

RÉPUBLIQUE ALGERIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ DU 20 AOÛT 1955 SKIKDA

Faculté de Technologie Département De Génie Mécanique



N° d'ordre : **D012125005D**

Thèse préparée en vue de l'obtention du diplôme
de doctorat LMD

Filière : ÉLECTROMÉCANIQUE

Spécialité : ÉLECTROMÉCANIQUE

Présenté par : MADI Saïd

THEME

**LA COMMANDE ROBUSTE PAR LA SYNTHÈSE
LINÉAIRE QUADRATIQUE GAUSSIENNE LQG DES
SYSTÈMES MULTIVARIABLES SOUMIS A DES
PERTURBATIONS PARAMÉTRIQUES**

Soutenue le : 06/02/ 2025

Devant le Jury composé de :

Président	KELAIAIA Ridha	Professeur	Université du 20 août 1955 - Skikda
Rapporteur	KHERIEF NACEREDDINE Mohamed	MCA	ENSET-Skikda
Co-Encadreur	MEDIBOURI Ali	MCB	Université du 20 août 1955 - Skikda
Examineur	INEL Fouad	Professeur	Université du 20 août 1955 - Skikda
Examineur	DEBBAH Abdesselam	MCA	ENSTI-Annaba
Examineur	BABESSE Saad	MCA	Université de Sétif1
Invité	LARABI Mohand Saïd	MCB	Université du 20 août 1955 - Skikda

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

REMERCIEMENTS

*Je voudrais exprimer ma sincère reconnaissance envers mon directeur de thèse, le Dr **KHERIEF NACEREDDINE Mohamed**, dont la patience, la disponibilité et les conseils éclairés ont grandement enrichi mon travail de recherche. Sa contribution précieuse a nourri ma réflexion tout au long de ce parcours académique, et je lui suis profondément reconnaissant pour son soutien constant.*

*Je tiens également à exprimer ma gratitude envers le professeur **LAARABI Mohand Said**, dont l'aide et les enseignements ont été d'une importance capitale dans la réalisation de cette thèse. Ses connaissances approfondies sur les défis de la lutte antiparasitaire m'ont inspiré et guidé à chaque étape du processus. Je lui suis reconnaissant pour sa confiance et son soutien indéfectible.*

*Un grand merci également à mon co-directeur, le Dr **MAJBOURI Ali**, pour ses conseils avisés et ses orientations éclairées sur le sujet de ma thèse. Ses conseils ont été une source précieuse d'inspiration et d'orientation tout au long de ce projet.*

*Je souhaite également exprimer ma reconnaissance envers le professeur **KELAIAIA Ridha**, responsable du projet, ainsi qu'à tout le personnel et les professeurs du département, pour leur soutien inestimable tout au long de ce parcours académique.*

Je suis également reconnaissant envers les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer mon travail et pour leurs commentaires constructifs. Leur expertise et leurs suggestions ont contribué à améliorer la qualité de ma thèse.

Enfin, je tiens à exprimer ma gratitude envers mes amis, collègues et enseignants qui m'ont soutenu tant sur le plan moral qu'intellectuel tout au long de ma carrière académique. Leurs encouragements et leur soutien ont été une source d'inspiration constante pour moi.

À tous mes professeurs, je vous adresse mes plus sincères remerciements pour m'avoir transmis des valeurs authentiques qui ont enrichi ma vie tant sur le plan professionnel que personnel. Je vous suis profondément reconnaissant pour votre dévouement et votre amour.

DEDICACE

En hommage à la mémoire de mon regretté père.

À celle que ALLAH a créée comme la plus belle des créatures sur cette terre,

Source infinie de tendresse, de patience et de générosité,

À l'âme pure de ma mère bien-aimée.

À ma femme, fidèle compagne qui a toujours été à mes côtés,

À mes chers enfants, rayons de lumière dans ma vie.

À mon frère Khalifa et à tous mes autres frères, ainsi qu'à leurs enfants,

*À mes beaux-parents et à tous les membres de ma famille, sources de soutien
et d'amour inconditionnel.*

*À mes amis et collègues, qui ont enrichi ma vie de leur présence et de leur
amitié.*

*Enfin, je dédie cette réalisation à tous ceux qui partagent avec moi l'option
électromécanique, et à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à son
aboutissement.*

*Votre soutien et vos encouragements ont été précieux tout au long de ce
chemin.*

Résumé

La thèse se concentre sur la conception de lois de contrôle robustes pour des systèmes linéaires multivariables, en utilisant la synthèse *LQG/LTR*. Elle examine les fondements du contrôle robuste, identifiant les incertitudes paramétriques et dynamiques et soulignant l'importance de la stabilité et des performances nominales en boucle fermée. L'étude propose une approche innovante basée sur la technologie *LQG/LTR* pour renforcer la robustesse du contrôle. L'application de cette méthodologie à des systèmes complexes, tels que les éoliennes, met en lumière les défis spécifiques de la gestion de la non-linéarité et de la variabilité des conditions de fonctionnement. Les résultats des simulations démontrent l'efficacité de cette approche, notamment en termes de réduction des oscillations et d'amélioration de la stabilité en régime nominal et turbulent. L'utilisation d'algorithmes d'optimisation permet de trouver des solutions de contrôle adaptées, assurant la stabilité et les performances requises dans des environnements industriels variés. Ces avancées ouvrent des perspectives prometteuses pour l'application pratique de ces techniques dans différents domaines industriels, offrant des solutions plus fiables et efficaces pour le contrôle des systèmes complexes.

Mots clés

Commande Robuste ; Synthèse Linéaire Quadratique Gaussienne ; Systèmes Multivariables ; Éolienne ; Perturbations Paramétriques ; Méthode *LQ*.

Abstract

The thesis focuses on designing robust control laws for multivariable linear systems using *LQG/LTR* synthesis. It examines the fundamentals of robust control, identifying parametric and dynamic uncertainties and emphasizing the importance of closed-loop stability and nominal performance. The study proposes an innovative approach based on *LQG/LTR* technology to enhance control robustness. Applying this methodology to complex systems, such as wind turbines, highlights the specific challenges of managing nonlinearity and variability in operating conditions. Simulation results demonstrate the effectiveness of this approach, including reducing oscillations and improving stability under nominal and turbulent conditions. Using optimization algorithms helps find suitable control solutions, ensuring stability and required performance in various industrial environments. These advances offer promising prospects for the practical application of these techniques in different industrial fields, providing more reliable and efficient solutions for controlling complex systems.

Keywords

Robust Control; Linear Quadratic Gaussian Synthesis; Multivariable Systems; Wind turbine; Parametric Disturbances; *LQ* method.

ملخص

تركز الرسالة على تصميم قوانين التحكم القوية للأنظمة الخطية متعددة المتغيرات باستخدام تخليق LQG/LTR . تستكشف الرسالة أسس التحكم القوي، محددة الشكوك المعلمية (البارمترية) والديناميكية وتسلط الضوء على أهمية الاستقرار في الحلقة المغلقة. النهج الابتكاري المقترح يستخدم تقنية LQG/LTR لتعزيز قوة التحكم. التطبيقات على الأنظمة المعقدة مثل توربينات الرياح تسلط الضوء على تحديات غير الخطية والتغيرات في ظروف التشغيل. تظهر نتائج المحاكاة فعالية هذا النهج، بتقليل التذبذبات وتحسين الاستقرار تحت الظروف الطبيعية والمضطربة. استخدام خوارزميات الأمثلة يسمح بالعثور على حلول تحكم مستقرة وفعالة في مختلف البيئات الصناعية. توفر هذه التطورات أفقًا واعدة لتطبيق هذه التقنيات عمليًا في مختلف القطاعات الصناعية، مما يوفر حلول تحكم أكثر موثوقية وفعالية للأنظمة المعقدة.

الكلمات المفتاحية

التحكم القوي؛ التركيب الغاوسي الخطي التريبيعي؛ أنظمة متعددة المتغيرات؛ توربينات الرياح؛ الاضطرابات البارامترية؛ طريقة LQ .

SOMMAIRE

<i>Remerciements</i>	<i>I</i>
<i>Dédicace</i>	<i>II</i>
<i>Sommaire</i>	<i>VI</i>
<i>Liste des figures</i>	<i>XII</i>
NOMENCLATURE ET ABREVIATIONS	XIV
<i>Introduction générale</i>	<i>1</i>
<i>Problématique</i>	<i>4</i>

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES SYSTEMES MULTIVARIABLES

I.1 Introduction.....	9
I.2 Les systèmes multivariables.....	10
I.3 Applications des systèmes multivariables	11
I.4 Approches de commande des systèmes multivariables	12
I.4.1 Commande par retour d'état complet (Full-State Feedback).....	12
I.4.2 Commande par retour de sortie (Output Feedback)	12
I.4.3 Commande décentralisée	12
I.4.4 Commande adaptative	12
I.4.5 Commande optimale.....	12
I.4.6 Commande LQG (Linear-Quadratic-Gaussian)	13
I.4.7 Recouvrement du transfert de boucle LTR (Loop Transfer Recovery)	13
I.4.8 Commande par mode de glissement (Sliding Mode Control).....	13
I.4.9 Commande par retour de sortie robuste (Robust Output Feedback Control).....	13
I.5 les valeurs propres.....	13
I.6 les valeurs singulières	14
I.7 Nombre de conditionnement d'une matrice	14
I.8 Représentation des systèmes linéaires	14
I.8.1 Représentation externe	15

I.8.2	Représentation interne.....	16
I.8.3	Représentation fréquentielle des systèmes	16
I.8.4	Passage d'une représentation interne à la représentation externe.....	17
I.8.5	Passage d'une représentation externe à la représentation interne.....	17
I.9	Commandabilité et observabilité	17
I.9.1	Commandabilité.....	17
I.9.2	Observabilité	18
I.10	Types des systèmes multivariables	19
I.10.1	Types SISO (Single Input, Single Output)	19
I.10.2	Types SIMO (Single Input, Multiple Output)	19
I.10.3	Types MISO (Multiple Input, Single Output)	20
I.10.4	Types MIMO (Multiple Input, Multiple Output).....	20
I.11	Modèles des systèmes multivariables.....	20
I.12	Couplage et découplage.....	22
I.12.1	Decouplage ideal	23
I.12.2	Decouplage simplifiée	24
I.12.3	Decouplage inverse	24
I.13	Linéarisation des systèmes non linéaires	25
I.14	Conclusion	26

CHAPITRE II : ELEMENTS INTRODUCTIFS A LA COMMANDE ROBUSTE

II.1	Introduction.....	31
II.2	État de l'art de la commande robuste	31
II.3	Types des'incertitudes	33
II.4	Modelisation des'incertitudes	35
II.5	La stabilité	40
II.5.1	La stabilité nominale.....	40
II.5.2	Stabilité interne (Au Sens De Lyapunov).....	41
II.5.3	La stabilité externe (Au Sens Entrée/Sortie).....	42
II.6	Performances nominales	43

II.7 Robustesse en stabilité	43
II.8 Robustesse en performance	43
II.8.1. Rejet des perturbations	44
II.8.2. Suivi de référence	45
II.8.3. Réjection du bruit de mesure	45
II.9 Matrices de sensibilité	46
II.9.1 Matrices de sensibilité en entrée	46
II.9.2 Matrice de Sensibilité Complémentaire en entrée	46
II.9.3 Matrices de sensibilité en sorties	47
II.9.4 Matrice de sensibilité Complémentaire en sortie	47
II.9.5 Complémentarité des Matrices de sensibilité	47
II.10 Théorème de petit gain	48
II.11 Spécification sur la stabilité et les performances	49
II.11.1 Spécification sur la stabilité	49
II.11.2 Spécification sur les performances	50
II.12 Conditions de robustesse sur la stabilité et les performances	50
II.12.1 Conditions de robustesse sur la stabilité	51
II.12.2 Conditions de robustesse sur les performances	51
II.13 Conclusion	51

CHAPITRE III : COMMANDE ROBUSTE PAR LA SYNTHÈSE LQG/LTR

III.1 Introduction	55
III.2 Commande linéaire quadratique (LQ)	55
III.2.1 Commande linéaire quadratique a horizon fini	56
III.2.2 Commande linéaire quadratique a horizon infini	59
III.3 Résolution de l'équation de RICCATI	60
III.3.1 Propriété de matrice Hamiltonienne	61
III.4 Robustesse de la commande LQ	62
III.5 Commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG)	63
III.4.1 Théorème de séparation	64

III.4.2	Choix des matrices de pondération	67
III.6	Synthèse LQG/LTR (Loop Transfert Recovery)	68
III.7	Le concept de « loop-shaping » pour la commande LQ	68
III.8	Condition de robustesse	69
III.8.1	Sur les performances en basses fréquences	69
iii.8.2	Sur la stabilité en hautes fréquences	70
iii.8.3	Recouvrement asymptotique	70
III.9	Synthèse LQG/LTR Duale	71
III.10.1	Choix des matrices des paramètres Γ et ρ	72
III.10.2	Condition de robustesse sur les performances en basses fréquences	72
III.10.3	Condition de robustesse sur la stabilité en hautes fréquences	73
III.10.4	Recouvrement asymptotique	73
III.10	Conclusion	74

CHAPITRE IV : MODELISATION DE LA TURBINE EOLIENNE

IV.1	Introduction	78
IV.2	État de l'art de l'énergie éolienne	79
IV.3	Energie éolienne en Algérie	79
IV.4	Classement des éoliennes	80
IV.4.1	Éoliennes à axe vertical (VAWT)	80
IV.4.2	Éoliennes à axe horizontal (HAWT)	81
IV.5	Conception d'une éolienne	82
IV.5.1	Mât	82
IV.5.2	Nacelle	82
IV.5.3	Rotor	83
IV.5.4	Pales	83
IV.5.5	Moyeu du rotor	83
IV.5.6	Multiplicateur	83
IV.5.7	Générateur électrique	83
IV.5.8	Système de contrôle	83

IV.5.9	Convertisseurs de puissance	83
IV.5.10	Système de fondation.....	83
IV.6	Modélisation de la turbine éolienne	84
IV.6.1	Modélisation du système électrique	84
IV.6.2	Modélisation du multiplicateur	85
IV.6.3	Modèle aérodynamique	85
IV.7	Modèle a une masse.....	87
IV.8	Modèle a deux masses	88
IV.9	Modèle linéarisé.....	89
IV.10	Représentation d'état du système	91
IV.11	Conclusion	93

CHAPITRE V : COMMANDE LQG/LTR APPLIQUEE A LA TURBINE EOLIENNE

V.1	Introduction.....	98
V.2	Le modèle mathématique du système	98
V.2.1	Matrice de transfert du système $G(s)$	99
V.2.2	Gains principaux du système	100
V.3	Détermination des spécifications de la robustesse	103
V.3.1	Spécification sur la stabilité $Wt(s)$	103
V.3.2	SPECIFICATION sur les performances $Wp(s)$	104
V.4	Synthèse LQG\LTR appliquée à la turbine éolienne	106
V.5	Synthèse Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG).....	107
V.5.1	Réglage des matrices de variance W et V	107
V.5.2	Réglage des matrices de pondération Q et R	110
V.6	Recouvrement du transfert de la boucle (LTR).....	112
V.6.1	Cas sans recouvrement	112
V.6.2	Cas avec recouvrement totale	113
V.7	Vérification des conditions de robustesse sur la stabilité et les performances	114
V.7.1	Cas sans recouvrement pour le correcteur LQG.....	114
V.7.2	Cas avec recouvrement total	115

V.8 Réponses indicielles en régime nominal	116
V.8.1 Cas sans recouvrement	116
V.8.1.1 Validations Des Commandes	117
V.8.1.2 Réponses Temporels	119
V.8.2 Cas avec recouvrement total	119
V.8.2.1 Validations Des Commandes	119
V.8.2.2 Réponses Temporels	121
V.9 Représentations temporelles du régime perturbé	121
V.9.1 Cas sans recouvrement	121
V.9.1.1 Validations Des Commandes	121
V.9.1.2 Réponses Temporels	123
V.9.2 Cas avec recouvrement total	125
V.9.2.1 Validations Des Commandes	125
V.9.2.2 Réponses Temporels	125
V.10 Représentations avec variations de charge ou des perturbations extérieures	126
V.10.1 Cas sans recouvrement	126
V.10.2 Cas avec recouvrement total	127
V.11 Conclusion	129
<i>Conclusion générale</i>	<i>131</i>
<i>Annexes</i>	<i>137</i>
<i>Références</i>	<i>140</i>

LISTE DES FIGURES

<i>Figure I.1 : Représentation du système multivariable.....</i>	<i>11</i>
<i>Figure I.2 : Schéma fonctionnel d'un système linéaire</i>	<i>15</i>
<i>Figure I.3: Représentation du système SISO</i>	<i>19</i>
<i>Figure I.4: Représentation du système SIMO</i>	<i>20</i>
<i>Figure I.5: Représentation du système MISO</i>	<i>20</i>
<i>Figure I.6: Système multivariables a n entrées et m sorties</i>	<i>20</i>
<i>Figure I.7: Découplage de système multivariable.....</i>	<i>22</i>
<i>Figure I.8: Découplage idéal.....</i>	<i>24</i>
<i>Figure I.9: Découplage inversé</i>	<i>25</i>
<i>Figure II.1: Incertitudes additives.....</i>	<i>36</i>
<i>Figure II.2: Incertitudes additives inverse</i>	<i>36</i>
<i>Figure II.3: Incertitudes multiplicatives à l'entrée.....</i>	<i>37</i>
<i>Figure II.4: Incertitudes multiplicatives à la sortie</i>	<i>38</i>
<i>Figure II.5: Incertitudes multiplicative inversé à l'entrée</i>	<i>38</i>
<i>Figure II.6: Incertitudes multiplicative inversé à la sortie.....</i>	<i>39</i>
<i>Figure III.1: Structure De La Commande LQ.....</i>	<i>56</i>
<i>Figure III.2: Structure De La Commande LQG</i>	<i>65</i>
<i>Figure IV.1: Eolienne a axe vertical.....</i>	<i>81</i>
<i>Figure IV.2: Eolienne a axe horizontal.....</i>	<i>82</i>
<i>Figure IV.3: Conception d'une éolienne.....</i>	<i>84</i>
<i>Figure IV.4: Courbes de C_p en fonction de λ et β.....</i>	<i>87</i>
<i>Figure IV.5: Modèle a deux masses de l'éolienne</i>	<i>88</i>
<i>Figure V.1: Carte Pôles-zéros du système en boucle ouvert</i>	<i>100</i>
<i>Figure V.2: Conditionnement en boucle ouverte</i>	<i>101</i>

<i>Figure V.3: Gains principaux en boucle ouverte</i>	<i>102</i>
<i>Figure V.4: Valeurs singuliers maximale de spécifications sur la stabilité</i>	<i>104</i>
<i>Figure V.5: Valeurs singuliers maximale de spécifications sur les performances</i>	<i>105</i>
<i>Figure V.6: Condition de robustesse sur la stabilité et les performances</i>	<i>105</i>
<i>Figure V.7: Les gains principaux du modèle augmenté</i>	<i>107</i>
<i>Figure V.8: Conditions de robustesse en basse fréquences</i>	<i>109</i>
<i>Figure V.9: Conditions de robustesse en haute fréquences</i>	<i>110</i>
<i>Figure V.10: Le recouvrement LTR pour $q=0$</i>	<i>113</i>
<i>Figure V.11: Le recouvrement LTR pour $q=10^9$</i>	<i>113</i>
<i>Figure V.12: Les gains principaux de $T(s)$ et $S(s)$</i>	<i>115</i>
<i>Figure V.13: Les gains principaux de $T(s)$ et $S(s)$ et conditions de robustesse</i>	<i>116</i>
<i>Figure V.14: Les commandes de régime nominal</i>	<i>118</i>
<i>Figure V.15: La réponse indicielle pour $q=0$</i>	<i>119</i>
<i>Figure V.16: Les commandes pour $q=10^9$</i>	<i>120</i>
<i>Figure V.17: La réponse indicielle pour $q=10^9$</i>	<i>121</i>
<i>Figure V.18: Les commandes en régime perturbée pour $q=0$</i>	<i>122</i>
<i>Figure V.19: La repense indicielle en régime perturbée pour $q=0$</i>	<i>124</i>
<i>Figure V.20: Les commandes en régime perturbée pour $q=10^9$</i>	<i>125</i>
<i>Figure V.21: La repense indicielle en régime perturbée pour $q=10^9$</i>	<i>126</i>
<i>Figure V.22: La réponse indicielle en régime perturbée pour $q=0$</i>	<i>127</i>
<i>Figure V.23: La réponse indicielle en régime perturbée pour $q=10^9$</i>	<i>128</i>

NOMENCLATURE ET ABREVIATIONS

NOMENCLATURE

$x(t)$	Vecteur d'état du système
$u(t)$	Vecteur de commandes
$y(t)$	Vecteur de sorties
$G(s)$	Matrice de transfert du système en régime nominale
$K(s)$	Matrice de transfert décrivant le contrôleur robuste
$G_p(s)$	Matrice de transfert du système en régime perturbé
$S(s)$	Matrice de sensibilité
$T(s)$	Matrice de sensibilité complémentaire
s	Variable de Laplace
I_n	Matrice Identité de dimensions n
$\Delta(s)$	Matrice d'incertitudes
$S_u(s)$	Matrice de sensibilité en entrée
$S_y(s)$	Matrice de sensibilité en sortie
T_y	Matrice de sensibilité complémentaire en entrée
$T_s(s)$	Matrice de sensibilité complémentaire en sortie
A^T	Transposée de la matrice A
A^*	Transposée conjuguée de la matrice A
A^{-1}	Inverse de la matrice A
$\text{rang}(A)$	Rang de la matrice A
λ_{max}	Valeur propre maximale
λ_{min}	Valeur propre minimale
$\bar{\sigma}(A)$	Valeur singulière maximale de A
$\underline{\sigma}(A)$	Valeur singulière minimale de A
C_p	Coefficient de puissance
C_{em}	Couple électromagnétique
C_{aero}	Couple aérodynamique

β	Angle d'orientation de la pale
β_{ref}	Valeur de référence de l'angle de calage
V_v	Vitesse du vent
Ω_T	Vitesse angulaire de la turbine
Ω_g	Vitesse angulaire de la génératrice
G_g	Gain du multiplicateur
P_{aero}	Puissance aérodynamique
J_T	Inertie de la turbine
J_g	Inertie de la génératrice
J_{g-BV}	Inertie de la génératrice ramenée à l'arbre de basse vitesse
Ω_{g-BV}	Vitesse angulaire de la génératrice ramenée à l'arbre de basse vitesse
τ_β	Constante de temps de la dynamique de l'actionneur pitch

ABREVIATIONS

LQ	Linear quadratic (Linéaire quadratique)
LQG	Linear quadratic Gaussian (Linéaire quadratique gaussienne)
LTR	Loop transfer recovery (Récupération de transfert en boucle)
BIBO	Bounded Input, Bounded Output (Entrée limitée, sortie limitée)
MIMO	Multi-Input, Multi-Output (Multi-entrées multi- sorties)
SISO	single-input single-output (Mono-entrée mono-sortie)
LTI	Linear Time Invariant (Linéaire et Invariant en Temps)
LPV	Linear paramètres variants (Linéaire à paramètres variantes)
VAWT	Vertical axis wind turbine (Eolienne a axe vertical)
HAWT	Horizontal axis wind turbine (Eolienne a axe horizontal)

INTRODUCTION GÉNÉRALE

INTRODUCTION GENERALE

Au fil des années, la théorie des systèmes a fait des progrès significatifs, mais la plupart des techniques d'analyse et de synthèse reposent encore sur des modèles simples de processus contrôlés. Cependant, les systèmes physiques présentent souvent une nature non linéaire et les exigences de performances dans les applications industrielles continuent de croître. Cela rend essentiel l'utilisation de techniques de contrôle avancées. Actuellement, les techniques avancées de contrôle font l'objet de recherches dans ce domaine. Grâce à de puissants calculateurs et à la diversité des outils logiciels disponibles, il est devenu plus facile d'élaborer des lois de commande avancées et de les mettre en œuvre en temps réel, sans rencontrer de difficultés majeures.

La première étape de l'étude d'un système de contrôle est la modélisation, souvent réalisée à partir de modèles simples. Cependant, la loi de commande est calculée séparément, en fonction du modèle choisi, sans prendre en compte certains aspects physiques du procédé à contrôler. Malheureusement, cette approche conduit à des performances insuffisantes, tant au niveau des systèmes transitoires que des systèmes existants. Les variations paramétriques sont particulièrement problématiques car elles peuvent déstabiliser les systèmes de contrôle conventionnels et dégrader les performances en boucle fermée. Pour surmonter cela, il est nécessaire d'utiliser des techniques de contrôle adaptatif, capables de s'adapter aux changements des paramètres du système. En outre, les contrôles optimaux abordent des problèmes tels que la consommation d'énergie excessive, la prolongation des transitoires et les erreurs en régime permanent, et la théorie des systèmes a évolué pour prendre en compte les défis posés par les systèmes physiques complexes et les exigences de performances croissantes. Des techniques de contrôle avancées sont devenues nécessaires pour relever ces défis, et les progrès des calculateurs et des outils logiciels facilitent leur mise en œuvre. En considérant les aspects physiques du processus à contrôler et en utilisant des méthodes telles que le contrôle adaptatif, le contrôle optimal et le contrôle robuste, il est possible d'améliorer les performances des systèmes de contrôle et de les rendre plus robustes face aux perturbations et aux changements de paramètres.

L'objectif principal d'un contrôle robuste est d'assurer la stabilité et les performances des systèmes automatisés malgré les incertitudes et les variations pouvant affecter le modèle du système. En fait, dans de nombreux cas réels, les modèles de systèmes ne sont pas entièrement

connus et incluent des incertitudes, telles que des variations paramétriques, des perturbations externes, des conditions environnementales changeantes, etc. Ces facteurs peuvent affecter la stabilité du système et réduire ses performances. Une surveillance robuste vise donc à concevoir des lois de surveillance qui restent efficaces et efficaces même en présence d'incertitudes. Il vise à garantir la stabilité du système dans une large gamme de conditions et à maintenir de bonnes performances en boucle fermée, notamment en termes de précision, de vitesse de réponse et de rejet des perturbations. Pour atteindre cet objectif, le contrôle robuste utilise différentes techniques et méthodes. Elle peut s'appuyer sur des modèles mathématiques prenant en compte les incertitudes et les changements potentiels, tels que des modèles à paramètres variables ou des modèles d'incertitude. Il utilise également des stratégies de conception correctives qui prennent en compte les incertitudes et visent à les compenser de manière appropriée. Un contrôle robuste peut être obtenu à l'aide de différentes méthodes, telles que le contrôle H^∞ , le mode pôle robuste, le contrôle anticipatif, le contrôle *QFT* (Quantitative Feedback Theory), le contrôle linéaire quadratique gaussien avec récupération de transfert de boucle, etc. Chacune de ces méthodes présente des avantages et des limites spécifiques, et le choix de la méthode dépend des caractéristiques du système, des objectifs de performances et des contraintes spécifiques de l'application.

