

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université 20 Aout 1955 Skikda

Faculté des Technologies

Département de Génie Civil

Réf : D012125025D



جامعة: 20 أوت 1955 سكيكدة

كلية: التكنولوجيا

قسم: الهندسة المدنية

المرجع : D012125025D

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de

**Doctorat en Sciences**

**Filière : Génie civil**

**Spécialité : Géomatériaux**

**Thème**

**Modélisation micromécanique des sables**

Présenté par :

**DERBANE Said**

Soutenue publiquement le 10/06/2025

**Devant le jury composé de :**

Mendjel Djenette	MCA	Université de Skikda	Présidente
Messast Salah	Pr.	Université de Skikda	Rapporteur
Mansouri Mouloud	MCA	Université de Setif 1	Co-rapporteur
Filali Kamel	MCA	Université de Skikda	Examineur
Lafifi Brahim	MCA	Université de Guelma	Examineur
Amrane Moussa	MCA	Université de Batna 2	Examineur
Mekarbi Mohamed	MCA	Université de Setif 1	Examineur
El Malki Alaoui Aboulghit	Pr.	ENSTA Bretagne-France	Invité

Année universitaire : 2024/2025

# REMERCIEMENTS

*Au terme de ce long travail de Thèse, désormais mené à terme, ce manuscrit représente bien plus que le fruit d'une période de recherche ; il est l'aboutissement d'un parcours entamé il y a de nombreuses années. Si j'en reçois aujourd'hui seul les honneurs, il me tient à cœur de souligner que ce succès est en réalité le résultat des contributions de nombreuses personnes. En préambule, je souhaite donc exprimer, à travers ces lignes, ma profonde gratitude à tous ceux qui, de près ou de loin, y ont participé.*

*Avant toute chose, il est essentiel d'exprimer ma gratitude envers Dieu. C'est par Sa miséricorde que j'ai pu atteindre mes objectifs, en me donnant la force, la confiance et le courage nécessaires pour y parvenir.*

*Tu es partie ma chère Mère, mais ton amour, ta sagesse et ta bienveillance continuent de vivre en moi. Chaque pas que je fais, chaque réussite que j'atteins porte l'empreinte de tes sacrifices et de ton soutien indéfectible. Ton absence est une douleur silencieuse, mais ton souvenir est une lumière qui éclaire mon chemin. Ton souvenir éclaire mon chemin, et c'est à toi que je dédie ce travail, avec tout mon amour et une reconnaissance éternelle. Que ton âme repose en paix.*

*Sans conteste, c'est grâce à son amour inconditionnel, son appui indéfectible et son soutien sans faille que je suis parvenu jusqu'ici. Pour cela, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon cher Père, qui m'a épaulé, guidé et conseillé tout au long de ma vie.*

*À mes chers frères et sœurs, Abdelhakim, Abdelhadi, Haroune et Rihana, votre soutien indéfectible et votre affection sincère ont été des piliers sur lesquels j'ai trouvé appui et réconfort. Cette thèse est l'aboutissement de nombreux efforts, mais elle incarne avant tout l'amour, les valeurs et les liens précieux qui nous unissent. Je vous la dédie avec une gratitude infinie et une affection profonde. Que ce travail soit le reflet de mon attachement inébranlable à notre fraternité.*

*Grâce à leur existence et à leur présence, ma vie s'est enrichie d'une dimension nouvelle, empreinte de chaleur et d'affection. Je pense ici à ma chère épouse et à mes enfants, Mohamed, Aya et Othman. Sans le savoir, vous avez donné un sens plus profond à mon existence et m'avez offert une source inépuisable de force et d'émotions sincères.*

*Il est aussi un devoir d'adresser ma gratitude et ma reconnaissance à mes tantes, particulièrement, Khalti Farah, son mari TEBBOUB Salim ainsi qu'à mes oncles BOUDEN Toufik, Omar et Salah.*

*Je veux exprimer ma gratitude à Monsieur **MESSAST Salah**, Professeur à l'Université 20 août 1955 – Skikda, pour son suivi régulier, sa grande disponibilité, ses précieux conseils grâce auxquels ce travail est mené à terme.*

*Je tiens à présenter toute ma gratitude et ma reconnaissance très particulière au Dr. **MANSOURI Mouloud**, Maître de Conférences « A » à l'Université Ferhat Abbas Setif 1, qui a co-dirigé cette Thèse. Qu'il trouve ici l'assurance de ma sincère reconnaissance.*

*Toute ma gratitude s'adresse aussi à Monsieur le Professeur **Aboulghit EL MALKI ALAOUI**, pour l'accueil au sein du Département mécanique/fluides, structures et interactions du Laboratoire IRDL, ENSTA Bretagne, et d'avoir accepté de collaborer pour l'élaboration de cette thèse.*

*Je tiens également à exprimer ma profonde gratitude et mes vifs remerciements au Dr. **AMARA Lyes**, Maître de Conférences à l'université de Jijel, qui a aiguillé aussi le présent travail de Thèse, pour sa disponibilité et ses conseils judicieux, pour sons aide et son accompagnement.*

*Je remercie Dr. **MENDJEL Djenette** pour l'honneur qu'elle me fait en présidant le jury de la présente Thèse.*

*Mes plus sincères remerciements vont de même aux Dr. **FILALI Kamel**, Dr. **LAFIFI Brahim**, Dr. **AMRANE Moussa** et Dr. **MEKARBI Mohamed**, pour avoir accepté la lourde tâche d'examiner le travail et faire part de leurs critiques constructives.*

*Je ne saurai oublier ici de remercier chaleureusement Mr. **DEBBAH Ahmed**, **FERGANI Mohamed**, **AMAR Amour**, **BOUCHECHE El Hani** et **BENJABALLAH Zinedine** cadres supérieurs de l'Algérienne Des Autoroutes où j'ai exercé plusieurs années durant comme ingénieur au département des Tunnels puis Chef de service Etudes des Ouvrages d'Arts et Tunnels. Les moments professionnels enrichissants et les échanges techniques approfondis partagés avec eux ont eu une influence marquante sur ma réflexion.*

*Je tiens également à exprimer mes remerciements à mes amis pour leur soutien, aide, encouragements et leur appui, notamment **AYAS Hillaal**, **DJEGADER Djamel**, **SAOUDI Ibrahim**, **LAMARA Mohamed**, **HAMIMED Smail**, **CHETTAH Wahid**, **CHOUIA Fateh**, **FERHAT Adel**, **BELLILI Khaled**, **SEDDIKI Mouad** et tous les autres, chacun son nom et dont la liste ne sera jamais exhaustive.*

*Il m'est aussi nécessaire et de devoir ici d'exprimer mes chaleureux remerciements pour tous mes amis chacun son nom... Un chaleureux merci à tous !*

## المخلص :

يتأثر انتشار الموجات في التربة عمومًا في معظم الحالات بالتفاعلات التي تتطور على المستوى الجزيئي الدقيق للحبيبات. تعتبر الأخيرة غير متجانسة، ويخضع سلوكها لقوانين مهمة تؤثر بشكل كبير على سلوك ومعايير الاستجابة الديناميكية للتربة. تتناول هذه الأطروحة تحليل انتشار الموجات في مقطع رملي من خلال النمذجة الميكانيكية الدقيقة حيث تم تطوير نموذج ثنائي الأبعاد باستخدام طريقة العناصر المنفصلة. في هذا النهج، يتم نمذجة حبيبات الرمل بواسطة أقراص تتفاعل مع بعضها البعض عن طريق قوى التلامس المحسوبة بنماذج بسيطة تتضمن تداخلات منخفضة بين الحبيبات. وقد أبرزت عمليات المحاكاة التي تم إجراؤها جوانب معينة من سلوك الاهتزاز في المقاطع الرملية غير المتماسكة، مثل شكل نمط الحركة، خاصة في حالة السعات الكبيرة. لقد إهتم التحليل بشكل خاص بتضخيم الحركة على السطح الحر للمقطع، فضلاً عن علاقتها بعوامل معينة مثل تردد الإثارة والسعة وضغط التكثيف للمقطع. تم تقدير تردد الرنين الذي يشكل العامل الأول المسؤول عن الأضرار التي تحدث في البنى التحتية عددياً وتم الحصول على نتائج مثيرة للاهتمام من خلال مقارنة الأخير مع تلك التي تم الحصول عليها من نظرية الوسائط المستمرة. علاوة على ذلك، اهتمت الدراسة بإظهار تأثير تدهور معامل القص على معدل التخميد للتربة.

**الكلمات المفتاحية:** مقطع الرمل، تردد الرنين، طريقة العناصر المنفصلة، موجة القص، الانتشار.

## Abstract:

Wave propagation in soils is generally influenced in the majority of cases by the interactions that develop at the microstructural scale of the grains. The latter are considered heterogeneous, their behaviors are governed by high-order laws that greatly influence the behavior and the parameters of the dynamic response of the soil. The present thesis deals with the analysis of wave propagation in a sand profile through micromechanical modeling and for this purpose, a 2D discrete element model was developed. In this approach, the sand grains are modeled by disks that interact with each other by contact forces calculated by simple models involving low grain overlaps. The simulations carried out have highlighted certain aspects of the vibration behavior in non-cohesive deposits, such as the shape of the displacement mode, particularly in the case of large amplitudes. The analysis was particularly interested in the amplification of the motion at the free surface of the profile, as well as its dependence on certain parameters such as the excitation frequency, the amplitude and the confining pressure. The resonance frequency which constitutes the first parameter responsible for the damage of the infrastructures is estimated numerically and interesting results were obtained by comparing the latter with that obtained from the theory of continuous media. Furthermore, it was question of showing the influence of the degradation of the shear modulus and its influence on the soil damping ratio.

**Keywords:** Sand deposit, resonance frequency, Discrete Element Method, Shear Wave, Propagation.

## Résumé:

La propagation d'ondes dans les sols est généralement influencée dans la majorité des cas par les interactions qui se développent à l'échelle microstructurale des grains. Ces derniers sont considérés hétérogènes, leurs comportements sont gouvernés par des lois d'ordre important qui influencent grandement le comportement et les paramètres de la réponse dynamique du sol. La présente thèse traite de l'analyse de la propagation des ondes dans un profil de sable à travers une modélisation micromécanique où un modèle 2D en éléments discrets a été développé. Dans cette approche, les grains de sable sont modélisés par des disques qui interagissent entre eux par des forces de contact calculées par des modèles simples impliquant de faibles recouvrements des grains. Les simulations réalisées ont mis en évidence certains aspects du comportement vibratoire dans les dépôts non cohésifs, tels que la forme du mode de déplacement, notamment dans le cas de grandes amplitudes. L'analyse s'est particulièrement intéressée à l'amplification du mouvement à la surface libre du profil, ainsi qu'à sa dépendance à certains paramètres tels que la fréquence d'excitation, l'amplitude et la pression de confinement. La fréquence de résonance qui constitue le premier paramètre responsable des endommagements dans les infrastructures est estimée numériquement et des résultats intéressants ont été obtenus par comparaison de cette dernière avec celle obtenue à partir de la théorie des milieux continus. Aussi, était-il question de la mise en exergue de l'effet de dégradation du module de cisaillement et de son effet sur le coefficient d'amortissement du sol.

**Mots clés :** Dépôt de sable, fréquence de résonance, Méthode des éléments discrets, Onde de cisaillement, Propagation.

## Notations et liste des symboles

$\vec{\ddot{x}}_i, \vec{a}$	accélérations de translation
$\vec{\ddot{\phi}}_i$	accélérations de rotation
$\vec{F}_{ij}^{contact}$	forces de contact
$\vec{F}_n$	force de contact normale
$\vec{F}_s$	force de contact tangentielle
$\vec{M}_{ij}^{contact}$	moment engendré par rapport au centre de gravité du grain i
$\vec{M}_r$	moment résistant au roulement
$\vec{V}_n$	vecteur de vitesse normal du grain
$\vec{V}_s$	vecteur de vitesse tangentielle du grain
$\vec{v}_{rel,C}$	vitesse relative lors du contact
$\vec{\omega}_i$	rotation du grain i
$C_{ijkl}$	tenseur des paramètres physiques du matériau.
$D_{Verlet}$	distance de Verlet
$D_n$	distance de contact normale
$G_s$	densité des grains
$I_i$	moment d'inertie du grain
$J_0(x)$	fonctions de Bessel d'ordre zéro de première espèce
$Y_0(x)$	fonctions de Bessel d'ordre zéro de deuxième espèce
$\vec{g}$	gravité
$\vec{g}$	accélération de gravité
$k_{Hz}$	rigidité Hertzienne
$k_n$	raideur élastique normal du contact
$k_s$	raideur élastique tangentiel du contact
$m_e$	masse réduite
$m_i$	masse du grain i
$\vec{n}$	vecteur normal
$r_i$	rayon du grain i
$\vec{s}$	vecteur tangentiel
$t_c$	durée de contact
$t_r$	temps de réponse du matériau
$u_0$	amplitude d'excitation
$u_s$	déplacement en surface du sol
$v_s$	coefficient d'amortissement visqueux tangentiel
$\vec{x}$	vecteur position
$\varepsilon_{ij}^e$	tenseur de déformations élastique

$\varepsilon_{ij}^p$ :	tenseur de déformation plastique
$\varepsilon_{kl}$ :	tenseur de déformations
$\mu_d$ :	coefficient de frottement dynamique
$\mu_s$ :	coefficient de frottement statique
$\nu_n$ :	coefficient d'amortissement visqueux normal
$\sigma_{ij}$ :	tenseur de contraintes
$\sigma_{ij}^0$ :	tenseur de contraintes à l'état initial
$\omega_1$ :	première fréquence de résonance
$\omega_2$ :	deuxième fréquence de résonance
$\omega_3$ :	troisième fréquence de résonance
$\epsilon_n$ :	coefficient de restitution
$\Delta t$ :	le pas de temps
$\nabla$ :	nabla (un opérateur mathématique)
$h$ :	épaisseur de la couche du sol
$DAF$ :	facteur d'amplification dynamique
$E$ :	module de Young
$G$ :	module de cisaillement
$\xi$ :	Taux d'amortissement
$Gl$ :	glissement entre grain
$K$ :	module de compression
$Li$ :	liste de Verlet
$Q$ :	surcharge surfacique du profil de sol
$T$ :	période de vibration
$c$ :	la célérité d'onde
$f$ :	vecteur des forces volumiques
$u$ :	vecteur de déplacement
$u(t)$ :	fonction temporelle de déplacement en un point du profil
$u(z, t)$ :	réponse complète du déplacement
$\gamma$ :	taux de déformation par cisaillement
$\delta$ :	interpénétration entre deux grains
$\mu$ :	coefficient de friction
$\nu$ :	coefficient de Poisson
$\rho$ :	masse volumique du sol
$\omega$ :	la fréquence

## Table des Matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre 1. Problématique et revue de littérature</b> .....	4
1.1. Introduction .....	4
1.2. Revue de Littérature .....	4
1.3. Position du problème.....	9
1.4. Modélisation de la propagation d’ondes dans le sol .....	10
<b>1.4.1. Approches d’analyse Macromécanique</b> .....	11
1.4.1.1. Modèles continu du sol .....	11
1.4.1.2. Modèle Élastique .....	12
1.4.1.3. Modèle Plastique.....	15
1.4.1.4. Critères de plasticité couramment utilisés en mécanique des sols.....	17
<b>1.4.2. Approches d’analyse micromécanique</b> .....	22
1.4.2.1. Modèles basés sur la Méthode des Éléments Discrets (DEM) .....	22
1.4.2.2. Modèles avec homogénéisation des paramètres .....	23
1.4.2.3. Modèles Stochastiques des paramètres .....	23
1.5. Conclusion.....	23
<b>Chapitre 2. Propagation d’ondes dans le sol</b> .....	25
2.1. Introduction .....	25
2.2. Propagation d’ondes dans un milieu élastique et isotrope .....	27
2.3. Vibrations horizontales de cisaillement .....	28
2.4. Solutions analytiques du modèle de propagation d’onde dans une couche de sol .....	29
2.4.1. Couche de sol non chargée .....	29
2.4.2. Couche de sol avec charge en surface.....	31
2.4.3. Couche de sol pour un matériau de type Gibson .....	33
2.5. L’Amortissement hystérétique .....	35
2.5.1. Équations de base.....	36
2.5.2. Couche de sol non chargée .....	38
2.5.3. Couche de sol avec une charge au surface.....	40
2.6. Solution numérique .....	41

---

2.6.1. Solution directe par la méthode des différences finies .....	42
2.6.2. Principe de discrétisation .....	42
2.6.3. Schéma explicite .....	44
2.6.4. Application à l'équation de base .....	44
2.7. Conclusion.....	46
<b>Chapitre 3. Modélisation et simulation par la Méthode des Eléments Discrets (DEM) ..</b>	<b>48</b>
3.1. Introduction .....	48
3.2. Présentation des matériaux granulaires .....	48
3.3. Méthode aux éléments discrets pour modélisation des matériaux granulaires .....	49
3.3. Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires .....	51
3.3.1. Equations de mouvement des particules .....	51
3.3.2. Interaction entre grains .....	64
3.4. Effet de la forme des particules en DEM .....	67
3.5. Choix des paramètres micromécanique pour la modélisation.....	68
3.6. Liste des voisins .....	69
3.7. Contraintes intergranulaires moyennes .....	70
3.8. Résolution de l'équation de mouvement.....	71
3.8.1. Schéma prédicteur-correcteur de Gear .....	72
3.8.2. Algorithme simplifié " Velocity-Verlet" .....	74
3.9. Conclusion.....	75
<b>Chapitre 4. Applications et analyses.....</b>	<b>76</b>
4.1. Introduction .....	76
4.2. Détails du modèle numérique de propagation des ondes .....	76
4.3. Résultats de simulation et discussion.....	78
4.3.1. Réponse temporelle en déplacement et amplification du mouvement .....	78
4.3.2. Fréquence fondamentale du dépôt .....	80
4.3.3. Influence de la fréquence d'excitation sur la réponse du dépôt .....	83
4.3.4. Influence de l'amplitude d'excitation sur l'amplification du mouvement .....	88
4.3.5. Influence de l'épaisseur du dépôt sur la réponse dynamique .....	90
4.3.6. Influence du confinement du dépôt sur la propagation des ondes.....	93
4.3.7. Influence de la fréquence d'excitation sur les glissements intergranulaires .....	95
4.3.8. Modèle élastique linéaire amorti équivalent au model DEM .....	96
4.3.9. Modèle approché pour le facteur d'amplification dynamique.....	99
4.3.10. Analyse de la variation du module de cisaillement G.....	100

---

4.3.11. Estimation du module de cisaillement maximal $G_0$ .....	101
4.3.12. Dégradation du module de cisaillement $G$ pour le profil de sable sans confinement .....	102
4.3.13. Estimation du taux d'amortissement .....	104
4.3.14. Variation du module de cisaillement $G$ pour les profils de sable avec confinement .....	105
4.3.15. Glissement intergranulaires et amortissement $\xi$ .....	108
<b>4.4. Conclusion</b> .....	109
<b>Conclusion générale et perspectives</b> .....	111
<b>Références bibliographiques</b> .....	114

## Liste des Figures

<b>Figure 1.1.</b> Comportement élastique lineaire et reversible.....	14
<b>Figure 1.2.</b> Courbe des differents comportements d'acier (Lee, 1994). .....	17
<b>Figure 1.3.</b> Representations du critere de plasticite de von mises : (a) – dans le plan deviatorique, (b) – dans l’espace des contraintes principales (Lee, 1994).....	18
<b>Figure 1.4.</b> Representations du critere de plasticite de von mises : (a) – dans le plan deviatorique, (b) – dans l’espace des contraintes principales .....	19
<b>Figure 1.5.</b> Representations du critere de plasticite de mohr-coulomb : (a) – dans le plan deviatorique, (b) – dans l’espace des contraintes principales. ....	19
<b>Figure 1.6.</b> Representations du critere de plasticite de Drucker-Prager (a) – dans le plan deviatorique, (b) – dans l’espace des contraintes principales .....	20
<b>Figure 1.7.</b> Chemin des contraintes effectives et totales .....	21
<b>Figure 1.8.</b> Modèle de plasticite de Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) (a) – Dans le plan deviatorique, (b) – Dans l’espace des contraintes principales.....	21
<b>Figure 2.1.</b> Sol meuble sur un substratum rocheux. ....	26
<b>Figure 2.2.</b> Contrainte dans un element de sol. ....	28
<b>Figure 2.3.</b> Modes propres pour une couche de sol elastique non chargee. ....	30
<b>Figure 2.4.</b> Couche de sol avec charge en surface.....	32
<b>Figure 2.5.</b> Modes propres pour une couche de sol elastique avec un chargement.....	33
<b>Figure 2.6.</b> Modes propres pour une couche de sol de type gibson. ....	35
<b>Figure 2.7.</b> Deplacements normalises pour deux frequences d'excitation differentes.....	39
<b>Figure 2.8.</b> Facteur d’amplification dynamique à la surface libre du depot (DAF) en fonction du rapport de frequence ( $\omega/\omega_1$ ) et des rapports d'amortissement : 5 %, 10 % et 15%.....	40
<b>Figure 2.9.</b> Maillage du domaine de calcul et notations.....	43
<b>Figure 2.10.</b> Schema de calcul explicite pour la methode aux differences finies. ....	44
<b>Figure 2.11.</b> Onde de cisaillement.....	45
<b>Figure 3.1.</b> Sable d'ottawa: (a) Photo au Microscope Electronique à Balayage (MEB), (b) Agrandissement de la partie encadree (Togo et Toshihiko, 2012) .....	49
<b>Figure 3.2.</b> Composantes des forces de contact.....	52
<b>Figure 3.3.</b> Forces entre les grains avec un chargement extérieur (Santamarina, 2003).....	52
<b>Figure 3.4.</b> Description du mouvement des grains .....	52
<b>Figure 3.5.</b> Model de déformation élastique de Hertz.....	55
<b>Figure 3.6.</b> Modèle élastique Hertzien avec amortissement.....	56
<b>Figure 3.7.</b> Force normale entre les grains .....	57
<b>Figure 3.8.</b> Force normale entre les grains en fonction de la distance et la vitesse normale ..	59
<b>Figure 3.9.</b> Modèle de Coulomb pour force tangentielle. ....	60
<b>Figure 3.10.</b> Model Visco-Plastic pour force tangentielle.....	60
<b>Figure 3.11.</b> Model Viscoélastique pour force tangentielle. ....	61

<b>Figure 3.12.</b> Variation de la force tangentielle entre les grains.....	61
<b>Figure 3.13.</b> Rebondissement d'un grain.....	62
<b>Figure 3.14.</b> Coefficient de frottement entre les grains.....	63
<b>Figure 3.15.</b> Roulement et pivotement des grains.....	64
<b>Figure 3.16.</b> Modèle de résistance au roulement.....	64
<b>Figure 3.17.</b> Modèle de frottement Stick-Slip.....	65
<b>Figure 3.18.</b> Déplacement relatif entre les grains (Stick-Slip).....	66
<b>Figure 3.19.</b> Préparation d'un échantillon par pluviation avec des grains circulaire (2D).....	68
<b>Figure 3.20.</b> Choix du pas de temps.....	69
<b>Figure 3.21.</b> Liste des voisins (liste de Verlet).....	70
<b>Figure 3.22.</b> Prédiction des paramètres dynamiques d'un grain.....	72
<b>Figure 3.23.</b> Calcul des forces et d'accélération.....	73
<b>Figure 3.24.</b> Organigramme de calcul en DEM.....	75
<b>Figure 4.1.</b> Préparation de l'échantillon : (a) Pluviation des grains (b) Stabilisation de l'échantillon.....	77
<b>Figure 4.2.</b> Présentation du modèle numérique en DEM, des conditions aux limites et de la subdivision en plusieurs sous couches du dépôt de sable.....	78
<b>Figure 4.3.</b> Réponse temporelle en déplacement : (a) Au niveau du substratum rocheux (excitation), (b) Couche de base, (c) Couche intermédiaire, (d) Couche supérieure du dépôt.....	79
<b>Figure 4.4.</b> (a) Réponse temporelle en déplacement pour une oscillation en phase permanente à trois profondeurs différentes. (b) Amplitude de déplacement en fonction de la profondeur de la couche.....	80
<b>Figure 4.5.</b> (a) Présentation de la dégradation du module de cisaillement avec l'augmentation de la contrainte appliquée. (b) Courbe de dégradation du module de cisaillement en fonction du niveau de déformation (CFMS, 2023).....	81
<b>Figure 4.6.</b> (a) Réponse temporelle complète du dépôt (b) Zoom sur la réponse à différentes profondeurs pour la phase de vibration libre.....	82
<b>Figure 4.7.</b> Réponse temporelle en déplacements en phase permanente au niveau du substratum rocheux et à la surface du dépôt pour des fréquences d'excitation : (a) 10 rad/s, (b) 20 rad/s. Amplitude d'excitation $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ .....	83
<b>Figure 4.8.</b> Réponse temporelle de la couche supérieure pour les fréquences d'excitation 20, 30, 32 et 35 rad/s, l'amplitude d'excitation $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ .....	84
<b>Figure 4.9.</b> Profil de déplacement pour différentes fréquences d'excitation. L'amplitude d'excitation $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ .....	85
<b>Figure 4.10.</b> Facteur d'amplification dynamique en fonction de la fréquence d'excitation, (a) DAF obtenu à partir de la modélisation numérique, (b) Comparaison DAF entre la modélisation numérique et la solution analytique.....	86
<b>Figure 4.11.</b> Réponse temporelle de la couche supérieure pour les fréquences d'excitation 32 et 35 rad/s, l'amplitude d'excitation $u_0 = 4 \times 10^{-6}m$ .....	87

<b>Figure 4.12.</b> Facteur d'amplification dynamique en fonction de la fréquence d'excitation, (a) DAF obtenu à partir de la modélisation numérique, (b) Comparaison DAF entre la modélisation numérique et la solution analytique.....	88
<b>Figure 4.13.</b> Evolution du DAF de la couche supérieure du dépôt de sable en fonction de l'amplitude d'excitation. Fréquence d'excitation $\omega = 25 \text{ rad/s}$ . ....	89
<b>Figure 4.14.</b> (a) Niveau moyen de déformation en cisaillement par rapport à l'amplitude d'excitation, (b) DAF par rapport au niveau de déformation en cisaillement implique par les différentes amplitudes d'excitation.....	90
<b>Figure 4.15.</b> Facteur d'amplification dynamique en fonction de l'épaisseur du dépôt .....	91
<b>Figure 4.16.</b> Variation du facteur d'amplification dynamique au niveau de la couche supérieure en fonction de l'épaisseur du dépôt H : (a)– H=0,53 m; (b)– H=0,64 m; (c)– H=0,74 m; (d)– H=1,00 m. ....	92
<b>Figure 4.17.</b> Modèle DEM avec introduction d'une chaîne de force.....	93
<b>Figure 4.18.</b> Effet de la pression de confinement à partir de la surface du dépôt sur l'évolution du déplacement. ....	93
<b>Figure 4.19.</b> Variation du facteur d'amplification dynamique (DAF) au niveau de la couche supérieure en fonction de la pression de confinement. ....	94
<b>Figure 4.20.</b> Partie de la réponse en phase permanente de la réponse temporelle en déplacement au niveau de la couche supérieure avec des pressions de confinement de 0 et 10 000 Pa : a – fréquence d'excitation 20 rad/s ; b – fréquence d'excitation 30 rad/s. ....	95
<b>Figure 4.21.</b> Glissement global : a- Réponse temporelle pour différentes fréquences d'excitation ; b- Variation du glissement global moyen en fonction de la fréquence d'excitation. ....	96
<b>Figure 4.22.</b> Déplacements au niveau de la couche intermédiaire pour le modèle DEM et la solution analytique. ....	98
<b>Figure 4.23.</b> Test de la première bissectrice de corrélation entre simulations DEM et modèle approché.....	99
<b>Figure 4.24.</b> Présentation du modèle numérique en DEM, pour calcul de la dégradation de G, du glissement et d'amortissement.....	100
<b>Figure 4.25.</b> Courbes d'hystérésis pour l'estimation de la contrainte tangentielle maximale $G_0$ (profil sans confinement).....	101
<b>Figure 4.26.</b> Réponse dynamique du profil sans pression de confinement pour les amplitudes $u_0 = 8 \times 10^{-5} \text{ m}$ , $6 \times 10^{-4} \text{ m}$ , $10^{-3} \text{ m}$ et $u_0 = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$ .....	103
<b>Figure 4.27.</b> Courbe de dégradation du module de cisaillement $G/G_0$ .....	104
<b>Figure 4.28.</b> Courbe de variation du taux d'amortissement $\xi$ .....	105
<b>Figure 4.29.</b> Historique des déplacements pour profil de sable avec confinement de 10 kPa, 15 kPa et 30 kPa.....	107
<b>Figure 4.30.</b> Evolution du glissement intergranulaire en fonction de la déformation.....	108
<b>Figure 4.31.</b> Evolution de l'amortissement en fonction du glissement intergranulaire. ....	109

## Liste des Tableaux

<b>Tableau 1.1.</b> Module d'élasticité selon la nature du sol. ....	14
<b>Tableau 1.2.</b> Coefficient de poisson selon la nature du sol.....	14
<b>Tableau 2.1.</b> Typologie des schémas numériques.....	44
<b>Tableau 3.1.</b> Les coefficients de correction proposés de gear.....	73
<b>Tableau 4.1.</b> Paramètres du modèle numérique (Luding, 2008).....	77
<b>Tableau 4.2.</b> Paramètres du modèle approché.....	99
<b>Tableau 4.3.</b> Valeurs du module $G_0$ pour profils sans et avec confinement (P=10 kPa, 15 kPa et 30 kPa) .....	102

## **Introduction générale**

Les matériaux granulaires, fréquemment utilisés dans la vie de tous les jours tels que les sables, les graviers, les poudres, et d'autres particules solides, jouent un rôle primordial dans divers domaines de l'ingénierie, de la géotechnique et des sciences et technologie des matériaux. Leur comportement, bien que largement étudié, reste complexe en raison de leur nature différente et de la variété de leurs propriétés physiques et mécaniques. Les matériaux granulaires sont constitués de particules discrètes avec des interactions microscopiques qui influent de manière notable les propriétés macroscopiques des matériaux, notamment leur résistance, leur compacité, leur perméabilité et leur réactivité sous contrainte.

L'étude des matériaux granulaires revêt une importance particulière dans des applications pratiques, citons à ce juste titre, la réalisation des fondations, la conception d'infrastructures parasismique et les digues en terre. Leur comportement dynamique, en particulier la propagation des ondes telluriques à travers ces milieux, est déterminant pour évaluer les risques et concevoir des solutions adaptées. À l'échelle macroscopique, des modèles simplifiés sont souvent d'usage pour décrire la réponse des matériaux granulaires, néanmoins ces modèles ne rendent pas toujours compte de la complexité des interactions microscopiques. C'est la raison pour laquelle des approches de modélisation avancées, telles que la méthode des éléments discrets (DEM), sont devenues des outils indispensables pour comprendre et simuler ces phénomènes à une échelle plus raffinée, permettant ainsi une étude plus poussée et des simulations plus fidèles du comportement réel du milieu (Turkia, 2020).

La méthode des éléments discrets (DEM), introduite pour la première fois par Cundall en 1971, puise sa philosophie des principes de la dynamique moléculaire et a été initialement appliquée à l'analyse de problèmes liés à la mécanique des roches. Cette méthode fait appel au principe fondamental consistant à subdiviser le milieu, objet d'étude, en un ensemble fini de particules, chacune ayant la liberté de se déplacer de manière relativement indépendante. Le calcul via cette méthode s'appuie sur la deuxième loi de Newton, en prenant en compte les interactions entre les particules. À partir de ces interactions, des méthodes de relaxation dynamique ou statique sont utilisées pour effectuer des itérations successives, permettant de résoudre les équations de mouvement et déterminer les réponses en termes de force, déplacement, vitesse et accélération agissant sur chaque particule et à chaque laps de temps. Ce processus itératif permet de suivre l'évolution temporelle des particules, en actualisant en continu leurs positions et en établissant ainsi la réponse globale du système étudié. Connaissant les mouvements microscopiques de chaque grain, la DEM permet d'obtenir ainsi la réponse du milieu à l'échelle macroscopique. Cette approche offre une capacité appréciable à modéliser le comportement mécanique des milieux granulaires ou discontinus à partir du suivi des interactions locales et leur influence sur le comportement global, ce qui en fait un outil puissant pour l'analyse de phénomènes complexes en géotechnique, en mécanique des matériaux et en géomécanique.

L'étude de la propagation des ondes sismiques dans le sol à l'échelle macromécanique revêt une importance capitale, vue qu'elle permet de comprendre le mécanisme influençant le comportement des sols soumis à des sollicitations dynamiques, telles que les séismes. Dans les approches macroscopiques traditionnelles classiques, l'échelle d'analyse explore les interactions globales du milieu composant le sol, offrant une perspective relativement précise des phénomènes observés. À l'échelle micromécanique, la propagation des ondes sismiques devient cependant beaucoup plus complexe et dépend des interactions directes entre les particules individuelles qui composent le sol. Ce dernier, notamment les sols de nature granulaire, sont constitués de grains de taille et de forme variées qui s'organisent selon une structure hétérogène et anisotrope. Les particules présentent des comportements variés selon leurs propriétés physiques (telles que la taille, la forme, la rigidité et la rugosité) et les caractéristiques des contacts entre elles, telles que les forces de contact et celles de frottement intergranulaire (Cundall et Strack, 1979).

L'étude de la propagation des ondes à l'échelle micromécanique par biais de la DEM permet de mieux saisir des phénomènes complexes tels que l'amplification et l'atténuation des ondes sismiques à travers et à la surface du sol. Ces phénomènes jouent un rôle crucial dans la façon dont les tremblements de terre affectent les superstructures et les interactions avec leurs fondations.

### • **Objectifs et Structure de la thèse**

Cette étude a pour objectif principal d'analyser la propagation des ondes verticales de cisaillement dans un profil de sable à travers une modélisation micromécanique intégrant de manière explicite les glissements intergranulaires au cours de la déformation. Ce type de problématique, relevant de la propagation d'ondes dans le sol, a traditionnellement été étudié à l'aide de modèles continus basés sur des lois de comportement simplifiées. Pour répondre à cet objectif, un modèle bidimensionnel (2D) utilisant la Méthode des Eléments Discrets (DEM) a été développé. Ce modèle permet de déterminer les fréquences propres du profil à partir de l'analyse des vibrations libres à faible amplitude, tout en expliquant les écarts observés entre les prédictions théoriques issues des modèles classiques et celles obtenues par la DEM.

L'étude explore dans la même lignée l'impact de la hauteur du dépôt et de la contrainte de confinement sur la fréquence de résonance et le facteur d'amplification dynamique au niveau de la surface libre. Les résultats doivent suggérer que la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du dépôt, tandis que le facteur d'amplification dynamique tend à croître avec cette même épaisseur. En parallèle à ceci, une augmentation de la contrainte de confinement accroîtrait la rigidité du dépôt, ce qui réduirait l'amplification dynamique. Ces prévisions peuvent être avancées sur la base des connaissances théoriques classique établies, selon lesquelles les profils rigides, tels que les formations rocheuses, n'amplifient pas les mouvements sismiques. Dans le même contexte, une investigation approfondie a été menée pour comprendre les aspects liés à la dégradation du module de cisaillement et sa relation avec le taux d'amortissement dans les matériaux granulaires. Ces résultats auxquels le DEM devrait mettre en lumière de manière plus rigoureuse mettent en lumière l'importance de la rigidité et

des caractéristiques géométriques des dépôts sur leur réponse dynamique aux sollicitations sismiques.

Pour mener à bien la présente investigation de recherche et atteindre les objectifs fixés, la présente thèse est structurée en quatre (04) principaux chapitres, détaillés comme suit :

**Chapitre premier** : Ce chapitre présente les deux aspects ; micromécanique et macromécanique utilisés pour la modélisation de la propagation d'ondes dans le sol ainsi qu'une étude bibliographique détaillée des travaux de recherches, anciens et récents qui traitent des problématiques similaires telles que l'utilisation de la DEM dans la modélisation des matériaux granulaire.

**Chapitre deuxième** : Ce chapitre porte sur l'étude de la théorie de propagation des ondes dans le sol, avec une étude détaillée des différentes solutions analytiques disponibles dans la littérature en commençant par le cas le plus simple d'une couche de sol élastique jusqu'au cas d'une couche de sol avec amortissement hystérétique. Les avantages et les inconvénients de chaque modèle y sont également présentés avec l'emphase de la nécessité de recourir à une modélisation micromécanique pour une meilleure appréhension du phénomène de propagation.

**Chapitre troisième** : Ici, une présentation approfondie de l'utilisation de la Méthode des Éléments Discrets (DEM) dans la simulation des matériaux granulaires y est consacrée. Une description détaillée des différentes lois d'interaction à l'échelle micromécanique y est incluse, accompagnée d'un examen des modèles théoriques disponibles dans la littérature. Une attention particulière a été accordée au modèle spécifique adopté dans le cadre de ce travail de recherche, en soulignant ses caractéristiques et sa pertinence pour l'étude menée.

**Chapitre quatrième** : Deux parties principales y sont présentée. La première est consacrée à la présentation du modèle DEM développé ainsi qu'à la description des paramètres utilisés dans les simulations. La seconde quant à elle détaille la méthode adoptée pour estimer la fréquence propre d'un dépôt de sol à partir de vibrations libres à faible amplitude. L'analyse s'est particulièrement intéressée à l'amplification du mouvement à la surface libre du dépôt, sa dépendance à certains paramètres tels que la fréquence et l'amplitude d'excitation ainsi que l'effet de confinement du dépôt. Le chapitre se termine par une analyse approfondie de l'estimation du module de cisaillement maximal  $G_0$  dans diverses situations, suivie de l'examen de la dégradation de ce module, de l'estimation du taux d'amortissement ainsi que de sa relation avec les glissements intergranulaires.

Enfin, la thèse se termine par un résumé des principaux résultats obtenus, accompagné de perspectives et de recommandations pour les travaux de recherche futurs.

## Chapitre 1. Problématique et revue de littérature

### 1.1. Introduction

La propagation des ondes sismiques est un phénomène d'une grande complexité, central à la compréhension des tremblements de terre et des processus géophysiques qui en résultent. Traditionnellement, les modèles de propagation des ondes se sont appuyés sur une approche macroscopique, traitant les matériaux comme des milieux homogènes et continus. Or, ces modèles simplifiés ne rendent pas compte de manière exhaustive des comportements locaux et des interactions complexes au sein des matériaux, en particulier dans les sols granulaires. Cette simplification peut ainsi négliger des effets importants à l'échelle microscopique, qui influencent pourtant de manière significative la dynamique globale des ondes sismiques et leur propagation à travers des couches de sol hétérogènes et complexes (Kramer et Stewart, 2024).

La propagation des ondes sismiques à l'échelle micromécanique représente une approche innovante, offrant une analyse des interactions à une échelle beaucoup plus fine que celle des méthodes traditionnelles. Cette méthode se focalise sur la manière dont les ondes sismiques induit des perturbations des particules individuelles et les interactions au sein du matériau granulaire. En explorant ces interactions à l'échelle micromécanique, elle permet de mieux comprendre comment les caractéristiques locales, telles que les contacts entre grains de sol et les variations internes de structure, influe sur la propagation des ondes sismiques. Cette perspective détaillée révèle des effets subtils qui modifient la réponse des matériaux, améliorant ainsi la précision des modèles de propagation des ondes.

### 1.2. Revue de Littérature

La propagation des ondes sismiques depuis le substratum rocheux jusqu'à la surface libre du sol est intrinsèquement liée aux caractéristiques des couches de sol qu'elles traversent. La rigidité et l'amortissement de ces couches jouent un rôle crucial dans la transmission et l'atténuation du mouvement sismique. Dans le cas des sols granulaires, ces deux propriétés ne sont pas des constantes intrinsèques, mais varient en fonction des conditions de sollicitation, telles que l'amplitude et la fréquence des ondes sismiques, ainsi que des paramètres spécifiques à l'état du sol lui-même, à l'image du degré de confinement et de la densité relative du matériau.

Les approches classiques servant à l'analyse de la propagation du mouvement sismique et leur amplification entre le substratum rocheux et la surface se basent principalement sur la mécanique des milieux continus, qui stipule une homogénéité et une continuité des matériaux. Ces méthodes apparaissent comme efficaces pour les sols cohérents, où les déformations et les réponses dynamiques peuvent être modélisées de manière continue. Seulement, cette hypothèse

de continuité est moins applicable aux sols granulaires, caractérisés par une texture discontinue due à l'agencement des particules individuelles.

À l'échelle macromécanique, la propagation des ondes a été étudiée de manière approfondie dans les travaux de Seed (Seed, 1970). Ses recherches ont conduit à des recommandations d'importance capitale quant aux valeurs appropriées du module de cisaillement ( $G$ ) et du facteur d'amortissement ( $\xi$ ) pour différentes conditions du sol, et ceci afin de faciliter les analyses de réponse dynamique. L'auteur y compile des données expérimentales provenant d'essais en laboratoire et sur le terrain, permettant de dresser des courbes décrivant la variation du module de cisaillement et du facteur d'amortissement en fonction de la déformation en cisaillement des sols. Les résultats montrèrent que le module de cisaillement est inversement proportionnel à la déformation, alors que le facteur d'amortissement y est proportionnel. Cette dépendance est influencée par divers facteurs, tels que la densité du sol, la contrainte de confinement, et la nature du sol (argileux, sablonneux, etc.). Les travaux mettent en exergue également l'importance de l'incorporation des effets de non-linéarité dans les analyses dynamiques en raison des propriétés dynamiques du sol (module de cisaillement et amortissement) lesquels évoluent en fonction de l'amplitude des sollicitations. En somme, les travaux de Seed aboutirent à la proposition de courbes-types pour différents types de sols. Ces courbes sont devenues des références et un classique répandu dans le domaine de l'ingénierie sismique, offrant ainsi un outil précieux pour l'estimation de la réponse des sols face aux sollicitations induites par les séismes et les sollicitations dynamiques. Les premières analyses de la réponse sismique des sols ont ainsi commencé avec le développement du programme SHAKE par Schnabel (Schnabel, 1972). Ce programme était conçu pour analyser la réponse sismique des sites avec des couches de sol horizontales. Le programme utilise une approche en domaine fréquentiel pour modéliser la propagation des ondes sismiques à travers les couches, en tenant compte des paramètres comme le module de cisaillement, le facteur d'amortissement, et la densité. SHAKE permet aux ingénieurs de mieux prévoir la réponse des sols aux sollicitations sismiques, devenant ainsi un outil standard dans l'ingénierie sismique pour l'évaluation des effets de site et la conception des structures. Par la suite, des recherches ont été conduites pour simuler la réponse sismique des sols inélastiques. Kausel et Assimaki (Kausel et Assimaki, 2002) ont proposé un modèle qui prend en compte la dépendance en fréquence du module de cisaillement ( $G$ ) et du facteur d'amortissement ( $\xi$ ), ce qui permet de mieux représenter la complexité du comportement non-linéaire des sols sous des conditions sismiques.

A l'échelle micromécanique, et dans l'objectif de mieux analyser la propagation d'onde dans les sols, la méthode des éléments discrets (DEM) se présente comme une approche plus appropriée pour modéliser la réponse des sols granulaires aux sollicitations sismiques. Cette modélisation à l'échelle granulaire détaillée permet ainsi d'affiner davantage les prévisions sur la transmission du mouvement sismique et de mieux évaluer les risques associés aux phénomènes d'amplification des ondes en surface.

Les travaux pionniers invoquant la méthode des éléments discrets (DEM) pour modéliser le comportement des milieux granulaires ont été réalisés par Cundall et Strack, en 1979 (Cundall et Strack, 1979). Dans cette recherche fondamentale, ils ont jeté les bases de cette méthode qui

s'est, depuis, imposée comme un outil incontournable pour étudier la propagation des ondes dans les milieux granulaires et comprendre leurs mécanismes complexes à l'échelle microscopique.

Dans le cadre de cette approche de modélisation, la propagation des ondes transitoires dans les matériaux granulaires a été analysée à l'aide d'un modèle basé sur la méthode des éléments discrets par Sadd et al (Sadd, Adhikari et Cardoso, 2000). Trois cas spécifiques ont été étudiés : les matériaux secs sans cohésion, les milieux particuliers cimentés élastiques et les matériaux granulaires saturés en fluide. Les résultats ont montré que la vitesse des ondes est intimement liée à la rigidité des contacts intergranulaires ainsi qu'à la distribution des vecteurs branches dans la direction de propagation. Par ailleurs, l'étude révèle que l'atténuation de l'amplitude des ondes est significativement influencée par le nombre de vecteurs branches alignés dans la direction de propagation. Ces observations mettent en avant l'importance des propriétés microstructurales dans le contrôle de la dynamique des ondes dans les milieux granulaires. L'influence des chaînes de force sur la diffusion et l'atténuation des ondes dans les matériaux granulaires a également été étudiée par Peters et al (Peters, Muthuswamy, Wibowo et al, 2005), l'étude révèle que les chaînes de force jouent un rôle primordial dans le comportement mécanique des matériaux granulaires, en particulier dans la manière dont ces matériaux répondent aux sollicitations dynamiques. Les auteurs montrent, entre autres, que ces chaînes, caractérisées par leur hétérogénéité et une forte anisotropie, ne sont pas réparties d'une manière uniformément mais plutôt orientées selon des directions préférentielles, influencées par l'orientation de la force appliquée. Les résultats indiquent aussi que la structure des chaînes de force peut être décrite à l'aide de paramètres clés, tels que leur longueur, la distribution des forces qu'elles supportent et leur stabilité face à des charges croissantes. Ces caractéristiques ont un rôle de premier plan dans la compréhension du comportement global des matériaux granulaires, notamment en ce qui concerne leur résistance, leur déformation, et la manière dont les ondes se propagent. Dans le cadre d'une étude sur les instabilités des chaînes de force, Campbell (Campbell, 2003) a traité l'effet déstabilisateur de la propagation des ondes par l'usage de la modélisation par éléments discrets. Dans cette étude, une analyse des conditions conduisant à l'effondrement ou à la rupture de ces chaînes de force est effectuée. Cette recherche met en évidence le fait que la stabilité des chaînes de force est fortement dominée par les forces extérieures appliquées ainsi que par les propriétés locales des particules, telles que la forme, la taille et les frottement intergranulaires. L'étude propose un cadre purement théorique pour répondre à la question : comment de petites perturbations peuvent déstabiliser ces chaînes de force, entraînant ainsi des déformations ou des écoulements au sein du matériau granulaire ? En somme, elle souligne l'importance de la compréhension de la stabilité des chaînes de force dans la prédiction et le contrôle du comportement des matériaux granulaires sous diverses charges avec des implications significatives pour des domaines tels que la mécanique des sols, l'ingénierie des matériaux et la physique des systèmes granulaires.

Dans une étude approfondie dédiée à l'analyse de l'influence de la forme des particules sur la propagation des ondes dans des milieux granulaires, Tang et Yang (Tang et Yang, 2021) ont introduit un modèle granulaire innovant capable de traiter un grand nombre de particules non sphériques, disposées de manière aléatoire. L'étude a montré que l'augmentation du rapport

d'aspect des particules (passant de sphériques à ellipsoïdales) entraîne une augmentation significative de la vitesse des ondes élastiques, tant pour les ondes de compression que pour les ondes de cisaillement. L'étude révèle que pour des particules non sphériques ayant un rapport d'aspect constant, une augmentation du caractère anguleux des particules tend à réduire modérément la vitesse des ondes. Les assemblages de particules à fort rapport d'aspect sont ainsi associés à une plus large gamme de fréquences transmises, tandis que les assemblages de particules plus anguleuses tendent à favoriser la transmittance des fréquences plus élevées. Dans le même contexte, Hu et al. (Hu, Wu, Gu et al, 2023) ont conduit une étude détaillée par biais de la méthode des éléments discrets (DEM) pour analyser l'influence de la forme des particules sur les propriétés dynamiques des sols granulaires. Cette étude se concentre sur la simulation d'essais triaxiaux cycliques dans des configurations non drainées, menés sous différentes conditions de confinement initial et à divers taux de vide. Ces essais ont permis d'explorer l'influence de la forme des grains sur les caractéristiques mécaniques du sol sous des sollicitations dynamiques. Les résultats de ces travaux ont mis en avant le fait que les échantillons composés de particules anguleuses présentent généralement un module de cisaillement sécant ( $G$ ) plus élevé que ceux constitués de particules arrondies, indiquant ainsi une rigidité initiale supérieure pour les sols formés de particules anguleuses. Cette différence s'explique par de meilleures interconnexions entre les particules anguleuses et une plus grande résistance au glissement, renforçant ainsi la résistance globale du matériau à la déformation. Par ailleurs, bien que la forme des particules n'ait eu d'un impact majeur sur le rapport  $G/G_0$  (où  $G_0$  représente le module de cisaillement à petite déformation), elle a un effet significatif sur le taux d'amortissement ( $D$ ) à des niveaux de déformation plus élevés. Cet impact est principalement dû à la dilatance, c'est-à-dire l'augmentation du volume des sols granulaires sous cisaillement, qui est plus prononcée pour les particules anguleuses, conduisant à un amortissement plus élevé. Pour approfondir l'analyse, un nombre de coordination pondéré ( $CN'$ ) a été introduit dans le cadre de cette étude afin de quantifier l'effet microscopique de la forme des particules sur le module de cisaillement à petite déformation ( $G_0$ ). Ce paramètre permet de relier les interactions entre particules à l'échelle microscopique avec la réponse mécanique macroscopique du matériau. Le glissement au niveau des contacts entre particules a été identifié comme la principale cause de la dégradation du module de cisaillement et de l'augmentation du taux d'amortissement au fur et à mesure que la contrainte de cisaillement augmente. Le rapport ( $G_{tang}/G_0$ ), où  $G_{tang}$  représentant le module de cisaillement tangentiel, a montré une corrélation négative avec le rapport de glissement de contact pondéré ( $f'_s$ ), suggérant que plus le glissement aux contacts est important, plus la dégradation de la rigidité est prononcée.

