurs utilisent des circuits intégrés à micro ruban, mais qui fonctionnent exactement comme le réflecteur parabolique [8].

I-1 Principes des réflecteurs paraboliques :

1- Principe de fonctionnement :

Les antennes à réflecteurs paraboliques peuvent être considérées comme à ouverture rayonnante de grande dimension relativement à leurs longueurs d'onde. Ils disposent d'une source placée au point focal, qui génère une onde sphérique figure 1.1. Le réflecteur, illuminé par la source transforme l'onde sphérique en une onde plane, qui se transforme un peu plus loin en onde sphérique. Ainsi on obtient un rayonnement sous forme de faisceau très directif, contenant de faibles lobes secondaires.

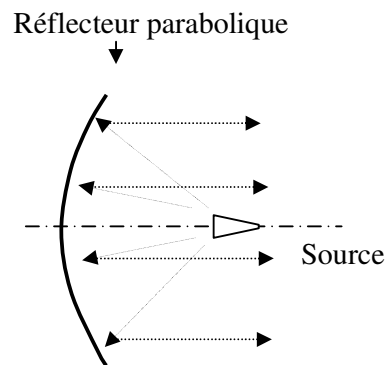


Figure 1.1 Principe des antennes à réflecteurs paraboliques

2- Avantages:

Les antennes à réflecteurs paraboliques présentent l'avantage principal qui est le gain très élevé (30 à 50 dB) [9] [10] [11] [12], ce qui permet des communications à longues portées, d'où leur utilisation dans le domaine des télécommunications terrestres. Ils trouvent également comme application aussi en communication Radar où plus d'exigences sont requises tels que le très fort gain et une bande passante très large et un faisceau directif ou très étroit. D'autres avantages des antennes à réflecteur parabolique, qui se résument en leur simplicité, légèreté et un coût de fabrication, qui reste toujours limité par rapport aux lentilles qui présentent souvent des géométries singulières, induisant à une complexité de forme ce qui s'en suit un coût plus élevé [13].

3- Inconvénients :

Les antennes à réflecteurs paraboliques ont des inconvénients qui sont dus à la forme du faisceau de rayonnement de la source, ainsi que de la géométrie du réflecteur. On peut les classer comme suit :

3-1 Inconvénients dus à la source :

- L'énergie générée par la source n'est pas totalement interceptée par le réflecteur, ce qui mène à une énergie perdue par débordement ou (**Spillover**) Figure 1.2.
- Le diagramme de rayonnement généré par la source ne présente pas un recouvrement régulier. Il est maximal au centre, donc le réflecteur n'est pas illuminé uniformément. La région du centre est plus éclairée que celles des bordures, ce qui présente des pertes, appelées: **apodisations** [14].

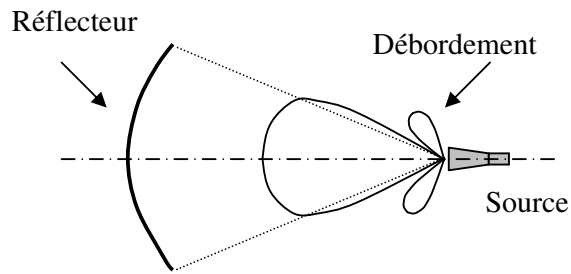


Figure 1.2 Pertes par débordement (*Spillover*)

3-2 Inconvénients dus à la géométrie du réflecteur :

Des défauts de fabrication des réflecteurs conduisent à une défocalisation, qui est la non coïncidence de la source avec le point focal, ceci conduit à une diminution du gain, à un élargissement du lobe principal et à une augmentation des lobes secondaires [15],[16].

I-2 Configurations géométriques :

Plusieurs configurations faites sur les antennes à réflecteurs paraboliques ont pour but de minimiser les différents types de pertes citées précédemment et améliorer le gain en augmentant le lobe principal et en minimisant les lobes secondaires. Dans ce qui suit nous citant quelques géométries qui peuvent améliorer le rendement de l'antenne ainsi que son faisceau :

1- Réflecteur en offset :

Le réflecteur parabolique simple donné par la figure 1, présente un mauvais diagramme de rayonnement, caractérisé par une augmentation importante des lobes secondaires et un lobe principal de faible gain. Ceci est du à la zone d'ombre engendrée par la source, [1] [2] [15] [16]. Pour y remédier à cela, la source est décalée par rapport au point focal, tel que illustrée par la figure 1.3. Ce décalage de la source présente une importance quant à l'amélioration du gain et de la directivité de l'antenne.

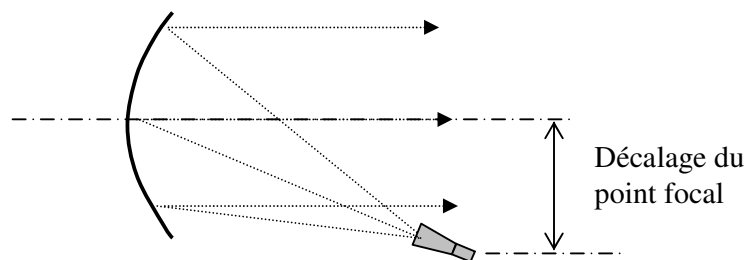


Figure 1.3 Antennes à Réflecteurs en offset

2- Structure à double réflecteur :

L'ajout d'un réflecteur auxiliaire (**sub-reflector**), au réflecteur parabolique principal en offset permet d'améliorer certaines performances, figure 1.4.a et figure 1.4.b. En effet ceci peut corriger les problèmes liés à la défocalisation, ainsi que la non uniformité du diagramme de rayonnement, lorsqu'il s'étale sur une large surface.

Pour y remédier à ce problème on choisi de petites surfaces. En plus la mise en offset améliore la qualité du diagramme de rayonnement (**aperture efficiency**). Les deux types d'antennes, sont présentées ci-dessous sont des cas de structures à multiple réflecteurs : l'antenne Cassegrain utilisant un réflecteur auxiliaire de forme hyperboloïde figure 1.4.a, et l'antenne Grégorien figure 1.4.b utilisant un réflecteur de forme ellipsoïde. Ces deux types d'antennes sont caractérisés par une réduction considérable de la polarisation croisée (**cross polarization**), de ce fait le rendement des antennes à réflecteurs est nettement supérieur aux antennes classiques [17-21].

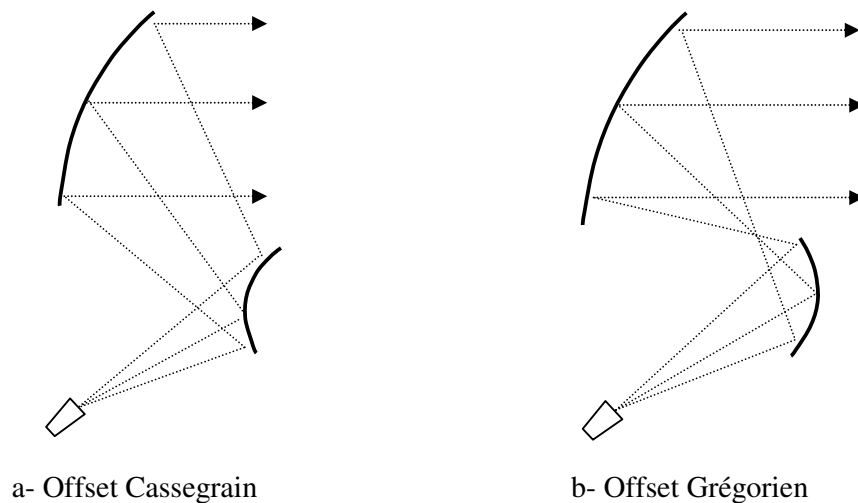


Figure 1.4 Structure à multi réflecteurs.

La polarisation croisée est une polarisation indésirable. Elle est générée de la source ou à partir du réflecteur perpendiculaire à la polarisation principale. On y reviendra la dessus plus tard pour la définir mathématiquement (voir Annexe A).

I-3 Analyse des antennes à réflecteurs paraboliques :

Afin d'étudier le rayonnement d'une antenne à réflecteur parabolique dans un milieu homogène, on oriente l'espace d'un repère orthonormé $(Oxyz)$, tel que O soit le foyer de la paraboloïde, figure 1.5. La projection du point A de la surface du réflecteur sur le plan (xf, o, yf) est représentée par le point R . On représente le point d'observation

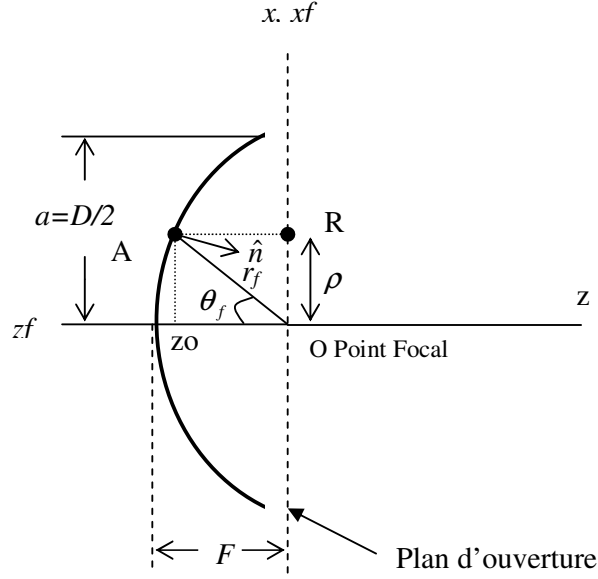


Figure 1.6 Coupe sectionnée du réflecteur dans le plan x,z

Le réflecteur parabolique étant symétrique par rapport à l'axe (z_f, o, z) , d'une surface découpée dans un paraboloidé de révolution est totalement défini par deux paramètres simples qui sont : le diamètre D et la distance focal F figure 1.6. Techniquement l'antenne est définie par le diamètre D et le rapport F/D .

L'angle du point focal aux **Arêtes** (en anglais *Rim*), est lié au rapport F/D par la relation :

$$\theta_0 = 2 \arctan \left[\frac{1}{4(F/D)} \right] \quad (1.4)$$

Le champ incident de la source d'alimentation peut être exprimé par rapport aux champs principaux et des ondes planes par l'équation suivante [22]:

$$\vec{E}_f(\theta_f, \varphi_f) = E_m \frac{e^{-j\beta r_f}}{r_f} [\hat{\theta}_f C_E(\theta_f) \cos(\varphi_f) - \hat{\varphi}_f C_H(\theta_f) \sin(\varphi_f)] \quad (1.5)$$

C_E et C_H sont des coefficients qui définissent les ondes planes électriques et magnétiques E et H . une transformation en coordonnées cartésiennes nous mène à l'équation suivante :

$$\bar{E}_a(\theta_f, \varphi_f) = E_m \frac{e^{-j\beta 2F}}{r_f} \begin{Bmatrix} -\hat{x}[C_E(\theta_f) \cos^2(\varphi_f) + C_H(\theta_f) \sin^2(\varphi_f)] \\ -\hat{y}[C_E(\theta_f) - C_H(\theta_f)] \cos(\varphi_f) \sin(\varphi_f) + \end{Bmatrix} \quad (1.6)$$

L'équation (1.6) est très connue dans la théorie des réflecteurs paraboliques, elle décrit les deux plans de l'onde source [18].

II- Différents types de méthodes d'analyses classiques :

Les méthodes classiques sont généralement des méthodes présentant des solutions asymptotiques pour des problèmes canoniques. Ces solutions reposent souvent sur une hypothèse de hautes fréquences autrement dit la longueur d'onde est très petite par rapport aux dimensions de la structure. Ils existent plusieurs méthodes classiques plus ou moins rigoureuses les unes par rapport aux autres, on se contentera de citer deux, les plus connus et les plus efficaces, à savoir l'Optique Physique (OP), et la Théorie de la Géométrie de Diffraction (TGD) [1] [2].

II-1 L'Optique Physique :

L'Optique Physique est essentiellement une approximation, qui relie la surface de courant sur le conducteur aux champs électromagnétiques incidents. Le champ réfléchi E_s dans une région délimitée, dérivant des sources de courants électrique et magnétique \mathbf{Js} et \mathbf{Jm} respectivement, contenu dans un volume V bien défini est donné par :

$$\mathbf{E}_s = -\frac{j}{\omega\epsilon} \int_V [(\mathbf{Js} \cdot \nabla) \nabla + k^2 \mathbf{Js} - j\omega\epsilon \mathbf{J}_m \times \nabla] G dv \quad (1.7)$$

Ou G est la fonction de Green définie par :

$$G = \frac{e^{-jk|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} \quad (1.8)$$

Lorsque la source est constituée simplement d'une densité de courant induite \mathbf{J}_s sur une surface S parfaitement conductrice alors l'équation (1.7) se transforme en une intégrale de surface sur S :

$$\mathbf{E}_s = -\frac{j}{\omega\epsilon} \int_S [(\mathbf{J}_s \cdot \nabla)\nabla + k^2 \mathbf{J}_s] G dS \quad (1.9)$$

L'équation (1.9) est exacte et valide pour tous les points de l'espace extérieur à la région de la source (la fonction de green possède des singularités pour des points sur la source). L'Optique Physique est une approximation qui exprime la densité de courant \mathbf{J}_s sur la surface considérée en fonction du champ incident \mathbf{H}_i , par l'expression :

$$\mathbf{J}_s = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i \quad (1.10)$$

Où $\hat{\mathbf{n}}$ est le vecteur normal à la surface S, l'équation (1.10) est strictement valable pour des surfaces parfaitement conductrices et infiniment longues. Le courant sur les bordures n'est pas défini de façon exacte. Dans la région du champ lointain, le champ réfléchi le long de la direction \mathbf{r} , est donné par :

$$\mathbf{E}_s = -\frac{jk^2}{\omega\epsilon} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} (\tilde{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}) \cdot \int_S \mathbf{J}_s(r') \exp(k\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}) dS \quad (1.11)$$

Où $\tilde{\mathbf{I}}$ est la dyadique unité définie par :

$$\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

L'optique physique donne des résultats très exacts pour le calcul du diagramme de rayonnement en particulier la détermination du lobe principal est et des lobes

secondaires les plus proches. La physique optique ne fait pas inclure les rayons diffractés, c'est pour cette raison qu'elle est améliorée par la théorie physique de diffraction (TPD).

II-2 La Théorie de la Géométrie de Diffraction :

La théorie de la géométrie de diffraction (TGD) à été introduite en 1950. Elle est mise en continuité avec la théorie de l'optique géométrique. C'est une méthode, basée sur une hypothèse de haute fréquence, autrement dit, destinée à étudier des structures très larges par rapport à leur longueur d'onde (plus de 25λ) [1]. Bien que il existe des méthodes numériques qui puissent donner des résultats très exacts, mais ils exigent un temps de calculs immense et un espace mémoire considérable [25] [35] [30].

Cette théorie fait introduire deux nouveaux types de rayons à savoir les rayons diffractés et les rayons rampants figure 1.7, qui viennent s'ajouter aux rayons incidents, rayons réfléchis et transmis de l'optique géométrique classique.

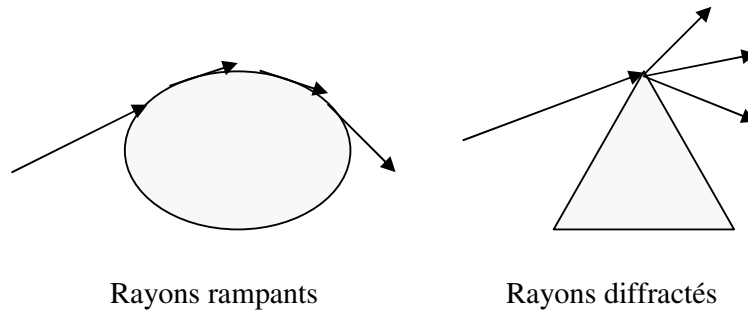


Figure 1.7 Différents types de rayons

Ces deux derniers rayons sont caractérisés par la pénétration dans la zone d'ombre, chose que la géométrie optique ne tient pas en compte. La Géométrie Optique est limitée par le fait que le champ est indéfini dans les zones d'ombre ou dans les géométries contenant des arêtes. Pour surmonter cet obstacle, la méthode de la géométrie de diffraction a été introduite.

Selon la théorie de la géométrie de diffraction (TGD) le champ réfléchi total E_r est décrit par :

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_r + \mathbf{E}_d \quad (1.13)$$

Où \mathbf{E}_r est le champ réfléchi par la Géométrie de l'Optique (GO) et \mathbf{E}_d est le champ diffracté selon la (TGD), ils sont définis comme suit :

$$\mathbf{E}_r = \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{E}_i H e^{-jks} \quad (1.14)$$

Et,

$$\mathbf{E}_d = \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{E}_i L e^{-jks} \quad (1.15)$$

Où $\tilde{\mathbf{R}}$ et $\tilde{\mathbf{D}}$ sont respectivement les coefficients dyadiques de réflexion et de diffraction, et H et L sont les coefficients de divergences géométriques, s étant la distance entre la surface de réflexion et le champ à un point donné, \mathbf{E}_i est le champ incident [1].

III- Exemples d'application de la Physique Optique

En effet dans tout ce qui suit nous adoptons la Physique Optique comme une méthode asymptotique rapide et simple à appliquer et qui nous servira comme un moyen de comparaison avec la méthode des moments ou autres. C'est pour cette raison que l'on a choisit ici quelques cas à présenter.

III-1 Cas unidimensionnel

L'exemple d'antenne utilisée ici est celui d'un patch rectiligne figure 1.8, excité par une onde transverse magnétique (TM).

L'équation qui caractérise la Méthode de la Physique Optique est donnée par l'expression suivante.

$$J_s = 2 \hat{n} \times H_i \quad (1.16)$$

J_s : Densité de courant sur la surface.

\hat{n} : Vecteur unitaire normal à la surface.

H_i : Champ magnétique incident.

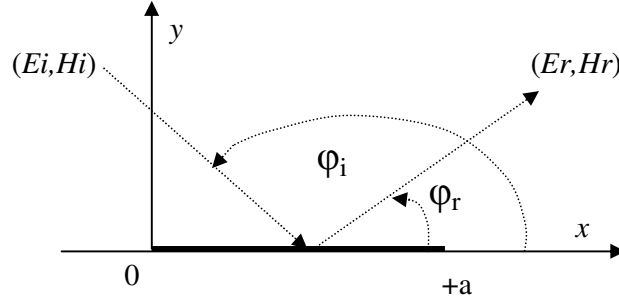


Figure 1.8 Patch Conducteur Polarisé par une onde TM.

D'après la figure 1.8. Les équations exprimant les champs incidents sont :

$$E_i = \hat{u}_z E_o e^{jk(x \cos(\phi_i) + y \sin(\phi_i))} \quad (1.17)$$

$$H_i = \frac{E_o}{\eta} (-\hat{u}_x \sin(\phi_i) + \hat{u}_y \cos(\phi_i)) e^{jk(x \cos(\phi_i) + y \sin(\phi_i))} \quad (1.18)$$

Où η est l'impédance intrinsèque dans le vide, le patch étant considéré comme parfaitement conducteur (l'indice de réfraction égale à -1), les équations des champs réfléchis sont données par les expressions suivantes :

$$E_r = -\hat{u}_z E_o e^{jk(x \cos(\phi_i) - y \sin(\phi_i))} \quad (1.19)$$

$$H_r = \frac{E_o}{\eta} (-\hat{u}_x \sin(\phi_i) - \hat{u}_y \cos(\phi_i)) e^{jk(x \cos(\phi_i) - y \sin(\phi_i))} \quad (1.20)$$

En utilisant l'équation caractéristique de la physique optique donnée par (1.16), la densité de courant induite sur la surface du patch devient :

$$J_s = 2\hat{n} \times H_i \Big|_{y=0} = \hat{u}_y \frac{2E_o}{\eta} \times (-\hat{u}_x \sin(\phi_i) + \hat{u}_y \cos(\phi_i)) e^{jkx \cos(\phi_i)} \quad (1.21)$$

$$J_s(x) = \hat{u}_z \frac{2E_o}{\eta} \sin(\phi_i) e^{jkx \cos(\phi_i)} \quad (1.22)$$

L'équation (1.22) représente un courant tangentiel selon l'axe Z, qui a pour valeur :

$$J_s = \frac{2E_o}{\eta}, \text{ avec } \phi_i = \frac{\pi}{2}$$

En considérant $E_o = 1$,

$$J_s = \frac{2}{\eta} = 0.00530 \text{ A}$$

Avec : $\eta = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 377$.

D'après la physique Optique le courant sur le patch à une valeur constante, dans la littérature [1], [2] et [9] ce même courant, en valeur moyenne, est égal à la valeur donnée par la physique optique, mais il est divergent sur les bordures.

III-2 Cas tridimensionnel

L'antenne considérée dans cette section est celle d'un réflecteur parabolique illuminé par un court dipôle figure 1.9. Pour déterminer le diagramme de rayonnement du champ électrique on utilise l'équation intégrale du champ lointain [1] donnée par l'équation (1.16).

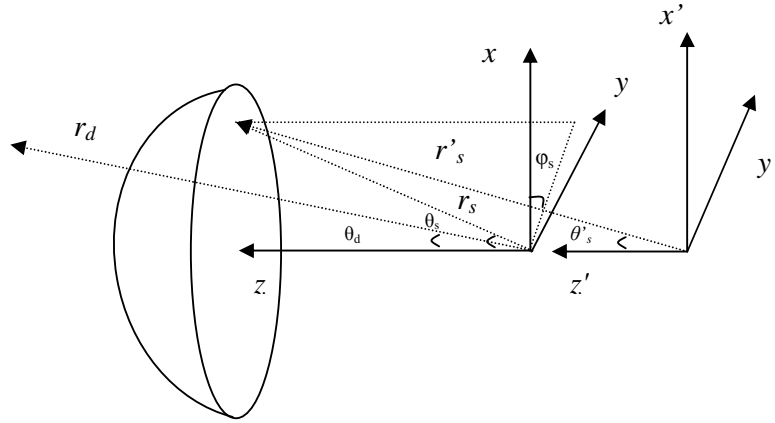


Figure 1.9 Antenne à Réflecteur alimentée par un court dipôle

$$\vec{E}_{ray}(\theta_d, \phi_d) = -jkZo \frac{e^{-jk|\vec{r}_d|}}{\vec{r}_d} (\vec{I} - \hat{r}_d \hat{r}_d) \iint_s \vec{J}_s e^{jk \cdot \vec{r}_s \cdot \vec{r}_d} ds \quad (1.23)$$

Où r'_s et r_s sont respectivement le vecteur source lié au repère focale (x', y', z') et vecteur source lié au repère du réflecteur (x, y, z) , r_d étant le vecteur le champ lointain comme

indiqué par la figure 1.9, Z_0 impédance intrinsèque et k : constante de propagation dans le vide, J_s est le courant de surface induit sur le réflecteur, \tilde{I} : est la dyadique unité.

Pour évaluer l'équation (1.23) on doit déterminer en premier la densité de courant J_s en utilisant l'approximation de la Physique Optique. Cette dernière est basée sur trois hypothèses à savoir :

- 1- Le réflecteur à un rayon très grand tel que la structure peut être considérée comme plane.
- 2- Le champ incident est considéré comme une onde plane.
- 3- Le réflecteur est considéré comme un conducteur parfait.

En se basant sur les hypothèses précédemment définies, la densité de courant sur la surface du réflecteur s'exprime par la relation suivante :

$$J_s = \hat{n} \times (\vec{H}_i + \vec{H}_r) = 2\hat{n} \times \vec{H}_i \quad (1.24)$$

La source illuminant l'antenne réflecteur peut être représentée par la forme générale d'une source d'alimentation (équation 1.5), ici exprimée par l'équation (1.25).

$$\vec{E}_{inc}(\vec{r}'_s) = [(C_E(\theta'_s) \sin(\phi'_s))\hat{\theta}'_s + (C_H(\theta'_s) \cos(\phi'_s))\hat{\phi}'_s] \frac{e^{-jk \cdot r'_s}}{r'_s} \quad (1.25)$$

Les quantités primées sont liées au système de coordonnées de la source d'alimentation selon la figure 1.9. $C_H(\theta'_s)$ et $C_E(\theta'_s)$: définissent respectivement l'onde plane **E** et l'onde plane **H** ils sont donnés par les équations suivantes :

$$C_E(\theta'_s) = \cos^{q_e}(\theta'_s) \quad (1.26)$$

$$C_H(\theta'_s) = \cos^{q_h}(\theta'_s) \quad (1.27)$$

Les quantités q_e et q_h sont choisies de telle manière que les ondes planes **E** et **H** sont bien décrites. Le champ magnétique peut être lié au champ électrique par la relation suivante :

$$\vec{H}_{inc}(r'_s) = \frac{1}{Z_0} \vec{r}'_s \times \vec{E}_{inc}(r'_s) \quad (1.28)$$

Le produit vectoriel de l'équation (1.28) peut encore s'écrire comme suit:

$$\hat{r}'_s \times \vec{E}_{inc}(r'_s) = \begin{vmatrix} \hat{r}'_s & \hat{\theta}'_s & \hat{\phi}'_s \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & E_\theta & E_\phi \end{vmatrix} \quad (1.29)$$

En remplaçant (1.29) dans (1.28) on obtient le champ magnétique selon l'expression suivante :

$$\vec{H}_{inc}(\vec{r}) = \left[(-C_H(\theta'_s) \cos \phi'_s) \hat{\theta}'_s + (C_E(\theta'_s) \sin \phi'_s) \hat{\phi}'_s \right] \frac{e^{jk.r'_s}}{Z_0.r'_s} \quad (1.30)$$

Le champ magnétique s'exprime en coordonnées cartésiennes dans le système de la source d'alimentation $(0, x'_s, y'_s, z'_s)$ par :

$$\begin{aligned} \vec{H}_{inc}(\vec{r}') = & [(-C_H \cos \theta'_s \cos^2 \phi'_s - C_E \sin^2 \phi'_s) \hat{x}'_s \\ & + (C_H \cos \theta'_s \cos \phi'_s \sin \phi'_s + C_E \cos \phi'_s \sin \phi'_s) \hat{y}'_s \\ & + (C_H \sin \theta'_s \cos \phi'_s) \hat{z}'_s] \frac{e^{jk.r'_s}}{Z_0.r'_s} \end{aligned} \quad (1.31)$$

Pour déterminer le vecteur normal à la surface \hat{n} , on doit connaître la surface du réflecteur qui est décrite par l'équation suivante :

$$r_s = \frac{2F}{1 + \cos \theta_s} \quad (1.32)$$

Après dérivation de cette équation par rapport aux coordonnées polaires et conversion au système de coordonnées cartésiennes, nous déduisons l'équation de la surface sous la forme:

$$S = 2F - r_s - r_s \cos \theta_s$$

Le vecteur normal \vec{n} est obtenu en évaluant le gradient de la surface S, ce qui est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \vec{n} = \nabla S &= \frac{\partial S}{\partial r_s} \hat{r}_s + \frac{1}{r_s} \frac{\partial S}{\partial \theta_s} \hat{\theta}_s + \frac{1}{r_s \sin \theta_s} \frac{\partial S}{\partial \phi_s} \hat{\phi}_s \\ \vec{n} &= -(1 + \cos \theta_s) \hat{r}_s + \sin \theta_s \hat{\theta}_s \end{aligned} \quad (1.33)$$

Le vecteur normal unitaire est défini par :

$$\hat{n} = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \quad (1.34)$$

En substituant (1.33) dans (1.34) on arrive à la relation suivante :

$$\hat{n} = (-\sin(\theta_s / 2) \cos \phi_s) \cdot \hat{x}_s - (\sin(\theta_s / 2) \sin \phi_s) \cdot \hat{y}_s - (\cos(\theta_s / 2)) \cdot \hat{z}_s \quad (1.35)$$

Le Produit vectoriel vecteur, normal et champ incident, nécessaire au calcul de la densité de courant (1.24) est :

$$\hat{n} \times \vec{H}_{inc}(\vec{r}'_s) = \begin{vmatrix} \hat{x}_s & \hat{y}_s & \hat{z}_s \\ n_x & n_y & n_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} \quad (1.36)$$

D'une manière plus explicite, le produit vectoriel (1.36) est :

$$\hat{n} \times \vec{H}_{inc}(\vec{r}'_s) = (n_y H_z - n_z H_y) \hat{x}_s + (n_z H_x - n_x H_z) \hat{y}_s + (n_x H_y - n_y H_x) \hat{z}_s \quad (1.37)$$

En remplaçant les composantes cartésiennes par leurs valeurs on obtient :

$$\begin{aligned}
(n_y H_z - n_z H_y) = & [-C_H \sin(\theta_s / 2) \sin \phi_s \sin \theta_s' \cos \phi_s' \\
& - C_H \cos(\theta_s / 2) \cos \theta_s' \cos \phi_s' \sin \phi_s' \\
& + C_E \cos(\theta_s / 2) \cos \phi_s' \sin \phi_s'] \frac{e^{-jkr_s'}}{Z_0 r_s'} \quad (1.38)
\end{aligned}$$

Aussi,

$$\begin{aligned}
(n_z H_x - n_x H_z) = & [C_H \cos(\theta_s / 2) \cos^2 \phi_s' \cos \theta_s' \\
& + C_E \cos(\theta_s / 2) \sin^2(\phi_s')] \\
& + C_H \sin(\theta_s / 2) \cos \phi_s' \cos \phi_s' \sin \theta_s'] \frac{e^{jkr_s'}}{Z_0 r_s'} \quad (1.39)
\end{aligned}$$

Et,

$$\begin{aligned}
(n_x H_y - n_y H_x) = & [C_H \sin(\theta_s / 2) \cos \phi_s' \cos \theta_s' \cos \phi_s' \sin \phi_s' \\
& - C_E \sin(\theta_s / 2) \cos \phi_s' \cos \phi_s' \sin \phi_s' \\
& - C_H \sin(\theta_s / 2) \sin \phi_s' \cos^2 \phi_s' \cos \theta_s' \\
& - C_E \sin(\theta_s / 2) \sin \phi_s' \sin^2 \phi_s'] \frac{e^{jkr_s'}}{Z_0 r_s'} \quad (1.40)
\end{aligned}$$

\vec{r}'_s étant le vecteur source par rapport à la position de l'alimentation. Il est défini par :

$$\vec{r}'_s = \vec{r}_s - \vec{p}$$

Ou \vec{p} : représente la position de l'alimentation. Après avoir effectué le produit vectoriel (vecteur normale, champ incident), il ne reste que l'extraction des composantes de la densité de courant par :

$$J(x, y, z) = 2\hat{n} \times \vec{H}_{inc}(\vec{r}'_s) \quad (1.41)$$

$$J(x, y, z) = J_x \cdot \hat{x}_s + J_y \cdot \hat{y}_s + J_z \cdot \hat{z}_s \quad (1.42)$$