En automatique, l'analyse de la robustesse repose généralement sur la formulation d'un modèle variant dans le temps, avec des paramètres incertains. L'objectif premier est d'évaluer la stabilité du système face à ces variations. On cherche à déterminer si le système reste stable malgré les variations attendues des paramètres. En plus de la stabilité, il peut être souhaitable que le système maintienne certaines performances, telles que la bande passante. L'analyse de la robustesse en performance vise à établir si le système conserve les performances prévues malgré les variations des paramètres.

Il existe deux principales sources de perturbation susceptibles de déstabiliser un système asservi ou de réduire ses performances : les variations de ses paramètres et les dynamiques négligées. Pour traiter le second cas, c'est-à-dire les dynamiques qui ont été négligées lors de la conception du système, il suffit de les inclure dans le modèle d'analyse. Ainsi, on se retrouve à analyser la robustesse à partir d'un modèle potentiellement plus complexe que le modèle de synthèse, avec des paramètres incertains dans certains intervalles et pouvant varier dans le temps avec des dynamiques éventuellement bornées.

Avant d'entamer l'analyse de la robustesse, il est nécessaire de comprendre le fonctionnement nominal du système. On se pose la question de la stabilité nominale, c'est-à-dire si le système est stable dans son fonctionnement normal, ainsi que celle des performances nominales. Une étude de la robustesse en stabilité n'a de sens que si la stabilité nominale est assurée. De même pour les performances, elles doivent être satisfaisantes dans le fonctionnement nominal.

La question de la robustesse peut être abordée de deux manières, que ce soit pour la stabilité ou les performances. Premièrement, on se demande si le système est robuste compte tenu des intervalles de variation des paramètres. La réponse peut être oui ou non. Deuxièmement, on cherche à déterminer quel taux de dilatation des intervalles de paramètres serait nécessaire pour amener le système à la limite de la stabilité ou des performances. Ce taux de dilatation est également appelé marge de robustesse. La robustesse est assurée si la marge de robustesse est supérieure à un. Étant donné que la stabilité est une condition suffisante pour les performances, la marge de robustesse en performance est nécessairement plus faible que la marge de robustesse en stabilité.

PROBLEMATIQUE

Dans le domaine de l'ingénierie et du contrôle, les défis liés à la conception et à l'analyse de systèmes dynamiques multivariables sont au cœur des recherches contemporaines, comme les systèmes éoliens, qui sont des systèmes totalement non linéaires. Ces systèmes se caractérisent par une complexité due à la présence d'interactions complexes entre les variables d'entrée et de sortie. Cette complexité est due au fait qu'un changement dans une variable peut affecter instantanément plusieurs autres variables, rendant le contrôle et l'analyse plus complexes que les systèmes à variable unique.

Pour comprendre ces enjeux, une attention particulière est portée à l'évaluation des modèles utilisés pour représenter ces systèmes. Soulignant l'importance d'examiner la fiabilité de ces modèles, car la confiance dans ces représentations est cruciale pour comprendre les interactions complexes au sein des systèmes.

Dans ce contexte, l'accent est mis sur l'évaluation des erreurs pouvant survenir en raison d'estimations basées sur des modèles physiques. Les chercheurs se demandent si ces modèles, qui reposent sur des approximations simplistes et négligent la dynamique haute fréquence et les non-linéarités, peuvent fournir une estimation précise de l'état réel du système.

Dans le même esprit, des efforts sont déployés pour évaluer les erreurs potentielles dans les modèles spécifiant les systèmes physiques. Des alternatives sont présentées, considérant directement les modèles d'incertitude et explorant la spécification des modèles *LQG* pour les mesures soumises à des incertitudes déterministes et stochastiques.

Un aperçu des techniques de contrôle multivariable est également fourni, mettant en évidence leur standardisation dans le domaine du contrôle. L'efficacité de ces techniques dans la résolution de problèmes de contrôle complexes est discutée, mettant en évidence la capacité de concevoir des lois de contrôle multivariables aussi facilement que dans le cas d'une seule variable.

Dans le même temps, la conception robuste des contrôleurs a attiré l'attention de la recherche sur les systèmes de contrôle, avec diverses techniques rapportées dans la littérature. Une approche prometteuse, la récupération de transfert de la boucle/linéaire quadratique gaussien (*LQG/LTR*), est démontrée avec succès et représente une classe générale de procédures de conception de contrôleurs robustes. Cependant, le défi consiste à choisir la meilleure structure de

compensateur pour la technique LQG/LTR , couramment utilisée dans les méthodes modernes de planification de gain. Il s'agit de combiner un filtre de Kalman (KF) et un régulateur quadratique linéaire (LQR) pour restaurer le système avec des marges de stabilité garanties.

CHAPITRE I
GÉNÉRALITÉS SUR
LES SYSTÈMES
MULTIVARIABLES

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES SYSTEMES MULTIVARIABLES

I.1 Introduction	9
I.2 Les systèmes multivariables	10
I.3 Applications des systèmes multivariables	11
I.4 Approches de commande des systèmes multivariables.....	12
I.4.1 Commande par retour d'état complet (Full-State Feedback)	12
I.4.2 Commande par retour de sortie (Output Feedback)	12
I.4.3 Commande decentralisee	12
I.4.4 Commande adaptative.....	12
I.4.5 Commande optimale.....	12
I.4.6 Commande LQG (Linear-Quadratic-Gaussian)	13
I.4.7 Recouvrement du transfert de boucle LTR (Loop Transfer Recovery).....	13
I.4.8 Commande par mode de glissement (Sliding Mode Control)	13
I.4.9 Commande par retour de sortie robuste (Robust Output Feedback Control)	13
I.5 Les valeurs propres	13
I.6 Les valeurs singulières.....	14
I.7 Nombre de conditionnement d'une matrice	14
I.8 Représentation des systèmes linéaires	14
I.8.1 Représentation externe	15
I.8.2 Représentation interne	16
I.8.3 Représentation fréquentielle des systèmes	16
I.8.4 Passage d'une représentation interne à la représentation externe	17
I.8.5 Passage d'une représentation externe à la représentation interne	17
I.9 Commandabilité et observabilité	17
I.9.1 Commandabilité.....	17
I.9.2 Observabilité	18

I.10 Types des systèmes multivariables.....	19
I.10.1 Types SISO (Single Input, Single Output)	19
I.10.2 Types SIMO (Single Input, Multiple Output).....	19
I.10.3 Types MISO (Multiple Input, Single Output).....	20
I.10.4 Types MIMO (Multiple Input, Multiple Output)	20
I.11 Modèles des systèmes multivariables	20
I.12 Couplage et découplage	22
I.12.1 Decouplage ideal	23
I.12.2 Decouplage simplifiée	24
I.12.3 Decouplage inverse	24
I.13 Linéarisation des systèmes non linéaires.....	25
I.14 Conclusion.....	26

I.1 INTRODUCTION

Les systèmes multivariables se distinguent fondamentalement des systèmes à variable unique en raison du phénomène des interactions entre les entrées et les sorties [1, 2]. Cette caractéristique a engendré une approche distinctive pour l'analyse et la gouverne des systèmes à variables multiples, laquelle diffère sensiblement de celle utilisée pour les systèmes à variable unique. En effet, des outils d'analyse sont préalablement élaborés afin d'évaluer et de quantifier le degré des interactions dans un système *MIMO* (multiple entrées, multiple sorties) [3].

Différentes stratégies de contrôle sont suggérées, soit par l'extension des méthodes employées pour les systèmes à variable unique [1, 2], soit par la conception de structures de contrôle spécifiquement adaptées aux systèmes à variables multiples, telles que le contrôle multivariable et le contrôle par découplage [4, 5].

L'objectif du contrôle pour les systèmes à variables multiples, outre les objectifs de contrôle partagés avec les systèmes à variable unique, consiste à atténuer l'impact des interactions sur les performances du système en boucle fermée.

Dans le domaine de l'ingénierie et des sciences appliquées, les systèmes multivariables jouent un rôle essentiel en raison de leur complexité et de leur interdépendance entre plusieurs variables d'entrée et de sortie. Définis comme des systèmes dynamiques comportant plusieurs entrées et sorties, ils nécessitent une représentation appropriée pour leur modélisation et leur analyse. La représentation des systèmes multivariables peut se faire sous différentes formes, notamment par des équations différentielles, des équations d'état ou des modèles paramétriques ou non paramétriques. Ces représentations permettent de décrire l'évolution temporelle du système en réponse à ses entrées, ainsi que d'analyser son comportement en fonction de la fréquence à l'aide de techniques telles que les fonctions de transfert et les diagrammes de Bode [6, 7].

Il existe plusieurs types de systèmes multivariables, incluant les systèmes linéaires et non linéaires, les systèmes à temps continu et à temps discret, ainsi que les systèmes déterministes et stochastiques. Chaque type de système présente des caractéristiques distinctes, telles que le couplage entre les entrées et les sorties, la sensibilité aux perturbations et la nécessité de techniques de commande avancées pour garantir la stabilité et les performances souhaitées [8,

9]. Les différentes représentations des systèmes multivariables, telles que les diagrammes de blocs, les graphiques de flux et les représentations matricielles, offrent des perspectives variées pour l'analyse et la conception des systèmes. En outre, l'étude des modèles des systèmes multivariables permet de mieux comprendre leur comportement et d'identifier les stratégies de commande les plus adaptées pour répondre aux objectifs spécifiques de performance et de robustesse.

Une compréhension approfondie des systèmes multivariables, de leur modélisation et de leurs caractéristiques est essentielle pour l'ingénierie moderne. Cette connaissance permet de développer des stratégies de contrôle efficaces et de garantir le bon fonctionnement des systèmes dans une variété d'applications, allant des systèmes d'ingénierie mécanique et électrique aux systèmes de contrôle de processus industriels.

I.2 LES SYSTEMES MULTIVARIABLES

On distingue les systèmes monovariables, qui comportent une seule entrée et une seule sortie, des systèmes multivariables, qui ont plusieurs entrées et/ou plusieurs sorties. Dans le cas des systèmes monovariables, les signaux d'entrée et de sortie sont représentés par des fonctions scalaires $u(t)$ et $y(t)$ respectivement, lorsqu'on les considère dans le domaine temporel. En revanche, dans le contexte des systèmes multivariables, les signaux d'entrée et de sortie sont représentés par des vecteurs, notés respectivement $u(t)$ et $y(t)$ en temps continu. Cette distinction est cruciale dans l'analyse et la conception des systèmes de contrôle, car elle influe sur les techniques et les approches utilisées pour modéliser et réguler ces systèmes en fonction de leur complexité et de leurs caractéristiques dynamiques [1, 10].

Les systèmes multivariables, englobant des processus dynamiques complexes, se caractérisent par la présence de multiples variables d'entrée et de sortie interagissant mutuellement. À la différence des systèmes monovariables, limités à une seule variable d'entrée et de sortie, les systèmes multivariables impliquent plusieurs entrées et sorties interconnectées de manière complexe. La particularité fondamentale de ces systèmes réside dans le fait que les différentes variables d'entrée et de sortie peuvent exercer des influences réciproques. Ainsi, la modification d'une variable peut simultanément affecter plusieurs autres

variables. Cette interdépendance entre les variables rend l'analyse et le contrôle de ces systèmes plus complexes que ceux qui sont monovariables.

La modélisation et la conception de stratégies de contrôle efficaces pour les systèmes multivariables constituent des domaines de recherche cruciaux dans le champ de l'ingénierie des systèmes et de la régulation automatique. Ces systèmes sont fréquemment rencontrés dans divers secteurs tels que la chimie, l'ingénierie des procédés, la robotique, l'aérospatiale, et d'autres domaines de l'ingénierie où la coordination et l'interaction entre plusieurs variables sont inévitables. Un système multivariable, noté par (u) pour les commandes et (y) pour les sorties, implique n entrées et m sorties, comme illustré dans la figure suivante.

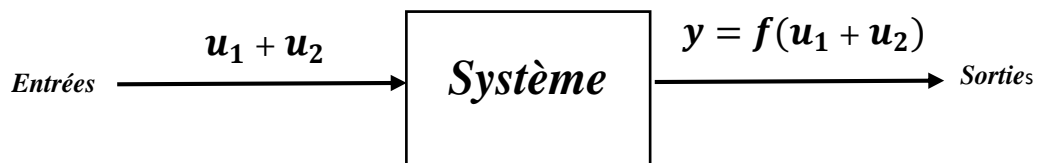


Figure I.1 : Représentation du système multivariable

I.3 APPLICATIONS DES SYSTEMES MULTIVARIABLES

Les systèmes multivariables occupent une place centrale dans de nombreux domaines technologiques en raison de leur capacité à modéliser et à contrôler des systèmes complexes. Leur importance réside dans leur capacité à prendre en compte plusieurs variables d'entrée et de sortie interdépendantes, ce qui les rend essentiels dans des secteurs tels que l'ingénierie, l'automobile, l'aérospatiale et l'énergie. En permettant de modéliser la complexité croissante des systèmes modernes, les systèmes multivariables offrent la possibilité d'optimiser les performances globales, en prenant en compte plusieurs critères simultanément. De plus, leur capacité à s'adapter et à rester robustes face aux variations et aux perturbations les rend particulièrement attrayants pour des applications où la fiabilité et la stabilité sont essentielles. Grâce à l'application de techniques de contrôle avancées, les systèmes multivariables permettent d'atteindre des performances supérieures et une meilleure adaptabilité aux changements par rapport aux méthodes de contrôle traditionnelles. Enfin, la recherche et le développement continus dans le domaine des systèmes multivariables sont essentiels pour

stimuler l'innovation et favoriser le développement technologique dans un large éventail de secteurs industriels.

I.4 APPROCHES DE COMMANDE DES SYSTEMES MULTIVARIABLES

Dans le domaine du contrôle des systèmes multivariables, différentes approches sont utilisées pour concevoir des lois de commande efficaces [1, 11, 12]:

I.4.1 COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT COMPLET (FULL-STATE FEEDBACK)

Cette approche calcule une loi de commande en utilisant toutes les informations sur l'état complet du système. Elle offre un contrôle précis et permet de réguler plusieurs sorties simultanément. Cependant, elle nécessite des capteurs d'état et peut être sensible aux incertitudes de modèle.

I.4.2 COMMANDE PAR RETOUR DE SORTIE (OUTPUT FEEDBACK)

Ici, la loi de commande est basée uniquement sur les sorties mesurées du système. Des observateurs d'état, comme l'observateur de Kalman, sont utilisés pour estimer les états non mesurés. Cette approche ne nécessite pas de capteurs d'état mais peut-être moins précise que le retour d'état complet.

I.4.3 COMMANDE DECENTRALISEE

Les systèmes multivariables sont décomposés en sous-systèmes plus simples, et des lois de commande sont conçues pour chaque sous-système indépendamment. Cette approche est simple et facile à mettre en œuvre, mais elle ne tient pas compte des interactions entre les sous-systèmes.

I.4.4 COMMANDE ADAPTATIVE

Cette approche ajuste la loi de commande en fonction des variations de modèle ou des perturbations. Elle utilise des algorithmes d'identification en ligne pour ajuster les paramètres de la commande. Elle offre une robustesse face aux incertitudes mais peut être complexe à mettre en œuvre.

I.4.5 COMMANDE OTIMALE

La commande optimale vise à minimiser ou maximiser un critère spécifique, comme l'énergie consommée ou la robustesse. Les méthodes de commande optimale incluent le contrôle optimal linéaire (*LQR*) et le contrôle optimal robuste (H^∞).

1.4.6 COMMANDE LQG (LINEAR-QUADRATIC-GAUSSIAN)

Cette méthode combine un estimateur d'état, tel que le filtre de Kalman, avec une commande par retour d'état pour optimiser la performance de régulation tout en tenant compte des perturbations de processus et du bruit de mesure.

1.4.7 RECOUVREMENT DU TRANSFERT DE BOUCLE LTR (LOOP TRANSFER RECOVERY)

Le recouvrement du transfert de la boucle *LTR* ajuste les poids des états et des commandes pour améliorer la performance de régulation. Elle permet de récupérer la fonction de transfert en boucle ouverte du système à partir de la commande *LQG*.

1.4.8 COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT (SLIDING MODE CONTROL)

Cette technique utilise une surface de glissement pour forcer le système à suivre une trajectoire souhaitée. Elle est robuste face aux perturbations mais peut générer des commutations rapides entre les modes de contrôle.

1.4.9 COMMANDE PAR RETOUR DE SORTIE ROBUSTE (ROBUST OUTPUT FEEDBACK CONTROL)

Cette méthode combine l'estimation des états par des observateurs d'état avec une loi de commande basée sur les sorties mesurées. Elle est robuste face aux incertitudes de modèle et aux perturbations.

I.5 LES VALEURS PROPRES

Soit A une matrice carrée de taille $n \times n$. Un vecteur x non nul est appelé vecteur propre de la matrice A si la multiplication de ce vecteur par A produit un nouveau vecteur qui est parallèle à x , c'est-à-dire : $Ax = \lambda x$ où λ est un scalaire (nombre réel ou complexe) appelé valeur propre correspondante à x . Autrement dit qu'un scalaire λ est appelé valeur propre de A si et seulement s'il existe un vecteur propre non nul x tel que : $Ax = \lambda x$

Les valeurs propres peuvent être trouvées en résolvant l'équation caractéristique de la matrice A , qui est donnée par : $\det(\lambda I - A) = 0$ où I est la matrice identité de même taille que A , et $\det(\cdot)$ représente le déterminant de la matrice [13-15].

I.6 LES VALEURS SINGULIERES

Les valeurs singulières d'une matrice de transfert A sont les racines carrées non négatives des valeurs propres de A^*A ou AA^* , où A^* est la matrice adjointe de A [16, 17].

Les valeurs singulières permettent de mesurer les énergies des sorties d'un système et représentent les gains principaux dans le domaine fréquentiel. Les valeurs singulières peuvent être calculées en utilisant les relations suivantes [1, 12, 13] :

$$\bar{\sigma}(A) = \max_{\|x\|=1} \|Ax\| \equiv \sqrt{\lambda_{\max}[A^*A]} \quad (I.1)$$

$$\underline{\sigma}(A) = \min_{\|x\|=1} \|Ax\| \equiv \sqrt{\lambda_{\min}[A^*A]} \quad (I.2)$$

Ces fonctions sont appelées les gains principaux (supérieur et inférieur) de la matrice de transfert.

I.7 NOMBRE DE CONDITIONNEMENT D'UNE MATRICE

Un système linéaire peut être représenté sous forme matricielle avec une équation de la forme $Ax = B$. Le rapport de sa valeur singulière maximale notée $\bar{\sigma}(A)$ sur sa valeur singulière minimale notée $\underline{\sigma}(A)$ de la matrice A est appelé nombre de conditionnement notée $cond(A)$ (sous Matlab, commande $cond$). Ce nombre est un indicateur de la difficulté à inverser cette matrice. Par difficulté, il faut comprendre qu'une faible modification sur la matrice A donné une matrice inverse très différente. On parle alors de forte sensibilité. Autrement dit que plus la valeur de $cond(A)$ est élevée, plus la matrice A est mal conditionnée [18, 19].

$$cond(A) = \frac{\bar{\sigma}(A)}{\underline{\sigma}(A)} \quad (I.3)$$

I.8 REPRESENTATION DES SYSTEMES LINEAIRES

La modélisation d'un système dynamique vise à établir les relations entre les variables caractéristiques qui le composent, afin de représenter de manière rigoureuse son comportement dans un domaine spécifique. Cette modélisation requiert l'utilisation de techniques permettant d'obtenir une représentation mathématique du système étudié. Elle

nécessite une connaissance approfondie des phénomènes impliqués dans le système et la capacité à les exprimer à travers des équations mathématiques. En conséquence, La configuration des systèmes multivariables en boucle fermée avec perturbations est illustrée sur la figure (I-2), la modélisation théorique détermine les méthodes qui seront utilisées ultérieurement pour analyser les propriétés du système [20-22].

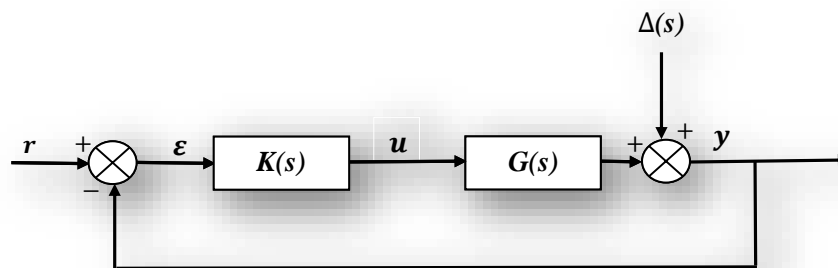


Figure I.2 : Schéma fonctionnel d'un système linéaire

Avec r représentant le signal d'entrée (référence), u le signal de commande, y le signal de sortie, $\Delta(s)$ les perturbations, et ε l'erreur, le modèle linéaire décrivant la dynamique réelle d'un système est défini par les équations d'état et de mesure suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.4)$$

1.8.1 REPRÉSENTATION EXTERNE

La représentation externe d'un système se réfère à la manière dont ce système est décrit lorsqu'on examine son comportement en réponse à une entrée donnée. Cette représentation peut être obtenue à partir de sa relation entrée-sortie, qui peut être exprimée soit par un ensemble d'équations différentielles linéaires, soit par une fonction de transfert. Dans le premier cas, les équations différentielles linéaires prennent généralement la forme suivante [23, 24]:

$$a_0 y + a_1 \dot{y} + a_2 \ddot{y} + \dots + a_n y^{(n)} = b_0 u + b_1 \dot{u} + b_2 \ddot{u} + \dots + b_m u^{(m)} \quad (1.5)$$

Où y est la sortie du système, u est l'entrée, a_0, a_1, \dots, a_n et b_0, b_1, \dots, b_m sont des coefficients constants, et \dot{y} et $y^{(n)}$ représentent les dérivées de la sortie par rapport au

temps. Dans le second cas, la fonction de transfert $G(s)$ représente le rapport entre la transformée de Laplace de la sortie $Y(s)$ et celle de l'entrée $U(s)$ lorsque toutes les conditions initiales sont nulles. Cette fonction de transfert est symbolisée par :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1.6)$$

Où s est la variable de Laplace, et les coefficients a_0, a_1, \dots, a_n et b_0, b_1, \dots, b_m sont les mêmes que ceux utilisés dans les équations différentielles linéaires.

1.8.2 REPRÉSENTATION INTERNE

Dans le contexte d'un système linéaire continu, sa représentation interne est définie par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) & \text{Equation d'état} \\ y = Cx(t) + Du(t) & \text{Equation de sortie} \end{cases} \quad (1.7)$$

Où

$x \in \mathbb{R}^n$, est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$, est le vecteur de commande et $y \in \mathbb{R}^p$, est le vecteur de sortie. La matrice A représente la dynamique interne du système, décrivant comment l'état du système évolue au fil du temps en fonction de son état actuel et de l'entrée appliquée. La matrice B quant à elle décrit comment l'entrée influence directement l'évolution de l'état du système. La matrice C permet de déterminer la relation entre l'état du système et la sortie observée, tandis que la matrice D représente le couplage direct entre l'entrée et la sortie, sans implication de l'état interne du système [23, 24].

La matrice de transfert, notée $G(s)$, est déterminée par :

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (1.8)$$

La représentation matricielle d'un système multivariables est celle donnée comme le suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

1.8.3 REPRESENTATION FREQUENTIELLE DES SYSTEMES

La représentation des systèmes multivariables symbolisée par $G(j\omega)$ en domaine fréquentiel, est une matrice complexe qui dépend à la fois de la fréquence ω et du vecteur

d'entrées du système. Elle permet d'étudier les variations du gain et de la phase du système dans une plage de fréquences donnée.

I.8.4 PASSAGE D'UNE REPRESENTATION INTERNE A LA REPRESENTATION EXTERNE

Le passage d'une représentation interne à une représentation externe, ou sortie, d'un système linéaire multivariable est une étape fondamentale dans l'analyse et la conception des systèmes de contrôle. La représentation interne, également connue sous le nom de représentation d'état [25, 26]. En appliquant la transformée de Laplace à ces équations, nous obtenons :

$$\begin{cases} sX(s) = AX(s) + BU(s) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (I.10)$$

Qui peuvent être réarrangées pour obtenir :

$$\begin{cases} X(s) = (sI - A)^{-1} BU(s) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (I.11)$$

Ou encore :

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1} B + D]U(s) \quad (I.12)$$

La matrice de transfert du système, $G(s)$, est alors donnée par :

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B + D \quad (I.13)$$

I.8.5 PASSAGE D'UNE REPRESENTATION EXTERNE A LA REPRESENTATION INTERNE

Ce passage ne constitue pas une transition unique car un système donné peut avoir une multitude de représentations internes. Il est important de souligner que le nombre minimum de variables d'état requis pour représenter un système est une caractéristique propre à ce dernier. Dans le cas d'un système monovariable, ce nombre minimal correspond au nombre de pôles de la fonction de transfert, ce qui équivalent à l'ordre du système [23].

I.9 COMMANDABILITE ET OBSERVABILITE

La commandabilité et l'observabilité deviennent des aspects critiques. Un système multivariable doit être commandable pour qu'une commande soit possible et observable pour qu'un observateur puisse estimer les états internes.

I.9.1 COMMANDABILITE

La commandabilité est une propriété essentielle d'un système ou de sa représentation d'état, indiquant la possibilité de modifier ses dynamiques par le biais des entrées. Cette notion revêt une importance fondamentale dans la synthèse des systèmes de commande en espace d'état, car elle témoigne de la capacité à influencer le comportement du système, que ce soit pour stabiliser un système instable ou pour altérer ses dynamiques intrinsèques. Un système est considéré comme complètement commandable à un instant donné s'il existe un intervalle de temps où il est possible de transférer l'état initial à un état final déterminé par une commande adéquate [24]. C'est-à-dire un système est considéré comme complètement commandable à un instant donné t_0 s'il existe un intervalle de temps fini $t_1 > t_0$ tel que, pour tout état initial $x(t_0)$ et tout état final $x(t_1)$, il existe une commande u définie sur l'intervalle de temps $[t_0, t_1]$ qui permet de transférer l'état $x(t_0)$ à l'état $x(t_1)$.