Zamani et El Shamy (Zamani et El Shamy, 2011) ont mené une étude de la propagation verticale des ondes de cisaillement dans un profil granulaire à travers une modélisation par DEM. Dans cette analyse, trois types de dépôts de sol ont été simulés, chacun présentant des porosités distinctes, afin d'évaluer l'impact de ces variations sur la propagation des ondes. Différentes conditions aux limites du profil ont été considérées dans cette étude, à savoir, une base rigide représentant un substrat rocheux, des frontières périodiques modélisant un milieu infini, et une surface libre permettant le déplacement. L'analyse est effectuée dans le domaine temporel tout

en tenant compte des effets du comportement non-linéaire du sol. Une étude de l'évolution du module de cisaillement et du taux d'amortissement pour les basses fréquences a été effectuée par ailleurs. Les propriétés issues des simulations DEM ont été utilisées pour calculer la réponse du profil supposée comme un milieu continu avec un comportement viscoélastique linéaire en utilisant le logiciel SHAKE. Les résultats obtenus ont été ensuite comparés à ceux de la modélisation DEM.

Ning et Evans (Ning et Evans, 2013) ont présenté une étude approfondie de la propagation des ondes de cisaillement dans un milieu granulaire à l'aide de la méthode des éléments discrets (DEM). Dans cette étude, les particules sont modélisées sous forme de cylindres et soumises à des ondes de cisaillement générées à une extrémité du cylindre dont les grains sont regroupés. Les vitesses de propagation des ondes ont été évaluées tout au long du modèle numérique. Cette approche permet d'examiner en détail l'impact de la fréquence d'excitation, de la taille des grains ainsi que la contrainte de confinement sur la vitesse de propagation des ondes de cisaillement. Les résultats des simulations mettent en évidence les variations des vecteurs de célérité des particules sous différentes conditions expérimentales. Ces observations permettent d'obtenir des informations essentielles sur l'impact des interactions microscopiques sur les propriétés dynamiques macroscopiques, contribuant ainsi à une compréhension approfondie des mécanismes de propagation des ondes dans les sols granulaires. Dans le même contexte de propagation des ondes, Ning et al (Ning, Khoubani et Evans, 2015), après avoir développé une méthode adaptée pour mesurer la vitesse des ondes dans un modèle d'éléments discrets, ont analysé l'impact de la taille des particules et des propriétés élastiques sur la vitesse de propagation des ondes. Les résultats ont démontré que la vitesse de propagation des ondes de cisaillement peut être mesurée de manière fiable pour des échantillons modélisés en DEM. La possibilité de mesurer la vitesse de propagation des ondes de cisaillement à l'aide de simulations DEM offre un nouvel outil efficace du point de vue pratique.

O'Donovan et al. (O'Donovan, Ibraim, O'sullivan et al, 2016) Ont mené une étude expérimentale sur un modèle de sol dans une cellule cubique, ils ont ensuite comparé les résultats avec des simulations en éléments discrets (DEM) et une modélisation en modèle continu. Dans leur étude, ils ont utilisé des émetteurs et des récepteurs à source ponctuelle afin d'évaluer les vitesses des ondes de cisaillement et de compression dans les échantillons, à partir desquelles les modules élastiques et de cisaillement peuvent être déduits. En conséquence, une concordance satisfaisante entre les observations expérimentales et les simulations DEM est constatée. Les analyses ont été effectuées en domaine fréquentiel, prenant en compte le filtrage des composantes de haute fréquence. La résonance de l'échantillon ainsi que le rapport entre les signaux d'entrée et les signaux reçus ont fourni des informations remarquables sur la réponse dynamique du système. Ces analyses, combinées aux solutions analytiques issues de la théorie des milieux continus, ont démontré que seules certaines fréquences de résonance du système ont été efficacement excitées. De plus, les résultats issus des simulations DEM ont permis de dégager une étude de la dissipation d'énergie lors de la propagation des ondes, révélant une atténuation progressive des composantes de haute fréquence à mesure que l'on s'éloigne du point d'excitation. Récemment, Arran et ses collaborateurs (Arran, Mangeney, De Rosny et al, 2024) ont modélisés le flux des particules sphériques sur une base rugueuse inclinée. Par

comparaison aux mesures expérimentales établies sur modèles physiques traitant des ondes sismiques émises par les flux des grains (Arran, Mangeney, De Rosny et al, 2021) et (Bachelet, Mangeney, Toussaint et al, 2023), ils ont mis en évidence l'effet des vitesses de particules situées à la base, dont la mesure est difficile d'accès expérimentalement, sur les propriétés du flux.

Afin de mieux comprendre comment la charge dynamique affecte l'évolution de la microstructure et le comportement de l'ensemble granulaire, Fu et al (Fu, Zhou, Zheng et al, 2023) ont proposé un critère pour reconnaître le chemin de propagation majeur de la charge dynamique dans les matériaux granulaires 2D, appelé « chaîne de force dynamique ». Cette analyse a montré que la distribution spatiale des chaînes de force dynamique dans l'indentation des matériaux granulaires fournit une mesure directe de la diffusion de la charge dynamique. Il est démontré que l'évolution statistique des chaînes de force dynamique a une forte corrélation avec les comportements d'indentation. Par ailleurs, la modélisation par éléments discrets de la propagation des ondes dans les matériaux granulaires saturés a également suscité un intérêt, notamment dans le cadre de l'étude du phénomène de liquéfaction du sable sous vibrations sismiques par Nakase et al (Nakase, Tomoyoshi et Hiroyuki, 1999). Une analyse de liquéfaction, avec supposition que ce phénomène provient de la propagation verticale des ondes de cisaillement a été faite par Jiang et al (Jiang, Kamura et Kazama, 2022). Dans leur étude, les caractéristiques de liquéfaction des matériaux granulaires consolidés dans des conditions de déformation d'onde de Rayleigh, des conditions de déformation idéales sous l'hypothèse d'un volume constant, ont été étudiées par la méthode des éléments discrets tridimensionnels (3D DEM). Les résultats indiquent que les conditions de déformation d'onde de Rayleigh combinent des modes de cisaillement purs et simples. Lorsque le rapport entre l'amplitude de la déformation de cisaillement et l'amplitude de la déformation normale augmente, les matériaux granulaires ont tendance à avoir une vitesse de liquéfaction plus lente et une résistance à la liquéfaction plus élevée. La dégradation de la structure du squelette et l'évolution de l'anisotropie structurale accélèrent la liquéfaction des matériaux granulaires. De plus, dans des situations de déformation équivalente similaire accumulée par cycle, la condition de déformation des ondes de Rayleigh avec une faible valeur de l'amplitude de déformation normale rendra les matériaux granulaires plus enclin à la liquéfaction par rapport aux conditions de déformation des ondes de Love et SH.

### 1.3. Position du problème

Lors de l'excitation et la propagation d'une onde à travers une couche de sol, à l'échelle micromécanique, les grains subissent des forces principalement orientées dans la direction de la sollicitation appliquée. Ces forces augmentent proportionnellement en intensité avec l'accroissement des excitations, pouvant entraîner la déstabilisation de cette couche et provoquer des changements dans les paramètres mécaniques du sol. Cette déstabilisation peut également se traduire par une redistribution des forces de contact entre les grains, modifiant ainsi le comportement mécanique global du matériau. La simulation numérique micromécanique se révèle être un outil précieux pour affûter la compréhension de ces

phénomènes, permettant de visualiser l'évolution du comportement des grains sous diverses sollicitations. La méthode des éléments discrets (DEM) s'avère particulièrement appropriée dans ce contexte. En raison de la nature particulière du sol — notamment pour les matériaux granulaires tels que le sable — la DEM permet de modéliser leur comportement mécanique en prenant en compte à la fois les forces externes appliquées aux grains et les interactions intergranulaires, incluant les forces de contact et les effets de frottement. Les simulations par DEM permettent de répondre à des questions clés concernant la dynamique vibratoire des dépôts granulaires en matière d'estimation des fréquences propres, d'analyser la forme du profil de déplacement vertical, notamment dans les situations où de grands déplacements ont lieu. En outre, cette méthode apporte des éclaircissements sur le mécanisme d'amplification des mouvements sismiques depuis la source d'excitation jusqu'à la surface libre du dépôt et sur sa dépendance aux paramètres d'excitation tels que la fréquence et l'amplitude. Elle fournit par ailleurs des informations sur l'effet du confinement du dépôt sur sa réponse dynamique.

Malgré les nombreux travaux portant sur la propagation des ondes à l'aide de la méthode des éléments discrets (DEM), plusieurs questions demeurent encore non élucidées et nécessitent des investigations plus approfondies. L'objectif principal de ce travail de thèse est d'apporter des éléments de réponse et contribuer à une meilleure compréhension du comportement macroscopique du sol en analysant les phénomènes qui se produisent à l'échelle microscopique. Cela permet de développer des relations constitutives macroscopiques plus robustes, capables de capturer de manière précise les effets d'interaction granulaire sur le comportement global du matériau sous sollicitation harmonique.

#### **1.4. Modélisation de la propagation d'ondes dans le sol**

La modélisation de la propagation des ondes dans le sol joue un rôle capital dans l'art de l'ingénierie civile, spécialement en géomécanique et en génie sismique. Elle permet, entre autres, une appréhension approfondie de la manière dont les sols, en tant que matériaux complexes avec des propriétés mécaniques variables, réagissent sous l'effet de charges dynamiques telles que les ondes sismiques. Une fine modélisation est alors indispensable pour prédire ces comportements, aspect nécessaire à la conception des infrastructures solides et pérennes. En génie parasismique, l'objectif principal est de concevoir des structures capables de résister aux secousses telluriques. La propagation des ondes sismiques à travers le sol détermine les forces auxquelles les bâtiments et infrastructures seront soumises lors d'un événement sismique extrême. Modéliser ces ondes permet ainsi d'évaluer l'impact potentiel des séismes sur ces structures, d'identifier les points les plus vulnérables et de concevoir des solutions optimisées pour minimiser les défaillances et avaries.

Les ondes sismiques, lors de leur propagation le long du profil du sol, interagissent de manière plus ou moins complexe avec les différentes couches constitutives de ce sol, ce qui entraîne des modifications de leurs vitesses et de leurs amplitudes. Ces interactions déterminent directement les modes de propagation des ondes et, par voie de conséquence, l'impact qu'elles peuvent en avoir sur les infrastructures, qu'elles soient situées en surface ou en profondeur. Une connaissance approfondie et précise de ces phénomènes est essentielle pour prédire les effets

sismiques sur les constructions et garantir leur sécurité face aux événements sismiques (Wood, 2017).

Il est bien connu que le sol est un matériau intrinsèquement hétérogène et complexe dont les caractéristiques varient considérablement en fonction de sa composition minéralogique, de sa granulométrie, de sa porosité et des conditions de liaison à l'échelle des particules. Ces variations se traduisent par des différences notables dans ses propriétés mécaniques et sur sa réponse vis-à-vis d'un chargement statique ou dynamique. En raison de cette complexité et des phénomènes dynamiques, tels que les charges sismiques et les variations de contraintes auxquelles le sol est soumis, il est nécessaire d'adopter des approches à différentes échelles pour modéliser et comprendre ses comportements. Ces approches englobent, d'un côté, les méthodes macromécaniques qui considèrent le sol comme un milieu continu et analysent les réponses globales sous des sollicitations externes, et de l'autre, les méthodes micromécaniques qui se concentrent sur les interactions à l'échelle des grains individuels et permettent d'explorer les mécanismes internes origine des phénomènes observés à l'échelle macroscopique.

#### **1.4.1. Approches d'analyse Macromécanique**

Les approches macromécaniques prennent pour modèle de sol un milieu continu, homogène ou présentant des hétérogénéités à grande échelle. Ces méthodes simplifient la complexité inhérente des sols en utilisant des modèles mathématiques globaux qui considèrent le matériau de façon uniforme ou avec des variations généralisées. S'appuyant sur la mécanique des milieux continus, elles recourent à des équations différentielles pour décrire la réponse du sol face à différentes charges statiques, dynamiques ou contraintes. Cette approche est particulièrement utile dans les projets d'infrastructure de grande envergure (barrages, ponts, tunnels), en permettant de simuler les interactions complexes entre le sol et les structures de manière macroscopique, elle permet d'estimer les phénomènes à grande échelle, tels que la propagation des ondes sismiques, le tassement des fondations, et les déformations globales.

Cependant, ces approches ont l'inconvénient de ne pas tenir compte des interactions locales à l'échelle intergranulaires, source de plusieurs phénomènes complexes qui peuvent se produire et constatés à grande échelle. Pour comprendre ces effets locaux, une modélisation micromécanique plus détaillée est nécessaire. Ainsi, les approches macromécaniques sont principalement utilisées dans les études d'avant-projet, notamment pour modéliser la propagation d'ondes sismiques à grande échelle, analyser la stabilité des pentes et estimer les tassements sous charges cycliques. Ces méthodes permettent d'obtenir une vision globale du comportement du sol et des interactions sol-structure dans les projets d'infrastructures, offrant une base préliminaire pour évaluer les risques et d'adapter les conceptions aux sollicitations externes de grande envergure (Achenbach, 2012).

##### **1.4.1.1. Modèles continu du sol**

Ces modèles s'appuient sur une approche de modélisation du sol le considérant comme un milieu continu, sans intégrer explicitement ses caractéristiques. En omettant ses éléments constitutifs à petite échelle, cette approche permet de simplifier les calculs en utilisant des concepts de la mécanique des milieux continus, tout en offrant une vue d'ensemble des

comportements mécaniques du sol sous sollicitations diverses. Dans cette approche, le sol est traité comme une masse homogène et ses propriétés mécaniques sont décrites par des variables moyennes, comme la densité, le module d'élasticité et la contrainte de cisaillement. Les équations de la mécanique des milieux continus, telles que les équations aux dérivées partielles (EDP), sont alors utilisées pour analyser la réponse globale du sol suite aux charges appliquées, aux contraintes et aux déformations (Terzaghi, Peck et Mesri, 1996).

L'équation dynamique fondamentale pour un modèle de sol en milieu continu est celle de Navier-Cauchy, qui décrit l'équilibre des forces internes et externes dans un milieu élastique.

$$\nabla \cdot \sigma + f = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

Avec :

- $\sigma$  : est le tenseur des contraintes (matrice de neuf composants représentant les contraintes normales et tangentielles dans le milieu).
- $f$  : est le vecteur des forces volumiques (par exemple, la gravité).
- $\rho$  : est la masse volumique du sol.
- $u$  : est le vecteur de déplacement.
- $\nabla \cdot \sigma$  : représente la divergence du tenseur des contraintes, indiquant la distribution des contraintes à travers le sol.

#### 1.4.1.2. Modèle Élastique

Le modèle élastique, basé sur l'approche simplifiée décrite par Hooke (1676), est utilisé pour représenter le comportement mécanique d'un matériau sous l'effet de charges. Par définition, un comportement élastique d'un sol fait référence à sa capacité de se déformer sous l'effet d'une charge extérieure tout en retrouvant sa forme initiale une fois cette charge est révoquée. Cette réponse élastique revêt une grande importance en mécanique des sols, car elle permet de caractériser le comportement de ceux-ci dans des situations où les déformations demeurent réversibles.

##### - Modèle Élastique Linéaire :

Ce modèle constitue une simplification mathématique essentielle en mécanique des milieux continus pour décrire leur comportement sous charge, tant que celui-ci reste dans les limites de l'élasticité. Il se base sur l'hypothèse d'une relation linéaire entre la contrainte et la déformation. En d'autres termes, la déformation est linéairement proportionnelle à la contrainte appliquée. Cette hypothèse implique que le comportement du matériau est indépendant de l'historique du chargement. Ainsi, un matériau élastique linéaire est donc caractérisé par une courbe unique de contrainte-déformation et une relation univoque. De surcroît, ce modèle n'engendre pas de dissipation d'énergie lors d'un cycle fermé de chargement et de déchargement, ce qui signifie que les déformations sont entièrement réversibles, dépourvues de pertes énergétiques (Craig, 2004).

La loi constitutive pour un matériau élastique isotrope est donnée par Cauchy (1789-1857) sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \sigma_{ij}^0 \quad (1.2)$$

où  $\sigma_{ij}^0$  dénote le tenseur des contraintes à l'état initial correspondant à une situation de déformation nul ( $\varepsilon_{kl} = 0$ ) et  $C_{ijkl}$  représentant le tenseur renfermant les paramètres physiques du matériau.

Considérons à présent un état de contrainte initial nulle ( $\sigma_{ij}^0 = 0$ ). Ainsi donc, l'équation (1.2) se réécrit comme suit :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (1.3)$$

L'équation (1.3) représente l'expression généralisée de la loi de Hooke, dans laquelle  $\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{kl}$  sont des tenseurs d'ordre deux, tandis que  $C_{ijkl}$  est un tenseur d'ordre quatre. Ce tenseur peut s'exprimer dans le cas d'un matériau élastique linéaire isotrope par la forme générale :

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (1.4)$$

Par l'usage des équations (1.3) et (1.4), les expressions des contraintes et des déformations deviennent:

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \quad (1.5)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\lambda\delta_{ij}}{2\mu(3\lambda+2\mu)}\sigma_{kk} + \frac{1}{2\mu}\sigma_{ij} \quad (1.6)$$

Dans ce contexte, le comportement du matériau est complètement déterminé par les deux coefficients de Lamé ( $\lambda$  et  $\mu$ ). Les expressions, respectivement, de la contrainte (1.5) et de la déformation (1.6) peuvent aussi se réécrire de la manière suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)}\varepsilon_{ij} + \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{kk}\delta_{ij} \quad (1.8)$$

Ainsi, les deux formules (1.7) et (1.8) montrent que les contraintes et les déformation dans un milieu élastique dépendent de deux autres paramètres, en l'occurrence, le module de Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Par ailleurs, les paramètres  $E$  et  $\nu$  doivent répondre aux exigences suivantes :

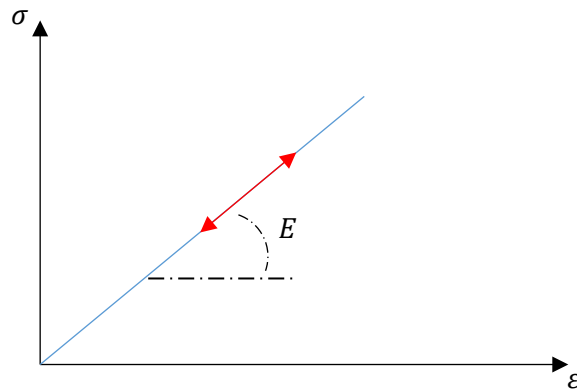
$$E > 0 \quad -1 < \nu < 0.5 \quad (1.9)$$

Dans le cas des sols, le coefficient de Poisson  $\nu$  prend toujours des valeurs positives.

Il est à noter que les tenseurs de contrainte et de déformation définis par les équations (1.7) et (1.8), respectivement, peuvent être exprimés en termes du module de cisaillement  $G$  et du module de compression  $K$  qui correspondent à la décomposition de  $\sigma_{ij}$  (en une partie hydrostatique  $p\delta_{ij}$  et une autre déviatorique  $s_{ij}$ ) comme suit :

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + s_{ij} = K\varepsilon_{ij}\delta_{ij} + 2Ge_{ij} \quad (1.10)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3}\varepsilon_v\delta_{ij} + e_{ij} = \frac{1}{9K}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{1}{2G}s_{ij} \quad (1.11)$$



**Figure 1.1.** Comportement élastique linéaire et réversible.

Le tableau 1.1 énumère des seuils du module d'élasticité ( $E$ ) en fonction de la nature du sol (Bowles et Guo, 1996).

**Tableau 1.1.** Module d'élasticité selon la nature du sol.

Type de sol		Module d'élasticité $E_s$ (MPa)
Argile	Très molle	2-15
	Molle	5-25
	Medium	15-50
	Ferme	50-100
Sable	Limoneux	5-20
	Lâche	10-25
	Dense	50-81

Les seuils pour le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) en fonction de la nature du sol sont, pour leur part, présenté dans le tableau 1.2.

**Tableau 1.2.** Coefficient de Poisson selon la nature du sol

Types de sols	Coefficient de Poisson $\nu$
Argiles saturées	0.4 – 0.5
Argiles non saturées	0.1 – 0.3
Argiles sableuses	0.2 – 0.3
Limons	0.3 – 0.35
Sables, sables graveleux	0.3 – 0.4
Roches	0.1 – 0.4

### 1.4.1.3. Modèle Plastique

Le comportement plastique d'un matériau est caractérisé par l'existence de déformations irréversibles. Ce type de comportement repose sur deux concepts fondamentaux, à savoir, la surface de charge et la règle d'écoulement.

#### - Critère de plasticité, ou surface de charge

La surface de charge représente une limite théorique qui sépare le domaine de comportement élastique et celui plastique du matériau. Cette limite est caractérisée par une fonction scalaire de charge  $f(\sigma_{ij})$ . Aussi longtemps que les contraintes appliquées restent à l'intérieur de cette surface, le matériau demeure en comportement élastique, caractérisé par des déformations réversibles. En revanche, dès que les contraintes excèdent cette limite, le matériau entre dans la phase plastique où des déformations permanentes et irréversibles prennent naissance.

#### - La règle d'écoulement plastique

Le concept d'écoulement plastique décrit le développement et l'évolution des déformations plastiques une fois le critère de plasticité touché. Il précise conjointement la direction et la vitesse auxquelles ces déformations irréversibles se produisent sous l'effet des contraintes appliquées.

La surface de charge démarque ainsi l'espace des contraintes en deux zones distinctes :

- À l'intérieur de cette surface, le matériau subit uniquement des déformations élastiques réversibles.
- À l'extérieur de cette surface, un chevauchement entre les deux phases existe. Ici, les déformations sont composées à la fois d'une partie réversible (élastique) et d'une partie irréversible (plastique), traduisant l'entrée dans le domaine plastique.

L'équation associée à ces deux configurations de déformations est généralement exprimée comme suit :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (1.12)$$

Dans l'espace des contraintes, la fonction de la surface de charge du matériau  $f(\sigma_{ij})$  sert à définir les limites entre les différents comportements mécaniques du matériau sous l'effet des contraintes appliquées  $\sigma_{ij}$ . Cette surface est définie de la manière suivante :

- Lorsque  $f(\sigma_{ij}) < 0$ , l'état de contrainte se trouve à l'intérieur du domaine d'élasticité, indiquant que le matériau se comporte de manière élastique et que les déformations sont entièrement réversibles. Dans ce cas, l'équation (1.10) devient :  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e$ .
- Lorsque  $f(\sigma_{ij}) = 0$ , l'état de contrainte se situe exactement sur la frontière de la surface de charge. Ceci nous renseigne que le matériau est à la limite du passage d'un comportement élastique à celui d'un comportement plastique. Si le sol est en phase de déchargement, la variation de déformation est purement élastique avec  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e$ . Par contre, si le sol est en étape de chargement, la variation de déformation comprend, additionnellement à la partie

élastique, une composante plastique. La déformation totale est dans ce cas représentée par :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p.$$

Dans le même contexte où le point représentatif de l'état de contrainte atteint la surface de charge ( $f(\sigma_{ij}) = 0$ ), deux scénarios de comportement élastoplastique peuvent apparaître :

- **Modèle parfaitement élastoplastique** : dans ce cas, la surface de charge  $f(\sigma_{ij}) = 0$  reste constante et n'évolue guère sous l'influence de l'augmentation de la charge. Dans ce cas de figure, le matériau se comporte de manière parfaitement plastique une fois que la surface de charge est atteinte.
- **Modèle élastoplastique avec écrouissage** : dans ce modèle, la surface de charge  $f(\sigma_{ij}) = 0$  possède la possibilité d'évoluer suite à l'application de charges supplémentaires, généralement en s'étendant ou en se déplaçant dans l'espace des contraintes. Ce fait signifie que le matériau devient plus résistant aux déformations plastiques à mesure que le chargement appliqué augmente.
- Lorsque  $f(\sigma_{ij}) > 0$ , l'état de contrainte se situe à l'extérieur du domaine élastique, renseignant sur l'état de franchissement de la limite élastique par le matériaux et que des déformations plastiques, irréversibles, prennent naissance.

Par le truchement du principe du travail plastique maximal, formulé par Hill (Hill, 1950), il est possible de décrire la règle d'écoulement qui gouverne le comportement plastique d'un matériau. Faisant usage de ce principe en un point régulier situé sur la frontière d'élasticité, la déformation plastique prend alors la forme suivante :

$$\varepsilon^p = \lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma} \quad (1.13)$$

Dans laquelle  $\lambda$  représente un multiplicateur de plasticité ( $\lambda \geq 0$ ), traduisant l'incrément d'écoulement plastique.

La formulation du modèle est complétée sur le plan mathématique par l'adjonction de la condition de cohérence, s'exprimant de la manière suivante :

$$f = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : \sigma = 0 \quad \text{si } \lambda > 0 \quad (1.14)$$

Où l'opérateur ":" représente le produit double contracté.

Toutes les vitesses de déformation autorisées pour le matériau sont alors alignées avec la normale extérieure à la frontière d'élasticité et sont proportionnelles au multiplicateur scalaire  $\lambda$ . Ce multiplicateur est différent de zéro uniquement dans le cas où le point matériel est en état de chargement plastique. Cependant, les observations expérimentales montrent que, pour les sols, le principe du travail plastique maximal ne décrit pas d'une manière correcte les vitesses de déformation. Cela conduit à la nécessité de reformuler la règle d'écoulement, laquelle peut s'exprimer sous la forme :

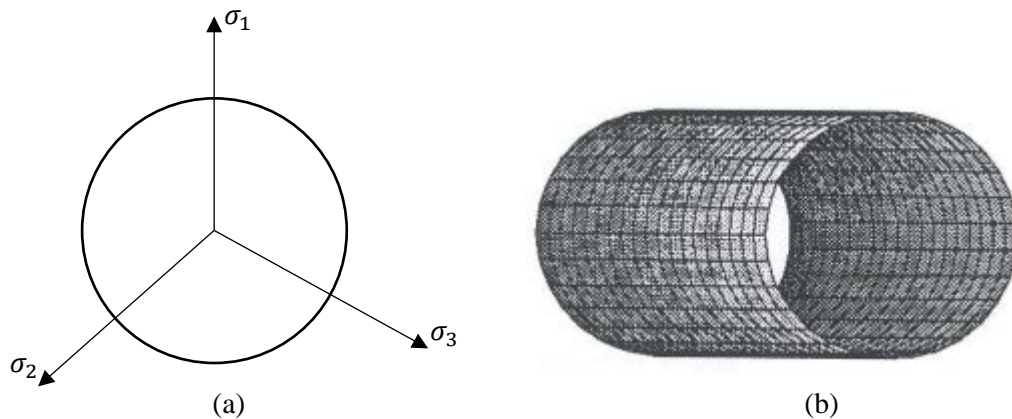
$$\varepsilon^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (1.15)$$



$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (1.16)$$

Avec  $k$  représentant un paramètre de la loi de comportement. Ce dernier caractérise la résistance maximale du matériau au cisaillement simple. Ledit critère a été développé pour analyser le comportement des métaux, mais il n'est pas particulièrement adapté pour modéliser le comportement des sols en raison de sa non prise en compte de la contrainte moyenne dans sa formulation.

La figure 1.2 illustre le critère de plasticité de Von Mises à la fois dans le plan déviatorique et dans le plan des contraintes principales.



**Figure 1.3.** Représentations du critère de plasticité de Von Mises : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales (Lee, 1994).

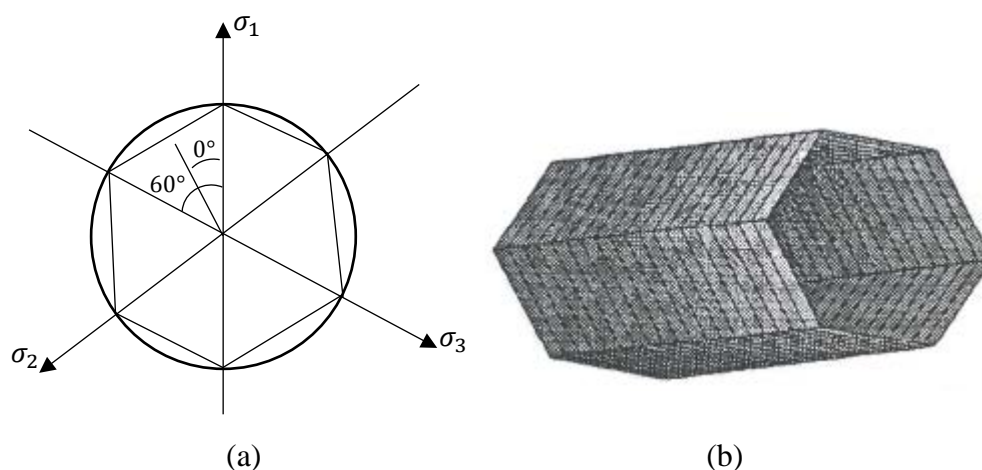
### - Critère de Tresca

Le critère de Tresca, communément connu sous le nom de critère du cisaillement maximal, est principalement utilisé pour caractériser le comportement des matériaux ductiles. Toutefois, il peut également être d'usage à certains sols cohésifs, en particulier les sols fins tels que les limons et les argiles saturées, où la cohésion joue un rôle crucial dans leur résistance mécanique. Ce critère s'exprime par :

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_1 - \sigma_3) - 2k = 0 \quad (1.17)$$

avec  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  sont les contraintes principales extrêmes, avec  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  et  $k$  est une constante correspondant à la contrainte maximale de cisaillement à la rupture. Pour les sols cohésifs, ce paramètre  $k$  correspond à la cohésion non drainée  $c_u$ .

La figure 1.3 montre des représentations du critère de plasticité de Tresca dans le plan déviatorique ainsi que dans le plan des contraintes principales.



**Figure 1.4.** Représentations du critère de plasticité de Von Mises : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales

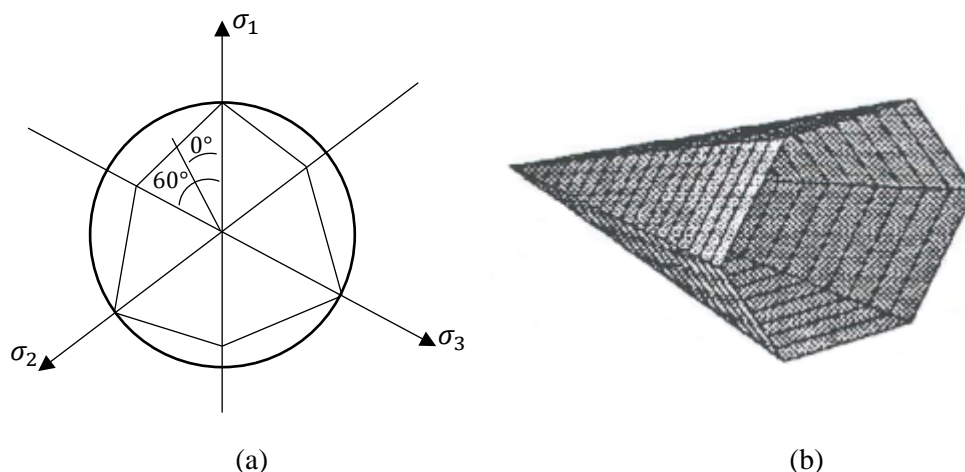
### - Critère de Mohr-Coulomb

Le critère de Mohr-Coulomb est appliqué dans le cas des sols pulvérulents, tels que les sables, ainsi qu'aux sols cohérents, comme les argiles et les limons, pour l'évaluation de leur comportement à long terme. Ce critère permet de modéliser la résistance au cisaillement de ces types de sols tenant compte de la cohésion " $c$ " et de l'angle de frottement interne " $\varphi$ ".

La surface de charge  $f(\sigma_{ij})$  pour le cas du critère de Mohr-Coulomb est exprimée comme suit:

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2c \cos \varphi = 0 \quad (1.18)$$

La figure 1.4 illustre des représentations du critère de plasticité de Mohr-Coulomb à la fois dans le plan déviatorique et dans le plan des contraintes principales.



**Figure 1.5.** Représentations du critère de plasticité de Mohr-Coulomb : (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales.

### - Critère de Drucker-Prager

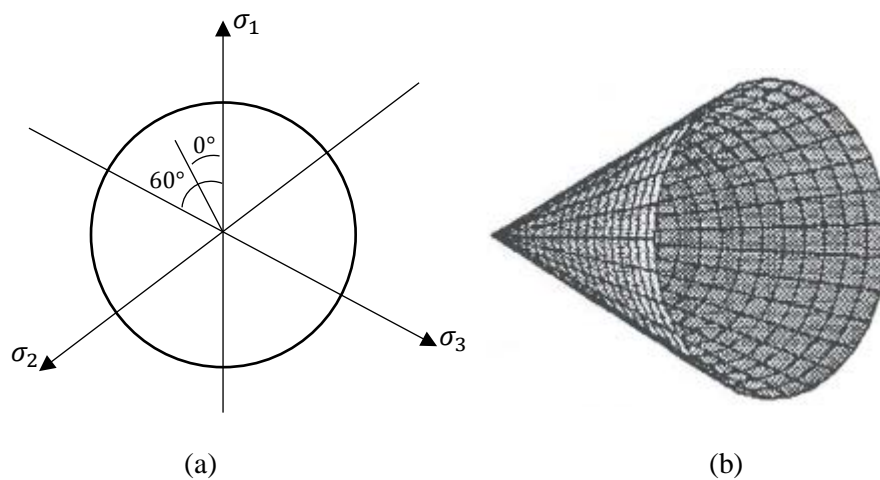
Le critère de Drucker-Prager représente une extension généralisée du critère de Von Mises, spécifiquement adapté aux matériaux granulaires ou pulvérulents. Contrairement au critère de

Von Mises, principalement applicable aux matériaux ductiles comme les métaux, le critère de Drucker-Prager tient compte des caractéristiques particulières des matériaux granulaires en intégrant le premier invariant du tenseur des contraintes  $I_1$  ainsi que le deuxième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques  $J_2$ , la formule de ce modèle est donnée par (Lee, 1994) :

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - K = 0 \quad (1.19)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $k$  peuvent être déterminés à partir des résultats d'essais en laboratoire. Lorsque le paramètre  $\alpha$  est nul, on retombe sur la loi de Von Mises.

La figure 1.5 montre des représentations du critère de plasticité de Drucker-Prager à la fois dans le plan déviatorique et dans le plan des contraintes principales.



**Figure 1.6.** Représentations du critère de plasticité de Drucker-Prager (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales

### - Modèle de Cam-Clay

Le modèle de Cam-Clay est un modèle constitutif largement utilisé en mécanique des sols pour la description du comportement des sols argileux sous des chargements mécaniques. Développé dans les années 1960 à l'Université de Cambridge par Roscoe, Schofield et Wroth, ce modèle est particulièrement utile pour la modélisation des phénomènes de compression, de consolidation et de cisaillement dans les sols normalement consolidés et légèrement surconsolidés. L'état de contrainte dans le cas des essais de cisaillement triaxial axisymétrique est exprimé par:

$$\begin{cases} P' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) \\ q = \sigma'_1 - \sigma'_3 = \sigma_1 - \sigma_3 \end{cases} \quad (1.20)$$

$P'$  : Contrainte effective moyenne.

$q$  : Déviateur des contraintes.

Avec  $\sigma = \sigma' + u$  et  $\tau = \tau'$  (Terzaghi, Peck et Mesri, 1996).

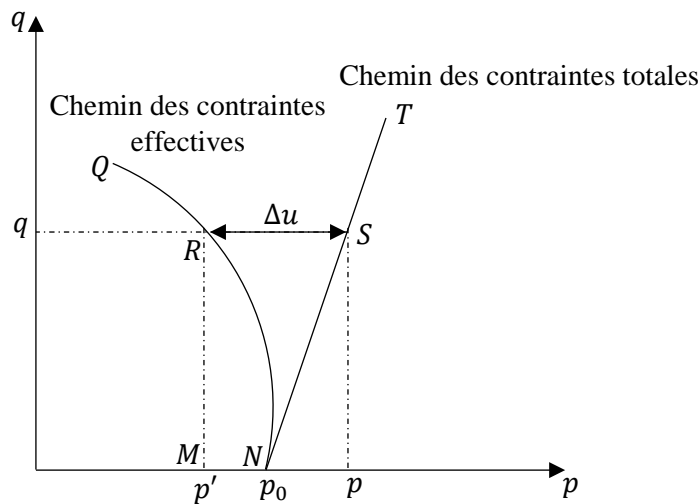
Pour le cas d'un essai triaxial non drainé de compression :

$$\begin{cases} P' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + 2\sigma'_3) = P_0 + \frac{1}{3}q \\ q = \sigma_1 - \sigma_3 \end{cases} \quad (1.21)$$

Les contraintes effectives se définissent ainsi par :

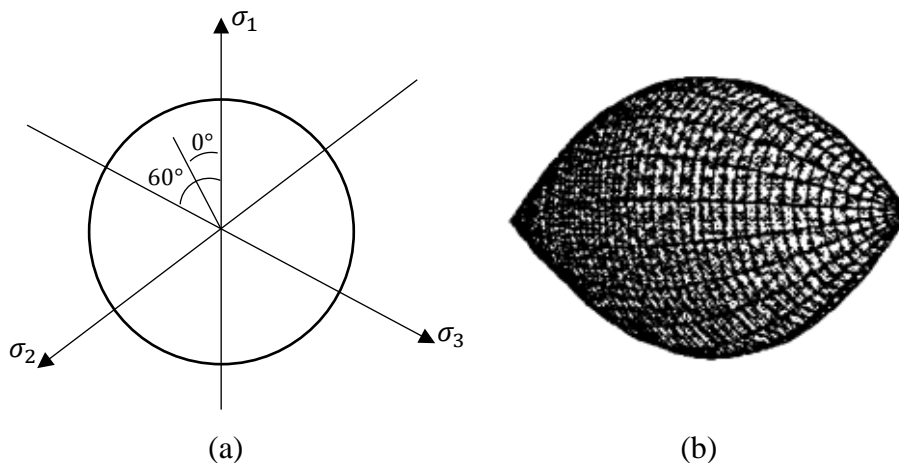
$$\begin{cases} P' = P - u = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) - u \\ q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \end{cases} \quad (1.22)$$

La figure 1.6 illustre l'évolution des contraintes effectives et totales lors d'un essai triaxial de cisaillement non drainé en compression.



**Figure 1.7.** Chemin des contraintes effectives et totales

La figure 1.8 montre des représentations du critère de plasticité de Cam-Clay à la fois dans le plan déviatorique et dans le plan des contraintes principales.



**Figure 1.8.** Modèle de plasticité de Cam-Clay (Roscoe et Schofield, 1963) (a) – dans le plan déviatorique, (b) – dans l'espace des contraintes principales.

## 1.4.2. Approches d'analyse micromécanique

L'utilisation des approches micromécaniques dans l'analyse de la propagation des ondes se focalisent sur l'étude des interactions complexes qui prennent lieu au sein des matériaux à une échelle extrêmement fine, souvent à l'échelle granulaire. Ces approches visent à modéliser et à appréhender le comportement global du matériau émergeant des interactions intergranulaires à cette échelle microscopique, en tenant compte les effets de contact ainsi que des phénomènes non linéaires entre les grains.

Ces méthodes permettent de modéliser et de mieux comprendre l'influence des mécanismes et des interactions micromécaniques sur le comportement global du matériau lorsque celui-ci est soumis à des excitations sismiques ou à d'autres types de vibrations. Elles offrent la possibilité d'analyser en détail les différents phénomènes se produisant dans un sol constitué de divers minéraux et de vides. La propagation des ondes est souvent modifiée par des phénomènes de réflexion, réfraction et de diffraction. Ces interactions complexes affectent de manière significative la vitesse, l'amplitude et la direction des ondes à travers le matériau.

Les approches micromécaniques font fréquemment appel à des techniques avancées relevant de la modélisation numérique à l'échelle microscopique, notamment les simulations par la méthode en éléments discrets. Elles intègrent également des expérimentations en laboratoire sur des échantillons microscopiques afin de valider et affiner les modèles théoriques. Ces méthodes combinent ainsi des outils numériques de pointe et des observations empiriques pour offrir une description approfondie du comportement des matériaux à l'échelle microscopique.

Ces analyses micromécaniques permettent d'étudier de manière plus précise des phénomènes tels que la dispersion des ondes (due à la vitesse de la célérité des ondes en fonction de la fréquence) et l'atténuation de mouvement (amortissement de l'amplitude en fonction de l'espace-temps). En conséquence, ces approches sont essentielles pour prédire avec une précision meilleure le comportement des sols et des matériaux soumis aux phénomènes de propagation des ondes, ce qui revêt une importance capitale en géotechnique et en génie sismique. Ces techniques forment ainsi des outils indispensables pour contribuer à l'améliorer de la compréhension et la modélisation des phénomènes dynamiques complexes affectant les matériaux et les structures dans des domaines variés.

### 1.4.2.1. Modèles basés sur la Méthode des Éléments Discrets (DEM)

Dans un modèle fondé sur la Méthode des Éléments Discrets (DEM), le matériau est représenté comme un ensemble de particules discrètes (grains) interagissant entre elles par des forces de contact ou des liaisons, sans nécessité de définition d'une structure continue. Cette méthode se révèle particulièrement bien adaptée à la modélisation des matériaux granulaires, où les lois d'interaction entre les grains individuels jouent un rôle déterminant dans la description du comportement global du matériau. La DEM permet une représentation réaliste de divers phénomènes physiques, tels que la propagation des ondes, l'évolution des états de contrainte, la déformation, les déplacements et la rupture, rendant ainsi cette méthode idoine pour analyser

des systèmes où les interactions microscopiques édictent directement la réponse macroscopique du sol.

#### **1.4.2.2. Modèles avec homogénéisation des paramètres**

L'objectif principal de l'utilisation de ces modèles est de simplifier la représentation de la microstructure en décrivant le matériau à l'aide de propriétés et des paramètres moyennes effectives, tout en conservant l'influence des hétérogénéités. En s'appuyant sur la théorie des milieux équivalents homogénéisés, cette approche permet d'inclure les effets de la microstructure tout en réduisant les exigences en terme des calculs. Le matériau hétérogène est ainsi remplacé par un matériau homogène doté de propriétés globales équivalentes, capables de reproduire fidèlement le comportement moyen du milieu. Cette méthodologie apporte des simplifications dans l'analyse tout en capturant l'essence des phénomènes associés aux variations microscopiques.

#### **1.4.2.3. Modèles Stochastiques des paramètres**

L'utilisation de modèles probabilistes a pour objet de représenter les variations aléatoires des paramètres présentes au sein de la microstructure du milieu. Dans ce contexte, les propriétés locales du matériau sont modélisées comme des variables aléatoires, permettant ainsi de rendre compte de la variabilité intrinsèque des paramètres réels. Cette approche permet une description plus rigoureuse de l'incertitude et de l'hétérogénéité des structures microstructurales, ce qui conduit à une analyse fine et fiable du comportement globale des matériaux dans des diverses conditions.

### **1.5. Conclusion**

Les recherches présentées dans ce chapitre ont permis de montrer l'efficacité de la méthode des éléments discrets (DEM) dans l'analyse et la compréhension des phénomènes physiques observés à l'échelle macromécanique, et ce, à partir de simulations réalisées à l'échelle microscopique. Ces travaux ont mis en lumière l'impact de divers paramètres, tels que la taille, la forme, la distribution et la rugosité des grains, ainsi que les caractéristiques des contacts entre particules, sur le comportement dynamique du milieu granulaire. Cette approche permet d'obtenir une compréhension plus approfondie et précise des mécanismes sous-jacents aux phénomènes observés à une échelle réelle.

Les travaux basés sur la méthode des éléments discrets (DEM) ont notablement enrichi la compréhension des phénomènes associés à la réponse dynamique des sols. Ces recherches ont permis par ailleurs de souligner le fait que la DEM est un outil d'expérimentation numérique puissant pour l'analyse détaillée de la propagation des ondes dans les matériaux granulaires. En permettant une modélisation précise des interactions entre particules et des mécanismes microscopiques, la DEM offre une vision approfondie des mécanismes sous-jacents et améliore la prédiction du comportement dynamique des sols, y compris leurs réponses à des sollicitations sismiques et dynamiques complexes.

Malgré les avancées significatives réalisées dans le domaine de la méthode des éléments discrets (DEM), les travaux portant sur la propagation des ondes dans le sol à l'échelle micromécanique restent encore limités. De nombreuses questions demeurent sans réponse, notamment en ce qui concerne l'amplification du mouvement, l'estimation de la fréquence propre, l'analyse de la dégradation du module de cisaillement et sa dépendance vis-à-vis de la fréquence et de l'amplitude de l'excitation. À cela s'ajoutent des incertitudes relatives aux grandes déformations ainsi qu'aux mécanismes d'amortissement associés aux mouvements sismiques. Ces aspects sont pourtant essentiels pour une compréhension approfondie des comportements dynamiques des sols. Il est donc crucial de poursuivre les efforts de recherche et de développement dans ce domaine, afin d'améliorer la fiabilité des modèles existants, d'enrichir leur capacité prédictive et de répondre aux défis actuels en géotechnique et en génie parasismique par des approches plus robustes et complètes.

## Chapitre 2. Propagation d'ondes dans le sol

### 2.1. Introduction

Les ondes sismiques sont des vibrations qui se propagent à travers les différentes couches de la terre jusqu'à la surface. Ces ondes sont une conséquence des événements tels que les tremblements de terre, les explosions ou les éruptions volcaniques. Elles jouent un rôle essentiel dans la compréhension des mécanismes internes de la terre, la prévision des risques sismiques et la conception d'infrastructure capable de résister aux séismes. Les ondes sismiques se classifient principalement en trois types (Aki et Richards, 2002):

- **Ondes P (Primaires) :** Les ondes P, également appelées ondes de compression ou ondes longitudinales, se propagent par des cycles de compression et de décompression dans la direction de propagation. Les particules du sol vibrent dans la même direction que l'onde, créant ainsi des zones alternées de compression et d'expansion. Ces ondes se déplacent plus rapidement que toutes les autres catégories d'ondes sismiques et peuvent traverser les solides, les liquides et les gaz. En raison de leur vitesse élevée, elles sont les premières à être détectées par les sismographes lors d'un séisme (Kramer et Stewart, 2024).
- **Ondes S (Secondaires) :** Les ondes S, également connues sous le nom d'ondes de cisaillement ou transversales, se déplacent par déformation perpendiculaire à la direction de propagation. Contrairement aux ondes P, où les particules vibrent dans le sens de l'onde, les particules du sol vibrent perpendiculairement à la direction de propagation des ondes S. Ce mode de propagation fait que les ondes S sont plus lentes que les ondes P et contrairement à ces dernières, elles ne se propagent que dans les solides et ne peuvent traverser les liquides ou les gaz.
- **Ondes de Surface :** Les ondes de surface se scindent principalement en deux catégories ; les ondes de Love et les ondes de Rayleigh. Pour la première, ce sont des ondes caractérisées par un déplacement horizontal, perpendiculaire à la direction de propagation. Elles se propagent exclusivement à la surface de la Terre, générant des mouvements horizontaux qui peuvent causer des déformations significatives dans les structures en surface. Pour les secondes, celle de Rayleigh, ce sont des ondes qui se déplacent également à la surface de la Terre, mais leur mouvement est elliptique, ressemblant à des vagues à la surface de l'eau. Elles induisent des mouvements combinés verticaux et horizontaux, provoquant un effet ondulatoire complexe qui peut entraîner des perturbations importantes au niveau de la surface.

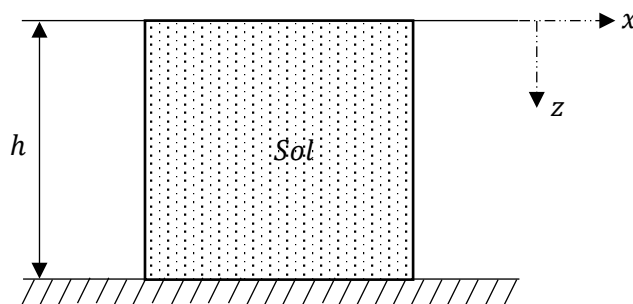
Identifier la réponse d'une couche de sol face à une sollicitation sismique ou dynamique est l'un des défis majeurs du génie parasismique. L'objectif est d'identifier les propriétés du mouvement sismique près de la surface du sol. Il est essentiel de réaliser cette évaluation pour tous les problèmes liés au comportement du sol de fondation, tels que les tassements, les

ruptures par liquéfaction, ...etc. De manière générale, elle représente également la première étape essentielle pour résoudre les problèmes d'interaction entre le sol et la structure. Cette étape peut être plus ou moins visible en fonction de la méthode de solution utilisée (solution complète, sous-structures, impédances...etc.) ; elle peut être totalement inutile pour les fondations superficielles traitées par la méthode des impédances, car la sollicitation dynamique est définie directement à la surface du sol. Dans cette situation, il est important que la sollicitation soit en adéquation avec les caractéristiques des sols sous-jacents.

Le chapitre présente de la réponse dynamique d'une couche de sol meuble délimitée par un substratum rocheux à sa base, comme illustré sur la figure 2.1. L'excitation dynamique au niveau de cette base engendrera des ondes de déplacements horizontaux et verticaux à travers cette couche de sol. Cette excitation dynamique génère concomitamment des ondes de compression et des ondes de cisaillement dans le sol.

Les ondes de compression dans le sol peuvent provoquer des déplacements importants et, dans certains cas, endommager les structures situées en surface. Toutefois, les dommages structurels résultant de ces ondes verticales de compression demeurent généralement limités. Il est largement reconnu que la majorité des dégâts subis par les structures sont principalement causés par les ondes de cisaillement issues du sol, notamment par des mécanismes tels que le cisaillement des poteaux porteurs. En conséquence, les études présentées dans ce chapitre se concentreront exclusivement sur la propagation des ondes de cisaillement dans le sol.

Certaines solutions de ce problème de la propagation d'onde et la réponse du sol seront présentées, principalement pour une couche élastique linéaire.



**Figure 2.1.** Sol meuble sur un substratum rocheux.

L'effet d'amortissement hystérétique dans le sol meuble sera également considéré.