Le vecteur source \vec{r}_s et le vecteur champ lointain \vec{r}_d sont exprimés ci-dessous en coordonnées cartésiennes

$$\bar{r}_s = (r_s \sin \theta_s \cos \phi_s) \cdot \hat{x}_s + (r_s \sin \theta_s \sin \phi_s) \cdot \hat{y}_s + (r_s \cos \theta_s) \cdot \hat{z}_s \quad (1.43)$$

$$\hat{r}_d = (\sin \theta_d \cos \phi_d) \cdot \hat{x}_d + (\sin \theta_d \sin \phi_d) \cdot \hat{y}_d + (\cos \theta_d) \cdot \hat{z}_d \quad (1.44)$$

Le vecteur champ lointain est exprimé dans le système de coordonnées source par :

$$\hat{r}_d = (\sin \theta_d \cos \phi_d) \cdot \hat{x}_s - (\sin \theta_d \sin \phi_d) \cdot \hat{y}_s - (\cos \theta_d) \cdot \hat{z}_s \quad (1.45)$$

Le produit, vecteur source et vecteur champ lointain ainsi que la surface différentielle nécessaire à l'équation intégrale (1.23) sont donnés ci-dessous.

$$\bar{r}_s \cdot \hat{r}_d = r_s \cdot \sin \theta_s \cos \phi_s \sin \theta_d \cos \phi_d - r_s \sin \theta_s \sin \phi_s \sin \theta_d \sin \theta_d - r_s \cdot \cos \theta_s \cos \theta_d \quad (1.46)$$

$$ds = r_s^2 \sec(\theta_s / 2) \sin \theta_s \cdot d\theta_s d\phi_s \quad (1.47)$$

En utilisant les équations (1.39) et (1.40) on arrive à avoir une forme du vecteur intégrale en coordonnées cartésiennes selon :

$$F_x = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} J_x e^{jk\bar{r}_s \cdot \hat{r}_d} ds \quad (1.48)$$

$$F_y = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} J_y e^{jk\bar{r}_s \cdot \hat{r}_d} ds \quad (1.49)$$

$$F_z = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} J_z e^{jk\bar{r}_s \cdot \hat{r}_d} ds \quad (1.50)$$

L'angle d'ouverture θ_0 étant défini par l'équation (1.4), sous la forme vectorielle on écrit enfin le vecteur intégral :

$$\bar{F} = F_x \hat{x}_s + F_y \hat{y}_s + F_z \hat{z}_s \quad (1.51)$$

Finalement le champ lointain est donné en coordonnées cartésiennes ci-dessous en utilisant le détail des équations (1.48) , (1.49) et (1.50).

$$E_x^{ref} = -jkZo \frac{e^{-jkr_d}}{r_d} [\bar{F} - \hat{r}_d \cdot (\hat{r}_d \cdot \bar{F})] \cdot \hat{x}_d \quad (1.52)$$

$$E_y^{ref} = -jkZo \frac{e^{-jkr_d}}{r_d} [\bar{F} - \hat{r}_d \cdot (\hat{r}_d \cdot \bar{F})] \cdot \hat{y}_d \quad (1.53)$$

$$E_z^{ref} = -jkZo \frac{e^{-jkr_d}}{r_d} [\bar{F} - \hat{r}_d \cdot (\hat{r}_d \cdot \bar{F})] \cdot \hat{z}_d \quad (1.54)$$

Avec,

$$\hat{r}_d \cdot \bar{F} = (F_x \cdot \sin \theta_d \cos \phi_d) + (-F_y \sin \theta_p \sin \phi) + (-F_z \cos \theta_d) \quad (1.55)$$

En injectant l'équation (1.55) dans les équations (1.52), (1.53) et (1.54) et tout calcul fait le champ lointain peut être aussi exprimé par ces composantes polarisation principale $E_{co}^{ref}(\theta_d, \phi_d)$ et polarisation croisée $E_{cross}^{ref}(\theta_d, \phi_d)$, l'indice comme c'est indiqué en [21].

$$\begin{aligned} E_{co}^{ref}(\theta_d, \phi_d) &= [-(1 - \cos \theta_d) \sin \phi_d \cos \phi_d] E_x^{ref} \\ &+ [1 - \sin^2 \phi_d (1 - \cos \theta_d)] E_y^{ref} \\ &- [\sin \theta_d \cos \phi_d] E_z^{ref} \end{aligned} \quad (1.56)$$

Et,

$$\begin{aligned} E_{cross}^{ref}(\theta_d, \phi_d) &= [1 - \cos^2 \phi_d (1 - \cos \theta_d)] E_x^{ref} \\ &- [(1 - \cos \theta_d) \sin \phi_d \cos \phi_d] E_y^{ref} \\ &- [\sin \theta_d \cos \phi_d] E_z^{ref} \end{aligned} \quad (1.57)$$

La définition de la co-polarisation et la polarisation croisée appliquée respectivement aux équations (1.56), (1.57) est donnée à l'annexe C et en [21], ici on a choisit la troisième définition.

Le champ lointain en co-polarisation est représenté par la figure 1.10 cas où l'angle incident $\phi = 0^\circ$, la figure 1.11 représente le champ lointain en co-polarisation et cross polarisation cas de $\phi = 90^\circ$. On remarque bien que la polarisation croisée s'annule pour le premier cas, puis elle devient maximale pour le deuxième cas ce qui est en accord avec [25].

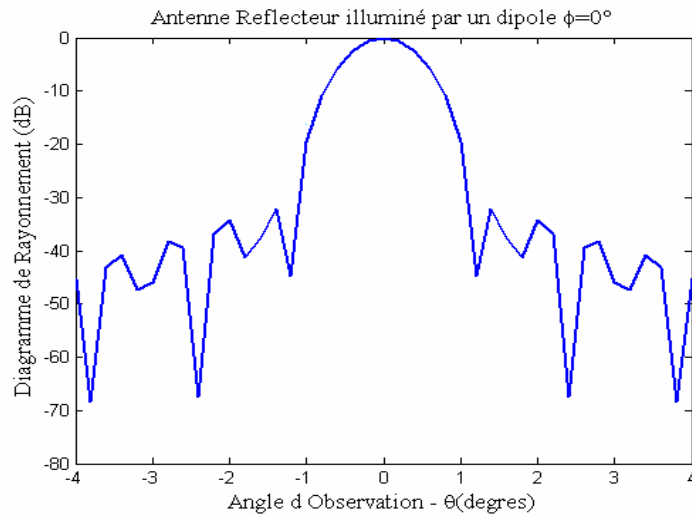


Figure 1.10 Antenne à Réflecteur alimentée par un court dipôle $\Phi = 0^\circ$

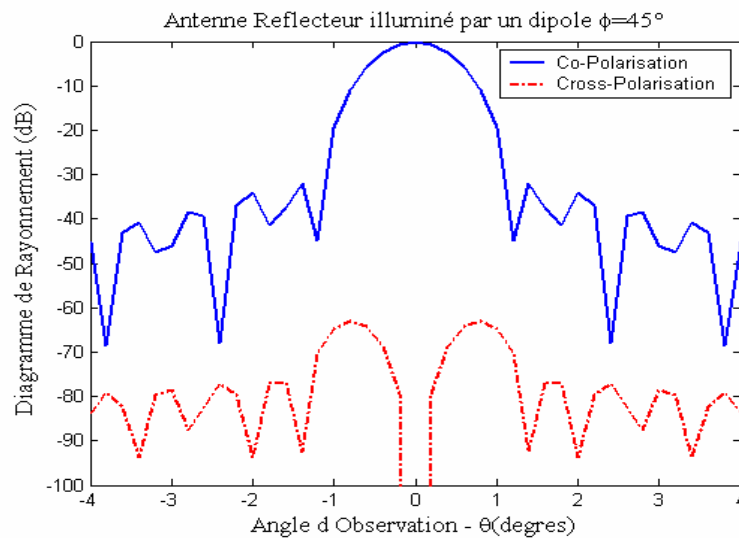


Figure 1.11 Antenne à Réflecteur alimentée par un court dipôle $\Phi = 90^\circ$

On remarque que le premier lobe est bien défini (comme on le verra au chapitre II), mais les lobes secondaires ne sont pas présentés. Une amélioration peut être atteinte en augmentant la précision des doubles intégrales des équations (1.48), (1.49) et (1.50) mais le temps de calcul serait plus long. Dans ce cas le programme écrit en Matlab, traite la double intégrale en utilisant la commande (*dblquad*) avec une précision allant jusqu'à 10^{-8} , et un temps de calcul d'environ 10 minutes.

V- Conclusion :

Dans ce chapitre un historique sur les antennes à réflecteur parabolique a été présenté ainsi que les avantages et les inconvénients ont été discutés. Une étude comparative des méthodes classiques et asymptotiques utilisées pour évaluer le rayonnement de ces types antennes et autres, tels que la géométrie Optique (GO) et la théorie de géométrie de diffraction (GTD). On a choisit la Physique Optique comme méthode asymptotique très simple à utiliser et qui donne des résultats très proches de ceux exacts donnés par les méthodes numériques ou ceux obtenus par des mesures. Dans le reste de ce manuscrit on se réfère à cette méthode.

Chapitre II

Implémentation de la Méthode des Moments

I- Introduction :

Dans le chapitre précédent les méthodes classiques ou asymptotiques appelées aussi *High frequency*, ont été présentées d'une manière plus ou moins détaillée, comme solution à des problèmes de rayonnement en électromagnétique. Toutes ces méthodes sont approximatives ou elles sont exactes dans certaines limites. Pour avoir une solution tout à fait exacte et sans contrainte ou exception on a recours aux méthodes numériques, appelées aussi *full-wave* ou *low frequency*. On peut citer la méthode des éléments finis (FEM), la méthode des différences finies temporelle (FDTD) et la méthode des moments (MoM) [23-29].

La méthode des moments basée sur la discrétisation de l'équation intégrale du champ électrique (EFIE) ou l'équation intégrale du champ magnétique (MFIE), ces dernières sont obtenues à partir d'une solution vectorielle aux équations de Maxwell pour un problème de valeurs aux frontières. La méthode des moments proposée en premier par Harrington en 1968 [30] est idéalement utilisée pour des antennes à surfaces parfaitement conductrices (PEC) et dans un milieu homogène. Pour des milieux non homogènes conduisant à des intégrales volumiques, une hybridation (FEM/MoM) est souhaitable [31]. Pour des structures larges et pratiquement considérées comme planaires telles que les antennes à réflecteurs une hybridation (OP/MoM) peut alléger les calculs [32]

Dans tout ce manuscrit la Méthode des Moment est utilisée dans le domaine spatial, appliquée en générale sur des antennes homogènes isotropes à surfaces parfaitement conductrices (PEC), sur antennes unidimensionnelles, des antennes à deux dimensions cylindriques carrées ou circulaires et plus particulièrement sur des antennes à réflecteur parabolique à trois dimensions. On évoquera aussi les structures à symétrie

de révolution et la méthode des éléments de bord (BEM), basée sur l'application du principe d'équivalence.

I-1 Equations de Maxwell :

Pour étudier le problème électromagnétique d'une antenne ou une structure pleine, homogène et isotrope, excitée par un champ magnétique ou électrique. Il faut poser en premier les équations de Maxwell, liées à ce problème, définis ci-dessous [33].

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} + \vec{J} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.4)$$

On définit \vec{E} et \vec{H} respectivement les champs électriques et magnétiques, \vec{J} la densité de courant et ρ la densité des charges électriques.

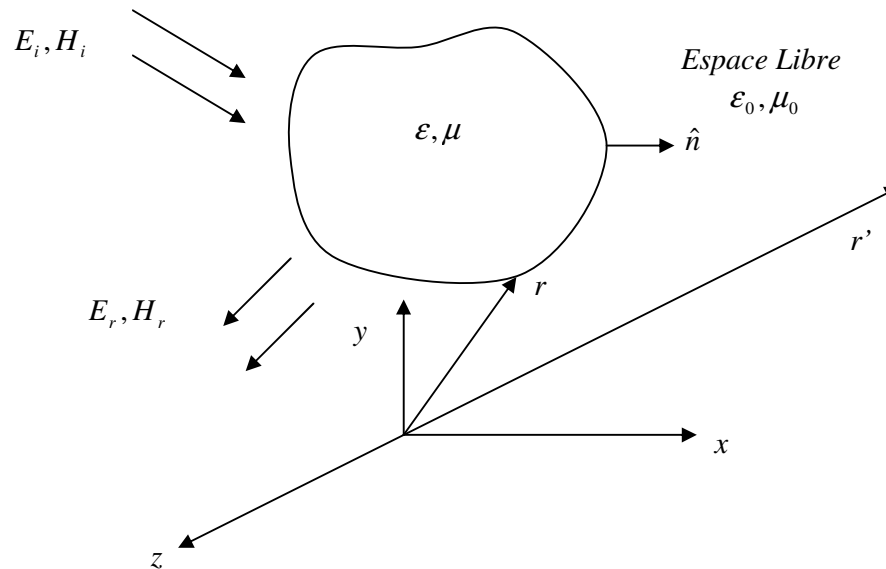


Figure 2.1

Structure homogène et isotrope excitée par un champ électrique ou magnétique.

Le milieu étant considéré homogène et isotrope figure 2.1, la permittivité ϵ et la perméabilité μ peuvent être considérées constantes par rapport à l'action de la divergence et le rotationnel.

I-2 Equations Intégrales :

I-2-1 Equation intégrale du champ électrique (EFIE)

Les conditions aux limites sont appliquées sur l'antenne ou l'objet de forme quelconque figure 2.1, ce dernier considéré comme parfaitement conducteur (PEC), le champ électrique tangentiel à la surface est nul, ce qui s'exprime par l'équation suivante [34] :

$$\vec{E}_i + \vec{E}_r = 0 \quad (2.5)$$

En utilisant les équations de Maxwell précédemment définies, le champ électrique peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\vec{E}_r = -j\omega\vec{A} - \nabla\phi \quad (2.6)$$

Où \vec{A} : est le vecteur potentiel magnétique, et ϕ : est le potentiel scalaire électrique. Ils sont obtenus après substitution de l'équation (2.6) dans les équations de Maxwell et l'usage du vecteur unité et l'expression de la jauge de Lorentz [35]. Ils sont exprimés par les relations :

$$\vec{A} = \mu \int_S J(r').G(r, r').dS' \quad (2.7)$$

$$\phi = \frac{1}{\epsilon} \int_S \sigma(r').G(r, r').dS' \quad (2.8)$$

Où $G(r, r')$ est la fonction de Green spatiale, et σ la densité de charge ; elles sont exprimées par les relations ci-dessous :

$$G(r, r') = \frac{e^{-jk|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} \quad (2.9)$$

$$\sigma = -\frac{1}{j\omega} \cdot \nabla \cdot J \quad (2.10)$$

Où r : est le vecteur du contour de l'objet figure 2.1, et r' : est le vecteur d'observation, et $k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$: étant la constante de propagation en espace libre. En substituant (2.7) et (2.8) dans (2.6), on peut écrire :

$$\hat{n} \times \vec{E}_i = \hat{n} \times (j\omega\vec{A} + \nabla\phi) \quad (2.11)$$

Et finalement l'équation intégrale du champ électrique est obtenue sous la forme :

$$\vec{E}_i(r) = \frac{j}{\epsilon_0\omega} \int_S [k^2 J(r') \cdot G(r, r') + \nabla' J(r') \cdot \nabla G(r, r')] dS' \quad (2.12)$$

L'équation (2.12) ainsi définie est appelée équation intégrale du champ électrique (EFIE). La dépendance temporelle en $(e^{j\omega t})$ a été omise ici et elle sera supposée existante dans ce manuscrit. La solution de l'équation intégrale permet de déterminer la densité du courant avec laquelle le gain et la directivité de l'antenne seront calculés.

I-2-2 Equation intégrale du champ magnétique (MFIE) :

Pour un objet parfaitement conducteur (PEC), les conditions aux limites sur la surface du conducteur s'expriment par le fait que la somme des champs incident et réfléchi induisent une densité de courant J_s , ce qui est définie par la relation suivante :

$$\hat{n} \times H = \hat{n} \times (H_i + H_r) = J_s \quad (2.13)$$

De la même manière, que précédemment, on peut trouver l'équation Intégrale du champ magnétique (MFIE), selon l'expression générale donnée par :

$$\hat{n} \times Hi(r) = \frac{J_s(r)}{2} - \hat{n} \times \int_S J_s(r') \times \nabla' G(r, r') dS' \quad (2.14)$$

L'intégrale ici est appelée valeur principale où le cas : champs et source ($r = r'$), a été exclu. Ce type d'intégrale est, à valeur principale, appelé aussi intégrale de Cauchy [35].

II- La méthode des moments :

II-1 Formulation :

La Méthode des Moment (MoM) est une technique très connue pour résoudre des équations linéaires. Pour l'analyse des antennes, la MoM est utilisée pour convertir l'équation intégrale du champ en une matrice d'équations ou un système linéaire d'équation, sous la forme suivante [23][33] :

$$\vec{g} = \vec{L}(\vec{f}) \quad (2.15)$$

Où \vec{g} : est la source ou l'excitation et \vec{L} : est un opérateur linéaire, et \vec{f} : est la fonction inconnue. Pour créer la matrice d'équations la fonction inconnue est écrite sous forme d'une somme de série de N fonctions indépendantes \vec{f}_n , appelées fonctions de bases avec des amplitudes inconnues a_n tel que :

$$\vec{f} = \sum_{n=1}^N a_n \vec{f}_n \quad (2.16)$$

En injectant l'équation (2.16) dans (2.15) et on se basant sur le fait que \vec{L} est un opérateur linéaire on a :

$$\vec{g} = \sum_{n=1}^N a_n \vec{L}(\vec{f}_n) \quad (2.17)$$

Pour déterminer les amplitudes inconnues il faut poser un ensemble d'équations intégrales, pondérées par des fonctions tests w_n , qui seront intégrées dans l'équation (2.17) sous forme d'un produit scalaire selon l'équation suivante :

$$\langle \vec{w}_m, \vec{g} \rangle = \sum_{n=1}^N a_n \langle \vec{w}_m, \vec{L}(f_n) \rangle \quad (2.18)$$

L'équation (2.18) peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$[g_m] = [Z_{mn}] [a_n] \quad (2.19)$$

L'équation (2.19) est souvent écrite d'une manière similaire à la loi d'ohm, par la matrice dite impédance, qui est définie aussi par un produit scalaire comme suit :

$$Z_{mn} = \langle \vec{w}_m, \vec{L}(f_n) \rangle \quad (2.20)$$

Est d'une manière plus détaillée sous la forme :

$$Z_{mn} = \begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \cdots \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Aussi le vecteur des inconnues et le produit scalaire de la fonction test par celle d'excitation, qui sont définies par :

$$[a_n] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \end{bmatrix} ; [g_m] = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Si la matrice impédance n'est pas singulière alors la solution est obtenue par l'équation suivante :

$$[a_n] = [Z_{mn}]^{-1} \cdot [g_m] \quad (2.23)$$

La solution dépend du choix des fonctions de bases et des fonctions tests qui doivent être linéaires et indépendantes, autrement dit formant une base orthonormée.

II-2 Les fonctions de bases

- Lorsque les fonctions test sont des deltas Dirac : $w_m(x) = \delta(x - x_m)$, la méthode est dite : **Point matching**.

- La méthode **Galerkin** est basée sur le fait que les fonctions test et les fonctions de bases sont les mêmes : $w_m(x) = f_m$, dans ce manuscrit on utilisera des fonctions triangulaires, rectangulaires et des fonctions en delta Dirac.

III- Application à des Antennes Unidimensionnelles :

On prend le cas d'un patch unidimensionnel d'épaisseur très mince figure 2.2, excité par une onde TM ou TE selon le cas de polarisation.

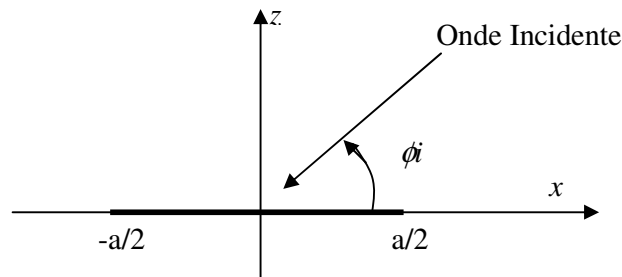


Figure 2.2

Patch unidimensionnel

Le problème posé dans ce cas étant unidimensionnel, les équations intégrales des champs électriques (cas TM) et magnétiques (cas TE) (2.12) et (2.14) s'écrivent respectivement de la manière suivante :

$$E_Z^{inc}(x) = \frac{\omega\mu}{4} \int_{-a/2}^{a/2} J(x) \cdot H_0^{(2)}(k|x-x'|) \cdot dx \quad (2.24)$$

$$-H_Z^{inc}(x) = \frac{J(x)}{2} + j \frac{k}{4} \int_{-a/2}^{a/2} J(x') \cdot H_1^{(2)}(k|x-x'|) \cdot dx' \quad (2.25)$$

Où $H_0^{(2)}$ et $H_1^{(2)}$ sont les fonctions de Hankel du deuxième type respectivement zéro et premier ordre, définies comme suit :

$$H_0^{(2)}(k|r-r'|) = 4j \cdot G(r, r') \quad (2.26)$$

$$H_1^{(2)} = \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} e^{-j(kr-3\pi/4)} \quad (2.27)$$

Les équations intégrales précédentes peuvent être résolues en utilisant la méthode des moments définis comme indiqué par l'équation (2.18). On obtient les équations suivantes séparément selon le cas TM ou TE:

$$\sum_{n=1}^N a_n \left\langle \delta(x-x_m), \frac{\omega\mu}{4} \int_{x_n}^{x_{n+1}} \Lambda(x-x_n) \cdot H_0^{(2)}(k|x-x'|) \cdot dx' \right\rangle = \langle \delta(x-x_m), E_Z^{inc}(x) \rangle \quad (2.28)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \left\langle \delta(x-x_m), \left(\frac{\delta_{m,n}}{2} + j \frac{k}{4} \int_{x_n}^{x_{n+1}} \Lambda(x-x_n) \cdot H_1^{(2)}(k|x-x'|) \cdot dx' \right) \right\rangle = \langle \delta(x-x_m), -H_Z^{inc}(x) \rangle \quad (2.29)$$

Où $\delta_{m,n}$ est le delta Kronecker défini comme suit :

$$\delta_{m,n} = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases}$$

Le patch étant découpé en N morceaux tel que $x_n = (n-1)\Delta_x$, avec $\Delta_x = \frac{a}{N}$. Les

fonctions tests étant des deltas Dirac et les fonctions de bases $\Lambda(x-x_n)$ sont de formes triangulaires définies comme suit :

$$\Lambda(x-x_m) = \begin{cases} \frac{x-x_{m-1}}{\Delta_x}, & x_{m-1} < x < x_m \\ -\frac{x-x_{m+1}}{\Delta_x}, & x_m < x < x_{m+1} \\ 0, & \text{Ailleurs} \end{cases} \quad (2.30)$$

Représenté par la figure ci-dessous.

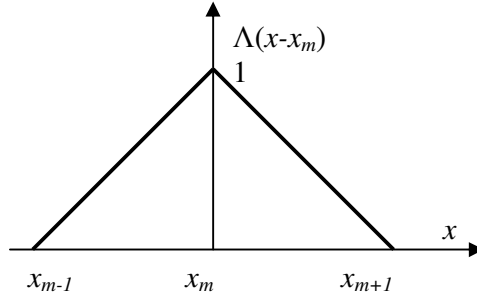


Figure 2.3 Fonction de base triangulaire

Les équations (2.28) et (2.29) peuvent s'écrire sous une forme plus simple en appliquant le produit scalaire qu'ils contiennent et en tenant compte de la définition des fonctions de bases (2.30).

$$\sum_{n=1}^N a_n \frac{\omega\mu}{4.\Delta_x} \left[\int_{x_{n-1}}^{x_n} (x-x_{n-1}).H_0^{(2)}(k|x_m-x|).dx + \int_{x_n}^{x_{n+1}} (x_{n+1}-x).H_0^{(2)}(k|x_m-x|).dx \right] = E_Z^{inc}(x_m) \quad (2.31)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \left(\delta_{m,n} + j \frac{k}{4.\Delta_x} \left[\int_{x_{n-1}}^{x_n} (x-x_{n-1}).H_1^{(2)}(k|x_m-x|).dx + \int_{x_n}^{x_{n+1}} (x_{n+1}-x).H_1^{(2)}(k|x_m-x|).dx \right] \right) = H_Z^{inc}(x_m) \quad (2.32)$$

Les éléments de la matrice peuvent s'écrire sous la forme suivante selon le cas de polarisation :

$$Z_{m,n}^{TM} = \frac{\omega\mu}{4.\Delta_x} \left[\int_{x_{n-1}}^{x_n} (x - x_{n-1}).H_0^{(2)}(k|x_m - x|).dx + \int_{x_n}^{x_{n+1}} (x_{n+1} - x).H_0^{(2)}(k|x_m - x|).dx \right] \quad (2.33)$$

$$Z_{m,n}^{TE} = \delta_{m,n} + j \frac{k}{4.\Delta_x} \left[\int_{x_{n-1}}^{x_n} (x - x_{n-1}).H_1^{(2)}(|x_m - x|).dx + \int_{x_n}^{x_{n+1}} (x_{n+1} - x).H_1^{(2)}(k|x_m - x|).dx \right] \quad (2.34)$$

Il est a noter que les intégrales dans les équations (2.33) et (2.34) sont effectuées par la commande "Quad" en Matlab, avec la présence de **singularité** lorsque $(x_n = x_m)$ cette singularité est due à la discontinuité de la fonction de Green [44] [47], dans tous ce qui suit on a essayé d'éviter ce cas de singularité par la technique de contournement lié au choix du chemin d'intégration. L'excitation telle qu'indiquée par la figure 2.2, projetée sur l'axe des x est donnée par les valeurs :

$$g_m^{TM} = E_o.e^{jk.x_m \cos(\phi)} \quad (2.35)$$

$$g_m^{TE} = H_o.e^{jk.x_m \cos(\phi)} \quad (2.36)$$

E_o et H_o sont des grandeurs unitaires correspondantes au champs incidents. Après résolution du système d'équations selon (2.23), on obtient le vecteur de densité de courant tel que présenté par les figures 2.4 et 2.5, on remarque que dans les deux cas le courant est divergeant aux frontières et qu'il devient de plus en plus oscillant lorsque la longueur d'onde augmente. Dans le chapitre précédent on a calculé la densité de courant cas (TM) par la Physique Optique, il est à remarquer que la valeur moyenne donnée ici coïncide exactement avec celle calculée précédemment. Les résultats donnés ici coïncident exactement avec le travail présenté par S. Hatamzadeh [36],

On s'intéressera aussi au calcul de la **Surface Equivalente Radar** (notée SER, en Anglais **RCS Radar Cross Section**). En Bi-statique, le RCS : est la mesure à quel point un objet est détectable par un radar, ce qui dépend de la géométrie de l'objet et de sa réflectivité dans une direction bien déterminée. Un objet qui à un RCS élevé dans un angle solide cela implique qu'il est très détectable dans cette direction, le RCS est défini par la relation suivante :

$$\sigma(\phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 2\pi r \frac{|E_{reflechis}|^2}{|E_{incident}|^2} \quad (2.37)$$

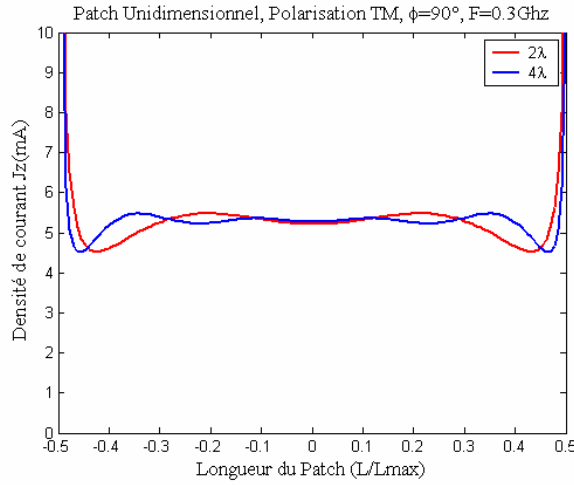


Figure 2.4 Densité de courant du patch de longueur 2λ et 4λ , angle incident $\phi_i = 90^\circ$, Polarisation TM, $F=0.3\text{GHz}$

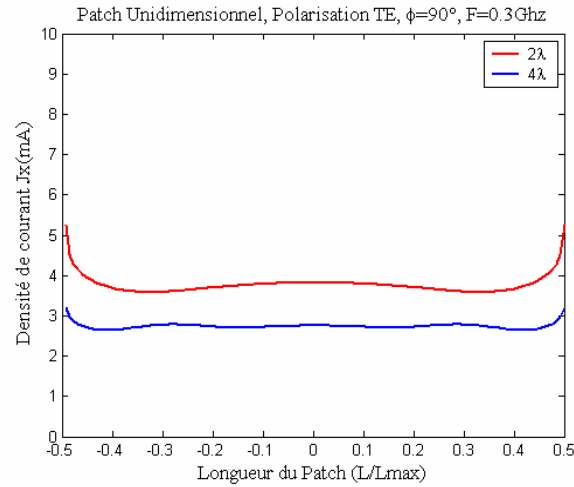


Figure 2.5 Densité de courant du patch de longueur 2λ et 4λ , angle incident $\phi_i = 90^\circ$, Polarisation TE, $F=0.3\text{GHz}$

En prenant $|E_{incident}|^2 = 1$, et $H_0^{(2)}(kr) \approx \sqrt{\frac{2j}{\pi \cdot kr}} e^{-jk \cdot r}$, pour $r \rightarrow \infty$, l'angle ϕ étant l'angle d'observation, en remplaçant dans (2.31) et (2.32) on obtient la relation suivante [33] :

$$\sigma^{TM}(\phi) = \frac{k\eta^2}{4} \Delta_x \left| \sum_{i=1}^N a_n e^{jk \cdot x_m \cos(\phi)} \right|^2 \quad (2.38)$$

$$\sigma^{TE}(\phi) = \frac{k\eta^2}{4} \Delta_x \left| \sum_{i=1}^N a_n \cdot \cos(\beta) e^{jk \cdot x_m \cos(\phi)} \right|^2 \quad (2.39)$$

Où β : est l'angle entre le vecteur d'observation r' et le vecteur source r .
graphiquement le RCS est représenté en décibel selon la relation ci-dessous :

$$\sigma_{dB} = 10 \cdot \log_{10}(\sigma(\phi)) \quad (2.40)$$

Les figures 2.6 et 2.7 représentent le Bi-statique RCS respectivement aux deux cas TE et TM. Il est à remarquer que le RCS est plus important pour une excitation perpendiculaire au patch et qu'il est minimal dans la direction parallèle au patch. Il est aussi minimal lorsque la longueur du patch est importante par rapport à la longueur d'onde. Les figures du RCS concordent également avec celles de [36].