Pour évaluer la commandabilité d'un système, on examine les indices de commandabilité, notamment la matrice de commandabilité, qui doit avoir un rang égal au nombre d'états du système pour garantir sa réversibilité. Cela se traduit par l'exigence que les colonnes de cette matrice soient linéairement indépendantes, ce qui se traduit mathématiquement par un déterminant non nul.

1.9.2 OBSERVABILITE

L'observabilité est une caractéristique structurelle complémentaire d'une représentation d'état d'un système, indiquant la capacité du système à reconstruire l'historique de l'état à partir des seules variables de sortie mesurées.

Un système dynamique est qualifié de complètement observable à un instant t_0 s'il existe un instant fini $t_1 > t_0$ tel que, pour toute valeur initiale x_0 de l'état à l'instant t_0 , la connaissance des signaux de commande $u(t)$ et de sortie $y(t)$ pour l'intervalle de temps $[t_0, t_1]$ permet de déterminer l'état initial $x(t_0)$. Pour qu'un système monovarié de taille $n \times n$ soit observable, le déterminant de la matrice d'observabilité ne doit pas être égal à zéro.

La condition d'observabilité implique les matrices dynamiques A et de sortie C du système LTI, où A est $R^{n \times n}$ et C est $R^{r \times n}$. Un couple (C, A) est observable si l'une des conditions suivantes est vérifiée [24]:

- Les colonnes de la matrice de sortie C sont linéairement indépendantes pour tout $t \in [0, \infty]$.
- Les colonnes de $C(SI - A)$ sont linéairement indépendantes.
- Le gramien d'observabilité V est donné par : $V = \int_{t_0}^{t_f} C^T(t) C(t) dt$ est non singulier (inversible c'est-à-dire si son déterminant est différent de zéro).
- Le rang de la matrice d'observabilité $\begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$ est égal à n .
- Pour toute valeur propre λ de A , la matrice $(n + q) \times n \begin{pmatrix} \lambda I - A \\ C \end{pmatrix}$ est de rang n .

I.10 TYPES DES SYSTEMES MULTIVARIABLES

La classification des systèmes multivariables permet de les regrouper en catégories distinctes. Ces classifications sont cruciales pour la compréhension des caractéristiques et des défis associés à chaque type de système. Les principaux types reposent sur le nombre d'entrées et de sorties sont les suivants [27-30]:

I.10.1 TYPES SISO (SINGLE INPUT, SINGLE OUTPUT)

Les systèmes SISO comportent une seule variable d'entrée et une seule variable de sortie. Cette configuration simplifiée est souvent utilisée pour modéliser des processus univariés.



Figure I.3: Représentation du système SISO

I.10.2 TYPES SIMO (SINGLE INPUT, MULTIPLE OUTPUT)

Les systèmes SIMO présentent une seule variable d'entrée générant plusieurs variables de sortie simultanément. Cette configuration est fréquemment rencontrée dans des applications où une entrée unique influence plusieurs sorties [31].

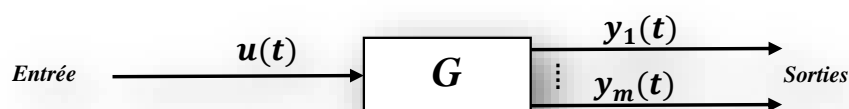


Figure I.4: Représentation du système SIMO

I.10.3 TYPES MISO (MULTIPLE INPUT, SINGLE OUTPUT)

Les systèmes MISO ont plusieurs variables d'entrée agissant conjointement pour influencer une seule variable de sortie. Ces systèmes sont pertinents dans des contextes où plusieurs facteurs contribuent à un résultat unique [31].

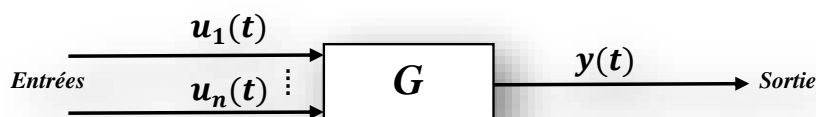
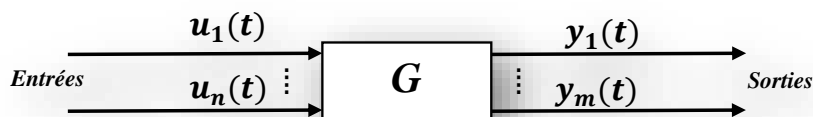


Figure I.5: Représentation du système MISO

I.10.4 TYPES MIMO (MULTIPLE INPUT, MULTIPLE OUTPUT)

Les systèmes MIMO impliquent plusieurs variables d'entrée et de sortie, créant ainsi des interactions complexes entre les différentes entrées et sorties. Ils sont couramment rencontrés dans des domaines tels que le contrôle des procédés industriels, la robotique et les communications [31].

Figure I.6: Système multivariables à n entrées et m sorties

I.11 MODELES DES SYSTEMES MULTIVARIABLES

Les modèles de systèmes multivariables sont des outils essentiels pour la compréhension, l'analyse et la conception de systèmes complexes avec plusieurs entrées et sorties. On peut

les classer en deux types principaux en fonction de leur nature et de l'objectif de la modélisation :

I.11.1 MODELES DE CONNAISSANCE

Les modèles de connaissance reposent sur une compréhension théorique approfondie du système à modéliser. Ils sont généralement construits à partir de lois physiques, chimiques, biologiques ou économiques, selon la nature du processus étudié. Ces lois peuvent être fondamentales (comme celles de la mécanique, de la thermodynamique ou de l'électromagnétisme) ou empiriques (issues de l'observation dans des domaines comme la finance ou l'économie). Ces modèles cherchent à représenter les mécanismes internes réels du système à l'aide d'équations différentielles ou d'autres formulations mathématiques. Dans la plupart des cas, ils comportent peu, voire aucun paramètre ajustable. Lorsqu'une bonne compréhension du système est disponible, il est toujours souhaitable d'établir un tel modèle, car il permet une modélisation fidèle et explicable du comportement du processus [32-34].

I.11.2 MODELES DE REPRESENTATION

Un modèle de représentation se définit avant tout par la forme de ses équations (par exemple un système d'équations différentielles linéaires d'ordre n à coefficients constants) et par l'ensemble des paramètres numériques qui y interviennent. Lorsqu'une description physique complète est trop complexe ou mal connue, on peut alors recourir à une approche empirique : on soumet le système à diverses excitations, on enregistre ses réponses et, à l'aide de méthodes d'identification, on ajuste la structure et les paramètres du modèle pour qu'il reproduise fidèlement ces observations. Dans ce contexte, des simplifications—linéarisation locale, élimination de termes jugés négligeables, réduction d'ordre—permettent de conserver une structure de modèle suffisamment riche pour capter les comportements clés tout en restant simple à manipuler. Ainsi, qu'il soit issu d'un raisonnement « boîte blanche » fondé sur les lois physiques ou d'une démarche « boîte noire » purement data-Driven, un modèle de représentation réunit toujours une ossature mathématique précise et un jeu de constantes déterminées expérimentalement[33-35].

En pratique, ces deux types de modèles peuvent souvent être combinés pour tirer parti à la fois des connaissances théoriques et des données empiriques. Il est également important de noter que, dans le contexte des systèmes multivariables, ces modèles peuvent être

exprimés sous forme de matrices pour prendre en compte les interactions entre les différentes variables d'entrées et de sorties.

I.12 COUPLAGE ET DECOUPLAGE

Les variables d'entrées et de sorties dans un système multivariable peuvent avoir des interactions complexes. Un changement dans une variable peut influencer plusieurs autres variables simultanément. La présence d'interactions rend l'analyse et la conception du système plus complexes [36-42].

Les systèmes multivariables présentent l'aspect que les entrées sont liées aux sorties. Il est souvent désiré de contrôler les sorties indépendamment les unes des autres dans les systèmes multivariables. Ainsi, si un système à deux sorties $y_1(s)$ et $y_2(s)$, il serait avantageux de pouvoir prescrire une consigne $r_1(s)$ pour $y_1(s)$ sans impacter $y_2(s)$ et, vice versa, de prescrire une consigne $r_2(s)$ pour $y_2(s)$ sans affecter $y_1(s)$. Supposent un système multivariable de deux entrées et deux sorties est illustrée dans la figure suivante :

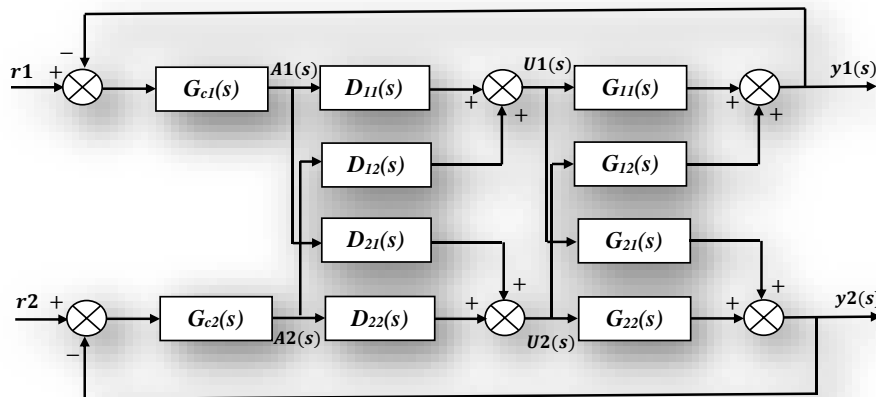


Figure I.7: Découplage de système multivariable

Les matrices représentant les fonctions de transfert du système et du découpleur sont présentées comme suit :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (I.14)$$

$$D(s) = \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (I.15)$$

L'objectif est de sélectionner $D(s)$ de manière à ce que :

$$T(s) = G(s)D(s) = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & 0 \\ 0 & T_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (I.16)$$

Diverses techniques existent pour garantir un découplage, au moins partiel, dans le cas d'un système linéaire multivariables.

I.12.1 DECOUPLAGE IDEAL

Les commandes $u_1(s)$ et $u_2(s)$ sont définies par les équations suivantes :

$$\begin{cases} u_1(s) = D_{11}(s)A_1(s) + D_{12}(s)A_2(s) \\ u_2(s) = D_{21}(s)A_1(s) + D_{22}(s)A_2(s) \end{cases} \quad (I.17)$$

Soit :

$$\begin{cases} y_1(s) = [D_{11}(s)G_{11}(s) + D_{21}(s)G_{12}(s)]A_1(s) + [D_{22}(s)G_{12}(s) + D_{12}(s)G_{11}(s)]A_2(s) \\ y_2(s) = [D_{11}(s)G_{21}(s) + D_{21}(s)G_{22}(s)]A_1(s) + [D_{22}(s)G_{22}(s) + D_{12}(s)G_{21}(s)]A_2(s) \end{cases} \quad (I.18)$$

Le but est d'obtenir $y_2(s)$ indépendant de $A_1(s)$ et $y_1(s)$ indépendant de $A_2(s)$.

$$\begin{cases} y_1(s) = T_{11}(s)A_1(s) \\ y_2(s) = T_{22}(s)A_2(s) \end{cases} \quad (I.19)$$

$$\begin{cases} D_{11}(s)G_{11}(s) + D_{21}(s)G_{21}(s) = T_{11}(s) \\ D_{22}(s)G_{12}(s) + D_{12}(s)G_{11}(s) = 0 \\ D_{11}(s)G_{21}(s) + D_{21}(s)G_{22}(s) = 0 \\ D_{22}(s)G_{22}(s) + D_{12}(s)G_{21}(s) = T_{22}(s) \end{cases} \quad (I.20)$$

D'où le calcul de la fonction de transfert de découpleur $D(s)$ se fait par :

$$D(s) = G^{-1}(s)T(s) \quad (I.21)$$

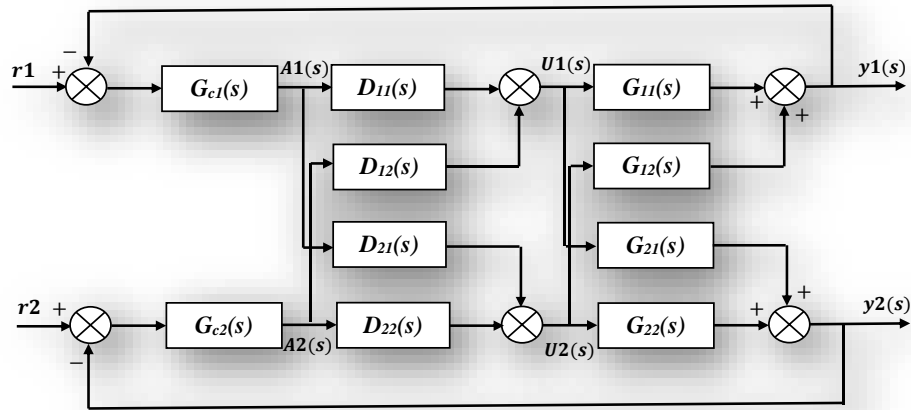


Figure I.8: Découplage idéal

I.12.2 DECOUPLAGE SIMPLIFIÉE

Pour faciliter la création de la matrice de transfert $D(s)$, une autre approche de conception implique la sélection des composants de la matrice $D(s)$ et l'ajustement des contrôleurs selon la matrice de transfert $T(s)$ résultante. Le découpleur devient de la forme suivante [39, 43]:

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

Et

$$T(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{22}} & 0 \\ 0 & G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}} \end{bmatrix} \quad (I.23)$$

I.12.3 DECOUPLAGE INVERSE

Le découplage inverse est une proposition pour les systèmes multivariables stables, même en tenant compte des retards temporels et des zéros instables. Pour contourner les difficultés liées à la mise en œuvre du découplage idéal tout en conservant ses avantages, une approche intéressante consiste à ajuster la structure de la méthode de découplage [36, 44].

Les commandes $u_1(s)$ et $u_2(s)$ sont définies par les équations suivantes :

$$\begin{cases} u_1(s) = A_1(s) - \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} u_2(s) \\ u_2(s) = A_2(s) - \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} u_1(s) \end{cases} \quad (I.24)$$

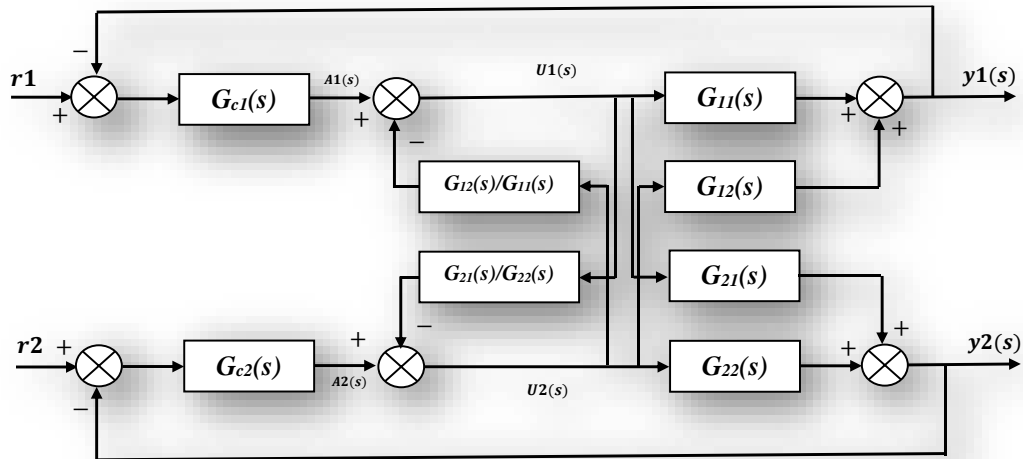


Figure I.9: Découplage inversé

Le découplage inversé combine à la fois la simplicité de mise en œuvre des éléments de découplage simplifié et la matrice de transfert diagonale $T(s)$ plus adaptée du découplage idéal.

I.13 LINEARISATION DES SYSTEMES NON LINEAIRES

La linéarisation d'un système non linéaire est une technique couramment utilisée pour simplifier l'analyse et la conception des contrôleurs pour des systèmes dont le comportement est non linéaire. L'objectif de la linéarisation est de remplacer le système non linéaire par un système linéaire qui approxime son comportement autour d'un point de fonctionnement spécifique. Cette approximation linéaire permet souvent d'appliquer des techniques de contrôle linéaire bien établies pour concevoir des régulateurs efficaces [45].

La linéarisation d'un système non linéaire consiste généralement à développer un modèle linéaire en utilisant une approximation de Taylor autour du point de fonctionnement nominal. Cette approximation peut être réalisée en tronquant la série de Taylor après le premier terme, ce qui correspond à une approximation linéaire locale du système non linéaire. Le point de fonctionnement nominal est souvent choisi comme le point d'équilibre du système non linéaire, où les entrées et les sorties sont constantes dans le temps [46].

Il est important de noter que la validité de l'approximation linéaire dépend de la région de fonctionnement du système et de l'amplitude des variations par rapport au point de fonctionnement nominal. Ainsi, la linéarisation est souvent utilisée pour concevoir des contrôleurs pour des systèmes où les variations autour du point de fonctionnement nominal sont relativement petites.

En général, la représentation d'un système non linéaire est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (1.25)$$

Où

$x \in \mathbb{R}^n$, est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$, est le vecteur d'entrée et $y \in \mathbb{R}^p$. Les fonctions f et g sont non linéaires. Contrairement aux systèmes linéaires, qui ont un unique point d'équilibre, les systèmes non linéaires peuvent en avoir plusieurs. Un point d'équilibre (x_{eq}, u_{eq}) est défini par les équations $f(x_{eq}, u_{eq}) - g(x_{eq}, u_{eq}) = 0$, En effectuant un développement de Taylor d'ordre 1 autour de (x_{eq}, u_{eq}) , nous obtenons le système linéarisé:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1.26)$$

$$\text{Avec : } A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_{eq}, u_{eq})}, \quad B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_{eq}, u_{eq})}, \quad C = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{(x_{eq}, u_{eq})}, \quad D = \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{(x_{eq}, u_{eq})}$$

Où A, B, C et D sont les matrices jacobienes de f et g par rapport à x et u , évaluées au point (x_{eq}, u_{eq}) .

I.14 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons exploré divers aspects des systèmes multivariables. Nous avons mis en lumière l'importance de la commandabilité et de l'observabilité dans la conception des systèmes, en mettant en évidence la complexité des interactions entre les variables d'entrée et de sortie. La représentation interne et externe des systèmes a été discutée, soulignant la nécessité d'adapter ces représentations en fonction des objectifs d'analyse ou de contrôle.

Nous avons également abordé les caractéristiques spécifiques des systèmes multivariables, mettant en évidence le couplage, les matrices de transfert, la stabilité, et la nécessité de considérer la robustesse face aux perturbations.

Ce chapitre met en exergue la complexité inhérente à la modélisation, à l'analyse et à la conception des systèmes multivariables, tout en soulignant l'importance de considérer chaque système de manière unique en fonction de ses caractéristiques spécifiques. Une compréhension de ces concepts est cruciale pour le développement de stratégies de contrôle efficaces dans des domaines variés tels que l'électricité et l'énergie renouvelable, l'ingénierie des procédés, la robotique, et d'autres disciplines où les systèmes multivariables sont omniprésents. Sert de base solide pour explorer davantage les défis et les opportunités que présentent les systèmes multivariables dans le domaine du contrôle automatique.

Une compréhension approfondie des défis et des solutions spécifiques liés au contrôle des systèmes à multivariable, en mettant particulièrement l'accent sur la réduction des impacts des interactions pour améliorer les performances du système.

CHAPITRE II

ELÉMENTS INTRODUCTIFS

À LA COMMANDE ROBUSTE

CHAPITRE II

ELEMENTS INTRODUCTIFS A LA COMMANDE ROBUSTE

II.1 Introduction.....	31
II.2 État de l'art de la commande robuste	31
II.3 Types des'incertitudes	33
II.4 Modelisation des'incertitudes	35
II.5 La stabilité	40
II.5.1 La stabilité nominale.....	40
II.5.2 Stabilité interne (Au Sens De Lyapunov).....	41
II.5.3 La stabilité externe (Au Sens Entrée/Sortie).....	42
II.6 Performances nominales	43
II.7 Robustesse en stabilité	43
II.8 Robustesse en performance	43
II.8.1. Rejet de perturbations	44
II.8.2. Suivi de référence	45
II.8.3. Rejet des bruits de mesure.....	45
II.9 Matrices de sensibilité	46
II.9.1 Matrices de sensibilité en entrée.....	46
II.9.2 Matrice de sensibilité complémentaire en entrée.....	46
II.9.3 Matrices de sensibilité en sorties.....	47
II.9.4 Matrice de Sensibilité complémentaire en sortie.....	47
II.9.5 Complémentarité des matrices de sensibilité	47
II.10 Théorème de petit gain.....	48
II.11 Spécification sur la stabilité et les performances.....	49
II.11.1 Spécification sur la stabilité	49
II.11.2 Spécification sur les performances	50
II.12 Conditions de robustesse sur la stabilité et les performances.....	50
II.12.1 Conditions de robustesse sur la stabilité.....	51

II.12.2 Conditions de robustesse sur les performances.....	51
II.13 Conclusion	51

II.1 INTRODUCTION

La robustesse d'un système se réfère à sa capacité à maintenir sa stabilité et ses performances désirées même en présence d'incertitudes sur son modèle. La commande robuste, quant à elle, intègre ces incertitudes comme une contrainte lors de la conception du contrôleur, assurant ainsi une stabilité et des performances constantes. La robustesse joue un rôle crucial dans l'industrie, où les entreprises traditionnellement axées sur la robustesse des systèmes pendant la phase de production peuvent désormais développer de meilleurs produits et outils pour garantir des processus robustes. La réussite de la conception d'un système de contrôle réside dans sa capacité à maintenir la stabilité et un niveau de performance malgré les incertitudes inhérentes à la dynamique des systèmes. Les exigences de conception telles que la marge de gain et la marge de phase, utilisées dans les techniques classiques du domaine fréquentiel, visent principalement à assurer la robustesse. Bien que le problème de la robustesse n'ait pas été largement étudié dans les années 1960 et 1970 en raison des possibilités d'optimisation mathématique dans le domaine temporel, la recherche sur la conception robuste est désormais en permanence. Parmi les méthodes couramment utilisées en commande robuste, on trouve la Commande LQG/LTR (Linear Quadratic Gaussian control with loop transfer recovery), la Commande prédictive (GPC) (Generalized Model Predictive Control), l'Approche QFT (Quantitative Feedback Theory), le Placement de pôle robuste, la Commande CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) et la Commande H^∞ . Ces différentes approches offrent des outils et des techniques pour concevoir des contrôleurs robustes pour diverses applications, visant à garantir la stabilité et de bonnes performances malgré les variations et les incertitudes qui peuvent affecter les systèmes de contrôle.

II.2 ÉTAT DE L'ART DE LA COMMANDE ROBUSTE

Aux débuts de l'automatisation, H. S. Black a abordé le problème du contrôle robuste en 1934, en proposant l'utilisation de la rétroaction et de gains de boucle élevés pour contrôler des systèmes présentant de grandes incertitudes, tels que les amplificateurs électroniques à tubes. Black a décrit cette approche comme « stable » plutôt que « précise », ce qui est différent de l'idée de stabilité dynamique. La théorie de Nyquist sur la stabilité dans le domaine fréquentiel et le concept de gains de boucle importants sont devenus plus tard la base du

contrôle robuste proposé par Bode en 1945. La fonction de sensibilité différentielle a été introduite par Bode afin de mesurer l'amélioration de la précision du système, au moins pour les opérations. Avec des différences suffisamment faibles.

De 1927 à 1960, Horowitz a étendu l'approche de Bode pour la conception de systèmes robustes aux systèmes à variations finies, ce qui a marqué la période de la synthèse classique de la sensibilité [47]. Au cours de cette période, l'attention de la communauté de l'automatique était principalement portée sur les problèmes de stabilité et de sensibilité des systèmes mono-entrée. La période des variables d'état est la deuxième phase de la théorie des systèmes de contrôle, qui a duré de 1960 à 1975 et est connue sous le nom de période de la commande moderne [48].

Plusieurs concepts liés aux variables d'état ont été introduits par R.E. Kalman dans les années 60, tels que l'observabilité, le retour quadratique d'état et l'estimation optimale de l'état (filtrage de Kalman). Toutefois, durant cette période, le problème de l'incertitude a été largement ignoré, à l'exception de quelques recherches sur la sensibilité des systèmes multivariables menées par Cruz et Perkins en 1964 [49]. Les résultats de sensibilité des systèmes monovariables ont été généralisés aux systèmes multivariables grâce à la matrice de comparaison des sensibilités développée à cette époque.

Dans le domaine fréquentiel, la période du contrôle robuste ou de la commande post-moderne, qui a commencé vers la fin des années 70 et se poursuit jusqu'à nos jours, a suscité un regain d'intérêt pour les problèmes d'incertitude et d'analyse des systèmes multivariables. On a introduit des outils de synthèse comme la factorisation matricielle (*MFD*) et on a généralisé le critère de stabilité de Nyquist aux systèmes multivariables. En outre, la configuration des contrôleurs stabilisateurs offerte par l'outil joue un rôle essentiel dans la stabilité solide des systèmes multivariables.

Le terme « contrôle robuste » a également été introduit à cette époque, pour la première fois dans le titre d'une conférence en 1973 et dans un article en 1974. L'introduction du concept des "petits gains" par Kalman en 1964 a été l'une des premières avancées de la théorie du contrôle moderne, mettant en évidence les caractéristiques de robustesse du contrôle optimal par retour d'état (LQ) pour les systèmes SISO. Par la suite, Safanov et Athans ont appliqué ces

caractéristiques aux systèmes *MIMO* en les décrivant comme des variations de gain et de phase pour chaque entrée. Cependant, l'emploi de l'estimation d'état plutôt que du retour d'état a entraîné la diminution de ces caractéristiques de résistance, jusqu'à ce que Doyle et Stein démontrent qu'une bonne conception d'un filtre de Kalman (*LQG/LTR*) peut restaurer les propriétés souhaitables du contrôle optimal par retour d'état est compatible avec une bonne structure [50, 51].

II.3 TYPES DES'INCERTITUDES

Le contrôle en boucle fermée n'est jamais parfait, cette imperfection est certes tolérable pour une classe de systèmes ou il n'est pas forcément nécessaire d'atteindre entièrement les performances voulues mais reste intolérable pour d'autres classes de systèmes où ces dites performances doivent être scrupuleusement atteintes. D'où la nécessité de concevoir des contrôleurs robustes prenant en compte ces incertitudes, mais avant de concevoir, il faut commencer par définir et interpréter ces incertitudes.