Les modèles examinés dans ce chapitre représentent une approximation en géotechnique, en se basant sur certaines hypothèses simplificatrices (une couche de sol élastique meuble faible sur un substratum rocheux à la base de grande profondeur et une excitation périodique) qui sont supposées être applicables dans une grande variété de situations de terrain (Seed, 1982), (Kramer et Stewart, 2024).

Il est important de souligner que le sol est considéré d'une certaine rigidité pour faire face aux contraintes de cisaillement causées par les vibrations à partir du substratum rocheux à la base sans

engendrer la rupture du massif de sol. Plus précisément, il n'est pas tenu compte de la liquéfaction d'un sol sablonneux meuble. Le risque de liquéfaction du sol est très important dans les zones où l'on peut s'attendre à des séismes, et il est préférable de ne pas édifier sur des sols meubles ou de compacter ces sols avant de construire une structure dessus (Seed, 1982).

## 2.2. Propagation d'ondes dans un milieu élastique et isotrope

Pour le cas d'une excitation harmonique générant des ondes progressives à partir du substratum rocheux jusqu'à la surface, la réponse en terme de déplacement s'écrit comme suit (Verruijt, 2009) :

$$u(t) = u_0 \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] = u_0 \sin(\omega t - \lambda x) = u_0 \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{L} \right) \quad (2.1)$$

Où  $u$  est le déplacement horizontal au substratum rocheux,  $u_0$  son amplitude,  $\omega$  est la fréquence angulaire de l'onde et  $c$  la célérité de l'onde se propageant à partir du massif rocheux.

Le paramètre  $\lambda$  est le nombre d'onde. La période de l'onde  $T$  et sa longueur  $L$  sont liés à la fréquence  $\omega$  et au nombre d'onde  $\lambda$  par les relations :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.2)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{L} \quad (2.3)$$

La célérité d'onde est donnée en fonction du module de cisaillement  $G$  et de la masse volumique  $\rho$  du milieu traversé, elle est présentée par l'équation :

$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.4)$$

L'épaisseur des couches de sol meuble au-dessus du substratum rocheux de base est souvent de l'ordre de  $h = 10 \text{ m}$  à  $40 \text{ m}$ , laissant déduire que la longueur d'onde  $L$  est plus importante par rapport à l'épaisseur de la couche de sol  $h$ . Ce constat signifie que sur une distance horizontale raisonnablement grande, le déplacement à la base du sol est le même, ce qui justifie l'hypothèse du caractère unidimensionnelle de la propagation d'onde dans la direction verticale.

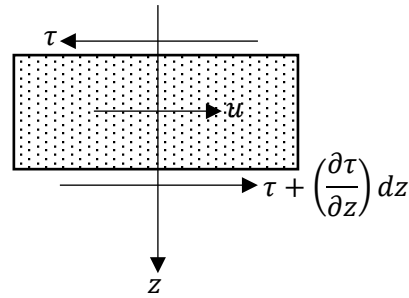
Par ailleurs, afin de préciser davantage l'analyse, on peut supposer que, dans l'ensemble du sol, les déplacements horizontaux prennent la forme suivante :

$$u(z, t) = f(z) \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.5)$$

Où  $f(z)$  est une fonction de forme dépendant de  $z$  uniquement. Le facteur  $x/c$  dans l'équation (5) indique que la coordonnée horizontale  $x$  entraîne un déphasage de  $x/c$ , qui est constant si  $x$  est constant.

### 2.3. Vibrations horizontales de cisaillement

Les vibrations horizontales sont d'une grande importance dans l'étude d'un profil de sol élastique, car elles sont produites par le mouvement dominant qui est de direction horizontale à partir de la base rocheuse. Le problème de propagation est supposé être unidimensionnel, avec un déplacement qui est fonction de la coordonnée verticale de la profondeur  $z$  et du temps  $t$ .



**Figure 2.2.** Contrainte dans un élément de sol.

L'équation différentielle de base considérée est celle de l'onde unidimensionnelle, représentant le mouvement d'un élément de sol tel qu'illustré à la figure 2.2. Il s'agit d'une équation aux dérivées partielles (EDP) hyperbolique du second ordre, décrivant la propagation des ondes de cisaillement. Sa résolution nécessite la définition de deux conditions aux limites : l'une portant sur la variable elle-même (condition de Dirichlet) et l'autre sur la dérivée de cette variable (condition de Neumann).

Pour diminuer l'ordre des conditions aux limites exigées pour ce problème, il est préférable et judicieux de découpler l'EDP en un système de deux équations aux dérivées partielles de premier ordre, c'est-à-dire ; chaque EDP contiendrait la combinaison des deux variables d'état du mouvement du sol, à savoir ; le déplacement  $u$  et la contrainte tangentielle  $\tau$ , puis le couplage de ces deux équations pour obtenir l'équation d'équilibre des forces horizontales. Cette dernière s'écrit :

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

Avec  $\rho$  la masse volumique du sol.

L'équation qui relie la contrainte aux déplacements en théorie élasticité est donnée par :

$$\tau = G\gamma = G\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \quad (2.7)$$

Où  $G$  est le module de cisaillement du sol et  $\gamma$  est le taux de déformation par cisaillement. Sur la base de l'observation de l'équation précédente, nous concluons que la propagation d'onde dans la direction  $x$  est assez importante par rapport à l'épaisseur  $h$  de la couche, par contre, la dérivée  $\frac{\partial w}{\partial x}$  est petite devant  $\frac{\partial u}{\partial z}$ , ce qui autorise de réduire l'équation (2.7) à :

$$\tau = G\gamma = G \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.8)$$

La combinaison deux équations (2.6) et (2.8) donne :

$$G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.10)$$

Où  $c$  est la célérité de propagation des ondes de cisaillement dans le sol,

$$c^2 = \frac{G}{\rho} \quad (2.11)$$

L'équation (2.10) représente le modèle de base de propagation des ondes dans un milieu élastique. On peut noter que le sol est généralement un milieu composé de deux phases; particules solides et phase aqueuse, mais pour les déformations de cisaillement, l'effet de la deuxième phase est négligeable.

## 2.4. Solutions analytiques du modèle de propagation d'onde dans une couche de sol

### 2.4.1. Couche de sol non chargée

Le cas présent est le plus simple qui traite d'une couche de sol homogène sans chargement surfacique. On suppose que le comportement du matériau de la couche est élastique linéaire et isotrope. L'amortissement, qui est une propriété essentielle des sols meubles n'est pas pris en compte ici en premier lieu. Les conditions aux limites pour cette configuration sont :

- Une excitation harmonique à la base pour  $z = h$  :

$$u(t) = u_0 \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.12)$$

- Une surface libre pour  $z = 0$ , traduisant la condition de nullité du cisaillement en surface :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (2.13)$$

La limite inférieure de la couche du sol, soumise à une excitation harmonique sinusoïdale, est indiquée par la première condition aux limites, tandis que la deuxième condition aux limites indique que la surface de la couche de sol (la surface du sol) est libre. Le déplacement vertical  $w$  est négligeable en conséquence du fait que  $\frac{\partial w}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial z}$ . La résolution du problème défini par l'équation (2.10), après application des conditions aux limites (2.12) et (2.13), s'écrit (Verruijt, 2009) :

$$u(z, t) = u_0 \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c}z\right)}{\cos\left(\frac{\omega}{c}h\right)} \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.14)$$

Toutes les conditions nécessaires peuvent être facilement vérifiées avec cette solution. Les déplacements sont tous en phase avec la fonction d'excitation à la base. Si l'amplitude des

déplacements à la surface de la couche est notée par  $u_s$ , on obtient la fonction d'amplification de mouvement comme suit :

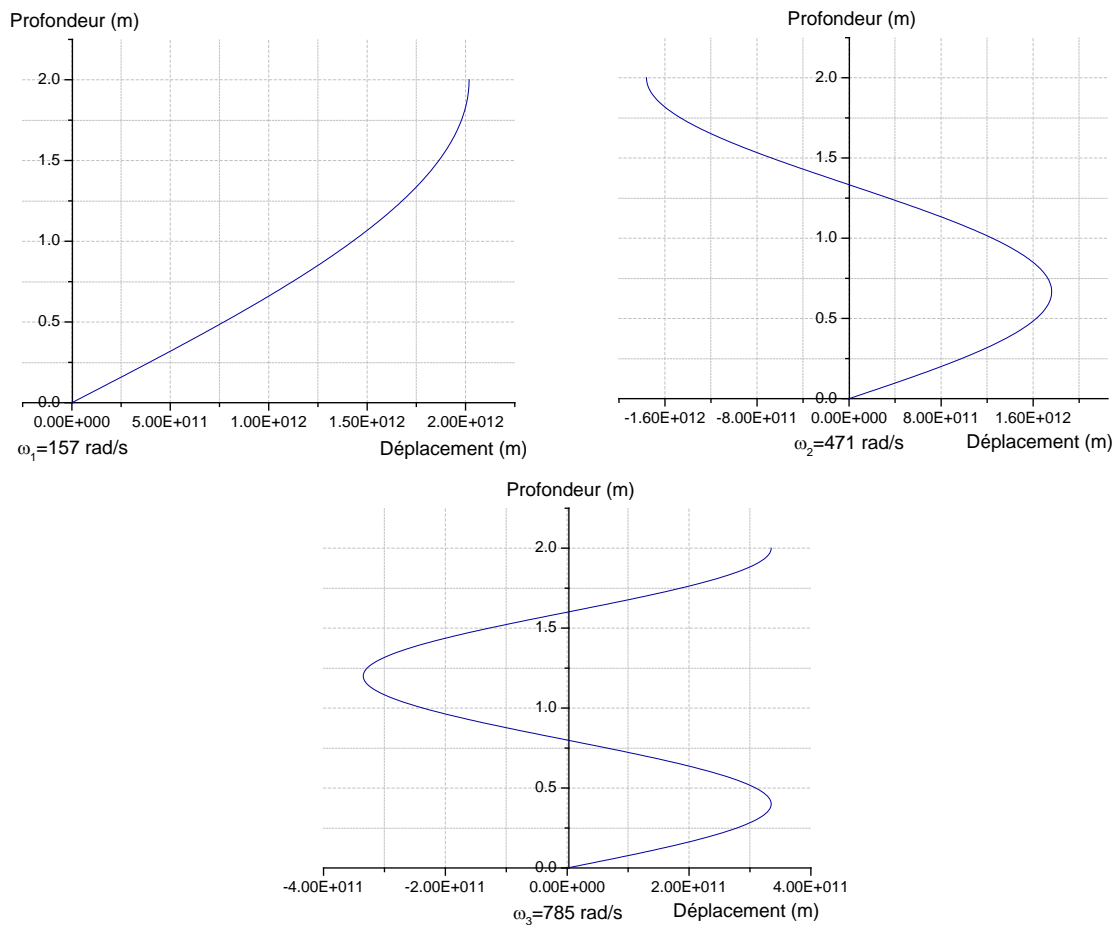
$$\frac{u_s}{u_0} = \frac{1}{\cos(\frac{\omega}{c}h)} \tag{2.15}$$

Ce paramètre d'amplification est toujours supérieur à celle de la base, car la fonction  $\frac{1}{\cos(\frac{\omega}{c}h)}$  est toujours supérieur à 1. Pour certaines valeurs de la fréquence d'excitation  $\omega$ , l'amplification de mouvement au niveau de la surface de la couche peut devenir assez importante, cette configuration indique une situation de résonance. Les fréquences pour lesquelles cette situation se produit sont obtenues par annulation du dénominateur  $\cos(\frac{\omega}{c}h) = 0$ . Ainsi, la condition générale pour les fréquences propres est donnée par  $\omega = \omega_k = (2k + 1) \cdot \frac{\pi c}{2h}$  ( $k = 0, 1, 2 \dots$ ).

La première fréquence de résonance (mode fondamental) est donnée par :

$$\omega = \omega_1 = \frac{\pi c}{2h} = 1,571 \frac{c}{h} \tag{2.16}$$

À titre d'exemple, pour une couche de sol de 2m d'épaisseur avec une vitesse de propagation  $c = 200m/s$ , les trois premiers modes propres, obtenus à partir de l'équation (2.14) sont présentés sur la figure 2.3.



**Figure 2.3.** Modes propres pour une couche de sol élastique non chargée.

Sachant que la pulsation  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  où  $T$  représente la période de vibration, la première période de résonance est alors :

$$T = T_1 = \frac{4h}{c} \quad (2.17)$$

Le rapport  $\frac{h}{c}$  correspond au temps nécessaire pour que l'onde traverse la couche de sol, que ce soit depuis la base vers la surface ou dans le sens inverse. Cela implique qu'une résonance se produit lorsque la période de vibration est quatre fois (04) le temps requis pour traverser une couche (temps de deux aller-retours). On peut comprendre cela en observant l'impact d'un quart d'onde pendant lequel une contrainte de cisaillement périodique agit à la base de la couche. Le profil du sol sera traversé par une onde de cisaillement qui sera réfléchiée à la surface comme une onde de cisaillement avec un signe inverse. De même, cela se manifestera à la surface de la couche sous la forme d'une onde de cisaillement sous le signe initial, et cette onde devra traverser une autre profondeur du profil  $h$  pour atteindre la base. Si l'onde traverse une distance de  $4h$  et rencontre une autre onde de même signe, il peut y avoir interférence constructive entre ces ondes. C'est le cas si la période  $T = \frac{4h}{c}$ . Dans cette situation, une onde significative sera produite dans la couche de sol, ce qui engendre une résonance.

Dans les sols secs, on peut estimer le module de cisaillement en utilisant l'expression suivante.

$$G \approx \frac{1}{2} C \sigma_v \quad (2.18)$$

Dans le cas d'un chargement dynamique,  $C$  correspond au coefficient de compression du sol (qui est d'environ 250 à 2500 pour le sable et 100 à 1000 pour l'argile), tandis que  $\sigma_v$  correspond à la contrainte verticale. La contrainte moyenne au niveau de la couche est obtenue comme :

$$\sigma_v \approx \frac{1}{2} \rho g h \quad (2.19)$$

Avec  $g$  accélération due à la gravité. Ainsi, il est possible de formuler que la vitesse de propagation d'onde  $c$  peut être estimée en utilisant l'équation suivante :

$$c \approx \frac{1}{2} \sqrt{C g h} \quad (2.20)$$

### 2.4.2. Couche de sol avec charge en surface

Considérons le cas d'une couche de sol avec un chargement reparté à sa surface, conformément à la Figure 2.4. On suppose que le comportement du matériau de la couche est, dans ce cas aussi, élastique, linéaire et isotrope. Parallèlement, l'effet d'amortissement n'est pas pris en considération dans ce cas de figure. Les conditions aux limites sont par ailleurs :

- Une excitation harmonique à la base pour  $z = h$  :

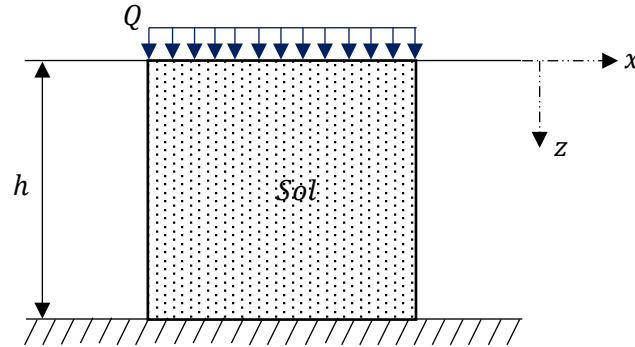
$$u(t) = u_0 \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.21)$$

- Une surface chargée pour  $z = 0$  :

$$\rho Q \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \tau = G \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.22)$$

Avec  $Q$  est une surcharge surfacique dont l'influence peut être exprimée comme une épaisseur d'une couche de sol supplémentaire équivalente,  $\tau$  est la contrainte de cisaillement transmise entre la charge surfacique et le bord libre du sol. L'équation précédente peut aussi s'écrire par

$$Q \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.23)$$



**Figure 2.4.** Couche de sol avec charge en surface.

La résolution du problème défini par les équations (2.10) et après application des conditions aux limites (2.21) et (2.23) est :

$$u(z, t) = u_0 \frac{\cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \left(\frac{\omega Q}{c}\right) \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right)}{\cos\left(\frac{\omega h}{c}\right) - \left(\frac{\omega Q}{c}\right) \sin\left(\frac{\omega h}{c}\right)} \sin(\omega t) \quad (2.24)$$

Cette solution est facile à vérifier pour toutes les conditions requises et aussi à ramener à la solution du cas précédent si la charge surfacique venait à s'annuler ( $Q = 0$ ).

Si l'amplitude des déplacements à la surface de la couche est notée par  $u_s$ , on obtient la fonction d'amplification de mouvement comme suit :

$$\frac{u_s}{u_0} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega h}{c}\right) - \left(\frac{\omega Q}{c}\right) \sin\left(\frac{\omega h}{c}\right)} \quad (2.25)$$

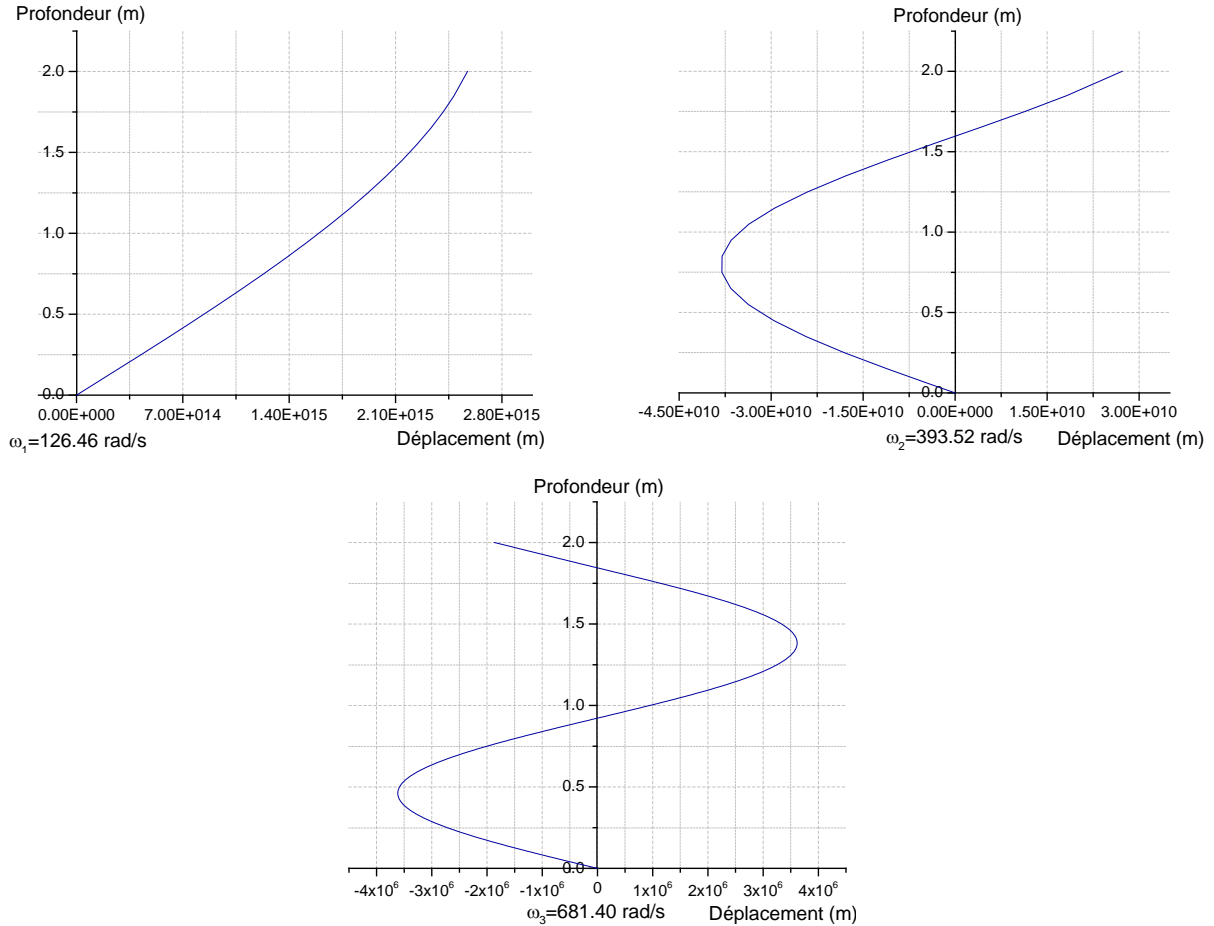
Cette expression montre clairement que le degré d'amplification du mouvement dépend principalement des différents paramètres du sol et des caractéristiques d'excitation elle-même (amplitude et fréquence d'excitation).

Aussi, une résonance peut se produire avec une amplification maximale du mouvement. Cette configuration est obtenue si l'on annule le dénominateur dans l'équation (2.25).

Si l'on note la première fréquence de résonance par  $\omega_1$ , sa valeur peut être déterminée à partir de la condition :  $\cos\left(\frac{\omega h}{c}\right) - \left(\frac{\omega Q}{c}\right) \sin\left(\frac{\omega h}{c}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\omega h}{c}\right) = \left(\frac{\omega Q}{c}\right) \sin\left(\frac{\omega h}{c}\right)$ , soit :

$$\left(\frac{\omega_1 Q}{c}\right) = \cot\left(\frac{\omega_1 h}{c}\right) \quad (2.26)$$

Pour une couche de sol, à titre d'exemple, est d'une épaisseur de  $2m$  avec une vitesse de propagation  $c = 200m/s$  et un chargement à la surface équivalent à  $0.5m$ , les trois premiers modes propres calculés numériquement sont présentés dans la figure 2.5.



**Figure 2.5.** Modes propres pour une couche de sol élastique avec un chargement.

### 2.4.3. Couche de sol pour un matériau de type Gibson

Une couche de sol peut présenter simultanément une homogénéité physique et une hétérogénéité mécanique, c'est-à-dire qu'elle peut être formée du même matériau mais ayant des propriétés mécaniques qui varient avec la profondeur. Un sol qui présente une évolution linéaire du module de cisaillement avec la profondeur est classé comme sol de type Gibson, la variation du module de cisaillement peut se traduire par (Gibson, 1967):

$$G = G_0 z/h \quad (2.27)$$

L'équation différentielle d'équilibre fait intervenir les forces de cisaillement et la force d'inertie, telle que :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( G \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.28)$$

Où  $\tau$  est la contrainte de cisaillement.

Par introduction de (2.27), l'équation différentielle de propagation d'onde dans ce type de milieu devient :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{z}{h} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{h} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (2.29)$$

Avec la célérité d'onde  $c$  donnée par :

$$c = \sqrt{G_0/\rho} \quad (2.30)$$

La couche de sol est soumise à une excitation sinusoïdale donnée par :

$$u(z, t) = f(z) \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.31)$$

Le remplacement de cette expression dans d'équation (2.29) conduit à une équation aux dérivées ordinaires de la fonction  $f$ .

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{\omega^2 h}{c^2 z} f = 0 \quad (2.32)$$

Il s'agit en fait de l'équation de Bessel dont la solution générale prend la forme :

$$f = AJ_0(2\omega\sqrt{zh}/c) + BY_0(2\omega\sqrt{zh}/c)$$

Avec  $J_0(x)$  et  $Y_0(x)$  représentent les fonctions de Bessel d'ordre zéro et du première et deuxième espèces respectivement (Abramowitz et Irene, 1964).

Par application de la condition aux limites à la surface telle que la contrainte de cisaillement soit nulle,

$$z = 0 : \tau = 0 \quad (2.33)$$

On déduit que le coefficient  $B = 0$ . Une autre condition aux limites est applicable à une profondeur  $z = h$  :

$$u(t) = u_0 \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.34)$$

Il en résulte :

$$A = \frac{u_0}{J_0(2\omega h/c)} \quad (2.35)$$

Finalement, la solution complète sera :

$$u(z, t) = u_0 \frac{J_0(2\omega\sqrt{zh}/c)}{J_0(2\omega h/c)} \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.36)$$

La fonction d'amplification du mouvement à la surface est donnée alors par :

$$\frac{u_s}{u_0} = \frac{1}{J_0(2\omega h/c)} \quad (2.37)$$

Ce facteur d'amplification est toujours supérieure à celle de la base, car la fonction  $\frac{1}{J_0(2\omega h/c)}$  est toujours supérieur à l'unité. Pour certaines valeurs de la fréquence d'excitation  $\omega$ , l'amplification du mouvement au niveau de la surface peut devenir assez importante et une résonance se produit. La première fréquence de résonance est déterminée par  $J_0\left(\frac{2\omega h}{c}\right) = 0$ , donc les racines de la fonction de Bessel  $J_0(x) = 0$ , qui nous donne  $x = 2,405$  pour la première (Abramowitz et Irene, 1964). Ainsi donc, la première fréquence de résonance est donnée par :

$$\omega_1 = 1,202 \frac{c}{h} \tag{2.38}$$

Cette valeur représente environ 23% de moins par rapport à la première fréquence de résonance pour une couche de sol homogène avec un module de cisailment d'une variation linéaire qui égal à  $1,571 \frac{c}{h}$ .

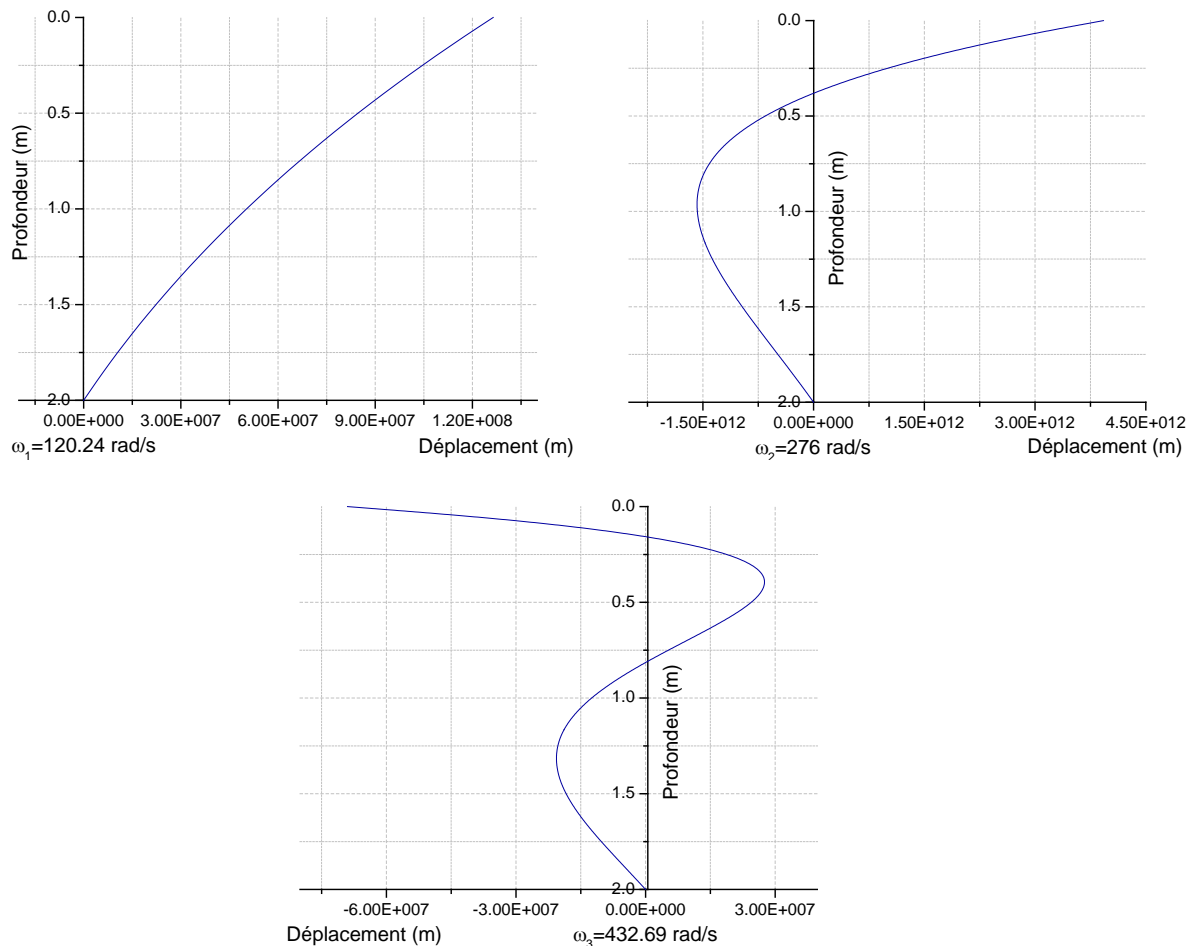


Figure 2.6. Modes propres pour une couche de sol de type Gibson.

### 2.5. L'Amortissement hystérétique

Dans les sections précédentes, la réponse dynamique linéaire du sol a été étudiée sans la prise en compte de l'influence de l'amortissement. L'introduction de ce paramètre dans la réponse

d'une couche de sol considérée élastique et homogène permettra d'avoir un effet considérable dans la réduction des déplacements en surface si le coefficient d'amortissement est suffisamment grand. L'effet d'amortissement sur la propagation des ondes dans les couches de sol meubles produites par un séisme a été étudié par Idriss et Seed (Idriss, Seed, 1968) et ce, pour une classe de couches non homogènes et un module de cisaillement croissant avec la profondeur. Ce modèle introduit l'amortissement en utilisant une force de frottement sur chaque élément en fonction de sa vitesse, simulant ainsi la résistance causée par une certaine résistance visqueuse (Kramer et Stewart, 2024), (Verruijt, 2009). Dans ce qui suit, l'amortissement est introduit grâce à un effet hystérétique dans la relation entre la contrainte et la déformation d'une couche de sol, simulant des déformations irréversibles (plastiques) à chaque cycle complet.

### 2.5.1. Équations de base

L'équation aux dérivées partielles de base régissant le problème peut être obtenue à partir de l'équation du mouvement et la relation constitutive du matériau. L'équation du mouvement, rappelons-la, s'écrit :

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.39)$$

La relation constitutive est donnée par :

$$\tau = G\gamma + Gt_r \frac{\partial \gamma}{\partial t} = G \frac{\partial u}{\partial z} + Gt_r \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} \quad (2.40)$$

Où la paramètre  $t_r$  correspond au temps de réponse du matériau permettant de caractériser l'amortissement du matériau. Pour un matériau de comportement visqueux, il peut être considéré comme une constante. Dans de tels cas, l'effet de l'amortissement dépend de la fréquence d'excitation, le matériau devient très rigide pour de très hautes fréquences. Pour les sols, ce cas n'est pas du tout réaliste, car l'amortissement se produit par des déformations plastiques irréversibles du matériau. Pour décrire l'amortissement hystérétique, on suppose que le produit  $\omega t_r$  est constant. Cela peut être pris en compte en introduisant un paramètre d'amortissement sans dimension  $\xi$  estimé par :

$$2\xi = \omega t_r \quad (2.41)$$

La relation constitutive (2.40) peut désormais être écrite sous la forme suivante :

$$\tau = G \frac{\partial u}{\partial z} + 2G(\xi/\omega) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} \quad (2.42)$$

En combinant les équations (2.39) et (2.42), on obtient l'équation différentielle de mouvement:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{2\xi}{\omega} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} \quad (2.43)$$

Si la couche du sol est soumise à une vibration harmonique de fréquence  $\omega$ , la solution générale est de la forme :

$$u = f(z) \sin[\omega(t - x/c)] + g(z) \cos[\omega(t - x/c)] \quad (2.44)$$

La substitution de l'équation (2.44) dans l'équation différentielle (2.43) montre que les fonctions  $f(z)$  et  $g(z)$  doivent satisfaire les équations différentielles suivantes :

$$\frac{d^2 f}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} f - 2\xi \frac{d^2 g}{dz^2} = 0 \quad (2.45)$$

Et

$$\frac{d^2 g}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} g - 2\xi \frac{d^2 f}{dz^2} = 0 \quad (2.46)$$

La solution générale du système des deux équations (2.45) et (2.46) est sous la forme :

$$f(z) = A_1 \exp[(p + iq)z] + A_2 \exp[(p - iq)z] + A_3 \exp[-(p + iq)z] + A_4 \exp[-(p - iq)z] \quad (2.47)$$

$$g(z) = -iA_1 \exp[(p + iq)z] + iA_2 \exp[(p - iq)z] - iA_3 \exp[-(p + iq)z] + iA_4 \exp[-(p - iq)z] \quad (2.48)$$

Avec  $p$  et  $q$  devant être déterminés à partir des relations :

$$p^2 + q^2 = \frac{\omega^2/c^2}{1+4\xi^2} \quad (2.49)$$

$$2pq = 2\xi \frac{\omega^2/c^2}{1+4\xi^2} \quad (2.50)$$

Les valeurs des paramètres  $p$  et  $q$  peuvent être déterminées en introduisant la variable complexe :

$$p + iq = r \sin(\varnothing) + ir \cos(\varnothing) \quad (2.51)$$

Avec :

$$p = r \sin(\varnothing), \quad q = r \cos(\varnothing) \quad (2.52)$$

L'angle  $\varnothing$  est déterminé sur la base de la condition suivante :

$$2\varnothing = \arctan(2\xi) \quad (2.53)$$

Pour le rayon  $r$ , celui-ci s'obtient à partir de la relation :

$$r^4 = \frac{\omega^4/c^4}{1+4\xi^2} \quad (2.54)$$

Ces paramètres ont été choisis de telle sorte qu'ils se réduisent à une forme de solution simple dans le cas d'absence de l'amortissement. Donc, si  $\xi = 0$  les paramètres sont  $p = 0$  et  $q = \omega/c$ .

Les constantes d'intégration  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$  dans la solution générale et apparaissant dans les équations de  $f(z)$  et  $g(z)$  doivent être déterminées à partir des conditions aux limites du problème à la surface et au niveau de la base de la couche. Deux cas seront présentés ; une couche de sol non chargée et une couche avec une charge donnée à la surface.

### 2.5.2. Couche de sol non chargée

Pour une couche de sol non chargée, les conditions aux limites sont :

$$z = 0 : \quad \tau = 0 \quad (2.55)$$

$$z = h : \quad u = u_0 \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.56)$$

Les quatre constantes d'intégration peuvent être facilement déterminées à partir de ces conditions. La solution finale est alors

$$\begin{aligned} \frac{A \cdot u(z,t)}{u_0} = & \cosh(ph) \cos(qh) \cosh(pz) \cos(qz) \sin[\omega(t - x/c)] \\ & + \sinh(ph) \sin(qh) \sinh(pz) \sin(qz) \sin[\omega(t - x/c)] \\ & + \cosh(ph) \cos(qh) \sinh(pz) \sin(qz) \cos[\omega(t - x/c)] \\ & - \sinh(ph) \sin(qh) \cosh(pz) \cos(qz) \cos[\omega(t - x/c)] \end{aligned} \quad (2.57)$$

Avec :

$$A = \cosh^2(ph) - \sin^2(qh) \quad (2.58)$$

$u_0$  : L'amplitude d'excitation ;

$h$  : L'épaisseur de la couche ;

$z$  : La variation dans l'épaisseur de la couche

$$p^2 + q^2 = \frac{\omega^2/c^2}{1+4\xi^2} \text{ and } 2pq = 2\xi \frac{\omega^2/c^2}{1+4\xi^2} \quad (2.59)$$

Si l'amplitude de vibration à la surface est notée par  $u_s$ , l'amplification du mouvement à la surface peut être donnée par :

$$\frac{u_s}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega h}{c}\right)^2 \xi^2 + \cos^2\left(\frac{\omega h}{c}\right)}} \quad (2.60)$$

Posant :  $\left(\frac{\omega h}{c}\right)^2 \xi^2 + \cos^2\left(\frac{\omega h}{c}\right) = A$

L'équation (2.60) devient : 
$$\frac{u_s}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (2.61)$$

D'autre part : 
$$\omega_0 = \frac{\pi c}{2h} \Rightarrow c = \frac{2h\omega_0}{\pi}$$

Par remplacement dans l'équation (2.60) :

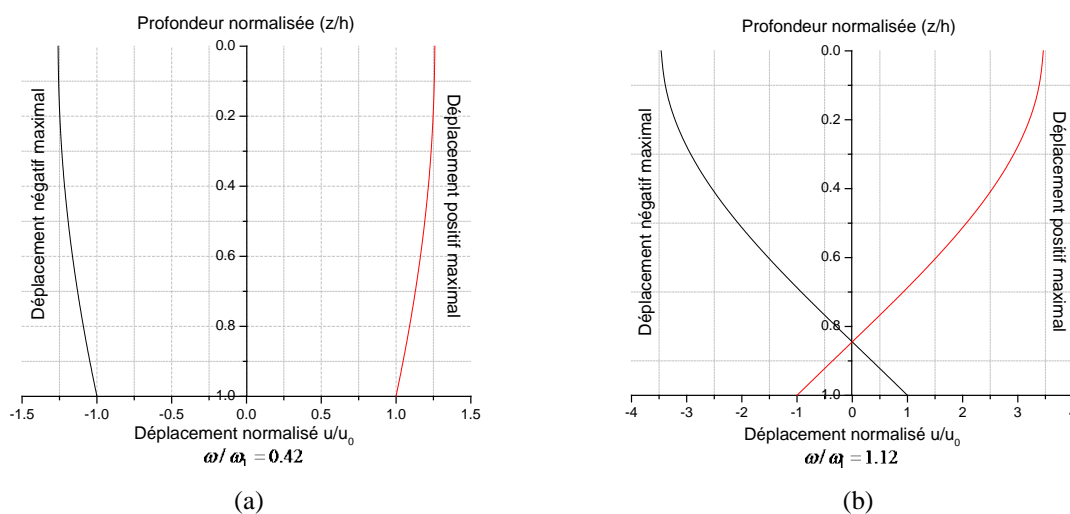
$$\frac{u_s}{u_0} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \xi^2 + \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}} \quad (2.62)$$

Dans l'équation (2.59), lorsqu'il n'y a pas d'amortissement ( $\xi = 0$ ), la quantité  $\sqrt{A}$  se réduit à  $\cos(\omega h/c)$ , de façon que le rapport des deux amplitudes devient  $\frac{1}{\cos(\frac{\omega h}{c})}$ , solution n'étant autre que le résultat obtenu précédemment dans l'équation (2.15).

Aussi, l'amplitude des déplacements à la surface de la couche pour des très petites fréquences ( $\omega h/c \rightarrow 0$ ), c'est-à-dire pour le cas statique, le déplacement en surface est égal à celui à la base, i.e.  $\frac{u_s}{u_0} = 1$ .

De plus, et pour de très petites valeurs du taux d'amortissement, de très grandes valeurs des déplacements à la surface peuvent être obtenues pour certaines fréquences qui donnent un rapport de  $\frac{\omega h}{c} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$  etc, situations correspondant aux cas de résonance.

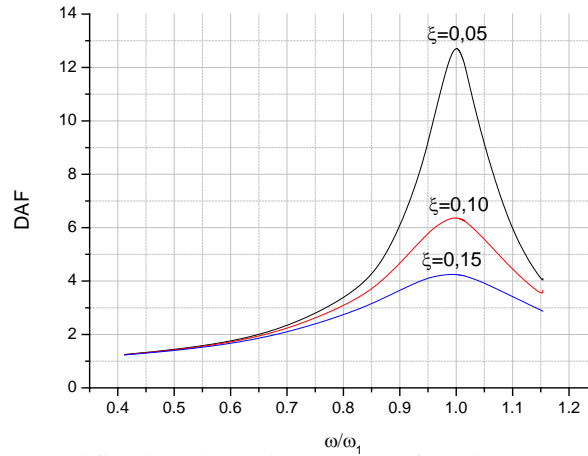
La solution simplifiée de l'équation (2.61) indique que pour une excitation harmonique, le déplacement de tout point du gisement est harmonique. De plus, elle indique que la forme du déplacement, c'est-à-dire le tracé du déplacement en fonction de la profondeur à un instant donné, dépend de la fréquence d'excitation. A titre d'exemples, la figure 2.7 montre les formes de déplacement pour un profil excité à sa base par un déplacement harmonique d'amplitude  $u_0 = 1$  et de fréquences d'excitation  $\omega/\omega_1 = 0.42$  et  $\omega/\omega_1 = 1.12$ . Pour ces exemples, le taux d'amortissement est fixé à  $\xi = 8\%$ .



**Figure 2.7.** Déplacements normalisés pour deux fréquences d'excitation différentes.

Cette figure montre que pour une fréquence d'excitation inférieure à la fréquence fondamentale, le profil de déplacement a la forme du premier mode d'oscillation propre (Figure 2.6a). Cependant, lorsque la fréquence d'excitation dépasse la fréquence fondamentale, la forme du deuxième mode apparaît par la formation d'un nœud de déplacement nul à une hauteur spécifique qui s'élève à partir de la base. Cette hauteur augmente avec l'augmentation de la fréquence d'excitation (Figure 2.6b) jusqu'à atteindre la deuxième fréquence naturelle, puis la forme du troisième mode apparaît et ainsi de suite.

Nous définissons le facteur d'amplification dynamique au sommet (c'est-à-dire à la surface libre) par  $DAF = \frac{u_s}{u_0}$ , où  $u_s$  et  $u_0$  sont les amplitudes de déplacement à la surface libre et à la base respectivement. En utilisant la solution de déplacement (équation 2.62), le DAF est tracé sur la figure 2.8 en termes de rapport de fréquence ( $\omega/\omega_1$ ) allant de 0 à 1,2 et pour des rapports d'amortissement de 5%, 10% et 15%.



**Figure 2.8.** Facteur d'amplification dynamique à la surface libre du dépôt (DAF) en fonction du rapport de fréquence ( $\omega/\omega_1$ ) et des rapports d'amortissement : 5 %, 10 % et 15%.

Cette figure montre clairement l'évolution typique de l'amplification du déplacement en fonction de l'augmentation de la fréquence d'excitation. Le DAF augmente à partir de 1 pour les basses fréquences et atteint une valeur maximale correspondant à la première fréquence de résonance puis il diminue. La valeur maximale du DAF se produisant à la résonance est inversement proportionnelle au taux d'amortissement, laquelle peut être évaluée pour les faibles taux d'amortissement par la formule  $DAF_{max} \approx \frac{2}{\pi\xi}$  (Verruijt, 2009). Il est à noter que pour les amortissements courants, la résonance se produit à des fréquences très proches de la fréquence fondamentale.

### 2.5.3. Couche de sol avec une charge au surface

Un cas plus général est celui de la propagation d'ondes dans une couche élastique linéaire homogène, à amortissement hystérétique, portant une charge surfacique. Identiquement au cas précédent, les conditions aux limites à la base de la couche sont :

$$z = h : \quad u = u_0 \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (2.63)$$

Et la condition aux limites à la surface est :

$$z = 0 : \quad \rho Q \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \tau \quad (2.64)$$

Où  $Q$  représente la charge surfacique, exprimée en couche équivalente de sol, et la contrainte de cisaillement  $\tau$  est liée au déplacement horizontal  $u$  par l'équation (2.42),

$$\tau = G \frac{\partial u}{\partial z} + 2G(\xi/\omega) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} \quad (2.65)$$

A partir des équations (2.63) et (2.64), il est possible d'écrire la condition aux limites à la surface sous forme :

$$z = 0 : \quad \frac{Q}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{2\xi}{\omega} \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} \quad (2.66)$$

La solution générale du problème pour un matériau à amortissement hystérétique peut être écrite sous la forme de l'équation (2.44),

$$u = f(z) \sin[\omega(t - x/c)] + g(z) \cos[\omega(t - x/c)] \quad (2.67)$$

Où les fonctions  $f(z)$  et  $g(z)$  sont données par les équations (2.47) et (2.48). Cette solution peut aussi s'écrire comme suit

$$u = C_1 \exp(pz) \cos[\omega(t - x/c + qz)] + C_2 \exp(pz) \sin[\omega(t - x/c + qz)] \\ + C_3 \exp(-pz) \cos[\omega(t - x/c - qz)] + C_4 \exp(-pz) \sin[\omega(t - x/c - qz)] \quad (2.68)$$

Cette forme est plus pratique pour la formulation des conditions aux limites.

La substitution de la solution générale (2.68) dans les deux conditions aux limites conduit, après simplification, aux quatre équations suivantes

$$\left( ph - 2\xi qh + \frac{Q}{h} \frac{\omega^2 h^2}{c^2} \right) C_1 + (qh + 2\xi ph) C_2 \\ - \left( ph - 2\xi qh - \frac{Q}{h} \frac{\omega^2 h^2}{c^2} \right) C_3 - (qh + 2\xi ph) C_4 = 0 \quad (2.69)$$

$$-(qh + 2\xi ph) C_1 + \left( ph - 2\xi qh + \frac{Q}{h} \frac{\omega^2 h^2}{c^2} \right) C_2 \\ + (qh + 2\xi ph) C_3 - \left( ph - 2\xi qh - \frac{Q}{h} \frac{\omega^2 h^2}{c^2} \right) C_4 = 0 \quad (2.70)$$

$$\exp(ph) \cos(qh) C_1 + \exp(ph) \sin(qh) C_2 \\ + \exp(-ph) \cos(qh) C_3 - \exp(-ph) \sin(qh) C_4 = 0 \quad (2.71)$$

$$-\exp(ph) \sin(qh) C_1 + \exp(ph) \sin(qh) C_2 \\ + \exp(-ph) \sin(qh) C_3 + \exp(-ph) \cos(qh) C_4 = u_0 \quad (2.72)$$

Les constantes  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_4$  peuvent être déterminées à partir de ces équations. Une solution numérique du système de quatre équations linéaires est probablement plus pratique, surtout du moment que les données seront calculées par un simple programme informatique.

Les paramètres du problème sont la fréquence adimensionnelle  $\omega h/c$ , le taux d'amortissement  $\xi$ , et la masse sans dimension de la charge, exprimée par le rapport  $Q/h$ .

## 2.6. Solution numérique

Toutes les solutions analytiques présentées ci-dessus présentent des limitations, notamment en ce qui concerne la relation contrainte-déformation, qui reste généralement simplifiée sous une

forme linéaire élastique avec un amortissement hystérétique linéaire. De plus, ces approches supposent que les propriétés du sol sont homogènes. Mais le sol est réellement composé de plusieurs couches de propriétés variables et souvent elles présentent des comportements non linéaires. Une solution numérique peut donc être envisagée, car cela peut être généralisé plus facilement à des propriétés non linéaires et non homogènes.

Dans cette partie, une méthode de résolution numérique simple qui tient en compte l'effet d'un amortissement hystérétique est présentée.

Les considérations seront limitées à des problèmes unidimensionnels, tels que les propagations des ondes dans une couche molle, à partir d'un substratum rocheux au niveau de la base jusqu'à la surface. Pour ce type de problèmes relativement simples, il y a de légères différences entre les différentes techniques numériques telles que les éléments finis et les différences finies. Par conséquent, la méthode la plus simple à utiliser est la méthode des différences finies.

### 2.6.1. Solution directe par la méthode des différences finies

L'approche consiste à substituer les opérateurs différentiels par des opérateurs de différences à intervalles de temps et d'espace finis  $\Delta t$  et  $\Delta z$ , puis à résoudre les équations algébriques obtenues en utilisant les conditions initiales et les conditions aux limites. De cette manière, le domaine de variation continue du problème se transforme en un ensemble fini de points (nœuds) où la solution sera recherchée. Le domaine discret est défini par des limites qui créent ainsi un réseau de points de calcul, également connu sous le nom de grille.

### 2.6.2. Principe de discrétisation

Lorsqu'une fonction  $f(x)$  est continue et dérivable, l'idée fondamentale consiste à appliquer un développement en série de Taylor à cette fonction de la manière suivante (Hoffmann et Chiang, 2000):

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dots + \frac{(\Delta x)^{n-1}}{(n-1)!} \frac{\partial^{n-1} f}{\partial x^{n-1}} + O(\Delta x)^n \quad (2.73)$$

Le reste ou l'erreur de troncature d'ordre  $n$  est représenté par  $O(\Delta x)^n$ .

Les équations aux dérivées partielles régissent les problèmes de propagation des ondes dans le sol sont de type hyperbolique, il est facile d'appliquer ce développement à une fonction à deux variables ou plus. En utilisant la fonction  $f(x, t)$  pour l'espace et le temps, on divisera le plan  $(x, t)$  en un réseau orthogonal (maillage), créant ainsi une grille de nœuds de calcul présentée dans la Figure 2.9. En négligeant l'erreur de troncature, le développement de Taylor permet de formuler les options suivantes pour l'approximation des dérivées spatiales premières :

- Schéma décentré amont (précis au premier ordre) :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x} \quad (2.74)$$

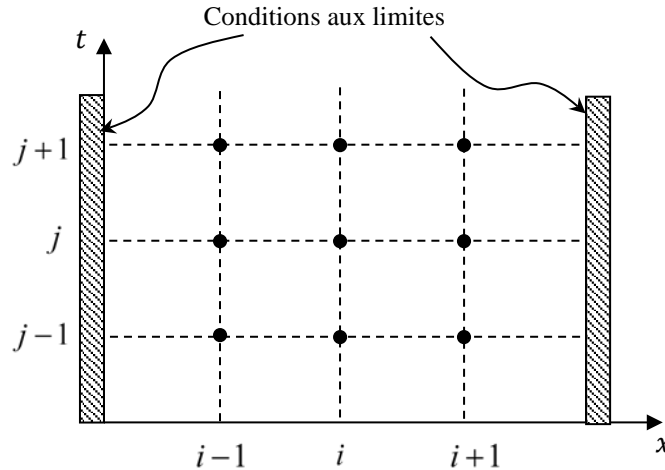
- Schéma décentré aval (précis au premier ordre) :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} \quad (2.75)$$

- Schéma centré (précis au deuxième ordre) :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta x} \quad (2.76)$$

La valeur de la fonction aux points  $(x_i, t_i)$  est représentée par  $f_i^j$ .