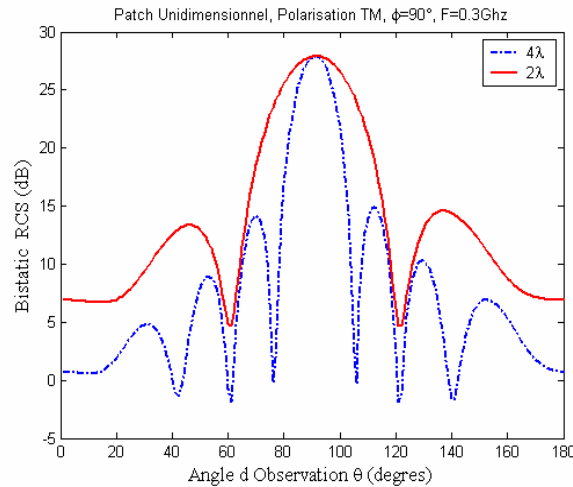


Figure 2.6 Bi-statique RCS du Patch de longueur 2λ et 4λ ,
angle incident $\phi = 90^\circ$, Polarisation TM, $F=0.3\text{Ghz}$

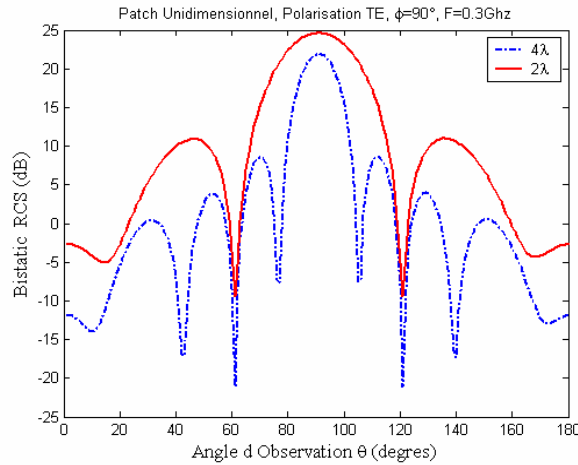


Figure 2.7 Bi-statique RCS du Patch de longueur 2λ et 4λ , angle incident $\phi_i = 90^\circ$, Polarisation TE, $F=0.3\text{Ghz}$

IV- Application à des antennes 2D

Dans cette section on traitera le cas des structures d'antennes à deux dimensions tel est le cas d'un cylindre circulaire ou carré infiniment long figure 2.8, homogène, isotrope, et parfaitement conducteur

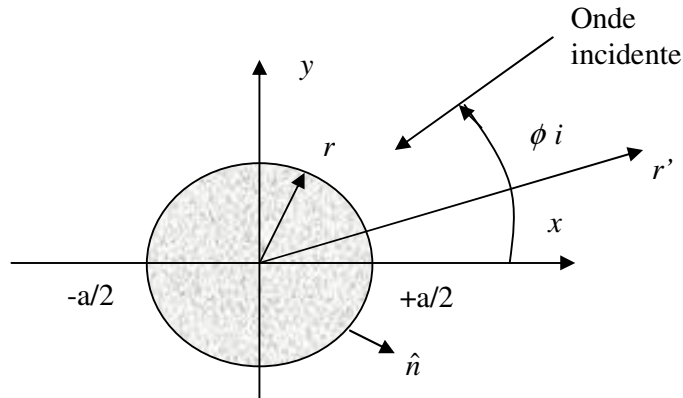


Figure 2.8 Cylindre Parfaitement Conducteur

Les équations intégrales à deux dimensions liées au problème de la figure 2.8, des cas TM et TE extraites des équations (2.12) et (2.14) peuvent s'écrire respectivement comme [32] [33]:

$$E_i^{inc}(r) = \frac{\omega\mu}{4} \int_C J_z(r') \cdot H_0^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) \cdot dC' \quad (2.41)$$

$$-H_Z^{inc}(r) = \frac{J_c(r)}{2} + j\frac{k}{4} \int_C J_c(r') . H_1^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) . \cos(\psi_{r,r'}) . dC' \quad (2.42)$$

L'indice (C) insinue le contour, et $\psi_{r,r'}$: est l'angle entre le vecteur $|\vec{r} - \vec{r}'|$ et le vecteur normal à la surface (\hat{n}). Il est à remarquer que le courant J_c est un courant tangentiel au contour et non pas dans l'axe Z. Les équations (2.41) et (2.42) peuvent s'écrire tout en décrivant le contour (C) par un changement de variables en coordonnées polaires ce qui mène aux expressions :

$$E_Z^{inc}(\vec{r}(\theta)) = \frac{\omega\mu}{4} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} J_Z(\theta') . H_0^{(2)}(k|\vec{r}(\theta) - \vec{r}'(\theta')|) . |\vec{r}'(\theta')| . d\theta' \quad (2.43)$$

$$-H_Z^{inc}(\theta) = \frac{J_\theta(\theta)}{2} + j\frac{k}{4} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} J_\theta(\theta') . H_1^{(2)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) \cos(\psi_{r,r'}) . |\vec{r}'(\theta')| . d\theta' \quad (2.44)$$

La structure de la figure 2.8 présentant une symétrie axiale, de ce fait le problème à deux dimensions est ramené à un problème unidimensionnel où la seule variable est l'angle θ . La digitalisation des équations intégrales (2.43) et (2.44) selon la méthode des moments décrite par l'équation (2.18) s'obtient par les équations suivantes respectivement aux cas TM et TE.

$$\sum_{n=1}^N a_n \left\langle \delta(\theta - \theta_m), \frac{\omega\mu}{4} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} \Pi(\theta - \theta_n) . H_0^{(2)}(k|R|) . |\vec{r}'(\theta')| . d\theta' \right\rangle = \left\langle \delta(\theta - \theta_m), E_Z^{inc}(\vec{r}) \right\rangle \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N a_n \left\langle \delta(\theta - \theta_m), \left(\frac{\delta_{m,n}}{2} + j\frac{k}{4} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} \Pi(\theta - \theta_n) . \cos(\psi_{r,r'}) . H_1^{(2)}(k|R|) . |\vec{r}'(\theta')| . d\theta' \right) \right\rangle \\ = \left\langle \delta(\theta - \theta_m), -H_Z^{inc}(\vec{r}) \right\rangle \end{aligned} \quad (2.46)$$

Avec $R = |\vec{r}(\theta) - \vec{r}'(\theta')|$, et $\theta_n = (n-1) . \Delta\theta$, $\Delta\theta = \frac{2\pi}{N}$; $\theta_m = [(m-1) + \frac{1}{2}] \Delta\theta$

Les fonctions tests étant des deltas Dirac et les fonctions de bases $\Pi(\theta - \theta_m)$ de type rectangulaire sont définies comme suit :

$$\Pi(\theta - \theta_m) = \begin{cases} 1, & \theta_m - \frac{\Delta\theta}{2} < \theta < \theta_m + \frac{\Delta\theta}{2} \\ 0, & \text{Ailleurs.} \end{cases} \quad (2.47)$$

Représenté par la figure ci-dessous :

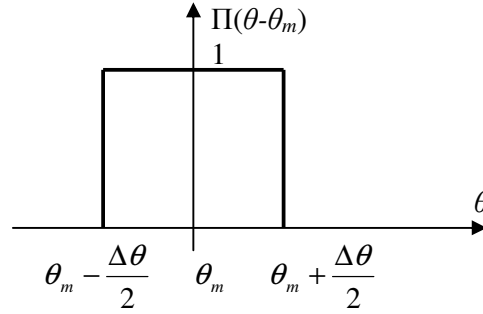


Figure 2.9 fonction de base rectangulaire

Les équations (2.45) et (2.46) peuvent être écrites d'une manière plus explicite en effectuant leurs produits scalaires par :

$$Ei(\vec{r}(\theta_m)) = \frac{\omega\mu}{4} \sum_{i=1}^N a_n \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} H_0^{(2)}(k|\vec{r}(\theta_m) - \vec{r}'(\theta')|) |\vec{r}'(\theta')| d\theta' \quad (2.48)$$

$$-H_Z^{inc}(\theta_m) = \sum_{n=1}^N a_n \left[\frac{\delta_{m,n}}{2} + j \frac{k}{4} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} \cos(\psi_{r,r'}) \cdot H_1^{(2)}(kR) |r'(\theta')| d\theta' \right] \quad (2.49)$$

Les éléments de l'équation matricielle selon (2.18) peuvent s'écrire dans les deux cas TM et TE :

$$Z_{m,n}^{TM} = \frac{\omega\mu}{4} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} H_0^{(2)}(k|\vec{r}(\theta_m) - \vec{r}'(\theta')|) |\vec{r}'(\theta')| d\theta' \quad (2.50)$$

$$Z_{m,n}^{TE} = \left[\frac{\delta_{m,n}}{2} + j \frac{k}{4} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} \cos(\psi_{r,r'}) \cdot H_1^{(2)}(kR) |r'(\theta')| d\theta' \right] \quad (2.51)$$

De la même manière les excitations :

$$g_m^{TM} = E_0 e^{jk(x_m \cdot \cos(\phi') + y_m \cdot \sin(\phi'))} \quad (2.52)$$

$$g_m^{TE} = H_0 e^{jk(x_m \cdot \cos(\phi') + y_m \cdot \sin(\phi'))} \quad (2.53)$$

Pour un cylindre circulaire : $x_m = |r(\theta_m)| \cdot \cos(\theta_m)$ et $y_m = |r(\theta_m)| \cdot \sin(\theta_m)$.

Avec $|r(\theta_m)| = \frac{a}{2}$, a : est le diamètre du cylindre de la figure 2.8, choisi égal à 1.5λ pour le cas TM et 2λ pour le cas TE, afin que les résultats soient comparés avec ceux de H. Esteban [37], qui a traité la même structure mais dans le domaine spectral. Après résolution de l'équation matricielle, la densité du courant, obtenue est représentée sur la figure 2.10 cas TM et figure 2.11 pour le cas TE.

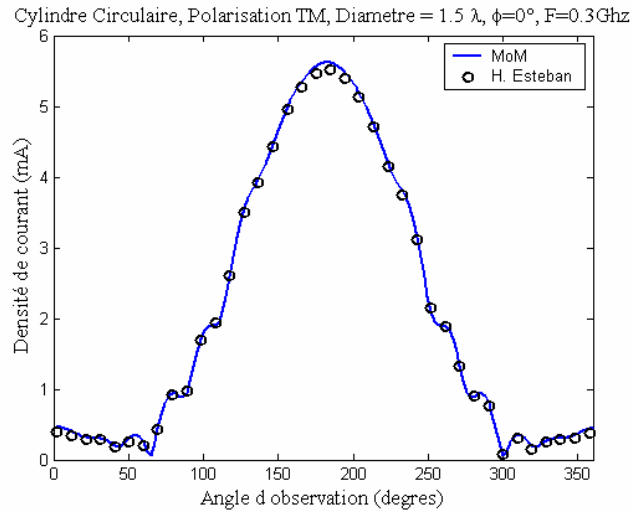


Figure 2.10 Densité de Courant du Cylindre Circulaire, Diamètre = 1.5λ ,
Angle incident $\phi_i = 0^\circ$, Polarisation TM, $F=0.3\text{Ghz}$

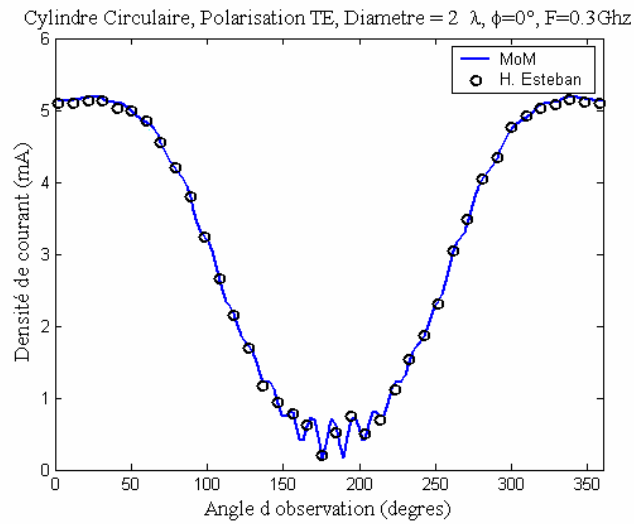


Figure 2.11 Densité de Courant du Cylindre Circulaire, Diamètre = 2λ ,
Angle incident $\phi_i = 0^\circ$, Polarisation TE, $F=0.3\text{Ghz}$

Le bi-statique RCS pour un cylindre infiniment long est représenté par la figure 2.12 pour le cas TM et la figure 2.13 pour le cas TE.

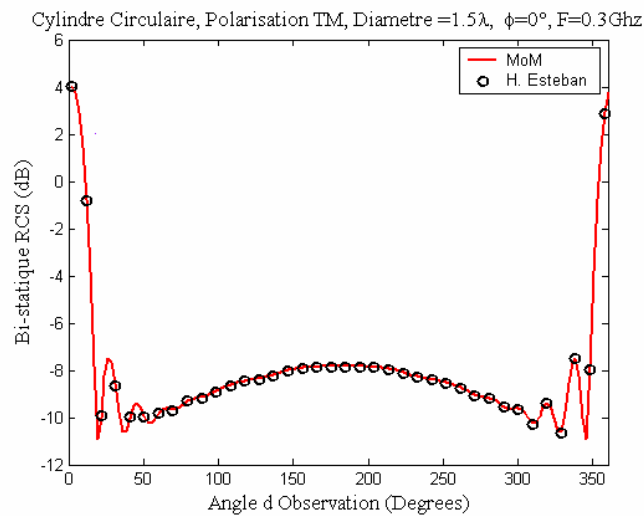


Figure 2.12 Bi-statique RCS du Cylindre Circulaire, Diamètre = 1.5λ ,
Angle incident $\phi_i = 0^\circ$, Polarisation TM, $F=0.3\text{Ghz}$

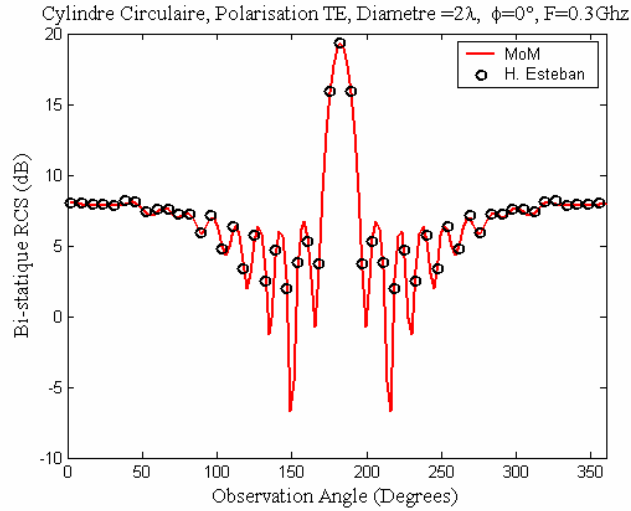


Figure 2.13 Bi-statique RCS du Cylindre Circulaire, Diamètre =2λ, Angle incident φ = 0°, Polarisation TE, F=0.3Ghz

V- Application à des antennes à 3D

V-1 Les antennes à symétrie de révolution

Dans cette section on s'intéresse aux antennes à symétrie de révolution (Body of Revolution) ou communément appelés antennes BOR, tel est le cas des cornets circulaires pyramidaux et les sphéroïdes figure 2.14. La résolution de l'équation intégrale dans un problème à symétrie de révolution est rendue plus simple par l'utilisation seulement de deux variables quoi que la structure est tridimensionnel [38-46].

L'équation intégrale à 3D et pour les structures à symétrie de révolution résolue par la méthode des moments (voir annexe D)

$$\langle E_{inc}, \vec{W} \rangle = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_S \int_{S'} [k^2 (\vec{W} \cdot \vec{J}) G(r, r') - (\nabla' \cdot \vec{J})(\nabla \cdot \vec{W}) G(r, r')] dS' dS \quad (2.54)$$

Ou \vec{W} et \vec{J} sont respectivement les fonctions tests et les fonctions de bases sous formes vectorielles, écrites dans le système de coordonnées tangent.

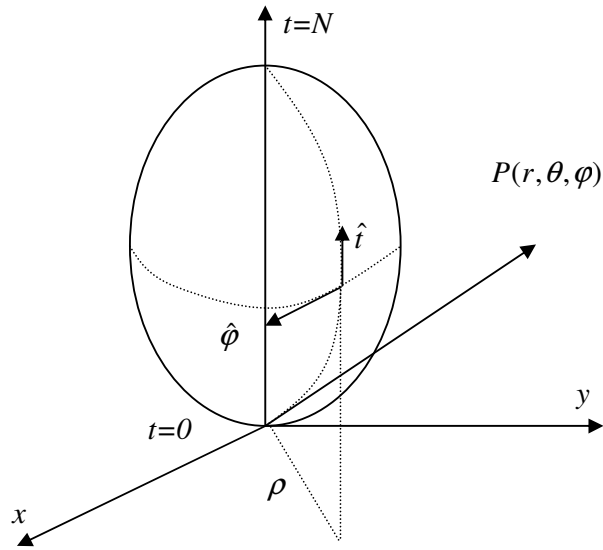


Figure 2.14

Représentation d'une structure à symétrie de révolution

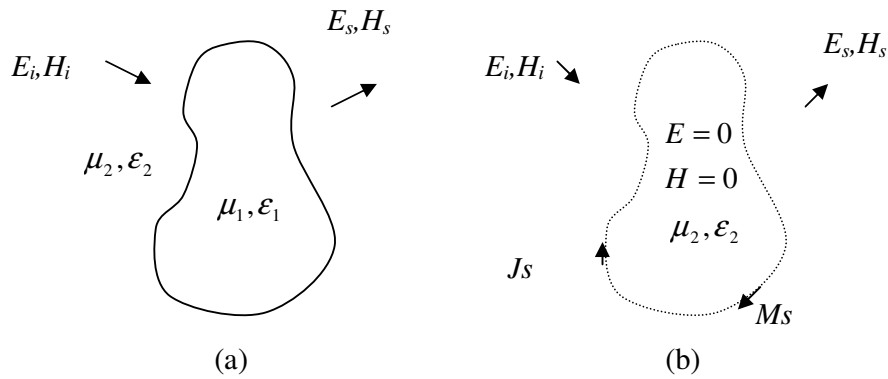
Les quantités surfaciques sont définies par les relations :

$$dS = dt \cdot \rho \cdot d\varphi, \quad dS' = dt' \cdot \rho' \cdot d\varphi' \quad (2.55)$$

V-2 la méthode des éléments de bord (BEM)

Le problème des structures à symétrie de révolution est souvent traité par la méthode des éléments de bord (*Boundary Element Method*). Cette dernière résout les équations intégrales (EFIE) et (MFIE) par la méthode des moments, qui utilise le principe d'équivalence. Le théorème d'équivalence consiste à représenter une structure rayonnante par les courants surfaciques électrique et magnétique figure 2.15. Pour des structures métalliques, seules les courants électriques sont utilisés [47].

La méthode des éléments de bords est conditionnée par le fait qu'elle doit être appliquée dans un milieu non délimité et préférablement appliquée sur des géométries simples.

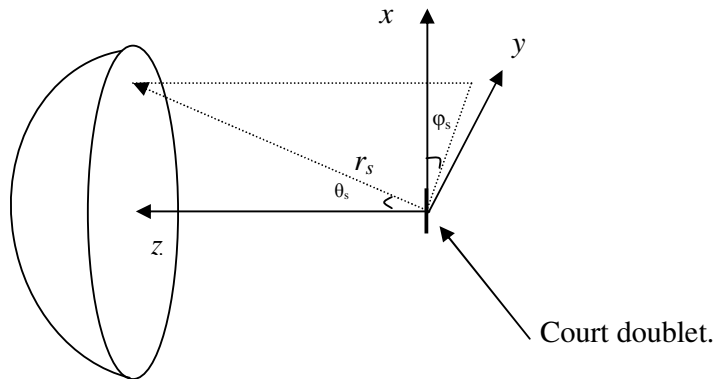

Figure 2.15

Principe d'équivalence a) objet original,
 b) objet remplacé par des courants surfaciques électrique et magnétique

V-3 Antenne à Réflecteur parabolique

V-3-1 Formulation

L'antenne à réflecteur parabolique de la figure 2.16 est considérée comme à symétrie de révolution, l'étude précédente est appliquée. On considère que l'antenne est alimentée par un court doublet.


Figure 2.16 Antenne à réflecteur parabolique.

L'équation intégrale électrique concernant la structure de la figure 2.16 peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle E_{inc}, \vec{W} \rangle = & \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_0^{2\pi} \int_0^{T_{max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{T'_{max}} [k^2 (\vec{W} \cdot \vec{J}) G(r, r') \\ & - (\nabla' \vec{J})(\nabla \vec{W}) G(r, r')] . dt . \rho . d\varphi . dt' . \rho' . d\varphi' \end{aligned} \quad (2.56)$$

Où T_{max} : est la valeur maximale correspondante à la variable (t) qui est l'arc intercepté sur la surface de l'antenne. La densité de courant sur la surface du réflecteur est écrite sous la forme suivante :

$$\vec{J}(t, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [J_t(t, \varphi) + J_\varphi(t, \varphi)] e^{jn\varphi} \quad (2.57)$$

J_t et J_φ sont les deux composantes de la densité de courant qui sont associées aux vecteurs unitaires tangentiels figure 2.14. Le terme $e^{jn\varphi}$ correspond à un développement en série de Fourier, et le (n) étant l'ordre du mode. Les deux composantes sont exprimées par des fonctions de la forme :

$$J_t(t, \varphi) = \sum_{m=1}^M I_m^t \vec{f}_m^t(t, \varphi) \quad (2.58)$$

Et,

$$J_\varphi(t, \varphi) = \sum_{m=1}^M I_m^\varphi \vec{f}_m^\varphi(t, \varphi) \quad (2.59)$$

Où I_m^t, I_m^φ : sont les inconnues, $f_m^t(t)$ et $f_m^\varphi(t)$: sont les fonctions de bases définies par les relations :

$$\vec{f}_m^t = \frac{\Lambda_m(t)}{\rho} \hat{u}_t, \quad \vec{f}_m^\varphi = \frac{\Lambda_m(t)}{\rho} \hat{u}_\varphi \quad (2.60)$$

Les fonctions $\Lambda_m(t)$ sont choisies ici comme fonctions triangulaires figure 2.3. La division par ρ dans l'équation (2.60) permet d'éviter les problèmes de singularités sur l'axe de symétrie ($\rho = 0$) [47]. De la même manière on définit les fonctions test :

$$\vec{W}_m^t = \frac{\Lambda_m(t)}{\rho} \hat{u}_t, \quad \vec{W}_m^\varphi = \frac{\Lambda_m(t)}{\rho} \hat{u}_\varphi \quad (2.61)$$

L'application de la méthode des moments sur l'équation (2.54) conduit à l'expression :

$$\sum_{p=1}^N \left\langle \bar{W}_q^t, \frac{jk^2}{\varepsilon_0 \omega} \int_{p,q} \left[1 + \frac{\nabla \nabla'}{k^2} \right] (I_p^t \bar{f}_p^t + I_p^\varphi \bar{f}_p^\varphi) G(r, r') ds \right\rangle = \langle \bar{W}_q^t, E_t(t, \varphi) \rangle \quad (2.62)$$

$$\sum_{p=1}^N \left\langle \bar{W}_q^\varphi, \frac{jk^2}{\varepsilon_0 \omega} \int_{p,q} \left[1 + \frac{\nabla \nabla'}{k^2} \right] (I_p^t \bar{f}_p^t + I_p^\varphi \bar{f}_p^\varphi) G(r, r') ds \right\rangle = \langle \bar{W}_q^\varphi, E_\varphi(t, \varphi) \rangle \quad (2.63)$$

En effectuant les produits scalaires dans les équations (2.62) et (2.63) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} \sum_p \int_{t'_p}^{t'_{p+1}} \int_{t_q}^{t_{q+1}} [k^2 \bar{W}_q^t (I_p^t \bar{f}_p^t + I_p^\varphi \bar{f}_p^\varphi) + \\ \nabla' (I_p^t \bar{f}_p^t + I_p^\varphi \bar{f}_p^\varphi) \nabla \bar{W}_q^t] G(r, r') dt' . dt = \int_{t_q}^{t_{q+1}} E_t(t, \varphi) . \bar{W}_q^t . dt \end{aligned} \quad (2.64)$$

Et,

$$\begin{aligned} \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} \sum_p \int_{t'_p}^{t'_{p+1}} \int_{t_q}^{t_{q+1}} [k^2 \bar{W}_q^\varphi (I_p^t \bar{f}_p^t + I_p^\varphi \bar{f}_p^\varphi) + \\ \nabla' (I_p^t \bar{f}_p^t + I_p^\varphi \bar{f}_p^\varphi) \nabla \bar{W}_q^\varphi] G(r, r') dt' . dt = \int_{t_q}^{t_{q+1}} E_\varphi(t, \varphi) . \bar{W}_q^\varphi . dt \end{aligned} \quad (2.65)$$

D'une manière plus explicite :

$$\begin{aligned} \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} \sum_p \int_{t', t'} [(k^2 \bar{W}_q^t \bar{f}_p^t + \rho' \frac{\partial \bar{f}_p^t}{\partial t'} \rho \frac{\partial \bar{W}_q^t}{\partial t}) I_p^t + \\ (k^2 \bar{W}_q^t \bar{f}_p^\varphi + \frac{\partial \bar{f}_p^\varphi}{\partial \varphi'} \rho \frac{\partial \bar{W}_q^t}{\partial t}) I_p^\varphi] G(r, r') dt' . dt = \int E_t(t, \varphi) . \bar{W}_q^t . dt \end{aligned} \quad (2.66)$$

Et,

$$\begin{aligned} \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} \sum_p \int_{t', t'} [(k^2 \bar{W}_q^\varphi \bar{f}_p^t + \rho' \frac{\partial \bar{f}_p^t}{\partial t'} \frac{\partial \bar{W}_q^\varphi}{\partial \varphi}) I_p^t + \\ (k^2 \bar{W}_q^\varphi \bar{f}_p^\varphi + \frac{\partial \bar{f}_p^\varphi}{\partial \varphi'} \frac{\partial \bar{W}_q^\varphi}{\partial \varphi}) I_p^\varphi] G(r, r') dt' . dt = \int E_\varphi(t, \varphi) . \bar{W}_q^\varphi . dt \end{aligned} \quad (2.67)$$

Les équations (2.66) et (2.67) permettent d'écrire les éléments de l'équation matricielle selon (2.19) on obtient:

$$\begin{bmatrix} Z^{tt} & Z^{t\varphi} \\ Z^{\varphi t} & Z^{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n^t \\ I_n^\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_t \\ E_\varphi \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Le système d'équation (2.68) est de dimension $2N \times 2N$, en faisant convertir les vecteurs unitaires tangentiels en vecteurs unitaires cartésiens comme indiqués dans l'annexe D, les équations (2.66) et (2.67) peuvent être réécrites et les éléments de la matrice de l'équation (2.68) sont obtenues et données ci-dessous par les relations suivantes :

$$Z_{p,q}^{tt} = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_{t,t'} [k^2 \Lambda_q \Lambda_p (\sin \nu_q \sin \nu_p' G_{cn} + \cos \nu_q \cos \nu_p' G_n) - \frac{\partial \Lambda_q}{\partial t} \frac{\partial \Lambda_p}{\partial t'} G_n] dt dt' \quad (2.69)$$

$$Z_{p,q}^{t\varphi} = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_{t,t'} \left[k^2 \Lambda_q \Lambda_p \sin \nu_q \cdot G_{sn} + n \frac{\partial \Lambda_q}{\partial t} \frac{\Lambda_p}{\rho'} G_n \right] dt dt' \quad (2.70)$$

$$Z_{p,q}^{\varphi t} = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_{t,t'} \left[k^2 \Lambda_q \Lambda_p \sin \nu_p' \cdot G_{sn} + n \frac{\Lambda_q}{\rho} \frac{\partial \Lambda_p}{\partial t} G_n \right] dt dt' \quad (2.71)$$

$$Z_{p,q}^{\varphi\varphi} = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_{t,t'} \Lambda_q \Lambda_p \left[k^2 G_{cn} - n^2 \frac{1}{\rho \rho'} G_n \right] dt dt' \quad (2.72)$$

Ou (ν_q, ν_p) : l'angle azimutale entre l'axe z et le vecteur tangent \hat{u}_t , les fonctions G_n, G_{cn} et G_{sn} sont exprimées dans l'annexe D. Le champ incident pour le cas d'une excitation produite par un court dipôle est donné ci-dessous.

V-3-2 Diagramme de rayonnement

En partant de l'équation du champ incident d'un dipôle infiniment petit [33] donnée par :

$$E^i = \cos^\alpha \theta \cdot (\sin \theta \cdot \hat{\theta} + \cos \theta \cdot \hat{\phi}) \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (2.73)$$

$$E^i = E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi} \quad (2.74)$$

Ici $\alpha = 4.5$, après résolution du système d'équation (2.68) les courants J_θ et J_ϕ sont obtenus, et le diagramme de rayonnement est représenté et donné par les équations suivantes [30] Harrington & Mautz :

$$\begin{bmatrix} E_\theta^s \\ E_\phi^s \end{bmatrix} = \frac{-j\omega\mu}{4\pi \cdot r} e^{jkr} \begin{bmatrix} R^{\theta\theta} & R^{\phi\theta} \\ R^{\theta\phi} & R^{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n^\theta \\ I_n^\phi \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Les éléments de la matrice (2.75) sont exprimés en produits scalaires par les relations suivantes :

$$R_j^{\theta\theta} = \langle \vec{E}_\theta^i, \vec{f}_j^\theta \rangle, \quad R_j^{\theta\phi} = \langle \vec{E}_\theta^i, \vec{f}_j^\phi \rangle \quad (2.76)$$

$$R_j^{\phi\theta} = \langle \vec{E}_\phi^i, \vec{f}_j^\theta \rangle, \quad R_j^{\phi\phi} = \langle \vec{E}_\phi^i, \vec{f}_j^\phi \rangle \quad (2.77)$$

Une fois que les composantes polaires sont obtenues par l'équation (2.75), on procède à une conversion en coordonnées cartésiennes après cela la co-polarisation et la polarisation croisée sont obtenues en utilisant l'annexe C comme nous l'avons fait au chapitre précédent.