Toutes les incertitudes sont regroupées dans la fonction $\Delta(s)$, Les incertitudes peuvent avoir diverses origines : les imperfections des systèmes de mesure, la résolution limitée des actionneurs, la connaissance approximative de certains paramètres du modèle du procédé, les variations des paramètres du modèle dues aux non-linéarités ou aux changements dans les conditions de fonctionnement, et la méconnaissance de la structure et de l'ordre du modèle linéaire aux hautes fréquences. On peut distinguer deux types d'incertitudes : les incertitudes structurées et les incertitudes non structurées [52-55].

II.3.1 INCERTITUDES STRUCTURÉES OU PARAMETRIQUES

Ces incertitudes sont liées à des paramètres spécifiques du système qui sont sujets à des variations ou à une certaine imprécision.

Dans cette perspective, il n'est pas nécessaire de regrouper les différentes sources d'incertitudes. Chaque source d'incertitude est plutôt identifiée et représentée individuellement. Cela conduit souvent à une description des incertitudes sous la forme de multiples perturbations distinctes. En établissant des limites sur ces incertitudes, on peut obtenir des conditions à la fois nécessaires et suffisantes, et qui sont généralement moins

prudentes du point de vue pratique pour garantir la robustesse en utilisant les valeurs singulières pondérées [56, 57].

Cependant, cette approche présente un inconvénient que les conditions de robustesse sont formulées en tenant compte des interactions entre les perturbations et le système, ce qui peut rendre l'analyse plus complexe.

II.3.2 INCERTITUDES NON STRUCTURÉES OU INCERTITUDES DYNAMIQUES

Les incertitudes non structurées sont associées à des perturbations spécifiques qui ne peuvent pas être caractérisées de manière systématique. En d'autres termes, ces incertitudes ne peuvent pas être modélisées de manière précise en utilisant des paramètres connus ou des distributions probabilistes.

Dans ce contexte, une perturbation spécifique est représentée par une matrice $\Delta(s)$ qui n'est pas nulle et a la même dimension que le système à étudier. Les conditions de stabilité du système peuvent alors être exprimées sous forme de bornes sur les fonctions de transfert, qui décrivent la relation entre les entrées et les sorties du système. Ces bornes sont directement liées aux performances du système, telles que la sensibilité aux variations ou le rejet de perturbations.

Cependant, bien que les bornes utilisant les incertitudes non structurées soient suffisantes du point de vue théorique, elles peuvent souvent être trop conservatrices dans la pratique. Cela est dû au fait que les incertitudes réelles peuvent rarement être regroupées en une seule perturbation spécifique. En réalité, les incertitudes peuvent provenir de diverses sources et peuvent nécessiter la considération de plusieurs modèles possibles du système. Ainsi, les bornes basées sur des incertitudes non structurées peuvent surestimer les restrictions nécessaires pour garantir la stabilité robuste du système. Ces incertitudes peuvent être dues à des facteurs externes tels que les variations environnementales, les bruits de mesure, les perturbations imprévisibles, etc. Ces incertitudes regroupent les éléments négligés du modèle ainsi que les perturbations liées aux capteurs. Les incertitudes non structurées sont souvent plus difficiles à modéliser de manière précise, car elles ne sont pas liées à des paramètres spécifiques du système.

Les incertitudes non structurées regroupent les dynamiques qui ont été négligées dans le modèle ainsi que les bruits provenant des capteurs [55, 57].

II.4 MODELISATION DES'INCERTITUDES

La modélisation des incertitudes est un élément fondamental dans la conception de systèmes de contrôle robustes. En effet, dans tout système réel, des variations imprévues qu'elles soient d'origine paramétrique, structurelle ou dues à des perturbations externes peuvent dégrader significativement la performance du système. Pour anticiper et compenser ces variations, différentes approches ont été développées. On distingue généralement une modélisation déterministe, qui considère des bornes sur les incertitudes, et une modélisation probabiliste, qui exploite des distributions statistiques pour caractériser la variabilité des paramètres. Par exemple, l'utilisation de méthodes telles que la commande robuste H^∞ ou la commande prédictive stochastique permet d'assurer des performances satisfaisantes en dépit des incertitudes. Les recherches récentes mettent également en avant l'intégration d'algorithmes d'apprentissage automatique pour améliorer la détection et l'estimation des incertitudes, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives pour la synthèse de contrôleurs adaptatifs et résilients [52-55, 58].

II.4.1 INCERTITUDES ADDITIVES

Les incertitudes additives sont couramment utilisées pour modéliser les différentes dynamiques qui sont négligées, telles que les dynamiques non linéaires ou méconnues. Elle représente l'écart absolu entre le comportement réel du système et celui prédit par le modèle nominal. Ces incertitudes regroupées dans la matrice $\Delta_\alpha(s)$ illustrées dans la figure suivante.

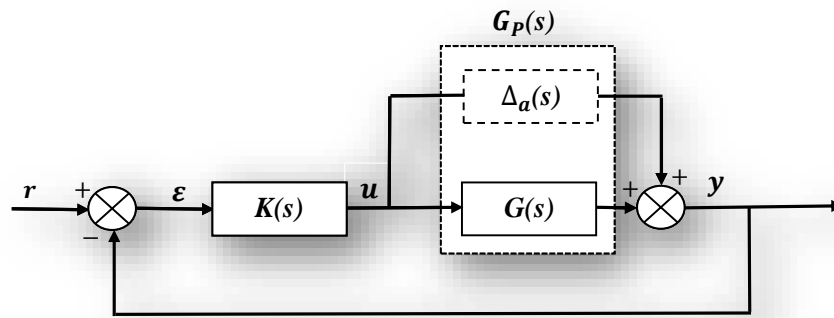


Figure II.1: Incertitudes additives

$$G_p(j\omega) = G(j\omega) + \Delta_a(j\omega) \tag{II.1}$$

$$\|\Delta_a(j\omega)\| < \delta_a(j\omega) \quad \forall \omega \tag{II.2}$$

Où $\delta_a(j\omega)$ représente la borne supérieure d'une norme de l'incertitude de modèle.

II.4.2 INCERTITUDES ADDITIVES INVERSE

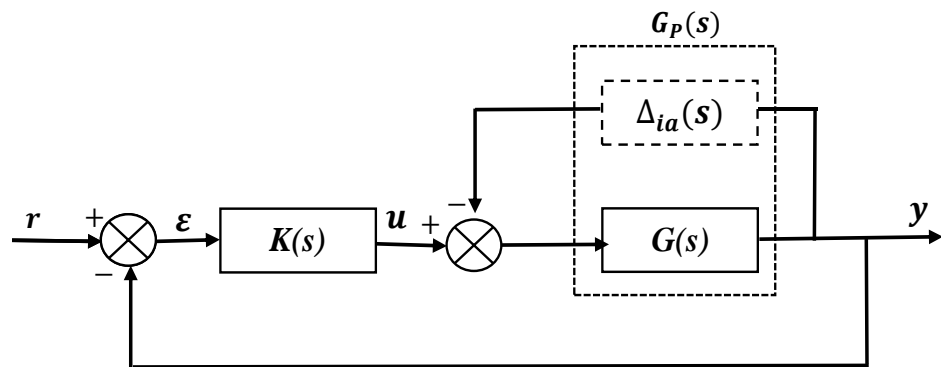


Figure II.2: Incertitudes additifs inverse

$$G_p(j\omega) = (G^{-1}(j\omega) + \Delta_{ia}(j\omega))^{-1} \tag{II.1}$$

$$\|\Delta_{ia}(j\omega)\| < \delta_{ia}(j\omega) \quad \forall \omega \tag{II.2}$$

Où $\delta_{ia}(j\omega)$ représente la borne supérieure d'une norme de l'incertitude de modèle.

II.4.3 INCERTITUDES MULTIPLICATIVES À L'ENTRÉE

Les incertitudes multiplicatives à l'entrée se produisent lorsque l'incertitude dans une variable d'entrée affecte la sortie du système de manière proportionnelle à cette incertitude d'entrée, multipliée par la valeur de la sortie elle-même. Ce phénomène peut avoir un impact significatif sur la fiabilité et la performance du système, nécessitant une prise en compte adéquate lors de la conception de stratégies de contrôle.

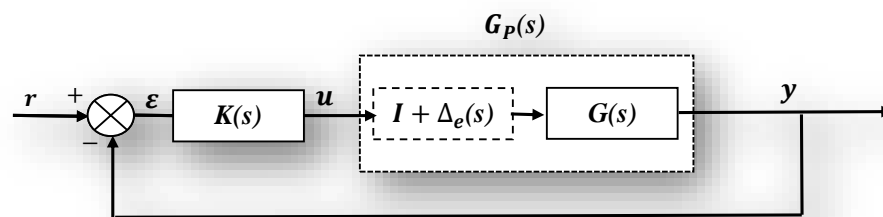


Figure II.3: Incertitudes multiplicatives à l'entrée

$$G_P(j\omega) = G(j\omega)[I + \Delta_e(j\omega)] \quad (II.3)$$

$$\|\Delta_e(j\omega)\| < \delta_e(j\omega) \quad \forall \omega \quad (II.4)$$

La formulation des perturbations multiplicatives directes à l'entrée est :

$$\Delta_e(j\omega) = G(j\omega)^{-1}[G_P(j\omega) - G(j\omega)] \quad (II.5)$$

II.4.4 INCERTITUDES MULTIPLICATIVES À LA SORTIE

Dans le contexte des systèmes multivariables, les incertitudes multiplicatives à la sortie se manifestent lorsque l'incertitude dans une variable de sortie est proportionnelle à l'incertitude dans une variable d'entrée, multipliée par la valeur actuelle de la sortie elle-même. Cela implique que toute variation ou incertitude dans une entrée donnée peut se propager à travers le système et affecter la précision de la sortie correspondante, avec une amplification dépendante de la valeur de cette sortie. En d'autres termes, les incertitudes dans les variables d'entrée peuvent avoir un effet multiplicatif sur les incertitudes dans les variables de sortie, ce qui peut entraîner des conséquences significatives sur la fiabilité et la stabilité du système.

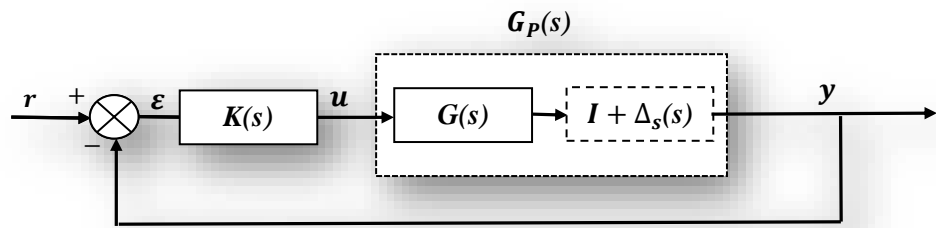


Figure II.4: Incertitudes multiplicatives à la sortie

$$G_p(j\omega) = [I + \Delta_s(j\omega)]G(j\omega) \tag{II.6}$$

$$\|\Delta_s(j\omega)\| < \delta_s(j\omega) \quad \forall \omega \tag{II.7}$$

La formulation des perturbations multiplicatives directes à la sortie est :

$$\Delta_s(j\omega) = [G_p(j\omega) - G(j\omega)]G(j\omega)^{-1} \tag{II.8}$$

II.4.5 INCERTITUDES MULTIPLICATIVE INVERSÉ À L'ENTRÉE

Les incertitudes multiplicatives inversées à l'entrée se réfèrent à des situations où l'incertitude dans une variable d'entrée se propage à travers le système de manière multiplicative, mais où l'entrée elle-même.

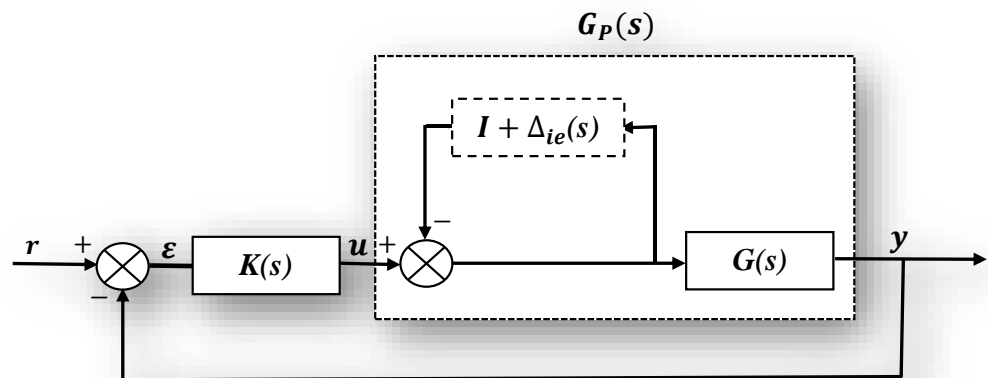


Figure II.5: Incertitudes multiplicative inversé à l'entrée

$$G_p(j\omega) = G(j\omega)(I + \Delta_{ie}(j\omega))^{-1} \tag{II.9}$$

$$\|\Delta_{ie}(j\omega)\| < \delta_{ie}(j\omega) \quad \forall \omega \quad (II.10)$$

La formulation des perturbations multiplicatives inversées à l'entrée est :

$$\Delta_{ie}(j\omega) = G(j\omega)[G_p(j\omega) - G(j\omega)]^{-1} \quad (II.11)$$

II.4.6 INCERTITUDES MULTIPLICATIVE INVERSÉ À LA SORTIE

Dans les incertitudes multiplicatives inversées à la sortie, l'incertitude dans une variable de sortie est liée à l'incertitude dans une variable d'entrée, mais de manière inversée par rapport à la relation typique. Cela signifie que l'incertitude dans la sortie est proportionnelle à l'incertitude dans l'entrée, mais la sortie elle-même est située dans le dénominateur de l'expression. En d'autres termes, une variation ou une incertitude dans une variable d'entrée spécifique peut affecter la sortie correspondante de manière inversement proportionnelle, avec un effet amplificateur inversement proportionnel à la valeur actuelle de la sortie.

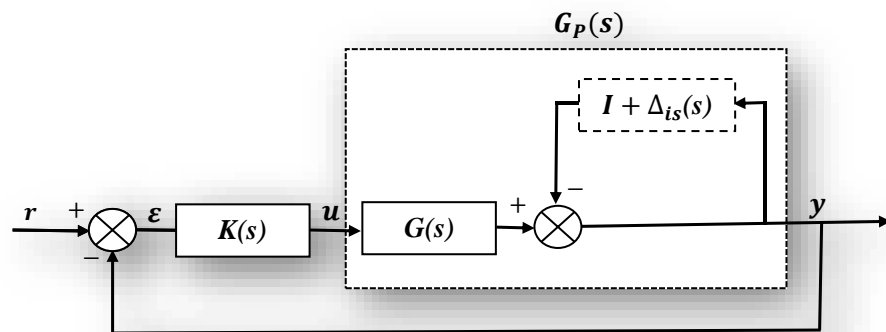


Figure II.6: Incertitudes multiplicative inversé à la sortie

$$G_p(j\omega) = (I + \Delta_{is}(j\omega))^{-1}G(j\omega) \quad (II.12)$$

$$\|\Delta_{is}(j\omega)\| < \delta_{is}(j\omega) \quad \forall \omega \quad (II.13)$$

La formulation des perturbations multiplicatives inversées à la sortie est :

$$\Delta_{is}(j\omega) = [G_p(j\omega) - G(j\omega)]^{-1}G(j\omega) \quad (II.14)$$

II.5 LA STABILITE

La stabilité d'un système est définie comme sa capacité à maintenir sa stabilité en présence d'incertitudes relatives au procédé. La stabilité est une caractéristique essentielle pour un système asservi, car un système instable est inutilisable. Elle est intrinsèque au système et indépendante du type d'entrée. Dans un système asservi, la commande est élaborée à partir de l'image de l'erreur, généralement proportionnelle à cette erreur. Bien que cela puisse améliorer la précision, surtout face à des perturbations, un système mal réglé peut réagir trop fortement et amplifier l'erreur, entraînant une sortie divergente par rapport à la consigne. Un système est considéré comme stable si, pour une entrée bornée, la sortie reste bornée, ou si sa réponse libre tend vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini. Pour un Système Linéaire Continu Invariant, la stabilité est assurée si les pôles de sa fonction de transfert ont des parties réelles strictement négatives. Cependant, cette définition binaire (stable ou instable) peut ne pas suffire, car un système très oscillant mais techniquement stable peut présenter une stabilité insuffisante. Il est donc nécessaire d'évaluer la qualité de la stabilité, en examinant des critères comme les marges de stabilité, pour garantir un fonctionnement satisfaisant [59-61].

Un système est dit en équilibre lorsqu'il conserve son état en l'absence de forces externes, ce qui se traduit mathématiquement par une dérivée de son état \dot{x} égale à zéro. Pour un système décrit par $\dot{x} = f(t)$, l'état d'équilibre x_e est la solution de l'équation $f(t) = 0$. Dans les systèmes linéaires, où $f(t) = Ax$, l'équation d'équilibre devient $Ax = 0$. Si la matrice A est régulière (invertible), l'origine $x = 0$ est le seul point d'équilibre [62]. Si A est singulière (non invertible), alors l'ensemble des points d'équilibre forme un sous-espace défini par $Ax = 0$, créant une région d'équilibre. Pour les systèmes non linéaires, l'équilibre n'est pas nécessairement à l'origine et peut être constitué de domaines continus, de points isolés, ou d'une combinaison des deux.

II.5.1 LA STABILITE NOMINALE

La stabilité est une propriété fondamentale des systèmes de contrôle, et elle est essentielle pour assurer leur bon fonctionnement. Elle définit la capacité d'un système à revenir à un état d'équilibre stable après avoir été perturbé. Il existe différentes notions de stabilité, mais l'une des plus couramment utilisées est la stabilité asymptotique, qui garantit que les trajectoires du

système convergent vers un état d'équilibre stable à mesure que le temps tend vers l'infini [63, 64].

Pour quantifier la stabilité d'un système, il existe plusieurs théorèmes et critères mathématiques qui peuvent être utilisés. L'un des théorèmes les plus connus est le théorème de Nyquist, qui est utilisé dans le domaine fréquentiel. Il établit une relation entre le contour de la courbe de gain et de phase d'un système et le nombre de pôles instables ou non stables de la fonction de transfert du système. En utilisant le diagramme de Nyquist, on peut déterminer si un système est stable ou non en examinant le comportement de la courbe de gain et de phase [63, 64].

Un autre théorème largement utilisé est le critère du gain de phase de Bode, qui établit une relation entre la marge de phase et la stabilité d'un système. La marge de phase mesure la distance angulaire entre la courbe de gain de phase du système et la limite de -180 degrés. Une marge de phase positive indique une stabilité robuste du système, tandis qu'une marge de phase négative indique un risque d'instabilité.

II.5.2 STABILITE INTERNE (AU SENS DE LYAPUNOV)

Un point d'équilibre d'un système représente une trajectoire constante dans le temps. Si x_e est un tel point et que $u \equiv 0$ alors $f(x_e, 0) = 0$. L'unicité du point d'équilibre est assurée lorsque $f(\cdot, 0)$ est une application inversible. Si f est linéaire, alors 0 constitue un point d'équilibre [65].

La stabilité d'un système permet de caractériser son comportement transitoire. On dit qu'un point d'équilibre x_e est stable au sens de Lyapunov si, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\delta(\varepsilon)$ tel que, pour toute condition initiale x_0 dans un domaine $D \subset R^n$, si $\|x_0 - x_e\| < \delta(\varepsilon)$ $\|x_0 - x_e\| < \delta(\varepsilon)$, alors pour tout $t \geq 0$, $\|x(t) - x_e\| < \varepsilon$, où x représente la trajectoire du système.

Si $D = R^n$, alors le point d'équilibre est stable globalement. Un point d'équilibre est considéré comme instable s'il ne répond pas aux critères de stabilité de Lyapunov. Cela signifie que si le système est initialisé suffisamment près de x_e , alors sa trajectoire reste bornée autour de x_e , ce qui garantit que de petites variations des conditions initiales n'auront pas d'impact significatif sur le comportement global du système [24, 66, 67].

La stabilité interne d'un système est déterminée par la stabilité de sa représentation d'état, caractérisée par la matrice A . Un système est considéré comme interne stable lorsque toutes les valeurs propres de sa matrice A ont une partie réelle négative. Cette condition garantit que, même en l'absence d'entrée $u = 0$, l'état $x(t)$ converge vers zéro, quelles que soient les conditions initiales.

II.5.3 LA STABILITE EXTERNE (AU SENS ENTREE/SORTIE)

La stabilité entrée-sortie, elle considère le système comme une boîte noire avec des entrées et des sorties, sans se préoccuper de son fonctionnement interne. La stabilité externe d'un système est souvent évaluée selon le critère de stabilité *BIBO*, acronyme de "Bounded Input, Bounded Output". Ce critère stipule qu'un système est considéré comme stable au sens *BIBO* si, quelle que soit l'amplitude de l'entrée, la sortie du système reste bornée, c'est-à-dire qu'elle ne diverge pas de manière incontrôlée.

Pour vérifier la stabilité *BIBO* d'un système, il est crucial que les coefficients dans les exponentielles de sa réponse soient des nombres négatifs. En d'autres termes, les racines de l'équation caractéristique du système doivent avoir une partie réelle négative. Cela garantit que la réponse du système reste limitée même lorsque l'entrée varie [68].

Pour évaluer la stabilité *BIBO* de système multivariable, nous devons analyser les valeurs propres de la matrice A . Si toutes les valeurs propres ont une partie réelle strictement négative, alors le système est *BIBO – stable*.

Par exemple, considérons un système à deux entrées et deux sorties, avec la matrice A suivante

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Les valeurs propres de cette matrice sont -1 et -2, qui ont des parties réelles strictement négatives. Par conséquent, le système est *BIBO – stable*. Cela signifie que, quelle que soit l'amplitude des entrées, les sorties resteront bornées et le système restera stable dans des conditions normales d'opération.

II.6 PERFORMANCES NOMINALES

Les performances nominales reflètent les performances atteintes en l'absence totale d'incertitude. Par conséquent, la condition de performances nominales permet de déterminer si, en l'absence d'erreur de modélisation, le système de commande répond aux performances requises. Il est crucial de souligner que la stabilité nominale doit être respectée pour que la condition de performances nominales puisse être appliquée [69, 70]. Cette condition préalable est essentielle car elle peut être respectée même pour des systèmes nominalement instables.

II.7 ROBUSTESSE EN STABILITÉ

Un système est considéré comme robuste en stabilité s'il maintient sa stabilité même en présence d'incertitudes, qu'elles soient structurées ou non, telles que les erreurs de modélisation. Pour appréhender ce concept, examinons quelques aspects clés. La stabilité temporelle d'un système se manifeste lorsque celui-ci, excitée par une impulsion de Dirac ou une autre entrée bornée, voit sa sortie revenir à sa position initiale après un certain temps. Autrement dit, une entrée finie doit engendrer une sortie finie pour que le système soit considéré comme stable. La stabilité fréquentielle d'un système asservi linéaire est déterminée par les parties réelles de ses pôles, qui sont les solutions de l'équation caractéristique. Un système est stable si tous ses pôles se situent strictement à gauche de l'axe imaginaire dans le plan complexe [71].

Le critère algébrique de Routh-Hurwitz, quant à lui, fournit un outil précieux pour évaluer rapidement la stabilité d'un système en analysant les coefficients de l'équation caractéristique. La stabilité est garantie si tous les termes de cette équation sont de même signe et positifs.

II.8 ROBUSTESSE EN PERFORMANCE

Un système est considéré comme robuste en performances s'il maintient ses capacités opérationnelles et ses performances souhaitées même en présence d'incertitudes et de variations dans son environnement. Dans le contexte de la modélisation incertaine, les performances robustes d'un système se caractérisent par le fait que toutes les réalisations incertaines respectent simultanément les mêmes performances. Pour un système incertain à

temps invariant linéaire *LTI*, cela signifie que toutes les configurations *LTI* qui le composent doivent respecter ces performances. La stabilité robuste, également appelée localisation robuste des pôles, est définie par la stabilité robuste, où le système *LTI* incertain est stable si chaque incertitude produit un système *LTI* certain qui demeure stable.

En ce qui concerne les performances de coût, chaque incertitude admissible définit un transfert noté $T\Delta(s)$, et le coût H^∞ ou H_2 associé à ce transfert dépend de l'incertitude. L'établissement d'un objectif de performance robuste pour un système incertain consiste à fixer une borne supérieure sur l'ensemble des coûts $\Gamma\Delta(s)$. Cette démarche garantit une limite maximale sur l'amplification des perturbations pour toutes les incertitudes, exprimée en termes de coûts H^∞ ou H_2 .

Un système incertain est considéré comme ayant un coût garanti $\Gamma g(s)$ si le coût de chaque incertitude admissible est inférieur à cette valeur. La recherche du coût garanti minimum est un défi essentiel dans l'évaluation des performances robustes, car il détermine la résistance du système aux variations des paramètres incertains. La robustesse en performances vise à limiter l'amplification des perturbations pour toutes les incertitudes, garantissant un fonctionnement optimal et stable du système [71, 72].

II.8.1. REJET DES PERTURBATIONS

Le rejet de perturbations est à la capacité d'un système à atténuer ou à réduire les effets des perturbations externes qui agissent sur lui. Les perturbations peuvent être des variations indésirables dans les entrées du système, telles que des bruits, des fluctuations de la charge ou des perturbations environnementales. Un système doté d'une bonne capacité de rejet de perturbations est capable de maintenir sa performance malgré ces perturbations, en minimisant leur influence sur les sorties du système [73]. Cela garantit une réponse plus stable et plus précise du système, même en présence de perturbations externes. Le rejet de perturbations est une caractéristique importante dans de nombreux domaines, tels que le contrôle automatique, la robotique, les systèmes de communication et les systèmes de navigation, où la précision et la robustesse sont essentielles. La capacité d'un système à rejeter les perturbations est essentielle dans le cadre du contrôle, car ces perturbations peuvent déstabiliser le système et épuiser ses ressources, telles que les actionneurs et les sources d'énergie. Lorsque la perturbation " d " est

rejetée, cela signifie que la différence entre le système perturbé (lorsque $d \neq 0$) et le système non perturbé (lorsque $d = 0$) est minimale, idéalement tendant vers zéro ($d \rightarrow 0$).