**Figure 2.9.** Maillage du domaine de calcul et notations.

Les dérivées secondes spatiales de la fonction  $f(x, t)$  sont obtenues de la même manière. On écrit alors :

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_i = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{(\Delta x)^2} \quad (2.77)$$

Quant à la dérivée première par rapport au temps, on utilise généralement un schéma décentré en avant, tandis qu'on utilise un schéma centré pour la dérivée seconde :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_i = \frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} \quad (2.78)$$

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_i = \frac{f_i^{j+1} - 2f_i^j + f_i^{j-1}}{(\Delta t)^2} \quad (2.79)$$

Les schémas d'approximation en différences finies peuvent être résumés de la manière suivante :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_i = \alpha_3 \frac{\alpha_1 [f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1}] + (1 + \alpha_1) [f_i^{j+1} - f_{i-1}^{j+1}]}{\Delta x} + (1 - \alpha_3) \frac{\alpha_2 [f_{i+1}^j - f_i^j] + (1 - \alpha_2) [f_i^j - f_{i-1}^j]}{\Delta x} \quad (2.80)$$

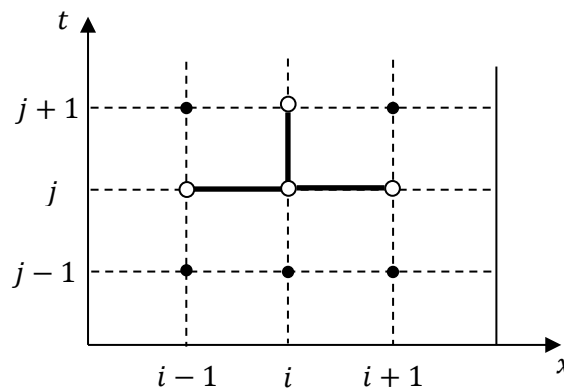
Les diverses catégories de schémas sont présentées dans le tableau (III.1) en fonction des paramètres fournis dans l'équation (2.80). Il est donc évident que notre cas s'ajuste en fonction de l'approximation des variables dans le temps, avec un type de schémas explicites.

**Tableau 2.1.** Typologie des schémas numériques.

Pondération		Schéma
$\alpha_3 = 0$		Explicite
$\alpha_3 = 0,5$		Implicite centré dans le temps
$\alpha_3 = 1$		Totalement implicite
$\alpha_1 = 1$	$\alpha_2 = 1$	Progressif
$\alpha_1 = 0,5$	$\alpha_2 = 0,5$	Centré
$\alpha_1 = 0$	$\alpha_2 = 0$	Régressif
$\alpha_1 = 1$	$\alpha_2 = 0$	Mixte décentré

### 2.6.3. Schéma explicite

En exprimant les dérivées spatiales dans l'équation en variables connu au temps  $j$ , le schéma en effet est dit explicite. En d'autres termes, on exprime les caractéristiques de propagation à un moment donné en fonction des caractéristiques de celui-ci supposées connues à l'instant précédent. Par conséquent, ce qui se produit au moment  $t + \Delta t$  ne dépend que du passé au moment  $t$  (Figure 2.10). L'avantage de ce schéma réside dans sa simplicité de calcul, mais il soulève des problèmes de stabilité numérique et nécessite une condition de stabilité, à savoir la règle CFL (Courant-Friedrichs-Lewy).



**Figure 2.10.** Schéma de calcul explicite pour la méthode aux différences finies.

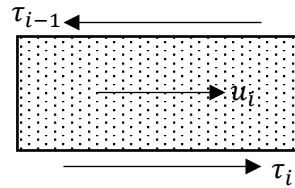
### 2.6.4. Application à l'équation de base

Le modèle numérique est basé sur une description des éléments en termes de déplacement latéral  $u$ , de vitesse latérale  $v$  et de la contrainte de cisaillement  $\tau$ . La couche de sol est divisée en un certain nombre ( $n$ ) d'éléments, et notons que la vitesse d'un élément typique est notée par  $v_i$  présentée dans la figure 2.11. La contrainte de cisaillement au niveau de l'interface inférieure d'un élément est notée par  $\tau_i$ , et la contrainte de cisaillement à l'interface supérieure de cet même élément est notée par  $\tau_{i-1}$ . L'équation du mouvement de l'élément s'écrit alors :

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\tau_i - \tau_{i-1}}{\Delta z} \tag{2.81}$$

Avec  $z$  représente l'épaisseur de l'élément. Si la variable  $\tau_i$  est maintenant exprimée par  $\tau_i = Gs_i$ , l'équation (2.81) peut être écrite comme suit :

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = c^2 \frac{s_i - s_{i-1}}{\Delta z} \quad (2.82)$$



**Figure 2.11.** Onde de cisaillement.

Avec, "c" est la vitesse de propagation d'onde de cisaillement,  $c = \sqrt{G/\rho}$ . La formulation en différence finie de l'équation (2.82) est alors :

$$v'_i = v_i + c^2 \frac{\Delta t}{\Delta z} (s_i - s_{i-1}) \quad (2.83)$$

Où  $v_i$  représente la vitesse après un intervalle de temps  $\Delta t$ . La vitesse est la dérivée du déplacement dans le temps, elle est donnée par :

$$v_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (2.84)$$

Sous la forme en différences finies, on écrit :

$$u'_i = u_i + v_i \Delta t \quad (2.85)$$

La contrainte de cisaillement est liée à la déformation de cisaillement par l'équation :

$$\tau_i = G \frac{\partial u}{\partial z} + G t_r \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.86)$$

Avec  $t_r$  comme temps caractéristique de l'effet d'amortissement et

$$2\xi = \omega t_r \quad (2.87)$$

Ici,  $\xi$  est le taux d'amortissement sans dimension,  $\omega$  est la fréquence d'excitation. Pour une charge périodique, l'équation (2.82) peut aussi s'écrire sous la forme :

$$s_i = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{2\xi}{\omega} \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2.88)$$

La forme aux différences finies de cette équation est alors :

$$s_i = \frac{(u_{i+1} - u_i)}{\Delta z} + \frac{(\frac{2\xi}{\omega})(v_{i+1} - v_i)}{\Delta z} \quad (2.89)$$

Pour un problème de propagation d'une onde de cisaillement depuis une certaine profondeur jusqu'à la surface du sol, la condition aux limites à la base de la couche peut être considérée comme suit :

$$u_n = d \sin(\omega t), \quad v_n = d \omega \cos(\omega t), \quad (2.90)$$

où  $d$  représente l'amplitude de l'excitation sinusoïdale de fréquence  $\omega$ . En utilisant l'équation (2.89), les contraintes de cisaillement à chaque niveau de  $i = 1$  à  $i = n - 1$  peuvent maintenant être calculées, supposant que les déplacements dans la couche elle-même sont initialement nuls.

En utilisant l'équation (2.83), les vitesses à la fin de l'intervalle de temps peuvent être calculées, et enfin les déplacements à la fin de l'intervalle de temps peuvent aussi être calculés à l'aide de l'équation (2.85), de  $i = 1$  à  $i = n - 1$ . Ce processus peut alors être répété pour la totalité de la discrétisation. La nature de ce processus itératif s'adapte parfaitement avec un calcul automatique. Dans ce calcul automatique, le pas de temps doit être suffisamment petit pour éviter les instabilités numériques. Ce dernier peut être estimé avec la prise en considération de l'équation suivante :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{2\xi}{\omega} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} \quad (2.91)$$

Pour  $\xi = 0$ , cette équation se réduit à une équation d'onde typique de la forme :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2.92)$$

Les approximations numériques de cette équation, utilisant la méthode aux différences finies, sont généralement stables si, à chaque pas de temps, l'onde ne se déplace pas plus d'une seule étape spatiale. Cela conduit à la condition suivante pour l'estimation de pas de temps :

$$\Delta t \leq \Delta z / c \quad (2.93)$$

Il s'agit de la condition de Courant (Press, Vetterling, Teukolsky et al, 1986).

Pour de grandes valeurs du taux d'amortissement  $\xi$ , l'équation de base (2.87) se réduit à :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{2\xi}{\omega} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2.94)$$

Cela peut être résolu numériquement par un processus stable si le critère de stabilité suivant est satisfait (Press, Vetterling, Teukolsky et al, 1986).

$$\Delta t \leq \frac{\omega \Delta z^2}{4\xi c^2} \quad (2.95)$$

Il est suggéré que dans un programme de calcul numérique, que les pas de temps soient suffisamment petits pour les deux critères à satisfaire.

## 2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, une étude déterministe de la réponse dynamique du sol a été présentée. Plusieurs solutions analytiques ont été détaillées, commençant par le cas le plus simple d'une couche élastique non chargée avec un module de cisaillement constant, puis le même cas précédent a été traité, mais avec la prise en considération de la présence d'une charge au niveau de la surface du sol. Un autre modèle élastique qui tient en compte la variation linéaire du module de cisaillement (modèle de Gibson) est aussi présenté. L'inconvénient de ces trois modèles, réside dans la non prise en considération de l'amortissement qui est un paramètre de

première importance dans les sols. Par la suite, un cas plus difficile a été traité, en l'occurrence celui d'un sol élastique avec amortissement hystérétique. L'insuffisance dans ce modèle, revient au fait qu'il ne tient pas en compte la variation du module de cisaillement. Toutes les méthodes analytiques présentées sont basées sur des hypothèses simplificatrices issues de la théorie d'Elasticité, qui considère le sol comme un matériau élastique homogène et avec un comportement linéaire, ce qui ne reflète guère la réalité.

Plusieurs paramètres liés à la propagation d'ondes de cisaillement dans le sol ont été étudiés, tels que l'amplification du mouvement, l'amortissement et la fréquence de résonance.

Le chapitre se termine par la présentation de la méthode aux différences finies, qui est l'une des méthodes les plus répandues dans le traitement numérique des réponses dynamiques des sols quelle que soit la loi de comportement à considérer, mais elle le traite dans un aspect macroscopique. Sachant que les caractéristiques géomécaniques du sol manifestent un caractère inconstant au sein d'une même couche de sol dû aux différentes interactions à l'échelle moléculaire, une étude micromécanique portant sur l'effet du caractère aléatoire desdites caractéristiques est très intéressante. Cette étude peut apporter d'autres éléments de réponse quant au problème de la propagation d'ondes dans les milieux granulaires, notamment dans les sables.

## Chapitre 3. Modélisation et simulation par la Méthode des Eléments Discrets (DEM)

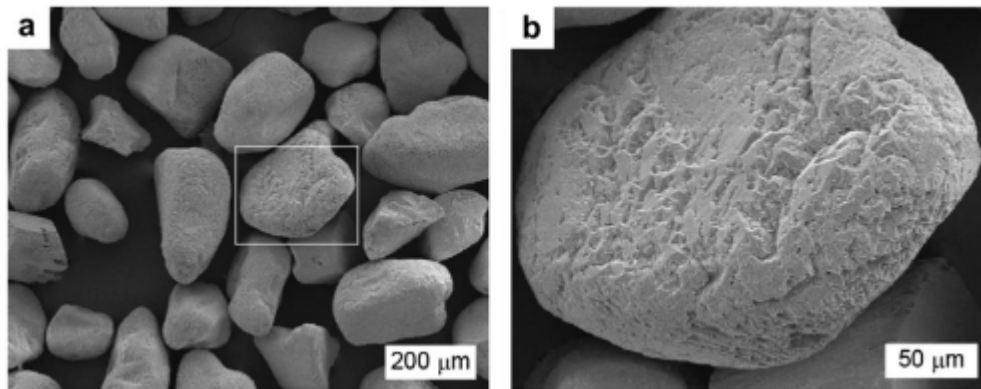
### 3.1. Introduction

Ce chapitre présente une synthèse de l'état de l'art concernant les concepts fondamentaux liés à la modélisation par la méthode des éléments discrets (DEM). Il aborde en détail les modèles rhéologiques permettant de mieux appréhender le comportement mécanique des matériaux granulaires, ainsi que les différents outils de modélisation numérique développés sur la base de cette approche. Par ailleurs, un panorama des techniques de simulation et de calcul numérique est également proposé, mettant en évidence leur pertinence pour l'étude du comportement des milieux granulaires.

### 3.2. Présentation des matériaux granulaires

Une grande variété de matériaux utilisés dans différentes applications de l'ingénierie sont des assemblages granulaires, constitués de particules solides de différentes tailles tel que les sables, ou plus généralement les sols, les poudres utilisées dans les industries pharmaceutiques et agroalimentaires, matériaux de construction...etc. Les tailles de grains varient du micromètre pour les poudres très fines, jusqu'au mètre pour les matériaux utilisés dans les enrochements. Lorsque des grains sont mis en contact par des forces externes de confinement, éventuellement complétées par une attraction mutuelle, des matériaux solides se forment et peuvent se transformer en systèmes de type liquide en fonction des forces appliquées. Les systèmes fortement agités tendent à former ce que l'on appelle des gaz granulaires. Ces matériaux présentent des comportements souvent complexes, dus à la multitude de particules en interaction, à la complexité de la géométrie locale (forme et arrangement des grains) et à la diversité des forces agissantes entre ces grains (contacts, frottements, etc.) (Roux, 2018).

Les lois décrivant le comportement des milieux granulaires ont longtemps été difficiles à établir à partir des relations microscopiques. Par définition, un milieu granulaire est constitué de grains qui interagissent mécaniquement par des forces de contact, de frottement, ou de cohésion de diverses origines (électrostatiques, chimiques, capillaires, etc.). Lorsqu'un milieu granulaire ne développe que des forces de contact et de frottement entre ses particules, on le qualifie de pulvérulent. En revanche, lorsque des forces de cohésion empêchent le glissement ou le détachement des grains, le milieu est dit granulaire cohésif. Il convient de noter qu'un milieu granulaire peut localement alterner entre ces deux états en fonction de la rupture ou de la formation de liaisons entre les grains (Turkia, 2020).



**Figure 3.1.** Sable d'Ottawa: (a) Photo au Microscope Electronique à Balayage (MEB), (b) Agrandissement de la partie encadrée (Togo et Shimamoto, 2012)

Pour décrire le comportement des milieux granulaires, il est essentiel de considérer deux échelles distinctes d'analyse ;

- L'échelle macroscopique : Cette échelle correspond à l'échantillon du matériau granulaire considéré dans son ensemble, constitué d'un grand nombre de grains interagissant entre eux. À ce niveau, le comportement du matériau est étudié en fonction des conditions aux limites, tels que les chargements appliqués ou les contraintes de confinement, qui sont imposées lors des essais mécaniques. L'échelle macroscopique permet ainsi de modéliser et de comprendre les réponses globales de l'échantillon, comme la déformation, la résistance et la propagation des ondes, résultant de la somme des interactions microscopiques entre les grains.
- L'échelle microscopique : L'analyse à cette échelle porte sur les grains individuels et les interactions locales qui se déroulent entre eux. Le frottement, l'adhérence, la déformation et la cohésion à l'interface des grains sont des phénomènes de contact essentiels pour appréhender la transmission des forces et des mouvements à travers le milieu granulaire. Le comportement global du matériau est directement influencé par les caractéristiques des grains, telles que leur forme, leur taille, leur rugosité et leurs propriétés de surface.

### 3.3. Méthode aux éléments discrets pour modélisation des matériaux granulaires

La compréhension des propriétés macroscopiques des milieux granulaires requiert une maîtrise approfondie de leur comportement mécanique, qui dépend directement des mécanismes intervenant à l'échelle des grains. Pour décrire et modéliser ces matériaux complexes, plusieurs approches peuvent être employées, chacune visant à capturer les interactions fines entre les grains et leurs effets sur le comportement global du milieu (Delenne, 2002). Les mesures expérimentales sont couramment utilisées pour déterminer les propriétés macroscopiques des matériaux granulaires. Cependant, accéder aux paramètres à l'échelle des grains individuels reste souvent complexe. Pour surmonter cette difficulté, diverses méthodes de simulation numérique ont été développées, parmi lesquelles la méthode des éléments discrets (DEM) s'avère particulièrement adaptée. Cette méthode permet de représenter le milieu granulaire comme un ensemble de grains distincts, de tailles, de formes et de textures variées. Le

comportement mécanique global du matériau dépend alors de ces caractéristiques granulaires, telles que la géométrie, l'état de surface, ainsi que les propriétés physiques et mécaniques des particules. Les interactions générées entre les grains sous l'effet de sollicitations appliquées jouent un rôle crucial dans la réponse du matériau.

Les approches de modélisation par éléments discrets traitent le milieu à l'échelle des grains comme des entités indépendantes qui interagissent avec leurs voisins par l'intermédiaire des points de contact. Elles supposent que la déformation globale du milieu résulte principalement des mouvements relatifs entre les grains, considérés comme des corps rigides, tandis que la déformation individuelle des grains est négligée.

Le comportement global du milieu granulaire peut être décrit en intégrant les équations de mouvement de chaque grain. Ces équations sont formulées à partir de la deuxième loi de Newton, en prenant en compte toutes les forces externes, telles que la gravité, les forces hydrodynamiques ou aérodynamiques dues à l'écoulement d'un fluide, ainsi que les forces d'interaction aux points de contact entre les grains. Étant donné que ces forces, en particulier celles de contact, peuvent varier rapidement dans le temps, l'intégration numérique est opérée de manière incrémentale avec un certain pas de temps de calcul. Cette approche, dite newtonienne, se divise en deux grandes catégories de méthodes :

- **Les méthodes de type Smooth-DEM** : Ces méthodes autorisent une certaine déformation des grains lors des interactions, ce qui permet une représentation plus réaliste des contacts entre les particules. Les forces de contact sont calculées à l'aide de modèles d'interaction explicites qui tiennent compte non seulement de la déformation des grains, mais aussi, dans certains cas, de leurs dérivées temporelles et spatiales. En raison de cette prise en compte détaillée de la déformation, ces méthodes sont souvent appelées Dynamique Moléculaire (DM). La Dynamique Moléculaire applique des principes de la mécanique classique pour simuler le comportement de systèmes de particules. Elle a été adaptée pour les milieux granulaires par Cundall et ses collaborateurs, qui furent parmi les premiers à utiliser cette approche pour modéliser les interactions entre grains dans des matériaux granulaires solides (Cundall et Strack, 1979). Cette méthode permet de simuler des phénomènes complexes tels que les ondes de force et les effets de dilatance dans les matériaux granulaires.
- **Les méthodes de type Non Smooth-DEM** : Ces méthodes reposent sur la mécanique non régulière pour effectuer la simulation des interactions entre les grains, en tenant compte des chocs et collisions de manière plus détaillée. Elles font appel au principe de conservation de la quantité de mouvement ainsi qu'à des lois spécifiques pour la dissipation d'énergie lors des contacts entre particules. Ces approches sont principalement adaptées pour la simulation de systèmes dynamiques complexes. La méthode Event Driven (ED) qui fait partie des méthodes Non Smooth-DEM, traite les interactions en se concentrant sur une seule collision à la fois, en supposant qu'à chaque instant donné, une seule collision, au plus, se produit dans l'ensemble du système. Cette méthode est principalement utilisée pour simuler des systèmes dilués, tels que les gaz, où les interactions sont rares et peu fréquentes. En revanche, pour les systèmes denses où plusieurs interactions peuvent se produire simultanément, la méthode

Dynamique des Contacts (DC), développée par Moreau et ses collaborateurs (Moreau, 1994), est plus appropriée. Cette méthode permet de tenir en compte des multiples interactions simultanées entre les grains, offrant une meilleure description des systèmes granulaires denses en prenant en compte les effets complexes des collisions multiples.

Il convient de noter que le pas de temps d'intégration pour les méthodes Non Smooth-DEM est généralement plus long que pour les méthodes Smooth-DEM. En effet, les méthodes Smooth-DEM requiert un pas de temps plus petit afin de garantir une précision adéquate dans le calcul des forces de contact, car la durée de chaque contact doit être discrétisée en plusieurs étapes pour une modélisation représentative. Cette exigence entraîne des coûts de calcul plus élevés. Toutefois, les méthodes Smooth-DEM offrent une flexibilité et une adaptabilité accrues aux différents problèmes de simulation, grâce à la simplicité d'obtention de modèles d'interaction réguliers. En raison de ces avantages avérés, notre choix s'est porté sur les méthodes de type Smooth-DEM.

### 3.3. Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires

#### 3.3.1. Equations de mouvement des particules

A l'état initial, la position des particules est connue et une fois en mouvement, les forces et quantités de mouvement sont décrites par la seconde loi de Newton. Cette dernière est appliquée sur chaque grain permettant de suivre son déplacement et sa rotation à chaque pas de temps. En termes mathématiques, les équations du mouvement, linéaire et angulaire, s'écrivent :

$$\begin{cases} m_i \vec{x}_i = \sum_j \vec{F}_{ij}^{contact} + m_i \vec{g} \\ I_i \vec{\varphi}_i = \sum_j \vec{M}_{ij}^{contact} \end{cases} \quad (3.1)$$

Avec  $\vec{x}_i$  et  $\vec{\varphi}_i$  représentant les accélérations de translation et de rotation des grains,  $m_i = \rho \pi r_i^2$  et  $I_i = \frac{1}{2} m r_i^2$  sont respectivement la masse et le moment d'inertie,  $\vec{F}_{ij}^{contact}$  sont les forces de contact qui représentent l'interaction appliquée par un grains quelconque  $j$  sur un autre grain  $i$ ,  $\vec{g}$  l'accélération de gravité et  $\vec{M}_{ij}^{contact}$  le moment engendré par rapport au centre de gravité du grain  $i$  par les forces de contact  $\vec{F}_{ij}^{contact}$ .

La forces de contact  $\vec{F}_{ij}^{contact}$  entre deux grains  $i$  et  $j$  est dévisée en une composante normale  $\vec{F}_n$  et une composante tangentielle  $\vec{F}_s$ , donc,  $\vec{F}_{ij}^{contact} = \vec{F}_n \vec{n} + \vec{F}_s \vec{s}$ . Cette décomposition permet de simplifier davantage le calcul des forces d'interaction intergranulaires, car chaque composante ( $\vec{F}_n$  ou  $\vec{F}_s$ ) est déterminée selon une loi d'interaction spécifique. L'orientation de la force tangentielle  $\vec{F}_s$  dépend de la direction de la vitesse relative tangentielle des deux grains au moment où ils entrent en contact.

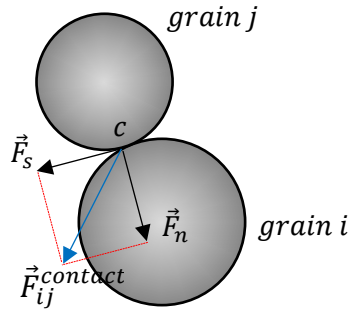


Figure 3.2. Composantes des forces de contact.

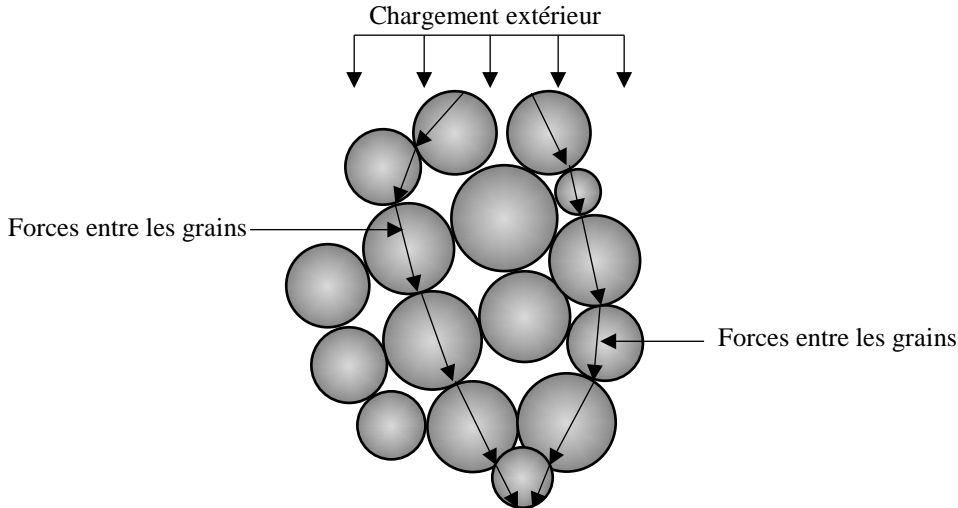


Figure 3.3. Forces entre les grains avec un chargement extérieur (Santamarina, 2003)

Il est généralement supposé en dynamique moléculaire, que les grains peuvent se déformer légèrement lorsqu'ils sont soumis aux forces de contact. Cette hypothèse de déformabilité permet de calculer les forces de contact en utilisant des lois explicites, telles que la loi de Hertz pour les contacts élastiques, qui relie directement la force appliquée à la déformation locale des grains. Cependant, pour que ces modèles restent précis et applicables, il est crucial que les déformations restent minimales, de manière à ce que les variations de forme par rapport à la géométrie originale des grains soient négligeables. Cela garantit la validité des hypothèses relatives à la forme et au comportement des grains tout au long de l'analyse dynamique.

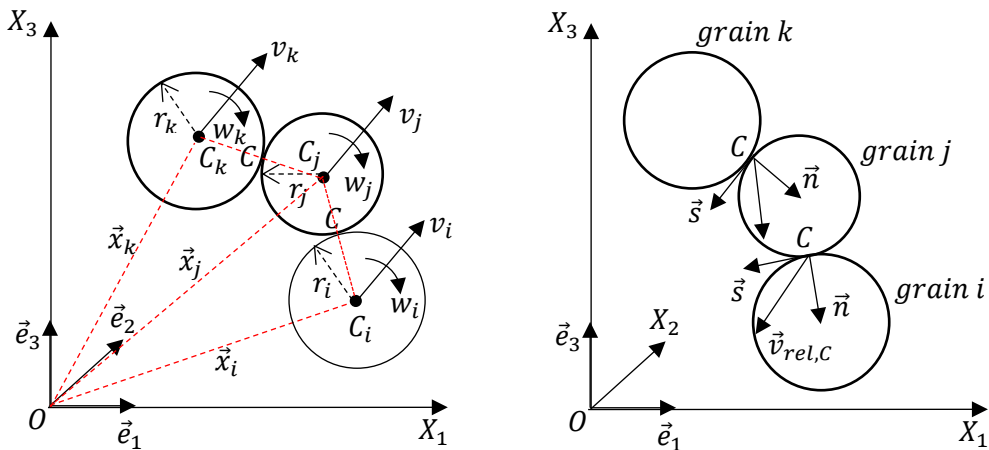


Figure 3.4. Description du mouvement des grains

Le modèle de contact est un outil qui permet de représenter avec précision le comportement mécanique des grains lorsqu'elles entrent en contact physique. Pour se renseigner si deux grains sont en contact, un calcul de la distance normale entre elles doit être effectué. Cette distance normale est définie comme la différence entre la distance séparant leurs centres et la somme de leurs rayons. Lorsque cette distance devient négative, une interpénétration des deux grains est détectée, ce qui engendre une force normale proportionnelle au degré de pénétration au point de contact. Parallèlement, des forces de frottement, ou forces tangentielles, peuvent se développer en fonction de la nature du contact, de la rugosité des surfaces et de l'amplitude des déplacements relatifs entre les grains. Ces forces de frottement jouent un rôle clé dans la dissipation d'énergie et influencent le comportement dynamique global du système granulaire.

La distance normale, notée  $D_n$ , entre deux grains  $i$  et  $j$ , est définie d'une manière géométrique selon la figure 3.4 comme suit :

$$D_n = \|\vec{x}_j - \vec{x}_i\| - r_i - r_j \quad (3.2)$$

Le contact est considéré existant si  $D_n \leq 0$ .

Dans le cas où deux grains  $i$  et  $j$  sont en contact, les forces de contact normale et tangentielle agissant sur le grain  $i$  ou  $j$  sont évaluées à l'aide des lois d'interaction appropriées, puis projetées dans le repère global pour être intégrées dans les équations de la deuxième lois de Newton. Pour faciliter ce calcul, il est nécessaire de définir un repère local de contact associé au grain  $i$ , noté  $R_i^{loc}(C, \vec{n}, \vec{s})$ , avec  $\vec{n}$  représente le vecteur normal par rapport au point de contact  $C$ , le vecteur unitaire  $\vec{s}$  correspond au plan tangentiel entre les deux grains. La direction de  $\vec{s}$  correspond à la composante tangentielle de la vitesse relative du grain  $j$  par rapport au grain  $i$  lors du contact, notée  $\vec{v}_{rel,C}$ .

La direction d'orientation du vecteur normal  $\vec{n}$  est la même que le vecteur branche présentée dans la figure 3.4 avec  $\overrightarrow{C_i C_j} = \vec{x}_j - \vec{x}_i$ , cette quantité représente le vecteur reliant les centres des grains  $i$  et  $j$ . Il est calculé à partir de la formule :

$$\vec{n} = \frac{(\vec{x}_j - \vec{x}_i)}{\|\vec{x}_j - \vec{x}_i\|} \quad (3.3)$$

Lors du contact entre deux grains  $i$  et  $j$ , les vitesses au niveau du point de contact  $C$ , lorsque ce point est considéré comme appartenant à la surface du grain  $i$ , puis à celle du grain  $j$ , sont calculés par :

$$\begin{cases} \vec{v}_{C,i} = \vec{v}_i + \vec{\omega}_i \wedge \overrightarrow{C_i C} \\ \vec{v}_{C,j} = \vec{v}_j + \vec{\omega}_j \wedge \overrightarrow{C_j C} \end{cases} \quad (3.4)$$

En considérant que le vecteur qui relie le centre du grain  $i$  et le point de contact  $C$  est donné par  $\overrightarrow{C_i C} = r_i \vec{n}$  et le vecteur qui relie le centre du grain  $j$  et le point de contact  $C$  aussi donné par  $\overrightarrow{C_j C} = -r_j \vec{n}$ , la vitesse relative du grain  $j$  par rapport au grain  $i$  au point de contact est donnée par :

$$\vec{v}_{rel,C} = \vec{v}_{C,j} - \vec{v}_{C,i} = \vec{v}_j - \vec{v}_i - (r_j \vec{\omega}_j + r_i \vec{\omega}_i) \wedge \vec{n} \quad (3.5)$$

Les deux vitesses relatives normale et tangentielle sont exprimés comme suit :

$$\begin{cases} V_n = \vec{v}_{rel,C} \cdot \vec{n} \\ V_s = \|\vec{v}_{rel,C} - (\vec{v}_{rel,C} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n}\| \end{cases} \quad (3.6)$$

Donc, le vecteur tangential unitaire  $\vec{s}$  s'écrit sous la forme :

$$\vec{s} = \frac{\vec{v}_s}{\|\vec{v}_s\|} = \frac{\vec{v}_{rel,C} - (\vec{v}_{rel,C} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n}}{\|\vec{v}_{rel,C} - (\vec{v}_{rel,C} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n}\|} \quad (3.7)$$

Il est important de noter que lorsque la composante tangentielle de la vitesse  $\vec{V}_s = 0$ , la composante tangentielle de la force de contact  $\vec{F}_s = 0$ , cela signifie que sa projection dans le repère global est égale à zéro.

Enfin, selon cette convention, la vitesse relative normale  $V_n$  est considérée comme positive lorsque les deux grains s'éloignent l'un de l'autre (Mansouri, 2014).

### 3.3.2. Interaction entre grains

Dans un modèle qui traite de la mécanique des matériaux granulaires, les interactions entre les grains sont localisées uniquement au niveau de petites endroits de contact. Ces interactions sont décrites par des lois qui régissent le comportement en forces de contact au niveau de la surface des deux grains en contact durant leurs mouvements relatifs. Cette loi de contact prend en compte la dynamique des grains en fonction de leur déplacement, de leur vitesse et de leurs déformations locales au cours du temps.

La modélisation du comportement mécanique des contacts intergranulaires est un processus complexe et délicat en raison des nombreux détails subtils liés à la physique des surfaces. Pour cette raison, il est souvent nécessaire d'adopter des lois de contact simplifiées et robustes à la fois qui permettent de représenter de manière aussi fidèle que possible le comportement réel, tout en aboutissant à une modélisation fiable et économique.

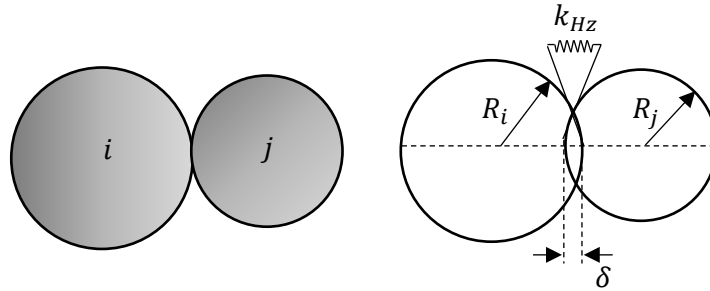
Considérons deux grains en contact, représentés par des disques en deux dimensions ou des sphères en trois dimensions, ayant chacun un rayon  $r_i$  et une masse  $m_i$ . En fonction du comportement mécanique réel ou du phénomène analysé, il est possible d'adopter différentes approches de modélisation des forces d'interaction au contact. On peut choisir de modéliser explicitement les déformations au niveau des points de contact entre les grains, en tenant compte des forces élastiques et des éventuelles dissipation d'énergie, ou bien de simplifier l'analyse en traitant les grains comme des corps parfaitement rigides et indéformables, ce qui élimine la nécessité de simuler les détails complexes des déformations locales au niveau du contact.

#### 3.3.2.1. Force normale

Plusieurs modèles sont utilisés pour représenter et calculer la force de contact normale entre les particules en contact. Ces modèles permettent de simuler le comportement mécanique des matériaux granulaires. Les principaux modèles de force normale utilisés en DEM sont :

- **Model élastique de Hertz**

Le modèle d'interaction entre deux sphères le plus connu est celui développé par Hertz en 1882 (Johnson, 1987). Basé sur les principes de la théorie de l'élasticité linéaire, ce modèle décrit la force de contact en fonction de la déformation élastique des sphères au point de contact et sans frottement. Les dimensions de la zone de contact sont bien inférieures aux dimensions des corps en contact et aux rayons de courbure des surfaces de contact.



**Figure 3.5.** Model de déformation élastique de Hertz.

$\delta$  : Déplacement relatif de contact.

Lorsque deux particules rentrent en contact, le rapprochement se produisant accompagné des petites déformation, la force de contact normale résultante nommée par  $F_n$  est donnée par l'équation suivante :

$$F_n = k_{Hz} \delta^{\frac{3}{2}} \quad (3.8)$$

La rigidité élastique de Hertz est donnée par :

$$k_{Hz} = \frac{4}{3} R'^{\frac{1}{2}} E' \quad (3.9)$$

Où :

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \quad (3.10)$$

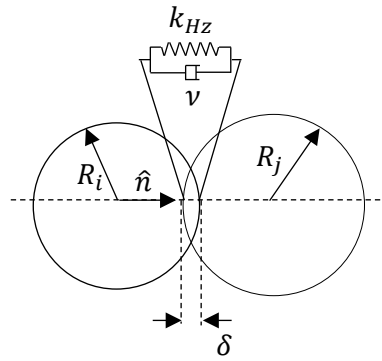
$$\frac{1}{E'} = \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1-\nu_j^2}{E_j} \quad (3.11)$$

Avec :

$F_n$  : force normale,  $k_{Hz}$  : rigidité Hertzienne,  $\delta$  : Interpénétration entre deux grains,  $R'$  : rayon effectif,  $R_i$  et  $R_j$  : rayons des deux grains  $i$  et  $j$ ,  $E'$  : module de Young effectif,  $E_i$  et  $E_j$  : modules de Young pour les deux grains  $i$  et  $j$ ,  $\nu_i$  et  $\nu_j$  : coefficients de Poisson pour les deux sphères  $i$  et  $j$ .

- **Model élastique avec amortissement de Hertz**

Le modèle de ressort avec amortisseur de Hertz (également appelé modèle viscoélastique hertzien) est une extension du modèle de contact élastique linéaire. Dans ce modèle, une introduction d'un terme d'amortissement dans la force normale est faite pour prendre en compte la dissipation d'énergie lors des interactions entre grains. Ce modèle est couramment utilisé en méthode des éléments discrets (DEM) pour simuler des systèmes dynamiques, comme le cas des matériaux granulaires en mouvement, où les contacts entre particules sont élastiques mais aussi soumis à des phénomènes de dissipation d'énergie. La force de contact s'exprime alors, dans ces circonstances, comme suit :



**Figure 3.6.** Modèle élastique Hertzien avec amortissement.

$$F_n = (-k_{HZ}\delta^{\frac{3}{2}} + \nu\dot{\delta})\hat{n} \quad (3.12)$$

Avec :

$\nu$  : Coefficient d'amortissement visqueux.

$\dot{\delta}$  : Vitesse relative de contact.

$\hat{n}$  : Le vecteur de contact normal.

Pour un contact à deux particules, l'équation différentielle du mouvement devient alors :

$$\ddot{\delta}^* + \nu^*\dot{\delta}^* + \delta^{*\frac{3}{2}} = 0 \quad (3.13)$$

Où :

$$\nu^* = \frac{\nu}{(m'^{\frac{3}{2}}\delta_0^{\frac{1}{2}}k_{HZ})^{\frac{2}{5}}} \quad (3.14)$$

$$t^* = t\left(\frac{k_{HZ}\delta_0^{\frac{1}{2}}}{m'}\right)^{\frac{2}{5}} \quad (3.15)$$

$$\delta^* = \delta\left(\frac{k_{HZ}}{\delta_0^{\frac{3}{2}}m'}\right)^{\frac{2}{5}} \quad (3.16)$$

$$\dot{\delta}^* = \frac{\dot{\delta}}{\delta_0} \quad (3.17)$$

$$\ddot{\delta}^* = \ddot{\delta}\left(\frac{m'}{\delta_0^{\frac{3}{2}}k_{HZ}}\right)^{\frac{2}{5}} \quad (3.18)$$

Avec :

$\dot{\delta}_0$  : vitesse relative de contact.

$m'$  : masse effective.

$\nu$  : coefficient d'amortissement visqueux.

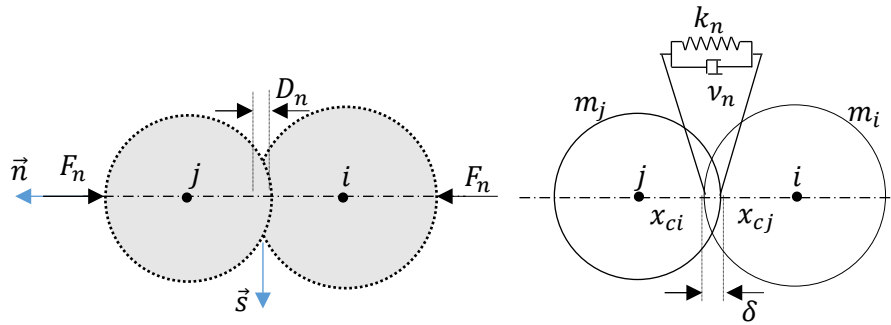
$k_{HZ}$  : rigidité Hertzienne.

#### • Model élastique avec amortissement simplifié

Dans le cadre des travaux de cette thèse, nous avons choisi d'adopter un modèle d'interaction simplifié. Il s'agit d'un modèle viscoélastique linéaire, introduit par Cundall et Strack en 1979 (Cundall et Strack, 1979) (figure 3.7). Ce modèle se comporte pratiquement bien pour représenter les interactions entre grains dans le cas d'étude des milieux granulaires, car il combine simplicité et efficacité dans la modélisation des forces de contact. La force normale d'interaction entre deux particules est définie comme la somme de deux composantes : une force élastique linéaire, proportionnelle à la déformation normale au point de contact, et une

force dissipative visqueuse, qui modélise les pertes d'énergie dues aux frottements internes et aux collisions inélastiques. Cette force résultante est de nature répulsive et vise à empêcher l'interpénétration des grains. Elle est exprimée par la somme d'une force élastique linéaire ( $k_n D_n$ ) et d'une autre force dissipative visqueuse ( $v_n V_n$ ) donnée par la formule suivante (Heitz, 1992):

$$\vec{F}_n = (-k_n D_n - v_n V_n) \cdot \vec{n} \quad (3.19)$$



**Figure 3.7.** Force normale entre les grains

Où :  $\delta$  (déplacement relatif) =  $x_{cj} - x_{ci}$

$$x_{cj} = x_j + r_j, x_{ci} = x_i - r_i$$

Dans ce modèle,  $k_n$  représente la constante de raideur élastique du contact, qui quantifie la résistance à la déformation élastique entre deux grains en contact. Quant à  $v_n$ , il s'agit du coefficient d'amortissement visqueux, qui caractérise la dissipation d'énergie lors des mouvements relatifs entre deux grains. Tant que le contact est maintenu entre les deux particules, leur interaction peut être modélisée comme celle d'un oscillateur harmonique amorti de masse réduite ( $m_e$ ) donnée par l'expression (Cundall et Strack, 1979) :

$$m_e = \frac{m_i m_j}{(m_i + m_j)} \quad (3.20)$$

Avec  $m_i$  et  $m_j$  représentant respectivement les masses des deux grains en contact, la durée de contact  $t_c$  correspond à la moitié de la période naturelle de l'oscillateur harmonique amorti formé par les deux particules. Cette durée de contact ( $t_c$ ) peut être calculée par :

Pour deux grains, les équations de mouvement pour deux grains :

$$\text{Grain } i : m_i \ddot{x}_i = k_n \delta + v_n \dot{\delta} \quad (1)$$

$$\text{Grain } j : m_j \ddot{x}_j = k_n \delta + v_n \dot{\delta} \quad (2)$$

$$(2) \times \frac{m_i}{m_j} - (1) : m_e \ddot{\delta} + v_n \dot{\delta} + k_n \delta = 0, \text{ la solution est : } \delta = e^{-\xi \omega t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t),$$

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2}, \text{ dans le cas d'amortissement nul : } \omega_d = \omega = \sqrt{\frac{k_n}{m_e}}, T = \frac{2\pi}{\omega}, t_c = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}.$$

$$t_c = \pi \sqrt{\frac{m_e}{k_n}} \quad (3.21)$$

La durée de contact  $t_c$  joue un rôle capital en raison de son influence sur la stabilité des calculs lors de l'intégration des équations de mouvement. Pour garantir que les résultats restent fiables, le

pas de temps d'intégration  $\Delta t$  doit être suffisamment petit par rapport à  $t_c$ . En d'autres termes, il est essentiel que l'évolution du contact entre les particules soit correctement résolue à chaque étape de temps. Si le pas de temps est trop grand, cela peut entraîner des instabilités dans le calcul numérique. Parmi ces instabilités nous citons la détection tardive des contacts et parfois même l'absence de cette détection, ce qui compromet la véracité des simulations. Dans l'objectif d'éviter ces problèmes d'instabilité, il est recommandé de faire une discrétisation minimale de la durée du contact  $t_c$  en dix intervalles de temps, comme le suggère (Mansouri, El Youssoufi et Nicot, 2017). Cette approche permet d'assurer que le contact est correctement détecté et que le modèle reste stable tout au long de l'intégration numérique. Ainsi :

$$\Delta t_{max} \approx 0.1\pi \sqrt{\frac{m_e}{k_n}} \quad (3.22)$$

Le rôle de l'amortissement visqueux dans le présent modèle est de diminuer la vitesse relative normale entre les grains au cours du contact, allant de début à sa fin. Cette diminution est mesurée par le coefficient de restitution. Ce coefficient quantifie l'efficacité du rebondissement par rapport à l'impact initial, il est défini comme le rapport entre la vitesse de séparation de deux grains, notée  $V_{nr}$ , et la vitesse d'initiation du contact, notée  $V_{ni}$ . Il présente ainsi la proportion de la vitesse relative initiale qui est conservée après le contact. En d'autres termes, ce coefficient permet de mesurer la perte d'énergie due à l'amortissement et à d'autres facteurs dissipatifs au cours du processus de contact. Sa formule est par ailleurs donnée par :

$$\epsilon_n = -\frac{V_{nr}}{V_{ni}} = \exp\left(-\frac{\pi v_n}{\sqrt{4k_n m_e - v_n^2}}\right) \quad (3.23)$$

Le coefficient de restitution, noté,  $\epsilon_n$  varie entre 0 et 1 et quantifie la nature de la collision entre les grains. Lorsque  $\epsilon_n = 1$ , cela indique une collision parfaitement élastique, où aucune énergie n'est perdue et la vitesse relative normale post-collision est égale à celle pré-collision. En revanche, lorsque  $\epsilon_n = 0$ , la collision est complètement inélastique, traduisant une situation où les grains se collent l'un à l'autre après le choc et qu'il y a une perte totale d'énergie cinétique en déformation. Il est important de préciser que cette mesure du coefficient de restitution est indépendante de la vitesse d'impact initiale  $V_{ni}$ , ce qui permet de caractériser d'une manière absolue le comportement de collision entre les grains.

En pratique, le coefficient de restitution  $\epsilon_n$  est souvent déterminé à partir des expériences. Il est donc courant d'utiliser  $\epsilon_n$  comme paramètre d'entrée dans les simulations et les modèles, plutôt que d'introduire directement la constante d'amortissement visqueux  $v_n$ .

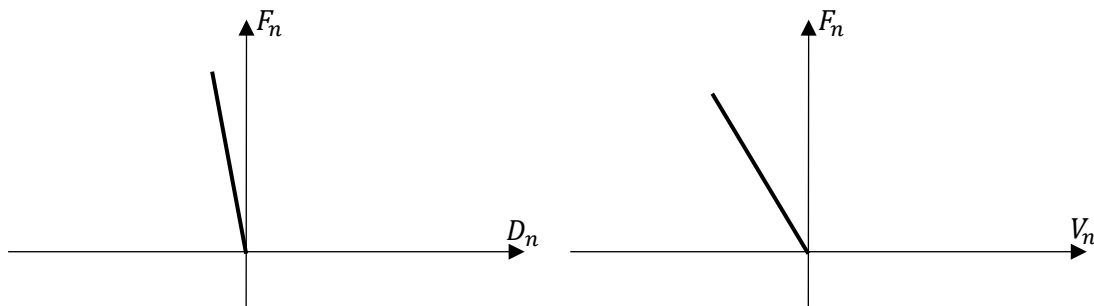
La constante d'amortissement peut ensuite être calculée à partir du coefficient de restitution  $\epsilon_n$  en utilisant la formule suivante :

$$v_n = -\frac{2 \ln(\epsilon_n) \sqrt{k_n m_e}}{\sqrt{\pi^2 + (\ln \epsilon_n)^2}} \quad (3.24)$$

Il est important de noter ici que la formule (3.8) peut entraîner une force normale attractive à la fin du contact entre les grains. En conséquence, lorsque la distance normale  $D_n$  devient très faible par rapport à la vitesse normale  $V_n$  qui prend un signe positive et indique une séparation

des deux grains, l'expression peut donner lieu à une force de contact qui semble indiquer une sorte de cohésion entre les particules. Cette cohésion apparente est irréaliste pour les matériaux non cohésifs, où aucune telle force de liaison ne devrait se manifester une fois le contact terminé. Pour améliorer ce modèle par rapport à cette insuffisance, la valeur de la force de contact normale  $F_n$  est considérée uniquement lorsqu'elle est en valeur positive. Autrement dit, l'expression (3.8) est améliorée pour exclure les valeurs négatives de  $F_n$ , parfaitement en accord avec la nature des interactions entre les particules non cohésives. L'expression (3.8) devient alors :

$$F_n = \begin{cases} -k_n D_n - \nu_n V_n & \text{si } F_n > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.25)$$



**Figure 3.8.** Force normale entre les grains en fonction de la distance et la vitesse normale

### 3.3.2.2. Force tangentielle

La plupart des modèles supposent que la force de contact normale est indépendante de la force de contact tangentielle. Cependant, en réalité, la force tangentielle dépend directement de la force normale, conformément aux lois de la friction. La composante tangentielle de la force de contact est généralement décrite par plusieurs modèles, dont le modèle de Coulomb, qui relie la force tangentielle à la force normale à travers un coefficient de frottement. D'autres approches modélisent également cette interaction pour mieux capturer les effets de glissement, de frottement ou de déformation des particules en contact.

- **Modèle de coulomb**

Ce modèle s'appuie sur la loi du frottement de Coulomb, qui stipule que la force tangentielle entre deux surfaces est proportionnelle à la force normale qui les unit. La force tangentielle est tributaire du coefficient de frottement, définissant ainsi la résistance maximale avant que le glissement ne survienne entre les grains (Figure 3.9). Par conséquent, le coefficient de frottement est un paramètre crucial pour simuler avec précision le glissement intergranulaire et prévoir les conditions qui favorisent ce phénomène (Ketterhagen, Curtis et Wassgren, 2005). La force tangentielle pour modèle en question s'écrit :

$$\vec{F}_s = \mu |F_n| \text{signe}(\vec{V}_s) \quad (3.26)$$

Avec :

$\mu = \mu_k$  : Coefficient de friction.

$\vec{V}_s$  : Vitesse tangentielle relative.

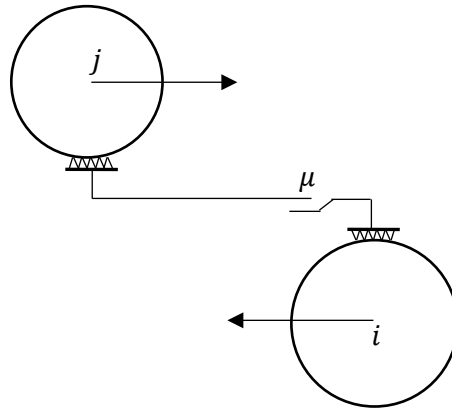


Figure 3.9. Modèle de Coulomb pour force tangentielle.

- **Model Visco-Plastique :**

Le modèle Visco-Plastique est conçu pour simuler des interactions entre grains en tenant compte des comportements visqueux, plastiques et élastiques (Figure 3.10). Ce modèle est particulièrement utile pour la modélisation des systèmes où les particules sont soumises à des forces de friction complexes, incluant des phases d'adhérence, de glissement, de déformation plastique et de dissipation d'énergie par amortissement visqueux (Luding, Clément, Blumen, et al, 1994). Ici, la force tangentielle est exprimée par :

$$\vec{F}_s = \min(|v_s V_s|, |\mu F_n|) \text{signe}(\vec{V}_s) \quad (3.27)$$

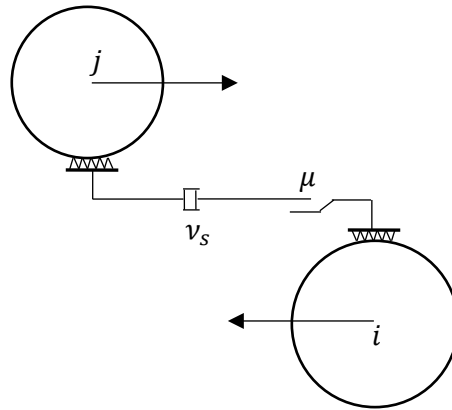


Figure 3.10. Model Visco-Plastic pour force tangentielle.