V-3-3 Interprétation

Les figures 2.17 et 2.18 représentent respectivement *E-plane* et *H-plane* pour un angle incident $\phi = 90^\circ$ c'est la co-polarisation seulement, par contre les figures 2.19 et 2.20 présentent une co-polarisation et une polarisation croisée maximale à $\phi = 45^\circ$, l'ordre modal $n = 0$. Le nombre des subdivisions des fonctions de base étant $N = 128$

par suite les dimensions du système d'équation (2.68) est de 512x512, le temps d'exécution est de 360s sur un PC Pentium III (1GHZ) et de 256 Méga de RAM.

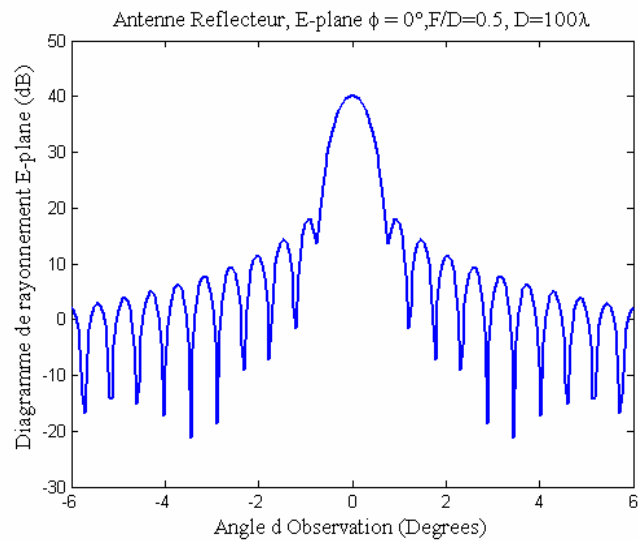


Figure 2.17 Diagramme de rayonnement d'un réflecteur alimenté par
Un court dipôle, *E-plane*, $\phi = 0^\circ$, $F/D=0.5$, $D=100\lambda$

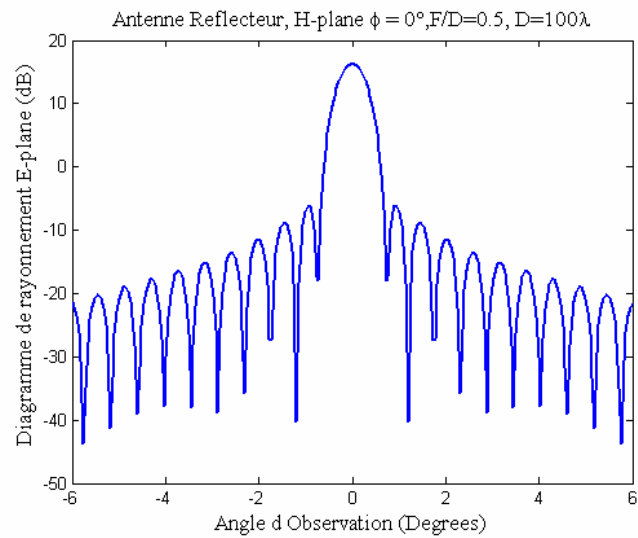


Figure 2.18 Diagramme de rayonnement d'un réflecteur alimenté par
Un court dipôle, *H-plane*, $\phi = 0^\circ$, $F/D=0.5$, $D=100\lambda$

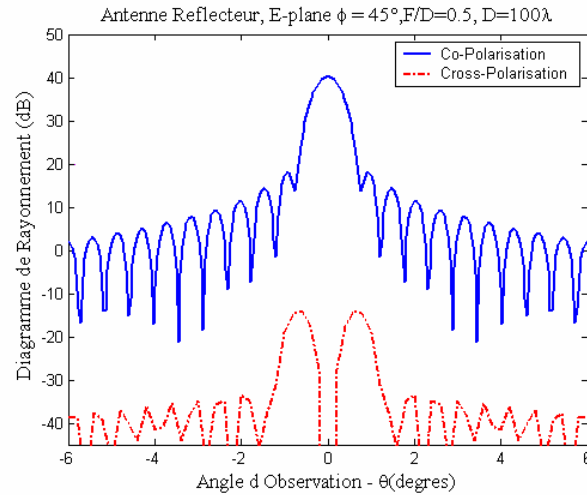


Figure 2.19 Diagramme de rayonnement d'un réflecteur alimenté par
Un court dipôle, *E-plane*, $\phi = 45^\circ$, $F/D=0.5$, $D=100\lambda$

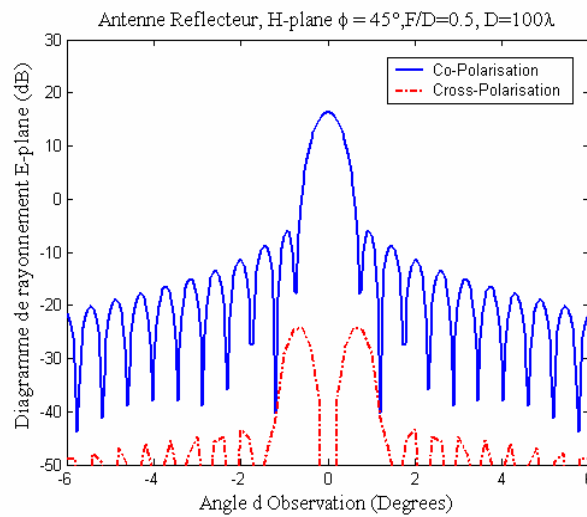


Figure 2.20 Diagramme de rayonnement d'un réflecteur alimenté par
Un court dipôle, *H-plane*, $\phi = 45^\circ$, $F/D=0.5$, $D=100\lambda$

VI- Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté la méthode des moments dans le domaine spatial et pour des structures (PEC). Une application a été faite sur les formes d'antennes unidimensionnelles tel que les patches linéaires, puis les antennes à deux dimensions

telles que les antennes cylindriques, et finalement les antennes à trois dimensions telles que les antennes à réflecteurs paraboliques. L'étude des antennes à symétrie de révolution a été appliquée sur les antennes à réflecteurs paraboliques. Pour cette dernière partie les résultats obtenus sont comparés avec la physique optique et ainsi qu'avec les résultats donnés par [48-53]. Nos résultats concordent bien avec ceux de la littérature citée.

Chapitre III

Application des Ondelettes sur la Méthode des Moments

I- Introduction :

La Méthode des moments présente un inconvénient majeur pour les grandes structures qui dépassent quelques longueurs d'ondes. Le système d'équations à résoudre devient très compliqué et par conséquent on a besoin du temps et de la mémoire RAM. L'utilisation des ondelettes permet d'avoir une matrice simplifiée (creuse) selon le choix du type d'ondelette, qui permet aussi une analyse multi résolution [54] [55].

Les ondelettes sont utilisées en électromagnétisme pour résoudre des équations intégrales, parce qu'elles présentent des propriétés très importantes comme : **l'orthogonalité**, la continuité, et plus intéressant encore, l'annulation ou l'allégement des équations intégrales, telle que présenté par Pan [56]. Néanmoins, dans la méthode de **Galerkin** lorsque les fonctions de Bases sont orthogonales la solution converge très rapidement [57].

Les ondelettes sont des fonctions de courtes durées présentant une variation de fréquence ou d'échelle grande, et une valeur moyenne nulle. L'analyse de Fourier est destinée pour des signaux stationnaires dans le domaine fréquentiel, par contre les ondelettes c'est une autre alternative qui étudie les signaux à grande variation dans le domaine temporel. En électromagnétisme pour éviter les cas des singularités, on a utilisé la transformée en Ondelette au lieu d'utiliser la transformé de Fourier, parce que la fonction à transformer est discontinue, c'est le cas de la fonction de Green comme on l'a discuté au chapitre précédent. Cependant des recherches ont été mené sur la transformée en ondelette de la fonction de Green [58].

Dans ce chapitre on présentera les caractéristiques mathématiques des ondelettes, puis comment les utilisées en électromagnétisme, particulièrement pour résolution des équations intégrales. Le cas du réflecteur parabolique à trois dimensions du chapitre précédent est traité ici par les ondelettes.

II- Propriétés Mathématiques :

II-1 Définitions :

Une ondelette est exprimée par la fonction $\psi_{a,b}(t)$, qui est obtenue par une dilatation et une translation de la fonction $\psi(t)$ dite : Ondelette mère [59].

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \text{ pour } a > 0 \text{ et } b \in \mathfrak{R} \quad (3.1)$$

Où a : est le facteur de dilatation et b : le paramètre de translation, quelque soit le type d'ondelette. Elle vérifie, en général, toutes la relations (3.1).

II-2 Transformée d'ondelette :

Par analogie à la transformée de fourrier, la transformée en ondelette d'une fonction $f(t)$ est définie par l'équation suivante [60] :

$$Wf(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3.2)$$

L'ondelette $\psi(t)$ devra avoir une bonne localisation et une convergence rapide vers 0, et devra être oscillante. On exige que l'intégrale $\psi(t)$ soit nulle et qu'il en soit de même pour les N premiers moments, cela se traduit par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^n \cdot \psi(x) \cdot dx = 0 \text{ Pour } 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.3)$$

Pour $n=0$,

$$\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) \cdot dt = 0 \quad (3.4)$$

On utilise souvent la transformée d'ondelette pour la compression de données ou filtrages des signaux [61].

II-3 Orthogonalité :

L'orthogonalité d'une ondelette $\phi(x)$ réside dans le fait que cette dernière peut engendrer un ensemble d'ondelettes $\psi(x)$ vérifiant la condition suivante :

$$\langle \phi(x), \psi(x) \rangle = \int \phi^*(x) \cdot \psi(x) \cdot dx = 0 \quad (3.5)$$

Où l'astérisque signifie le conjugué. Les ondelettes, liées par la condition précédente présentent une base orthonormée. Elles sont caractérisées par les relations suivantes :

$$\phi_{jn}(x) = 2^{j/2} \phi(2^j x - n) \quad (3.6)$$

$$\psi_{mn}(x) = 2^{m/2} \psi(2^m x - n) \quad (3.7)$$

Où (m, j) : représentent la dilatation ou le degré de résolution, et (n) : le facteur de translation. Les ϕ_{jn} : constituent les fonctions de base de l'espace V^j avec $j = 0, 1, \dots, n = 0, 1, \dots, 2^j - 1$. Les ψ_{mn} constituent les fonctions de base de l'espace W^j , de même $j = 0, 1, \dots, n = 0, 1, \dots, 2^j - 1$. La propriété qui fait inclure les sous-espaces les uns dans les autres : $W^j \subseteq V^{j+1}$, ce qui permet d'écrire la relation suivante :

$$V^{j+1} = V^j \oplus W^j \quad (3.8)$$

L'espace vectoriel V^j est orthogonal à l'espace vectoriel W^j qui engendre un espace vectoriel V^{j+1} , ainsi on peut constituer une base orthonormée définie par :

$$V^k = V^0 \oplus W^0 \oplus W^1 \dots \oplus W^{k-1} \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, 2^{j-1} \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) illustre l'Analyse Multi Résolution (MRA) introduite en premier par Mallat [54]. Cette analyse permet d'analyser un signal par plusieurs niveaux de résolution où chacune correspond à une partie du signal.

II-4 Développement d'une fonction en ondelette :

Ainsi pour une fonction f à N échantillons, celle-ci peut être projetée sur la base orthonormée décrite par (3.9), pour avoir l'expression suivante sous forme de produit scalaire [62] :

$$f = \langle f, v_0 \rangle v_0 + \langle f, v_1 \rangle v_1 + \dots + \langle f, v_{N-1} \rangle v_{N-1} \quad (3.10)$$

Selon l'équation (3.9) et (3.10), l'écriture d'une fonction $f(x)$ dans une base orthonormée d'Ondelette comme précédemment défini aboutit à [64] :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{2^0-1} a_n \phi_{0,n}(x) + \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n} \psi_{m,n}(x) \quad (3.11)$$

Un exemple est illustré ici pour $j = 2$ (Nombre des Moments) une résolution de $2^2 = 4$, l'équation (3.11) peut être écrite sous la forme suivante :

$$f(x) = a_0 \phi_{0,0} + c_{0,0} \psi_{0,0} + c_{1,0} \psi_{1,0} + c_{1,1} \psi_{1,1} + c_{2,0} \psi_{2,0} + c_{2,1} \psi_{2,1} + c_{2,2} \psi_{2,2} + c_{2,3} \psi_{2,3} \quad (3.12)$$

Le nombre des ondelettes utilisées sont $2^{2+1} = 8$, et le nombre d'éléments d'une matrice $[Z]$ à 8 lignes et 8 colonnes sont $8 \times 8 = 64$.

II-5 Différents types d'Ondelettes :

Deux différents types d'ondelettes sont utilisés en électromagnétisme pour résoudre les problèmes de calcul d'équations intégrales, à savoir les Ondelettes Périodiques et les ondelettes en intervalle.

II-5-1 Ondelette Périodique

Les ondelettes Périodiques sont définies dans un intervalle $[0,1]$ et dont l'ondelette mère à pour période 1. Ce type d'ondelette est utilisé lorsque le contour de l'antenne ou

l'objet à étudier coïncide avec la période de l'ondelette, en faisant un changement de variable ; il est également utilisé pour des formes d'antennes ne présentant pas de bordures aiguës, généralement des formes cylindriques [68-79], et c'est aussi le cas de notre étude dans tout ce manuscrit, où les ondelettes utilisées sont considérées comme périodiques. Mathématiquement ces ondelettes périodiques sont caractérisées par les relations suivantes :

$$\langle \psi_{m,n}, \phi_{m,n} \rangle = \int_0^1 \psi_{m,n}(x) \phi_{m,n}(x) dx = 0 \quad (3.13)$$

$$\langle \psi_{m,n}, \psi_{m,n'} \rangle = \delta_{n,n'} \quad (3.14)$$

Les ondelettes qui peuvent être utilisées comme périodiques sont regroupées en familles, on peut citer quelques types, tels que : **Daubechies**, **Haar**, Coifman, Franklin et Coiflets Ondelettes. Toutes ces familles ont des propriétés communes mais elles diffèrent dans d'autres.

II-5-1-1 Ondelette Haar :

La plus simple à étudier est l'Ondelette de **Haar**, symétrique et orthogonale mais d'une mauvaise localisation spectrale. Cette famille comme la majorité des familles, est définie par deux Ondelettes, qui sont l'ondelette mère et fille respectivement ϕ et ψ , et qui sont définies respectivement comme suit :

L'ondelette Mère :

$$\phi(x) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{Autrement} \end{cases} \quad (3.15)$$

L'ondelette Fille (appelée aussi échelle):

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq x \leq 1/2 \\ -1, & \text{for } 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{Autrement} \end{cases} \quad (3.16)$$

Différents types d'ondelettes de Haar sont présentées dans le domaine temporel $[0,1]$ par les figures 3.1, 3.2 et 3.3.

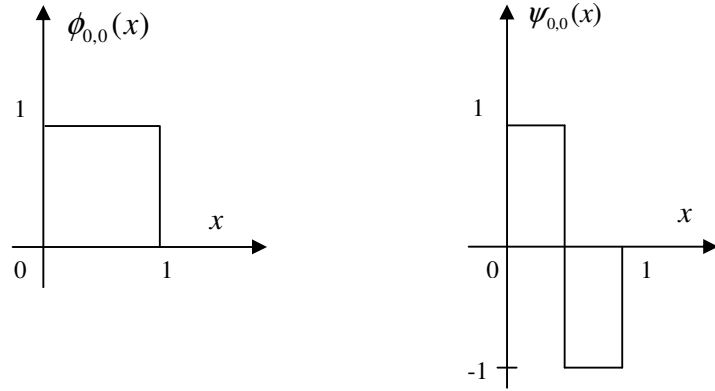


Figure 3.1 : Les ondelettes Haar (1) $\phi_{0,0}$ et $\psi_{0,0}$

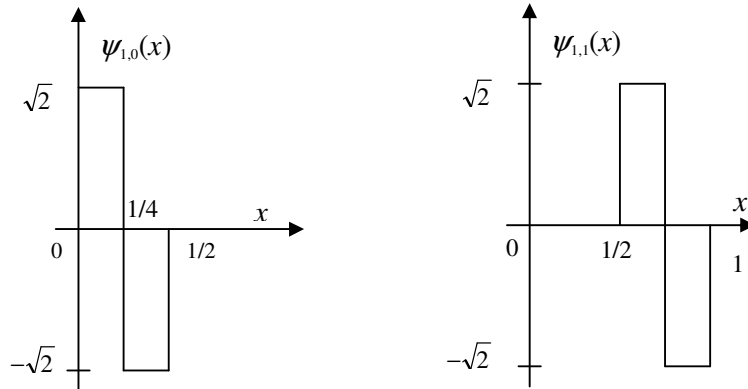


Figure 3.2 : Les ondelettes Haar (1) $\psi_{1,0}$ et $\psi_{1,1}$

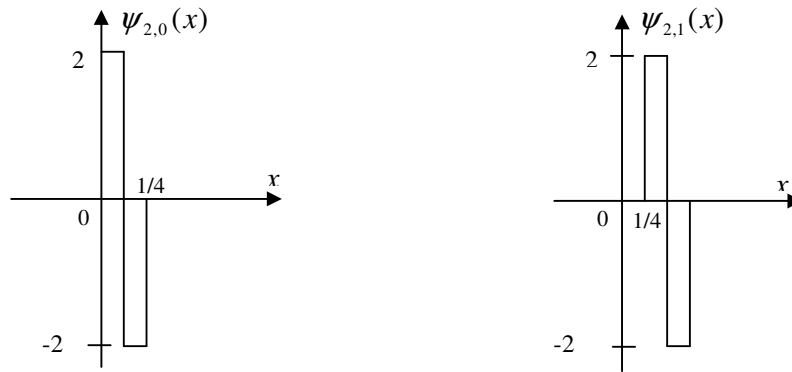


Figure 3.3 : Les ondelettes Haar (1) $\psi_{2,0}$ et $\psi_{2,1}$

II-5-1-2 Ondelette Daubechies:

Les ondelettes Daubechies sont les plus utilisées dans la compression des données et le filtrage des signaux à cause de leur bonne représentation spectrale, orthogonale et non symétrique [65], leurs représentations dans le domaine temporel sont données par les figures 3.4, 3.5 et 3.6.

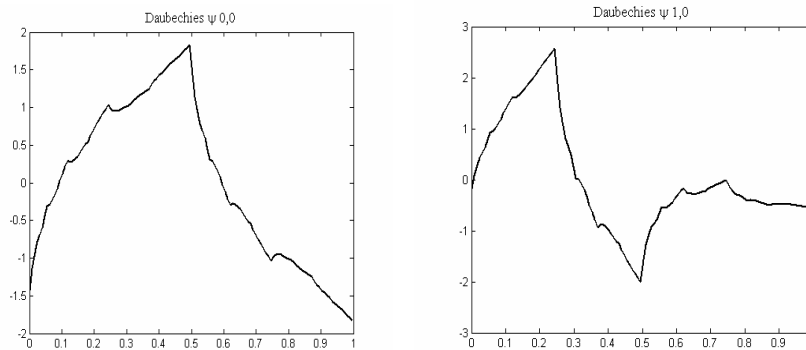


Figure 3.4 Les ondelettes Daubechies (4) $\psi_{0,0}$ et $\psi_{1,0}$

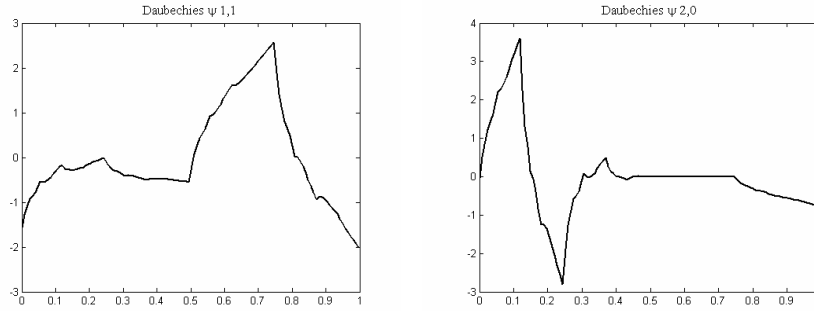


Figure 3.5 Les ondelettes Daubechies (4) $\psi_{1,1}$ et $\psi_{2,0}$

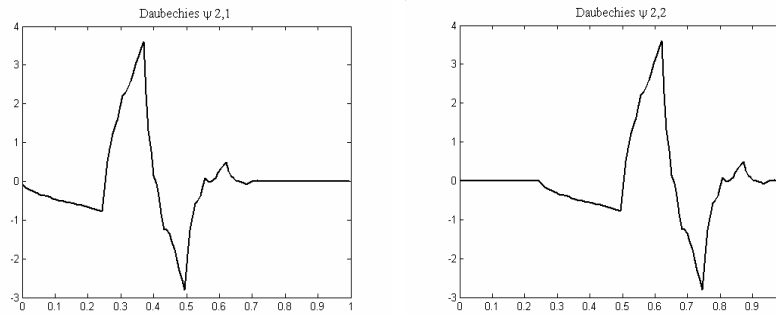


Figure 3.6 Les ondelettes Daubechies (4) $\psi_{2,1}$ et $\psi_{2,2}$

II-5-1-3 Ondelette Battle-Lemaré

Les ondelettes Battle-Lemaré de type spline (polynomial), orthogonal et symétrique, bonne localisation spectrale, est représentée dans le domaine temporel par les figures 3.7, 3.8 et 3.9.

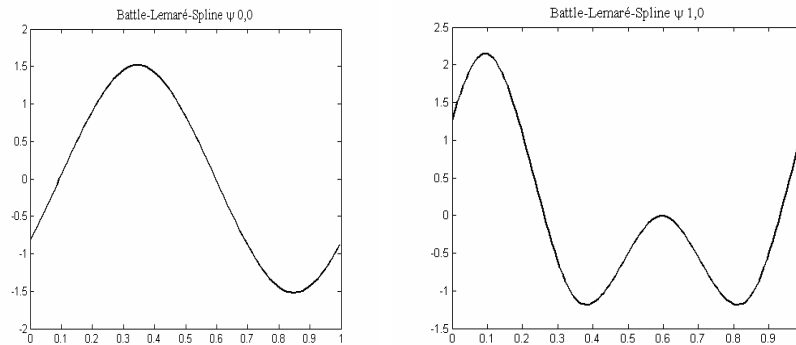


Figure 3.7 Ondelette Battle -Lemaré -Spline (3) $\psi_{0,0}$ et $\psi_{1,0}$

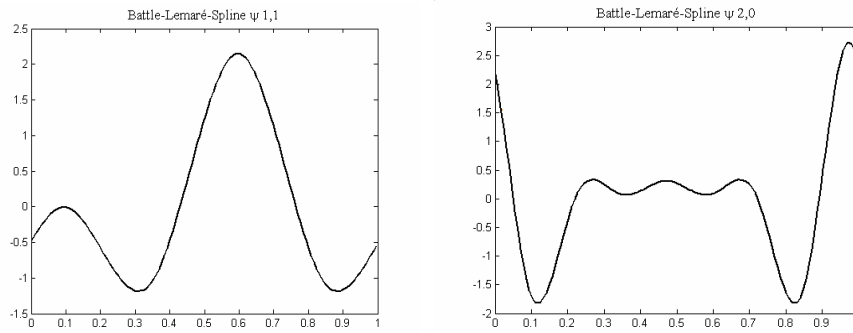


Figure 3.8 Ondelette Battle- Lemaré -Spline (3) $\psi_{1,1}$ et $\psi_{2,0}$

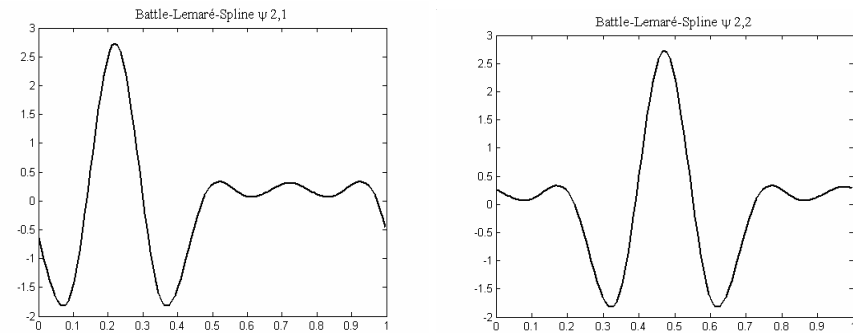


Figure 3.9 Ondelette Battle - Lemaré -Spline (3) $\psi_{2,1}$ et $\psi_{2,2}$

II-5-2 Ondelette En Intervalle

Le problème se pose lorsque la forme de l'antenne possède des arêtes ou des bordures aiguës, tel est le cas des cylindres carrés ou des guides d'ondes rectangulaires. Les ondelettes utilisées présentent des problèmes de continuité sur les arêtes et donc, dans certains cas pour fuir les problèmes de singularité, l'ondelette n'est pas utilisée toute entière, mais seulement un morceau. Aussi dans certains cas, l'ondelette est construite dans trois intervalles, cas des ondelettes **B-spline** cubiques bien présentées par Wang [65,67]. Dans ce manuscrit les Ondelettes en intervalle n'ont pas été utilisé mais un bref aperçu de ce type d'ondelettes est donné à l'annexe B.

III- Application sur la Méthode des Moments :

L'idée derrière l'application des ondelettes sur la Méthode des Moments, est la diminution de la taille de la matrice de discrétisation de l'équation intégrale. Une première approche est faite par l'application des ondelettes sur la matrice obtenue après discrétisation par **la transformée rapide en ondelette** (FWT) [66], une deuxième approche c'est **l'application directe** sur les fonctions de base.

III-1 Transformée d'Ondelette Rapide (FWT) :

la matrice obtenue par la méthode des moments classique est transformée en Ondelette pour la rendre creuse, les fonctions de base et les fonctions tests sont triangulaires ou delta dirac. Cette méthode utilisée en premier par Baharav [61] et améliorée par Xiang [75], Shifman [77], Dmitry [78], et récemment la méthode de compression de matrice introduite par Zunoubi [69], tout en gardant un seuil très petit pour une précision meilleure. Le système d'équation obtenu par la méthode des moments s'écrit :

$$[Z].[I] = [V] \quad (3.17)$$

Par application des ondelettes.

$$W[Z]W^T.(W^T)^{-1}[I] = W[V] \quad (3.18)$$

Où W est une matrice formée par des ondelettes translatées et échelonnées formant évidemment une base orthonormée, et W^T la matrice transposée de W . L'équation (3.18) peut s'écrire plus sous la forme suivante :

$$Z_w.I_w = V_w \quad (3.19)$$

Avec,

$$Z_w = W[Z]W^T \quad (3.20)$$

Les inconnus sont trouvés après résolution de l'équation suivante :

$$I_w = (W^T)^{-1}[I] \quad (3.21)$$

$$V_w = W[V] \quad (3.22)$$

Finalement les inconnus sont donnés par la relation :

$$[I] = W^T \cdot (Z_w)^{-1} \cdot V_w \quad (3.23)$$

Pour des ondelettes orthogonales $W^T = W^{-1}$, ce qui réduit considérablement la taille de la matrice $[Z]$. La matrice W est construite à partir des coefficients des ondelettes (h_n, g_n) , définis par les fonctions ondelettes respectivement Mère et Filles données par les équations suivantes :

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{2N-1} h_n \phi(2x - n)$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{2N-1} g_n \psi(2x - n)$$

Où N est le nombre des Moments.

III-2 Application direct des Ondelettes

Cette Méthode est illustrée par l'étude de deux cas, à savoir le cas du cylindre elliptique et le réflecteur parabolique alimenté par un court dipôle.

III-2-1 Cas d'un cylindre elliptique :

On prenant le cas d'un cylindre elliptique, figure 3.4 ; polarisé par une onde TM. L'équation intégrale à deux dimensions reliée à ce cas peut s'écrire sous la forme suivante [27] [33] :

$$E_Z^{inc}(r) = \frac{k\eta}{4} \int J(r') \cdot H_0^{(2)}(k|r-r'|) dc' \quad (3.24)$$

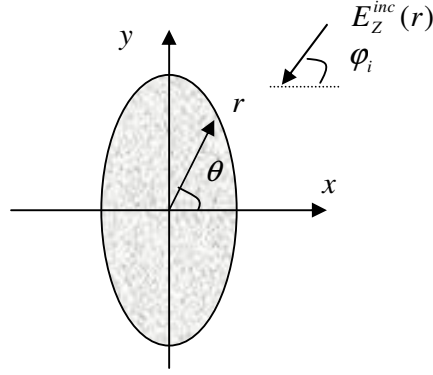


Figure 3.4 Cylindre Elliptique (PEC) en Polarisation TM.

L'équation décrivant le contour de l'ellipse est donnée par :

$$\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases} \quad (3.25)$$

En prenant le cas de $a = \lambda/4$ et $b = \lambda$, et après remplacement dans les équations on a :

$$\begin{aligned} |r - r'| &= \sqrt{a^2 (\cos \theta - \cos \theta')^2 + b^2 (\sin \theta - \sin \theta')^2} \\ dc' &= \sqrt{(a \sin \theta')^2 + (b \cos \theta')^2} d\theta' \\ &= \frac{\lambda}{4} \sqrt{1 + 15 \cos^2 \theta'} d\theta' \end{aligned} \quad (3.26)$$

En remplaçant l'équation (3.26) dans (3.24) il en résulte l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{4} \left(\frac{k\lambda}{4}\right) \int_0^{2\pi} J(r') H_0^{(2)} \left(\frac{k\lambda}{4} \sqrt{(\cos \theta - \cos \theta')^2 + 16(\sin \theta - \sin \theta')^2}\right) \times \\ \sqrt{1 + 15 \cos^2 \theta'} d\theta' = e^{jk(\lambda/4) \cos \theta} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Avec, $k\lambda = 2\pi$.