II.8.2. SUIVI DE REFERENCE

La spécification de suivi de référence, également connue sous le nom de suivi asymptotique, est la capacité d'un système en boucle fermée à minimiser l'erreur de poursuite entre le signal de référence r et la sortie y du système. En d'autres termes, lorsque nous spécifions une exigence de suivi, nous voulons que l'erreur de poursuite $\varepsilon = r - y$ soit maintenue à un niveau faible [73]. Cela signifie que le système est capable de suivre précisément la référence donnée, en minimisant les écarts entre la sortie réelle et la valeur souhaitée. Lorsque nous spécifions une exigence de suivi de référence, nous voulons que le système ajuste ses sorties pour atteindre et maintenir la valeur de référence souhaitée. Le suivi asymptotique signifie que le système converge vers la référence de manière asymptotique, c'est-à-dire qu'il s'en rapproche de plus en plus au fil du temps et atteint finalement une proximité permanente avec la référence. Cela implique que les erreurs de suivi deviennent négligeables à mesure que le temps s'écoule. Une bonne spécification de suivi de référence est cruciale dans de nombreux domaines où la précision et la stabilité sont nécessaires, tels que le contrôle de mouvement des robots, le pilotage automatique des véhicules, les systèmes de positionnement global (*GPS*) et les systèmes de contrôle industriels.

II.8.3. REJECTION DU BRUIT DE MESURE

Le rejet des bruits de mesure est la capacité d'un système en boucle fermée à réduire l'impact des bruits indésirables présents dans les mesures sur la sortie du système. Par exemple, considérons un système de contrôle de température pour un four industriel. L'objectif est de maintenir la température à une valeur cible malgré les variations de la charge du four et les perturbations environnementales. Le bruit de mesure peut provenir de capteurs de température imparfaits ou de fluctuations aléatoires dans les mesures. Grâce au rejet des bruits de mesure, le système de contrôle peut atténuer ces variations indésirables et ajuster en conséquence la puissance de chauffage pour maintenir la température souhaitée. Ainsi, même si les mesures sont perturbées par des bruits, le système est capable de minimiser leur impact, assurant ainsi une performance précise et stable du contrôle de la température.

II.9 MATRICES DE SENSIBILITÉ

II.9.1 MATRICES DE SENSIBILITÉ EN ENTREE

La matrice de sensibilité en entrée, notée $S_u(s)$, est définie comme suit :

$$S_u(s) = (I + K(s)G(s))^{-1} \quad (\text{II.16})$$

Où :

(I) est la matrice identité.

$K(s)$ est la fonction de transfert du contrôleur.

$G(s)$ est la fonction de transfert du système.

Elle illustre la corrélation entre la perturbation (d) et l'erreur (ε) dans un système de contrôle en boucle fermée.

Elle est calculée à partir des fonctions de transfert du contrôleur ($K(s)$) et du système ($G(s)$).

Elle évalue l'impact des variations des entrées (perturbations) sur l'erreur entre la référence (r) et la sortie (y). Lorsqu'une perturbation (d) est introduite dans le système, elle peut engendrer une erreur (ε) entre la référence et la sortie.

La matrice (S_u) quantifie cette relation en décrivant comment les fluctuations de d se propagent à travers le contrôleur et le système, influençant ainsi l'erreur.

II.9.2 MATRICE DE SENSIBILITÉ COMPLÉMENTAIRE EN ENTREE

La matrice de sensibilité complémentaire en entrée, notée $T_u(s)$, représente la relation entre la perturbation d'entrée et la commande (u), elle décrit comment les variations des entrées (perturbations) se propagent à travers le contrôleur et le système pour influencer la commande (u). Elle est définie comme suit :

$$T_u(s) = (I + K(s)G(s))^{-1}K(s)G(s) \quad (\text{II.17})$$

II.9.3 MATRICES DE SENSIBILITÉ EN SORTIES

La matrice de sensibilité en sortie mesure comment les sorties d'un système réagissent aux perturbations extérieures, en évaluant l'impact de ces perturbations sur la performance globale du système. Dans un système en boucle fermée, où les sorties sont influencées à la fois par les entrées u et les perturbations d , la matrice de sensibilité en sortie est définie comme la dérivée partielle de chaque sortie par rapport à chaque perturbation. Un élément de cette matrice quantifie l'impact d'une perturbation sur la sortie. Si la dérivée partielle est élevée, cela signifie que la sortie est très sensible aux perturbations, indiquant une vulnérabilité du système à ces variations externes. En revanche, une faible valeur indique que le système est robuste face à la perturbation, car la sortie est peu affectée.

$S_y(s)$ elle traduit mathématiquement dans la formule suivante :

$$S_y(s) = (I + G(s)K(s))^{-1} \quad (\text{II.18})$$

II.9.4 MATRICE DE SENSIBILITÉ COMPLÉMENTAIRE EN SORTIE

La matrice (II.19) est appelée matrice de sensibilité complémentaire en sortie. Cette matrice de transfert est essentielle dans l'analyse des systèmes de contrôle en boucle fermée. Elle représente la relation entre la référence (r) et la sortie (y) du système. Elle décrit comment les bruits de mesure affectent la sortie du système ainsi que l'erreur (ε) entre la référence et la sortie.

$$T_y(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}G(s)K(s) \quad (\text{II.19})$$

Il est important de noter que, lorsque nous parlons de la "matrice de transfert en boucle fermée", nous faisons implicitement référence à la matrice de sensibilité complémentaire en sortie. Cela souligne son importance dans l'analyse et la conception des systèmes de contrôle en boucle fermée. La compréhension de cette matrice permet aux ingénieurs de quantifier et de contrôler l'impact des bruits de mesure sur les performances globales du système.

II.9.5 COMPLÉMENTARITÉ DES MATRICES DE SENSIBILITÉ

Les matrices de transfert $T(s)$ (matrice de sensibilité complémentaire) et $S(s)$ (matrice de sensibilité) sont complémentaires.

$$S(s) + T(s) = I \quad (\text{II.20})$$

En d'autres termes, les deux matrices se compensent mutuellement pour garantir la stabilité et la performance du système en boucle fermée.

II.10 THEOREME DE PETIT GAIN

Le théorème du petit gain est un résultat clé en théorie des systèmes interconnectés, particulièrement pour les systèmes non linéaires et les systèmes multivariables (*MIMO*). Il fournit une condition suffisante pour assurer la stabilité entrée-sortie ou la stabilité robuste d'un système global composé de sous-systèmes connectés en boucle de rétroaction. Selon ce théorème, si le produit des gains des sous-systèmes interconnectés $\|S_1\| \cdot \|S_2\|$ est inférieur à 1, le système en boucle fermée reste stable, même si l'un des sous-systèmes a un gain élevé, tant que l'autre sous-système compense par un gain plus faible. Cette stabilité est souvent mesurée à l'aide de la norme H^∞ ou d'autres normes induites. Dans un cas particulier de système en cascade, où un gain est nul, la condition de stabilité est automatiquement satisfaite. Le théorème s'applique également aux systèmes avec incertitudes, assurant ainsi une stabilité robuste. Des extensions permettent de traiter des systèmes interconnectés via leurs sorties plutôt que leurs états, offrant un cadre complet pour l'analyse de systèmes complexes [20, 59].

Le théorème du petit gain est un outil fondamental pour évaluer la stabilité des systèmes en boucle fermée. Il repose sur la notion de norme des systèmes, qui mesure leur sensibilité aux entrées. Plus spécifiquement, le théorème stipule que si un système d'asservissement à retour unitaire est stable en boucle ouverte, alors le système en boucle fermée sera stable si la norme maximale de sa fonction de transfert en boucle fermée est inférieure à 1 pour toutes les pulsations ω [74-76].

Mathématiquement, cela peut être exprimé comme suit :

Soit $L(j\omega)$ la fonction de transfert en boucle fermée définie comme :

$$L(j\omega) = K(s)G(s) \quad (\text{II.21})$$

Où $K(s)$ est la fonction de transfert du régulateur et $G(s)$ est la fonction de transfert du système.

La norme H^∞ de $L(j\omega)$ est définie comme la valeur singulière maximale de $L(j\omega)$, calculée à la pulsation ω . Mathématiquement, cela peut être exprimé comme :

$$\|L(j\omega)\|_\infty = \bar{\sigma}(L(j\omega)) \quad (II.22)$$

Si cette norme est inférieure à 1 pour toutes les pulsations ω , alors le système en boucle fermée est stable.

En d'autres termes :

$$\bar{\sigma}(L(j\omega)) < 1 \quad \forall \omega \quad (II.23)$$

Ce théorème offre une condition suffisante, facile à vérifier, pour conclure à la stabilité du système en boucle fermée, en se basant uniquement sur la stabilité du système en boucle ouverte. C'est un outil précieux pour l'analyse et la conception des systèmes de contrôle.

II.11 SPÉCIFICATION SUR LA STABILITÉ ET LES PERFORMANCES

II.11.1 SPÉCIFICATION SUR LA STABILITÉ

À basse fréquence, même une légère incertitude peut avoir des conséquences importantes, tandis qu'à haute fréquence, cette incertitude peut devenir encore plus problématique, dépassant parfois même 100%. C'est pourquoi nous introduisons une spécification de stabilité W_t , qui agit comme une limite sur les perturbations paramétriques à la sortie $\Delta_s(j\omega)$.

$$\Delta_s(j\omega) = [G_p(j\omega) - G(j\omega)]G^{-1}(j\omega) \quad (II.24)$$

Ces perturbations représentent les différences entre le modèle simplifié que nous utilisons pour la synthèse et le comportement réel du système [77-79].

Mathématiquement, nous exprimons la perturbation paramétrique $\Delta_s(j\omega)$ comme la différence entre le modèle perturbé $G_p(j\omega)$ et le modèle nominale $G(j\omega)$. Cette expression nous permet de quantifier l'ampleur de l'incertitude à différentes fréquences en utilisant les valeurs singulières maximales [77-79].

$$\bar{\sigma}[\Delta_s(j\omega)] = \bar{\sigma} \left[[G_p(j\omega) - G(j\omega)]G^{-1}(j\omega) \right] \quad (II.25)$$

La spécification sur la stabilité devient comme

$$\bar{\sigma}[\Delta_s(j\omega)] \leq \bar{\sigma}[W_t(j\omega)] \quad \forall \omega \quad (II.26)$$

II.11.2 SPECIFICATION SUR LES PERFORMANCES

Pour garantir une erreur statique nulle, le temps de réponse du système en boucle fermée doit être similaire à celui du processus en boucle ouverte, et sa réponse ne doit pas présenter de dépassement significatif, l'équation suivante doit être vérifiée :

$$W_p(s) = \left[\frac{1+\alpha s}{\alpha s} \right] I_n \quad (II.27)$$

La fonction de transfert $W_p(s)$ décrit comment la perturbation paramétrique affecte le système dans le domaine fréquentiel. Elle indique comment les variations dans les paramètres du système se traduisent en variations dans la sortie du système. En modifiant α , on peut ajuster la manière dont la perturbation paramétrique influence le système [77, 80].

II.12 CONDITIONS DE ROBUSTESSE SUR LA STABILITE ET LES PERFORMANCES

Les conditions de robustesse sur la stabilité et les performances sont essentielles pour garantir qu'un système en boucle fermée reste stable et performant malgré les incertitudes inhérentes au système. Ces incertitudes peuvent provenir d'approximation dans la modélisation du système, de changements dans les paramètres physiques, ou d'autres sources imprévues de variabilité. Dans le cadre d'un tel système, représenté par la matrice de transfert nominale $G(s)$, les incertitudes sont souvent modélisées sous forme multiplicative, ce qui signifie que le système réel $G_p(j\omega)$ est perturbé par une incertitude $\Delta s(j\omega)$, telle que $G_p(j\omega) = (Ip + \Delta s(j\omega))G(j\omega)$. Cette incertitude agit sur la sortie, modifiant ainsi le comportement dynamique du système [80, 81].

Pour analyser la robustesse, on s'appuie sur deux matrices importantes : la matrice de sensibilité $S(j\omega)$, qui représente la réponse du système aux perturbations en boucle fermée, et la matrice de sensibilité complémentaire $T(j\omega)$, qui capture la réponse directe du système aux variations d'entrée. Afin d'assurer à la fois la stabilité et les performances du système, on

impose des contraintes sur les valeurs singulières maximales de ces matrices par rapport à des poids spécifiques : $W_p(j\omega)$ pour les performances et $W_t(j\omega)$ pour la stabilité.

II.12.1 CONDITIONS DE ROBUSTESSE SUR LA STABILITE

La condition de robustesse en termes de stabilité est obtenue lorsque le système est capable de rejeter efficacement les bruits de mesure. Pour un système multivariable soumis à des perturbations multiplicatives à la sortie, sa stabilité est déterminée par de bonnes marges de gain et de phase. Ainsi, il est nécessaire de veiller à ce que les gains principaux du processus se situent en dessous de l'inverse des valeurs singulières maximales de la matrice des spécifications sur la stabilité est représentée par $Wt(s)$ [77, 80].

$$\bar{\sigma}[T_y(j\omega)]\bar{\sigma}[W_t(j\omega)] \leq 1 \quad \forall \omega \quad (II.28)$$

$$\bar{\sigma}[T_y(j\omega)] \leq \frac{1}{\bar{\sigma}[W_t(j\omega)]} \quad \forall \omega \quad (II.29)$$

II.12.2 CONDITIONS DE ROBUSTESSE SUR LES PERFORMANCES

Cette condition garantit que le système suit la référence et rejette efficacement les perturbations. Elle impose que les valeurs singulières maximales de la matrice de sensibilité soient inférieures à l'inverse de celles de la spécification de performance. En pratique, $S(s)$ doit être assez faible pour minimiser l'erreur de suivi et maximiser le rejet des perturbations. Cette contrainte est vérifiée sur tout le spectre, notamment aux basses fréquences, où $Wp(s)$ joue un rôle dominant pour garantir les performances [77, 80].

$$\bar{\sigma}[S_y(j\omega)]\bar{\sigma}[W_p(j\omega)] \leq 1 \quad \forall \omega \quad (II.30)$$

$$\bar{\sigma}[S_y(j\omega)] \leq \frac{1}{\bar{\sigma}[W_p(j\omega)]} \quad \forall \omega \quad (II.31)$$

II.13 CONCLUSION

Dans ce chapitre consacré à la commande robuste, nous avons présenté les concepts de base du contrôle robuste des systèmes linéaires, ainsi que les performances essentielles attendues des contrôleurs robustes. Le contrôle robuste vise à assurer la stabilité et les performances d'un système face aux incertitudes et aux variations de ses paramètres. Nous

avons examiné les différents types d'incertitudes, notamment les incertitudes paramétriques et dynamiques, qui permettent de quantifier l'effet des dynamiques négligées lors de la modélisation. Nous avons discuté de la condition de robustesse pour garantir la stabilité robuste du système, ainsi que la condition de robustesse pour les performances nominales du système en boucle fermée. Toutefois, il est important de souligner que la satisfaction simultanée de ces deux conditions de robustesse dans la même plage de fréquences peut s'avérer difficile. Par conséquent, la conception d'un contrôleur robuste implique de trouver un compromis de robustesse pour répondre aux exigences du système tout en tenant compte des contraintes et des limitations. La réalisation de telles études requiert donc des compétences techniques avancées et une solide compréhension de la théorie du contrôle de la part des ingénieurs en automatique.

CHAPITRE III

COMMANDE ROBUSTE PAR

LA SYNTHÈSE LQG/LTR

CHAPITRE III

COMMANDE ROBUSTE PAR LA SYNTHÈSE LQG/LTR

III.1 Introduction	55
III.2 Commande linéaire quadratique (LQ)	55
III.2.1 COMMANDE linéaire quadratique a horizon fini	56
III.2.2 Commande linéaire quadratique a horizon infini.....	59
III.3 Résolution de l'équation de RICCATI	60
III.3.1 Propriété de matrice Hamiltonienne	61
III.4 Robustesse de la commande LQ.....	62
III.5 Commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG).....	63
III.4.1 Théorème de séparation	64
III.4.2 Choix des matrices de pondération	67
III.6 Synthèse LQG/LTR (Loop Transfert Recovery)	68
III.7 Le concept de « loop-shaping » pour la commande LQ.....	68
III.8 Condition de robustesse.....	69
III.8.1 Sur les performances en basses fréquences	69
III.8.2 Sur la stabilité en hautes fréquences	70
III.8.3 Recouvrement asymptotique	70
III.9 Synthèse LQG/LTR Duale.....	71
III.10.1 Choix des matrices des paramètres Γ et ρ	72
III.10.2 Condition de robustesse sur les performances en basses fréquences	72
III.10.3 Condition de robustesse sur la stabilité en hautes fréquences	73
III.10.4 Recouvrement asymptotique	73
III.10 Conclusion.....	74

III.1 INTRODUCTION

La théorie du contrôle robuste pour les systèmes linéaires a connu un développement significatif récemment. La plupart des méthodes de contrôle reposent sur des modèles mathématiques précis, mais cela peut être difficile en raison des erreurs d'estimation et des changements dans les paramètres du système. Une approche consiste à considérer le modèle avec des incertitudes, nécessitant ainsi des méthodes de contrôle robustes. Les techniques classiques comme le *PI* et le *PID* sont efficaces dans de nombreux cas, mais peuvent être insuffisantes face aux incertitudes et aux exigences de performances [82]. Des méthodes avancées comme le contrôle prédictif et le contrôle H^∞ sont devenues populaires pour la conception de lois de contrôle robustes. Ces méthodes intègrent des spécifications de fréquence et de temps [83], facilitant ainsi la vérification mathématique des performances. La synthèse des lois de commande garantit des performances optimales du modèle et du processus réel. Les méthodes fréquentielles et les techniques d'optimisation, développées depuis les années 1940, ont permis d'évaluer la robustesse des systèmes, notamment avec le régulateur *LQG*. Ces avancées sont cruciales pour la conception de systèmes de contrôle modernes capables de résister aux changements de paramètres et de rejeter les perturbations.

III.2 COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE (LQ)

La commande linéaire quadratique (*LQ*) est une approche fondamentale en contrôle automatique qui vise à concevoir des lois de commande optimales pour les systèmes dynamiques linéaires. Cette méthode repose sur la minimisation d'une fonction coût quadratique, d'où son nom. Les méthodes Linéaires Quadratiques ont connu un développement significatif dans les années 60, notamment grâce aux travaux de Kalman. Ces approches reposent sur la représentation en modèle d'état et la mise en place d'observateurs. Elles se révèlent particulièrement adaptées aux systèmes multivariables et présentent une mise en œuvre plus accessible.

L'objectif principal de la commande linéaire quadratique est d'obtenir une trajectoire de commande qui minimise une fonction coût associée, tout en prenant en compte les contraintes du système. Cette fonction coût prend généralement la forme d'une somme pondérée des erreurs de suivi de référence et des efforts de commande [73].

Le contrôle linéaire quadratique est particulièrement puissant pour les systèmes linéaires et offre des solutions analytiques élégantes. Il est largement utilisé dans divers domaines tels que l'ingénierie des systèmes, la robotique, l'aérospatiale, et d'autres applications où des performances optimales sont essentielles. La commande linéaire quadratique représente une approche mathématiquement robuste et efficace pour la conception de lois de commande optimales pour les systèmes dynamiques linéaires, offrant des avantages significatifs en termes de performance et de stabilité.

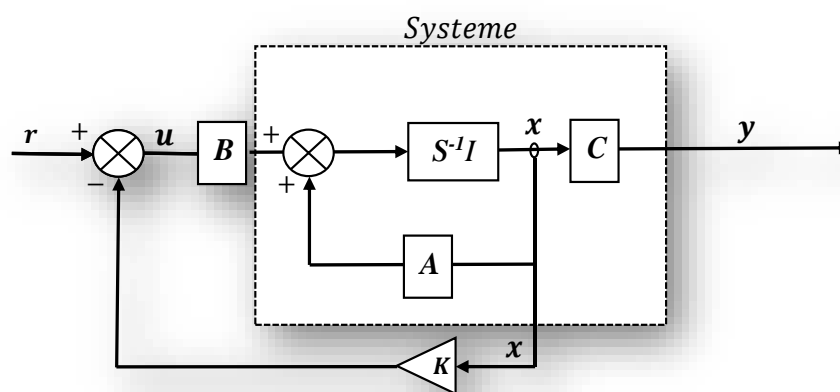


Figure III.1: Structure De La Commande LQ

III.2.1 COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE A HORIZON FINI

Dans le cas de la commande linéaire quadratique à horizon fini, le problème d'optimisation consiste à minimiser un coût quadratique défini sur un intervalle de temps borné $[t_0, t_f]$. Ce coût inclut une intégrale pondérée représentant les efforts de commande et les écarts de l'état pendant l'intervalle, ainsi qu'un terme terminal évaluant l'écart de l'état final du système. La commande linéaire quadratique à horizon fini vise donc à optimiser la trajectoire du système sur un nombre déterminé d'instantes futurs, en tenant compte à la fois du comportement dynamique et de l'état final désiré.

Cette approche est particulièrement pertinente lorsque l'on souhaite planifier un comportement sur un intervalle prédéfini, notamment dans les cas où la prédiction à long terme est difficile ou inutile. Elle offre une grande flexibilité tout en conservant les avantages de la commande linéaire quadratique classique, notamment en termes de stabilité, de performance et de structure mathématique rigoureuse.

Supposons que nous ayons un système dynamique linéaire décrit par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax(t) + B(t)u(t) \quad (\text{III.1})$$

où x est l'état du système, u est la commande, A et B sont des matrices de paramètres du système, et \dot{x} représente la dérivée temporelle de x .

Le problème de commande optimale considère un système linéaire avec une fonction coût définie sur un horizon fini [73, 84].

$$J(x_0, u) = \frac{1}{2} x^T(t_f) S x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (x^T(t) Q(t) x(t) + u^T(t) R(t) u(t)) dt \quad (\text{III.2})$$

Q , R , sont des matrices de pondération symétrique et définies positif, ($Q \geq 0$ et $R \geq 0$), le Lagrangien devient alors :

$$L(x, u, p, t) = p^T A(t)x + p^T B(t)u + \frac{1}{2} (x^T Q(t)x(t) + u^T R(t)u(t)) \quad (\text{III.3})$$

Le principe du maximum donne les conditions suivantes :

$$\frac{\partial L}{\partial u} = B^T(t)p + R(u)u = 0 \quad (\text{III.4})$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial L}{\partial x} = -A^T(t)p - Q(t)x \quad (\text{III.5})$$

$$P(t_f) = Sx(t_f) \quad (\text{III.6})$$

De l'équation (III.4), on déduit :

$$u(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)p(t) \quad (\text{III.7})$$

Alors l'équation dynamique du système s'écrit :

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) - B(t)R^{-1}(t)B^T(t)p(t) \quad (\text{III.8})$$

Les équations (III.5) et (III.8) peuvent se mettre sous la forme d'un système matriciel appelé

"Système Hamiltonien" :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t) & -B(t)R^{-1}(t)B^T(t) \\ -Q(t) & -A^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

Ecrivons $p(t) = P(t)x(t)$, comme nous y incite (III.6), avec comme condition finale

$$P(t_f) = S$$

L'équation (III.5) s'écrit alors :

$$\dot{p}(t) = -(A^T(t)P(t) + Q(t))x(t) \quad (\text{III.10})$$

Avec $\dot{p}(t) = (\dot{P}(t)x(t) + P(t)\dot{x}(t))$ et l'équation d'état (III.1) du système, l'équation s'écrit (en omettant la référence au temps afin d'alléger les notations) :

$$(\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q)x = 0 \quad (\text{III.11})$$

La solution s'obtient en résolvant ensuite l'équation différentielle de RICCATI suivante :

$$\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (\text{III.12})$$

Avec la condition finale $P(t_f) = S$

Remarquons que la condition :

$$x^T(\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q)x = 0 \quad (\text{III.13})$$

S'écrit aussi :

$$\frac{d}{dt}(x^T P x) + x^T Q x + u^T R u = 0 \quad (\text{III.14})$$

En intégrant cette relation entre τ et t_f , on obtient :

$$\frac{1}{2}x_\tau^T p(\tau)x_\tau = J_0(\tau, x_\tau, u) \quad (\text{III.15})$$

Où $J_0(\tau, x_\tau, u)$ est le critère évalué à partir $\tau \in [t_0 \quad t_f]$ (au lieu de t_0) et avec la condition initiale

$$x(t) = x_\tau \quad (\text{III.16})$$

$$J_0(\tau, x_\tau, u) = \frac{1}{2}x_\tau^T(t_f)Sx_\tau(t_f) + \int_\tau^{t_f} \frac{1}{2}(x^T Q(t)x + u^T R(t)u)dt \quad (\text{III.17})$$

Le minimum du critère est donc :

$$J(x_0) = J_0(t_0, x_0, u) = \frac{1}{2} x_0^T P(t_0) x_0 \quad (\text{III.18})$$

Il est intéressant de noter que la commande optimale obtenue s'écrit comme un retour d'état

$$u(t) = -K(t)x(t) \quad (\text{III.19})$$

Avec

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (\text{III.20})$$

Néanmoins, il est important de noter que dans cette configuration, la matrice K varie au fil du temps, même dans le cas d'un système et d'un critère temporellement invariants (c'est-à-dire lorsque les matrices A , B , Q et R sont indépendantes du temps). Cette variation est due à la dépendance temporelle persistante de la matrice $P(t)$ lorsque l'on considère un critère à temps fini.

III.2.2 COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE A HORIZON INFINI

Dans le cas de la commande LQ à horizon infini, le problème d'optimisation consiste à minimiser une fonction coût quadratique définie sur l'intervalle $[t_0, \infty]$. Cette formulation peut être appliquée aussi bien aux systèmes linéaires à temps variant (LTV) qu'aux systèmes linéaires à temps invariant (LTI). L'objectif est de déterminer, de manière continue, une loi de commande qui minimise les écarts entre l'état du système et la référence ainsi que l'effort de commande, sans avoir besoin d'un terme terminal puisque, en régime stable, l'état tend naturellement vers zéro à long terme. L'avantage principal de cette approche réside dans sa capacité à optimiser la performance globale sur une durée indéfinie. Pour un système LTI , cela conduit à un gain de retour d'état constant, obtenu via la solution stationnaire de l'équation algébrique de Riccati, garantissant ainsi une structure mathématique rigoureuse et une robustesse continue face aux perturbations. Par ailleurs, dans le cas d'un système LTV , le critère de performance s'exprime par:

$$J(x_0, u) = \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{2} (x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)) dt \quad (\text{III.21})$$

Ce critère reste fini lorsque le système est stable à tout moment (t), ce qui implique qu'à chaque instant, une matrice $K(t)$ peut être trouvée pour assurer que les valeurs propres de $(A - BK)$ ont une partie réelle négative. Cette condition de stabilité garantit une réponse stable du système en boucle fermée à toutes les périodes [73, 84].