- **Model viscoélastique**

Ce modèle intègre à la fois les propriétés élastiques et visqueuses des matériaux pour décrire les interactions entre les grains. Dans ce modèle, la vitesse relative tangentielle n'est pas nulle et la force d'interaction tangentielle est proportionnelle à la force normale  $F_n$ . L'indice de proportionnalité correspond au coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$ . Le grain  $j$  exerce une force tangentielle sur le grain  $i$  dans la direction de la vitesse relative tangentielle (suivant le vecteur  $\vec{s}$ ), ce qui permet une expression de la force comme suit (Semblat et Luong, 1998) :

$$\vec{F}_s = \min(k_s D_s + v_s V_s, \mu F_n) \vec{s} \quad (1.28)$$

Où  $k_s$  est la rigidité tangentielle,  $v_s$  représente le coefficient d'amortissement visqueux,  $\mu_d$  est le coefficient de frottement intergranulaire,  $D_s \leq \frac{\mu F_n}{k_s}$  est la déformation du grain due à la force de cisaillement et  $V_s$  la vitesse tangentielle du grain  $j$  par rapport au grain  $i$ .

Pour les phénomènes quasi-statiques :  $V_s \approx 0 \Rightarrow \vec{F}_s = \min(k_s D_s, \mu F_n) \vec{s}$

Si un contact existe :  $(D_s)_{t+\Delta t} = (D_s)_t + V_s \Delta t, F_s = k_s D_s$  si  $F_s > \mu F_n \Rightarrow \left\{ F_s = \mu F_n \text{ et } D_s \leq \frac{\mu F_n}{k_s} \right\}$

Dans le cadre des travaux de cette thèse, la simulation des phénomènes de propagation d'ondes est opérée suivant une loi viscoélastique (Coulomb) en raison de sa facilité d'implémentation et de son économie de temps de calcul.

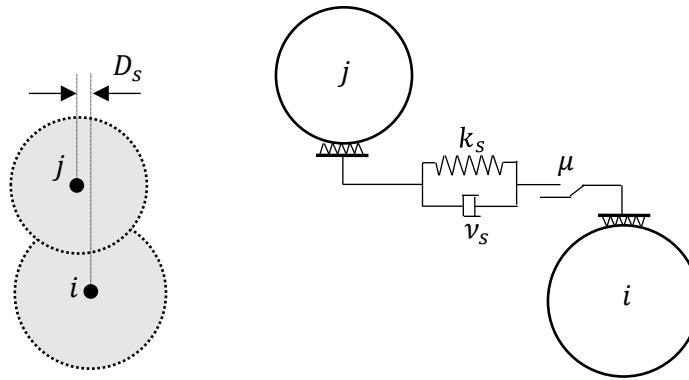


Figure 3.11. Model Viscoélastique pour force tangentielle.

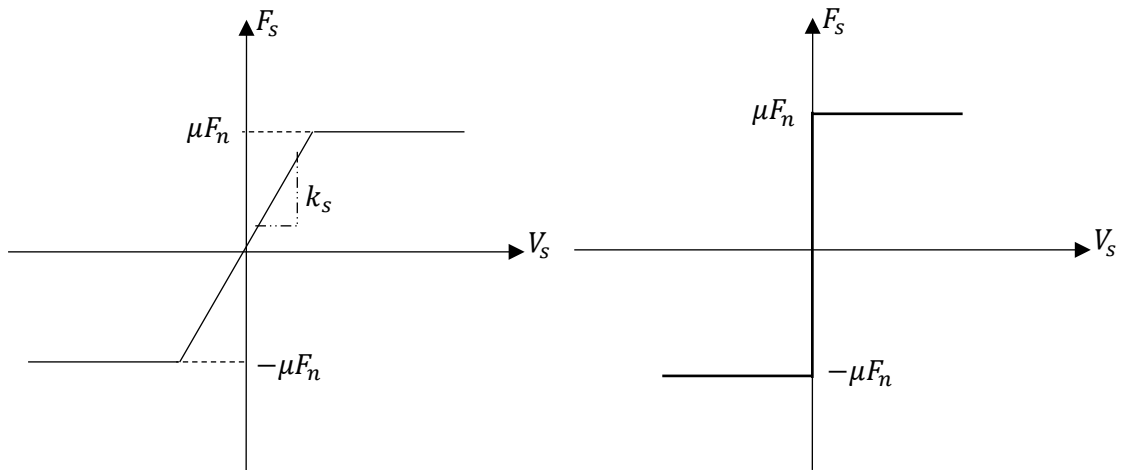
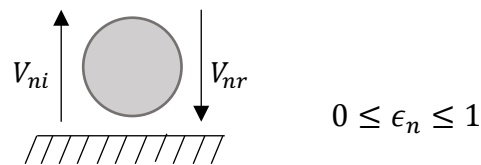


Figure 3.12. Variation de la force tangentielle entre les grains.

### 3.3.2.3. Coefficient de restitution

Les lois du comportement dynamique exigent de prendre en compte l'influence propre de chaque particule lors d'un impact, afin de mieux analyser le phénomène de collision. Ce phénomène est déterminé par le rapport entre les vitesses relatives de rebond et d'impact des deux corps en mouvement. Le coefficient de restitution quantifie la dissipation d'énergie lors d'une collision, en fonction de la vitesse, et repose sur les principes de conservation de l'impulsion et de conservation de l'énergie (Cundall et Strack, 1979).

La méthode expérimentale classique pour déterminer le coefficient de restitution consiste à laisser tomber une particule d'une certaine hauteur sur un plan horizontal, sans lui imprimer de vitesse initiale, et à observer son rebond. En comparant la valeur du coefficient de restitution avec celle décrite par l'arrêt du bloc à la surface sans rebond, il est possible de caractériser l'état de la collision. Dans le cas d'un choc parfaitement élastique, le coefficient de restitution est égal à 1, indiquant qu'aucune énergie ne s'est pas dissipée et que la particule retourne à sa hauteur initiale. Si la particule ne rebondit pas, la collision est parfaitement inélastique, avec un coefficient proche de 0, signalant de ce fait une dissipation totale de l'énergie et un contact permanent entre la particule et la surface (Asteriou et Tsiambaos, 2018).



**Figure 3.13.** Rebondissement d'un grain.

Le coefficient de restitution s'exprime comme suit :

$$\epsilon_n = -\frac{V_{nr}}{V_{ni}} \quad (3.28)$$

Avec :

$\epsilon_n$  : Coefficient de restitution.

$V_{ni}$  : Vitesse d'impact.

$V_{nr}$  : Vitesse de rebondissement.

#### 3.3.2.4. Coefficient de frottement

Au sein d'un milieu granulaire, chaque particule entre en contact avec ses voisines, formant un réseau complexe de liaisons. Ces liaisons, issues de chocs entre les grains peuvent être assimilées à des chaînes de forces de contact. Selon Mindlin, si la force appliquée n'est pas alignée avec les centres des particules, elle induit des déformations plastiques locales dues au glissement relatif des grains. Ces interactions sont généralement modélisées par la loi de Coulomb, qui établit une relation de proportionnalité entre la force de frottement et la force normale exercée entre les grains. Dans un milieu sec, la surface apparente de contact n'influe que marginalement sur l'intensité des forces de frottement.

La force tangentielle  $\vec{F}_s$  atteint une valeur maximale, qui est déterminée par la loi de Coulomb et exprime par la relation  $\vec{F}_s = \mu_s F_n \vec{s}$ , où  $\mu_s$  représente le coefficient de frottement statique et  $F_n$  la force normale. Lorsque la force tangentielle appliquée atteint cette valeur limite, le glissement entre les deux particules devient imminent. Le frottement de glissement, qui s'oppose au mouvement relatif des particules le long de leur surface de contact, apparaît alors.

Le contact entre des particules granulaires est généralement caractérisé par deux coefficients de frottement : statique ( $\mu_s$ ) et dynamique ( $\mu_d$ ). Le coefficient de frottement statique représente la force tangentielle maximale qu'il faut exercer pour initier le glissement entre deux particules en contact. Une fois le mouvement enclenché, c'est le coefficient de frottement dynamique qui

entre en jeu, représentant la force nécessaire pour maintenir ce glissement. Il est généralement observé que  $\mu_s > \mu_d$ , ce qui s'explique par le phénomène de stick-slip (Figure 3.14) : l'énergie est stockée pendant la phase d'adhérence (stick) puis libérée brutalement lors du glissement (slip), induisant un mouvement irrégulier de la particule. Il est à noter que les coefficients de frottement sont considérés comme indépendants de la vitesse de glissement, selon les références citées.

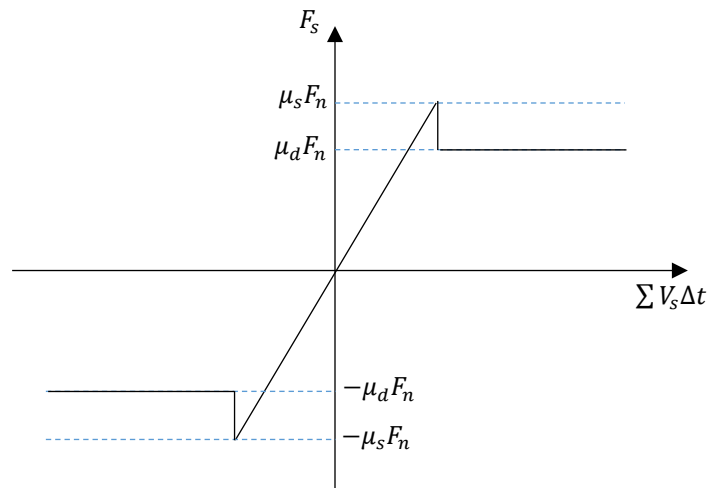


Figure 3.14. Coefficient de frottement entre les grains.

### 3.3.2.5. Coefficient de résistance au roulement

Dans le cas d'un grain sphérique, on considère généralement que son mouvement de rotation est induit par les forces tangentielles s'exerçant au niveau des contacts avec d'autres grains ou avec le milieu environnant (forces hydrodynamiques par exemple). Les forces normales, perpendiculaires aux surfaces de contact, sont souvent négligées dans les modèles simplifiés où les contacts sont considérés comme ponctuels. Sous cette hypothèse, le mouvement de rotation n'est pas donc amorti et un grain mis en rotation sur un plan horizontal parfait, par exemple, poursuivra indéfiniment son mouvement de rotation en l'absence de forces dissipatives.

Contrairement à l'hypothèse simplificatrice d'un contact ponctuel, les interactions entre grains se produisent en réalité sur des surfaces. Ces surfaces de contact sont irrégulières en raison des aspérités des grains et des déformations locales. La distribution non uniforme des contraintes normales sur ces surfaces engendre un moment de force qui s'oppose au mouvement de rotation du grain (Figure 3.15). Ce moment résistant au roulement, souvent appelé moment de frottement de roulement, est principalement dû à un décalage de la résultante des forces normales vers l'avant du contact. Ce mécanisme d'amortissement est valable non seulement pour le roulement d'un grain sur un plan, mais également pour les interactions entre deux grains en mouvement relatif (figure 3.16).

En plus du mouvement de roulement, une sphère peut effectuer un mouvement de rotation autour d'un axe passant par son centre de masse. Ce mouvement de pivotement est également soumis à des phénomènes d'amortissement qui doivent être pris en compte dans toute analyse dynamique.

La quantification précise des phénomènes d'amortissement lors des mouvements de roulement et de pivotement au sein d'un milieu granulaire reste un défi majeur. Afin de modéliser ces comportements complexes dans les simulations numériques, une loi empirique est proposée par Zhu et qui exprime le moment résistant au roulement ( $\vec{M}_r$ ) ou au pivotement d'un grain  $i$  soumis à un contact (Zhu et Yu, 2003):

$$\vec{M}_r = - \min(\mu_r F_n, \mu'_r \|\vec{w}'_i\|) \frac{\vec{w}'_i}{\|\vec{w}'_i\|} \quad (3.29)$$

Dans le cas général du roulement du grain  $i$  sur un grain  $j$ , on peut représenter la vitesse angulaire relative de roulement par  $\vec{w}'_i = \vec{w}_i - \vec{w}_j$ , le coefficient de frottement de roulement par  $\mu_r$ , tandis que le coefficient d'amortissement visqueux de rotation est égal à  $\mu'_r$ . Selon les études, il est recommandé de choisir un coefficient de frottement  $\mu_r = 0.00d$  à  $0.006d$ , avec  $d$  correspond au diamètre du grain.

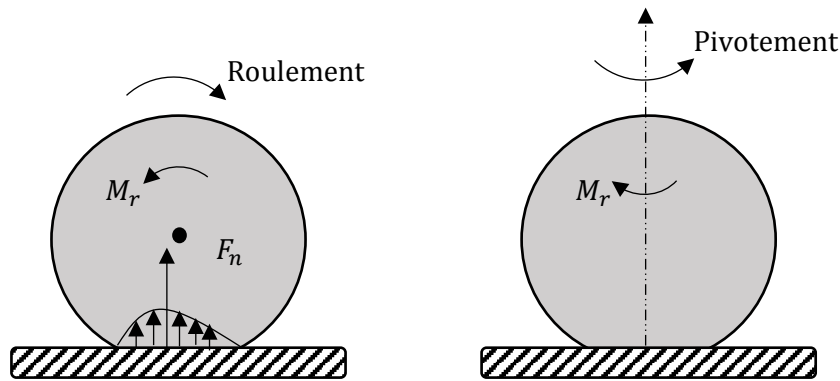


Figure 3.15. Roulement et pivotement des grains.

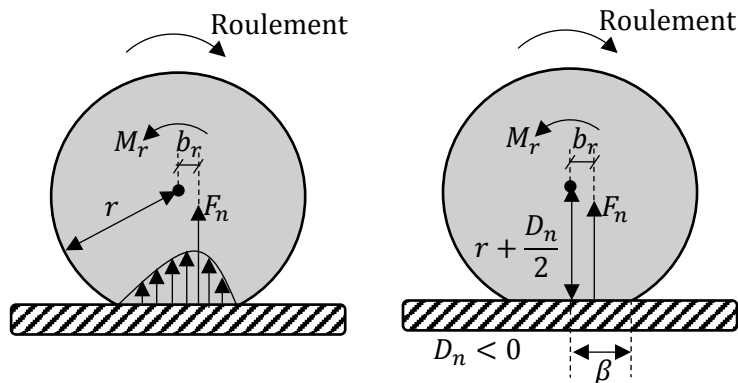


Figure 3.16. Modèle de résistance au roulement.

Le moment résistant au roulement peut être simplifié en utilisant la formule suivante :

$$M_r = F_n \cdot b_r \quad (3.30)$$

Où  $b_r = \alpha \cdot \beta$ , représente le paramètre d'excentricité et  $\beta = \sqrt{r^2 - (r + \frac{D_n}{2})^2}$  est le demi empattement du grain solide. Par ailleurs, il est à noter que  $0 < \alpha < 1$ .

Simulation (frontières périodiques) :  $\alpha = 0,5$

### 3.3.2.6. Movement Stick-Slip avec frottement

Le phénomène de stick-slip décrit un mouvement saccadé observé lors du glissement relatif de deux surfaces en contact. Il résulte d'une alternance entre des phases d'adhérence (stick) et de glissement (slip). Cette oscillation est due à la variation de la force de frottement au cours du mouvement. Lorsque la force appliquée excède la force de frottement statique maximale, les surfaces se décollent brusquement, entraînant un glissement rapide. Par la suite, la force de frottement dynamique, généralement inférieure à la force de frottement statique, ralentit le mouvement jusqu'à ce que les surfaces adhèrent à nouveau. Ce cycle se répète de manière cyclique.

Lorsque des simulations de particules sans cohésion sont effectuées, les particules en contact ne sont pas autorisées à prendre une contrainte de traction, c'est-à-dire  $F_n > 0$ .

Dans le modèle Stick-Slip, la force tangentielle d'interaction est modélisée par un ressort élastique avec un amortisseur en série et un système de frottement (Figure 3.17). Le ressort élastique permet de simuler la déformation ou la phase réversible (phase de collage) et le système de frottement est défini par le seuil de Coulomb qui est caractérisé par différents coefficients de frottement en régimes statique et dynamique.

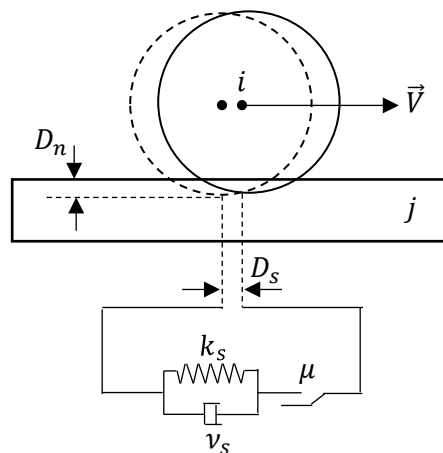


Figure 3.17. Modèle de frottement Stick-Slip.

Le mouvement de Stick-Slip comporte des phases statiques et dynamiques. Dans la phase statique, la force d'adhérence reste inférieure au seuil statique de Coulomb  $F_s \leq \mu_s F_n$  et la déformation du ressort est égale au déplacement tangential relatif  $D_s$  (Khellaf et Mansour, 2024). Par conséquent, la force tangentielle se calcule donc comme la somme de la force élastique et visqueuse :

$$\vec{F}_s = (-k_s D_s - v_s V_s) \vec{s} \quad (3.31)$$

Où  $k_s$  est la rigidité tangentielle du ressort et  $V_s$  la vitesse tangentielle relative :

$$\vec{V}_s = (V_j - V_i) \vec{s} \quad (3.32)$$

Sous l'effet d'une force extérieure de faible amplitude, une évolution du déplacement tangentiel se produite,  $D_s$  augmente à chaque pas de temps ( $\Delta t$ ) de sorte que :

$$D_s = \sum_{\Delta t} V_s \Delta t \quad (3.33)$$

Une fois que la force tangentielle dépasse le seuil statique de Coulomb  $F_s > \mu_s F_n$  la phase cinétique est activée et  $F_s$  prend la valeur de  $F_s^{min}$ . À ce moment, la déformation du ressort doit être ajustée pour se conformer à la force de frottement cinématique :

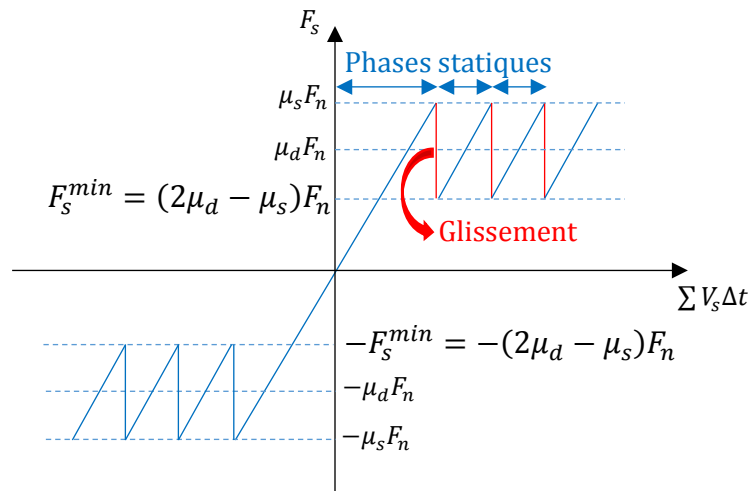
$$D_s = \frac{F_s^{min}}{k_s} \quad (3.34)$$

Immédiatement, une autre phase de stick sera activée. Il convient de noter que la limite inférieure de la force de frottement  $F_s^{min}$  pendant le mouvement stick-slip est choisie  $(2\mu_d - \mu_s) F_n$  de sorte que la force tangentielle moyenne soit égale à  $\mu_d F_n$ .

L'implémentation du modèle requiert un calcul initial de la force de cisaillement dès l'établissement du contact ( $D_n < 0$ ). À cet instant, la durée du contact et la déformation de cisaillement sont nulles ( $t = 0$  et  $D_s = 0$ ).

Durant le contact, une vérification de la force de collage si elle est inférieure au seuil statique est nécessaire ( $|F_s| < \mu_s F_n$ ); dans un tel cas, un calcul de la force de frottement statique en utilisant la déformation tangentielle est nécessaire.

Lorsque la force de frottement dépasse le seuil statique de Coulomb, un calcul de la phase de glissement est effectué par détermination de la force de frottement à l'aide du coefficient de frottement dynamique, la force de frottement retombe sous le seuil dynamique, le système revient à la phase de collage. Ce processus se répète tant que le contact se poursuit. Le seuil de glissement de Coulomb évolue avec le temps, car il dépend de la force de contact normale, elle-même dépendante du temps.



**Figure 3.18.** Déplacement relatif entre les grains (Stick-Slip).

Pendant le mouvement des grains, un glissement se produit, l'évaluation de ce glissement peut se faire en utilisant la formule suivante :

$$Gl = \frac{(2\mu_d - \mu_s) F_n}{k_s} \quad (3.35)$$

Avec :

$G_l$ : le glissement entre les grains,  $\mu_s$  : coefficient de frottement statique,  $\mu_d$  : coefficient de frottement dynamique,  $f_n$  : force de contact normale,  $k_s$  : rigidité tangentielle.

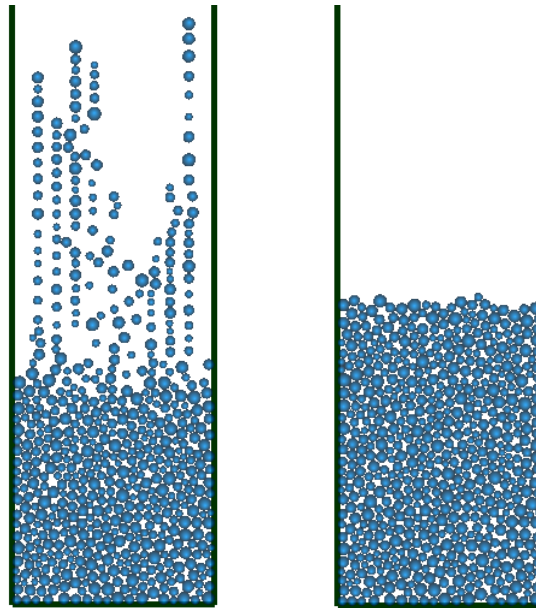
### 3.4. Effet de la forme des particules en DEM

Les simulations par éléments discrets (DEM) utilisent couramment des particules sphériques (en 3D) ou des disques (en 2D) pour modéliser les matériaux granulaires. Ce choix simplifie les calculs d'interaction, car ces formes géométriques régulières permettent une détermination rapide et analytique des points de contact. En effet, avec des particules sphériques ou circulaires, il suffit de mesurer la distance entre leurs centres pour détecter un contact, une approche bien plus efficace que les méthodes requises pour des particules aux formes complexes. Cette simplification non seulement accélère les calculs, mais elle allège également l'implémentation des algorithmes de détection de collision, permettant ainsi de simuler de grands systèmes granulaires avec une précision et une rapidité accrues.

Cependant, dans la réalité, la forme des particules est souvent bien plus complexe, présentant des caractéristiques irrégulières et anisotropes. Ces formes complexes requièrent des algorithmes pointus pour modéliser avec précision leur géométrie et leurs interactions, rendant la détection des contacts un défi mathématique majeur. Cette complexité augmente considérablement le temps de calcul, car elle nécessite des méthodes sophistiquées pour identifier et gérer les points de contact, comme les algorithmes de balayage volumétrique ou les modèles d'enveloppes convexes, essentiels pour reproduire fidèlement le comportement des matériaux granulaires réels.

Pour surmonter ces défis, les chercheurs ont développé des méthodes d'approximation qui simplifient les formes complexes des particules en les représentant par des géométries plus faciles à gérer, comme les ellipsoïdes, les polyèdres convexes ou des arrangements de sphères. Ces approximations permettent de réduire considérablement la complexité des calculs tout en maintenant une représentation assez réaliste du comportement du matériau granulaire. Elles offrent ainsi un équilibre efficace entre précision et rapidité, permettant aux simulations DEM de modéliser fidèlement des systèmes granulaires complexes tout en optimisant les ressources de calcul.

La figure 3.19 illustre un exemple de préparation d'un échantillon en DEM, utilisant des grains de forme circulaire en 2D.



**Figure 3.19.** Préparation d'un échantillon par pluviation avec des grains circulaire (2D).

### 3.5. Choix des paramètres micromécanique pour la modélisation

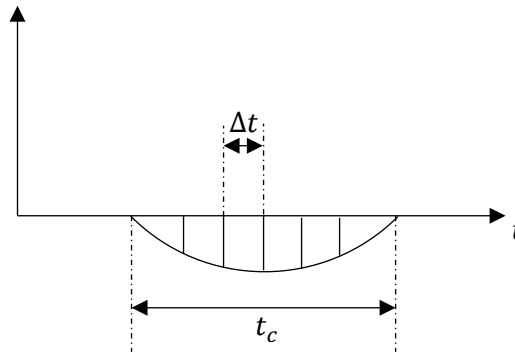
La détermination des constantes et des coefficients nécessaires pour une simulation numérique spécifique en DEM est souvent complexe. Ces paramètres sont influencés par de nombreux facteurs, tels que les caractéristiques mécaniques des matériaux, la vitesse d'impact, la taille et l'état de surface des grains, parmi bien d'autres.

Dans la modélisation DEM, les paramètres des matériaux se répartissent en deux catégories principales : les propriétés intrinsèques des matériaux et les propriétés d'interaction. Les propriétés intrinsèques incluent le nombre, la forme, la distribution de taille des grains, ainsi que la densité, définissant la configuration de base et les caractéristiques physiques de chaque particule. Les propriétés d'interaction influencent les comportements intergranulaires et intègrent des coefficients critiques, comme la rigidité normale et tangentielle, les coefficients de frottement statique et dynamique, ainsi que les coefficients de restitution et de roulement. Ces propriétés sont complétées par des coefficients d'amortissement plastique ou visqueux, qui modulent la dissipation d'énergie et les forces de résistance aux mouvements relatifs entre les particules. Ensemble, ces paramètres permettent de reproduire fidèlement la dynamique des matériaux granulaires en tenant compte des échanges d'énergie et des interactions complexes entre grains.

Le choix des constantes et coefficients est crucial pour rapprocher le comportement du modèle numérique avec celui du phénomène réel. Une attention particulière est accordée à la raideur normale  $k_n$ , essentielle pour contrôler les distances d'interpénétration entre particules, qui doivent rester faibles par rapport à leurs diamètres.

La valeur de  $k_n$  influence directement sur le calcul du pas de temps d'intégration ( $\Delta t = 0.1\pi \sqrt{\frac{m_e}{k_n}}$ ); ainsi, la plus petite valeur de  $k_n$  garantissant une interpénétration acceptable est privilégiée pour assurer la stabilité. Par ailleurs, la raideur tangentielle  $k_s$  impacte le comportement global du système. Une valeur optimale de  $k_s$  se situe entre  $\frac{k_n}{2}$  et  $k_n$ , garantissant un bon compromis entre la précision de l'interaction tangentielle et la stabilité de la simulation.

Pour bien décrire la phase de contact entre deux grains et l'évolution des forces de contact, le choix d'un pas de temps ( $\Delta t$ ) suffisamment faible est nécessaire. La figure 3.20 illustre la relation entre le temps de contact  $t_c$  et le pas de temps de calcul  $\Delta t$  ( $\Delta t \ll t_c$ ).



**Figure 3.20.** Choix du pas de temps

Dans le cas du modèle viscoélastique linéaire, la durée de contact entre deux grains est calculée comme  $t_c = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{m_e}{k_n}}$ . Il est couramment recommandé de prendre  $\Delta t = \frac{t_c}{10}$ .

### 3.6. Liste des voisins

Pour un ensemble de  $N$  grains, l'estimation des forces de contact nécessite d'identifier tous les voisins de chaque grain. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer la distance normale entre chaque paire de grains dans le modèle, une opération qui doit être répétée à chaque pas de temps. Ce processus représente environ  $\frac{N(N-1)}{2}$  calculs de distances normales, indispensables pour détecter les contacts potentiels.

Pour optimiser cette tâche, on attribue à chaque grain une "liste de Verlet" ( $L_i$ ), qui contient les grains voisins se trouvant dans une zone de voisinage définie par une distance prédéterminée. Cette liste de voisins est mise à jour périodiquement, au lieu de l'être à chaque pas de temps. En limitant le nombre de calculs aux seuls voisins dans la liste de Verlet, le nombre d'opérations se réduit alors à environ  $\frac{N \cdot N_v}{2}$ , où  $N_v$  est le nombre moyen de voisins par grain.

$$j \in \{L_i\} \text{ si } D_n = \|\vec{x}_j - \vec{x}_i\| - r_i - r_j \leq D_{Verlet} \quad (3.36)$$

Avec :

$D_{Verlet}$  : Distance de Verlet.

Supposons un grain  $i$  présenté dans la figure 3.19, la liste des voisins est donnée par:

$$\{L_i\} = \{j_1, j_2, j_3, j_4, j_5, j_6\}$$

Nombre de  $(\Delta t)$  pour actualiser  $\{L_i\}$  dépend de  $D_{Verlet}$ .

L'actualisation des  $\{L_i\}$  s'effectue lorsque le maximum des déplacements cumulés sur l'ensemble des grains dépasse la moitié de  $D_{Verlet}$ .

Si  $\|\vec{u}_i\|_{max} (i = 1 \dots \dots N) \geq \frac{D_{Verlet}}{2}$  actualisé  $\{L_i\}$

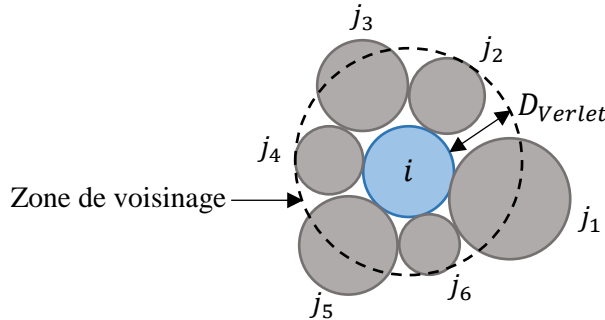


Figure 3.21. Liste des voisins (liste de Verlet).

### 3.7. Contraintes intergranulaires moyennes

La définition des éléments du tenseur de contraintes à partir des forces d'interaction intergranulaires de la modélisation DEM est un sujet d'ordre important. Ce calcul à l'échelle micromécanique permet d'obtenir une description complète du comportement du matériau à l'échelle macroscopique.

Le calcul de ce tenseur dans des situations statiques ou quasi-statiques est basé sur un processus d'estimation moyenne des forces intergranulaires. Si on suppose que  $\sigma_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ ) sont les éléments du tenseur de contraintes moyennes dans un volume  $V$ , alors les contraintes à l'état statique seront obtenues par :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{V} \sum_{n_c=1}^{N_c} F_{\alpha}^{n_c} l_{\beta}^{n_c} \quad (3.37)$$

Où :

$V$  : Le volume objet du calcul moyenne de la contrainte.

$N_c$  : Le nombre total de contacts dans le volume  $V$ .

$n_c$  : Le numéro du contact.

$F_{\alpha}^{n_c}$  : La composante  $\alpha$  de la force d'interaction au contact  $n_c$ .

$l_{\beta}^{n_c}$  : La composante  $\beta$  du vecteur  $\vec{l}$  reliant les centres des deux grains du contact  $n_c$  (vecteur branche).

En situation statique, cette moyenne fournit une estimation de la répartition de la pression et des contraintes au sein du matériau granulaire, sans prendre en compte les effets de cisaillement ou les accélérations dynamiques.

En situation dynamique, les grains subissent des accélérations et des forces externes variables, entraînant des déplacements et des variations rapides des forces de contact. Les contraintes dynamiques sont donc calculées en intégrant à la fois les forces de contact et les forces d'inertie.

La formule des contraintes dynamiques inclut fréquemment une composante inertielle additionnelle pour mieux représenter les effets de mouvement :

$$\sigma = \frac{1}{V} [\sum_i m_i v_i \otimes v_i - \sum_{c \in V} f_c l_c] \quad (3.38)$$

$m_i$  : La masse du grain  $i$ .

$v_i$  : La vitesse du grain  $i$ .

$f_c$  : Force de contact.

$l_c$  : Vecteur branche.

### 3.8. Résolution de l'équation de mouvement

La détermination des trajectoires des particules dans la méthode des éléments discrets (DEM) repose sur l'application de la deuxième loi de Newton, combinée avec un schéma d'intégration temporelle incrémental. Ce processus comprend plusieurs étapes clés, chacune contribuant à la mise à jour des positions et des vitesses des particules sous l'effet des forces de contact :

- *Etape de prédiction des positions des grains* : cette étape est basée sur l'utilisation des positions, vitesses, et accélérations initiales, une estimation des nouvelles positions des particules est réalisée pour le prochain pas de temps. Cette prédiction est souvent réalisée à l'aide de la méthode d'Euler ou de la méthode de Verlet, qui permettent d'obtenir des estimations rapides et précises en fonction des forces et des conditions initiales.
- *Calcul des forces de contact intergranulaires* : une fois les positions prédites dans la première étape, les interactions entre particules sont évaluées pour calculer les forces de contact. Ce calcul est essentiel car il prend en compte les lois de contact spécifiques, telles que les lois de frottement, d'élasticité, et de déformation viscoélastique. Les forces normales et tangentielles résultantes sont appliquées entre les particules en contact, contribuant ainsi à leur mouvement respectif. Ce calcul inclut également les forces externes telles que la gravité ou toute autre charge appliquée.
- *Etape de correction des positions* : après le calcul des forces, les nouvelles vitesses et accélérations sont calculées, et les positions sont mises à jour pour chaque particule. Cette étape corrige les positions prédites en tenant compte des forces de contact intergranulaires calculées. La correction garantit que les particules respectent les contraintes imposées par les autres particules voisines et les conditions aux limites (par exemple, des murs rigides ou des surfaces libres). En conséquence, les nouvelles positions tiennent compte des effets de déformation et d'amortissement liés aux interactions multiples.

Ce processus cyclique de calcul se répète à chaque pas de temps pour suivre l'évolution du système granulaire, permettant ainsi d'observer la dynamique des particules dans le cadre de simulations réalistes. En DEM, la précision de ces calculs est influencée par la taille du pas de temps choisi, qui doit être suffisamment petit pour capturer les interactions rapides mais sans introduire d'instabilité numérique. Ce schéma incrémental est essentiel pour simuler avec précision la propagation des ondes, l'amortissement dynamique et les mécanismes de rupture dans des matériaux granulaires complexes.

Supposons que les positions, les vitesses, les accélérations les secousses des grains à un instant  $t$  sont données par :

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \emptyset \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\emptyset} \end{pmatrix}, \vec{a} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\emptyset} \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} \overset{\cdot\cdot}{\ddot{x}} \\ \overset{\cdot\cdot}{\ddot{y}} \\ \overset{\cdot\cdot}{\ddot{\emptyset}} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Il est nécessaire de déterminer ces paramètres de mouvement après un incrément de temps  $t + \Delta t$ . Dans le cadre de cette thèse, deux méthodes numériques ont été employées pour calculer la trajectoire d'un grain en mouvement : l'algorithme "predictor-corrector" de Gear ainsi que l'algorithme "Velocity-Verlet".

### 3.8.1. Schéma prédicteur-correcteur de Gear

Ce schéma constitue l'une des méthodes numériques couramment utilisée pour résoudre des équations différentielles ordinaires, notamment dans des simulations de dynamique des particules ou des systèmes multi-corps. Ce schéma est une variante des méthodes multi-étapes qui offrent une meilleure stabilité pour les systèmes nécessitant une précision dans les prédictions à long terme, comme ceux rencontrés en mécanique et en dynamique moléculaire.

#### Etape 1 : Prédiction (pour une particule $i$ )

L'estimation des variables dynamiques en déplacement, vitesse et accélération à l'instant  $(t + \Delta t)$  s'effectue à travers le développement limité de Taylor donné par :

$$\begin{cases} \vec{x}^p(t + \Delta t) = \vec{x}(t) + \Delta t \vec{v}(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{a}(t) + \frac{1}{6} \Delta t^3 \vec{b}(t) + \dots \\ \vec{v}^p(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \vec{a}(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{b}(t) + \dots \\ \vec{a}^p(t + \Delta t) = \vec{a}(t) + \Delta t \vec{b}(t) + \dots \\ \vec{b}^p(t + \Delta t) = \vec{b}(t) + \dots \end{cases} \quad (3.40)$$

Avec :

$$\vec{x} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} = \vec{v}, \vec{\ddot{x}} = \vec{a} = \frac{\partial^2 \vec{x}}{\partial t^2} \text{ et } \vec{\overset{\cdot\cdot}{\ddot{x}}} = \vec{b} = \frac{\partial^3 \vec{x}}{\partial t^3}$$

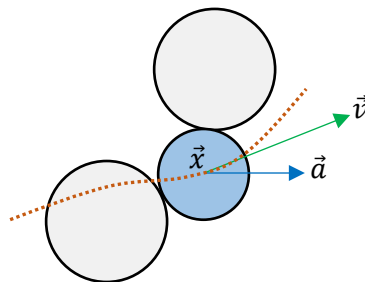


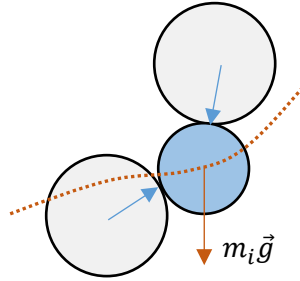
Figure 3.22. Prédiction des paramètres dynamiques d'un grain

#### Etape 2 : Calcul des forces et d'accélération (à partir des valeurs prédites)

À partir des positions prédites, les forces intergranulaires sont calculées, en tenant compte des contacts et des interactions de frottement, de déformation élastique ou d'amortissement. La nouvelle force entre grains est  $F_{ij}^{contact}$ . Le calcul de l'accélération est donné par :

$$\vec{a}_i^c = \frac{m_i \vec{g} + \sum_j F_{ij}^{contact}}{m_i} \quad (3.41)$$

Où  $m_i$  représente la masse du grain  $i$ .



**Figure 3.23.** Calcul des forces et d'accélération

L'approximation de l'erreur dans le calcul de l'accélération est donnée par :

$$\Delta \vec{a}(t + \Delta t) = \vec{a}^c(t + \Delta t) - \vec{a}^p(t + \Delta t) \quad (3.42)$$

### Etape 3 : Correction des paramètres dynamiques

Par l'usage des paramètres dynamiques prédits à  $(t + \Delta t)$ , et par calcul des forces extérieures, on peut calculer le déplacement, la vitesse et l'accélération corrigée comme suit :

$$\begin{cases} \vec{x}^c(t + \Delta t) = \vec{x}^p(t + \Delta t) + c_0 A_0 \Delta \vec{a}(t + \Delta t) \\ \vec{v}^c(t + \Delta t) = \vec{v}^p(t + \Delta t) + c_1 A_1 \Delta \vec{a}(t + \Delta t) \\ \vec{a}^c(t + \Delta t) = \vec{a}^p(t + \Delta t) + c_2 A_2 \Delta \vec{a}(t + \Delta t) \\ \vec{b}^c(t + \Delta t) = \vec{b}^p(t + \Delta t) + c_3 A_3 \Delta \vec{a}(t + \Delta t) \end{cases} \quad (3.43)$$

Avec :

$c_0, c_1, c_2, c_3$  : Des coefficients de correction de Gear (Allen et Tildesley, 1987).

$A_0, A_1, A_2, A_3$  : Des facteurs tenant compte de l'adaptation de la correction à la variable considérée ;  $A_0 = \frac{\Delta t^2}{2}$ ,  $A_1 = \frac{\Delta t}{2}$ ,  $A_2 = 1$ ,  $A_3 = \frac{3}{\Delta t}$ .

Cette étape ajuste les valeurs prédites en fonction des nouvelles accélérations calculées.

Les corrections sont appliquées en utilisant un facteur de pondération basé sur l'erreur entre l'accélération prédite et l'accélération calculée.

Le tableau 3.1 récapitule les coefficients de correction proposés par Gear dans le cadre d'une optimisation de la précision des paramètres de mouvement et la stabilité des calculs, et ce pour les différents ordres de développements.

**Tableau 3.1.** Les coefficients de correction proposés de Gear

Valeurs	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
3	0	1	1		
4	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	1	$\frac{1}{3}$	
5	$\frac{19}{90}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$

### 3.8.2. Algorithme simplifié " Velocity-Verlet"

Le terme "Velocity" fait référence à la mise à jour explicite des vitesses des particules, un élément central de l'algorithme. Quant au mot "Verlet", provient du nom de Loup Verlet, un physicien qui a conçu la méthode pour résoudre les équations du mouvement avec une précision accrue, notamment dans les simulations de systèmes dynamiques. Cette méthode a trouvé des applications notables dans les domaines de la mécanique statistique et de la dynamique moléculaire.

Cet algorithme représente une méthode numérique couramment utilisée pour résoudre les équations du mouvement en mécanique classique, notamment dans les simulations de systèmes à N corps, la dynamique moléculaire, ainsi que dans la modélisation de systèmes physiques en général. Il fait partie des techniques d'intégration utilisées pour simuler l'évolution temporelle des systèmes dynamiques selon les lois de la mécanique newtonienne.

Il s'agit d'un algorithme très intéressant basé sur le stockage des variables dynamiques (les positions  $\vec{x}(t)$ , les vitesses  $\vec{v}(t)$  et les accélérations  $\vec{a}(t)$ ) durant chaque pas de temps  $t$ .

L'accélération  $\vec{a}(t) = \frac{(\sum F^{ext})_t}{m}$  est supposée constante dans l'intervalle  $\left[t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right]$ , seule la vitesse qui est corrigée.

L'algorithme effectue des mises à jour décalées pour les positions et les vitesses, minimisant ainsi les erreurs d'intégration par rapport à d'autres méthodes comme celle d'Euler.

Les étapes d'implémentation de cet algorithme sont comme suites :

(a) Etape de prédiction des positions et des vitesses

$$\begin{cases} \vec{x}(t + \Delta t) = \vec{x}(t) + \Delta t \vec{v}(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \vec{a}(t) = \vec{x}(t) + \Delta t \vec{v}\left(t + \frac{1}{2} \Delta t\right) \\ \vec{v}\left(t + \frac{1}{2} \Delta t\right) = \vec{v}(t) + \frac{1}{2} \Delta t \vec{a}(t) \end{cases} \quad (3.44)$$

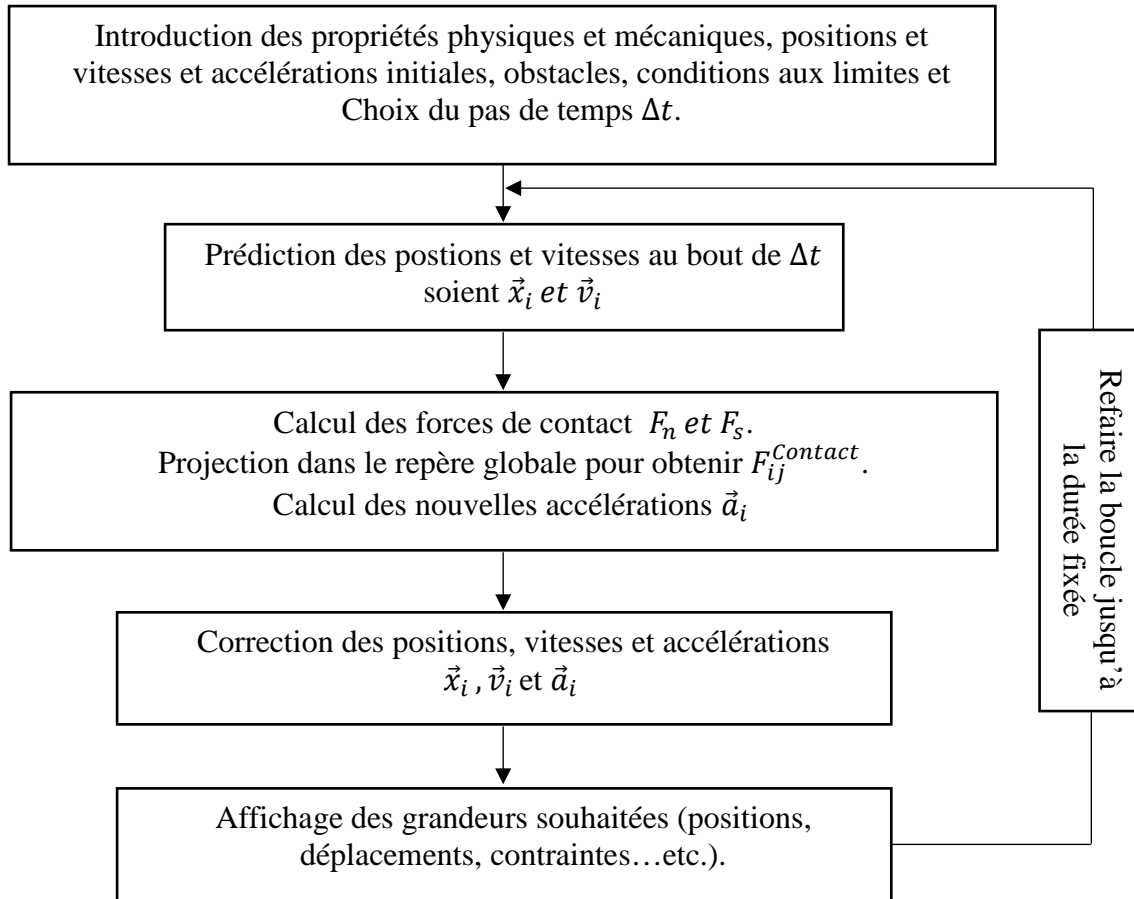
(b) Etape de calcul des forces agissantes sur le grain  $(\sum \vec{F}^{ext})_{t+\Delta t}$  et l'accélération en utilisant  $\vec{x}(t + \Delta t)$  et  $\vec{v}\left(t + \frac{1}{2} \Delta t\right)$

$$\vec{a}(t) = \frac{(\sum \vec{F}^{ext})_{t+\Delta t}}{m} \quad (3.45)$$

(c) Etape de correction de la vitesse

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}\left(t + \frac{1}{2} \Delta t\right) + \frac{1}{2} \Delta t \vec{a}(t + \Delta t) \quad (3.46)$$

L'organigramme qui récapitule le processus de calcul en utilisant DEM est présenté dans la figure 3.20.



**Figure 3.24.** Organigramme de calcul en DEM.

### 3.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les outils nécessaires à la modélisation et à la mise en œuvre d'un code de calcul permettant d'étudier la propagation d'ondes de cisaillement dans les milieux granulaires en utilisant la méthode des éléments discrets (DEM). Une description détaillée des lois d'interaction intergranulaires ainsi que des modèles théoriques disponibles dans la littérature a été fournie, avec une attention particulière au modèle adopté dans ce travail de recherche. De plus, les principes guidant le choix des paramètres micromécaniques ont été expliqués afin de garantir une modélisation précise et fiable. Le chapitre se termine par une description des étapes de la résolution numérique d'un problème par la méthode DEM, accompagnée d'un organigramme illustrant le processus de calcul.

## Chapitre 4. Applications et analyses

### 4.1. Introduction

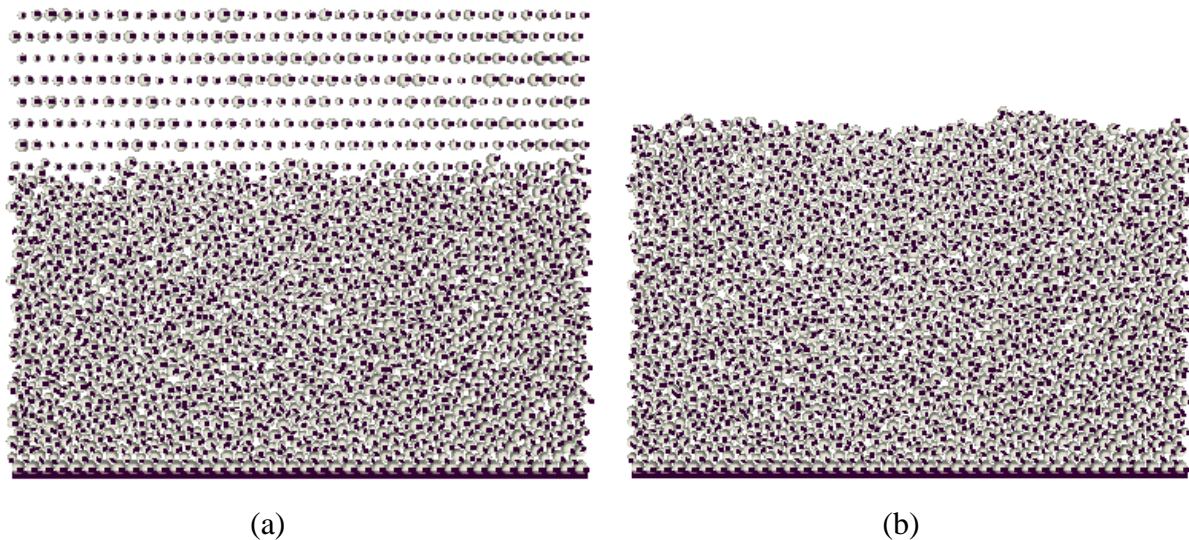
Ce chapitre a pour objectif de présenter une analyse de la propagation d'ondes de cisaillement dans un profil de sable par une modélisation micromécanique en utilisant la Méthode des Éléments Discrets (DEM). Dans ce contexte, un modèle 2D en DEM est développé, ce modèle est basé sur la dynamique moléculaire avec l'utilisation des éléments de forme circulaire, les différentes forces d'interactions entre les grains ainsi que les conditions aux limites du problème ont été prises en considération. Le profil de sable est soumis à une excitation harmonique à partir de la base. Plusieurs paramètres liés à la propagation d'ondes ont été étudiés à savoir ; la fréquence fondamentale et de résonance, les effets de la hauteur du dépôt et du confinement sur ces fréquences ainsi que l'étude de la variation du facteur d'amplification dynamique du mouvement à la surface libre du profil en fonction de l'amplitude et la fréquence d'excitation. L'étude inclut également l'estimation du module de cisaillement maximal  $G_0$  dans diverses situations, l'analyse de la dégradation de ce module, la quantification du taux d'amortissement et l'examen de sa relation avec les glissements intergranulaires.