Puis en procédant à un changement de variable convenable au domaine des ondelettes,

$\theta' = 2\pi\xi'$ et $d\theta' = 2\pi d\xi'$, et en remplaçant dans l'équation (3.27), ça devient:

$$\frac{\eta\pi^2}{4} \int_0^1 J(\xi') \cdot H_0^{(2)}\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{(\cos(2\pi\xi) - \cos(2\pi\xi'))^2 + 16(\sin(2\pi\xi) - \sin(2\pi\xi'))^2} \times \sqrt{1 + 15 \cos^2 \xi'} \cdot d\xi'\right) = e^{j(\pi/2)\cos\xi} \quad (3.28)$$

L'application de la méthode des moments sous forme d'une somme de fonctions de base en ondelette s'écrit :

$$J(\xi') = \sum_{n=0}^N a_n g_n(\xi) \quad (3.29)$$

Où les $g_n(\xi)$ sont les fonctions de base ou les ondelettes qui s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned} g_0(\xi) &= \varphi_{0,0}(\xi) = 1, & g_1(\xi) &= \psi_{0,0}(\xi) \\ g_2(\xi) &= \psi_{1,0}(\xi), & g_3(\xi) &= \psi_{1,1}(\xi) \\ g_4(\xi) &= \psi_{2,0}(\xi), & g_5(\xi) &= \psi_{2,1}(\xi) \\ g_6(\xi) &= \psi_{2,2}(\xi) \dots\dots\dots g_{2^4}(\xi) &= \psi_{3,7}(\xi) \end{aligned}$$

Un total de $2^{(3+1)} = 16$ Ondelettes, elles sont utilisées pour discrétiser l'équation intégrale du champ. En multipliant les parties de l'équation (3.28) par les fonctions test et en intégrant sur le domaine de l'ondelette, on obtient les éléments de la matrice ainsi ci-dessous décrits :

$$Z_{m,n} = \frac{\eta\pi^2}{4} \int_0^1 \int_0^1 g_m(\xi) \cdot g_n(\xi') \cdot H_0^{(2)}(\xi, \xi') \cdot \sqrt{1 + 15 \cos^2(2\pi\xi)} \cdot d\xi \cdot d\xi' \quad (3.30)$$

La figure 3.5 représente le diagramme de rayonnement d'un cylindre elliptique excité par une onde TM, le résultat de comparaison de la méthode des moments et les ondelettes semble en bonne concordance.

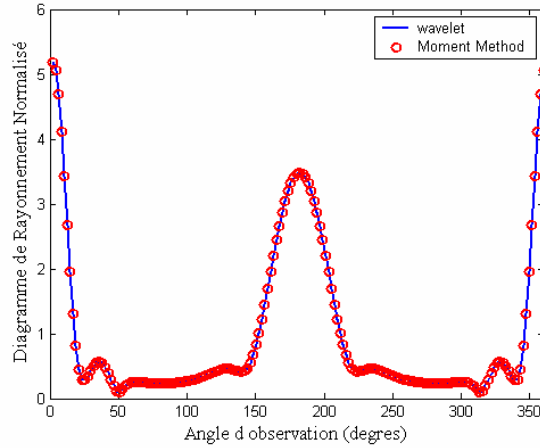


Figure 3.5 Diagramme de rayonnement Normalisé pour un Cylindre polarisé par une onde TM, $\varphi_i = 0^\circ$.

Le champ incident étant défini comme une onde plane par la relation :

$$E_z^{inc}(r) = e^{ik(x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)} \quad (3.31)$$

Le champ réfléchi est déduit par la relation vue au chapitre précédent voir équation (2.75), mais ramenée au cas de deux dimensions:

$$E^s(r) = \frac{j\omega}{4\pi.r} e^{-jk.r} \int_C J_z(x', y') E_z^{inc}(r') dc' \quad (3.32)$$

III-2-2 Cas du réflecteur parabolique en 3D :

III-2-2-1 Equation intégrale magnétique

Dans cette étude on utilisera l'équation intégrale magnétique (MFIE) quoi que cette dernière est difficile à manipuler et contient des singularités, mais généralement pour analyser le diagramme de rayonnement d'une structure fermée (PEC), il est conseillé d'utiliser une combinaison des deux équations intégrales électrique et magnétique pour éviter l'effet de résonance ou oscillatoire [72]. L'équation suivante vue au chapitre précédent représente l'équation intégrale du champ magnétique en trois dimensions écrit sous forme d'opérateur.

$$K(J(r)) = \frac{1}{2} J(r) - \hat{n} \times \int_s J(r') \times \nabla' G(r, r') . ds' = \hat{n} \times H^i(r) \quad (3.33)$$

Où K est un opérateur, l'intégrale de l'équation (3.33), est à valeur principale, on définit la densité du courant écrite sous la forme d'une expansion de la structure à symétrie de révolution.

$$\vec{J}(t, \varphi) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} [J_t(t, \varphi) \hat{i} + J_\varphi(t, \varphi) \hat{\phi}] e^{j\nu \cdot \varphi} \quad (3.34)$$

Les composantes des courants données par les équations (2.58) et (2.59), du chapitre précédent peuvent s'écrire par des ondelettes en utilisant le développement de l'équation (3.11) :

$$J_t(t, \varphi) = \sum_{n=0}^{2^0-1} a_n^t \cdot \phi_{j,n}^t(t, \varphi) + \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n}^t \psi_{m,n}^t(t, \varphi) \quad (3.35)$$

Et,

$$J_\varphi(t, \varphi) = \sum_{n=0}^{2^0-1} a_n^\varphi \cdot \phi_{j,n}^\varphi(t, \varphi) + \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n}^\varphi \psi_{m,n}^\varphi(t, \varphi) \quad (3.36)$$

Où $(\psi_{m,n}^t, \psi_{m,n}^\varphi)$ et $(\phi_{j,n}^t, \phi_{j,n}^\varphi)$ sont respectivement, les ondelettes échelles et les ondelettes mères. Pour alléger les calculs, on peut se contenter du second terme seulement, en écrivant les équations suivantes :

$$J_t(t, \varphi) = \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n}^t \psi_{m,n}^t(t, \varphi) \quad (3.37)$$

Et,

$$J_\varphi(t, \varphi) = \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n}^\varphi \psi_{m,n}^\varphi(t, \varphi) \quad (3.38)$$

Les ondelettes sont utilisées comme fonctions de base pour la méthode des moments, définie précédemment par les équations (2.15) et (2.19) du chapitre précédent. En appliquant la technique de Galerkin sur l'équation (3.33) on aboutit à :

$$\langle \vec{W}, K(J(r)) \rangle = \langle \vec{W}, \hat{n} \times H^i(r) \rangle \quad (3.39)$$

L'équation (3.39) est écrite dans le système de coordonnées tangentielles $(\hat{u}_t, \hat{u}_\varphi, \hat{n})$ [66], sous la forme suivante :

$$\left[\frac{1}{2} \int_s \vec{W}^t \cdot \vec{J}(r) \cdot ds + \int_s \int_s [(\hat{n} \times \vec{W}^t) \times \vec{J}(r')] \cdot \nabla G(r, r') ds' \cdot ds \right] = \int_s \vec{W}^t \cdot (\hat{n} \times H^i) ds \quad (3.40)$$

$$\left[\frac{1}{2} \int_s \vec{W}^\varphi \cdot \vec{J}(r) \cdot ds + \int_s \int_s [(\hat{n} \times \vec{W}^\varphi) \times \vec{J}(r')] \cdot \nabla G(r, r') ds' \cdot ds \right] = \int_s \vec{W}^\varphi \cdot (\hat{n} \times H^i) ds \quad (3.41)$$

Les différents termes intervenant dans les équations (3.40) et (3.41) sont détaillés ci-dessous en commençant par les termes sous la double intégrale:

$$\hat{n} \times \vec{W}^t = \begin{vmatrix} n & t & \varphi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & W^t & 0 \end{vmatrix} = W^t \hat{\varphi} \quad (3.42)$$

Et,

$$\hat{n} \times \vec{W}^\varphi = \begin{vmatrix} n & t & \varphi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W^\varphi \end{vmatrix} = -W^\varphi \hat{t} \quad (3.43)$$

Réinjectant les équations (3.42) et (3.43) dans le double produit vectoriel par :

$$(\vec{W}^t \times \hat{n}) \times \vec{J} = (W^t \hat{\varphi}) \times (J_t \hat{t} + J_\varphi \hat{\varphi}) \quad (3.44)$$

$$(\vec{W}^\varphi \times \hat{n}) \times \vec{J} = -(W^\varphi \hat{t}) \times (J_t \hat{t} + J_\varphi \hat{\varphi}) \quad (3.45)$$

On exprime le terme après l'égalité par :

$$n \times H^i = \begin{vmatrix} n & t & \varphi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & H_t^i & H_\varphi^i \end{vmatrix} = -H_\varphi^i \hat{t} + H_t^i \hat{\varphi} \quad (3.46)$$

Le produit scalaire intervenant dans le premier terme des équations (3.40) et (3.41) s'exprime par :

$$\vec{W}^t \cdot \vec{J} = W^t \hat{t} \cdot (J^t \hat{t}' + J^\varphi \hat{\varphi}') = W^t J^t \quad (3.47)$$

$$\vec{W}^\varphi \cdot \vec{J} = W^\varphi \hat{t} \cdot (J^t \hat{t}' + J^\varphi \hat{\varphi}') = W^\varphi J^\varphi \quad (3.48)$$

Avec,

$$\nabla G(r, r') = \hat{R} \cdot (jk + \frac{1}{R}) \cdot G(r, r') \quad (3.49)$$

Où
$$\hat{R} = \vec{R}/|R|,$$

Et,
$$R = |r - r'| = \sqrt{(\rho - \rho')^2 + (z - z')^2 + 4\rho\rho' \sin^2(\frac{\varphi - \varphi'}{2})}$$

En remplaçant les détails des équations précédemment éclaircies dans les équations (3.40) et (3.41) on arrive à :

$$\begin{aligned} \sum_p \left[\int_0^T \frac{1}{2} W_q^t J_p^t \cdot \rho \cdot dt - \int_0^T \int_0^T (W_q^t J_p^t \hat{\varphi} \times \hat{t}' + W_q^t J_p^\varphi \hat{\varphi} \times \hat{\varphi}') \cdot I_{G1} \cdot \rho' \rho \cdot dt' dt \right] \\ = \int_0^T W_q^t H_{\varphi^t}^i \hat{t} \cdot I_{G2} \rho \cdot dt \end{aligned} \quad (3.50)$$

Et,

$$\begin{aligned} \sum_p \left[\int_0^T \frac{1}{2} W_q^\varphi J_p^\varphi \cdot \rho \cdot dt + \int_0^T \int_0^T (W_q^\varphi J_p^t \hat{t} \times \hat{t}' + W_q^\varphi J_p^\varphi \hat{t} \times \hat{\varphi}') \cdot I_{G1} \cdot \rho' \rho \cdot dt' dt \right] \\ = - \int_0^T W_q^\varphi H_i^\varphi \hat{\varphi} \cdot I_{G2} \rho \cdot dt \end{aligned} \quad (3.51)$$

Avec,

$$I_{G1} = \int_0^{2\pi} \nabla G(r, r') \cdot e^{j\nu \cdot \varphi'} d\varphi' \quad (3.52)$$

Et,

$$I_{G2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\nu \varphi} d\varphi \quad (3.53)$$

Où l'indice (ν) signifie le développement en série de Fourier de l'équation (3.34) et T est la longueur maximale du contour de l'antenne (pour une sphère $T = \pi.r$, r étant le rayon). Quant aux indices (p, q), ils correspondent respectivement aux combinaisons (m_p, n_p) et (m_q, n_q). De la même manière le système d'équation est ramené à celui de l'équation (2.68) du chapitre précédent :

$$\begin{bmatrix} Z'' & Z^{t\varphi} \\ Z^{\varphi,t} & Z^{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{m,n}^t \\ C_{m,n}^\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^1 \\ H^2 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Chaque élément de la matrice (3.54) est donné à partir de l'équation (3.50) par :

$$Z''_{pq} = \int_t \frac{1}{2} W_q^t J_p^t \rho dt - \int_t \int_{t'} W_q^t J_p^t \hat{\phi} \times \hat{t}' \cdot I_{G1} \cdot \rho \rho' dt' dt \quad (3.55)$$

Puis sous forme de produit scalaire d'ondelette.

$$Z''_{pq} = \left\langle \psi_p, \left\langle \psi_q, \frac{1}{2} T(t, t') \cdot \Omega(t, \xi) \right\rangle \right\rangle \quad (3.56)$$

Où $T(t, t')$ est le deuxième terme sous la double intégrale, $\Omega(t, \varphi, \xi)$ est un opérateur de changement de variable (t, t') vers (ξ, ξ') , ξ est une variable reliée à l'ondelette appartenant au domaine $[0, 1]$, et en fin ψ_p et ψ_q sont des ondelettes de différents rangs. L'équation (3.55) peut s'écrire sous une forme plus explicite introduite par G. Wang [65-67].

$$Z''_{pq} = \int_0^1 \psi_q \left[\frac{1}{2} \psi_p - \int_0^1 \psi_p T(t, t') \Omega(t, \xi) d\xi \cdot D(\xi) \right] D(\xi') d\xi' \quad (3.57)$$

Avec $D(\xi) = |dt/d\xi|$, de la même manière les autres éléments de la matrice s'expriment par :

$$Z^{t\varphi}_{pq} = - \int_t \int_{t'} W_q^t J_p^\varphi \cdot \hat{\phi} \times \hat{\phi}' \cdot I_{G1} \cdot \rho \rho' dt' dt \quad (3.58)$$

$$Z_{pq}^{t\varphi} = -\left\langle \psi_q, \left\langle \psi_p, T(t, \varphi) \cdot \Omega(t, \xi) \right\rangle \right\rangle \quad (3.59)$$

Et,

$$Z_{pq}^{\varphi,t} = \int_t \int_{t'} W_q^\varphi J_p^t \hat{t} \times \hat{t}' \cdot I_{G1} \cdot \rho \rho' dt' dt \quad (3.60)$$

$$Z_{pq}^{\varphi,t} = \left\langle \psi_q, \left\langle \psi_p, T(\varphi, t) \cdot \Omega(t, \xi) \right\rangle \right\rangle \quad (3.61)$$

Aussi,

$$Z_{pq}^{\varphi\varphi} = \int_t \frac{1}{2} W_q^\varphi J_p^\varphi \rho \cdot dt + \int_t \int_{t'} W_q^\varphi J_p^\varphi \hat{t} \times \hat{\varphi}' \cdot I_{G1} \cdot \rho \rho' dt' dt \quad (3.62)$$

$$Z_{pq}^{\varphi\varphi} = \left\langle \psi_p, \left\langle \psi_q, \frac{1}{2} + T(\varphi, \varphi) \cdot \Omega(t, \xi) \right\rangle \right\rangle \quad (3.63)$$

On exprime l'excitation par les ondelettes de la même manière :

$$H_q^1 = \left\langle \psi_q, H^t I_{G2} \cdot \Omega(t, \xi) \right\rangle \quad (3.43)$$

$$H_q^2 = -\left\langle \psi_q, H^\varphi I_{G2} \cdot \Omega(t, \xi) \right\rangle \quad (3.44)$$

Une fois le système d'équation (3.54) est résolu et les inconnus $[c_{m,n}^t, c_{m,n}^\varphi]$ des composantes de la densité du courant sont déterminés, on utilisera la même transformation des coordonnées tangentielles vers les coordonnées polaires, puis la polarisation principale et la polarisation croisée sont déterminées de la même manière.

III-2-2-2 Interprétation

Différents types d'ondelettes ont été utilisés pour voir leurs effets sur le temps de calcul et sur les taux d'éparse, le tableau 3.1 présente trois types d'ondelettes comparés avec la méthode des moments classiques (*point matching*), à partir de ce tableau on essaie de justifier l'utilisation des ondelettes Haar, car les autres types d'ondelettes peuvent présenter un résultat meilleur pour une segmentation élevée, mais avec un temps de calcul élevé, alors qu'on peut avoir un résultat acceptable avec les ondelettes Haar, pour une segmentation et un temps de calcul minimal.

	Haar		Daubechies		Battle-Lem		MoM
Dimension de la Matrice	128x128		128x128		128x128		128x128
Seuil	10^{-3}		10^{-3}		10^{-3}		
Segmentation d'ondelette [0,1]	64	128	64	128	64	128	
Temps De calcul (s)	70.1	100	80.5	87.3	82.4	90	160
Taux d'éparse %	78.64	78.86	65.57	82.12	61.37	79.51	
Réduction en temps de calcul %	56.11	37.51	49.76	45.40	48.52	43.73	

Tableau 3.1 Temps de calcul avec différents types d'ondelette

Le type d'ondelette utilisé ici est Haar, qui vérifie bien la propriété d'orthogonalité, avec un moment $N=6$, et une résolution $2^6 = 64$, le nombre d'ondelettes est de $2^{6+1}=128$, donc un système d'équations formant une matrice à 128×128 éléments. C'est à partir de cette matrice que l'on a obtenu le diagramme de rayonnement, figure 3.6 et figure 3.7, pour un angle incident $\varphi = 90^\circ$, et figure 3.8 et figure 3.9 pour un angle incident $\varphi = 45^\circ$. Ces figures sont présentées comparativement aux trois méthodes vues dans ce rapport, on voit bien que la physique optique détermine le premier lobe avec une grande précision spécialement pour un D égal ou supérieur à 100λ .

Le seuil d'éparse étant défini comme le rapport de la plus petite valeur de la matrice sur la valeur maximale, il est fixé ici pour le résultat des graphes à 10^{-3} . Le tableau 3.2 présente une variété de seuils avec différents nombres d'ondelettes.

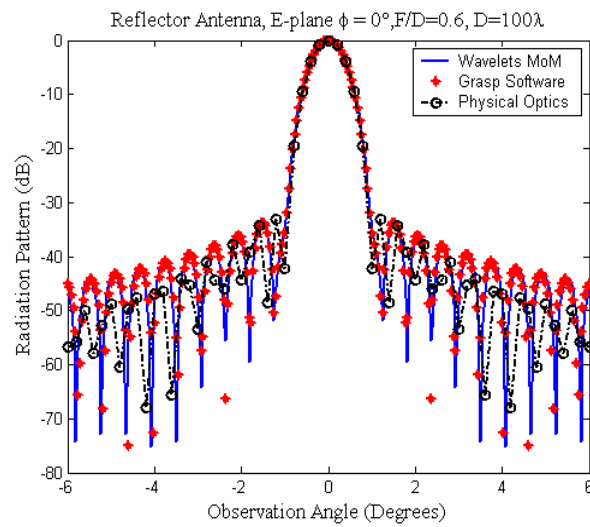


Figure 3.6. Antenne à réflecteur alimentée par un dipôle, E Onde plane,
 $F/D=0.6$, $D=100\lambda$, $q_e=q_h=4.9$, $\Phi=90^\circ$.

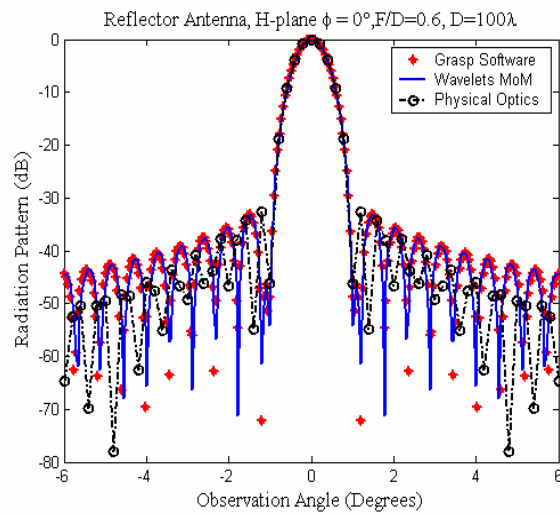


Figure 3.7. Antenne à réflecteur alimentée par un dipôle, H Onde plane,
 $F/D=0.6$, $D=100\lambda$, $q_e=q_h=4.9$, $\Phi=90^\circ$.

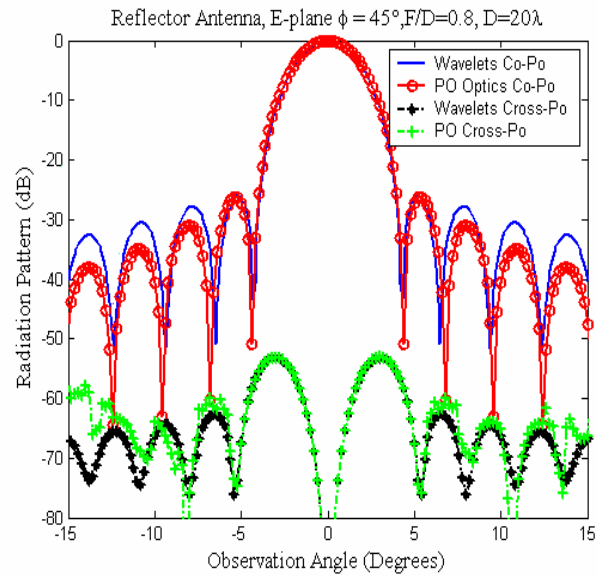


Figure 3.8 . Antenne à réflecteur alimentée par un dipôle, E Onde plane,
 $F/D= 0.6$, $D=100\lambda$, $q_e=q_h= 4.9$, $\Phi = 45^\circ$.

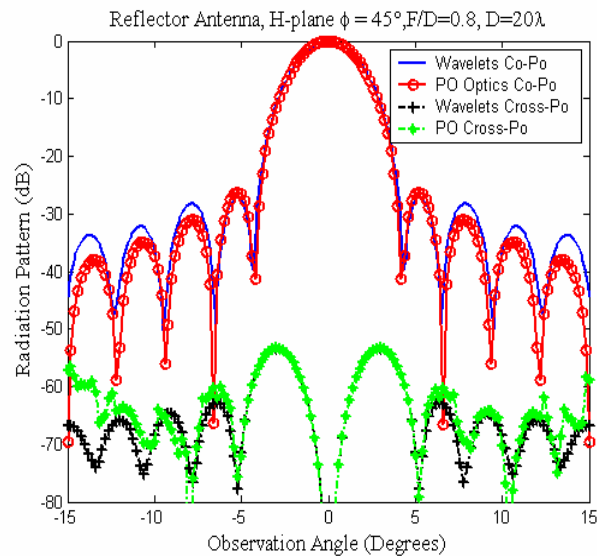


Figure 3.9. Antenne à réflecteur alimentée par un dipôle, H Onde plane,
 $F/D= 0.6$, $D=100\lambda$, $q_e=q_h= 4.9$, $\Phi = 45^\circ$.

D'après le tableau 3.2 on remarque que le fait d'augmenter le nombre d'Ondelettes augmente le taux d'éparse, par contre un bas seuil diminue le taux d'éparse. Quoiqu'une grande précision puisse être obtenue pour un bas seuil, un compromis doit être effectué.

Seuil	10^{-2}			
Nombre d'ondelettes	32	64	128	512
Taux d'éparse (%)	79.50	85.11	89.37	91.03
Seuil	10^{-3}			
Nombre d'ondelettes	32	64	128	512
Taux d'éparse (%)	63.14	75.33	78.64	80.56
Seuil	10^{-4}			
Nombre d'ondelettes	32	64	128	512
Taux d'éparse (%)	58.22	68.02	71.20	73.05

Tableau 3.2 Taux d'éparse en fonction du nombre d'ondelettes et le seuil.

Les figures 3.10, 3.11 et 3.12 présentent l'architecture de la matrice du système d'équation (3.37) avec un nombre d'ondelettes $N = 128$ et un seuil qui varie de 10^{-4} à 10^{-2} , dans chaque cas on calcule le pourcentage d'éparse et le nombre des non zéro (NZ). Les résultats précédemment présentés, cas du réflecteur parabolique en 3D sont publiés par l'auteur [80,81] et [82].

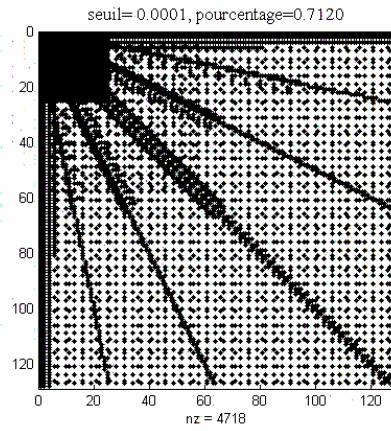


Figure 3.10 Matrice du système d'équation avec un nombre D'ondelettes $N = 128$ et un seuil $= 10^{-4}$

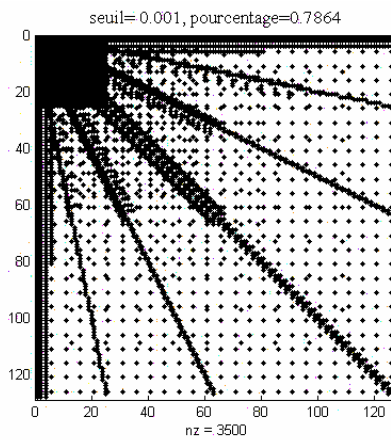


Figure 3.11 Matrice du système d'équation avec un nombre D'ondelettes $N = 128$ et un seuil $= 10^{-3}$

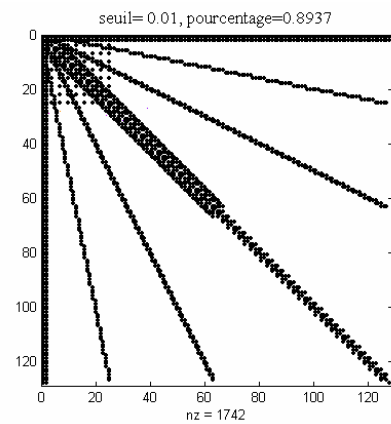


Figure 3.12 Matrice du système d'équation avec un nombre D'ondelettes $N = 128$ et un seuil $= 10^{-2}$

IV- Conclusion

Une étude sur l'application des Ondelettes en électromagnétisme a été présentée, spécialement l'application des Ondelettes sur la Méthode des Moments pour résoudre les équations intégrales. Le choix du type d'ondelette et la façon de l'appliquer, agissent considérablement sur la réduction de la taille du système de la matrice. Une Analyse des antennes à réflecteurs paraboliques ainsi que le cas du cylindrique elliptique, par les ondelettes, appliquées directement comme fonctions de bases, le type d'ondelette est périodique et orthogonale, ce qui a permis un gain en espace mémoire et en temps de calcul. Le résultat de la comparaison avec la Méthode des Moments classique et la Physique Optique est très acceptable.

Chapitre IV

Modélisation d'alimentation des antennes à Réflecteur parabolique

I- Introduction :

Les antennes à réflecteur parabolique, étudiées dans les chapitres précédents, sont supposées alimentées par des dipôles infiniment petits, le diagramme de rayonnement pourrait être amélioré en utilisant une variété de sources telles que les antennes à réseau linéaire, les antennes cornets pyramidaux et cornets corrugués. Le but de ce chapitre est de faire une étude sur les principales sources d'alimentation des antennes à réflecteurs, en particuliers les cornets, et les cornets corrugués, qui contribuent considérablement à l'amélioration de la forme du diagramme de rayonnement des antennes à réflecteurs [83].

Dans ce chapitre, on présente quelques méthodes utilisées dans la littérature, pour l'étude des cornets ; en commençant par une méthode asymptotique, appelée méthode d'ouverture équivalente (*Aperture Integration*), basée sur la géométrie optique (GO) [84],[85] et [86], cette méthode sert au calcul du champ lointain des antennes présentant une forme en 3D ou présentant une symétrie de révolution (*bodies of revolution*), en abréviation (BOR), tel que les guides d'ondes, les cornets coniques ou pyramidaux et les antennes à réflecteurs. On présente aussi la méthode modale appelée (*mode matching*) [87], [88] et [89] ; c'est la première méthode numérique utilisée pour le calcul du champ interne des antennes en 3D, telles que les cavités et les guides d'ondes.

Enfin, la méthode d'analyse adoptée ici est la méthode des moments, utilisée dans le domaine spatial pour le calcul des courants électriques et magnétiques, puis les diagrammes de rayonnement [90], [91] et [92]. Les fonctions de base et les fonctions tests étant des ondelettes de type Haar. Pour le cas du cornet traité ici, on a négligé les courants magnétiques sur l'ouverture rayonnante comme c'est fait dans [93-107].

II- Cas d'une source en dipôle :

Pour des fréquences faibles, on utilise les dipôles pour alimenter le réflecteur et pour des fréquences élevées, on utilise les cornets parce que ces derniers peuvent offrir des sources d'illumination optimale [62]

$$\vec{E}_{dip}(\vec{r}) = \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\left(1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2}\right) \sin \theta \hat{\theta} + 2\left(\frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2}\right) \cos \theta \hat{r} \right]$$

Qui peut être à proximité pour ($kr \gg 1$) :

$$\vec{E}_{dip}(\vec{r}) \approx \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \hat{\theta}$$

Les dipôles sont souvent considérés comme source d'alimentation des cornets

III- Cas d'une source en cornet pyramidal:

L'antenne cornet, est probablement la plus simple et la plus utilisée des antennes micro-ondes. Son existence et son début d'utilisation date d'avant les années 1800. Avec la seconde guerre mondiale elle s'est beaucoup répandue pour permettre les transmissions militaires. De nos jours elle est surtout utilisée en combinaisons avec les antennes paraboles radio, en astronomie, détection satellite, et en télécommunication. En fait elle sert d'alimentation pour les antennes à réflecteurs et les lentilles des paraboles, c'est aussi un outil standard pour la calibration et les mesures de gain des autres antennes à gains élevés. Sa grande utilisation est due à sa simplicité en matière de construction, sa sensibilité à l'excitation, son large gain [90,91,92].

Les antennes cornets peuvent avoir différentes formes, les plus utilisées sont de formes pyramidales, coniques, sectorisée E ou sectorisée H . Dans ce chapitre on s'intéresse aux cornets pyramidales, et on présentera dans ce qui suit quelque méthodes présentées dans la littératures, telles que la méthode de l'ouverture équivalente et la méthode mode matching, puis une étude par la méthode des moments avec introduction des ondelettes.

III-1 Méthode de l'ouverture équivalente (*Aperture Integration*)

La méthode de l'ouverture équivalente, qui est basée sur la théorie de géométrie optique, (*GO*) permet de calculer le champ lointain en avant du cornet d'une manière approximative, parce qu'on ne tient pas compte de l'effet de diffraction sur les bordures et l'interaction des murs [91],[92]. La géométrie optique est basée sur les hypothèses suivantes :

- Le plan de l'ouverture est le plan (xoy) .
- Le champ électromagnétique a la structure d'une onde plane sur l'ouverture.
- Les champs électromagnétiques auront une phase constante sur l'ouverture.

Pour calculer le champ lointain on commence par définir le champ électromagnétique sur l'ouverture, en utilisant la géométrie optique, puis on intègre sur l'ouverture par la méthode de *FFT* (connue par la distribution du champ dans l'ouverture).

Dans cette étude, on considère que le cornet est parfaitement conducteur et d'épaisseur fine. La figure 4.1, représente la structure du cornet pyramidal orienté le long de l'axe des Z , la plus grande ouverture est située dans le plan (xoy) . Les figures 4.1.a et 4.1.b, représentent respectivement la projection sur l'axe (xoz) et (yoz) , appelée aussi plan H et plan E .