Dans le contexte d'un problème *LTI* (système linéaire à temps invariant), la commande optimale adopte la forme d'un retour d'état constant. Cela signifie que la matrice de gain K demeure constante au fil du temps, simplifiant ainsi la mise en œuvre de la commande optimale. Cette stabilité constante du retour d'état contribue à assurer la performance optimale du système sur un horizon infini.

Dans l'équation (III.19), la matrice de gain K est déterminée par l'équation suivante :

$$u(t) = -Kx(t) \quad (III.22)$$

Et la matrice P doit satisfaire l'équation algébrique de RICCATI :

$$\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (III.23)$$

On peut dériver l'équation de LYAPUNOV en boucle fermée à partir de l'équation de RICCATI en boucle ouverte (équation (III.23)) et du gain optimal (équation (III.20)). En procédant à l'ajout et à la soustraction de $PBR^{-1}B^T P$ dans l'équation (III.23), on obtient :

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) + Q + K^T R K = 0 \quad (III.24)$$

III.3 RESOLUTION DE L'EQUATION DE RICCATI

L'équation de RICCATI (III.23) peut être écrite sous forme matricielle comme le suivant [79, 85]:

$$\begin{bmatrix} P & -I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n \\ P \end{bmatrix} = 0 \quad (III.25)$$

Ou la matrice hamiltonienne associée à l'équation de RICCATI est :

$$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (III.26)$$

III.3.1 PROPRIÉTÉ DE MATRICE HAMILTONIENNE

La propriété de la matrice Hamiltonienne revêt une importance significative dans l'analyse de la stabilité des systèmes en boucle fermée. Considérant une matrice Hamiltonienne H associée à un système linéaire, les deux n valeurs propres de H peuvent être décomposées en deux ensembles distincts.

Premièrement, les n premières valeurs propres correspondent aux valeurs propres stables de la matrice $(A - BK)$ dans la boucle fermée. Ces valeurs propres stables sont déterminées par le calcul du déterminant de $sI - (A - BK)$. La stabilité de ces valeurs propres indique la capacité du système à revenir à l'équilibre après une perturbation, assurant ainsi une réponse dynamique stable.

Appliquons une transformation régulière à la matrice Hamiltonienne H en utilisant la matrice M comme suit [86, 87]:

$\tilde{H} = M^{-1}HM$ Où M est une matrice particulière définie comme

$$M = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ P & I_n \end{bmatrix} \quad (III.27)$$

Et

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ -P & I_n \end{bmatrix} \quad (III.28)$$

Après cette transformation, la matrice H prend la forme suivante :

$$\tilde{H} = M^{-1}HM = \begin{bmatrix} A - BK & -BR^{-1}B^T \\ 0 & -(A - BK)^T \end{bmatrix} \quad (III.29)$$

Ainsi, l'équation caractéristique de H peut être exprimée comme :

$$\begin{cases} \det(sI_{2n} - \tilde{H}) = \det(sI_{2n} - H) \\ = \det(sI_{2n} - (A - BK))\det(sI_{2n} + (A - BK)^T) \end{cases} \quad (III.30)$$

Cette transformation régulière, démontrée par la matrice M , conserve les caractéristiques essentielles du système en boucle fermée tout en simplifiant la forme de la matrice Hamiltonienne.

III.4 ROBUSTESSE DE LA COMMANDE LQ

La matrice de transfert du système boucle ouvert s'écrit :

$$L(s) = K(sI - A)^{-1}B \quad (III.31)$$

En peut écrire l'équation de Riccati sous la forme suivante :

$$Q - PBR^{-1}B^TP - (-sI - A^T)P - P(sI - A) = 0 \quad (III.32)$$

La robustesse de la commande LQ peut être mieux comprise à travers l'analyse de l'équation de Riccati et des différences de retour. Après avoir multiplié chaque terme à droite par $(sI - A)^{-1}B$ et à gauche par $B^T(-sI - A^T)^{-1}$, nous obtenons une équation reformulée qui implique les gains K du retour d'état, notés $B^TP = RK$ et $PB = K^TR$ puisque $K = -R^{-1}B^TP$. Cela aboutit à l'équation de la différence de retour :

$$(I + B(-sI - A^T)^{-1}K^T)R(I + K(sI - A)^{-1}B) = R + B^T(-sI - A^T)^{-1}Q(sI - A)^{-1}B \quad (III.33)$$

En domaine fréquentiel, avec $s = j\omega$, l'équation devient :

$$(I + K\Phi(j\omega)B)^*R(I + K\Phi(j\omega)B) = R + (\Phi(j\omega)B)^*Q\Phi(j\omega)B \quad (III.34)$$

Où $\Phi(j\omega) = (j\omega I - A)^{-1}$ réponse en fréquence du système ouvert et M^* est le conjugué transposé de M .

Restreignons-nous au cas particulier où $R = \rho I$, avec ρ une constante positive et I la matrice identité. De plus, supposons que la matrice Q puisse être factorisée sous la forme $Q = H^TH$, où H est une matrice. Cette simplification permet de reformuler les équations en termes des valeurs singulières et des propriétés de robustesse du système.

$$(I + K\Phi(j\omega)B)^*(I + K\Phi(j\omega)B) = I + \frac{1}{\rho}(H\Phi(j\omega)B)^*(H\Phi(j\omega)B) \quad (III.35)$$

On en déduit les valeurs singulières de $I + K\Phi(j\omega)B$ comme suit :

$$\sigma_i(I + K\Phi(j\omega)B) = \sqrt{\lambda_i((I + K\Phi(j\omega)B)^*(I + K\Phi(j\omega)B))} \quad (III.36)$$

$$\sigma_i(I + K\Phi(j\omega)B) = \sqrt{1 + \frac{1}{\rho}\sigma_i^2(H\Phi(j\omega)B)} \quad (III.37)$$

Et

$$\sigma_i(I + K\Phi(j\omega)B) \geq 1 \quad (\text{III.38})$$

La valeur propre λ_i correspond à la $i^{\text{ème}}$ valeur propre de la matrice. En système monovarié, ce résultat se comprend aisément sur le diagramme de Nyquist, où la distance au point -1 reste toujours supérieure à 1. Cela montre que la commande LQ possède une propriété de robustesse importante : une marge de module égale à 1. En conséquence, les intervalles de variation pour le gain et la phase sont respectivement : marge de gain]0.5 ; +∞[, et marge de phase]-60°;+60° [[80, 88-91].

III.5 COMMANDE LINEAIRE QUADRATIQUE GAUSSIENNE (LQG)

La commande LQG s'avère être une solution pertinente pour les systèmes dont l'état n'est pas directement mesuré. Son développement initial, à partir du début de la seconde moitié du 20^e siècle, était étroitement lié au programme spatial Apollo, où elle a été utilisée avec succès pour la stabilisation des lanceurs. Elle a ensuite évolué pour devenir la première méthode générale de commande pour les systèmes multivariables, comme en témoigne la richesse des publications consacrées à ce domaine.

Malgré l'émergence de la commande H^∞ vers la fin du 20^{ème} siècle en tant qu'alternative sérieuse pour le contrôle robuste des systèmes multivariables, la commande LQG reste un standard industriel reconnu. Le critère d'optimalité dans le contexte de la commande LQG repose sur une grandeur probabiliste, à savoir l'espérance mathématique d'un critère quadratique. De plus, la sortie (qui correspond au vecteur des grandeurs à régler ou des variables mesurées) est souvent sujette à des perturbations, et atténuer ou rejeter ces bruits ne peut pas toujours être réalisé par simple retour d'état.

Il est également important de souligner qu'il n'est pas toujours réalisable, voire jamais, de mesurer directement l'état nécessaire pour le retour d'état.

Soit le système dynamique stochastique d'équation d'état [78, 92]:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \\ y = Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

Avec :

w Le bruit d'état et v le bruit de mesure. Sont des bruits blancs centrés de variance

$$E\{w w^T\} = W \geq 0 \text{ et } E\{v v^T\} = V > 0 \quad (\text{III.40})$$

Ce problème consiste à minimiser le critère suivant [93]

$$J(x_0, u) = \lim_{t_f \rightarrow \infty} E\left(\frac{1}{t_f} \int_{t_0}^{t_f} \left((x(t))^T Q x(t) + (u(t))^T R u(t) \right) dt\right) \quad (\text{III.41})$$

La solution de ce problème de commande optimale est connue sous le nom de théorème de séparation, le réglage du correcteur LQG repose sur un réglage séparé du filtre de KALMAN et de la commande LQ (par retour d'état), ce qui nécessite de régler le filtre de KALMAN par les matrices de variance V et W de sorte que l'état soit bien reconstruit et de régler la commande LQ par les matrices de pondération Q et R pour avoir un bon retour d'état.

III.4.1 THEOREME DE SEPARATION

La solution d'un problème LQG de commande optimale de processus stochastique est bien connue sous le nom « *théorème de séparation* ». Il énonce que la solution du problème est composée de deux parties :

1- Un observateur de Kalman émettant de donner l'estimée \hat{x} de x qui est non biaisé et a variance minimale. L'estimée \hat{x} de l'état x du Filtre de KALMAN et donner par l'équation suivante

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x} - Du) \quad (\text{III.42})$$

Où K_f représente le gain optimal du Filtre de KALMAN.

2- La commande par retour d'état $u(t) = -K\hat{x}(t)$ à appliquer où K est calculé en considérant le problème LQ correspondant (en enlevant v et w de l'équation d'état, et E dans le critère (III.41)).

Le Calcul le gain optimal du Filtre de KALMAN en régime permanent, Où K_f est le gain optimal du Filtre de KALMAN.

$$K_f = P_f C^T V^{-1} \quad (\text{III.43})$$

Ce théorème est intéressant dans la mesure où il donne une solution complète au problème comme étant la réunion de deux solutions séparées des deux problèmes plus simples et déjà résolus ; celui de la commande LQ et celui de l'estimation de KALMAN.

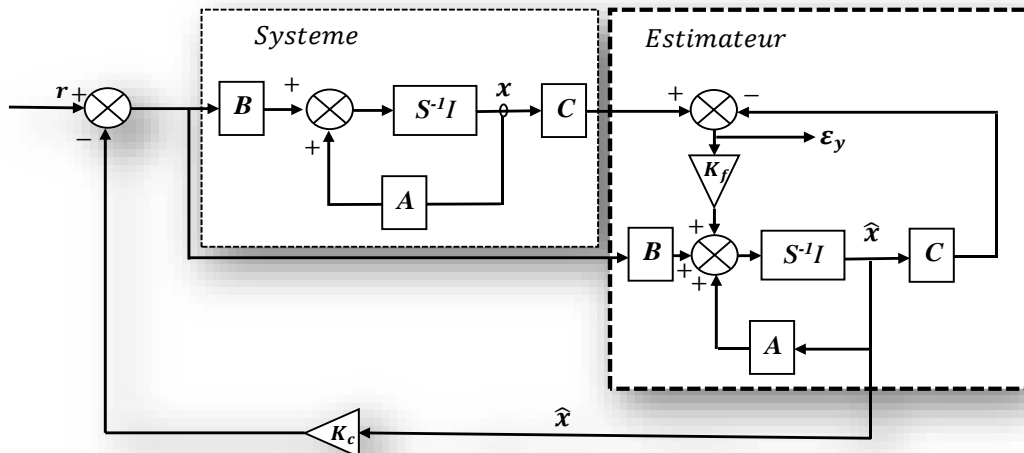


Figure III.2: Structure De La Commande LQG

Le critère mathématique que l'on cherche à minimiser est $\min_{K_f} J_G$

$$J_G = E(\epsilon_x^T \epsilon_x) \tag{III.44}$$

En utilisant les équations (III.41) et (III.42), on peut dériver l'équation qui décrit l'évolution de l'erreur d'estimation :

$$\dot{\epsilon}_x = (A - K_f C)\epsilon_x + [I_n - K_f] \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} \tag{III.45}$$

Le vecteur d'entrée augmenté $[w^T \ v^T]^T$ représente un bruit blanc gaussien centré avec une densité spectrale de $\begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & v \end{bmatrix}$, car w et v sont indépendants. Les notations $M(t_0)$ et $P_f(t_0)$ sont utilisées pour représenter la moyenne et la covariance de l'erreur d'estimation initiale $\epsilon_x(t_0)$. En conséquence, $\epsilon(t)$ se présente comme un signal aléatoire gaussien avec une moyenne et de covariance définie par :

1- La moyenne de l'erreur d'estimation

$$m(t) = E[\mathcal{E}_x(t)] = e^{(A-K_f C)(t-t_0)} m(t_0) \quad (\text{III.46})$$

2- La covariance de l'erreur d'estimation

$$P_f(t) = [(\mathcal{E}_x(t) - m(t))(\mathcal{E}_x(t) - m(t))^T] \quad (\text{III.47})$$

Le filtre est stable si $P_f(t)$ vérifiant l'équation différentielle suivante

$$\dot{P}_f(t) = (A - K_f C)P_f(t) + P_f(t)(A - K_f C)^T + [I_n \quad -K_f] \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n^T \\ -K_f^T \end{bmatrix} \quad (\text{III.48})$$

$\dot{P}_f(t) = 0$ et $P_f(t) = P_f$ vérifie alors l'équation de LYAPUNOV en régime permanent

Alors

$$(A - K_f C)P_f(t) + P_f(t)(A - K_f C)^T + [I_n \quad -K_f] \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n^T \\ -K_f^T \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III.49})$$

$$(A - K_f C)P_f + P_f(A - K_f C)^T + W + K_f V K_f^T = 0 \quad (\text{III.50})$$

Les deux équations (III.24) et (III.50) révèlent une dualité remarquable entre l'estimation et la commande, cela nous permet d'exprimer directement les conditions d'optimalité du gain K_f à partir de celles obtenues pour le gain K de la commande LQ établissant des correspondances significatives :

$$\begin{array}{ll} A \Leftrightarrow A^T & K \Leftrightarrow K_f^T \\ B \Leftrightarrow C^T & P \Leftrightarrow P_f \\ R \Leftrightarrow V & Q \Leftrightarrow W \end{array} \quad (\text{III.51})$$

Par conséquent, elles nous permettront d'exprimer directement les conditions d'optimalité du gain K_f à partir de celles obtenues pour le gain K de la commande LQ , ou $K_f = P_f C^T V^{-1}$ et P_f satisfait l'équation de RICCATI suivante :

$$P_f A^T + A P_f - P_f C^T V^{-1} C P_f + W = 0 \quad (\text{III.52})$$

Et

$$P_f = P_f^T > 0 \quad (\text{III.53})$$

En utilisant l'estimation \hat{x} dans le cadre de la commande par retour d'état $u = -Kx(t)$, nous la traitons comme si elle représentait la mesure exacte du vecteur d'état x . Le calcul de la matrice K est effectué en prenant en considération le problème de commande optimale linéaire, spécifiquement par la méthode LQ . Cela se fait en éliminant les composantes v et w de l'équation d'état (III.39). Cette approche permet d'utiliser l'estimation \hat{x} comme une substitution fiable du vecteur d'état réel dans le contexte de la commande, où la matrice K est déterminée par les principes de la commande optimale linéaire.

$$u = -K\hat{x} \quad (III.54)$$

Et

$$\begin{cases} K = R^{-1}B^T P \\ PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \end{cases} \quad (III.55)$$

D'où la formulation de l'état du contrôleur LQG est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK - K_f C + K_f DK & K_f \\ -K & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ y \end{bmatrix} \quad (III.56)$$

À partir de l'équation (III.56), on peut déduire la matrice de transfert du contrôleur $K(s)$:

$$K(s) = -K(sI - A + BK + K_f C - K_f DK)^{-1} K_f \quad (III.57)$$

III.4.2 CHOIX DES MATRICES DE PONDERATION

La conception du régulateur LQG (Linear Quadratic Gaussian) repose sur une méthodologie rigoureuse qui implique la définition et l'ajustement de plusieurs matrices de pondération. Plus précisément, quatre matrices sont introduites ; Q et R pour la commande par retour d'état optimal, et V et W pour l'estimation de l'état dans le cadre de l'observateur, à savoir le filtre de Kalman. Le processus de synthèse commence par l'ajustement des matrices V et W afin de garantir une estimation précise de l'état du système, même en présence de bruits de mesure ou de perturbations externes. Une fois cette première étape réalisée, les matrices Q et R sont déterminées pour optimiser la commande par retour d'état. Une méthode couramment utilisée pour leur définition consiste à poser $Q = H^T H$ et $R = \rho I_n$ où H est choisi pour représenter les objectifs de performance du système, tels que l'amortissement, le temps de réponse ou la pondération des variables d'état, tandis que ρ est un scalaire ajusté pour équilibrer le compromis

entre l'effort de commande et la minimisation des écarts par rapport aux états souhaités. Cette méthodologie séquentielle, préconisée dans la synthèse *LQG/LTR* (Loop Transfer Recovery), permet d'abord de garantir une reconstruction robuste et fiable des états du système grâce à l'ajustement des matrices V et W , puis d'optimiser les performances dynamiques du retour d'état à l'aide des matrices Q et R . Ainsi, cette approche méthodique équilibre la précision de l'estimation et l'optimisation des performances, tout en assurant la robustesse du système face aux incertitudes et perturbations [94, 95].

III.6 SYNTHÈSE LQG/LTR (LOOP TRANSFERT RECOVERY)

L'approche *LQG/LTR* (Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery) combine deux techniques pour concevoir des systèmes de contrôle robustes et optimaux. La partie *LQG* optimise les performances d'un système linéaire en minimisant une fonction coût quadratique, tout en utilisant un filtre de KALMAN pour estimer les états non mesurés du système. Le contrôleur est conçu pour équilibrer la précision du suivi et l'effort de commande, avec une matrice de pondération Q pour les états et R pour l'effort de commande. Cependant, pour garantir la robustesse face aux incertitudes, l'approche *LTR* intervient en ajustant la réponse du système en boucle fermée. En ajustant les matrices de variance W et V , on s'assure que la matrice de transfert de boucle ouverte converge vers la solution *LQ* idéale, garantissant ainsi une meilleure robustesse face aux perturbations et variations des paramètres. Cette approche combine les avantages de la *LQG*, qui cherche à optimiser les performances nominales, avec la *LTR*, qui vise à renforcer la capacité du système à maintenir des performances acceptables dans des conditions moins idéales, assurant ainsi une meilleure adaptation aux incertitudes du système. Cette approche intégrée permet donc d'optimiser les performances nominales tout en rendant le système plus résilient aux incertitudes, ce qui est particulièrement utile dans les environnements complexes ou incertains [81].

III.7 LE CONCEPT DE « LOOP-SHAPING » POUR LA COMMANDE LQ

Le loop shaping est une technique de conception de systèmes de contrôle qui consiste à ajuster la fonction de transfert en boucle ouverte $L(s) = G(s)K(s)$, où $G(s)$ est la plante (le modèle du système à contrôler) et $K(s)$ est le contrôleur. L'objectif de cette méthode est

d'assurer la stabilité, la robustesse, et de bonnes performances en modifiant le comportement en boucle ouverte du système avant la synthèse finale du contrôleur. Cela se fait par l'ajout de matrices de pondération qui imposent des contraintes sur les valeurs singulières de la fonction de transfert, en boucle ouverte ou fermée, pour atteindre les spécifications de performance souhaitées.

Pour assurer un bon rejet des perturbations et minimiser l'erreur de suivi, la matrice de transfert en boucle ouverte doit avoir un gain élevé en basses fréquences, car les perturbations et les signaux lents (à basse fréquence) nécessitent une forte correction. En revanche, pour atténuer les bruits, qui sont généralement des signaux à hautes fréquences, il est nécessaire d'avoir un gain plus faible dans ces fréquences afin de réduire leur effet dans la boucle de commande. Ce compromis entre gain en basses et hautes fréquences permet d'équilibrer la gestion des perturbations et la réduction du bruit, tout en garantissant la stabilité globale du système.

La méthode *LQG/LTR* se déroule en deux étapes principales : d'abord, la conception d'un filtre optimal via un filtre de Kalman pour obtenir une boucle cible avec la forme désirée ; ensuite, la récupération de cette forme de boucle en utilisant un design de contrôleur optimal en résolvant une équation de Riccati modifiée. Cette procédure assure que le gain récupéré stabilise le système et offre des marges de gain et de phase robustes. Finalement, le loop shaping permet de concevoir des systèmes de contrôle qui non seulement atteignent les performances spécifiées mais maintiennent également une robustesse face aux perturbations et aux incertitudes, assurant ainsi une réponse rapide et précise du système global [71, 96].

III.8 CONDITION DE ROBUSTESSE

III.8.1 SUR LES PERFORMANCES EN BASSES FRÉQUENCES

Les valeurs singulières minimales de la matrice de transfert du système en boucle fermée $L_{LQ}(s)$ sont nettement élevées

$$\underline{\sigma}[L_{LQ}] \gg 1 \quad (\text{III.58})$$

Ainsi, l'approximation des valeurs singulières de $L_{LQ}(s)$ à une fréquence ($j\omega$) devient

$$\sigma_i[L_{LQ}(j\omega)] \approx \frac{\sigma_i[H\Phi(j\omega)B]}{\sqrt{\rho}} \quad (\text{III.59})$$

Il est possible de choisir les matrices ρ et H de manière à ce que les valeurs singulières minimales soit très proche les valeurs singulières maximales, et pour satisfaire l'inégalité

$$\underline{\sigma}[I + L_{LQ}(j\omega)] \geq \sigma_i[W_p(j\omega)] \quad (\text{III.60})$$

On obtient l'approximation

$$\underline{\sigma}[L_{LQ}(j\omega)] \geq \sigma_i[W_p(j\omega)] \quad (\text{III.61})$$

D'où, la condition suivante est dérivée.

$$\underline{\sigma}[L_{LQ}(j\omega)] \approx \frac{\sigma_i[H\Phi(j\omega)B]}{\sqrt{\rho}} \geq \sigma_i[W_p(j\omega)] \quad (\text{III.62})$$

III.8.2 SUR LA STABILITE EN HAUTES FREQUENCES

Pour les hautes fréquences où ($\omega \gg 1$), L'approximation

$$\bar{\sigma}[L_{LQ}(j\omega)] \approx \bar{\sigma}[HB]/\omega\sqrt{\rho} \quad (\text{III.63})$$

Est valide, et la fréquence de coupure maximale est exprimée de manière

$$\omega_{cmax} = \bar{\sigma}[HB]/\sqrt{\rho} \quad (\text{III.64})$$

Pour assurer la robustesse de la stabilité, il est impératif de respecter la condition

$$\omega_{cmax} = \bar{\sigma}[HB]/\sqrt{\rho} \leq \omega_m \quad (\text{III.65})$$

Où ω_m représente la fréquence de coupure de l'inverse de la valeur singulière maximale de la spécification sur la stabilité $1/\bar{\sigma}[W_t]$.

III.8.3 RECOUVREMENT ASYMPTOTIQUE

L'approche envisagée vise à régler les matrices et le filtre de Kalman en partant d'une configuration nominale, tout en modulant progressivement le paramètre du nouveau réglage selon l'équation.

$$W = W_0 + q^2 \cdot BB^T \quad (\text{III.66})$$

$$V = V_0 \quad (III.67)$$

L'objectif est que la réponse en boucle fermée converge asymptotiquement vers la réponse de la méthode LQR, comme exprimé par

$$\lim_{q \rightarrow \infty} K(s)G(s) = K_c(sI - A)^{-1}B \quad (III.68)$$

Ici

$$K(s) = K_c(sI - A + Bk_c + K_f C)^{-1}K_f \quad (III.69)$$

Et

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (III.70)$$

Cette démarche de conception du contrôleur *LQG* (Linear Quadratic Gaussian) implique une évolution progressive du paramètre q , représentant la pondération de la variance du bruit de mesure dans le filtre de Kalman. Initialement basé sur les matrices de variance nominale W_0 et V_0 , le contrôleur est ajusté en augmentant graduellement q vers l'infini. L'objectif est d'assurer que le transfert de la boucle ouverte $K(s).G(s)$ du contrôleur (*LQG*) englobe, sur une bande de fréquence suffisamment large, le transfert de la boucle ouverte de retour d'état (*LQR*) lorsque la valeur de q tend vers l'infini. Cette démarche vise à accroître la robustesse du contrôleur, garantissant ainsi une performance satisfaisante du système de commande dans des conditions variées. L'augmentation graduelle de q permet d'adapter le contrôleur pour répondre aux exigences de robustesse spécifiques, assurant ainsi une régulation optimale tout en préservant la stabilité du système dans des scénarios opérationnels diversifiés. Ces ajustements progressifs sont essentiels pour affiner la régulation du système et garantir une convergence souhaitée au fil du temps, contribuant ainsi à la stabilité et à la performance du système dynamique considéré.

III.9 SYNTHÈSE LQG/LTR DUALE

Dans la synthèse *LQG/LTR* duale, en combinant le filtre de Kalman et la commande par retour d'état LQ tout en intégrant des propriétés de robustesse. Tout d'abord, le filtre de Kalman est calculé en choisissant de manière appropriée les matrices de covariance des bruits W et V , où $W = \Gamma\Gamma^T$ représente la covariance du bruit du modèle, et $V = \rho I$ la covariance du bruit de

mesure, avec ρ comme paramètre réglable. Ces matrices sont ajustées pour garantir une estimation robuste et précise des états du système, même en présence de bruits et d'incertitudes, en prenant en compte les propriétés de robustesse duale [81]. Une fois l'estimateur conçu, la commande optimale par retour d'état est calculée à l'aide des matrices de pondération Q et R , définies pour atteindre les objectifs de performance. Le réglage de Q et R permet d'équilibrer la minimisation des écarts d'état souhaités (pondéré par Q) et la réduction de l'effort de commande (pondéré par R). L'objectif final est que la matrice de transfert de la boucle ouverte du système résultant, combinant le filtre de Kalman et la commande LQ , converge progressivement vers celle obtenue par le filtre de Kalman seul. Cette approche garantit une cohérence entre l'estimation et la commande, tout en assurant robustesse, stabilité et performance globale du système face aux perturbations et incertitudes.