### 4.2. Détails du modèle numérique de propagation des ondes

Une modélisation par éléments discrets 2D est effectuée, les forces normales intergranulaires aux contacts sont calculées à l'aide d'une loi viscoélastique linéaire tandis que les forces tangentielles sont calculées à l'aide d'un modèle viscoélastique parfaitement plastique. Le frottement de roulement est intégré au modèle pour tenir compte de l'amortissement du mouvement de roulement des grains. Le modèle utilisé est implémenté dans un code C++. Dans une première étape, un profil de sable dense est construit par pluviométrie sous l'effet de la gravité sur un plateau rigide horizontal (considéré comme un substratum rocheux), avec introduction de frontières périodiques pour modéliser une couche infinie dans la direction horizontale ; les frontières périodiques du modèle sont les conditions qui engendrent la multiplication du volume élémentaire étudié, le principe de la périodicité consiste à réintroduire tout grain qui sort par une frontière du système par la frontière opposée. L'utilisation des frontières périodiques permet de réduire la taille du modèle, et l'étude peut être faite à travers la simulation d'un volume élémentaire représentatif qui se répète en périodique dans l'espace. L'avantage d'utilisation des limites périodiques est de réduire la taille du modèle, donc de diminuer le coût et la durée de simulation des phénomènes étudiés.

Une fois le dépôt granulaire stabilisé, les positions des grains sont enregistrées et considérées comme positions de référence pour le calcul des déplacements. Ensuite, le profil est soumis à une vibration horizontale à travers le substrat rocheux de support, tandis que la surface supérieure du profil est maintenue libre. Afin d'assurer une bonne transmission du mouvement

au profil, le substrat rocheux est rendu rugueux en y collant les grains du profil les plus bas. Ces grains subissent donc le même déplacement imposé du substrat rocheux. Afin de décrire la réponse dynamique, le dépôt est divisé en un certain nombre de couches pour lesquelles les déplacements moyens des grains sont suivis lors de l'excitation.



**Figure 4.1.** Préparation de l'échantillon : (a) Pluviation des grains (b) Stabilisation de l'échantillon.

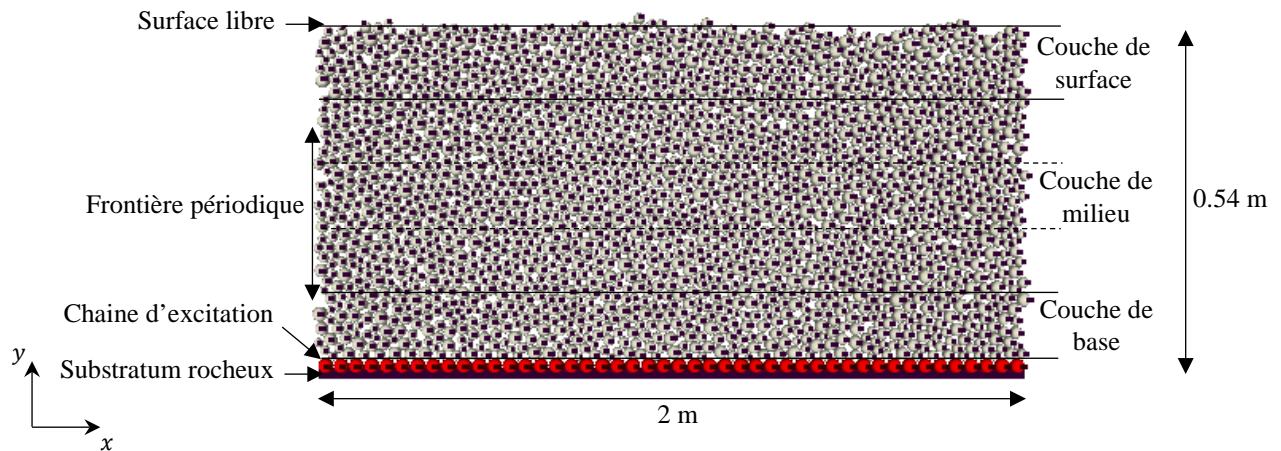
Les propriétés des grains ainsi que les paramètres micromécaniques utilisés dans le calcul des forces de contact intergranulaires sont présentés dans le tableau 4.1.

**Tableau 4.1.** Paramètres du modèle numérique (Luding, 2008)

Paramètre	Symbole	Valeur
Nombre de grains	$N$	5000
Rayons des grains	$r_i$	$1.00 \times 10^{-3}$ à $2.00 \times 10^{-3} m$
Densité des grains	$G_s$	$2600 \text{ kg/m}^3$
Gravité	$g$	$9.81 \text{ m/s}^2$
La rigidité normale	$k_n$	$1.2 \times 10^6 \text{ N/m}$
La rigidité tangentielle	$k_s$	$9.6 \times 10^5 \text{ N/m}$
Le coefficient de frottement statique entre les grains	$\mu_s$	0.5
Le coefficient de frottement dynamique entre les grains	$\mu_d$	0.45
Le coefficient d'amortissement visqueux normal	$v_n$	$41.38 \text{ kg/s}^{-1}$
Le coefficient d'amortissement visqueux tangentiel	$v_s$	$33.10 \text{ kg/s}^{-1}$

La largeur du dépôt (c'est-à-dire la période) est initialement fixée à 2 m, la hauteur résultante pour le nombre et la taille des grains utilisés est d'environ 0,54 m. La figure 4.2 montre le modèle de dépôt de sable obtenu après pluviation avec les différentes conditions aux limites

ainsi que la chaîne de grains liée appelée « chaîne d'excitation ». La subdivision du dépôt en couches est également illustrée sur la même figure.



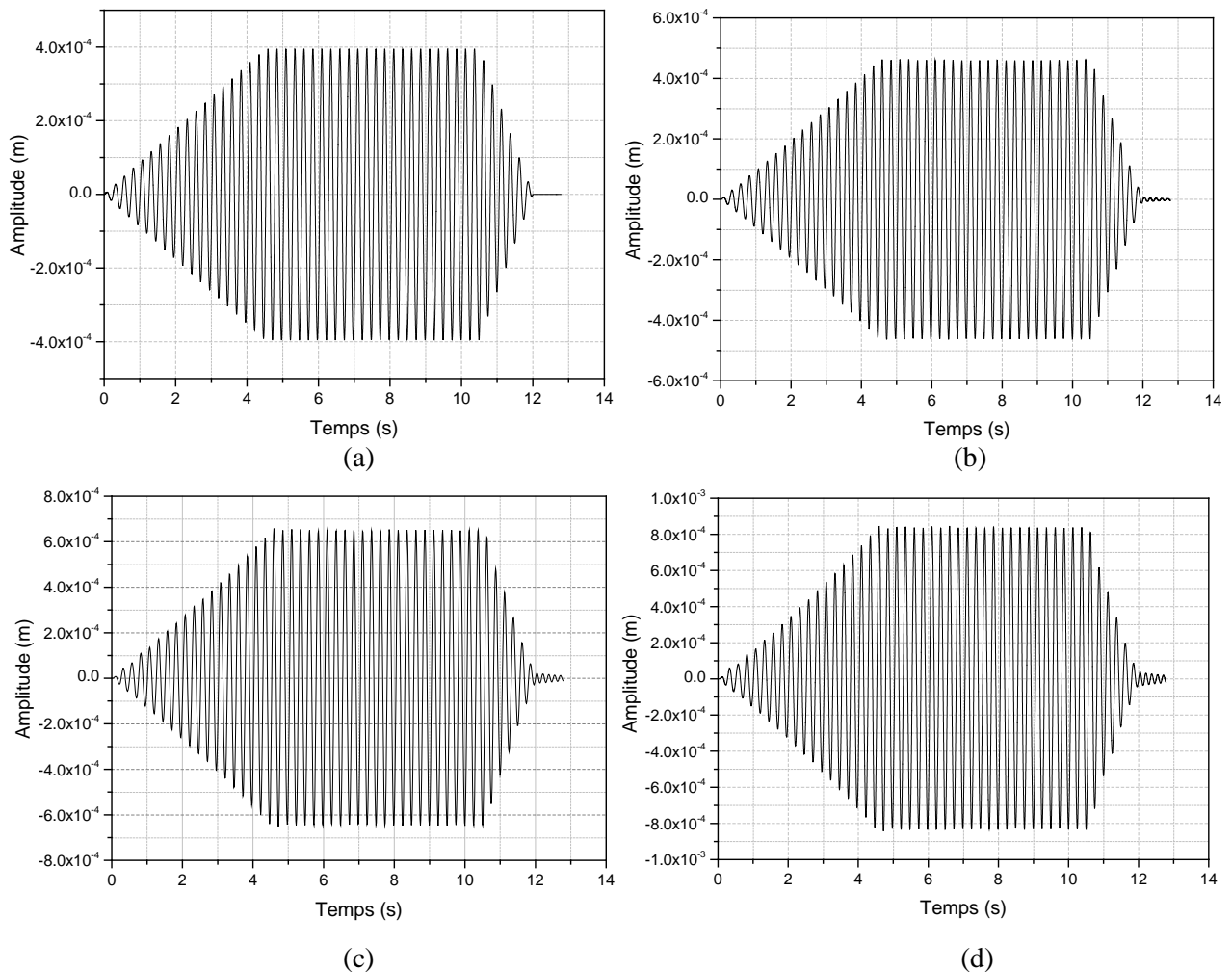
**Figure 4.2.** Présentation du modèle numérique en DEM, des conditions aux limites et de la subdivision en plusieurs sous couches du dépôt de sable.

Dans ce travail, l'excitation appliquée est un déplacement harmonique d'amplitude et de fréquence spécifiées  $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$ , où  $u_0$  est l'amplitude et  $\omega$  est la fréquence d'excitation. Afin d'éviter les perturbations de la réponse transitoire, l'excitation est appliquée en trois étapes (Zamani et El Shamy, 2011). Dans la première étape, l'amplitude est progressivement augmentée de zéro à l'amplitude de vibration en phase permanente sélectionnée. Dans la deuxième étape, l'amplitude est maintenue constante pour produire une oscillation en phase permanente. Enfin, dans la troisième étape, l'amplitude est diminuée de l'amplitude en phase permanente jusqu'à zéro. Dans les simulations suivantes, les durées des trois étapes sont respectivement fixées à 4,5 s, 6 s et 1,5 s. De cette façon, la réponse transitoire devrait devenir presque atténuée dans la phase d'oscillation en phase permanente. Les résultats qui seront discutés ci-dessous appartiennent essentiellement à cette phase. Le dépôt est divisé en 10 couches, le déplacement enregistré correspond au déplacement moyen de l'ensemble des grains présents dans chaque couche.

### 4.3. Résultats de simulation et discussion

#### 4.3.1. Réponse temporelle en déplacement et amplification du mouvement

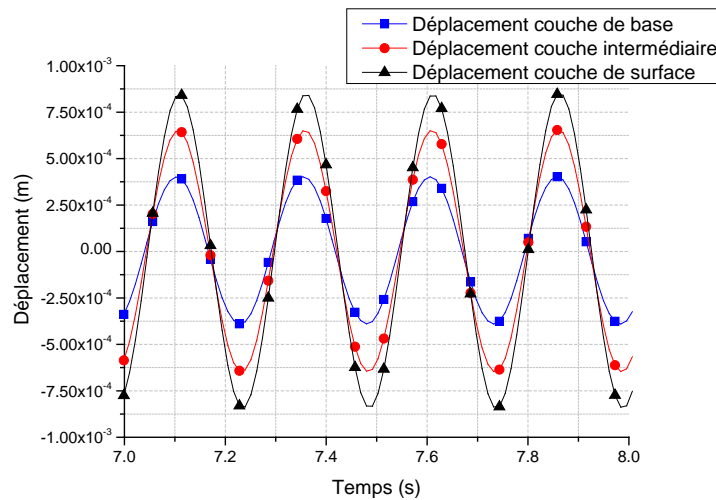
Dans cette simulation numérique, les paramètres d'excitation sont fixés à  $u_0 = 4 \times 10^{-4} m$  et  $\omega = 25 \text{ rad/s}$ . Dans la première étape (c'est-à-dire de 0 à 4,5 s), l'amplitude du déplacement est augmentée proportionnellement au temps de zéro jusqu'à  $4 \times 10^{-4} m$ . Ensuite, elle est maintenue au même amplitude pendant 6 s et finalement diminuée progressivement pour atteindre zéro pendant 1,5 s. La figure 4.3 montre la réponse temporelle en déplacement, au niveau du substratum rocheux en (Figure 4.3a), au niveau de la couche de base en (Figure 4.3b), au niveau de la couche intermédiaire en (Figure 4.3c) et à la surface du dépôt en (Figure 4.3d).



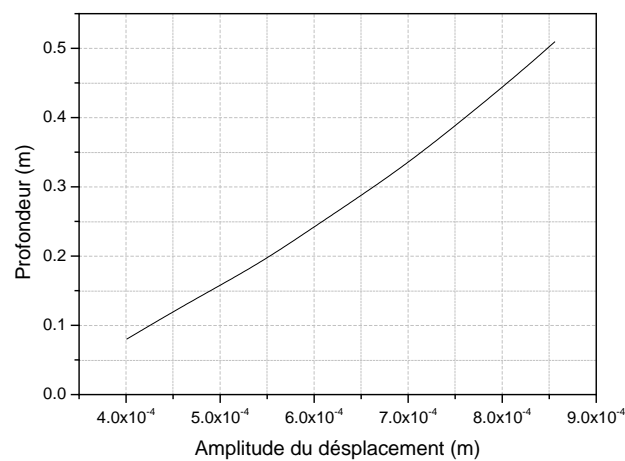
**Figure 4.3.** Réponse temporelle en déplacement : (a) Au niveau du substratum rocheux (excitation), (b) Couche de base, (c) Couche intermédiaire, (d) Couche supérieure du dépôt.

Ces figures montrent clairement les différentes phases du mouvement au niveau du substratum rocheux, des couches de base, milieu et de surface (qui représente approximativement la surface du dépôt). Les figures 4.3b, 4.3c et 4.3d montrent que l'amplitude du déplacement dans la phase stationnaire est presque constante, c'est-à-dire que l'effet de la réponse transitoire disparaît dans cette phase. La comparaison des quatre courbes de déplacement dans la phase stationnaire montre que le déplacement introduit au niveau du substratum rocheux (excitation) ayant une amplitude de  $0,4 \text{ mm}$  est amplifié progressivement dans le dépôt jusqu'à la couche de surface où l'amplitude devient d'environ  $0,85 \text{ mm}$ . De plus, les figures 4.3b, 4.3c et 4.3d montrent que le dépôt a subi une oscillation élastique amortie libre après la fin de l'excitation (c'est-à-dire après  $t = 12 \text{ s}$ ).

L'amplification du mouvement dans le dépôt de sable est illustrée dans les figures 4.4a et 4.4b. La première figure montre une partie de la réponse en phase permanente ( $7 \text{ s} \leq t \leq 8 \text{ s}$ ) aux couches de base, intermédiaire et de surface, et la seconde présente l'amplitude des déplacements en fonction de la profondeur de la couche par rapport au substratum rocheux (coordonnée  $y$ ).



(a)



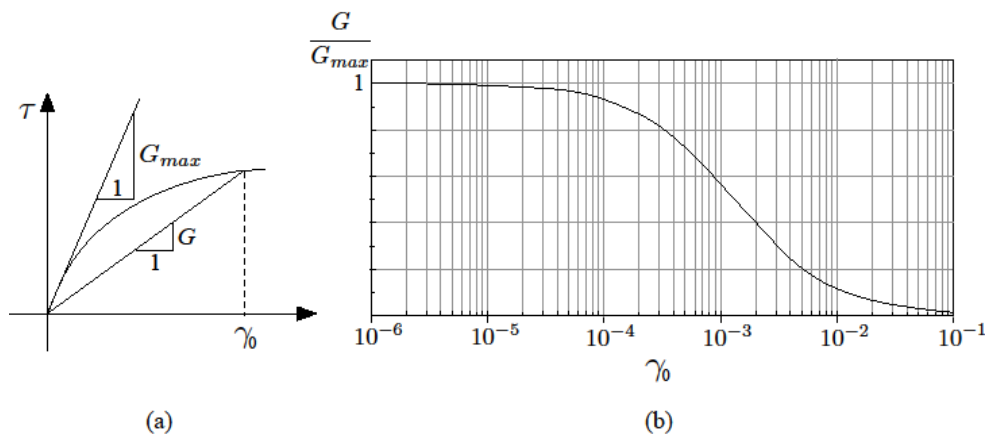
(b)

**Figure 4.4.** (a) Réponse temporelle en déplacement pour une oscillation en phase permanente à trois profondeurs différentes. (b) Amplitude de déplacement en fonction de la profondeur de la couche.

Ces figures montrent clairement que l'amplification du mouvement est en augmentation à partir de la base jusqu'à la couche de surface. Par contre, la figure 4.4b prouve que le profil de déplacement a la forme caractéristique du premier mode de vibration; cela révèle que la fréquence d'excitation est inférieure à la première fréquence de résonance du dépôt.

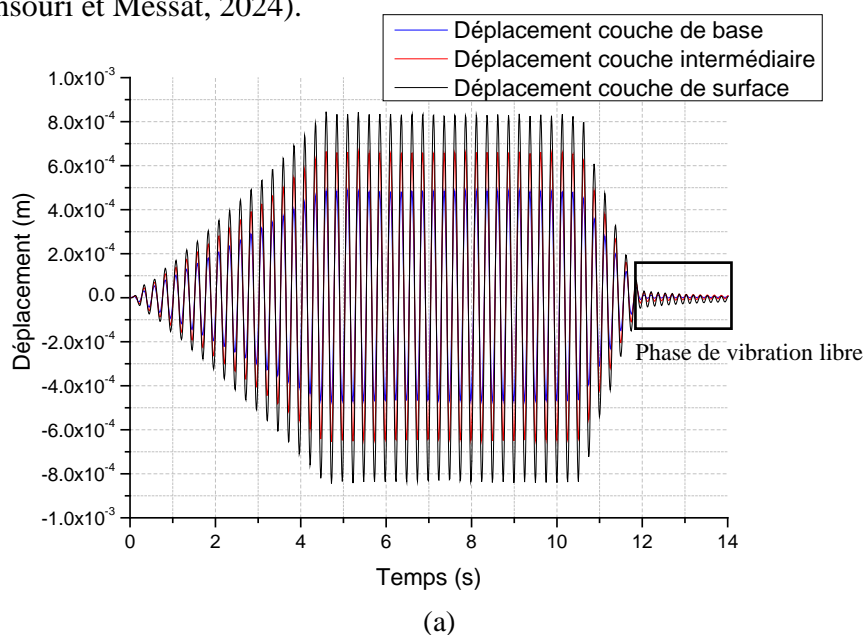
### 4.3.2. Fréquence fondamentale du dépôt

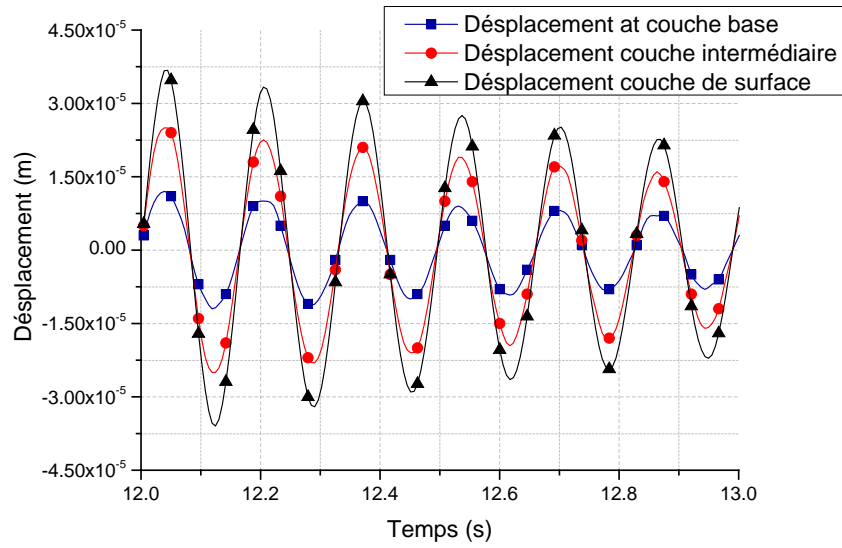
Les sols sont connus pour leur comportement mécanique non linéaire, leur module de cisaillement se dégrade lorsque le niveau de déformation impliqué augmente, ce comportement est bien montré dans la Figure 4.5a. Dans cette figure,  $G_{max}$  est le module de cisaillement à faible déformation et  $G$  est le module correspondant à une déformation spécifiée  $\gamma$ . La Figure 4.5b montre la courbe de dégradation de  $G$  en fonction du niveau de déformation impliqué ( $\gamma_0$ ) selon la référence (CFMS, 2023). Il est clair que  $G_{max}$  correspond à des déformations approximativement inférieures à  $10^{-5}$ .



**Figure 4.5.** (a) Présentation de la dégradation du module de cisaillement avec l'augmentation de la contrainte appliquée. (b) Courbe de dégradation du module de cisaillement en fonction du niveau de déformation (CFMS, 2023)

La fréquence fondamentale est définie comme la première fréquence naturelle d'une oscillation de faible déformation (pseudoélastique). Pour obtenir cette fréquence, nous avons soumis le dépôt à une vibration harmonique de la même manière décrite ci-dessus, avec une amplitude  $u_0 = 4 \times 10^{-4} m$  et une fréquence de  $25 rad/s$ . La fréquence fondamentale du dépôt est considérée comme la fréquence de vibration libre restante après la fin de l'excitation. La figure 4.6 présente un zoom de la réponse temporelle des déplacements correspondant à la phase de vibration libre (après la fin de l'excitation) à différentes profondeurs du dépôt. Cette figure montre que les déplacements sont harmoniques et sans déphasage pour les différentes profondeurs, ce qui correspond à la forme d'oscillation du mode fondamental. La période fondamentale peut être estimée à partir du tracé des déplacements, elle est d'environ  $T = 0,166 s$ . Par conséquent, la fréquence fondamentale est  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T} = 37,82 rad/s$  (Derbane, Mansouri et Messat, 2024).





(b)

**Figure 4.6.** (a) Réponse temporelle complète du dépôt (b) Zoom sur la réponse à différentes profondeurs pour la phase de vibration libre.

Pour une oscillation élastique du dépôt de sable, la vitesse de propagation d'onde de cisaillement peut être calculée à partir de la période fondamentale par l'utilisation de la formule  $c = \frac{4h}{T}$  (Verruijt, 2009), donc pour notre dépôt  $c = 12,91m/s$ .

D'autre part, il est possible d'estimer le taux d'amortissement de dépôt pour de petites amplitudes de vibration en utilisant le décrément logarithmique exprimé par (Acton et Squire, 1985) :

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\delta}\right)^2}} \quad (4.1)$$

Avec:

$$\delta = \ln\left(\frac{Y_{\max(i)}}{Y_{\max(i+1)}}\right) \quad (4.2)$$

Dans laquelle  $\delta$  est le décrément logarithmique,  $Y_{\max(i)}$  et  $Y_{\max(i+1)}$  sont deux pics successifs dans la vibration libre.

Les calculs basés sur la courbe de réponse de la figure 4.6a, donnent le taux d'amortissement :

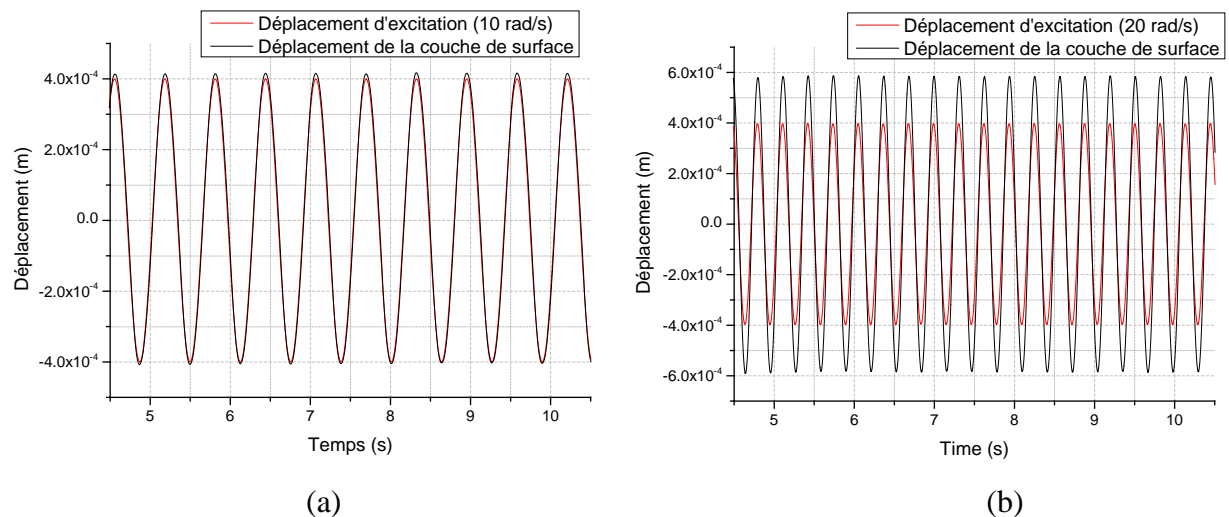
$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{0,2292}\right)^2}} = 3,65\%$$

Par ailleurs, on peut noter que la vitesse de propagation d'onde pour ce modèle est inférieure aux vitesses caractéristiques des sols naturels. Ceci est raisonnable en raison de la faible rigidité intergranulaire adoptée dans le modèle afin de réduire le temps de calcul. Cependant, il apparaît que cette vitesse de propagation a un effet négligeable sur les aspects phénoménologiques de la réponse. O'Donovan et al (O'Donovan, et al., 2016), suite à des simulations sur la propagation des ondes en milieux granulaires, ont indiqué que le changement de rigidité intergranulaire

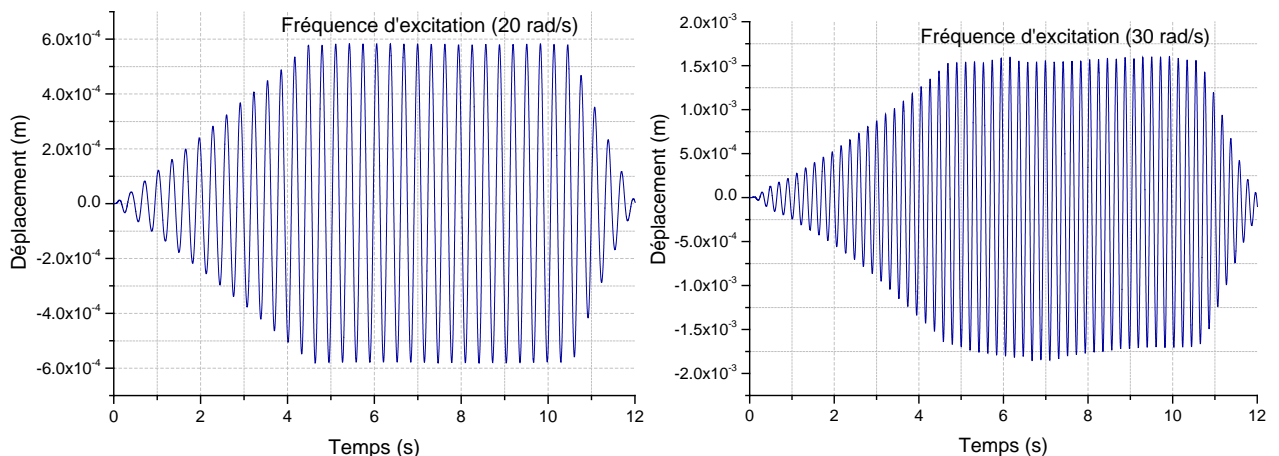
modifie la vitesse de propagation d'ondes mais son effet est négligeable sur la nature de la réponse dynamique.

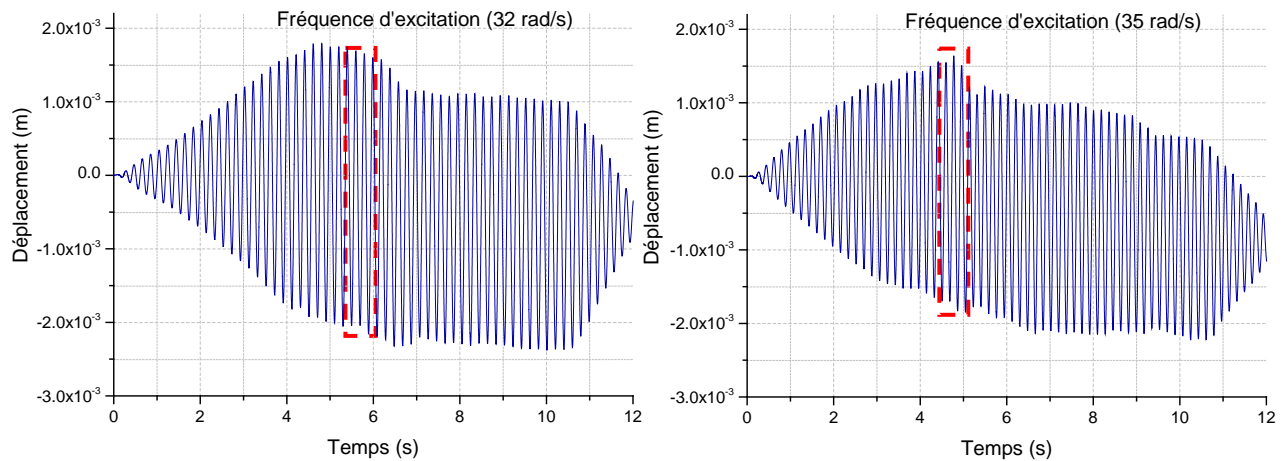
### 4.3.3. Influence de la fréquence d'excitation sur la réponse du dépôt

Afin de montrer l'effet de la fréquence d'excitation sur la réponse dynamique du dépôt, plusieurs simulations ont été réalisées avec des fréquences allant de 10 à 40  $rad/s$ , tandis que l'amplitude d'excitation est fixée à  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ . La figure 4.7 montre la réponse temporelle en déplacements pendant la phase permanente d'excitation au niveau du substratum rocheux et de la couche supérieure du profil pour des fréquences de 10 et 20  $rad/s$ . On peut noter que pour la fréquence de 10  $rad/s$ , il n'y a pas d'amplification du mouvement au niveau de la couche supérieure, ainsi le profil présente un comportement de corps rigide qui suit le déplacement du substratum rocheux. Cependant, pour la fréquence de 20  $rad/s$ , le mouvement est amplifié au niveau de la couche supérieure, donc cette fréquence provoque la déformation du dépôt (Derbane, Mansouri, Messast et al, 2025).



**Figure 4.7.** Réponse temporelle en déplacements en phase permanente au niveau du substratum rocheux et à la surface du dépôt pour des fréquences d'excitation : (a) 10  $rad/s$ , (b) 20  $rad/s$ . Amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$





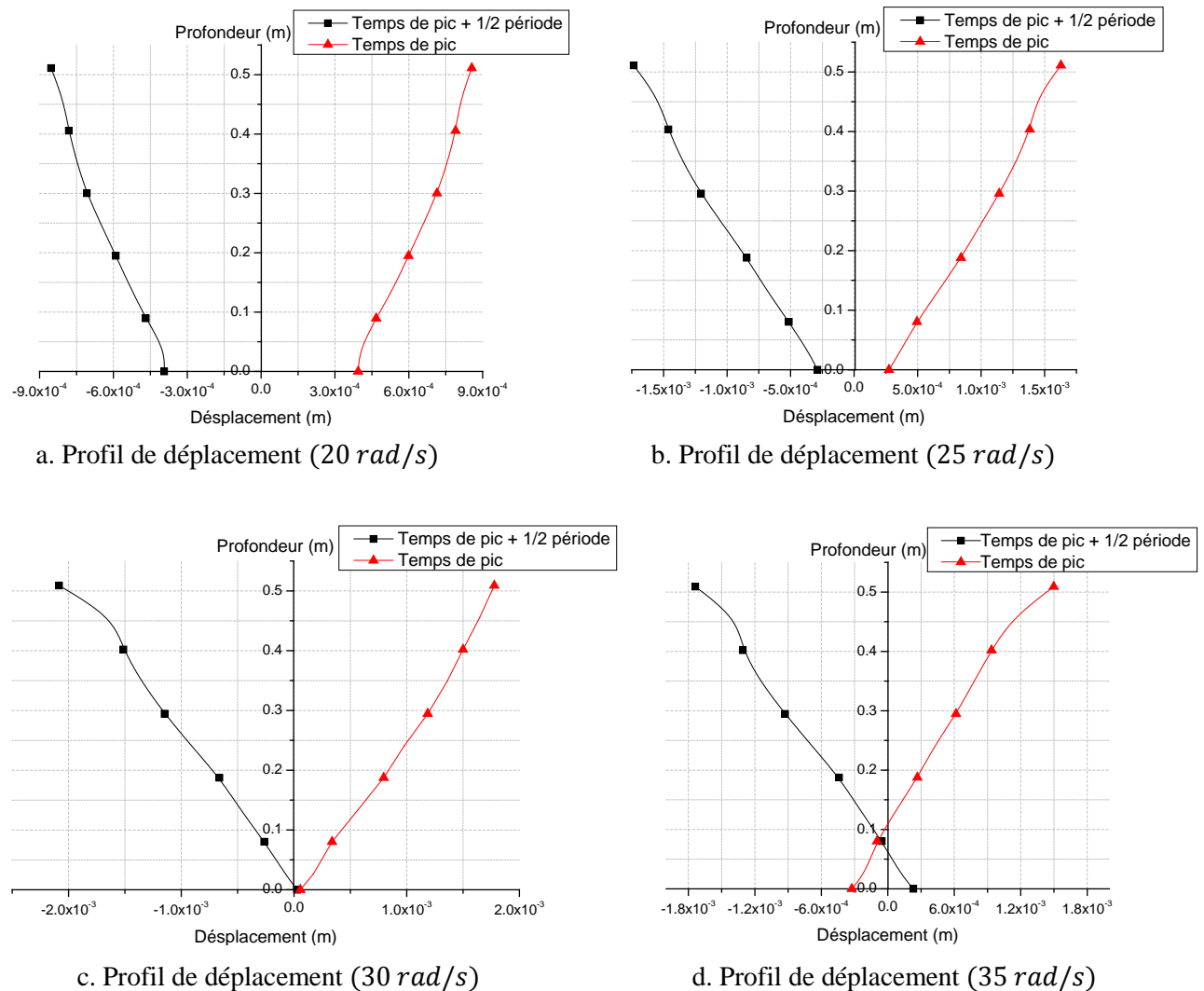
**Figure 4.8.** Réponse temporelle de la couche supérieure pour les fréquences d'excitation 20, 30, 32 et 35 rad/s, l'amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ .

La figure 4.8 montre l'évolution de la réponse temporelle en déplacement de la couche supérieure pendant toute la durée d'excitation. Bien que ces réponses temporelles aient été présentées pour toutes les fréquences, seules les courbes correspondant aux fréquences 20, 30, 32 et 35 rad/s sont représentés. En fait, ces fréquences semblent illustrer clairement l'évolution du comportement du profil. On observe qu'en passant de 20 rad/s à 30 rad/s, une augmentation de l'amplification du mouvement est remarquable; l'amplitude au niveau de la couche supérieure passe de 0,6 mm pour 20 rad/s à une valeur d'environ 1,6 mm pour 30 rad/s. Pour les fréquences de 32 rad/s et 35 rad/s, et en particulier pour la couche supérieure seulement, les formes des réponses en déplacement indiquent l'apparition d'un glissement irréversible des grains. Ce glissement pourrait être attribué à la forte amplification du mouvement et au non-confinement de la couche considérée (couche supérieure). Notons que ce glissement débute lorsque l'amplitude de vibration devient suffisamment élevée, c'est-à-dire vers la fin de la phase d'augmentation de l'excitation. Par la suite, la couche continue d'osciller autour d'une nouvelle position qui peut évoluer au fil du temps. On peut noter à partir des graphiques que l'amplitude des vibrations tend à diminuer légèrement avec le temps ; ce comportement pourrait être dû à une densification du dépôt, résultant des mouvements relatifs significatifs des grains. Il convient de noter que cette densification entraîne une réduction de la déformabilité du dépôt.

En revanche, pour les fréquences où un glissement de la couche supérieure s'est produit, la phase de vibration en régime permanent est considérée comme la courte phase immédiatement après la phase d'augmentation de l'amplitude d'excitation (c'est-à-dire après 4,5 secondes). Elle est représentée sur les graphiques des réponses temporelles en déplacements (fenêtres rouges dans la Figure 4.8). Cette phase est écourtée pour ces fréquences et devrait correspondre au cas où l'échantillon est proche de son état initial avant densification. Afin de tenir compte du décalage possible par rapport à la position initiale (position zéro), l'amplitude du déplacement

est calculée comme la moitié de la différence entre les valeurs maximales et minimales des pics dans l'intervalle de temps considéré.

Les profils de déplacement (c'est-à-dire la forme de déformation du dépôt à un instant donné) pour les différentes fréquences d'excitation sont représentés sur la figure 4.9 pour la vibration en phase permanente au temps du pic positif et au pic négatif suivant (temps de pic positif + une demi-période).



**Figure 4.9.** Profils de déplacements pour différentes fréquences d'excitation. L'amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ .

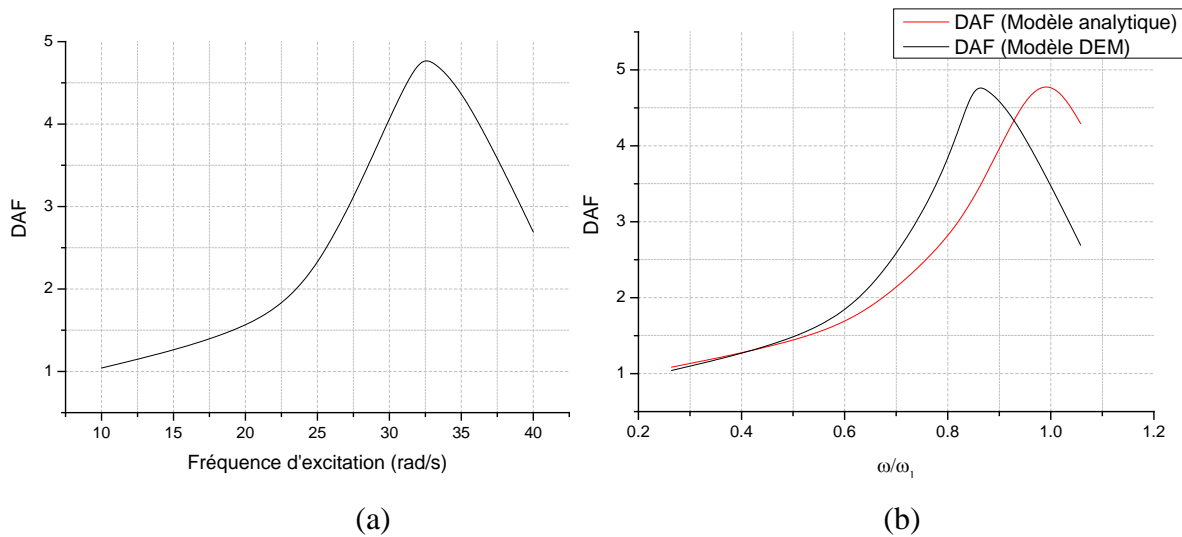
Cette figure démontre que pour les basses fréquences (jusqu'à 30 rad/s), les profils de déplacement ont la forme du premier mode de vibration. Pour la fréquence de 32 rad/s, on remarque l'apparition du nœud avec un déplacement nul à la base puis remontant vers le haut pour la fréquence de 35 rad/s. D'après ce qui a été discuté précédemment, cela indique l'atteinte puis le dépassement de la première fréquence de résonance. Ces formes de profils de déplacement indiquent que la première fréquence de résonance pour l'amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ , est d'environ 32 rad/s (Derbane, Mansouri, Messast et al, 2025).

Nous définissons ci-après le facteur d'amplification dynamique (DAF) au niveau de la couche supérieure du profil dans la phase de vibration permanente par la formule suivante :

$$DAF = \frac{u_s}{u_0} \quad (4.3)$$

Où  $u_s$  représente l'amplitude de déplacement au niveau de la couche supérieure (couche de surface) et  $u_0$  est l'amplitude de déplacement au niveau du substratum rocheux (excitation).

Afin d'étudier la variation de l'amplification du déplacement en fonction de la fréquence, la Figure 4.10a représente le DAF en fonction de la fréquence d'excitation pour une amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ .



**Figure 4.10.** Facteur d'amplification dynamique en fonction de la fréquence d'excitation, (a) DAF obtenu à partir de la modélisation numérique, (b) Comparaison DAF entre la modélisation numérique et la solution analytique

La figure 4.10a montre que le DAF évolue de manière similaire au cas d'un dépôt élastique excité par un déplacement harmonique à partir de la base; avec l'augmentation de la fréquence d'excitation, le DAF augmente jusqu'à une valeur maximale qui correspond à la résonance puis il diminue. La fréquence de résonance estimée à partir de cette figure est d'environ  $32 \text{ rad/s}$ , ce qui concorde bien avec les profils de déplacement présentée dans la figure 4.9.

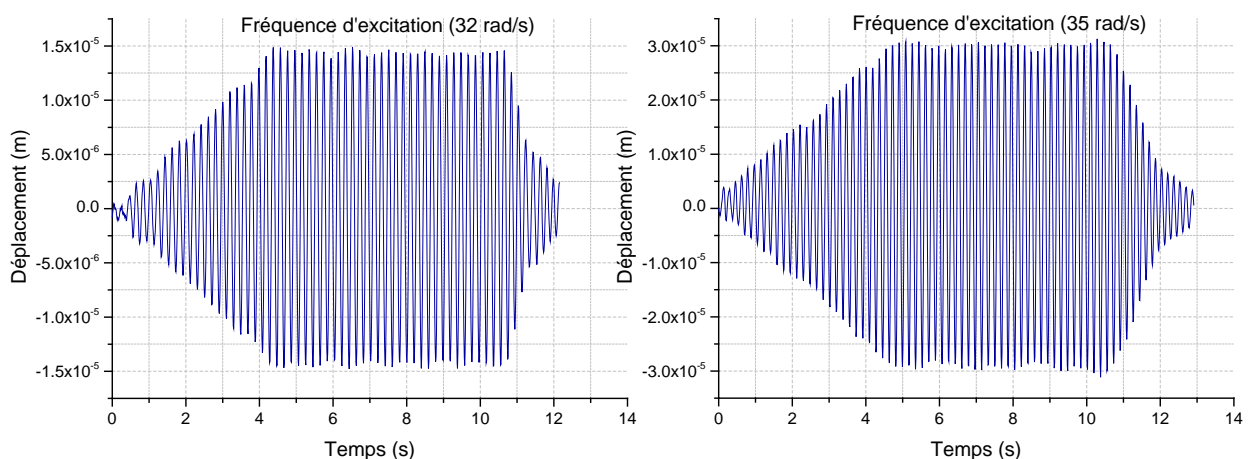
Pour une comparaison avec la solution analytique ( $DAF = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4}\xi^2\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 + \cos^2\frac{\pi}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)}}$ ), la Figure

4.10b montre l'évolution du DAF en fonction de la fréquence, obtenue numériquement et celui calculé à partir de la solution analytique. Les données utilisées dans cette solution sont celles correspondant au dépôt numérique ( $h = 0,54m$  et  $\omega_1 = 37,82 \text{ rad/s}$ ).

Le taux d'amortissement est choisi de telle sorte que la valeur maximale (à la résonance) soit égale à celle obtenue à partir du modèle numérique qui est approximativement  $DAF_{max} = 4.75$ . Par utilisation de l'équation approchée  $DAF_{max} \approx \frac{2}{\pi\xi}$ , on obtient un taux d'amortissement  $\xi = 13,4\%$ . Sur cette figure, les fréquences d'excitation sont normalisées par la fréquence

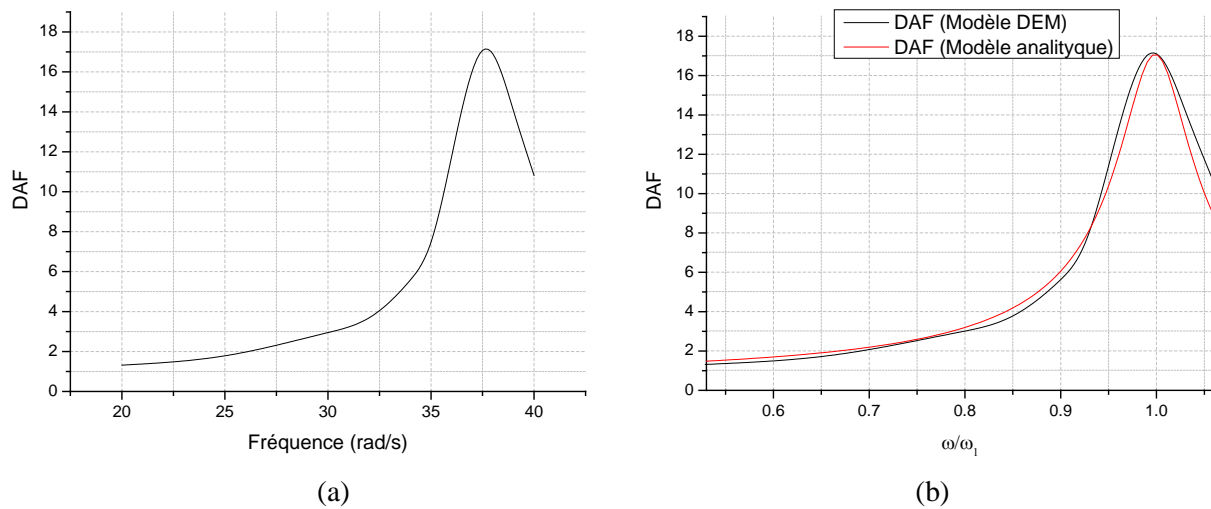
fondamentale du modèle  $\omega_1$ . Cette figure montre que l'évolution du DAF calculé numériquement est très similaire à celle de la solution analytique. Cependant, la résonance se produit à une fréquence inférieure d'environ 13% par rapport à celle obtenue par le modèle analytique. Nous pensons que cette différence peut être attribuée principalement à la dégradation du module de cisaillement due à l'augmentation des contraintes de cisaillement à proximité de la résonance, là où ce même module est considéré comme constant dans le modèle analytique.

L'analyse de l'effet de la fréquence d'excitation sur la réponse du dépôt est présentée dans ce cas avec une amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-6}m$  de la même manière que pour l'amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$ . Contrairement à ce qui est observé dans le cas de l'amplitude  $u_0 = 4 \times 10^{-4}m$  pour les fréquences de 32 rad/s et 35 rad/s, on constate qu'il n'y a pas de glissement de la couche superficielle, et que le mouvement reste harmonique et régulier pour toutes les couches et pour les deux fréquences. La Figure 4.11 présente la réponse de la couche de surface pour les deux fréquences citées auparavant et pour une amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-6}m$ .



**Figure 4.11.** Réponse temporelle de la couche supérieure pour les fréquences d'excitation 32 et 35 rad/s, l'amplitude d'excitation  $u_0 = 4 \times 10^{-6}m$ .

Le tracé des profils de déplacement a montré que la fréquence de résonance augmente jusqu'à environ  $37,5 \text{ rad/s}$ . Pour ce cas nous présentons l'évolution du DAF avec la fréquence d'excitation (Figure 4.12b), de la même manière que la Figure 4.10b.



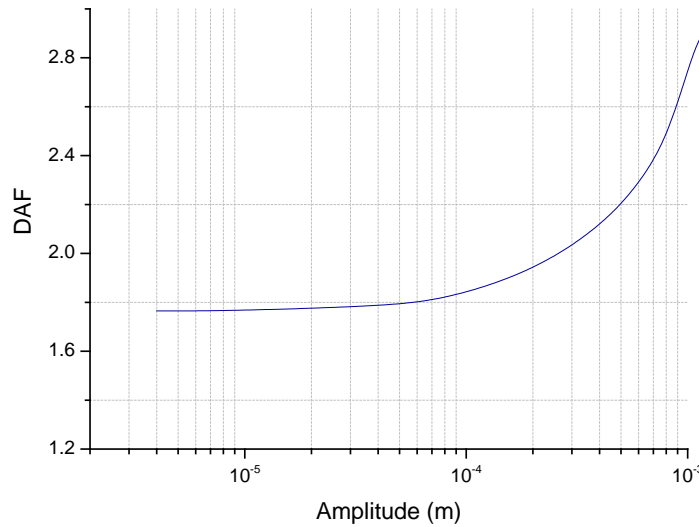
**Figure 4.12.** Facteur d'amplification dynamique en fonction de la fréquence d'excitation, (a) DAF obtenu à partir de la modélisation numérique, (b) Comparaison DAF entre la modélisation numérique et la solution analytique

Cette figure montre que la fréquence de résonance devient très proche de la fréquence fondamentale estimée dans la section 4.3.2 ( $\omega_1 = 37,82 \text{ rad/s}$ ). De plus, le facteur d'amplification dynamique maximal augmente significativement ( $DAF_{max} = 17,08$ ). Ces résultats indiquent qu'il n'y a quasiment pas de dégradation du module de cisaillement et que le taux d'amortissement devient très faible pour les petites amplitudes. Nous estimons que le taux d'amortissement dépend du glissement intergranulaire, lequel diminue lorsque l'amplitude d'excitation se voit diminuée. On peut donc conclure que la fréquence de résonance dépend de l'amplitude d'excitation.