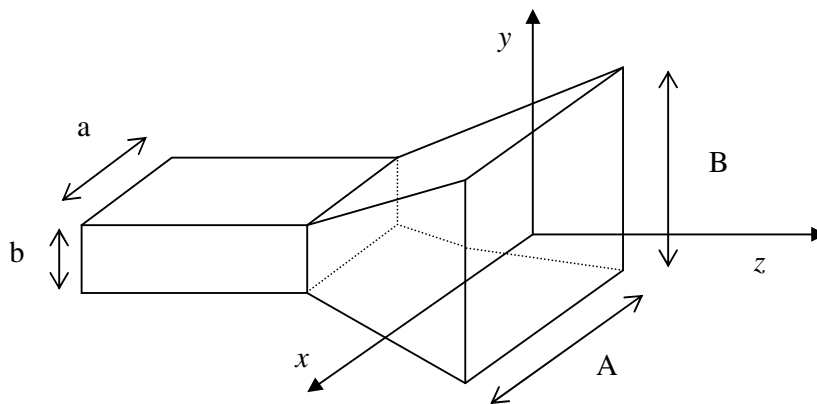


Figure 4.1 Cornet Pyramidale

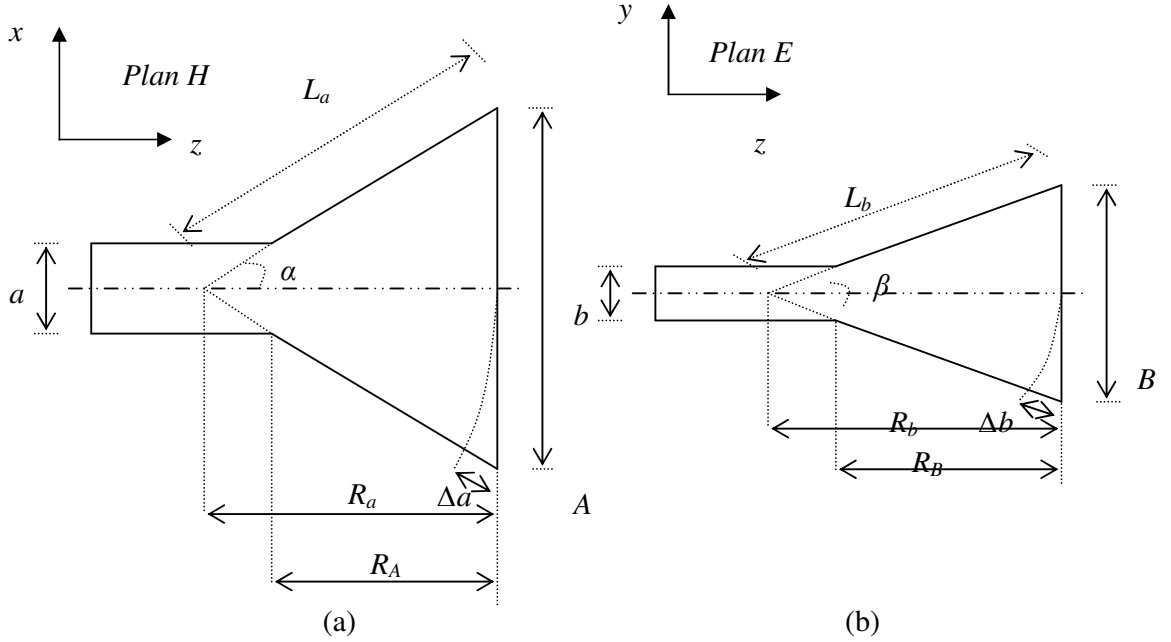


Figure 4.2 Projection dans le plan H et dans le plan E.

D'après la géométrie de la figure 4.2, on définit les relations suivantes :

$$R_a = \frac{A}{A-a} R_A, \quad R_b = \frac{B}{B-b} R_B \quad (4.1)$$

$$L_a^2 = R_a^2 + \frac{A^2}{4}, \quad L_b^2 = R_b^2 + \frac{B^2}{4} \quad (4.2)$$

$$\tan \alpha = \frac{A}{2R_a}, \quad \tan \beta = \frac{B}{2R_b} \quad (4.3)$$

$$\Delta_a = \frac{A^2}{8R_a}, \quad \Delta_b = \frac{B^2}{8R_b} \quad (4.4)$$

Pour un cône pyramidal forcément $R_A = R_B$, mais pas pour R_a , R_b . Car Les quantités Δ_a , Δ_b sont les déviations maximales de la distance radiale sur la bordure du cône, α et β sont respectivement les angles de déviation dans le plan H et le plan E. En supposant que le guide d'onde rectangulaire est excité par le mode TE_{10} , à la sortie de ce dernier (entrée du cône) les composantes tangentielles du champ sont [83]:

$$E_y(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right), \quad H_x(x, y) = -\frac{E_0}{\eta} \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) \quad (4.5)$$

Où η est l'impédance intrinsèque du vide, l'ouverture du champ électrique à l'intérieur du cornet est :

$$E_y(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) e^{-jk \cdot x^2 / 2R_a} e^{-jk \cdot y^2 / 2R_b} \quad (4.6)$$

L'ouverture du champ électrique à la sortie du cornet ou sur la bordure est :

$$E_y(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) e^{-jk \cdot \Delta_a^2 / 2R_a} e^{-jk \cdot \Delta_b^2 / 2R_b} \quad (4.7)$$

La transformée de Fourier, de l'ouverture du champ électrique communément appelée (*Aperture function*) est donnée par :

$$f_y(\theta, \phi) = \int_{-A/2}^{A/2} \int_{-B/2}^{B/2} E_y(x, y) \cdot e^{jk_x x + jk_y y} dx \cdot dy \quad (4.8)$$

$$= E_0 \int_{-A/2}^{A/2} \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) e^{jk_x x} e^{-jk \cdot x^2 / 2R_a} dx \cdot \int_{-B/2}^{B/2} e^{jk_y y} e^{-jk \cdot y^2 / 2R_b} dy \quad (4.9)$$

Les expressions $k \cdot x^2 / 2R_a$ et $k \cdot y^2 / 2R_b$ représentent la différence de phase relative au point (x, y) . En utilisant la normalisation de la constante de propagation par les relations :

$$v_x = k_x A / 2\pi, \quad v_y = k_y B / 2\pi \quad (4.10)$$

$$k_x = k \sin \theta \cos \phi, \quad k_y = k \sin \theta \sin \phi \quad (4.11)$$

En remplaçant les équations (4.10) et (4.11) dans la relation (4.9) on obtient :

$$f_y(\theta, \phi) = E_0 \int_{-A/2}^{A/2} \cos\left(\frac{\pi x}{A}\right) e^{j\pi v_x (2x/A)} e^{-j(\pi/2)\sigma_a^2 (2x/A)^2} dx \times \int_{-B/2}^{B/2} e^{j\pi v_y (2y/B)} e^{-j(\pi/2)\sigma_b^2 (2y/B)^2} dy \quad (4.12)$$

Où (σ_a, σ_b) , représentent la déviation cyclique maximale, ils sont définis par les expressions suivantes :

$$\sigma_a = \frac{A^2}{2\lambda R_a}, \quad \sigma_b = \frac{B^2}{2\lambda R_b} \quad (4.13)$$

En utilisant les intégrales de Fresnel, définies à l'annexe A et données par les relations :

$$F_0(v, \sigma) = \int_{-1}^1 e^{j\pi v \xi} e^{-j(\pi/2)\sigma^2 \xi^2} d\xi \quad (4.14)$$

$$F_1(v, \sigma) = \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{\pi \xi}{2}\right) e^{j\pi v \xi} e^{-j(\pi/2)\sigma^2 \xi^2} d\xi \quad (4.15)$$

Avec un changement de variable $\xi = 2y/B$, on définit la première intégrale :

$$\frac{B}{2} \int_{-1}^1 e^{j\pi v_y \xi} e^{-j(\pi/2)\sigma_b^2 \xi^2} d\xi = \frac{B}{2} F_0(v_y, \sigma_b) \quad (4.16)$$

Avec un changement de variable $\xi = 2x/A$, on définit la deuxième intégrale :

$$\frac{A}{2} \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{\pi \xi}{2}\right) e^{j\pi v_x \xi} e^{-j(\pi/2)\sigma_a^2 \xi^2} d\xi = \frac{A}{2} F_1(v_x, \sigma_a) \quad (4.17)$$

Et finalement, en remplaçant les équations (4.16) et (4.17) dans (4.12) on aura :

$$f_y(\theta, \phi) = E_0 \frac{AB}{4} F_1(v_x, \sigma_a) F_0(v_y, \sigma_b) \quad (4.18)$$

L'expression du champ électrique lointain en fonction des coordonnées polaires donné par [83] est :

$$E(\theta, \phi) = j \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} f_y(\theta, \phi) (C_\theta(\theta) \sin \phi \hat{\theta} + C_\phi(\theta) \cos \phi \hat{\phi}) \quad (4.19)$$

Pour le cas d'une antenne rayonnant dans le vide, et non reliée à un plan de masse comme défini par [83], on donne les relations :

$$C_\theta(\theta) = C_\phi(\theta) = \frac{(1 + \cos \theta)}{2} \quad (4.20)$$

En remplaçant l'équation (4.20) dans l'équation (4.19), et en faisant la séparation en coordonnées polaires, on a :

$$E_\theta = j \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} C_\theta(\theta) f_y(\theta, \phi) \sin \phi \quad (4.21)$$

$$E_\phi = j \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} C_\phi(\theta) f_y(\theta, \phi) \cos \phi \quad (4.22)$$

D'une manière plus explicite :

$$E_\theta = j \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} E_0 \frac{AB}{4} \frac{(1 + \cos \theta)}{2} F_1(\nu_x, \sigma_a) F_0(\nu_y, \sigma_b) \sin \phi \quad (4.23)$$

$$E_\phi = j \frac{e^{-jkr}}{\lambda r} E_0 \frac{AB}{4} \frac{(1 + \cos \theta)}{2} F_1(\nu_x, \sigma_a) F_0(\nu_y, \sigma_b) \cos \phi \quad (4.24)$$

Le gain normalisé des champs électriques dans les plans H et E , correspondant respectivement à $\phi = 0^\circ$ et $\phi = 90^\circ$ est donné par :

$$g_H(\theta) = \left| \frac{1 + \cos \theta}{2} \right|^2 \left| \frac{F_1(\nu_x, \sigma_a)}{F_1(0, \sigma_a)} \right|^2 \quad (4.25)$$

$$g_E(\theta) = \left| \frac{1 + \cos \theta}{2} \right|^2 \left| \frac{F_0(\nu_y, \sigma_b)}{F_0(0, \sigma_b)} \right|^2 \quad (4.26)$$

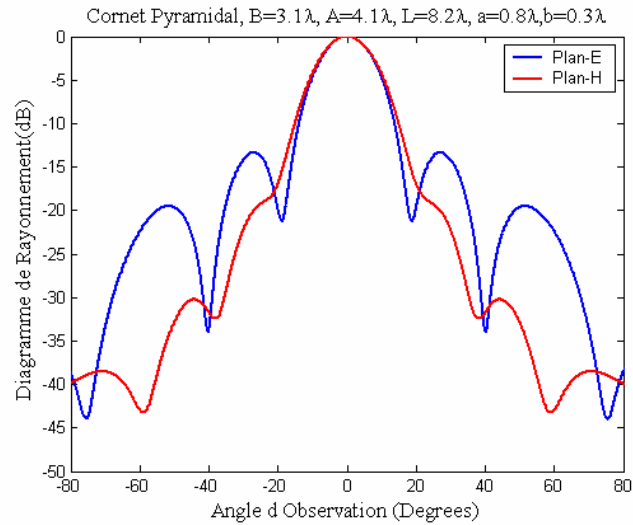


Figure 4.3 Diagramme de Rayonnement Dans le plan E et le plan H

$$B=3.1\lambda, A=4.1\lambda, a=0.8\lambda, b=0.3\lambda, L=8.2\lambda$$

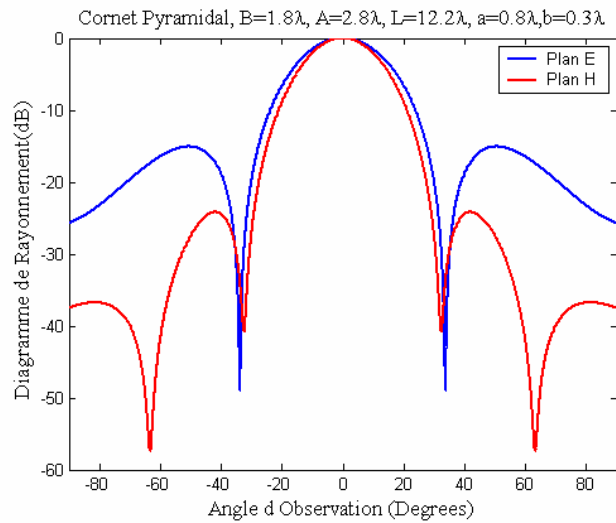


Figure 4.4 Diagramme de Rayonnement Dans le plan E et le plan H

$$B=1.8\lambda, A=2.8\lambda, a=0.8\lambda, b=0.3\lambda, L=12.2\lambda$$

Selon les figures 4.3 et 4.4, on remarque que le champ électrique dans le plan H est plus directif que dans le plan E ; avec des lobes secondaires situés à moins de 20 décibels.

III.2 Mode Matching technique :

La Technique Mode Matching, est peut être la première technique numérique robuste des années soixante, délaissée parce que les ordinateurs à l'époque ne possédaient pas la vitesse et la mémoire suffisante. Elle est reprise vers les années quatre vingt dix à l'arrivé des machines plus performantes [108] [110]. La technique est appliquée généralement sur les guides d'ondes, et les cornets, en utilisant une série de cross section sur le profile, figure 4.5 ; la géométrie du cornet est approximée par une série de guides d'onde en cascade, le champ est développé en une somme de série de fonctions modales où les conditions aux limites sont utilisées à chaque transition de jonction, et où entre deux sections successives, la distribution du champ électromagnétique dans chaque section peut être représentée par la superposition de tous les modes possibles TE_z et TM_z , ceci peut être illustré par les composantes en z du potentiel électrique et magnétique selon [109] .

$$F_z^i = \varepsilon \sum_{m,n} (A_{mn}^i e^{-jk_z z} + B_{mn}^i e^{+jk_z z}) e_{mn}^i(x, y) \quad (4.27)$$

$$A_z^i = \sqrt{\varepsilon\mu} \sum_{m,n} (C_{mn}^i e^{-jk_z z} - D_{mn}^i e^{+jk_z z}) h_{mn}^i(x, y) \quad (4.28)$$

Où $e_{mn}^i(x, y)$ et $h_{mn}^i(x, y)$ sont les fonctions modales orthonormées respectivement, transverse électrique et transverse magnétique et reliées aux modes (m, n) . A_{mn}^i , B_{mn}^i , C_{mn}^i , et D_{mn}^i sont les coefficients de la solution d'équation d'onde ou les amplitudes des ondes émises et réfléchies, l'indice (i) signifie le numéro de la section, elles sont définies selon [109] par :

$$e_{mn}^i(x, y) = \frac{2 \cos(k_x^{(i)} x) \cos(k_y^{(i)} y)}{k_c^{(i)} \sqrt{a_i b_i} (1 + \delta_n)} \quad (4.29)$$

$$h_{mn}^i(x, y) = \frac{2 \sin(k_x^{(i)} x) \sin(k_y^{(i)} y)}{k_c^{(i)} \sqrt{a_i b_i}} \quad (4.30)$$

$$k_x^{(i)} = \frac{m\pi}{a_i}, k_y^{(i)} = \frac{n\pi}{b_i}$$

$$k_c^i = \sqrt{(k_x^{(i)})^2 + (k_y^{(i)})^2}, \quad (k_c^{(i)})^2 + (k_z^{(i)})^2 = \omega^2 \mu \varepsilon = k_0^2 \quad (4.31)$$

$$\delta_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Où $k_x^{(i)}, k_y^{(i)}, k_z^{(i)}$ sont les constantes de propagations reliées aux ($i^{\text{èmes}}$) sections, et δ_n le delta Kronecker relié au mode (n).

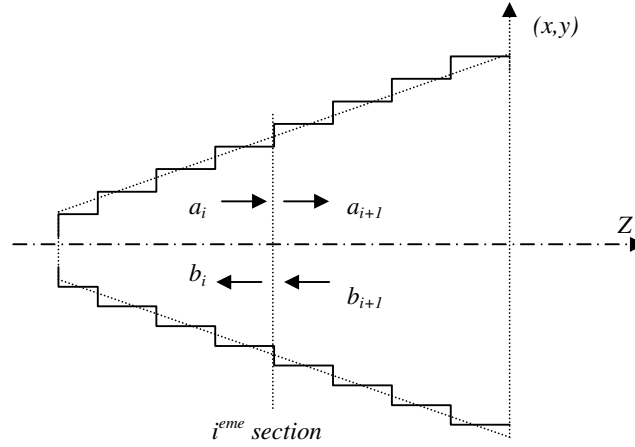


Figure 4.5 Cornet sectionné

Les champs électriques et magnétiques sont déterminés dans chaque section selon les équations (4.29), et (4.30), de ce fait on définit dans chaque section une matrice, qui relie les champs de la section précédente à la section suivante ; c'est alors, la matrice dite (*Generalized Scattering Matrix*), en abrégation (GSM), ceci est présenté par l'équation (4.32).

$$\begin{pmatrix} b^{(i)} \\ a^{(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^{(i)} & S_{12}^{(i)} \\ S_{21}^{(i)} & S_{22}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^{(i)} \\ b^{(i+1)} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

Les quantités ($a^{(i)}$) représentent les champs entrants et les quantités ($b^{(i)}$) représentent les champs sortants, ceci est bien illustré par la figure 4.6.

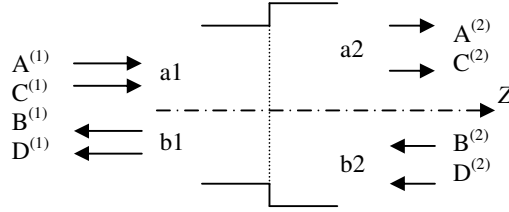


Figure 4.6 Propagation transition

Le détail de calcul des composantes transversales du champ électrique et magnétique pour le cas de deux transitions successives selon la figure 4.6 est donné à l'annexe E.

III.3 Résolution par la Méthode des Moments

III.3.1 Intégral de surface :

L'étude faite ici, est généralement pour des structures (PEC) à surface ouverte, telles que les cornets, les guides d'onde et les cavités ouvertes (*Open-Ended*), pour lesquelles on utilise seulement l'équation intégrale du champ électrique (EFIE), en combinaison avec l'équation intégrale du champ magnétique (MFIE) [110],[112]. La méthode des éléments de bord (BEM, *Boundary Elements Method*), qui est basée sur le principe d'équivalence, est appliquée (Voir chap. II paragraphe V.2), en considérant que l'ouverture rayonnante est fermée par un conducteur parfait, avec la présence des courants magnétiques et électriques sur l'ouverture, et des courants électriques seulement sur les murs intérieurs, figure 4.7. La structure étant supposée immergée dans un plan de masse infini, de ce fait la contribution des courants externes est négligée, en appliquant le principe d'équivalence, on est conduit aux équations suivantes :

$$\vec{J}(\vec{r}_o) = \hat{n} \times \vec{H}(\vec{r}_o) ; \vec{M}(\vec{r}_o) = \vec{E}(\vec{r}_o) \times \hat{n} \quad (4.33)$$

$$\vec{J}(\vec{r}_s) = \hat{n} \times \vec{H}(\vec{r}_s) ; \vec{M}(\vec{r}_s) = \vec{E}(\vec{r}_s) \times \hat{n} = 0 \quad (4.34)$$

Où (\vec{J}, \vec{M}) sont respectivement les courants surfaciques électriques et magnétiques, (\vec{r}_o, \vec{r}_s) sont respectivement des points sur l'ouverture et sur les murs.

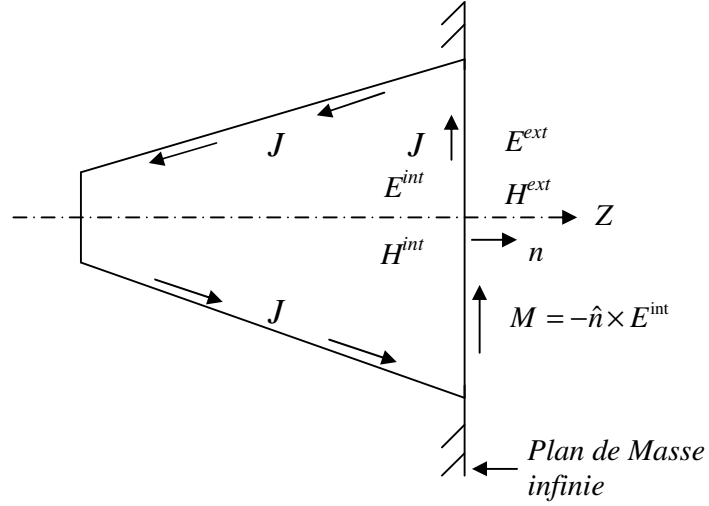


Figure 4.7 Sources équivalentes dans un cornet

Les conditions aux limites de la structure considérée se résument par les équations suivantes :

$$\vec{E}_{\tan}^{ext}(\vec{r}_s, J) + \vec{E}_{\tan}^{ext}(\vec{r}_s, M) = 0 ; \quad \text{Sur les murs et sur l'ouverture} \quad (4.33)$$

$$\vec{H}_{\tan}^{ext}(\vec{r}_o, J) + \vec{H}_{\tan}^{ext}(\vec{r}_o, M) = \vec{H}_{\tan}^{int}(\vec{r}_o, J) ; \quad \text{Sur l'ouverture} \quad (4.34)$$

$$E^{ref}(\vec{r}, J) = -j\omega\mu_0 \int_S \left[J(r') + \frac{1}{k^2} \nabla' J(r') \nabla \right] G(r, r') . ds' \quad (4.35)$$

$$E^{ref}(\vec{r}, M) = \int_S M(r') \times \nabla G(r, r') . ds' \quad (4.36)$$

L'équation (4.35) décrit en fait le champ électrique se trouvant à l'intérieur du cornet, qui est dû à l'excitation est à l'interaction des murs [94], ω est la fréquence d'opération, μ_0 est la perméabilité du vide, $J(r)$ est la densité de courant sur la surface intérieure du cornet.

$$\hat{n} \times H^{ref}(r, J) = -\left(\frac{1}{2} J(r) - \hat{n} \times \int_S J(r') \times \nabla' G(r, r') . ds'\right) \quad (4.37)$$

$$\hat{n} \times H^{refl}(r, M) = -\hat{n} \times \int_S \frac{k}{\eta} \left[M(r') + \frac{1}{k^2} \nabla' M(r') \nabla' \right] G(r, r') . ds' \quad (4.38)$$

$$K_i(\vec{X}(\vec{r})) = \int_S \vec{X}(\vec{r}') \times G(r, r') . ds' \quad (4.39)$$

$$L_i(\vec{X}(\vec{r})) = j\omega\mu_i \int_S \left[\vec{X}(\vec{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla' . \vec{X}(\vec{r}') \right] G(r, r') . ds' \quad (4.40)$$

Région interne :

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \vec{E}_{inc}(\vec{r}) - L_1 \vec{J}_1(\vec{r}) + K_1 \vec{M}_1(\vec{r}) \quad (4.41)$$

$$\vec{H}_1(\vec{r}) = \vec{H}_{inc}(\vec{r}) - K_1 \vec{J}_1(\vec{r}) - \frac{1}{\eta} L_1 \vec{M}_1(\vec{r}) \quad (4.42)$$

Région externe :

$$\vec{E}_2(\vec{r}) = -L_2 \vec{J}_2(\vec{r}) + K_2 \vec{M}_2(\vec{r}) \quad (4.43)$$

$$\vec{H}_2(\vec{r}) = -K_2 \vec{J}_2(\vec{r}) - \frac{1}{\eta} L_2 \vec{M}_2(\vec{r}) \quad (4.44)$$

Le fait que les deux lieux soient identiques et les courants internes et externes soient égaux en valeur absolue :

$$L_1 = L_2 ; K_1 = K_2 \quad (4.45)$$

$$\vec{J}_1 = -\vec{J}_2 ; \vec{M}_1 = -\vec{M}_2 \quad (4.46)$$

En appliquant les conditions aux limites (4.33) et (4.34), et les suppositions (4.45) et (4.46) sur les équations précédemment décrites (4.41), (4.42), (4.43) et (4.44), on arrive à :

$$-L\vec{J}(\vec{r}) + K\vec{M}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{E}_{inc}(r) \quad (4.47)$$

$$-K\vec{J}(r) - \frac{1}{\eta} L\vec{M}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \vec{H}_{inc}(r) \quad (4.48)$$

Une combinaison des équations (4.47) et (4.48) peut aboutir à l'équation intégrale combinée du champ (CFIE), tout en négligeant le courant magnétique M , sans réellement commettre une grosse erreur [50].

$$\left[\alpha LJ(\vec{r}) + (1 - \alpha) K\vec{J}(\vec{r}) \right] = \alpha \vec{E}_{inc}(r) + (1 - \alpha) \vec{H}_{inc}(\vec{r}) \quad (4.49)$$

Avec $0 \leq \alpha \leq 1$

III.2.2 Formulation de la Méthode des Moment :

Les courants électriques et magnétiques sont écrits en composantes cartésiennes, en fonction des fonctions en ondelettes, comme déjà vu au chapitre précédent.

$$J(x, y, z) = J_x(x, y, z).\hat{x} + J_y(x, y, z).\hat{y} + J_z(x, y, z).\hat{z} \quad (4.50)$$

$$J_x(x, y, z) = \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n}^x \psi_{m,n}^x(x, y, z) \quad (4.51)$$

$$J_y(x, y, z) = \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n}^y \psi_{m,n}^y(x, y, z) \quad (4.52)$$

$$J_z(x, y, z) = \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^{2^m-1} c_{m,n}^z \psi_{m,n}^z(x, y, z) \quad (4.53)$$

De la même manière on définit les composantes des courants magnétiques, en appliquant la technique de Galerkin sur l'équation (4.26), on aura :

$$\begin{bmatrix} A^{xx} & A^{xy} & A^{xz} \\ A^{yx} & A^{yy} & A^{yz} \\ A^{zx} & A^{zy} & A^{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{m,n}^x \\ C_{m,n}^y \\ C_{m,n}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^x \\ B^y \\ B^z \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$A_{pq}^{xx} = \int_S \bar{W}_p^x(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^x(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^x] dx dy \quad (4.55)$$

$$A_{pq}^{xy} = \int_S \bar{W}_p^x(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^y(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^y] dx dy \quad (4.56)$$

$$A_{pq}^{xz} = \int_S \bar{W}_p^x(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^z(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^z] dx dz \quad (4.57)$$

$$A_{pq}^{yx} = \int_S \bar{W}_p^y(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^x(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^x] dy dx \quad (4.58)$$

$$A_{pq}^{yy} = \int_S \bar{W}_p^y(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^y(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^y] dy dz \quad (4.59)$$

$$A_{pq}^{yz} = \int_S \bar{W}_p^y(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^z(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^z] dy dz \quad (4.60)$$

$$A_{pq}^{zx} = \int_S \bar{W}_p^z(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^x(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^x] dz dx \quad (4.61)$$

$$A_{pq}^{zy} = \int_S \bar{W}_p^z(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^y(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^y] dz dy \quad (4.62)$$

$$A_{pq}^{zz} = \int_S \bar{W}_p^z(\vec{r}) \cdot [\alpha L\bar{J}_q^z(\vec{r}) + (1-\alpha)K\bar{J}_q^z] dz dx \quad (4.63)$$

Quant aux éléments de l'excitation, ils sont comme suit:

$$B_p^x = \int_S \bar{W}_p^x(\vec{r}) \cdot [\alpha \bar{E}_{inc}^x + (1-\alpha)\bar{H}_{inc}^x] dx dy \quad (4.64)$$

$$B_p^y = \int_S \bar{W}_p^y(\vec{r}) \cdot [\alpha \bar{E}_{inc}^y + (1-\alpha)\bar{H}_{inc}^y] dy dz \quad (4.65)$$

$$B_p^z = \int_S \bar{W}_p^z(\vec{r}) \cdot [\alpha \bar{E}_{inc}^z + (1-\alpha)\bar{H}_{inc}^z] dz dx \quad (4.66)$$

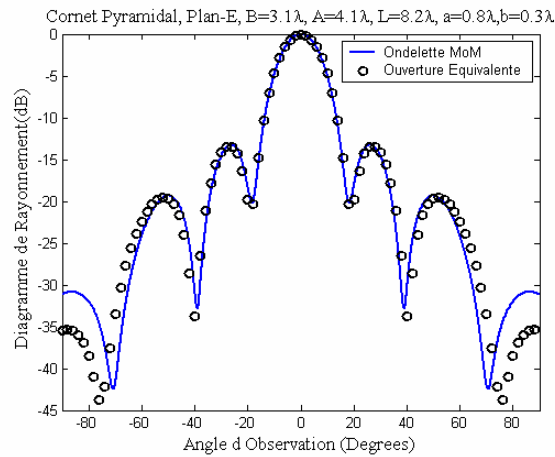


Figure 4.8 Comparaison du diagramme de rayonnement Ondelette-MoM et Ouverture Equivalente Plan-E

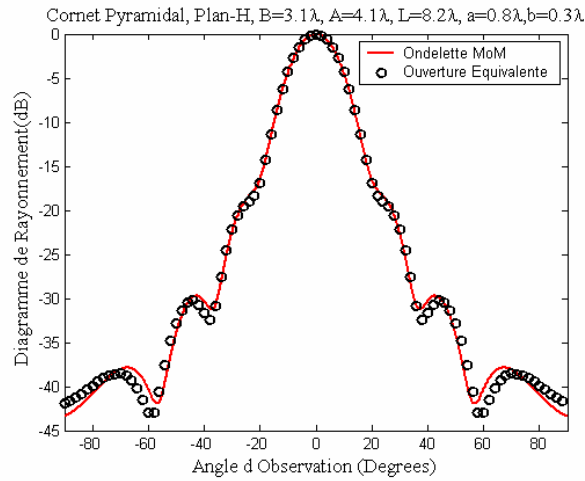


Figure 4.9 Comparaison du diagramme de rayonnement
Ondelette-MoM et Ouverture Equivalente Plan-H

Les graphes des figures 4.8 et 4.9, présentent une comparaison entre la méthode des moments améliorée par les ondelettes, et la méthode de l'ouverture équivalente dans le plan E et dans le plan H, le résultat de la comparaison est très acceptable. Cependant, Il est à remarquer que les lobes secondaires dans le cas du plan E sont plus élevés que dans le cas du plan H. Pour le temps d'exécution durant l'application des ondelettes, on pense que la remarque doit être la même que pour le chapitre précédent.