III.10.1 CHOIX DES MATRICES DES PARAMETRES Γ ET ρ

Le choix soigneux des matrices pour les paramètres Γ et ρ est crucial dans la conception d'un système de commande robuste. Ces matrices jouent un rôle direct dans les performances, la stabilité et la robustesse du système. Inspirée par l'approche du "loop-shaping" de la commande LQ, notre démarche vise à assurer des propriétés de robustesse duale. La condition de robustesse sur les performances en basses fréquences requiert un choix délibéré de la matrice Γ pour aligner étroitement le spectre de la boucle fermée avec celui du produit $C\Phi\Gamma$, tout en respectant les spécifications de pondération. De même, la condition de robustesse sur la stabilité en hautes fréquences souligne l'importance de l'ajustement de ρ pour maintenir la stabilité du système dans divers scénarios dynamiques, en garantissant que la fréquence critique reste inférieure ou égale à la fréquence de coupure. Ainsi, le réglage de ces matrices est essentiel pour équilibrer performances, stabilité et robustesse, contribuant à la conception d'un système de commande fiable et efficace.

III.10.2 CONDITION DE ROBUSTESSE SUR LES PERFORMANCES EN BASSES FREQUENCES

Les valeurs singulières de $L_{FK}(j\omega)$ à une fréquence (ω) devient

$$\underline{\sigma}[L_{FK}(j\omega)] \approx \frac{\underline{\sigma}[C\Phi(j\omega)\Gamma]}{\sqrt{\rho}} \quad (III.71)$$

$$\frac{\underline{\sigma}[C\Phi(j\omega)\Gamma]}{\sqrt{\rho}} \geq \bar{\sigma}[W_p(j\omega)] \quad (III.72)$$

Il est possible de choisir les matrices Γ et ρ de manière à ce que les valeurs singulières minimales de $\sigma[L_{FK}(j\omega)]$ soit très proche des valeurs singulières maximales.

III.10.3 CONDITION DE ROBUSTESSE SUR LA STABILITE EN HAUTES FREQUENCES

Afin d'assurer la robustesse de la stabilité, la condition qui doit être satisfaite est :

$$\omega_{cmax} = \bar{\sigma}[C\Gamma]/\sqrt{\rho} \leq \omega_m \quad (\text{III.73})$$

Où ω_m représente la fréquence de coupure correspondant à l'inverse de la valeur singulière maximale spécification sur la stabilité W_t , cette condition est essentielle pour garantir la stabilité du système dans des conditions dynamiques variées. La fonction de transfert de la boucle ouverte du filtre de Kalman, notée $L_{FK}(j\omega) = C\Phi(j\omega)K_f$ est déterminante dans cette équation. En ajustant de manière appropriée Γ et ρ , en veillant à ce que la fréquence critique ω_{cmax} demeure inférieure ou égale à la fréquence de coupure ω_m . Ce processus de réglage contribue à maintenir une performance robuste et stable du système dans des scénarios opérationnels variés.

III.10.4 RECOUVREMENT ASYMPTOTIQUE

La deuxième approche de conception se concentre sur le théorème du LTR dual, en ajustant les matrices du retour d'état LQ. Initialement basé sur un réglage nominal, ce processus implique une augmentation graduelle du paramètre du nouveau réglage, défini par

$$Q = Q_0 + q^2 \cdot C^T C \quad (\text{III.74})$$

$$R = R_0 \quad (\text{III.75})$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} K(s)G(s) = C(sI - A)^{-1}K_f \quad (\text{III.76})$$

Ici

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (\text{III.77})$$

Le théorème présenté démontre que, à mesure que le paramètre q tend vers l'infini, le transfert de la boucle ouverte $G(s).K(s)$ du contrôleur LQG englobe, sur une bande de fréquence suffisamment large. Cette propriété offre une perspective intéressante pour la conception du contrôleur LQG. Initialement configuré avec des matrices de pondération nominale Q_0 et R_0 pour la commande par retour d'état (LQ), le contrôleur est progressivement ajusté en

augmentant graduellement le paramètre q . L'objectif est d'atteindre une robustesse accrue, alignant ainsi le comportement du contrôleur avec les caractéristiques du filtre de Kalman lorsque q évolue vers l'infini. Ce processus d'ajustement progressif contribue à optimiser la performance du contrôleur LQG , permettant ainsi d'assurer une régulation robuste du système dans une gamme étendue de conditions opérationnelles.

III.10 CONCLUSION

Dans ce chapitre, une étude approfondie met en lumière l'impact positif des commandes linéaires sur les systèmes multivariables, notamment en soulignant la pertinence de la commande LQG et sa mise en œuvre à travers un observateur. Toutefois, cette analyse révèle la nécessité impérieuse d'améliorer les marges de stabilité pour accroître la robustesse du système. C'est dans cette perspective que la méthode LTR est appliquée, capitalisant sur les avantages persistants des commandes linéaires quadratiques (LQ) en raison de leur facilité d'implémentation et de leur gain fixe attrayant. Le chapitre adopte un formalisme centré sur la synthèse d'un contrôleur robuste par la technique LQG/LTR , destiné à être exploité ultérieurement dans notre étude de simulation. De plus, ce chapitre approfondit les problèmes spécifiques au contrôle LQG/LTR , proposant des solutions et détaillant la conception basée sur la mise en forme de boucle. Cette approche démontre l'importance de l'intégration de méthodes variées pour parvenir à des systèmes de commande efficaces et résilients.

En parallèle, ce chapitre s'inscrit dans une démarche analytique approfondie, explorant divers aspects de la conception des systèmes de commande LQG/LTR . Il met en exergue le concept de "loop-shaping" associé à la commande LQ , soulignant son rôle crucial dans la manipulation des caractéristiques de la boucle ouverte pour atteindre des performances optimales. Le choix avisé des matrices de pondération est également mis en avant, illustrant leur impact direct sur les performances, la stabilité et la robustesse du système. Le théorème de séparation est introduit pour démontrer comment la conception peut être dissociée en deux phases distinctes, simplifiant ainsi le processus global. Les conditions de robustesse en basses et hautes fréquences sont abordées, soulignant l'importance cruciale d'assurer des performances stables à toutes les fréquences pertinentes. Enfin, le recouvrement asymptotique est mentionné, mettant en évidence la nécessité d'ajuster les paramètres du système pour qu'il converge vers le

transfert de boucle fermée de la méthode *LQR*. Ces éléments combinés reflètent une approche exhaustive de conception, alliant théorie et méthodes pratiques pour obtenir des systèmes de commande robustes et performants.

CHAPITRE IV
MODÉLISATION DE
LA TURBINE ÉOLIENNE

CHAPITRE IV

MODELISATION DE LA TURBINE EOLIENNE

- IV.1 Introduction..... 78
- IV.2 État de l’art de l’énergie éolienne 79
- IV.3 Energie éolienne en Algérie 79
- IV.4 Classement des éoliennes 80
 - IV.4.1 Éoliennes à axe vertical (VAWT)..... 80
 - IV.4.2 Éoliennes à axe horizontal (HAWT) 81
- IV.5 Conception d’une éolienne 82
 - IV.5.1 Mât 82
 - IV.5.2 Nacelle 82
 - IV.5.3 Rotor..... 83
 - IV.5.4 Pales 83
 - IV.5.5 Moyeu du rotor..... 83
 - IV.5.6 Multiplicateur 83
 - IV.5.7 Générateur électrique..... 83
 - IV.5.8 Système de contrôle 83
 - IV.5.9 Convertisseurs de puissance 83
 - IV.5.10 Système de fondation 83
- IV.6 Modélisation de la turbine éolienne 84
 - IV.6.1 Modélisation du système électrique 84
 - IV.6.2 Modélisation du multiplicateur..... 85
 - IV.6.3 Modèle aérodynamique..... 85
- IV.7 Modèle a une masse 87
- IV.8 Modèle a deux masses 88
- IV.9 Modèle linéarisé 89
- IV.10 Représentation d’état du système 91
- IV.11 Conclusion 93

IV.1 INTRODUCTION

Les systèmes de conversion de l'énergie éolienne ont connu une expansion remarquable, en raison de son impact positif sur l'environnement, notamment en réduisant les émissions de gaz toxiques et en réduisant l'utilisation des sources d'énergie traditionnelles. Ce système est basé sur des éoliennes dont les caractéristiques sont déterminées par diverses normes de construction qui affectent leur capacité à capter l'énergie du vent en mouvement.

Depuis leurs premières utilisations, le contrôle des turbines éoliennes est une préoccupation majeure, visant à limiter leur puissance et leur vitesse de rotation pour les protéger des vents forts. Aujourd'hui, avec la montée en taille et en puissance des turbines éoliennes, les exigences en matière de contrôle sont devenues plus strictes, nécessitant des mécanismes de régulation sophistiqués. Les systèmes de commande doivent non seulement maintenir la turbine dans une plage de fonctionnement sécuritaire, mais aussi améliorer son efficacité et la qualité de la conversion d'énergie. Cela requiert une modélisation précise et des techniques de commande adaptées à différentes gammes de vitesses de vent, qu'elles soient faibles, moyennes ou fortes.

La modélisation des éoliennes revêt une importance cruciale dans le domaine de l'énergie éolienne, avec des objectifs variés visant à optimiser la conception, évaluer les performances et garantir la fiabilité des éoliennes. À travers des simulations informatiques avancées, les ingénieurs peuvent explorer différentes configurations de conception pour maximiser la capture d'énergie éolienne tout en minimisant les coûts de production. De plus, la modélisation permet d'évaluer les performances attendues d'une éolienne dans diverses conditions de vent, contribuant ainsi à une meilleure planification et gestion des parcs éoliens. En simulant le comportement dynamique de l'éolienne, les ingénieurs peuvent également identifier les zones de contrainte mécanique et de fatigue, permettant ainsi d'améliorer la durabilité et la fiabilité des éoliennes. En outre, la modélisation des éoliennes offre une plateforme pour développer et tester des stratégies de contrôle avancées visant à optimiser l'efficacité énergétique et à réduire les risques opérationnels. Globalement, la modélisation des éoliennes représente un outil essentiel pour l'avancement de l'industrie éolienne, contribuant à son développement durable et à son intégration efficace dans le mix énergétique mondial.

IV.2 ÉTAT DE L'ART DE L'ENERGIE EOLIENNE

L'utilisation de l'énergie éolienne remonte à des millénaires dans de nombreuses civilisations anciennes, avec la Chine utilisant des moulins à vent depuis environ 1800 ans. Contrairement aux moulins à vent, qui étaient directement employés pour des tâches comme le pompage d'eau ou le broyage du grain, les éoliennes sont spécifiquement conçues pour convertir l'énergie éolienne en électricité. La première éolienne automatique au monde a été conçue et construite par Charles Brush en 1888, équipée de 144 pales en cèdre et générant une puissance de pointe de 12 kW pour charger des batteries alimentant en courant continu des lampes et des moteurs électriques [97, 98].

L'éolienne Gedser, construite au Danemark au milieu des années 1950, est une conception pionnière pour les éoliennes modernes [97, 99]. De nos jours, les éoliennes des parcs éoliens ont généralement trois pales, fonctionnant à des vitesses de vent élevées pour générer une puissance atteignant plusieurs mégawatts. L'énergie éolienne évolue constamment, avec des éoliennes terrestres et offshore de plus en plus grandes. Les innovations comprennent l'utilisation de turbines à axe vertical et de nouveaux matériaux. L'intégration intelligente et le stockage d'énergie renforcent la stabilité du réseau, tandis que la diminution des coûts rend l'énergie éolienne plus compétitive. Les parcs éoliens hybrides et la participation communautaire émergent, et les préoccupations environnementales sont prises en compte, soutenues par des politiques gouvernementales en faveur du développement de l'énergie éolienne.

IV.3 ENERGIE EOLIENNE EN ALGERIE

Une étude des ressources éoliennes en Algérie, basée sur les données de réanalyse ERA5, était d'évaluer la précision de ce modèle dans la reproduction des caractéristiques spatiales et temporelles du champ éolien et la génération de cartes de vent pour l'ensemble du territoire algérien. Les champs de vent ERA5 ont été extraits toutes les 3 heures à 10 m du sol sur une période de dix ans (2009-2018). Une comparaison quotidienne a été effectuée avec les mesures au sol de trois sites à fort potentiel éolien (Adrar, Ain Salah et Hassi R'Mel), en utilisant des mesures statistiques telles que l'erreur de biais moyenne, l'erreur quadratique moyenne, l'erreur d'écart type et le coefficient de corrélation. Malgré la légère sous-estimation de la vitesse du vent, ERA5 a montré un bon accord avec les données de mesure à toutes les échelles de temps. Les

cartes du champ de vent ont révélé une amélioration significative le long des zones côtières par rapport aux études précédentes utilisant des données provisoires de l'ERA. Une zone de fortes ressources éoliennes a été identifiée dans le Sahara central, montrant des vitesses moyennes de vent à 10 m atteignant 5,5 m/s, avec des vitesses extrapolées à 50 m et 80 m suivant un schéma similaire [100].

IV.4 CLASSEMENT DES EOLIENNES

Le classement des éoliennes selon l'orientation de l'axe se divise principalement en deux catégories : les éoliennes à axe horizontal (HAWT) et les éoliennes à axe vertical (VAWT).

IV.4.1 ÉOLIENNES A AXE VERTICAL (VAWT)

L'éolienne à axe vertical, notée VAWT, [Figure IV.1](#) réalise sa rotation de manière perpendiculaire à la direction du vent. La force de traînée est cruciale dans le processus de rotation de la turbine [101, 102]. En outre, elle intègre des supports placés entre les pales du rotor, tournant en tandem avec celles-ci pour améliorer l'équilibre et les performances. Un moteur supervise le fonctionnement de la turbine, proposant diverses vitesses de rotation, et il est important de noter que ce type de turbine ne démarre pas automatiquement.

Un avantage significatif de ce type d'éolienne réside dans sa capacité à capter le vent provenant de n'importe quelle direction [103]. De plus, les commandes, le générateur et le multiplicateur sont situés au niveau du sol, simplifiant ainsi les opérations de maintenance.

Comparativement aux éoliennes à axe horizontal (HAWT), le couple dans les éoliennes à axe vertical est sensiblement plus élevé en raison de leur rotation plus lente, entraînant ainsi une augmentation du couple [104]. Cela souligne l'importance de prendre en compte ces caractéristiques dans la conception et la maintenance des éoliennes pour optimiser leur efficacité énergétique.



Figure IV.1: Eolienne a axe vertical [105]

IV.4.2 ÉOLIENNES A AXE HORIZONTAL (HAWT)

Dans le domaine des éoliennes à axe horizontal, le concept fondamental réside dans l'alignement de l'axe de rotation parallèlement au sol, [Figure IV.2](#). Le mât, jouant un rôle crucial, élève la nacelle à une hauteur stratégique pour permettre une rotation efficace des pales. Cette élévation offre également l'avantage de garantir un espace adéquat, favorisant ainsi des conditions de vent optimales pour le fonctionnement optimal de l'éolienne. La nacelle, située en sommet du mât, assume plusieurs fonctions cruciales. Elle abrite le moyeu du rotor, qui maintient solidement les pales du rotor en position. De plus, la nacelle sert de logement pour des composants essentiels tels que la boîte de vitesses, le générateur, et dans certains modèles avancés, les convertisseurs de puissance. Cette configuration, souvent désignée sous le nom de "configuration en amont" dans le contexte des éoliennes à axe horizontal industrielles, se caractérise par l'emplacement des trois pales du rotor devant la nacelle. Il est important de noter que, même si les éoliennes à axe horizontal prédominent dans cette configuration, des variantes, connues sous le nom de "configurations en aval", avec les pales positionnées à l'arrière, sont

également présentes dans diverses applications concrètes. En outre, la diversité des parcs éoliens témoigne de la variété de turbines utilisant une, deux, ou même plus de trois pales, illustrant ainsi l'adaptabilité de cette technologie dans différents contextes et besoins énergétiques.



Figure IV.2: Eolienne a axe horizontal [105]

IV.5 CONCEPTION D'UNE EOLIENNE

Les composants d'une éolienne se divisent en plusieurs parties essentielles qui travaillent de concert pour convertir l'énergie du vent en électricité [Figure IV.3](#):

IV.5.1 MAT

Le mât est une structure verticale qui élève la nacelle et le rotor à une hauteur suffisante pour capturer le vent à des altitudes où la vitesse du vent est plus élevée.

IV.5.2 NACELLE

La nacelle est logée au sommet du mât et abrite les composants clés de l'éolienne. Elle comprend le générateur, la boîte de vitesses, le système de contrôle, et éventuellement les convertisseurs de puissance.

IV.5.3 ROTOR

Le rotor est constitué des pales et du moyeu du rotor. Les pales capturent l'énergie du vent et transmettent cette énergie au moyeu du rotor, qui est ensuite connecté à la boîte de vitesses.

IV.5.4 PALES

Les pales du rotor sont des éléments aérodynamiques qui captent l'énergie du vent. Elles sont conçues pour maximiser l'efficacité tout en minimisant la résistance au vent.

IV.5.5 MOYEU DU ROTOR

Le moyeu du rotor est la partie centrale du rotor à laquelle sont attachées les pales. Il transmet l'énergie mécanique au système de transmission.

IV.5.6 MULTIPLICATEUR

La boîte de vitesses convertit la rotation lente et à haute couple du rotor en une rotation rapide à faible couple adaptée au générateur électrique.

IV.5.7 GENERATEUR ELECTRIQUE

Le générateur électrique convertit l'énergie mécanique provenant de la rotation du rotor en électricité. Les types couramment utilisés incluent les générateurs synchrones et asynchrones.

IV.5.8 SYSTEME DE CONTROLE

Le système de contrôle surveille et régule divers paramètres tels que la vitesse de rotation du rotor, la direction du vent, et d'autres paramètres pour optimiser l'efficacité et protéger l'éolienne contre des conditions météorologiques extrêmes.

IV.5.9 CONVERTISSEURS DE PUISSANCE

Dans certaines configurations, les éoliennes peuvent intégrer des convertisseurs de puissance pour adapter et réguler la production d'électricité en fonction des besoins du réseau électrique.

IV.5.10 SYSTEME DE FONDATION

La fondation fournit une base solide pour stabiliser l'éolienne, généralement en fonction de la configuration du sol.

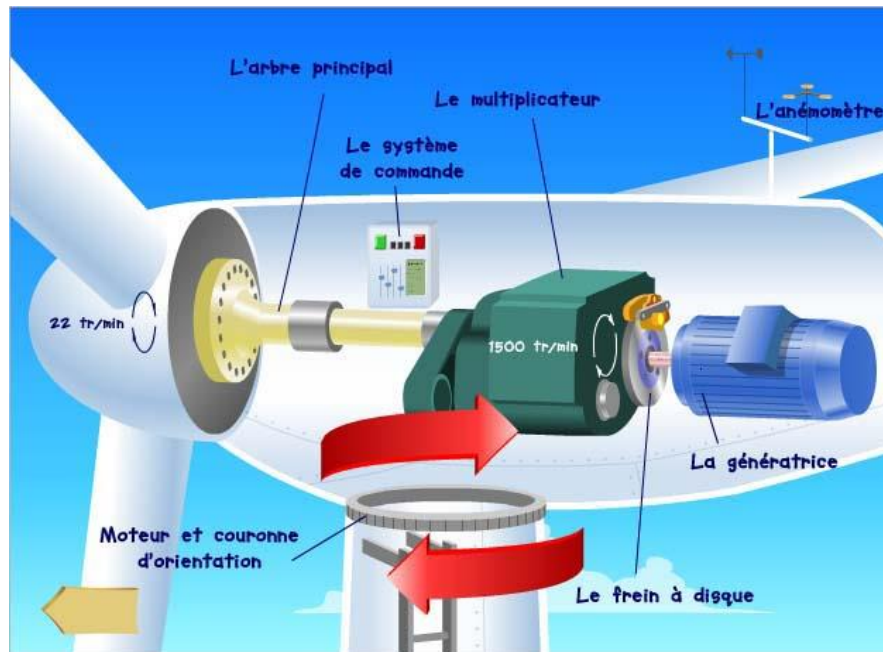


Figure IV.3: Conception d'une éolienne [106]

IV.6 MODELISATION DE LA TURBINE EOLIENNE

La modélisation d'une turbine éolienne est une étape fondamentale dans le processus de conception et d'optimisation des performances. Elle implique la création d'un modèle mathématique ou informatique qui représente le comportement de la turbine dans différentes conditions environnementales. La modélisation de la turbine éolienne permet aux ingénieurs d'explorer différentes configurations, d'anticiper les performances dans des conditions variées, et de contribuer à l'efficacité énergétique et à la durabilité de l'éolienne.

IV.6.1 MODELISATION DU SYSTEME ELECTRIQUE

Le système électrique d'une éolienne se compose de la génératrice et d'un module d'électronique de puissance, ayant pour fonction principale de convertir l'énergie mécanique au niveau de la turbine en énergie électrique [107].

Dans les systèmes éoliens contemporains, deux types de machines électriques sont couramment utilisés, les machines synchrones et les machines asynchrones, dans leurs diverses configurations [108]. Les machines asynchrones sont généralement réservées aux éoliennes connectées au réseau.

Les dynamiques des machines électriques et des systèmes d'électronique de puissance qui leur sont associés sont significativement plus rapides que celles des autres composants de l'aérogénérateur. Étant donné que les dynamiques prédominantes sont essentiellement déterminées par le sous-système mécanique, le système éolien est alors considéré comme une structure mécanique [108, 109]. Par conséquent, le générateur est caractérisé par le fait que son couple électromagnétique C_{em} peut être instantanément égal à sa valeur de référence à tout moment [110].

$$C_{em} = C_{em-ref} \quad (IV.1)$$

$$P = C_{em}\Omega_g \quad (IV.2)$$

IV.6.2 MODELISATION DU MULTIPLICATEUR

Le multiplicateur est un composant présent dans la plupart des éoliennes. En effet, lorsque le diamètre du rotor est important, les vitesses de rotation deviennent trop faibles [111]. Il devient donc essentiel d'insérer un multiplicateur entre la turbine et la génératrice pour ajuster les deux vitesses de rotation à des ordres de grandeur similaires. Il s'agit d'un dispositif complexe que nous avons simplifié dans notre modélisation en utilisant un gain entre le couple aérodynamique C_{aero} et le couple électromagnétique C_{em} :

$$C_{em} = \frac{C_{aero}}{G_g} \quad (IV.3)$$

G_g Gain du multiplicateur.

La relation suivante entre la vitesse de rotation de la turbine Ω_T et celle de la génératrice Ω_g

$$\Omega_T = \frac{\Omega_g}{G_g} \quad (IV.4)$$

IV.6.3 MODELE AERODYNAMIQUE

Une éolienne à vitesse variable est typiquement constituée d'un rotor, d'une boîte de vitesses et d'un générateur. La quantité de puissance aérodynamique captée par le rotor est exprimée de manière non linéaire, représentant ainsi une relation complexe entre les paramètres impliqués dans le processus [107, 112-114].

$$P_V = \frac{1}{2} \rho S V_v^3 \quad (IV.5)$$

Dans cette formulation, plusieurs paramètres sont pris en compte pour calculer la puissance maximale d'une éolienne selon la limite de Betz. Tout d'abord, la densité de l'air (ρ) est fixée à $1,22 \text{ kg/m}^3$, un facteur crucial pour estimer la quantité d'énergie disponible dans le vent. La zone circulaire balayée par les pales de la turbine (S) est également un élément essentiel, car elle détermine la surface sur laquelle le vent exerce sa force, est exprimée par :

$$S = \pi R^2 \quad (\text{IV.6})$$

Où R représente la longueur des pales de l'éolienne.

La vitesse du vent (V_v) représente la vitesse à laquelle le vent souffle, une variable dynamique qui influence directement la puissance générée.

$$P_{aero} = \frac{16}{27} P_V = 0.59 P_V \quad (\text{IV.7})$$

$$P_{aero} = \frac{1}{2} \rho S V_v^3 c_p(\lambda, \beta) \quad (\text{IV.8})$$

La puissance aérodynamique maximale de l'éolienne est déterminée par la formule présentée, qui prend en compte la densité de l'air, la surface balayée par les pales, la vitesse du vent et le coefficient de puissance de la turbine (C_p), qui dépend du rapport de vitesse en bout de pale (λ) et de l'angle de pas des pales (β).

$$C_p^{opt} = \frac{2 P_{aero}}{\rho S V_v^3} \quad (\text{IV.9})$$

Le coefficient de puissance maximum théorique (C_p^{opt}) est un indicateur important de l'efficacité de l'éolienne dans la conversion de l'énergie éolienne en électricité. Il est calculé en fonction de la puissance aérodynamique et de la densité de l'air et est utilisé pour évaluer les performances réelles de la turbine.

$$C_p = \frac{2 P_T}{\rho S V_v^3} \quad (\text{IV.10})$$

Le rapport entre la vitesse linéaire en bout de pale et la vitesse du vent (V_v) est une mesure clé qui indique dans quelle mesure les pales de la turbine sont capables de capturer l'énergie du vent. Il est calculé en fonction de la vitesse angulaire de la turbine (Ω_T) et de la longueur des pales (R).

$$\lambda = \frac{R \Omega_T}{V_v} \quad (IV.11)$$

Par conséquent, toute modification de la vitesse du rotor ou de la vitesse du vent entraîne une variation du rapport de vitesse en bout de pale, ce qui conduit à une variation du coefficient de puissance. De cette manière, la puissance générée est influencée.