#### 4.3.4. Influence de l'amplitude d'excitation sur l'amplification du mouvement

Il convient de rappeler que pour un dépôt élastique excité à partir de la base par un déplacement harmonique, le facteur d'amplification dynamique (DAF) est indépendant de l'amplitude d'excitation. Cependant, le dépôt granulaire ne se comportant pas de manière élastique dans toutes les situations. Il devient alors intéressant d'apporter des éclaircissements concernant son comportement lors de la variation des amplitudes d'excitation. Pour cela, des simulations de la réponse du dépôt de sable sous excitation harmonique avec une fréquence fixe de ( $\omega = 25 \text{ rad/s}$ ) et pour une variation des amplitudes d'excitation allant de  $2 \times 10^{-6} \text{ m}$  à  $1 \times 10^{-3} \text{ m}$  sont réalisées. Pour toutes les simulations, les déplacements en phase permanente sont présentés et le DAF lui aussi calculé.

La figure 4.13 montre l'évolution du DAF avec l'amplitude d'excitation. Dans cette figure, étant donné qu'une large échelle de valeurs d'amplitude est utilisées, donc, l'adoption d'une échelle logarithmique pour l'axe des "x" (amplitudes) est nécessaire pour une meilleure présentation des résultats.



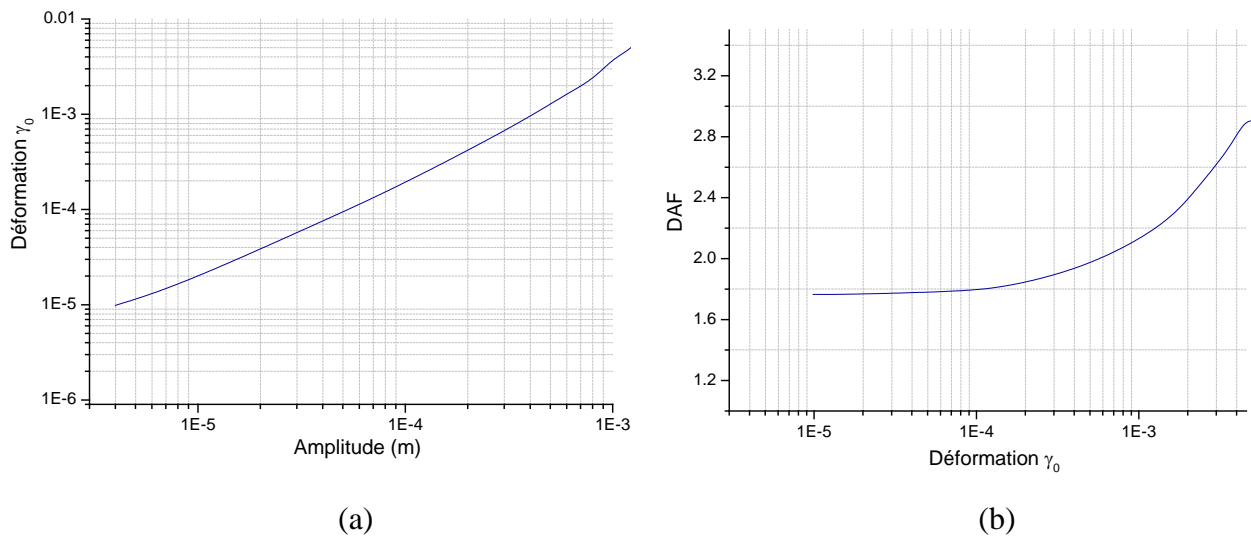
**Figure 4.13.** Evolution du DAF de la couche supérieure du dépôt de sable en fonction de l'amplitude d'excitation. Fréquence d'excitation  $\omega = 25 \text{ rad/s}$ .

Il apparaît clairement que contrairement au cas d'un dépôt élastique où le DAF est théoriquement indépendant de l'amplitudes d'excitation, pour le présent dépôt granulaire étudié, le DAF est presque constant pour des excitations de petites amplitudes, mais augmente brusquement pour les cas de grandes amplitudes d'excitation. Ce comportement pourrait être attribué à la dégradation du module de cisaillement due à l'augmentation du niveau de déformation en cisaillement lorsque l'amplitude augmente.

Afin de vérifier cette assertion, une évaluation du niveau de déformation de cisaillement est mise en jeu pour les différentes amplitudes d'excitation. Observant que le profil de déplacement a une forme presque linéaire pour la fréquence d'excitation utilisée ( $\omega = 25 \text{ rad/s}$ ) comme le montre la Figure 4.14, le niveau de déformation de cisaillement ( $\gamma_0$ ) peut être évalué par le rapport de la différence entre les déplacements horizontaux de deux couches sur la distance verticale qui les sépare. Afin d'obtenir une valeur moyenne sur l'ensemble du dépôt,  $\gamma_0$  est calculé dans ce qui suit en utilisant l'avant-dernière couche (couche 9) et la première couche. Considérant le déphasage possible (même s'il est très faible) entre les déplacements des couches,  $\gamma_0$  s'exprime par :

$$\gamma_0 = \frac{u_9^p - u_1}{y_9 - y_1} \quad (4.3)$$

Où  $u_9^p$  représente un déplacement maximal de la couche 9,  $u_1$  représente le déplacement de la couche 1 au même instant (correspondant à  $u_9^p$ ) et  $y_i$  est la coordonnée verticale du centre de la couche  $i$ . Les niveaux de déformation en cisaillement moyens sont calculés pour toutes les amplitudes d'excitation. La figure 4.14a montre l'évolution du niveau de déformation avec l'amplitude d'excitation, tandis que la figure 4.14b montre la variation du DAF en fonction du niveau de déformation en cisaillement impliqué par les différentes amplitudes d'excitation (Derbane, Mansouri, Messast et al, 2025).



**Figure 4.14.** (a) Niveau moyen de déformation en cisaillement par rapport à l'amplitude d'excitation, (b) DAF par rapport au niveau de déformation en cisaillement impliqué par les différentes amplitudes d'excitation.

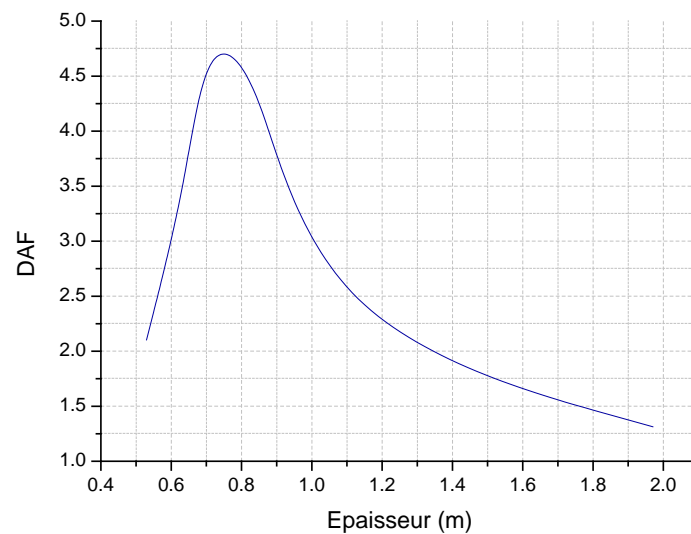
La Figure 4.14a montre que le niveau de déformation en cisaillement augmente de façon monotone exponentielle (linéaire dans l'échelle logarithmique) avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation. En prenant en compte la courbe de dégradation du module de cisaillement avec le niveau de déformation de cisaillement (Figure 4.5b), cette augmentation révèle que le module de cisaillement du dépôt diminue avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation, ce qui conduit à une modification du DAF. Une telle modification est bien démontrée par la Figure 4.14b, celle-ci montre ensuite que le DAF augmente très légèrement pour les petites déformations, alors qu'il prend un gradient de variation de plus en plus importante pour les grandes déformations. Cet aspect est très similaire à la courbe de dégradation du module de cisaillement. De plus, le seuil de déformation qui sépare les deux phases de variation du DAF concorde bien avec celui que l'on peut tirer de la courbe de dégradation du module de cisaillement (Figure 4.5b), il est de l'ordre de  $10^{-4}$ . Ce résultat indique que pour un dépôt granulaire, le mouvement peut être largement amplifié même en étant loin de la fréquence fondamentale. Ceci est dû à la modification du module de cisaillement, qui se dégrade avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation.

### 4.3.5. Influence de l'épaisseur du dépôt sur la réponse dynamique

#### 4.3.5.1. Influence sur l'amplification du mouvement

Dans le but d'étudier l'influence de l'épaisseur du dépôt de sable sur l'amplification du mouvement à la surface, cinq épaisseurs ont été étudiées à savoir; 0,53 m, 0,70 m, 0,85 m, 1,02 m et 1,97 m. Ces épaisseurs sont obtenues en faisant varier la largeur du dépôt tout en gardant le même nombre de grains. Les dépôts obtenus sont soumis à une excitation harmonique d'amplitude  $u_0 = 4 \times 10^{-4} m$  et d'une fréquence d'excitation  $\omega = 25 \text{ rad/s}$ .

La Figure 4.15 présente la variation du facteur d'amplification dynamique (DAF) avec les différentes épaisseurs du dépôt.



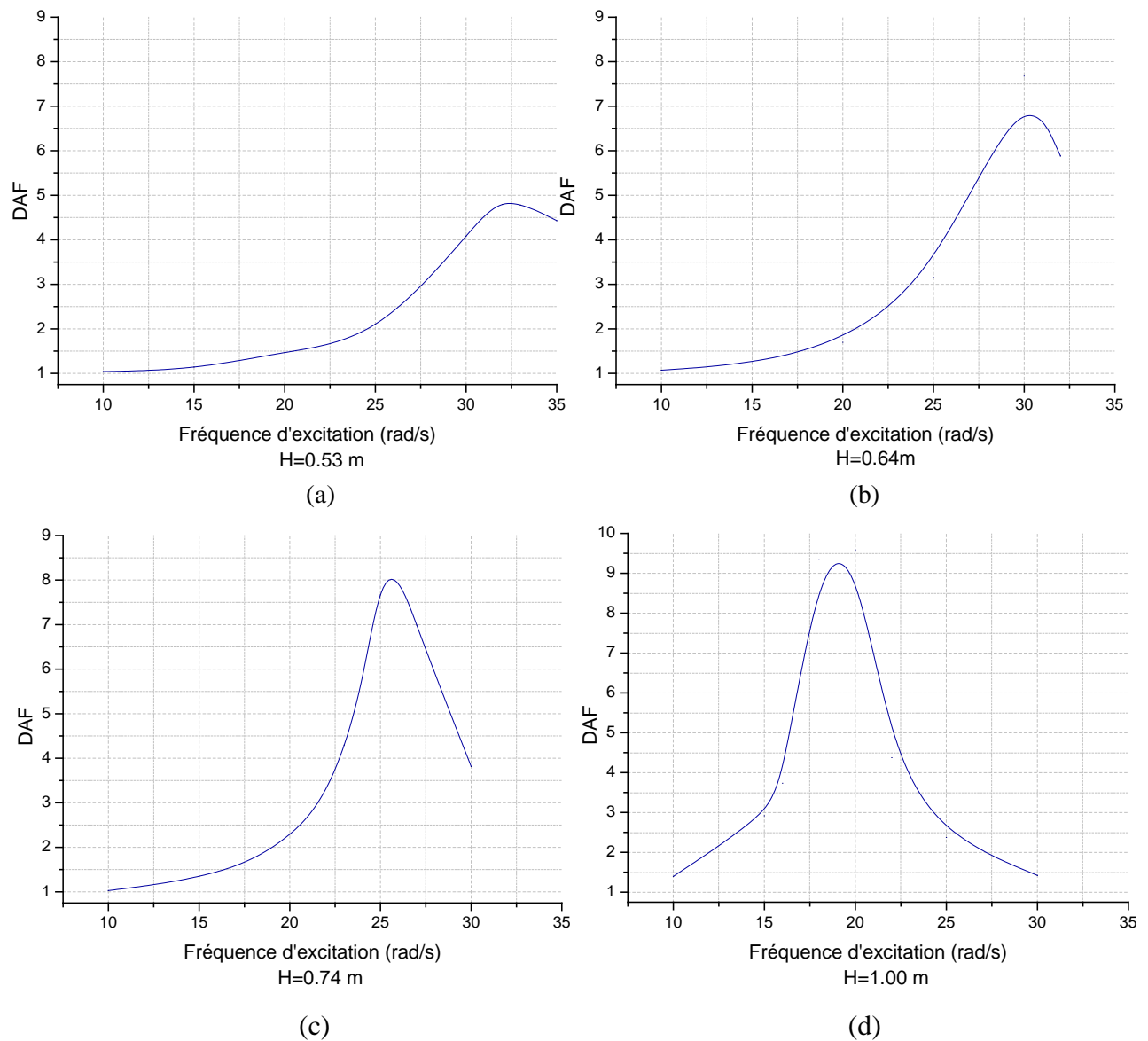
**Figure 4.15.** Facteur d'amplification dynamique en fonction de l'épaisseur du dépôt

La figure 4.15 montre qu'avec l'augmentation de l'épaisseur du dépôt, le DAF augmente initialement, atteint un maximum puis diminue. Cette figure met en évidence le changement de la fréquence fondamentale en fonction de l'épaisseur. Pour des épaisseurs où la fréquence fondamentale est proche de la fréquence d'excitation, la résonance se produit, et correspond à l'apparition du pic sur le graphique. Pour cette application, on peut comprendre que pour une épaisseur de dépôt d'environ 0,75 m, la fréquence de résonance est de 25 rad/s.

#### 4.3.5.2. Influence sur la fréquence de résonance

Afin d'étudier l'influence de l'épaisseur du dépôt sur la fréquence de résonance, quatre épaisseurs ont été étudiées (0,53 m, 0,64 m, 0,74 m et 1,00 m). Ces épaisseurs sont obtenues de la même manière exposée dans la sous-section (4.3.5.1). Les dépôts en question sont soumis à la même excitation harmonique d'amplitude  $u_0 = 2 \times 10^{-4}m$  et de fréquence  $\omega$  qui variant de 8 rad/s à 25 rad/s.

La Figure 4.16 présente la variation du facteur d'amplification dynamique DAF en fonction des épaisseurs de dépôt et de la fréquence d'excitation (Derbane, Mansouri et Messast, 2024).



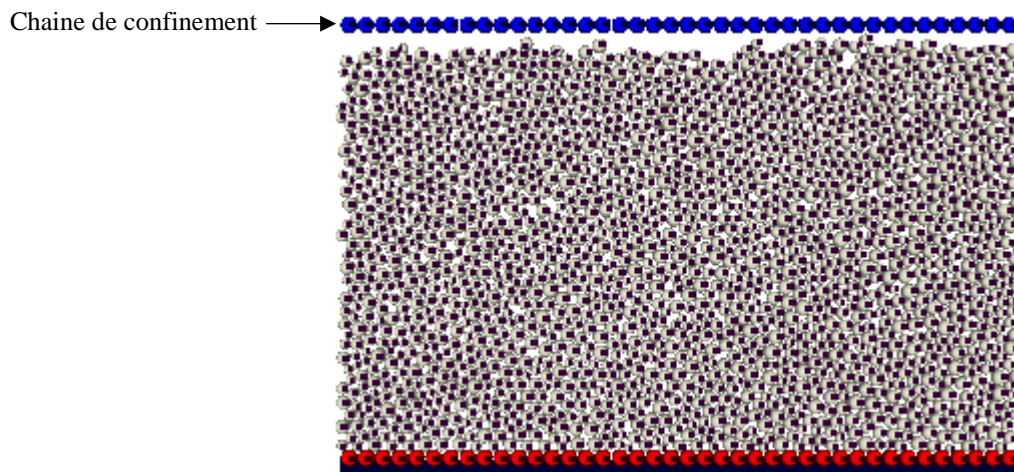
**Figure 4.16.** Variation du facteur d'amplification dynamique au niveau de la couche supérieure en fonction de l'épaisseur du dépôt  $H$  : a –  $H=0,53$  m ; b –  $H=0,64$  m ; c –  $H=0,74$  m ; d –  $H=1,00$  m.

La figure 4.16 montre qu'avec l'augmentation de l'épaisseur du dépôt, DAF augmente initialement, atteint un maximum, puis diminue. Cela met clairement en évidence le changement de la fréquence de résonance avec l'épaisseur. Pour chaque épaisseur utilisée, lorsque la fréquence d'excitation est proche de la fréquence fondamentale, une résonance se produit, elle correspond aux pics montrés sur les figures.

Ces figures indiquent donc, que la fréquence de résonance est inversement proportionnelle à l'épaisseur et que le facteur d'amplification dynamique augmente avec l'épaisseur du dépôt.

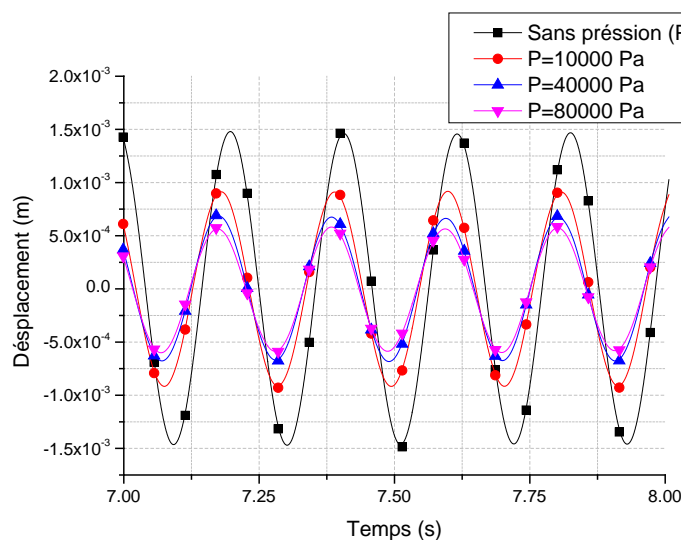
### 4.3.6. Influence du confinement du dépôt sur la propagation des ondes

Les couches profondes du sol sont naturellement soumises à des pressions de confinement. Pour simuler ce cas, une chaîne de grains est introduite à la surface du dépôt (Figure 4.17); une contrainte de confinement pourrait être appliquée par l'augmentation du poids spécifique des grains de la chaîne. Dans cette application, le dépôt est soumis à une excitation harmonique avec une amplitude  $u_0 = 4 \times 10^{-4} m$ , une fréquence d'excitation  $\omega = 30 \text{ rad/s}$ . Une analyse du comportement du dépôt est faite par variation des pressions de confinement allant de  $10000 \text{ Pa}$  à  $80000 \text{ Pa}$ .



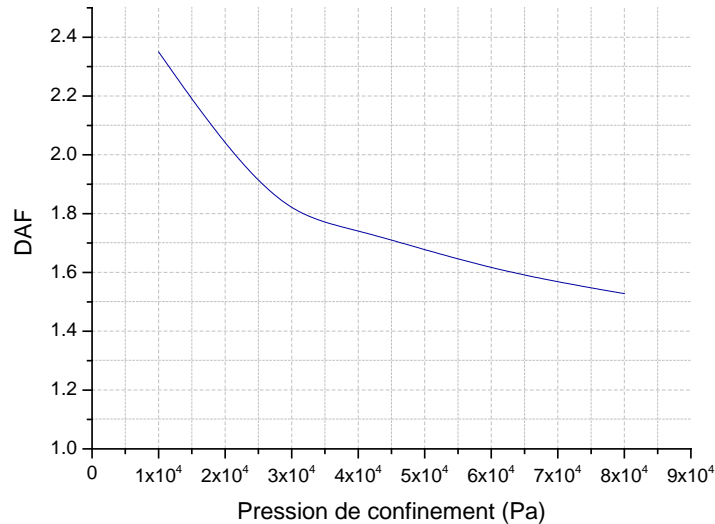
**Figure 4.18.** Modèle DEM avec introduction d'une chaîne de force.

La Figure 4.17 présente une partie de la réponse temporelle en phase permanente en déplacement de la couche supérieure du dépôt pour différentes pressions de confinement.



**Figure 4.18.** Effet de la pression de confinement à partir de la surface du dépôt sur l'évolution du déplacement.

La figure 4.18 confirme la diminution de l'amplification du déplacement au niveau de la couche supérieure du dépôt avec l'augmentation de la pression de confinement. La Figure 4.19 présente la variation du facteur d'amplification dynamique DAF suite à l'augmentation de la pression de confinement.

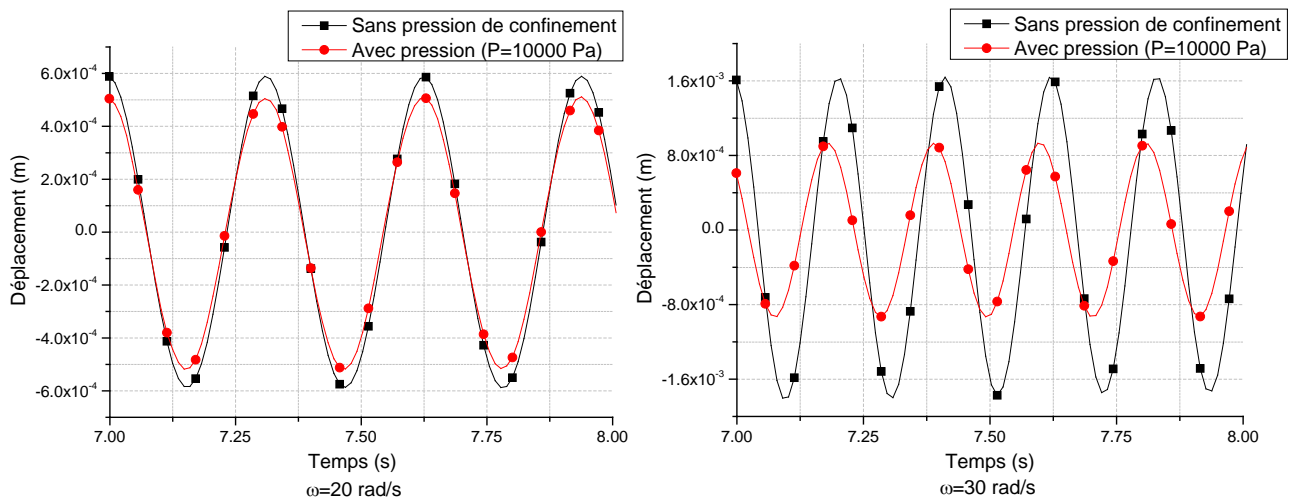


**Figure 4.19.** Variation du facteur d'amplification dynamique (DAF) au niveau de la couche supérieure en fonction de la pression de confinement.

La Figure 4.19 montre clairement que le facteur d'amplification dynamique diminue avec l'augmentation de la pression de confinement.

Cela indique que l'application et l'augmentation des pressions de confinement rendent le dépôt progressivement plus rigide, ce qui a pour conséquence la réduction de l'amplification du déplacement (DAF). Ce résultat est conforme aux connaissances théoriques qui stipulent que les profils les plus rigides tels que les roches n'amplifient pas le mouvement sismique.

Afin d'étudier l'évolution de l'effet de confinement avec la fréquence d'excitation, deux fréquences de (20 rad/s et 30 rad/s) ont été utilisées pour le dépôt avec des pressions de confinement de 0 et 10 000 Pa. La Figure 4.20 montre des parties de la réponse temporelle en phase permanente en déplacement au niveau de la couche supérieure pour les deux fréquences d'excitation.



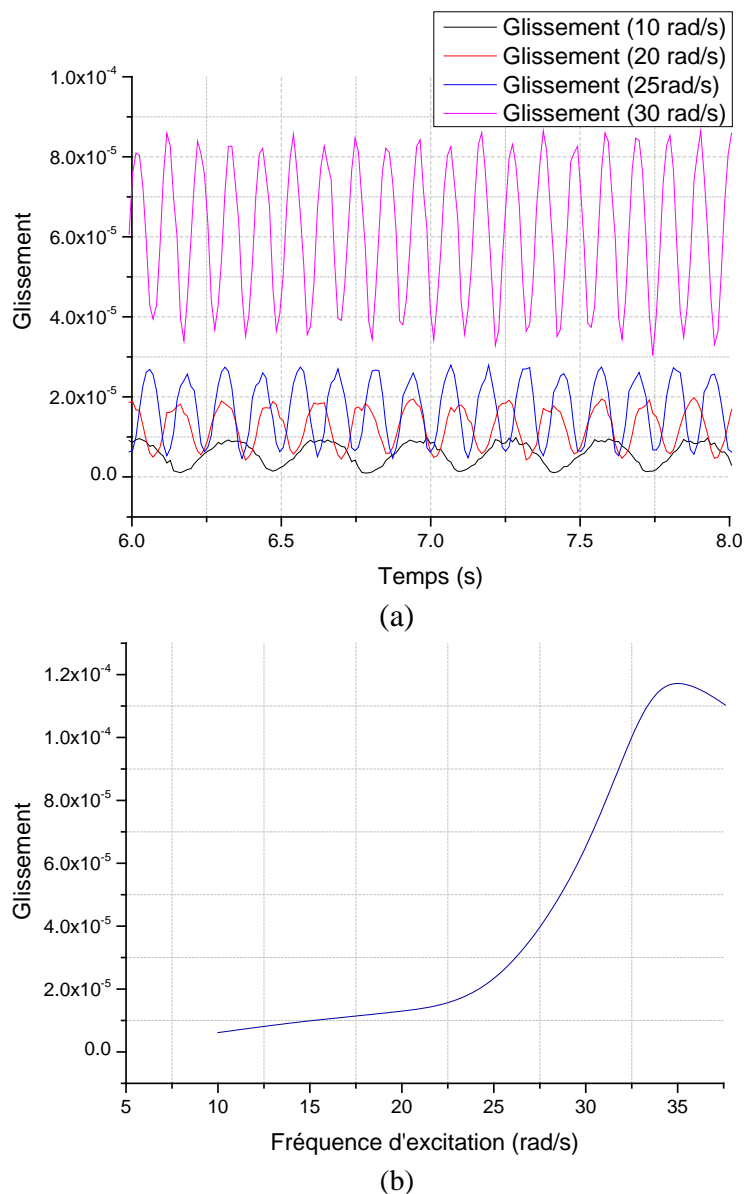
**Figure 4.20.** Partie de la réponse en phase permanente de la réponse temporelle en déplacement au niveau de la couche supérieure avec des pressions de confinement de 0 et 10 000 Pa : a – fréquence d'excitation 20 rad/s ; b – fréquence d'excitation 30 rad/s.

La Figure 4.20 montre l'effet significatif du confinement sur l'amplification de mouvement qui est fortement influencé par la fréquence d'excitation. Pour les cas étudiés, on peut comprendre que la fréquence de 20 rad/s qui est suffisamment inférieure à la fréquence de résonance du dépôt sans pression, donne une amplification du déplacement qui est faible. L'augmentation du confinement dans ce cas rigidifie le dépôt et éloigne d'avantage la fréquence de résonance de la fréquence d'excitation, ce qui entraîne une petite réduction de l'amplification (DAF). En revanche, pour la fréquence de 30 rad/s qui est proche de la fréquence de résonance du dépôt, et qui donne une amplification du déplacement initialement élevée. Dans cette situation, le confinement éloigne aussi la fréquence de résonance de la fréquence d'excitation, en réduisant significativement l'amplification du mouvement (DAF). Enfin, cette section donne une conclusion importante concernant le comportement des dépôts granulaires qui dépend principalement des conditions de confinement. Donc, le comportement d'une couche de sol granulaire est fortement affecté par sa profondeur dans le profil du sol.

#### 4.3.7. Influence de la fréquence d'excitation sur les glissements intergranulaires

Lors de l'excitation du dépôt granulaire avec une force externe d'amplitude supérieure au seuil de Coulomb ( $\mu_s$  et  $F_n$ ) appelée « force de rupture », la déformation dans cette configuration est irréversible, la connexion créée par les aspérités se rompt et un glissement relatif s'amorce (Khellaf et Mansour, 2024). Cette section est consacrée au traitement de la variation du glissement global dans le dépôt en fonction de la fréquence d'excitation. Le glissement intergranulaire est calculé à partir de l'équation (3.35), le dépôt est soumis à une excitation harmonique avec une amplitude ( $u_0 = 4 \times 10^{-4} m$ ) et à différentes fréquences d'excitation (10rad/s, 20rad/s, 25rad/s et 30rad/s).

La figure 4.21 montre une partie de la réponse en phase permanente ( $6s \leq t \leq 8s$ ) de la variation du glissement global dans le dépôt en fonction de la fréquence d'excitation (Derbane, Mansouri et Messast, 2024).



**Figure 4.21.** Glissement global : a - Réponse temporelle pour différentes fréquence d'excitation ; b - Variation du glissement global moyen en fonction de la fréquence d'excitation.

Cette figure montre clairement que le glissement global évolue de la même manière que le facteur d'amplification dynamique. Il varie initialement corrélativement à la fréquence, atteignant un pic à une fréquence d'environ 33 rad/s, puis diminue pour des valeurs de fréquences plus élevées. Cette évolution indique que le glissement global moyen augmente avec l'amplitude du mouvement initié. Notons que la fréquence de 33 rad/s correspond approximativement à la fréquence de résonance déjà estimée dans la section 4.3.3.

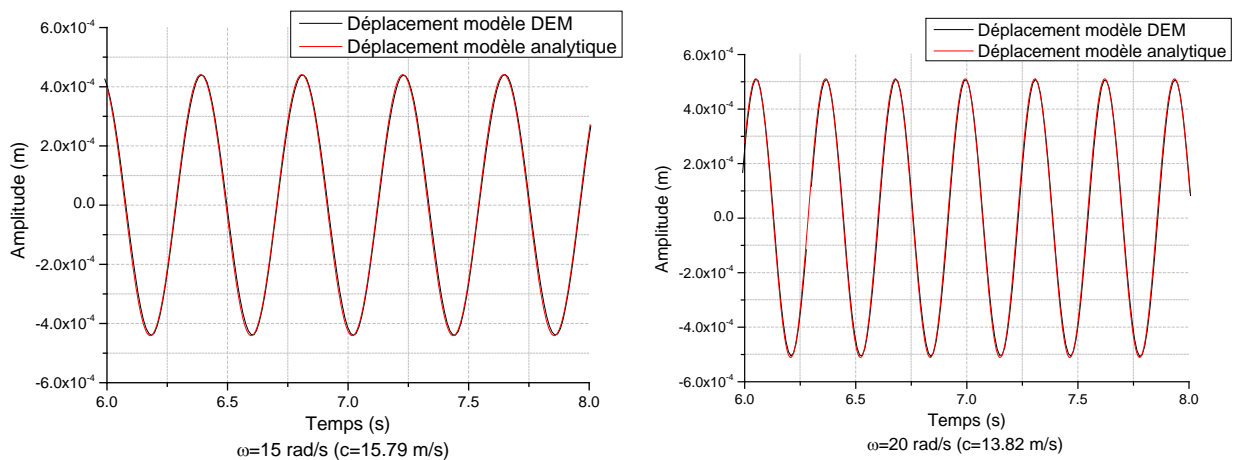
#### 4.3.8. Modèle élastique linéaire amorti équivalent au model DEM

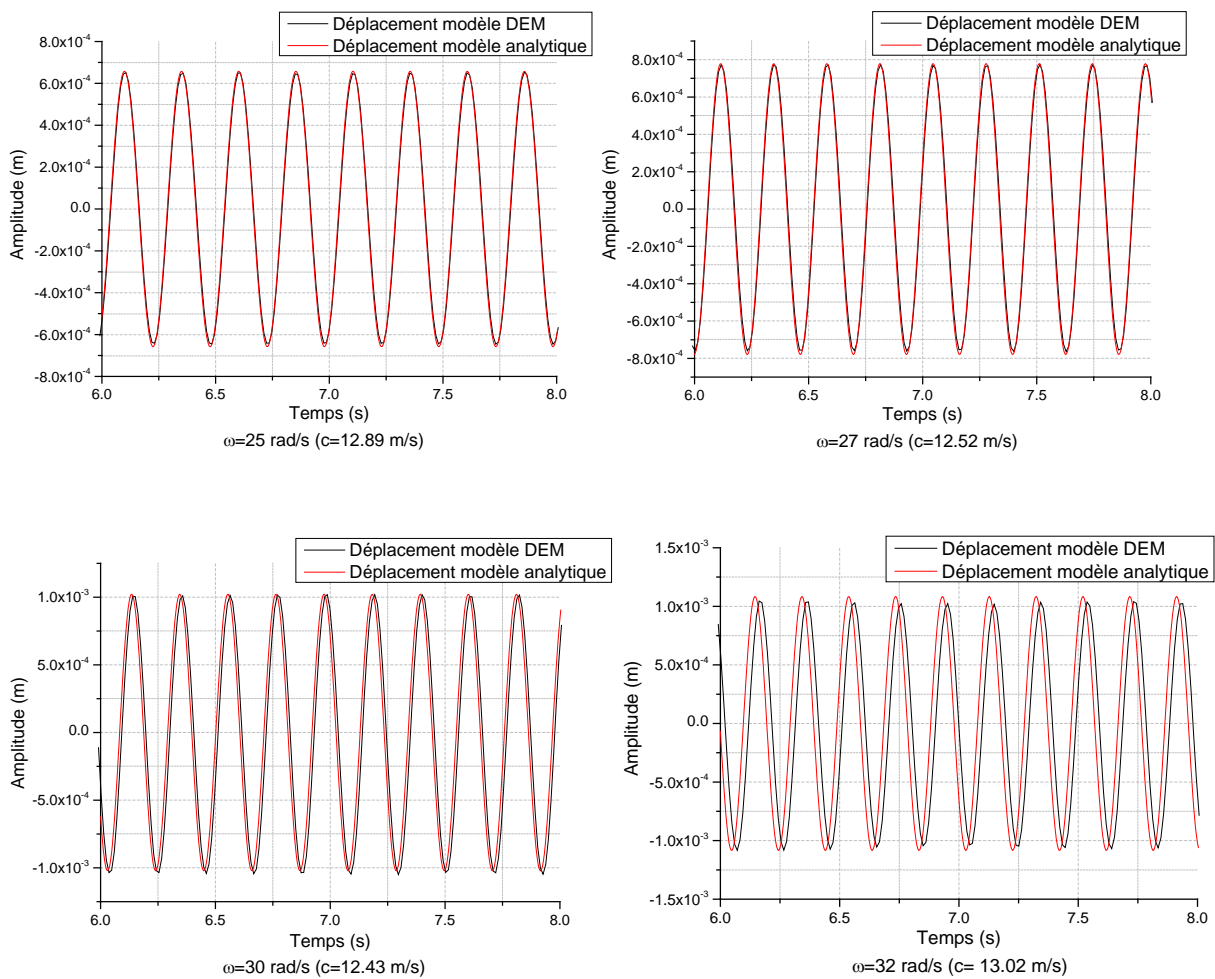
Dans cette section, nous tentons de modéliser le dépôt granulaire par un modèle élastique linéaire avec amortissement. Dans ce cas, sa réponse à une excitation harmonique peut être obtenue analytiquement en utilisant les solutions théoriques présentées dans le chapitre 2 (§ 2.5). Une analyse inverse est effectuée pour déterminer les propriétés dynamiques du milieu

continu équivalent et qui donneraient la même réponse que celle du modèle numérique en DEM. La solution analytique en déplacement d'un dépôt élastique avec amortissement hystérétique, soumis à une excitation harmonique appliquée à sa base, est donnée par l'équation (2.57). Dans cette équation, deux propriétés du matériau sont impliquées : la vitesse de propagation des ondes, qui dépend de la rigidité et de la masse volumique du sol, et le taux d'amortissement, qui caractérise la dissipation d'énergie lors de la déformation. Il convient de noter que la vitesse de propagation des ondes possède un effet beaucoup plus important sur la réponse que celui du taux d'amortissement.

Afin de comparer l'évolution de la réponse du dépôt avec la fréquence pour les deux modèles; modèle (DEM) et la solution analytique, nous avons calibré le paramètre du matériau  $c$  (vitesse de propagation des ondes) dans la solution analytique pour obtenir une réponse proche de celle du modèle (DEM). Le taux d'amortissement ( $\xi$ ) est fixé à une valeur moyenne de 8 %, car son effet sur la réponse est faible. L'amplitude d'excitation utilisée est  $u_0 = 4 \times 10^{-4} m$ , et différentes fréquences d'excitation sont étudiées (15 à 32 rad/s) à ce propos.

La figure 4.22 montre une partie de la réponse du dépôt en phase permanente ( $6s \leq t \leq 8s$ ) au niveau de la couche médiane, obtenus par le modèle DEM et celui calculé à partir de la solution analytique pour les différentes fréquences. Pour chaque fréquence, la vitesse de propagation d'onde qui donne une réponse proche de la réponse numérique (DEM) est évaluée.





**Figure 4.22.** Déplacements au niveau de la couche intermédiaire pour le modèle DEM et la solution analytique.

Cette figure montre une concordance remarquable entre les deux modèles. Pour les fréquences d'excitation de 15, 20, 25 et 27 rad/s, les déplacements au niveau de la couche moyenne de la solution analytique sont très proches des résultats des simulation DEM avec des vitesses d'onde de 15,79 m/s, 13,82 m/s, 12,89 m/s et 12,52 m/s respectivement. En revanche, pour les fréquences d'excitation de 30 rad/s et 32 rad/s, il devient difficile de trouver les vitesses de propagation d'ondes pour lesquelles la solution analytique recoupe la réponse obtenue numériquement avec les simulations DEM. En effet, aux fréquences proches de la résonance, des déplacements d'amplitudes considérables conduisent à une non-linéarité de comportement, caractère non reproductible par la solution analytique faute de restrictions des hypothèses de base.

Cette comparaison permet de conclure sur les limites des méthodes analytiques dans l'analyse de la propagation d'ondes dans les sols, en particulier lorsque les fréquences d'excitation se rapprochent de la fréquence de résonance.

### 4.3.9. Modèle approché pour le facteur d'amplification dynamique

En vue de déduire un modèle approché impliquant le DAF, l'amplitude et la fréquence d'excitation, plusieurs simulations ont été réalisées en utilisant le dépôt initial et faisant varier conjointement l'amplitude et la fréquence d'excitation en double balayage. L'amplitude a couvert la plage allant de  $8 \cdot 10^{-5}$  m à  $10^{-3}$  m et fréquences d'excitation quant à elles étaient de 15 rad/s, 20 rad/s, 25 rad/s et 30 rad/s. Contrairement aux dépôts élastiques, les simulations ont montrées que la variation des amplitudes d'excitation influe directement sur le facteur d'amplification dynamique (DAF).

Pour analyser la variation du facteur d'amplification dynamique avec les deux paramètres d'excitation (amplitude et fréquence d'excitation), une fonction de corrélation est développée, laquelle s'écrit :

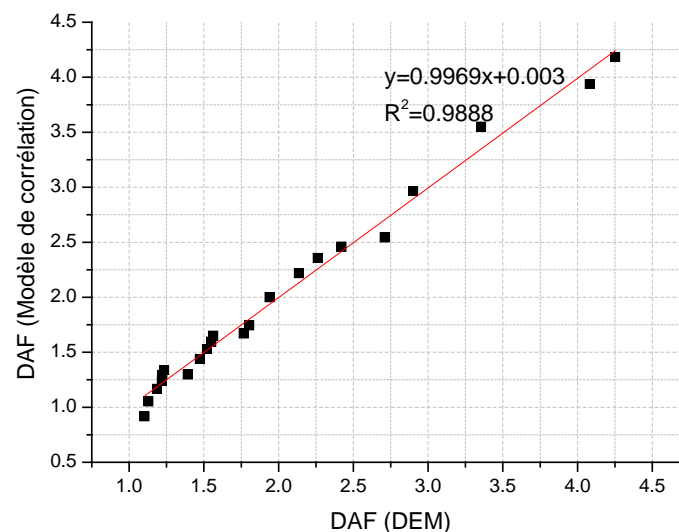
$$DAF = (a \cdot A^b)(\omega^c \cdot d^\omega) \quad (4.4)$$

Avec  $DAF$  est le facteur d'amplification dynamique ;  $A$  est l'amplitude d'excitation ;  $\omega$  est la fréquence d'excitation.

En utilisant les résultats de toutes les simulations réalisées, les coefficients du modèle développé sont récapitulés dans le tableau 4.2.

**Tableau 4.2.** Paramètres du modèle approché

Coefficient	Valeur
$a$	1180,160
$b$	0,149435
$c$	-3,45735
$d$	1,27231



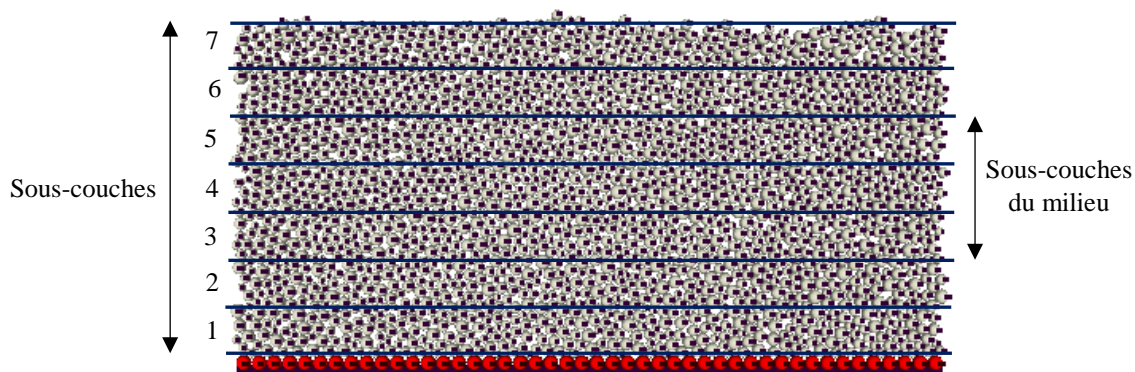
**Figure 4.23.** Test de la première bissectrice de corrélation ente simulations DEM et modèle approché

La figure 4.23 présente la droite de première bissectrice de corrélation des valeurs du facteur d'amplification dynamique DAF obtenues à partir de la simulation DEM et celui calculé à partir du modèle approché (équation 4.4). Cette figure montre une précision très élevée du modèle proposé avec un coefficient de détermination  $R^2 = 0,9888$ . Par conséquent, le modèle approché obtenu permet d'estimer correctement le facteur d'amplification dynamique DAF en fonction de l'amplitude et de la fréquence d'excitation sans passer par les simulations. Il convient de noter que ce modèle n'est valide que pour les situations où les fréquences d'excitation sont inférieures à la fréquence fondamentale, i.e. en premier mode de vibration.

#### 4.3.10. Analyse de la variation du module de cisaillement $G$

Les propriétés dynamiques des sols granulaires, telles que le module de cisaillement sécant  $G$  et le taux d'amortissement  $\xi$ , jouent un rôle crucial dans les analyses de génie parasismique ainsi que dans la modélisation de la dynamique des sols. Le module de cisaillement sécant  $G$ , qui mesure la résistance au cisaillement des sols sous un chargement dynamique, est particulièrement important pour évaluer la réponse des sols suite aux forces sismiques.

Dans l'objectif de comprendre la variation de ces deux paramètres, des simulations ont été réalisées pour reproduire le comportement non linéaire d'un profil de sol granulaire soumis à une excitation harmonique à sa base. L'excitation utilisée est de fréquence fixée à  $20 \text{ rad/s}$  qui est inférieure à la première fréquence propre, et d'amplitude variable. L'évolution des différents éléments de la réponse tels que les contraintes, les déformations, le module de cisaillement et le taux d'amortissement est analysée. Les dépôts de sable étudiés ont été subdivisés en sept (07) sous-couches. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux contraintes et déformations moyennes, qui sont les valeurs moyennes entre les trois (03) sous-couches centrales du dépôt (Figure 4.24).



**Figure 4.24.** Présentation du modèle numérique en DEM, pour calcul de la dégradation de  $G$ , du glissement et d'amortissement.

Des amplitudes d'excitation croissantes, variant de  $10^{-5}m$  à  $10^{-2}$ , ont été étudiées. Quatre profils de sable ont été considérés : le premier sans pression de confinement, et les trois autres soumis à des pressions de confinement de  $10 \text{ kPa}$ ,  $15 \text{ kPa}$  et  $30 \text{ kPa}$ .

Les modules de cisaillement équivalents des sols sont calculés comme les coefficients angulaire des droites moyennes des boucles d'hystérésis (contrainte-déformation) pour chaque cycle (Hu, Wu, Gu et al, 2023) :

$$G = \frac{\tau_{cyc}}{\gamma_{cyc}} \quad (4.5)$$

$$\tau_{cyc} = \frac{\tau_{cyc3} + \tau_{cyc4} + \tau_{cyc5}}{3} \quad (4.6)$$

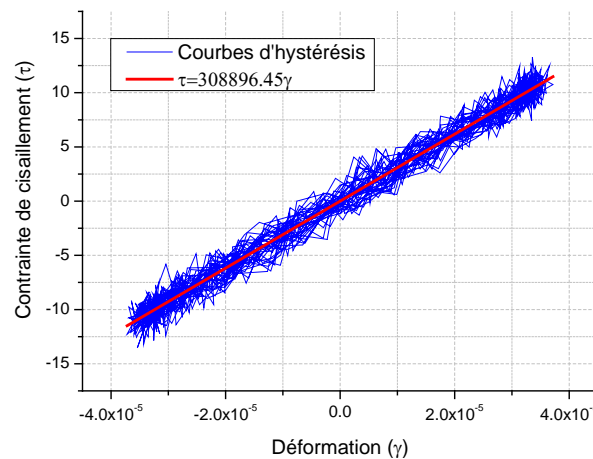
$$\gamma_{cyc} = \frac{u_{cyc6} - u_{cyc2}}{h_{6-2}} \quad (4.7)$$

Où  $\tau_{cyc}$  et  $\gamma_{cyc}$  représentent respectivement les contraintes et les déformations cycliques moyennes en cisaillement. Les termes  $\tau_{cyc3}$ ,  $\tau_{cyc4}$  et  $\tau_{cyc5}$  désignent les contraintes de cisaillement au niveau de la troisième, quatrième et cinquième sous-couches, respectivement. De même,  $u_{cyc6}$  et  $u_{cyc2}$  correspondent aux déplacements des sixième et seconde sous-couches, dans l'ordre, tandis que  $h_{6-2}$  représente la distance entre ces deux couches.

#### 4.3.11. Estimation du module de cisaillement maximal $G_0$

Dans cette section, le module de cisaillement maximal  $G_0$  est évalué. Cette valeur correspond à la pente des courbes d'hystérésis pour des amplitudes d'excitation à faible déformation, d'environ  $10^{-5}$ .

La Figure 4.25 illustre la courbe d'hystérésis (contrainte-déformation) utilisées pour l'estimation du module de cisaillement maximal  $G_0$  durant la phase de réponse en régime permanent, comprise entre 4,5 s et 10,5 s pour le profil sans confinement.



**Figure 4.25.** Courbes d'hystérésis pour l'estimation de de la contrainte tangentielle maximale  $G_0$  (Profil sans confinement)

Le tableau 4.3 résume les différente valeurs de  $G_0$  Pour les profils de sable avec pressions de confinement de  $P=10$  kPa,  $P=15$  kPa et  $P=30$  kPa.

**Tableau 4.3.** Valeurs du module  $G_0$  pour profils sans et avec confinement  
( $P=10$  kPa,  $15$  kPa et  $30$  kPa)

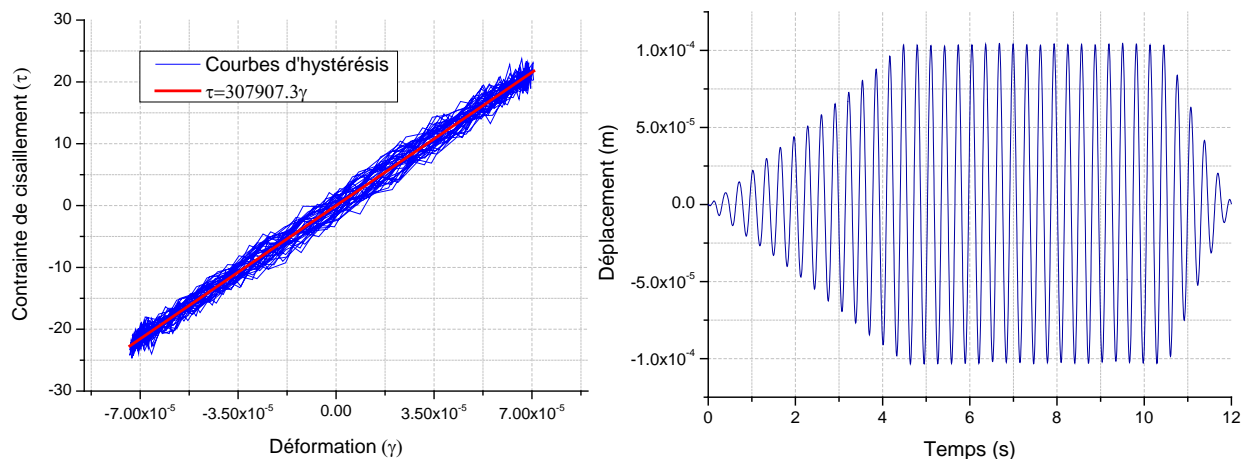
Type de profil	Sans pression de confinement	Avec pression de confinement		
Valeur de la pression	0 kPa	10 kPa	15 kPa	30 kPa
Module de cisaillement maximal $G_0$	308896.45	373690.96	417781.26	546652.56

Le tableau 4.3 met en évidence l'influence de la pression de confinement sur l'estimation du module de cisaillement maximal  $G_0$ . Les profils soumis à une pression de confinement plus élevée présentent des modules de cisaillement plus importants par rapport au profil sans confinement (Figure 4.25), confirmant ainsi l'effet de la rigidité du sol sur la valeur de  $G_0$ . Cette corrélation souligne l'impact du confinement sur le comportement mécanique du sol et la capacité de charge du milieu granulaire.