IV- Cas d'une antenne en cornet corrugué :

Les murs lisses provoquent des problèmes qui peuvent être éliminés par corrugation. Lorsque un cornet à murs lisses alimente un réflecteur, le problème qui surgit est le déphasage des ondes planes perpendiculaires (à savoir plan *E* et plan *H*), le plan *E* présente des lobes secondaires plus élevés que le plan *H*, la diffraction dans les murs corrugués provoque la diminution des lobes dans le plan *E* [97]. La théorie d'ouverture équivalente échoue à décrire ce phénomène, et parmi les méthodes classiques qui peuvent traiter ce problème, il y'a la théorie de géométrie de diffraction (GTD) [86], des travaux ont été effectués en utilisant les éléments finis (FEM) [110], et

d'autres travaux effectuent une hybridation de la méthode des Moments et du Mode Matching [92,93], [108,109]

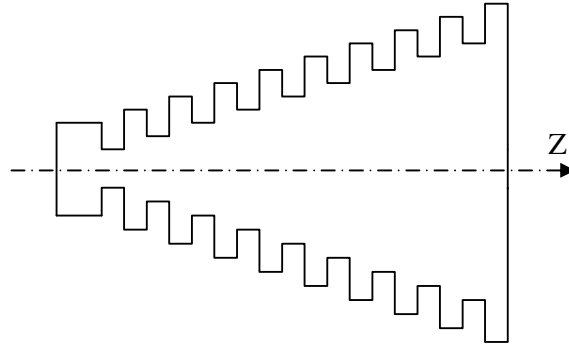


Figure 4.10 Cornet Pyramidal corrugué

La figure 4.10 présente la forme d'un cornet corrugué

V- Cas d'une antenne à réseau déphaseur :

Les réseaux déphaseurs sont utilisés pour améliorer la forme du diagramme de rayonnement, augmenter le gain, et rendre l'ensemble des antennes plus directives [8], ils peuvent être fabriqués à partir de circuits imprimés [64], comme ils peuvent être fabriqués à partir des cornets [93], [102], [103], [104] [105]. Pour une représentation mathématique ils sont considérés comme dipôle infiniment petit figure 4.11. En prenant le cas de deux éléments, le champ électrique résultant à un point donné est la somme de deux contributions, selon [106] par :

$$\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left[\frac{e^{-j[kr_1 - (\beta/2)]}}{r_1} \cos \theta_1 + \frac{e^{-j[kr_2 + (\beta/2)]}}{r_2} \cos \theta_2 \right] \quad (4.67)$$

Ici β étant l'excitation en phase de chaque élément, pour $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta$, et $r_1 \approx r_2 \approx r$, l'équation précédente devient :

$$E_{tot} = \frac{j\eta}{4\pi r} e^{-jkr} \cos\theta \cdot 2 \cos\left[\frac{1}{2}(kd \cos\theta + \beta)\right] \quad (4.68)$$

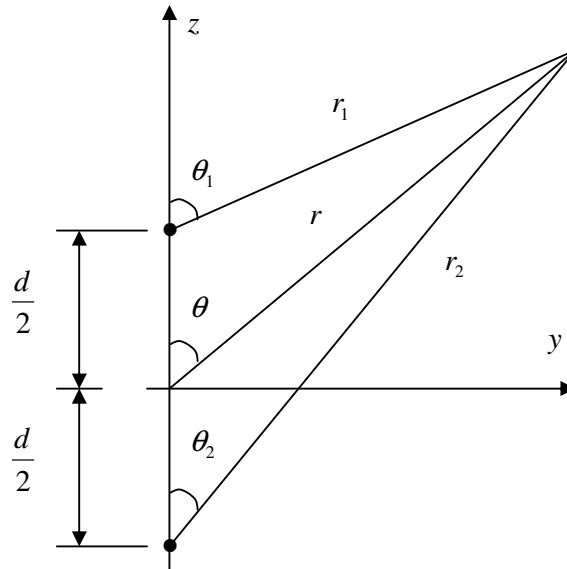


Figure 4.11 Cas de deux dipôles infinitésimaux

VI- Conclusion :

Une étude des différents types d'alimentations des antennes à réflecteurs a été présentée, une grande attention a été réservée aux cornets, avec citation des différents types de méthodes d'analyse et différents types de cornets. Une comparaison entre la méthode des moments améliorée par des ondelettes et la méthode d'ouverture équivalente a été faite, le résultat de la comparaison est très acceptable. La méthode mode matching aussi simple quelle apparait n'a pas été appliquée durant la programmation en Matlab, la procédure qui consiste à relier les différentes matrices des différentes sections n'a pas été réalisée en vigueur. Aussi durant l'application de la méthode des moments, les courants magnétiques sur l'ouverture sont négligés, le résultat est tout de même très satisfaisant.

Conclusion Générale

La méthode des moments dans le domaine spatial à été présentée et implémentée sur des antennes à surface parfaitement conductrice (PEC) unidimensionnelle, à deux dimensions et enfin en trois dimensions. Les exemples d'études sont des patch linéaires, des cylindres circulaires ou ellipsoïdes et des réflecteurs paraboliques à symétrie de révolution et enfin des cornets.

Les méthodes classiques dites asymptotiques ont été présentées et appliquées. La physique optique (OP) à été appliquée sur les antennes à réflecteurs paraboliques en 3D et la méthode d'ouverture équivalente (*Aperture Integration*) basée sur la géométrie optique (GO) à été appliquée sur les cornets pyramidaux. Une comparaison à été faite avec la méthode des moments basée sur les ondelettes. Le résultat de cette comparaison concorde bien aux résultats présentés dans la littérature. Le but de cette comparaison n'était pas seulement la validation des résultats mais aussi la proposition d'un possible d'hybridation entre les deux méthodes.

L'introduction des ondelettes avait pour but de rendre la matrice des équations intégrales creuse et en grande partie cela dépend du seuil. Le choix du type d'ondelettes, le nombre d'ondelettes et la segmentation peut améliorer le temps et la précision des calculs. Une comparaison à été faite au chapitre III sur trois type d'ondelettes à savoir **Haar**, Daubechies et **Battle-Lémarie** qui a conduit au fait que pour un nombre de 128 ondelettes et un seuil de 10^{-3} , les ondelette de **Haar**, pour une segmentation de 64 points, apporte un meilleur résultat (Taux de simplification 78.64% et temps de calcul 56.11 % de réduction sur la méthode des moments classique voir tableau 3.1) et que pour une segmentation de 128 points les ondelettes **Daubechies** avaient un meilleurs résultat (Taux de simplification 82.12% et 45.40 % de réduction en temps de calcul). Pour une grande précision où l'on a besoin d'un nombre important d'ondelettes le choix de **Daubechies** est certainement le plus juste. Dans tout ce manuscrit le type d'ondelette utilisée est **Haar**, et l'application des ondelettes a été directement appliquée comme fonction de bases et fonctions test.

L'étude présentée sur les différents types d'alimentations des antennes à réflecteurs paraboliques a pour but principal l'étude des cornets et la présentation des différentes méthodes d'analyse. La méthode d'ouverture équivalente utilisée pour donner le diagramme de rayonnement en champ lointain était simple et a permis d'avoir des résultats comparables. La présentation de la méthode mode matching pour les cornets était très intéressante, son application du point de vue réalisation d'un programme en Matlab n'était pas facile à mettre en marche, vu que cette méthode exige une succession de matrices d'état où chacune doit prendre en considération les conditions aux limites entre la section précédente et la section suivante. On s'est contenté d'appliquer la méthode des moments basée sur les ondelettes en négligeant les courants magnétiques sur l'ouverture.

Les perspectives ou travaux futurs se résument dans ce qui suit ;

- L'utilisation d'une hybridation de la méthode des moments, basée sur les ondelettes avec la physique optique, et les structures très larges, exigent un temps de calcul très grand même en utilisant des ondelettes. L'application de la physique optique sur les régions non ombreuses peut alléger les calculs. D'après ce que l'on a vu au chapitre II, les résultats de la physique optique, pourraient être exacts pour des formes planes.
- Les cornets sont étudiés par la méthode des moments et les ondelettes en faisant la supposition que les courants magnétiques sur l'ouverture sont nulles, juste pour alléger les calculs, qui étaient vraiment lourds. On aurait pu utiliser la méthode des moments en combinaison avec celle mode matching, chose que G. V. Eleftheriades [108] a fait seulement, mais en absence d'ondelettes : car la mode matching traite la région interne et la méthode des moments traite la région externe de la structure, et de ce fait on tiendra compte du courant magnétique et on arrivera à alléger les calculs.
- Notre objectif est de traiter également les antennes réflecteurs ou des cornets portant une couverture en diélectrique comme le chiral ou le metamatériau pour en conclure à quels effets cela peut aboutir (celui de filtre ou de retardement des modes).

Références Bibliographiques

- [1] C.A. Balanis, "Antenna Theory, Analysis and Design", John Wiley & Sons, Inc. New York, 1997.

- [2] T.A. Milligan, "Modern Antenna Design", John Wiley & Sons, Inc. Canada, *IEEE* Publications, 2005.

- [3] Y. R. Samii, "Antenna Handbook – Theory application and design ", chap 15, Artech House, New York 1998.

- [4] Y. T. Lo & S. W. Lee, "Antenna Handbook - Theory Applications and Design", Vann Strand Reinhold Company, New York, 1988.

- [5] L. Thourel, "Calcul et conception des dispositifs en ondes centimétriques et Millimétriques : Les antennes", Tom2, Cepadues éditions, Toulouse, 1990.

- [6] Hubregt J. Visser, "Array and phased Array antenna, basics", John Wiley & Sons, Inc. Sussex, England, 2005.

- [7] R.C. Hansen, "Phased Array Antennas", John Wiley & Sons, Inc. New York, 2001.

- [8] C. M. Han, "Dual-Band Reflect-arrays Using Microstrip Ring Elements and Their Applications with Various Feeding Arrangements", PhD thesis, Texas University, August 2006.

- [9] P. F. Combes, "Micro-ondes, Tome 2 : Circuits passifs, propagation, antennes", Collection Dunod, 1997. Chap-12.

- [10] E. V. Jull, "Antenna Handbook – Theory Applications and Design", Ch1, London, 1999.
- [11] Carlyre J. Sletten, "Reflector and Lens antennas – Analysis and Design", Artech House, Boston, London. 1997.
- [12] R. Chantalat, "Optimisation d'un Réflecteur Spatial à Couverture Cellulaire par L'utilisation d'une Antenne à Bande Interdite électromagnétique Multi sources", Thèse De Doctorat, Université de limoges, Novembre 2003.
- [13] D. Bidou, "Contribution à L'étude D'antennes Fort Gain, Applications dans le domaine Millimétrique", Thèse de doctorat, Université de Limoges, Mai 2003.
- [14] M.Diblanç, "Développement du Concept de L'antenne à Résonateur BIE pour la Génération de la polarisation Circulaire." Thèse de doctorat, Université de Limoges, Mars 2005.
- [15] Aki Karttunen, "Design of a 650 GHz dual reflector feed system", Master of Science Thesis, Helsinki University of technology, May 2006.
- [16] J. Hakli, "Shaped Reflector antenna Design and Antenna Measurements at Sub-MM Wavelengths", PhD thesis, Helsinki University of technology, September 2006.
- [17] Hwan-Slik Yoon, M.S. "Design, Modeling, and Optimization of Mechanically Reconfigurable Smart Reflector Antenna System", PhD thesis, School of the Ohio State University, 2002.
- [18] E. Conil, "Propagation électromagnétique en milieu Complexe, du champ proche au Champ lointain", Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Novembre 2005.
- [19] A. Heldring, "Full Wave Analysis of Electrically Large Reflector Antennas", PhD thesis, Delft University, April 2002.

- [20] Qiubo Ye, "Electromagnetic Scattering by Numerical Methods for Large Structures", PhD thesis, July 2000, Manitoba University, Canada.
- [21] Arthur. C. Ludwig, "The definition of Cross Polarization", *IEEE Transact. On Antennas and Propagation*, pp. 116-119, January 1973.
- [22] Carlos L. Ramos, "Minimax Optimization of shaped Reflector Antennas Using Sequential Convex Programming", PhD thesis, Stevens Institute of Technology Castle Point, Hoboken, New Jersey 2002.
- [23] Matthew N. O. Sadiku, "Numerical techniques in Electromagnetics", CRC Press, New York 2001.
- [24] Zaw Zaw Oo & Le-Wei Li, "Different Excitation Feed Models for full-Wave simulation of Aperture Antenna Systems", *17th International Symposium On Electromagnetic Compatibility*, 2006.
- [25] Jian Yang, "Moment Method Analysis of Antennas on Cylindrical Structures by Using G2DMULT and Design of Hat Fed Reflector antennas", PhD thesis, Chalmers University of Technology, Sweden 2001.
- [26] Eric D. Caswell, "Analysis of Helix Antenna Using a Moment Method Approach With Curved Basis and testing Functions", Master of Science Thesis, Virginia Polytechnic, Blacksburg 1998.
- [27] Clayton P. Davis, "Understanding and improving Moment Method Scattering Solutions", Master of Science Thesis, Birmingham University, 2004.
- [28] Jian Yang, P. S. Kildal, "Implementation of Triangular Basis and testing Functions in G2DMULT Moment Method of 2D Structures", *Millennium Conference on Antennas & Propagat.* Switzerland, April 2000.

- [29] Jian-Ying Li & Le-Wei Li, "Electromagnetic Scattering by a Mixture of Conducting and dielectric Objects: Analysis Using Method of Moments", *IEEE Trans. On Vehicular. Tech.*, Vol. 53, No. 2, pp. 514-525, Mar. 2004.
- [30] Roger F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", IEEE Press 1993, New York.
- [31] Kubilay Sertel & J. L. Volakis, "Method of Moment Solution of Volume Integral Equations Using Parametric Geometry modeling", *Radio Science*, Vol. 37, No. 1, pp. 10.1-10.7, 2002.
- [32] M. A. Abdel Moneum, Z. Shen, J. L. Volakis, "Hybrid PO-MoM Analysis of Large Axi-Symmetric Radomes", *IEEE Transact. On Antennas and Propagation*, Vol. 49, N° 12, pp. 1657-1666, Dec. 2001.
- [33] Randy Bancroft, "Understanding Electromagnetic Scattering Using the Moment Method", Artech House Boston, London 1999.
- [34] C.A. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics", Arizona State University, John Wiley & Sons Publication, 1989.
- [35] Sandy Sefi, "Computational Electromagnetics: Software Development and high Frequency Modeling of Surface Current on Perfect Conductors", PhD thesis, Stockholm University, Sweden 2005.
- [36] S. Hatamzadeh Varmazyar & M. Nacer-Moghadasi, "An integral Equation Modeling of Electrmagnetic Scattering from the Surfaces of Arbitrary Resistance distribution", *Progress in electromagnetics Research B*, Vol. 3, 157-172, 2008.
- [37] H.Esteban & J. M. Lopez, "A Generalized Method for Characterizing Two dimensional Scattering Problems With Spectral Techniques", *Microwave And Optical Technology Letters*, Vol. 14, No. 1, January 1997.
- [38] C. Su & T. K. Sarkar, "Electromagnetic Scattering from Coated Strips Utilizing the

- Adaptive Multi-Scale Moment Method", *Progress In Electromagnetic Research, PIER 18*, pp. 173-208, 1998.
- [39] Sandy Sefi & Fredrik Bergholm, "Extrapolation and Modeling of Method of Moment Current on a PEC Surface", *MSIC'02 Conference*, August 2002, England.
- [40] U. C. Resende & F. J. S. Moreira, "Optimal Number of Basis Functions in the MoM Solutions for Bodies of Revolution", *Journal of Microwaves and Optoelectronics*, Vol. 6, No. 1, June 2007.
- [41] R. V. Sabariego & L. Landesa, "Far Field Decoupled Basis For the Moment Method 2D Case", *Progress In Electromagnetic Research, PIER 24*, pp. 163-183, 1999.
- [42] Z. Xiang and Y. Lu, "An Effective Hybrid Method for Electromagnetic Scattering From Inhomogeneous Objects", *Progress In Electromagnetic Research, PIER 17*, pp. 305-321, 1997.
- [43] Miroslav Djordjevic, "Higher Order Hybrid Method of Moments-Physical Optics Modeling Technique for radiation and Scattering from Large Perfectly conducting Surface", *IEEE Trans. & Antennas Propagat.* Vol. 53, No. 2, Feb. 2005.
- [44] Levent Gurel, "Singularity of the Magnetic-Field Integral Equation and its Extraction", *IEEE Antennas & Wireless Propagat. Letters*, Vol. 4, pp. 229-232, 2005.
- [45] Antonis G. Papagiannakis, "Application of Point-Matching MoM Reduced Scheme to Scattering From finite Cylinders", *IEEE Trans. Microwave Theory & Techniq.* Vol. 45, No. 9, pp. 1545-1553, 1997.
- [46] Ali El-Hajj Karim Y. Kabalan, "Moment Method Solution of Partially Filled parallel Plate Fed Through infinite Conducting Plane (TE case)", *The Arabian Journal for Science and engineering*, Vol. 28, No. 2B, pp. 221-232, 2003.

- [47] U. C. Resende, & F. J. S. Moreira, "Efficient Evaluation of Singular Integral Equations in Moment Method Analysis of Bodies of Revolutions", *Journal of Microwaves and Optoelectronics*, Vol. 6, No. 2, December 2007.
- [48] Young-Hwan Lee & Baek Ho Jung, "TD-CFIE Formulation for Transient Electromagnetic Scattering from 3D Dielectric Objects", *ETRI Journal*, Vol. 29, No.1, Feb. 2007.
- [49] F. L. Teixeira & R. J. Bergmann, "Moment Method analysis of Circularly symmetric reflectors using band limited basis functions", *IEE Proc. Micro. antennas Propagat.* Vol. 144, No. 3, June 1997.
- [50] Wei-Bin EWE & Le-Wie Li, "Analysis of Reflector and Horn antennas Using Adaptive Integral Method", *IEICE Trans. Commun.* Vol. E88-B, No. 6, June 2005.
- [51] A. Capozzoli & G. D'Elia, "Global Optimization And Antennas Synthesis Application to Reflector Antennas", *Progress In Electromagnetics Research, PIER* 56, 233-261, 2006.
- [52] Harrington R. F. and Mautz. J. R., "Control of radar scattering by reactive loading", *IEEE Trans. Antenna. & propag.*, Vol. AP-20, No. 4, pp. 446-456, 1972.
- [53] Mehmet Yuceer & J. R. Mautz, "Method of Moments Solution for the Radar Cross Section of a Chiral Body of Revolution", *IEEE Trans. & Antennas Propagat.* Vol. 53, No. 3, pp. 1163-1167, Mar. 2005.
- [54] Stéphane Mallat, "A Wavelet tour of Signal processing", Academic Press USA, 1999.
- [55] Narayan V.S.K. Kovvali, "Wavelet and Spectral Methods for Computational Electromagnetics", PhD thesis, Duke University, 2005.
- [56] George. W. Pan, "Wavelet in Electromagnetics and device modeling", A John Wiley & Sons Publication, 2001.

- [57] Jaideva C. Goswami & Andrew K. Chan, "Fundamentals of Wavelets, Theory Algorithms And Applications", A Wiley Inter Science Publications, 2000.
- [58] A. R. Baghai-Wadji , & G. G. Walter, "Green's Function-Based Wavelets", IEEE Ultrasonic Symposium, pp. 537-546, 2000.
- [59] Donghoon Chun, "Theoretical Modeling of Large Scale Electromagnetic Problems Using A Hybrid MoM/Fem Method, Wavelets, and High Performance Computing", PhD thesis, Michigan University, 2000.
- [60] Daan HuyBrechs, "Multi-scale and Hybrid methods for the solution of oscillatory Integral Equations", PhD thesis, Leuven University Belgium, Mai 2006.
- [61] Z. Baharav and Y. Leviatan, "Impedance Matrix Compression With the use of Wavelet expansions", *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 12, No. 5 August 1996.
- [62] Varun Jeoti, and P. C. Sharma, "On Solving Pocklington Equation: A Wavelet Based MoM for analyzing Dipole Antenna", *RF and Microwave Conference*, October 2004.
- [63] C. D. Sarris & L. P. B. Katehi, "Application of Multi-resolution analysis to the modeling of microwave and optical structures", *Optical and Quantum Electronics* 32: 657-679, 2000.
- [64] K. F. Sabet & J. C. Cheng, "Efficient Wavelet-based modeling of printed circuit Antenna Arrays", *IEE Proc. Microw. Antennas Propag.* , Vol. 146, No. 4, August 1999.
- [65] Gaofeng Wang, "Application of Wavelets On the Interval to Numerical Analysis of Integral Equations in Electromagnetic Scattering Problems", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, 1-13, 1997.

- [66] Gaofeng Wang, "Analysis of Electromagnetic Scattering From Conducting Bodies of Revolution Using Orthogonal Wavelet Expansions", *IEEE Trans. On Electromagnetic Comp.*, Vol. 40, No. 1, Feb. 1998.
- [67] Gaofeng Wang, "Application of Wavelet to the analysis of arbitrary Thin Wire Loop Antennas And scatters", *International Journal for Numerical Modeling*, Vol. 10, 193-204, 1997.
- [68] Y. Tretiakov & G. Pan, "Malvar Wavelet Based Pocklington Equation Solution to Thin Wire Antennas And Scatters", *Progress In Electromagnetics Research, PIER* 47, 123-133, 2004.
- [69] M. R. Zunoubi & A. A. Kishk, "A Combined BI-CGSTAB (*l*) And Wavelet Transform Method For EM Problems Using Method of Moment", *Progress In Electromagnetic Research, PIER* 52, 205-224, 2005.
- [70] Thomas Herzberg & Rotica Ramer, "Antenna Analysis Using Wavelet Representations", *Progress In Electromagnetic Research Symposium* 2005, China, August 22-26.
- [71] Francesco P. Andriulli & Giuseppe Vecchi, "Optimal A Priori Clipping for Wavelet -Based Method of Moments Matrices", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 53, No. 11, pp. 3726-3734, Nov. 2005.
- [72] F. Vipiana, G. Vicchi, M. Sabbadini, "A Far field Wavelet Expansion for the Synthesis of Contoured-Beam Array fed Reflector antennas", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 45, No. 6, pp. 589-592, Aug. 2006.
- [73] A. P. Anyutin, A. G. Kyurkchan, "Application of the Wavelet in 2D and 3D Scattering or Radiation Problems", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 15, No. 5, pp. 452-455, Dec. 2003.

- [74] Hyeogdong Kim & Hao Ling, "Analysis of Electromagnetic Back Scattering Data using Wavelets", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 35, No. 10, pp. 1877-1880, Sep. 1992.
- [75] Zhonggui Xiang, "An Effective Wavelet Matrix Transform Approach for Efficient Solutions of Electromagnetic Integral Equations", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 45, No. 8, pp. 1205-1213, Aug. 1997.
- [76] E. Babolian & T. Lotfi, "Wavelet Moment Method for Solving Fred-Holm Integral equations for first Kind", *Applied Mathematics and Computation*, (165), 2006.
- [77] Yair Shifman & Yehuda Leviatan, "On the Use of Spatio-temporal Wavelet Expansions for Transient Analysis of Wire Antennas and Scatters", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 52, No. 9, pp. 2305-2316, Sep. 2004.
- [78] Sokolik Dmitry, Yair Shifman, & Yehuda Leviatan, "Improved Impedance Matrix Compression (IMC) Technique for Efficient Wavelet-Based Method of Moment Solution of Scattering Problems", *IEEE Trans. Antennas Propagat.* Vol. 52, No. 09, 2305-2310, Sep. 2004.
- [79] Tapan K.Sarkar, Magdalena Salazar-Palma & Michael C. Wicks, "Wavelet Applications in Engineering Electromagnetics", Artech House, Boston London, 2002.
- [80] M. Lashab, F. Benabdelaziz & C. Zebiri, "Analysis of Electromagnetic Scattering from Reflector and Cylindrical Antennas Using Wavelet-Based Moment Method", *Progress in Electromagnetic Research, PIER* 76, 357-368, 2007.
- [81] M. Lashab, C. Zebiri & F. Benabdelaziz, "Wavelet-based Moment Method and physical Optics Use on Large Reflector Antennas", *Progress in Electromagnetic Research M, PIERM*, Vol. 2, 189-200, 2008.
- [82] Wujun Quan, "Fast Wavelet Solution for Electromagnetic Integral Equation", PhD Thesis, University of Manitoba, Canada 2003.

- [83] Sophocles J. Orfanidis "Electromagnetic Waves and antennas", Rutgers University, www.ece.rutgers.edu/~orfanidis/ewa, 2003.
- [84] M. F. S. James, "Design and Construction of a Corrugated Feed Horn for Reflector Dishes", Master Science, University of Queensland 2003.
- [85] Sifiso Busisa Gambahaya, "Design and Implementation of the Pillbox Antenna for SASARII", Master of Science thesis, University of Cape Town 2005.
- [86] Seyed Pedram Mousavi Bafrooei, "Reflector Feeds for Large Reflector Antennas", PhD thesis, University of Manitoba, Canada, 2000.
- [87] Sébastien Reynaud, "Modélisation hybride du canal radiomobile en environnement indoor complexe. Application aux systèmes sans fil", Docteur de l'université de Limoges, Mai 2006.
- [88] Z. H. Firouzeh, A. Zeidaabadi-Nezha & H. Mirmohammad-Sadeghi, "An Optimum Meshing to Compute The Radiation Integrals of Reflector Antennas by FFT Method", Proceedings of Asia-Pacific Microwave Conference 2007.
- [89] R. C. Gupta, S. P. Singh "Analysis of Radiation Patterns of Compound Box-Horn Antenna", *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 76, 31–44, 2007.
- [90] R. Dehdasht-Heydari, H. R. Hassani, and A. R. Mallahzadeh, "A new 2–18 Ghz Quad-ridged Horn Antenna", *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 81, 183–195, 2008.
- [91] A. A. Kishk and C.-S. Lim, "Comparative Analysis between Conical and Gaussian Profiled Horn Antennas", *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 38, 147–166, 2002.

- [92] F. Villa, M. Sandri and N. Mandolesi, “High Performance Corrugated Feed Horns for Space Applications at Millimeter Wavelengths”, *Experimental Astronomy* 14: 1-15, 2002.
- [93] K. K. Shee and W. T. Smith, “Optimizing Multimode Horn Feed Arrays for Offset Reflector Antennas Using a Constrained Minimization Algorithm to Reduce Cross Polarization”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 12, pp. 1883-1886, December 1997.
- [94] Omid Sotoudeh, *Member, IEEE*, Per-Simon Kildal, *Fellow, IEEE*, “Single- and Dual-Band Multimode Hard Horn Antennas With Partly Corrugated Walls”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 54, No. 2, pp. 330-339, February 2006.
- [95] Pietro Bolli, *Member, IEEE*, Gian Guido Gentili, Leonardo Lucci, “A Hybrid Perturbative Technique to Characterize the Coupling between a Corrugated Horn and a Reflector Dish”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 54, No. 2, pp. 595-603, February 2006.
- [96] Lotfollah Shafai, *Fellow, IEEE*, Satish Kumar Sharma, “Multiple Phase Center Performance of Reflector Antennas Using a Dual Mode Horn”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 54, No. 11, pp. 3407-3417, November 2006.
- [97] Kwok Kee Chan and Sudhakar Rao, “An Accurate Model for Rectangular Trifurcated Horns”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 55, No. 12, pp. 3706-3710, December 2007.
- [98] Kwok Kee Chan and Sudhakar K. Rao, “Design of High Efficiency Circular Horn Feeds for Multi-beam Reflector Applications”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 56, No. 1, pp. 253-258, January 2008.
- [99] Vahraz Jamnejad, *Senior Member, IEEE*, and Ahmad Hoorfar, “Design of Corrugated Horn Antennas by Evolutionary Optimization Techniques”, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, Vol. 3, pp. 276-279, 2004.

- [100] Sergei P. Skobelev, *Senior Member, IEEE*, and Per-Simon Kildal, “Analysis of Conical Quasi-TEM Horn With a Hard Corrugated Section”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 10, pp. 2723-2731, October 2003.
- [101] N. Merabtine, A. Boualleg, M. Benslama, “Analysis of Radiation Patterns and feed Illumination of the Reflector Antenna Using the Physical and Geometrical Optics”, *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*, Vo. 9, No. 2, pp. 53-57, 2006.
- [102] K.K. Shee & W. T. Smith, “Optimizing Multimode Horn Feed Arrays for Offset Reflector Antennas Using a Constrained Minimization Algorithm to Reduce Cross Polarization”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 12, pp. 1883-1885, December 1997.
- [103] Dau-Chyrh Chang, *Member, IEEE*, Chang-Nan Hu, Chia-I Hung, “Pattern Synthesis of the Offset Reflector Antenna System with Less Complicated Phased Array Feed”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 42, No. 2, pp. 240-245, February 1994.
- [104] Koray Tap, *Student Member, IEEE*, and H. Prabhakar, “A Fast Hybrid Asymptotic and Numerical Physical Optics Analysis of Very Large Scanning Cylindrical Reflectors With Stacked Linear Array Feeds”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 54, No. 4, pp. 1142-1151, April 2006.
- [105] Randy L. Haupt, “Calibration of Cylindrical Reflector Antennas With Linear Phased Array Feeds”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 56, No. 2, pp. 593-596, February 2008.
- [106] R. C. Hansen, “Phased Array Antennas”, John Wiley & Sons, Inc, New York, 2001.

- [107] Ewe Wei Bin, “Fast Solution to Electromagnetic Scattering by Large Scale Complicated Structures Using Adaptive Integral Method”, *PhD thesis*, National University of Singapore 2004.
- [108] Goerge Vassos Eleftheriades, Walid Y. Ali-Ahmad, “Millimeter Wave Integrated-Horn Antennas: Part I-Theory”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 39, No. 11, November 1991.
- [109] Goerge Vassos Eleftheriades, “Analysis and Design of Integrated-Circuit Horn Antennas for Millimeter And Sub-millimeter Wave Applications”, *PhD thesis*, University of Michigan 1993.
- [110] Andrea Borgioli, Roberto Coccioli, Giuseppe Pelosi, “Electromagnetic Scattering from a Corrugated Wedge”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 8, August 1997.
- [111] Cyrille Menudier, “Caractéristiques des performances d’antennes à réflecteurs paraboliques illuminées par une source focale BIE Application à l’optimisation d’une couverture multimédia multi- faisceaux’, *Docteur de L’université de Limoges*, 16 octobre 2007.
- [112] Fernando Obelleiro-Basteiro & Joe Luis Rodriguez, “An iterative Physical Optics Approach for Analyzing the Electromagnetic Scattering by Large Open-Ended Cavities”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 43, No. 4, April 1995.