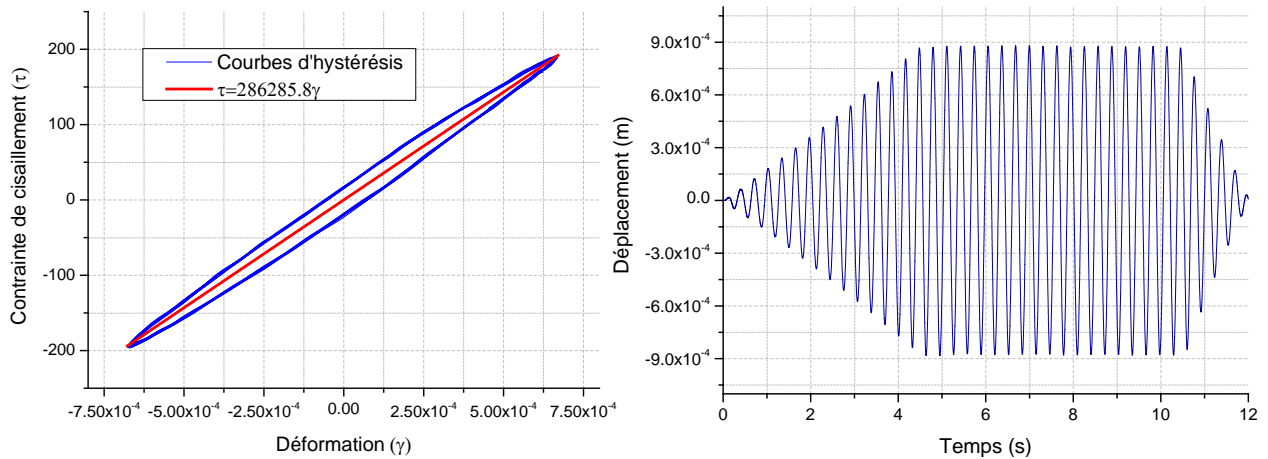
#### 4.3.12. Dégradation du module de cisaillement $G$ pour le profil de sable sans confinement

Dans cette partie, l'évolution de la dégradation du module de cisaillement du profil de sable sans confinement en fonction de l'augmentation progressive des amplitudes d'excitation est effectuée. L'étude est réalisée pour une fréquence d'excitation de  $20$  rad/s, avec des amplitudes variant de  $4 \times 10^{-5}m$  à  $4 \times 10^{-3}m$

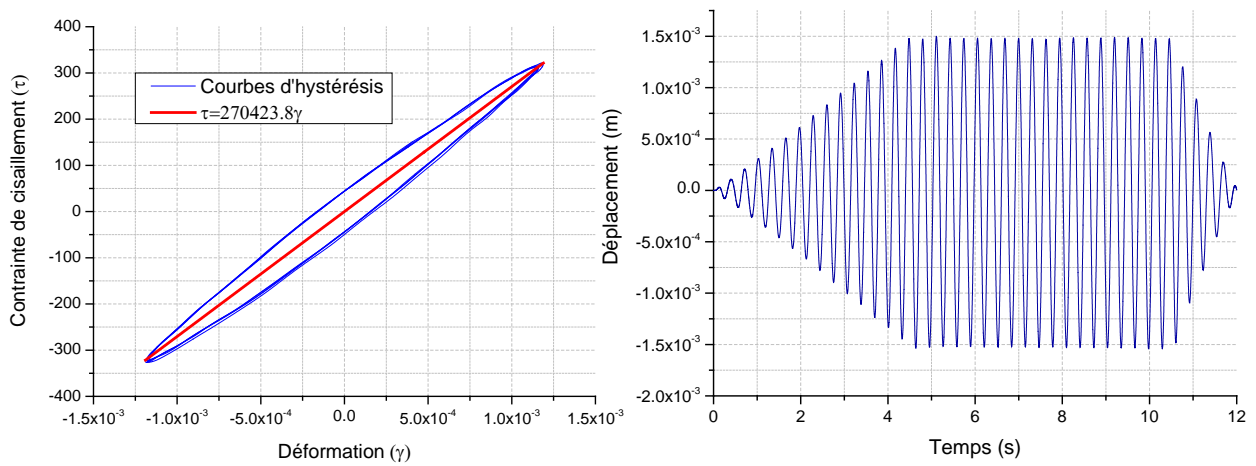
La Figure 4.26 présente une analyse de l'influence de l'augmentation des amplitudes d'excitation (taux de déformation) sur la variation du module de cisaillement  $G$  ainsi que sur l'historique du déplacement.



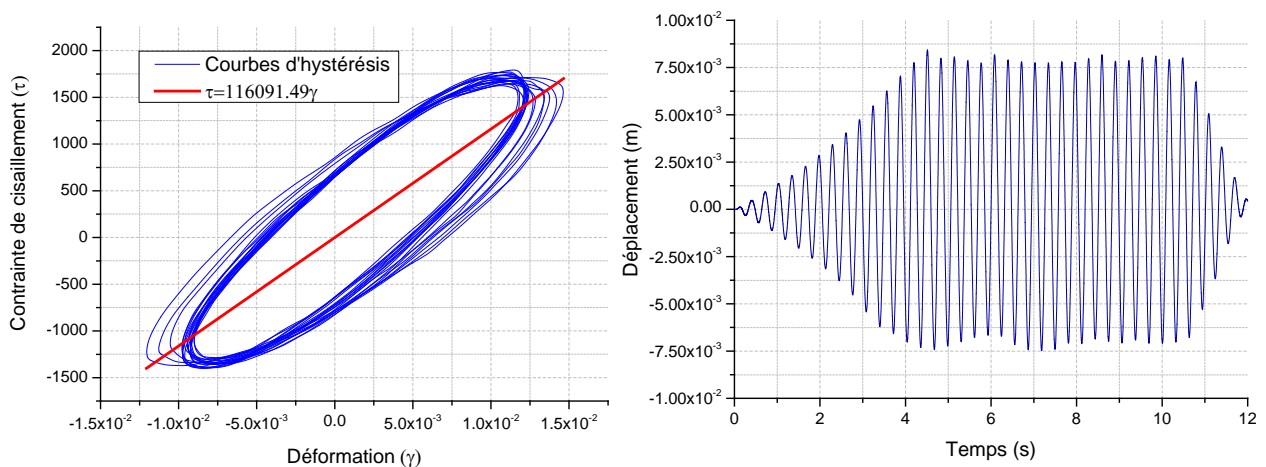
a) Courbes d'hystérésis et historique de déplacement (Amplitude  $u_0 = 8 \times 10^{-5}m$ )



b) Courbes d'hystérésis et historique de déplacement (Amplitude  $u_0 = 6 \times 10^{-4}m$ )



c) Courbes d'hystérésis et historique de déplacement (Amplitude  $u_0 = 10^{-3}m$ )

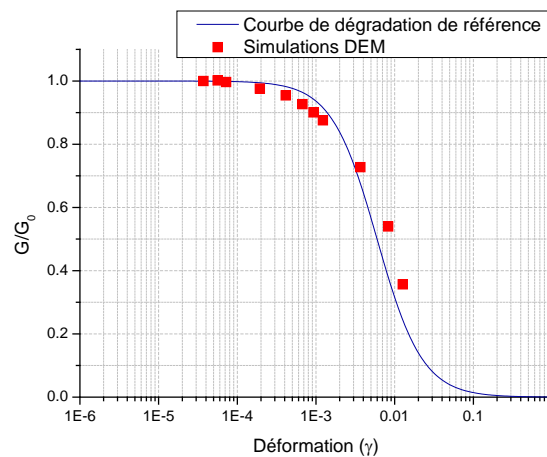


d) Courbes d'hystérésis et historique de déplacement (Amplitude  $u_0 = 4 \times 10^{-3}m$ )

**Figure 4.26.** Réponse dynamique du profil sans pression de confinement pour les amplitudes  $u_0 = 8 \times 10^{-5}m$ ,  $6 \times 10^{-4}m$ ,  $10^{-3}m$  et  $u_0 = 4 \times 10^{-3}m$

La figure 4.26 montre que, pour des excitations de faible amplitude (inférieure à  $8 \times 10^{-5}m$ , les courbes d'hystérésis ne se forment pas en raison d'une dissipation d'énergie faible. L'augmentation progressive des amplitudes d'excitation entraîne une déformation accrue à l'intérieur du dépôt, favorisant ainsi la dissipation d'énergie et conduisant à la formation des courbes d'hystérésis. La même figure met également en évidence la dégradation du module de cisaillement  $G$  avec l'augmentation de la déformation. Cette dégradation est observée à travers la variation de la pente des courbes d'hystérésis et confirmée par l'amplification progressive du déplacement en fonction de l'augmentation de l'amplitude d'excitation dans les courbes de l'historique de déplacement.

Une comparaison de la dégradation du module de cisaillement du profil de sable étudié avec celle de la courbe de dégradation de référence obtenue expérimentalement est réalisée (Hu, Wu, Gu et al, 2023).



**Figure 4.27.** Courbe de dégradation du module de cisaillement  $G/G_0$

La figure 4.27 illustre une dégradation progressive du module de cisaillement en fonction de l'évolution de la déformation. Cette dégradation est cohérente avec la courbe de référence issue des données expérimentales.

#### 4.3.13. Estimation du taux d'amortissement $\xi$

L'estimation du taux d'amortissement  $\xi$  à partir des courbes d'hystérésis peut être réalisée en utilisant le rapport d'amortissement équivalent basé sur l'aire du cycle d'hystérésis. Ce taux est couramment déterminé en géomécanique et en dynamique des sols pour caractériser la dissipation d'énergie dans un milieu granulaire soumis à des charges cycliques.

Le taux d'amortissement équivalent  $\xi$  peut être calculé à l'aide de l'expression suivante :

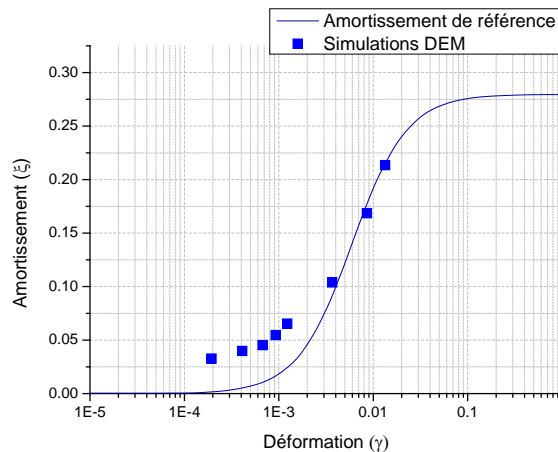
$$\xi = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W_e} \quad (4.8)$$

Avec :

- $\Delta W$  l'aire de la boucle d'hystérésis, représentant l'énergie dissipée par le matériau au cours d'un cycle de chargement-déchargement.

- $W_e$  l'énergie élastique maximale stockée dans le matériau, laquelle correspond à l'aire sous la droite sécante de  $G$ .
- $4\pi$  est un facteur de normalisation basé sur l'analogie avec un oscillateur harmonique amorti.

La figure 4.28 présente une comparaison de la variation du taux d'amortissement  $\xi$  du profil de sable étudié avec celle de la courbe de référence obtenue expérimentalement (Iwasaki, Tatsuoka et Takagi, 1978).



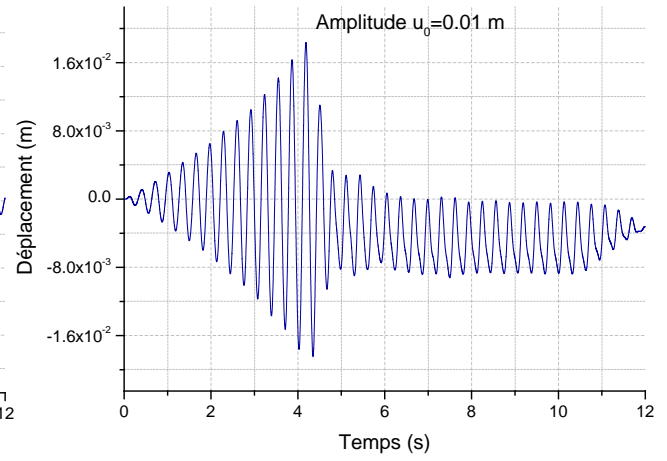
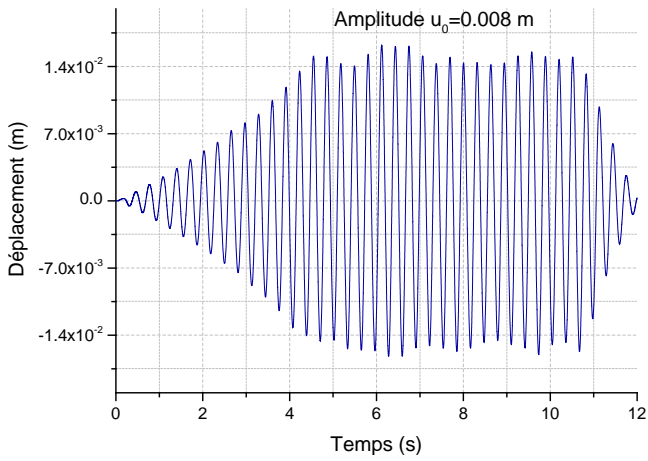
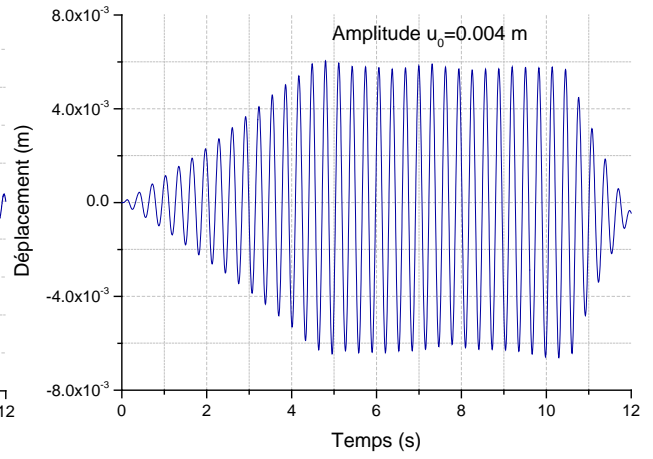
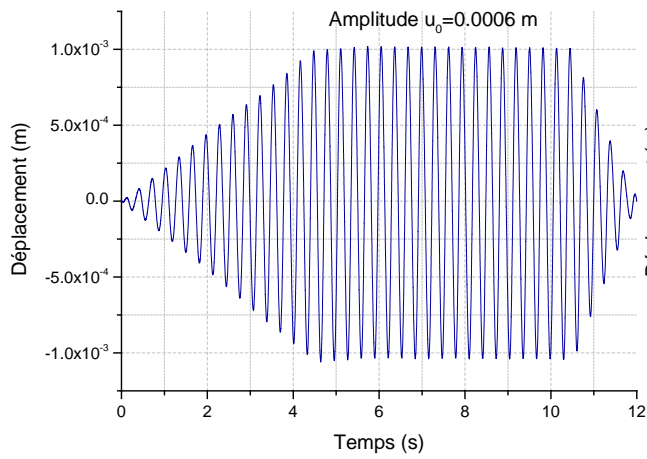
**Figure 4.28.** Courbe de variation du taux d'amortissement  $\xi$

La figure 4.28 montre une variation progressive du taux d'amortissement  $\xi$  en fonction de l'évolution de la déformation. Cette évolution est en concordance avec la courbe de référence. Par ailleurs, cette figure montre aussi que le profil étudié est plus amorti que le sol de référence pour les faibles déformations. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'aux faibles taux de déformation, une certaine influence des frottements statiques intergranulaires dans le profil de sols sont mobilisés sous forme d'une cohésion apparente à l'échelle macroscopique, laquelle se voit rompue aux déformation élevées.

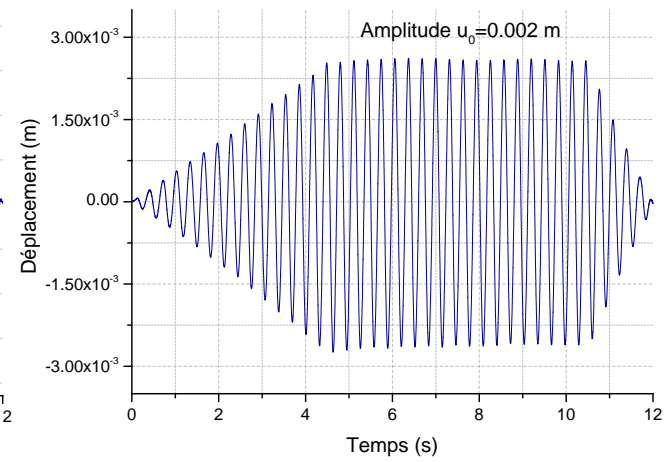
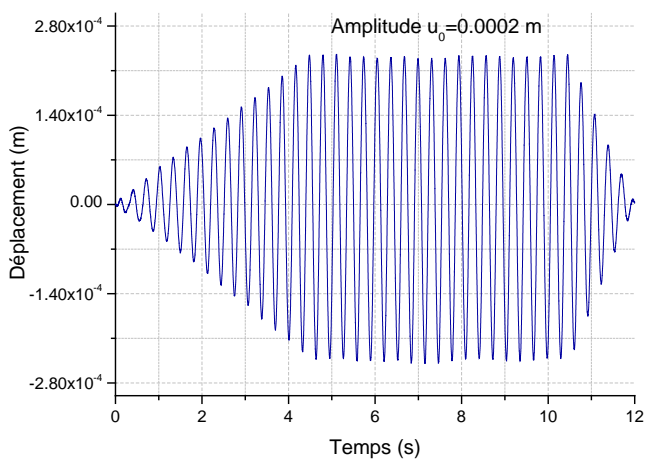
#### 4.3.14. Variation du module de cisaillement $G$ pour les profils de sable avec confinement

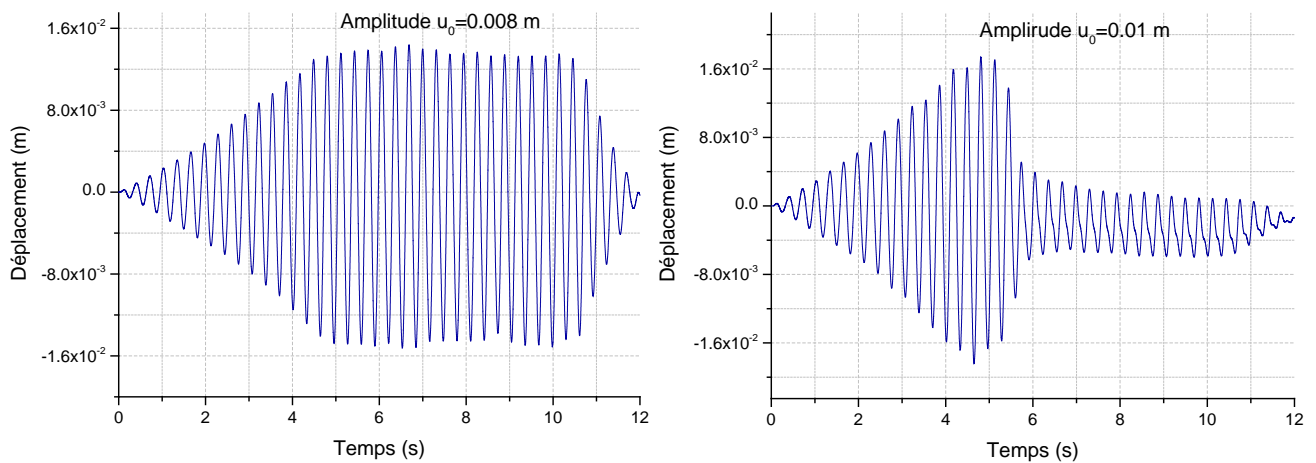
Pour étudier l'évolution et la variation du module de cisaillement des profils de sable sous l'effet de la pression de confinement, l'historique des déplacements est analysé en fonction de l'augmentation progressive des amplitudes d'excitation.

La figure 4.29 illustre les résultats de l'analyse de l'influence de l'augmentation de l'amplitude d'excitation sur la variation de la réponse temporelle en déplacement durant les trois phases d'excitation, pour les trois profils soumis à des conditions de confinement de 10 kPa, 15 kPa et 30 kPa.

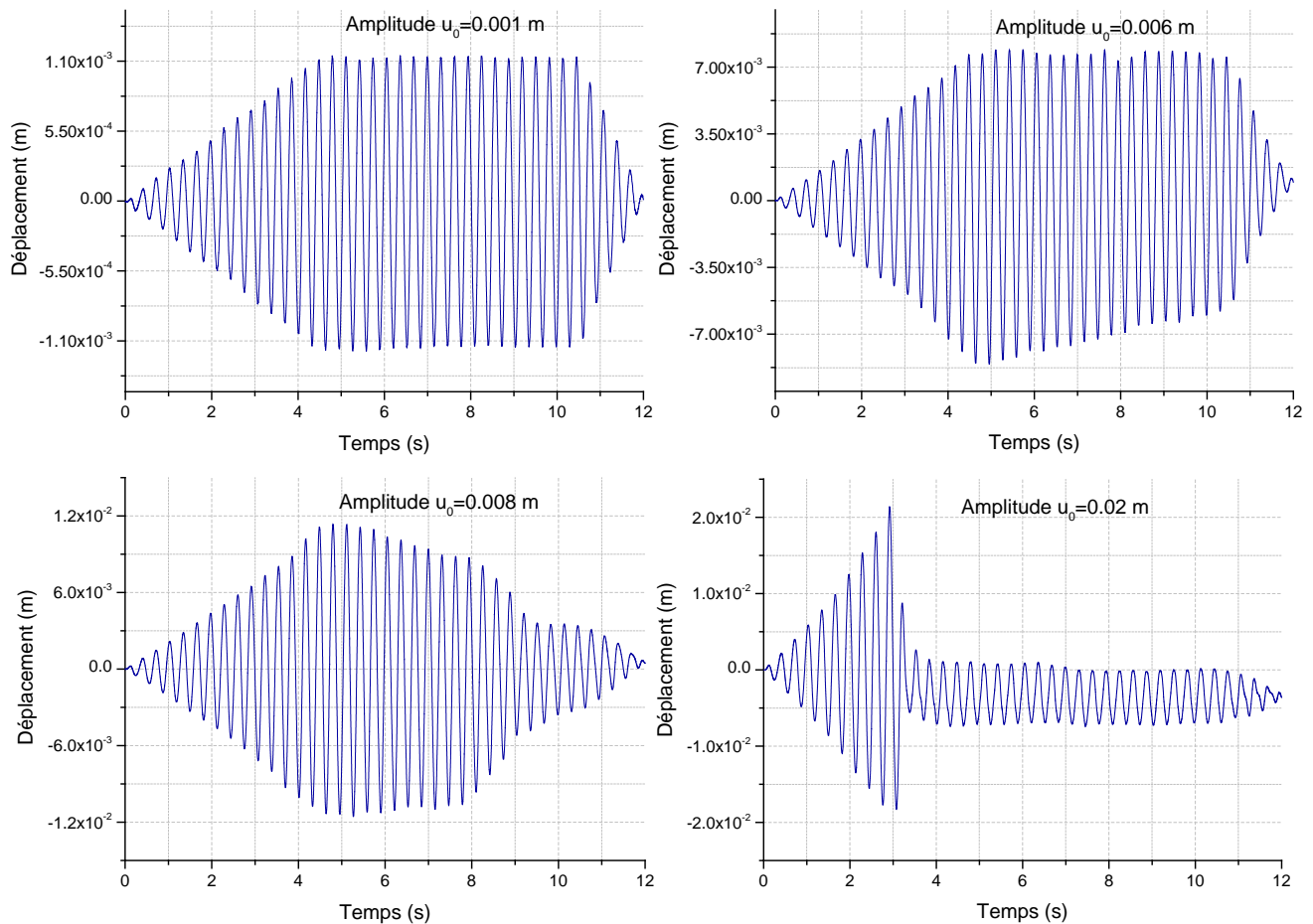


a) Réponse du profil de sable avec confinement de 10 kPa





b) Réponse du profil de sable avec confinement de 15 kPa



c) Réponse du profil de sable avec confinement de 30 kPa

**Figure 4.29.** Historique des déplacements pour profil de sable avec confinement de 10 kPa, 15 kPa et 30 kPa

La figure 4.29 montre que, pour les profils de sable soumis à différentes pressions de confinement et sous vibration, l'amplitude du déplacement diminue progressivement à mesure

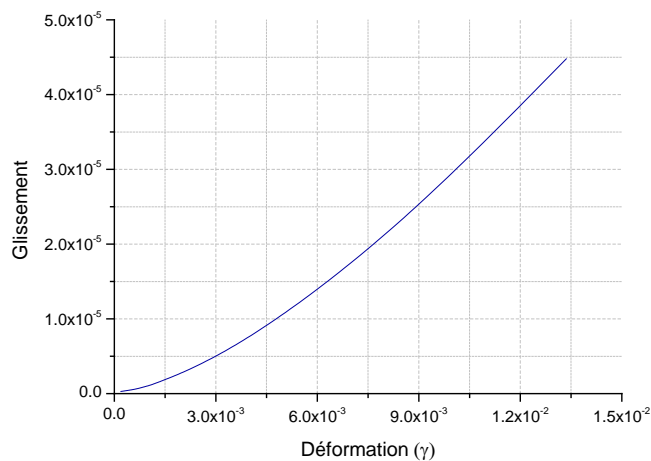
que l'on augmente la pression de confinement et l'amplitude d'excitation. Cette réduction indique une densification des profils, entraînant une augmentation du module de cisaillement  $G$ . Ainsi, la densification modifie les propriétés et le comportement du milieu granulaire, rendant le dépôt plus rigide et limitant l'apparition du phénomène de dégradation de  $G$ . De plus, le confinement réduit le mouvement intergranulaires, minimisant ainsi la dissipation d'énergie au sein du profil et diminuant l'effet d'amortissement.

Ces résultats confirment alors, pour les échantillons saturés, que le processus de densification entraîne une augmentation de la pression interstitielle. Lorsque cette pression devient suffisamment élevée, elle affaiblit les interactions entre les particules du sol, le rendant presque fluide, ce qui conduit à la liquéfaction, un phénomène fréquemment observé lors des sollicitations vibratoires sismiques.

#### 4.3.15. Glissement intergranulaires et amortissement

Dans l'objectif de comprendre l'origine de l'amortissement dans les matériaux granulaires, une estimation du glissement intergranulaire a été faite, ce dernier étant calculé en valeur moyenne des trois sous-couches situées au milieu du dépôt. Le glissement intergranulaire est calculé à partir de l'équation (3.35), le dépôt est soumis à une excitation harmonique avec différentes amplitudes ( $u_0 = 2 \times 10^{-4}m$  à  $4 \times 10^{-3}m$ ) avec une fréquence d'excitation de  $20 \text{ rad/s}$ .

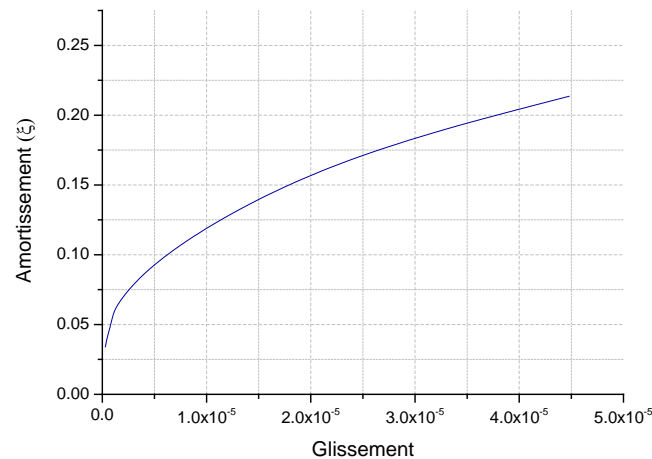
La figure 4.30 montre la réponse en phase permanente ( $4.5s \leq t \leq 10.5s$ ) de la variation du glissement en fonction de l'évolution de la déformation.



**Figure 4.30.** Evolution du glissement intergranulaire en fonction de la déformation.

La figure 4.30 met en exergue l'effet du glissement moyen évoluant progressivement avec l'augmentation de la déformation. Cette tendance laisse à suggérer que le glissement moyen s'accroît avec l'amplitude du mouvement initié.

La figure 4.31 représente la variation du taux d'amortissement  $\xi$  en fonction du glissement pour les mêmes amplitudes d'excitation ( $u_0 = 2 \times 10^{-4} m$  à  $4 \times 10^{-3} m$ ).



**Figure 4.31.** Evolution de l'amortissement en fonction du glissement intergranulaire.

La figure 4.31 illustre l'évolution de l'amortissement en fonction du glissement intergranulaires. Elle met en évidence que, pour les faibles amplitudes, l'amortissement dépend principalement du glissement entre les grains. En revanche, pour les amplitudes d'excitation élevées, un changement dans l'allure de la courbe Amortissement/Glissement est observé, indiquant que d'autres paramètres interviennent et influencent l'estimation de l'amortissement, tels que le mouvement de rotations des grains

#### 4.4. Conclusion

Le présent chapitre traite des résultats de la modélisation bidimensionnelle de la propagation des ondes dans un profil de matériaux granulaires. Plusieurs simulations ont été réalisées pour comprendre la réponse des matériaux granulaires aux excitations harmoniques appliquées au substratum rocheux. Les réponses dynamiques du dépôt, telles que la variation du déplacement avec le temps et la profondeur, l'amplification du mouvement et l'effet de l'augmentation de la rigidité du profil, ont été étudiées. Les résultats obtenus montrent la fiabilité de l'utilisation du présent modèle DEM pour simuler la propagation des ondes dans un tel profil. Les simulations réalisées ont montré que :

- Le dépôt de sable étudié présente un comportement élastique amorti ;
- Le mouvement est amplifié progressivement depuis le substratum rocheux jusqu'à la surface libre supérieure.
- La fréquence naturelle du dépôt peut être estimée par la variation du facteur d'amplification dynamique avec la fréquence d'excitation.
- Etant donné la fréquence fondamentale et le facteur d'amortissement obtenus à partir de la réponse en vibration libre dans la section 4.3.2 ( $\omega = 37,82 \text{ rad/s}$  et  $\xi = 3,65 \%$ ), la fréquence de résonance réel devrait être très proche de la fréquence fondamentale ainsi

obtenue. Cependant, il a été constaté que la fréquence de résonance réel obtenue à partir de de la vibration à balayage de fréquences dans la section 4.3.3 ( $\omega \approx 32 \text{ rad/s}$ ) est significativement inférieure à la fréquence fondamentale du dépôt issu du test en vibration libre. Cela revient en majeure partie à l'effet de dégradation du module de cisaillement du sol à proximité de la résonance. Cet important résultat souligne la nécessité de considérer l'effet de la dégradation du module de cisaillement de manière rationnelle lors du calcul de la réponse des dépôts de sol. Il convient de noter par ailleurs que cette question est couramment étudiée en génie sismique par le biais de la mécanique des milieux continus en utilisant des modèles de comportement approchés.

- L'épaisseur du dépôt a une influence remarquable sur la variation de la fréquence de résonance.
- La pression de confinement rend le dépôt de sable plus rigide et diminue l'amplification du déplacement à la surface libre. En vue d'une densification optimale d'un sol, il est alors recommandé d'opérer sur une bande de fréquences d'excitation proches des fréquences naturelles.
- L'analyse micromécanique a montré que le glissement intergranulaire augmente avec l'amplification dynamique.
- Une analyse inverse est réalisée afin de déterminer un modèle élastique linéaire amorti basé sur le modèle continu, dont la réponse est similaire à la réponse du modèle à éléments discrets. Cette analyse a montré que la vitesse de propagation des ondes du modèle continu équivalent dépend de la fréquence, et elle diminue avec l'augmentation de la fréquence d'excitation. Un tel résultat peut s'expliquer par la diminution du module de cisaillement du matériau granulaire lorsque le niveau de déformation augmente.
- Pour le profil granulaire utilisé, il est démontré qu'il est possible d'obtenir un modèle approché de corrélation pour le facteur d'amplification dynamique en fonction de l'amplitude et de la fréquence de l'excitation en dessous de la première fréquence naturelle. Une telle approche peut servir d'outil simple pour estimer l'amplification et d'éluder ainsi le passage par des simulations numériques.
- Il a été montré par ailleurs, en analyse paramétrique avancée, l'influence de l'effet de la pression de confinement ainsi que celui de l'amplitude de vibration sur la dégradation du module de cisaillement et son rôle dans l'explication de la dualité glissement-amortissement entre l'échelle granulaire et celle macroscopique. Ces effets se conduisent inéluctablement dans certaines situations à la manifestation du phénomène de liquéfaction.
- Les simulations confirment que le modèle DEM peut être utilisé avec un très haut degré de véracité pour estimer la fréquence fondamentale naturelle du matériau granulaire.

## **Conclusion générale et perspectives**

Notre dessein dans le cadre de cette thèse fut d'apporter des éclaircissements quant au phénomène de propagation des ondes de cisaillement dans un profil de sable, en recourant à des modèles numériques basées sur la méthode des éléments discrets (DEM). Cette méthode présente l'avantage distinct de modéliser de manière explicite l'aspect discontinu du matériau, ce qui permet de simuler de façon réaliste les phénomènes de propagation d'ondes dans les milieux granulaires et de suivre les interactions apparues à l'échelle micromécaniques tel que le glissement intergranulaire dans des conditions de fortes déformations, engendrés par des vibrations harmoniques proches des fréquences propres. Ce phénomène, souvent négligé dans les approches basées sur des modèles en milieu continu, joue cependant un rôle clé dans la dynamique des matériaux granulaires sous excitation périodique.

Les simulations effectuées à l'aide du code de calcul développé dans le cadre de cette thèse ont permis de reproduire avec précision les propriétés vibratoires, concernant la propagation des ondes dans les sols. Ces résultats contribuent à une meilleure compréhension des mécanismes qui influencent la propagation des ondes de cisaillement dans les milieux granulaires, en tenant compte des interactions complexes entre les grains et de l'hétérogénéité du sol, offrant ainsi de nouvelles perspectives pour l'analyse dynamique des sols.

Dans un premier temps, nous avons passé en revue le problème de la propagation d'onde dans le sol sous excitations dynamiques. Un exposé relativement exhaustif des travaux portant sur les questions ayant trait à la propagation d'onde dans les milieux granulaires a été présenté. Par la suite, un accent particulier a été mis sur la présentation des techniques et des approches utilisées dans le cadre du développement d'un code de calcul numérique basé sur la méthode aux éléments discret (DEM).

Ledit code de calcul permet en effet d'effectuer une analyse numérique de la propagation verticale des ondes de cisaillement dans un profil de sable par une modélisation 2D par éléments discrets. Le modèle en éléments discrets utilisé est basé sur la méthode de dynamique moléculaire avec, comme base, des éléments de forme circulaire. Les forces normales intergranulaires aux contacts sont calculées par une loi viscoélastique linéaire tandis que les forces tangentielles sont calculées par un modèle viscoélastique parfaitement plastique. Le frottement de roulement est incorporé par ailleurs pour tenir compte de l'amortissement du mouvement de roulement des grains. Le mouvement causé par l'excitation est introduit à partir de la base du profil (substrat rocheux) avec une condition d'état libre à la limite supérieure en surface du profil est adoptée ainsi que des limites périodiques sont considérées aux frontières latérales.

L'excitation utilisée dans le cadre de cette recherche est harmonique avec des fréquences et des amplitudes variables. Qualitativement, les simulations réalisées ont mis en exergue certains aspects du comportement vibratoire des dépôts non cohésifs, tels que la forme du profil de déplacement suivant la verticale (modes de déformée) et l'amplification des déplacements au voisinage de la résonance. Sur le plan quantitatif, la fréquence fondamentale du dépôt est d'abord obtenue à partir de la vibration libre à faibles amplitudes. Par la suite, l'analyse de l'effet de la fréquence d'excitation sur la réponse du dépôt a permis de montrer que dans la gamme des fréquences étudiées, le Facteur d'Amplification Dynamique (DAF) augmente à partir de l'unité pour les basses fréquences pour atteindre une valeur maximale à la fréquence fondamentale de résonance puis suit une allure évanouissante.

Cette analyse a également permis d'estimer numériquement la fréquence de résonance. Il en ressort que celle-ci est proche de la fréquence fondamentale déterminée théoriquement pour de faibles amplitudes d'excitation. En revanche, l'écart entre les deux fréquences tend à s'accroître à mesure que l'amplitude d'excitation augmente. Ce résultat trouve interprétation dans la dégradation du module de cisaillement lorsque les déformations en cisaillement augmentent avec l'amplitude d'excitation. Contrairement aux dépôts élastiques où le DAF est théoriquement insensible à l'amplitude, l'analyse de l'effet de celle-ci sur l'amplification du mouvement a confirmé que pour un dépôt granulaire, le DAF augmente avec l'amplitude d'excitation. Comme évoqué plus haut, ce comportement résulte principalement de la dégradation du module de cisaillement. De plus, il est constaté que le seuil de contrainte au-delà duquel la dégradation devient significative est de l'ordre de  $10^{-4}$ . L'étude de l'effet du confinement sur la réponse du dépôt, est réalisée en augmentant l'accélération gravitationnelle. Il a été mis en relief que l'augmentation du confinement conduit inéluctablement à la réduction du DAF au niveau de la surface libre en conséquence à l'augmentation de la rigidité du dépôt granulaire. A cet effet, des analyses paramétriques avancées ont mis en évidence l'influence de la pression de confinement et de l'amplitude de vibration sur la dégradation du module de cisaillement, ainsi que leur rôle clé dans l'explication de la relation entre le glissement intergranulaire et le taux d'amortissement. Dans certaines conditions, ces effets conduisent inévitablement à la manifestation du phénomène de liquéfaction.

Enfin, comme dans de cas de toute modélisation numérique, le modèle utilisé dans le cadre de cette thèse comporte certaines hypothèses simplificatrices. Parmi celles-ci, les plus notables sont la réduction du modèle d'une dimension spatiale, i.e. modèle bidimensionnelle (2D) et l'hypothèse selon laquelle les grains sont de forme circulaire. Bien que les résultats obtenus soient pertinents et offrent des appréhensions intéressantes, il serait bénéfique d'étendre l'étude par l'usage d'un modèle tridimensionnel (3D) et en représentant les grains par des formes géométriques plus proches de celles observées dans les sols réels. Une telle approche permettrait d'approcher mieux la réalité physique des phénomènes complexes liés aux interactions entre grains dans un environnement tridimensionnel et d'en vérifier par la même occasion la véracité des résultats du modèle 2D.

De surcroît, la modélisation en 3D, plus détaillée, pourrait offrir une opportunité unique de caractériser la dégradation du module de cisaillement en fonction du niveau de déformation

pour des sols présentant une variété de propriétés micromécaniques, telles que la forme des grains, le frottement de contact et la cohésion intergranulaire. En étudiant cette dégradation sous différentes configurations, il serait possible de mieux comprendre l'impact de ces propriétés sur le comportement dynamique du sol. Une telle caractérisation représenterait un complément précieux aux modèles basés sur le continuum, largement utilisés dans ce domaine, en apportant un raffinement par approche plus réaliste à l'analyse de la propagation d'ondes dans le sol.

## Références bibliographiques

- Abramowitz, M., Stegun, Irene A. (1964). Handbook of Mathematical Functions. National Bureau of Standards, Washington.
- Achenbach, J. (2012). Wave propagation in elastic solids. Elsevier.
- Acton, J., Squire, P. (1985). Solving Equations with Physical Understanding. Adam Hilger Ltd, Bristol. 219 pp.
- Aki, K., Richards, P. G. (2002). Quantitative seismology. University Science Books Sausalito, California. <https://doi.org/10.1029/2003EO210008>
- Allen, M., Tildesley, D. (1987). Computer simulation of liquids. Clarendon: Oxford.
- Arran, M. I., Mangeney, A., De Rosny, J., Toussaint, R. (2024). Simulated slidequakes: Insights from DEM simulations into the high-frequency seismic signal generated by geophysical granular flows. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 129 (8). <https://doi.org/10.1029/2023JF007455>
- Arran, M. I., Mangeney, A., De Rosny, J., Farin, M., Toussaint, R., Roche, O. (2021). Laboratory landquakes: Insights from experiments into the high-frequency seismic signal generated by geophysical granular flows. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 126(5). <https://doi.org/10.1029/2021JF006172>
- Asteriou, P., Tsiambaos, G. (2018). Effect of impact velocity, block mass and hardness on the coefficients of restitution for rockfall analysis. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 106, 41-50. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2018.04.001>
- Bachelet, V., Mangeney, A., Toussaint, R., de Rosn, J., Arran, M., Farin, M., Hibert, C. (2023). Acoustic emissions of nearly steady and uniform granular flows: A proxy for flow dynamics and velocity fluctuations. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface* 128(4). <https://doi.org/10.1029/2022JF006990>
- Bowles, J. E., Guo, Y. (1996). Foundation analysis and design. New York: McGraw-hill. (Vol. 5, p. 127).
- Campbell, C. S. (2003). A problem related to the stability of force chains. *Granular Matter* 5, 129–134. <https://doi.org/10.1007/s10035-003-0138-6>
- CFMS. (2023). Comité français de mécanique des sols et de géotechnique (2023), Recommandations pour la modélisation numérique des ouvrages géotechniques.
- Craig, R. F. (2004). Soil mechanics. CRC press.
- Cundall, P. A., Strack, O. D. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, 29(1), 47-65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>

- Das, B. M. (2010). Principles of Geotechnical Engineering. Sevent. Cengage Learning.
- Delenne, J. Y. (2002). Milieux granulaires à comportement solide. Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion, validation et applications, Doctoral dissertation, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc.
- Derbane, S., Mansouri, M., Messast, S., El Malki Alaoui, A. (2025). On the behavior of a granular soil deposit subjected to horizontal vibration. A discrete element modeling. Comptes Rendus. Mécanique, Volume 353, 321-338. <https://doi.org/10.5802/crmeca.282>
- Derbane, S., Mansouri, M., Messast, S. (2024). Micromechanical Modeling for Analysis of Shear Wave Propagation in Granular Material. Romanian Journal of Transport Infrastructure, 13(1), 1-19. <https://doi.org/10.2478/rjti-2024-0003>
- Derbane, S., Mansouri, M., Messast, S. (2024). Contribution to micromechanical modeling of the shear wave propagation in a sand deposit. Technology audit and production reserves, 3(1 (77)), 10-18. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2024.301709>
- Fu, L., Zhoo, S., Zheng, Y. (2023). Characterizing dynamic load propagation in cohesionless granular packing using force chain. Particuology, 81, 135-148. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2023.01.007>
- Gibson, R. E. (1967). Some results concerning displacements and stresses in a non-homogeneous elastic half-space. Geotechnique, 17, 58-67. <https://doi.org/10.1680/geot.1967.17.1.58>
- Heitz, J. F. (1992). Wave propagation in non-linear medium, PhD Thesis. Grenoble University, France.
- Hill, R. (1950). The mathematical theory of plasticity. Clarendon Press, Oxford, Grande.
- Hoffmann, K. A., Chiang, S. T. (2000). Computational fluid dynamics volume I. Engineering education system. Wichita, Kansas, 67208-1078, USA.
- Hu, G., Hu, Z., Jian, B., Liu, L., Wan, H. (2010). On the determination of the damping coefficient of non-linear spring-dashpot system to model hertz contact for simulation by discrete element method. In 2010 WASE International conference on information engineering (Vol. 3, pp. 295-298). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICIE.2010.247>
- Hu, J., Wu, H., Gu, X., Zhou, Q. (2023). Particle shape effects on dynamic properties of granular soils: A DEM study. Computers and Geotechnics, 161, 105578. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2023.105578>
- Seed, H. B. (1982). Ground Motions and Soil Liquefaction during Earthquakes. Earthquake Engineering Research Institute.
- Idriss, I. M., Seed, H. B. (1968). Seismic response of horizontal soil layers. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 94(4), 1003-1031. <https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0001163>

- Iwasaki, T., Tatsuoka, F., Takagi, Y. Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading. *Soils and foundations*, vol. 18, no 1, 39-56.  
<https://doi.org/10.3208/sandf1972.18.39>
- Jiang, M., Kamura, A., Kazama, M. (2022). Numerical study on liquefaction characteristics of granular materials under Rayleigh-wave strain conditions using 3D DEM. *Soils and Foundations*, 62(4), 101176. <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2022.101176>
- Johnson, K. L. (1987). *Contact mechanics*. Cambridge university press.
- Kausel, E., Assimaki, D. (2002). Seismic simulation of inelastic soils via frequency-dependent moduli and damping. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(1), 34-47.  
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2002\)128:1\(34\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:1(34))
- Ketterhagen, W. R., Curtis, J. S., Wassgren, C. R. (2005). Stress results from two-dimensional granular shear flow simulations using various collision models. *Physical Review E -Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 71(6), 061307.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.061307>
- Khellaf, A., Mansour, M. (2024). Development of the stick-slip friction model for discrete elements modeling. *Technology audit and production reserves*, 4(1 (78)), 17-25.  
<https://doi.org/10.15587/2706-5448.2024.310428>
- Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458.
- Kramer, S. L., Stewart, J. P. (2024). *Geotechnical Earthquake Engineering*. CRC Press.
- Lee, Y. L. (1994). *Prise en compte des non-linéarités de comportement des sols et des roches dans la modélisation du creusement d'un tunnel*. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (Doctoral dissertation).
- Luding, S. (2008). Cohesive, frictional powders: contact models for tension. *Granular matter*, 10(4), 235-246. <https://doi.org/10.1007/s10035-008-0099-x>
- Luding, S., Clément, E., Blumen, A., Rajchenbach, J., Duran, J. (1994). Anomalous energy dissipation in molecular-dynamics simulations of grains: the “detachment” effect. *Physical Review E*, 50(5), 4113. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.50.4113>
- Mansouri, M. (2014). *Hydromécanique des milieux granulaires saturés par une approche micromécanique couplée Eléments Discrets/Lattice Boltzmann-Applications à la géotechnique*, Doctoral dissertation. Université Mohamed Khider Biskra.
- Mansouri, M., El Youssofi, M. S., Nicot, F. (2017). Numerical simulation of the quicksand phenomenon by a 3D coupled Discrete Element-Lattice Boltzmann hydromechanical model. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41(3), 338-358. <https://doi.org/10.1002/nag.2556>

- Moreau, J. J. (1994). Some numerical methods in multibody dynamics: application to granular materials. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 13(4-suppl), 93-114.
- Nakase, H., Takeda, T., Oda, M. (1999). A simulation study on liquefaction using DEM. In *Earthquake geotechnical engineering* (pp. 637-642).
- Nakase, H., Tomoyoshi, T., Hiroyuki, I. (1999). A simulation study on liquefaction using DEM. *Earthquake geotechnical engineering* (pp. 637-642). *International Conference on earthquake geotechnical engineering (2 ; Lisboa 1999-06-21)*.
- Ning, Z., Khoubani, A., Evans, T. M. (2015). Shear wave propagation in granular assemblies. *Computers and Geotechnics*, 69, 615-626.  
<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.07.004>
- Ning, Z., Evans, T. M. (2013). Discrete element method study of shear wave propagation in granular soil. *Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, France, Paris* (pp. 1031-1034).
- O'Donovan, J., Ibraim, E., O'sullivan, C., Hamlin, S., Muir Wood, D., Marketos, G. (2016). Micromechanics of seismic wave propagation in granular materials. *Granular Matter*, 18, 1-18. <https://doi.org/10.1007/s10035-015-0599-4>
- Peters, J. F., Muthuswamy, M., Wibowo, J., Tordesillas, A. (2005). Characterization of force chains in granular material. *Phys. Rev. E* 72, (2005) 041307.  
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.041307>
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T (1986). *Numerical Recipes* (Cambridge University, Cambridge, 1986). *Chap, 9*, 254-259.
- Roux, J. N. (2018). Granular materials: Micromechanical approaches of model systems. In *Mesoscale Models: From Micro-Physics to Macro-Interpretation* (pp. 141-193). Cham: Springer International Publishing.  
DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-94186-8>
- Sadd, M. H., Adhikari, G., Cardoso, F. (2000). DEM simulation of wave propagation in granular materials. *Powder technology*, 109(1-3), 222-233.  
[https://doi.org/10.1016/S0032-5910\(99\)00238-7](https://doi.org/10.1016/S0032-5910(99)00238-7)
- Santamarina, J. C. (2003). Soil behavior at the microscale: particle forces. In *Soil behavior and soft ground construction*, 25-56. [https://doi.org/10.1061/40659\(2003\)2](https://doi.org/10.1061/40659(2003)2)
- Schnabel, P. B. (1972). SHAKE, a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered site. Report No. EERC 72-12, University of California, Berkeley.
- Seed, H. B. (1970). Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses. Report, EERC-70., 1249-1273.
- Seed, H. B. (1982). *Ground Motions and Soil Liquefaction during Earthquakes*. Earthquake Engineering Research Institute.

- Semblat, J. F., Luong, M. P. (1998). Wave propagation through soils in centrifuge testing. *Journal of earthquake engineering* 2(01), 147–171.  
<https://doi.org/10.1142/S1363246998000071>
- Tang, X., Yang, J. (2021). Wave propagation in granular material: What is the role of particle shape?. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 157, 104605.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmps.2021.104605>
- Terzaghi, K., Peck, R. B., Mesri, G. (1996). *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & sons.
- Togo, T., Shimamoto, T. (2012). Energy partition for grain crushing in quartz gouge during subseismic to seismic fault motion: An experimental study. *Journal of Structural Geology*, 38, 139-155. <https://doi.org/10.1016/j.jsg.2011.12.014>
- Turkia, S. B. (2020). Etude expérimentale et numérique du comportement mécanique des matériaux granulaires: De la simulation discrète d'essais de laboratoire à la mise en place d'une procédure de calibration des paramètres d'entrée. Doctoral dissertation, Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Lille Douai).
- Verruijt, A. (2009). *An introduction to soil dynamics* (Vol. 24). Springer Science & Business Media.
- Wood, D. M. (1990). *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge university press.
- Wood, D. M. (2017). *Geotechnical modelling*. CRC press.
- Zamani, N., El Shamy, U. (2011). Analysis of wave propagation in dry granular soils using DEM simulations. *Acta Geotechnica*, 6, 167-182.  
<https://doi.org/10.1007/s11440-011-0142-7>
- Zhu, H. P., Yu, A. B. (2003). The effects of wall and rolling resistance on the couple stress of granular materials in vertical flow. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 325(3-4), 347-360. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(03\)00143-2](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(03)00143-2)