ANNEXE A

Intégrales de Fresnel

Selon Sophocles J. Orfanidis [83]

Les Intégrales de Fresnel utilisées au chapitre IV sont définies par :

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt, \quad S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt \quad (\text{A.1})$$

Elles peuvent s'écrire sous une forme complexe :

$$F(x) = C(x) - jS(x) = \int_0^x e^{-j(\pi/2)t^2} dt \quad (\text{A.2})$$

$C(x)$, $S(x)$ et $F(x)$ sont des fonctions impaires de x , elles ont les valeurs asymptotiques suivantes :

$$C(\infty) = S(\infty) = \frac{1}{2}, \quad F(\infty) = \frac{1-j}{2} \quad (\text{A.3})$$

Pour les valeurs de x infiniment petites $F(x)=x$, et un développement asymptotique pour x très grand on a :

$$F(x) = \frac{1-j}{2} + \frac{j}{\pi x} e^{-j\pi x^2/2} \quad (\text{A.4})$$

$$C(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi x} \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$S(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi x} \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) \quad (\text{A.6})$$

Le calcul du diagramme de rayonnement des cornets fait souvent appel à un type d'intégrale connue par l'Intégrale de Diffraction de Fresnel définie par:

$$F_0(\nu, \sigma) = \int_{-1}^1 e^{j\pi\nu\xi} e^{-j(\pi/2)\sigma^2\xi^2} d\xi \quad (\text{A.7})$$

En faisant le changement de variable $\sigma\xi - \nu/\sigma$, cette intégrale peut être résolue en utilisant l'intégrale de Fresnel par :

$$F_0(\nu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{j(\pi/2)(\nu^2/\sigma^2)} \left[F\left(\frac{\nu}{\sigma} + \sigma\right) - F\left(\frac{\nu}{\sigma} - \sigma\right) \right] \quad (\text{A.8})$$

Puisque la fonction $F(x)$ est impaire on écrit pour $\nu = 0$.

$$F_0(0, \sigma) = \frac{1}{\sigma} [F(\sigma) - F(-\sigma)] = \frac{2F(\sigma)}{\sigma} \quad (\text{A.9})$$

L'intégrale de l'équation (A.7) peut être réduite à une forme plus simple pour $\sigma = 0$, par:

$$F_0(\nu, 0) = 2 \frac{\sin(\pi\nu)}{\pi\nu} \quad (\text{A.10})$$

Un autre type d'intégrale utilisée dans l'analyse des cornets est définie par :

$$F_1(\nu, \sigma) = \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{\pi\xi}{2}\right) e^{j\pi\nu\xi} e^{-j(\pi/2)\sigma^2\xi^2} d\xi \quad (\text{A.11})$$

En utilisant l'expression $\cos(\pi\xi/2) = (e^{j\pi\xi/2} + e^{-j\pi\xi/2})/2$, l'intégrale de l'équation (A.11) peut être écrite sous la forme suivante :

$$F_1(\nu, \sigma) = \frac{1}{2} [F_0(\nu + 0.5, \sigma) + F_0(\nu - 0.5, \sigma)] \quad (\text{A.12})$$

On peut vérifier facilement que $F_0(0.5, \sigma) = F_0(-0.5, \sigma)$ donc l'équation (A.12) peut être réduite pour $\nu = 0$ à la forme suivante :

$$F_1(0, \sigma) = F_0(0.5, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{j\pi/(8\sigma^2)} \left[F\left(\frac{1}{2\sigma} + \sigma\right) - F\left(\frac{1}{2\sigma} - \sigma\right) \right] \quad (\text{A.13})$$

Pour $\sigma = 0$ l'intégrale de l'équation (A.11) se réduit à une forme très simple :

$$\begin{aligned} F_1(\nu, 0) &= \int_{-1}^1 \cos\left(\frac{\pi\xi}{2}\right) e^{j\pi\nu\xi} d\xi = \frac{1}{2} [F_0(\nu + 0.5, 0) + F_0(\nu - 0.5, 0)] \\ &= \frac{\sin(\pi(\nu + 0.5))}{\pi(\nu + 0.5)} + \frac{\sin(\pi(\nu - 0.5))}{\pi(\nu - 0.5)} = \frac{4 \cos(\pi\nu)}{\pi (1 - 4\nu^2)} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

ANNEXE B

LES ONDELETTE à Intervalle

(B-Splines)

Selon George W. Pan [56]

Les ondelettes utilisés en électromagnétisme sont utilisés pour résoudre les équations intégrales lors qu'il s'agit d'une intégrale linéaire, le problème surgit lorsque on veut appliquer les conditions aux limites pour certains formes présentant des arêtes tel que les guides d'ondes, quelques ondelette filles doivent être placés à l'extérieur du domaine d'intégration, à ce moment la conditions orthogonalité des ondelettes ne sera pas vérifiée sur les bordures. On peut résoudre ce problème par conditionnement des ondelettes pour qu'elles soient périodiques sur les bordures selon l'équation :

$$\phi_{j,k}^p(x) = \sum_l \phi_{j,k}(x+l) \quad (\text{B.1})$$

L'indice p insinue le cas de périodicité, pour avoir des Ondelettes périodiques sur l'intervalle $[0,1]$ on construit des ondelettes en segments (Splines) ou plus généralement utilisé (B-Splines) pour le cas des segments équidistant. Une ondelette cubique B-Splines est construite à partir de quatre segments équidistants, dits d'ordre ($m = 4$). Pour une ondelette semi orthogonale il y a $2m-1$ segments, alors que pour une résolution donné (s) il y a 2^s segments dans l'intervalle $[0,1]$. Donc la condition nécessaire pour qu'il y au moins une ondelette entière est que : $2^s \geq 2m-1$, en posant (so) la valeur de la résolution minimale vérifiant cette condition. Les ondelettes mère et fille résultant de la division en m intervalles sont respectivement définis :

$$\phi_{m,k,s}(x) = \begin{cases} B\phi_{m,so,k}(2^{s-so}x) & , k = -m+1, \dots, -1 \\ B\phi_{m,so,2^s-m-k}(1-2^{s-so}x) & , k = 2^s - m + 1, \dots, 2^s - 1 \\ B\phi_{m,so,0}(2^{s-so}x - 2^{-so}k) & , k = 0, \dots, 2^s - m \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

$$\psi_{m,k,s}(x) = \begin{cases} B\psi_{m,k,so}(2^{s-so}x) & , k = -m+1, \dots, -1 \\ B\psi_{m,2^s-2m+1-k,so}(1-2^{s-so}x) & , k = 2^s - 2m + 2, \dots, 2^s - m \\ B\psi_{m,0,so}(2^{s-so}x - 2^{-so}k) & , k = 0, \dots, 2^s - 2m + 1 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Où $B\phi(x)$ et $B\psi(x)$ sont respectivement les ondelette mère et fille B-splines.

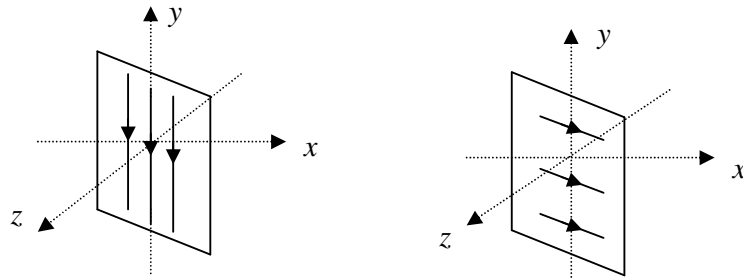
ANNEXE C

Définition de La Polarisation Croisée.

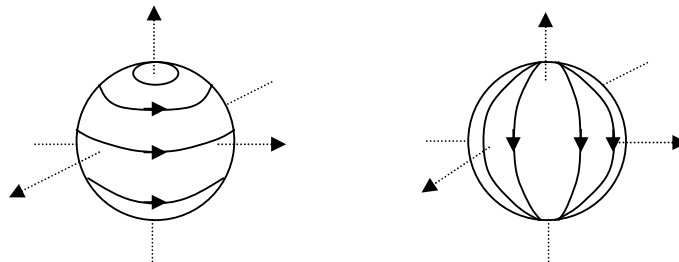
Selon A. C. Ludwig [21]

Il existe au moins trois définitions de la polarisation croisée qui sont représentées graphiquement par Figure C.1 et définies par:

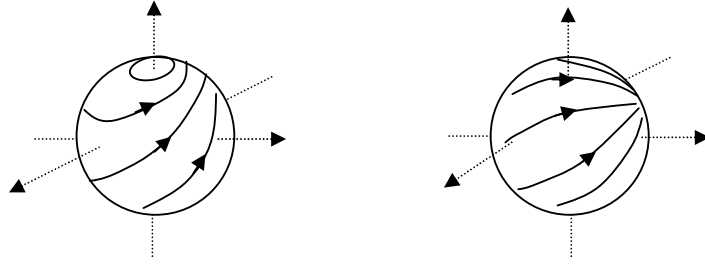
- 1- Dans un système de coordonnées cartésiennes un vecteur unitaire est pris comme direction de la polarisation de référence et l'autre comme polarisation croisée.
- 2- Dans un système de coordonnées sphériques, la même chose en prenant le vecteur unitaire comme vecteur tangent à la surface sphérique.
- 3- La co-polarisation et la polarisation croisée sont définies par des mesures dans deux plans orthogonaux.



Définition 1.



Définition 2.



Définition 3

Figure C.1 Définitions de la polarisation croisée.

Les deux cas dans lesquelles la polarisation croisée peut être intéressante sont distinguées par: 1) La description du diagramme de rayonnement de la structure d'antenne complète, 2) La description de la distribution du champ de la source d'alimentation. Dans le premier cas il est intéressant d'avoir une définition qui peut être appliquée sur toutes les directions d'angle de rayonnement, et qui vérifie bien que la polarisation croisée ne dépasse pas un certain seuil correspondant au lobe principal. Dans le deuxième cas il est intéressant aussi d'avoir une relation entre le diagramme de rayonnement et la polarisation croisée de la source. Le calcul de l'ouverture illuminée du champ de la source ou la polarisation croisée est incluse comme un facteur de gain représentant les pertes, dans ce cas la polarisation croisée représente le champ qui est antisymétrique à l'ouverture et par suite ne contribue pas dans le rayonnement axial.

La co-polarisation et la polarisation croisée sont définies par :

$$E_{co-pol} = E_{scat} \hat{i}_{co-pol} \quad (C.1)$$

$$E_{cross} = E_{scat} \hat{i}_{cross} \quad (C.2)$$

Définition 1.

$$\hat{i}_{co-pol} \equiv \sin \theta \sin \phi \hat{i}_r + \cos \theta \sin \phi \hat{i}_\theta + \cos \phi \hat{i}_\phi \quad (C.3)$$

$$= (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) \hat{i}_x \quad (C.4)$$

$$\hat{i}_{cross} \equiv \sin \theta \cos \phi \hat{i}_r + \cos \theta \cos \phi \hat{i}_\theta - \sin \phi \hat{i}_\phi \quad (C.5)$$

$$= (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) \hat{i}_x - \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi \hat{i}_y - \sin \theta \cos \theta \cos \phi \hat{i}_z \quad (\text{C.6})$$

Définition 2.

$$\hat{i}_{co-pol} \equiv \frac{\sin \phi \cos \theta \hat{i}_\theta + \cos \phi \hat{i}_\phi}{(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (\text{C.7})$$

$$= \frac{-\sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi \hat{i}_x + (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \hat{i}_y - \sin \theta \cos \theta \sin \phi \hat{i}_z}{(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (\text{C.8})$$

$$\hat{i}_{cross} \equiv \frac{\cos \phi \hat{i}_\theta - \cos \theta \sin \phi \hat{i}_\phi}{(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (\text{C.9})$$

$$= \frac{\cos \theta \hat{i}_x - \sin \theta \cos \phi \hat{i}_z}{(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (\text{C.10})$$

Définition 3.

C'est la plus utilisée par les concepteurs d'antennes mais aussi la plus difficile à démontrer, on va se contenter par la définition donnée par les relations suivantes :

$$\hat{i}_{co-pol} \equiv \sin \phi \hat{i}_\theta + \cos \phi \hat{i}_\phi \quad (\text{C.11})$$

$$= -(1 - \cos \theta) \sin \phi \cos \phi \hat{i}_x + [1 - \sin^2 \phi (1 - \cos \theta)] \hat{i}_y - \sin \theta \sin \phi \hat{i}_z \quad (\text{C.12})$$

$$\hat{i}_{cross} \equiv \cos \phi \hat{i}_\theta - \sin \phi \hat{i}_\phi \quad (\text{C.13})$$

$$= [1 - \cos^2 \phi (1 - \cos \theta)] \hat{i}_x - (1 - \cos \theta) \sin \phi \cos \phi \hat{i}_y - \sin \theta \cos \phi \hat{i}_z \quad (\text{C.14})$$

ANNEXE D

Structure à Symétrie de Révolution

John. L. Volakis [32]

1- Equation intégrale du champ électrique EFIE:

L'équation intégrale d'une structure à 3D peut être écrite sous forme d'opérateur par la relation suivante :

$$L(\vec{J}(\vec{r})) = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_S \left[\vec{J}(\vec{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla' \vec{J}(\vec{r}') \right] G(\vec{r}, \vec{r}') dS' \quad (\text{D.1})$$

La solution de l'équation intégrale (D.1) par la méthode des moments via la technique de Galerkin s'effectue par le choix des courants surfaciques, les fonctions de bases et les fonctions test sont respectivement définies de la manière suivante :

$$\vec{J}(t, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{m=1}^M (I_m^t \vec{f}_m^t(t, \varphi) + I_m^\varphi \vec{f}_m^\varphi(t, \varphi)) \right] e^{jn\varphi} \quad (\text{D.2})$$

Où I_m^t , I_m^φ sont de inconnus et f_m^t , f_m^φ sont les fonctions de bases, ils sont définis comme suite :

$$\vec{f}_m^\alpha = \frac{1}{\rho} T_m(t) \hat{u}_\alpha, \quad \alpha = t, \varphi \quad (\text{D.3})$$

Les fonctions de test sont choisies de la même forme puisque on utilise la technique de Galerkin soit :

$$\vec{W}_m^\alpha = \frac{1}{\rho} T_m(t) \hat{u}_\alpha, \quad \alpha = t, \varphi \quad (\text{D.4})$$

Où ρ est la projection du vecteur position sur le plan (x, y) , $T(t)$ est une partie de la fonction de base dépendante de (t) , généralement de forme triangulaire. Les produits scalaires des fonctions de bases et fonctions de test appliqués à l'équation intégrale (2.8) aboutissent à la relation suivante :

$$\langle E_{inc}, \vec{W} \rangle = \langle L(\vec{J}(\vec{r})), \vec{W} \rangle \quad (D.5)$$

$$\langle E_{inc}, \vec{W} \rangle = \frac{j}{\epsilon_0 \omega} \int_S \int_{S'} [k^2 (\vec{W} \cdot \vec{J}) \cdot G(r, r') + \nabla' \vec{J} (\vec{W} \cdot \nabla G(r, r'))] dS' dS \quad (D.6)$$

Ici \vec{W} est l'ensemble des fonctions test sous forme vectorielle, d'après le théorème de divergence à 2D surfacique pour les surfaces fermées utilisées en [56] on peut convertir le produit entre vecteur et scalaire.

$$\int \vec{W} \cdot \nabla G(r, r') dS = - \int G(r, r') \nabla \cdot \vec{W} dS \quad (D.7)$$

Finalement les éléments de la matrice peuvent s'écrire sous une forme condensée par la relation suivante :

$$Z_{m,n}^{\alpha,\beta} = \int_S \int_{S'} k^2 (W^{\alpha} \cdot J^{\beta}) \cdot G(r, r') - (\nabla' J^{\alpha}) (\nabla W^{\beta}) G(r, r') dS' dS \quad (D.8)$$

$$\nabla' \vec{J} = \frac{1}{\rho'} \frac{\partial}{\partial t'} (\rho' J' \cdot \hat{u}_t) + \frac{1}{\rho'} \frac{\partial}{\partial \varphi'} (J^{\varphi} \cdot \hat{u}_{\varphi}) \quad (D.9)$$

$$\nabla \vec{W} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial t} (\rho W' \cdot \hat{u}_t) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} (W^{\varphi} \cdot \hat{u}_{\varphi}) \quad (D.10)$$

Les indices (α, β) insinuent les combinaisons (t, φ) , pour évaluer les éléments de la matrice $Z_{m,n}^{\alpha,\beta}$ on doit utiliser les relations liant les vecteurs tangentiels aux vecteurs unitaires cartésiens soit :

$$\begin{aligned} \hat{n} &= \cos \nu \cos \varphi \cdot \hat{x} + \cos \nu \sin \varphi \cdot \hat{y} - \sin \nu \cdot \hat{z} \\ \hat{u}_t &= \sin \nu \cos \varphi \cdot \hat{x} + \sin \nu \sin \varphi \cdot \hat{y} + \cos \nu \cdot \hat{z} \end{aligned} \quad (D.11)$$

$$\hat{u}_\varphi = -\sin \varphi \hat{x} + \cos \varphi \hat{y} \quad (\text{D.12})$$

Où ν est l'angle azimutale entre l'axe z et le vecteur tangent \hat{u}_t . Les éléments de la matrice peuvent être écrits d'une manière plus explicite en appliquant les relations (D.11) et (D.12) sur l'équation (D.8) par :

$$Z_{p,q}^n = \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} \int_{r',t} [k^2 T_p T_q (\sin \nu \sin \nu' G_{cn} + \cos \nu \cos \nu' G_n) - \frac{\partial T_p}{\partial t} \frac{\partial T_q}{\partial t'} G_n] dt dt' \quad (\text{D.13})$$

$$Z_{p,q}^{\varphi t} = \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} d \int_{r',t} \left[k^2 T_p T_q \sin \nu G_{sn} + n \frac{\partial T_p}{\partial t} \frac{T_q}{\rho'} G_n \right] t dt' \quad (\text{D.14})$$

$$Z_{p,q}^{t\varphi} = \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} \int_{r',t} \left[k^2 T_p T_q \sin \nu' G_{sn} + n \frac{T_p}{\rho} \frac{\partial T_q}{\partial t} G_n \right] dt dt' \quad (\text{D.15})$$

$$Z_{p,q}^{\varphi\varphi} = \frac{j}{\varepsilon_0 \omega} \int_{r',t} T_p T_q \left[k^2 G_{cn} - n^2 \frac{1}{\rho \rho'} G_n \right] dt dt' \quad (\text{D.16})$$

Avec,

$$G_n = \int_0^\pi G(r, r') \cos(n\varphi) d\varphi \quad (\text{D.17})$$

$$G_{cn} = \int_0^\pi G(r, r') \cos(n\varphi) \cos(\varphi) d\varphi \quad (\text{D.18})$$

$$G_{sn} = \int_0^\pi G(r, r') \cos(n\varphi) \sin(\varphi) d\varphi \quad (\text{D.19})$$

Avec,

$$G(r, r') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \quad (\text{D.20})$$

Où,

$$R = |r - r'| = \sqrt{(\rho - \rho')^2 + (z - z')^2 + 4\rho\rho' \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right)} \quad (\text{D.21})$$

2- Equation Intégrale du champ magnétique MFIE:

De la même manière l'équation intégrale du champ magnétique d'une structure à 3D est donnée sous forme d'opérateur par :

$$K(\vec{J}(r)) = \frac{1}{2} \vec{J}(r) - \hat{n} \times \int_S \vec{J}(r') \times \nabla' G(r, r') . ds' = \hat{n} \times H^i(r) \quad (\text{D.22})$$

En utilisant la symétrie de révolution que la structure doit avoir.

$$\sum_q \sum_p \langle \vec{W}_q^t, K(\vec{J}(r)) \rangle = \langle \vec{W}_q^t, \hat{n} \times H_\varphi^i(r) \rangle \quad (\text{D.23})$$

$$\sum_q \sum_p \langle \vec{W}_q^\varphi, K(\vec{J}(r)) \rangle = \langle \vec{W}_q^\varphi, \hat{n} \times H_t^i(r) \rangle \quad (\text{D.24})$$

Les éléments de la matrice s'écrivent de la manière suivante :

$$Z_{m,n}^{\alpha,\beta} = \frac{1}{2} \int_{S'} \vec{W}^\alpha . \vec{J}^\beta . dS' + \int_S \int_{S'} [(\vec{W}^\alpha \times \hat{n}') \times \vec{J}^\beta] \nabla' G(r, r') dS' dS \quad (\text{D.25})$$

$$Z_{p,q}^t = j \int_{t,t'} k^3 T_p T_q [\rho \cos \nu \sin \nu' - \rho' \cos \nu' \sin \nu - (z - z') \sin \nu \sin \nu'] G_3 dt . dt' \quad (\text{D.26})$$

$$Z_{p,q}^{\varphi,t} = \pi \int_t \frac{T_p T_q}{\rho} dt + \int_{t,t'} k^3 T_p T_q [\rho' \cos \nu . G_1 - \{(\rho - \rho') \cos \nu - \sin \nu (z - z')\} G_2] dt . dt' \quad (\text{D.27})$$

$$Z_{p,q}^{t,\varphi} = -\pi \int_t \frac{T_p T_q}{\rho} dt + \int_{t,t'} k^3 T_p T_q [\rho \cos \nu' . G_1 + \{(\rho - \rho') \cos \nu' - \sin \nu' (z - z')\} G_2] dt . dt' \quad (\text{D.28})$$

$$Z_{p,q}^{\varphi\varphi} = j \int_{t,t'} k^3 T_p T_q (z - z') . G_3(t, t') dt . dt' \quad (\text{D.29})$$

Avec,

$$G_3 = \int_0^\pi \sin \varphi \sin(n\varphi) G_E d\varphi \quad (\text{D.30})$$

$$G_2 = \int_0^\pi \cos \varphi \cos(n\varphi) G_E d\varphi \quad (\text{D.31})$$

$$G_1 = 2 \int_0^\pi \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos(n\varphi) G_E d\varphi \quad (\text{D.32})$$

$$G_E = \left[\frac{1 + jkR}{(kR)^2} \right] G(r, r') \quad (\text{D.33})$$

ANNEXE E

La Technique Mode Matching

Goerge V. Eleftheriades [108]

La technique de succession de guide d'onde (*Stepped Waveguide Technique*) présente l'avantage d'être numériquement stable, utilisée généralement pour le calcul des composantes tangentielles ou transversales du champ électrique et magnétique. Suite à la section III.2 du chapitre quatre les équations des composantes transversales du champ sont illustrés comme suit :

En mode TE:

$$E_x = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial y} - j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z} \quad (\text{E.1})$$

$$E_y = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial x} - j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z} \quad (\text{E.2})$$

En mode TM:

$$H_x = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial x \partial z} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad (\text{E.3})$$

$$H_y = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial y \partial z} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (\text{E.4})$$

Où A_z , F_z sont respectivement les composantes en z des vecteurs potentiels électriques et magnétiques respectivement.

$$A_{mn}^{(2)} + B_{mn}^{(2)} = \sum_{kl} \frac{k_c^{(1)} k_x^{(2)}}{k_c^{(2)} k_x^{(1)}} U_{mn,kl} (A_{kl}^{(1)} + B_{kl}^{(1)}) \quad (\text{E.5})$$

$$\begin{aligned}
C_{mn}^{(2)} + D_{mn}^{(2)} &= \sum_{kl} \frac{k_0 [(k_x^{(1)} k_y^{(2)})^2 - (k_x^{(2)} k_y^{(1)})^2]}{k_z^{(2)} k_x^{(1)} k_y^{(2)} k_c^{(2)} k_c^{(1)}} U_{mn,kl} (A_{kl}^{(1)} + B_{kl}^{(1)}) \\
&+ \sum_{kl} \frac{k_x^{(1)} k_c^{(2)} k_z^{(1)}}{k_x^{(2)} k_c^{(1)} k_z^{(2)}} V_{mn,kl} (C_{kl}^{(1)} + D_{kl}^{(1)})
\end{aligned} \tag{E.6}$$

Les A_{mn}^i , B_{mn}^i , C_{mn}^i , et D_{mn}^i sont les coefficients de la solution d'équation d'onde ou les amplitudes des ondes émises et réfléchies, l'indice (i) insinue le numéro de la section. Le calcul établi ici est pour deux section adjacentes a savoir la première et la deuxième.

$$\begin{aligned}
A_{kl}^{(1)} - B_{kl}^{(1)} &= \sum_{mn} \frac{k_z^{(2)} k_c^{(1)} k_c^{(2)}}{k_z^{(1)} k_c^{(2)} k_x^{(1)}} U_{mn,kl} (A_{mn}^{(2)} - B_{mn}^{(2)}) \\
&+ \sum_{mn} \frac{k_0 [(k_x^{(1)} k_y^{(2)})^2 - (k_x^{(2)} k_y^{(1)})^2]}{k_z^{(1)} k_x^{(1)} k_y^{(2)} k_c^{(2)} k_c^{(1)}} U_{mn,kl} (C_{mn}^{(2)} - D_{mn}^{(2)})
\end{aligned} \tag{E.7}$$

$$C_{kl}^{(1)} - D_{kl}^{(1)} = \sum_{mn} \frac{k_x^{(1)} k_c^{(2)}}{k_x^{(2)} k_c^{(1)}} V_{mn,kl} (C_{mn}^{(2)} - D_{mn}^{(2)}) \tag{E.8}$$

Avec,

$$U_{mn,kl} = \frac{4 \int_0^{a_1} \int_0^{b_1} \sin(k_x^{(2)} x') \sin(k_x^{(1)} x) \cos(k_y^{(2)} y') \cos(k_y^{(1)} y) dx dy}{\sqrt{a_1 a_2 b_1 b_2 (1 + \delta_n)(1 + \delta_l)}} \tag{E.9}$$

Et,

$$V_{mn,kl} = \frac{4 \int_0^{a_1} \int_0^{b_1} \cos(k_x^{(2)} x') \cos(k_x^{(1)} x) \sin(k_y^{(2)} y') \sin(k_y^{(1)} y) dx dy}{\sqrt{a_1 a_2 b_1 b_2}} \tag{E.10}$$

Ici a_1 , b_1 , a_2 , et b_2 sont les dimensions du guide d'one rectangulaire coupé en morceaux, en passant par le changement de variable suivant:

$$x' = x + \frac{\Delta a}{2} = x + \frac{a_2 - a_1}{2} \tag{E.11}$$

$$y' = y + \frac{\Delta a}{2} = y + \frac{b_2 - b_1}{2} \quad (\text{E.12})$$

Ainsi Les coefficients d'onde incidente et réfléchie s'écrivent:

$$a^{(1)} = \begin{pmatrix} A_{kl}^{(1)} \\ C_{kl}^{(1)} \end{pmatrix}, b^{(1)} = \begin{pmatrix} B_{kl}^{(1)} \\ D_{kl}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (\text{E.13})$$

De même pour le deuxième morceau,

$$a^{(2)} = \begin{pmatrix} A_{mn}^{(2)} \\ C_{mn}^{(2)} \end{pmatrix}, b^{(2)} = \begin{pmatrix} B_{mn}^{(2)} \\ D_{mn}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (\text{E.14})$$

En essayant de trouver la relation qui lie les deux morceaux successifs :

$$a^{(2)} + b^{(2)} = Y(a^{(1)} + b^{(1)}) \quad (\text{E.15})$$

$$a^{(1)} - b^{(1)} = Z(a^{(2)} - b^{(2)}) \quad (\text{E.16})$$

Ainsi,

$$\begin{pmatrix} b^{(1)} \\ a^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (I + ZY)^{-1}(I - ZY) & 2(I + ZY)^{-1}Z \\ 2(I + YZ)^{-1}Y & (I + YZ)(YZ - I) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^{(1)} \\ b^{(2)} \end{pmatrix} \quad (\text{E.17})$$

Enfin on arrive à la matrice généralisée qui permet le passage d'un morceau de guide d'onde à l'autre.

$$\begin{pmatrix} b^{(i)} \\ a^{(i+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^{(i)} & S_{12}^{(i)} \\ S_{21}^{(i)} & S_{22}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^{(i)} \\ b^{(i+1)} \end{pmatrix} \quad (\text{E.18})$$

ملخص

العمل المقدم في هذه المذكرة تناول دراسة حول الهوائيات ثنائية و ثلاثية الأبعاد بصفة عامة و الهوائيات المقعرة بصفة خاصة لأهميتها في الاتصالات الفضائية. الطريقة المستعملة لدراسة هذه الهوائيات هي طريقة العزوم في المجال المكاني، هذه الطريقة تعاني من طول زمن الحسابات و سعة التخزين عندما تستعمل لدى هوائيات كبيرة جدا و لهذا السبب تم تطوير هذه الطريقة باستعمال دوال رياضية على شكل موجات قصيرة أو محدودة. الطرق الكلاسيكية المسماة بالطرق التقريبية مثل الفيزياء الضوئية و الهندسة الضوئية تم ذكرها في هذه المذكرة ثم استعملت للمقارنة مع الطريقة المستعملة.

Résumé

Le travail effectué dans ce mémoire est consacré à l'étude du diagramme de rayonnement des antennes en deux puis en trois dimensions en générale, et particulièrement les antennes à réflecteurs paraboliques pour leurs intérêts de communications spatiales. La Méthode d'analyse est la Méthode des Moments appliquée dans le domaine spatial, cette dernière souffre d'un temps de calcul et espace mémoire énorme lorsque utilisée pour antennes à structures très grandes, une amélioration a été faite en introduisant les Ondelettes. Les Méthodes classiques dites asymptotiques tel que la Physique Optique et la Géométrie Optique ont été aussi présentés dans ce manuscrit et utilisés comme comparaison avec la Méthode des Moments améliorée.

Abstract:

The work presented in this thesis is dealing with the analysis of radiations pattern of antennas in two and three dimensions in general, and particularly the reflector antenna for their interests in space communications. The analysis is based upon the Moment Method applied in the space domain, the latter suffers from huge computing time and memory space when used for antennas with very large structures, and an improvement was made by introducing the Wavelets. Classical Methods known as asymptotic ones such as Optical Physics and the Geometrical Optics were also presented in this thesis they are used as comparison with the improved moment method.