Les courbes caractéristiques relatives de la fonction $C_p(\lambda, \beta)$ sont illustrées dans la figure suivante :

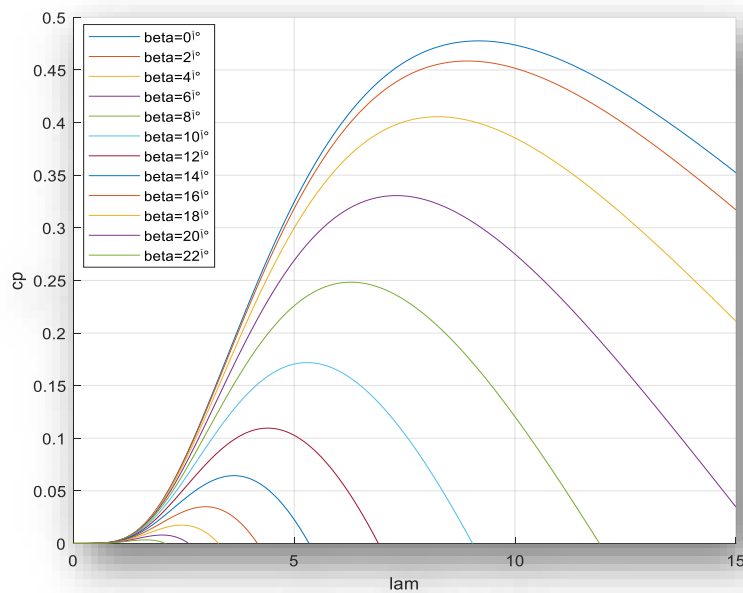


Figure IV.4: Courbes de C_p en fonction de λ et β

IV.7 MODELE A UNE MASSE

Dans le modèle à une masse, la rigidité de l'arbre lent du système de transmission des grandes éoliennes est considérée comme parfaite, regroupant une seule inertie et un unique coefficient de frottement pour tous les coefficients de frottement externes. Ce modèle présuppose que les arbres de transmission sont parfaitement rigides, que le multiplicateur de vitesse est idéal, et que l'inertie du générateur peut être négligée par rapport à celle de la turbine ou réduite à l'arbre lent. Bien que ce modèle ne prenne pas en compte la flexibilité de l'entraînement, certaines propriétés de couplage mécanique peuvent être négligées en conséquence [115].

$$J = \frac{J_T}{G_g^2} + J_g \tag{IV.12}$$

$$J \frac{d\Omega_T}{dt} = C_{aero} - G_g C_{em} \tag{IV.13}$$

IV.8 MODELE A DEUX MASSES

Le modèle à deux masses est largement répandu dans la littérature scientifique, étant référencé dans plusieurs études. Ce modèle prend en compte la flexibilité de l'arbre en reliant deux masses à un arbre souple, caractérisé par le coefficient d'élasticité k et le coefficient de frottement d . Dans ce modèle, le rotor de l'éolienne tourne à une vitesse Ω_T , entraîné par le couple aérodynamique C_{aero} . Le couple de l'arbre lent, agit comme un frein sur le rotor, résultant des effets de torsion et de frottement entre la vitesse Ω_g et la vitesse de l'arbre lent Ω_T . Ce couple exerce une contrainte sur le rotor. Par l'intermédiaire du multiplicateur de vitesse, le couple et la vitesse de l'arbre lent sont ajustés pour générer un couple sur l'arbre rapide [116, 117].

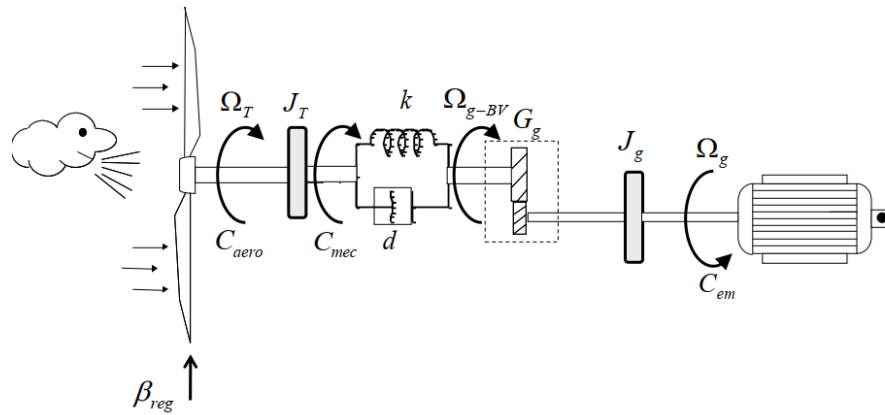


Figure IV.5: Modèle a deux masses de l'éolienne

$$J_T \frac{d\Omega_T}{dt} = C_{aero} - C_{mec} \tag{IV.14}$$

$$J_{g-BV} \frac{d\Omega_{g-BV}}{dt} = C_{mec} - G_g C_{em} \tag{IV.15}$$

$$\frac{dC_{mec}}{dt} = k(\Omega_T - \Omega_{g-BV}) + d \left(\frac{d\Omega_T}{dt} - \frac{d\Omega_{g-BV}}{dt} \right) \tag{IV.16}$$

La vitesse de rotation du générateur et l'inertie de la génératrice par rapport à l'arbre à basse vitesse sont définies par :

$$\Omega_{g-BV} = \frac{\Omega_g}{G_g} \quad (IV.17)$$

$$J_{g-BV} = G_g^2 J_g \quad (IV.18)$$

IV.9 MODELE LINÉARISÉ

En général, il est souvent préférable d'opter pour une commande basée sur un modèle linéarisé du système, notamment pour des questions de simplicité et de praticité. Cette approche est particulièrement adaptée lorsqu'il s'agit de déterminer la commande pour un point de fonctionnement correspondant à une vitesse de vent moyenne. Pour illustrer cette idée, reprenons les équations qui gouvernent le comportement du modèle à deux masses de la turbine. Dans ce contexte, la simplification offerte par le modèle linéarisé permet une meilleure compréhension des dynamiques du système et facilite la conception de la commande en offrant des solutions plus accessibles et directes. En se concentrant sur un point de fonctionnement typique, tel qu'une vitesse de vent moyenne, il devient plus simple d'appliquer des stratégies de contrôle efficaces pour optimiser les performances de l'éolienne dans des conditions réelles. Ainsi, bien que cette approche puisse simplifier la complexité du système, elle offre néanmoins une base solide pour la mise en œuvre de solutions de contrôle efficaces et robustes [118].

La technique de linéarisation par retour d'état est une méthode associée aux systèmes non linéaires qui vise à convertir un système non linéaire en un système linéaire afin de pouvoir appliquer des techniques de commande linéaire.

On considère le système non linéaire suivant où f est une fonction non linéaire :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (IV.19)$$

La linéarisation autour d'un point de fonctionnement (x_i, u_i) peut être formulée de la manière suivante [119]:

$$\dot{x}(t) = A_i(x(t) - x_i(t)) + B_i(u(t) - u_i(t)) + f(x_i(t), u_i(t)) \quad (IV.20)$$

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + d_i \quad (IV.21)$$

$$d_i = f(x_i(t), u_i(t)) - A_i x_i(t) - B_i u_i(t) \quad (IV.22)$$

$$A_i = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t))}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}} \quad (IV.23)$$

$$B_i = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t))}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}} \quad (IV.24)$$

Dans le contexte du système éolien, la non-linéarité se manifeste à travers le couple aérodynamique C_{aero} . Ainsi, une approche de linéarisation du couple C_{aero} par rapport à Ω_T et β est nécessaire.

$$C_{aero} = \frac{P_{aero}}{\Omega_T} = \frac{\rho S R_T V_i^2}{2\lambda} C_p(\lambda, \beta) \quad (IV.25)$$

Étant donné que le point de fonctionnement varie en fonction de la vitesse du vent V_i , il est alors possible de linéariser le système éolien autour de différents points de fonctionnement θ_i^0 correspondant à différentes vitesses V_i . Ainsi, dans un système de référence par rapport à un point de fonctionnement donné à une vitesse de vent égale à V_i , nous pouvons exprimer :

$$\Delta C_{aero} = \left. \frac{\partial C_{aero}}{\partial \Omega} \right|_{pf} \Delta \Omega_T + \left. \frac{\partial C_{aero}}{\partial \beta} \right|_{pf} \Delta \beta \quad (IV.26)$$

$$\Delta C_{aero} = a_i \Delta \Omega(t) + b_i \Delta \beta \quad (IV.27)$$

Δ représente la différence par rapport au point de fonctionnement.

Supposons que la vitesse de rotation de l'éolienne se situe autour de sa vitesse nominale $\Omega_{T\ nom}$ et que la puissance électrique générée atteint sa valeur nominale P_{nom} . Soit :

$$\lambda_{i\ nom} = \frac{\Omega_{T\ nom} R_T}{V_i} \quad (IV.28)$$

$\lambda_{i\ nom}$ Est le rapport de vitesse spécifique qui correspond à la vitesse de rotation nominale pour la vitesse du vent V_i , et $C_{P_{i\ nom}} = C(\lambda_{i\ nom}, \beta_{i\ nom})$ le coefficient de puissance correspondant à $\Omega_{T\ nom}$ à la vitesse du vent V_i . Et $\beta_{i\ nom}$ l'angle d'orientation des pales requis pour obtenir la vitesse de rotation nominale pour la vitesse du vent V_i .

Par exemple, pour une vitesse du vent de 15 m/s, un rapport de vitesse spécifique de 5.03, un coefficient de puissance de 0.19, on obtient un angle d'orientation des pales de 9.25°. On aura l'équation suivante [116, 120]:

$$J \frac{d\Delta\Omega_T}{dt} = J \left(\frac{d\Omega_T}{dt} - \frac{d\Delta\Omega_T \text{ nom}}{dt} \right) \quad (IV.29)$$

$$J \frac{d\Delta\Omega_T}{dt} = (C_{aero} - C_{aero \text{ nom}}) - G_g (C_{em} - C_{em \text{ nom}}) \quad (IV.30)$$

$$J \frac{d\Delta\Omega_T}{dt} = (C_{aero} - C_g \Delta C_{em}) \quad (IV.31)$$

Nous cherchons à obtenir une expression linéaire du premier ordre impliquant $\Delta\beta$. Pour cela, nous devons exprimer ΔC_{aero} et ΔC_{em} en fonction de $\Delta\beta$ et $\Delta\Omega_T$. Ainsi, il est nécessaire de linéariser l'expression de ΔC_{em} . Puisque la puissance électrique $P = C_{em} \Omega_g$ doit être maintenue égale à sa valeur nominale, nous pouvons écrire :

$$\Delta C_{em} = \gamma \Delta\Omega_T \quad (IV.32)$$

Où

$$\gamma = - \frac{C_{em \text{ nom}}}{\Omega_T \text{ nom}} \quad (IV.33)$$

La linéarisation du couple aérodynamique, autour du point de fonctionnement sélectionné, conduit à l'expression suivante :

$$\Delta C_{aero} = a_i \Delta\Omega_T + b_i \Delta\beta \quad (IV.34)$$

Où

$$\begin{cases} a_i = \frac{1}{2} \rho \pi R_T^3 \frac{V_i^2}{\Omega_T \text{ nom}} \left[\frac{\partial C_p(\lambda, \beta)}{\partial \lambda} - \frac{C_{p_i \text{ nom}}}{\lambda_i \text{ nom}} \right] \\ b_i = \frac{1}{2} \rho \pi R_T^3 \frac{V_i^2}{\lambda_i \text{ nom}} \frac{\partial C_p(\lambda, \beta)}{\partial \beta} \end{cases} \quad (IV.35)$$

IV.10 REPRESENTATION D'ETAT DU SYSTEME

Un système éolien est intrinsèquement complexe et non linéaire, étant donné qu'il est constitué de deux systèmes interconnectés : le système de conversion d'énergie éolienne proprement dit et le système de transmission. Ces deux systèmes sont couplés par l'intermédiaire d'un multiplicateur de vitesse. La non-linéarité résulte de divers facteurs, tels que les fluctuations du vent, les interactions entre les composants mécaniques, et les réponses non linéaires des convertisseurs d'énergie.

La linéarisation est une technique utilisée pour simplifier l'analyse des systèmes non linéaires en se concentrant sur leur comportement autour d'un point de fonctionnement spécifique. Dans le contexte des éoliennes, la linéarisation permet de développer d'un modèle mathématique simplifié qui décrit le comportement du système dans des conditions proches de l'état de fonctionnement désiré.

Lorsque le modèle non linéaire d'un système éolien est linéarisé autour d'un point de fonctionnement donné, il conduit à un ensemble d'équations linéaires qui approximent le comportement du système dans un voisinage restreint de ce point de fonctionnement. Ces équations linéarisées fournissent une représentation simplifiée du système qui peut être plus facilement analysée et manipulée pour des études de contrôle, d'optimisation ou de conception.

La description mathématique d'une éolienne peut être formulée à l'aide des équations différentielles suivantes [119, 121]:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\Omega}_T = a \frac{\Delta \Omega_T}{J_T} + b \frac{\Delta \beta - \Delta C_{mec}}{J_T} \\ \Delta \dot{\Omega}_{g-BV} = \frac{\Delta C_{mec}}{J_{g-BV}} - \frac{G_g \Delta C_{em}}{J_{g-BV}} \\ \Delta \dot{\beta} = -\frac{1}{\tau_\beta} \Delta \beta + \frac{1}{\tau_\beta} \Delta \beta_{ref} \\ \Delta \dot{C}_{mec} = \left(K + \frac{da}{J_T} \right) \Delta \Omega_T - K \Delta \Omega_{g-BV} + \frac{db}{J_T} \Delta \beta + d \left(-\frac{1}{J_T} - \frac{1}{J_{g-BV}} \right) \Delta C_{mec} \end{cases} \quad (IV.36)$$

Parallèlement, l'actionneur des pales, est modélisé par un système dynamique équivalent du premier ordre avec saturation en amplitude et en dérivée du pas.

$$\dot{\beta} = \frac{1}{\tau_\beta} (\beta_{ref} - \beta) \quad (IV.37)$$

Cette modélisation implique un signal de référence pour l'angle de pas de la pale " β_{ref} " et une constante de temps " τ_β " qui caractérise la dynamique de l'actionneur. Typiquement, l'angle de pas β varie dans une plage de 0 à 45 degrés et peut évoluer à un taux maximal de ± 10 degrés par seconde.

L'espace d'état d'un système éolien est décrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y = C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{cases} \quad (IV.38)$$

Les matrices A, B, C, et D du système éolien est décrite comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{a_i}{J_T} & 0 & \frac{b_i}{J_T} & \frac{-C_{mec\ nom}}{J_T} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{mec\ nom}}{J_{g-BV}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_\beta} & 0 \\ K + \frac{a_i d}{J_T} / C_{mec\ nom} & \frac{-K}{C_{mec\ nom}} & \frac{db_i}{J_T C_{mec\ nom}} & \left(-\frac{d}{J_T} - \frac{d}{J_{g-BV}}\right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{-G_g C_{em\ nom}}{J_{g-BV}} \\ \frac{1}{\tau_\beta} & 0 \\ 0 & \frac{dG_g}{J_{g-BV} C_{mec\ nom}} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Omega_{g-BV\ nom}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le vecteur d'état est $x = [\Omega_T \quad \Omega_{g-BV} \quad \beta \quad C_{mec}]^T$, " Ω_T " la vitesse de rotation de la turbine, " Ω_{g-BV} " exprime la vitesse de rotation du générateur par rapport à l'arbre à basse vitesse, " β " représente l'angle de pas des pales de l'éolienne, et, " C_{mec} ", est le couple mécanique exercé par l'éolienne, tandis que le vecteur d'entrée, $u = [\beta_{ref} \quad C_{em}]^T$, " β_{ref} " représente le signal de référence pour l'angle de pas des pales de l'éolienne, tandis que " C_{em} " représente le couple électromagnétique exercé par l'éolienne. Et, le vecteur de sortie $y = [\Omega_T \quad P]^T$. Ou, " Ω_T " représente la vitesse de rotation de la turbine, tandis que " P " représente la puissance électrique générée par l'éolienne.

IV.11 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons effectué une revue succincte du développement et de l'utilisation de l'énergie éolienne à travers un aperçu historique. Après avoir introduit les concepts fondamentaux nécessaires à la compréhension du fonctionnement des éoliennes, nous avons examiné en détail les différents types d'éoliennes et leur mode de fonctionnement en fonction de leur conception mécanique spécifique. En décrivant le système mécanique général d'une éolienne et en modélisant ses différents composants, nous avons offert un aperçu complet des structures d'éoliennes, des paramètres de conversion aérodynamique caractéristiques, des forces opérationnelles et des techniques de contrôle applicables. Il est important de noter que l'objectif

principal des avancées technologiques en matière de contrôle est d'assurer la fiabilité et la stabilité du système dans diverses conditions de fonctionnement. Nous avons ensuite abordé le principe de la conversion aérodynamique, en expliquant les modèles d'éoliennes, qui bien que simples, suffisent à analyser le comportement mécanique des éoliennes. Enfin, nous avons présenté le modèle mathématique des éoliennes et nous avons annoncé notre intention de proposer des stratégies de contrôle robustes linéaires et adaptatives pour contrôler le système éolien, visant à atteindre les objectifs de fiabilité et de stabilité, indépendamment de la vitesse du vent intermittent. Ce contrôle est souvent réalisé au niveau de la turbine en ajustant l'angle d'inclinaison des pales.

CHAPITRE V

COMMANDE LQG/LTR

APPLIQUÉE À LA TURBINE

ÉOLIENNE

CHAPITRE V

COMMANDE LQG/LTR APPLIQUEE A LA TURBINE EOLIENNE

V.1	Introduction	98
V.2	Le Modèle mathématique du système	98
V.2.1	Matrice de transfert du système $G(s)$	99
V.2.2	Gains principaux du système	100
V.3	Détermination des spécifications de la robustesse	103
V.3.1	Spécification sur la stabilité $W_t(s)$	103
V.3.2	Spécification sur les performances $W_p(s)$	104
V.4	Synthèse LQG/LTR appliquée à la turbine éolienne.....	106
V.5	Synthèse Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG)	107
V.5.1	Réglage des matrices de variance W et V	107
V.5.2	Réglage des matrices de pondération Q et R	110
V.6	Recouvrement du transfert de la boucle (LTR)	112
V.6.1	Cas sans recouvrement.....	112
V.6.2	Cas avec recouvrement totale	113
V.7	Vérification des conditions de robustesse sur la stabilité et les performances	114
V.7.1	Cas sans recouvrement pour le correcteur LQG	114
V.7.2	Cas avec recouvrement total	115
V.8	Réponses indicielles en régime nominal.....	116
V.8.1	Cas sans recouvrement.....	116
V.8.1.1	Validations Des Commandes	117
V.8.1.2	Réponses Temporels	119
V.8.2	Cas avec recouvrement total	119
V.8.2.1	Validations Des Commandes	119
V.8.2.2	Réponses Temporels	121
V.9	Représentations temporelles du régime perturbé	121

V.9.1 Cas sans recouvrement.....	121
V.9.1.1 Validations Des Commandes	121
V.9.1.2 Réponses Temporels	123
V.9.2 Cas avec recouvrement total.....	125
V.9.2.1 Validations Des Commandes	125
V.9.2.2 Réponses Temporels	125
V.10 Représentations avec variations de charge ou des perturbations extérieures.....	126
V.10.1 Cas sans recouvrement.....	126
V.10.2 Cas avec recouvrement total.....	127
V.11 Conclusion	129

V.1 INTRODUCTION

Les éoliennes jouent un rôle crucial dans la production d'électricité verte, offrant une solution durable pour répondre aux besoins énergétiques croissants. Dans divers secteurs industriels, tel que l'énergie éolienne terrestre ou offshore, ainsi que dans les parcs éoliens, la performance et la stabilité des éoliennes revêtent une importance primordiale, influençant directement la rentabilité des entreprises les exploitant. Assurer un fonctionnement optimal et fiable des éoliennes sur une longue durée de vie est donc essentiel. Pour atteindre ces objectifs, le contrôle et l'analyse précis des éoliennes sont impératifs. Ces procédés visent à garantir leur stabilité opérationnelle et à maximiser leurs performances. Une conception efficace des systèmes de contrôle repose souvent sur des modèles dynamiques détaillés des éoliennes, prenant en compte tous les composants du système, tels que les pales, le générateur, la tour, et le système de transmission. Les éoliennes sont décrites par des équations mathématiques spécifiques qui permettent de définir leur modèle. Dans le cadre de ce chapitre, nous nous concentrons sur une étude approfondie portant sur la simulation de la méthodologie de synthèse d'un régulateur robuste. Cette approche, basée sur la méthode *LQG* (Linear Quadratic Gaussian), est spécialement conçue pour les éoliennes, tenant compte des diverses incertitudes paramétriques qui peuvent affecter leur performance. Plus précisément, nous envisageons l'application de la méthode *LQG* avec une approche de transfert et de récupération en boucle. Cette démarche nous permet de concevoir un système de contrôle adapté à un modèle spécifique d'éolienne. En outre, nous analysons la dynamique du système à la fois dans le domaine temporel et fréquentiel grâce à ce contrôle proposé. Cette approche offre des performances accrues et une stabilité améliorée pour les éoliennes, ce qui en fait une stratégie de gestion efficace et prometteuse pour l'industrie éolienne.

V.2 LE MODELE MATHEMATIQUE DU SYSTEME

Afin d'entamer un contrôle robuste via le contrôleur *LQG/LTR* des éoliennes, à base d'étude réalisée dans les chapitres précédents, ce système multivariable est décrit par les matrices d'état suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} -0.07528 & 0 & 0.04195 & -3.878e-08 \\ 0 & 0 & 0 & 2.111e-07 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 5.999e+8 & -6e+08 & 7.728e+04 & -0.4603 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.00181 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 189.5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5305 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous aspirons à identifier les différents modes de fonctionnement de ce processus. Cette démarche implique une exploration approfondie des comportements dynamiques que ce système peut manifester dans diverses conditions.

$$(sI - A) = \begin{bmatrix} s + 0.07528 & 0 & 0.04195 & -3.878e-08 \\ 0 & s & 0 & 2.111e-07 \\ 0 & 0 & s + 0.5 & 0 \\ 5.999e+8 & -6e+08 & 7.728e+04 & s + 0.4603 \end{bmatrix} \quad (V.1)$$

V.2.1 MATRICE DE TRANSFERT DU SYSTEME G(S)

$$\begin{cases} G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \\ G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (V.2)$$

Où :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.020977 (s^2 + 0.3889s + 126.7)}{(s+0.0636) (s+0.5) (s^2 + 0.472s + 149.9)} & \frac{-7.3492e-06 (s+5731)}{(s+0.0636) (s^2 + 0.472s + 149.9)} \\ \frac{0.0043279 (s+325.7)}{(s+0.0636) (s+0.5) (s^2 + 0.472s + 149.9)} & \frac{(s+0.0633) (s^2 + 0.4704s + 149.9)}{(s+0.0636) (s^2 + 0.472s + 149.9)} \end{bmatrix} \quad (V.3)$$

D'où ce procédé possède les modes suivantes :

$$\begin{cases} S_1 = -0.2560 + 12.245 i \\ S_2 = -0.2360 - 12.245 i \\ S_3 = -0.0636 \\ S_4 = -0.5000 \end{cases} \quad (V.4)$$

La [Figure V.1](#) représente les pôles et les zéros du système.

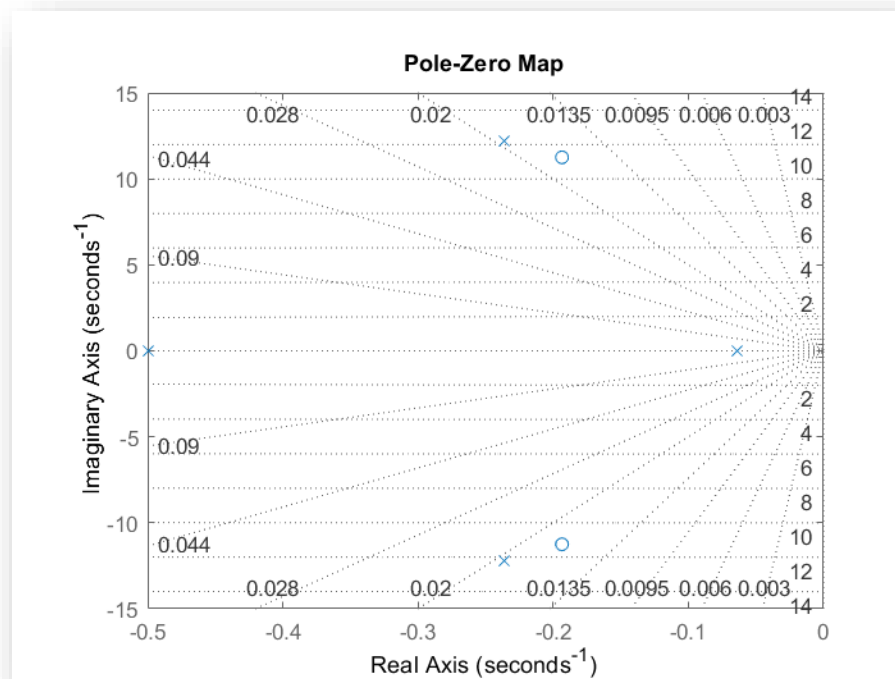


Figure V.1: Carte Pôles-zéros du système en boucle ouvert

Le système décrit par ces pôles est stable et présente des oscillations amorties dans sa réponse transitoire, en raison des pôles complexes conjugués présents dans la dynamique du système.

Les pôles complexes conjugués S_1 et S_2 possèdent une partie imaginaire non nulle, ce qui engendre des oscillations amorties dans la réponse transitoire du système. Leur faible partie réelle négative indique un amortissement limité, ce qui peut influencer la rapidité et la précision de la réponse à une perturbation ou un changement d'entrée. En revanche, les pôles réels S_3 et S_4 jouent un rôle essentiel dans la stabilité globale et le comportement transitoire du système, sans pour autant introduire d'oscillations. Ainsi, l'amortissement et la dynamique du système résultent de l'interaction entre ces pôles réels et complexes, déterminant la vitesse de stabilisation et la robustesse face aux variations externes. L'analyse générale de la dynamique suggère que ce système, grâce à ses modes bien amortis et à ses zéros favorables, offre un compromis efficace entre rapidité et stabilité, tout en minimisant les oscillations indésirables lors du démarrage.

V.2.2 GAINS PRINCIPAUX DU SYSTEME

Avant de synthétiser la loi de commande robuste pour l'éolienne, une analyse exhaustive du système. Cette analyse comprend plusieurs aspects cruciaux. Tout d'abord, il est essentiel

d'évaluer le degré de couplage du système, ce qui permet de quantifier la façon dont les différentes parties de l'éolienne interagissent entre elles. Ensuite, il est important de déterminer les gains principaux du système en boucle ouverte, ce qui implique de représenter graphiquement ces gains dans le domaine fréquentiel pour obtenir une vision claire de la réponse en fréquence de l'éolienne. Enfin, l'analyse des réponses indicielles est également nécessaire pour étudier l'évolution des grandeurs de sortie au fil du temps, fournissant ainsi des informations précieuses sur la stabilité et la performance du système dans des conditions dynamiques. En combinant ces différentes analyses, ce qui constitue une base solide pour la conception et la mise en œuvre d'une commande robuste et efficace.

Pour quantifier le conditionnement d'un système multivariable $G(s)$, on se réfère à l'expression du conditionnement suivante [122] :

$$\text{cond}(G(s)) = \frac{\overline{\sigma}(G(j\omega))}{\underline{\sigma}(G(j\omega))} \quad (\text{V.5})$$

Où : $\overline{\sigma}(G(j\omega))$ et $\underline{\sigma}(G(j\omega))$ représentent respectivement les gains principaux maximum et minimum de $G(s)$. Le conditionnement du procédé de la turbine éolienne en boucle ouverte est illustré sur la figure suivante.

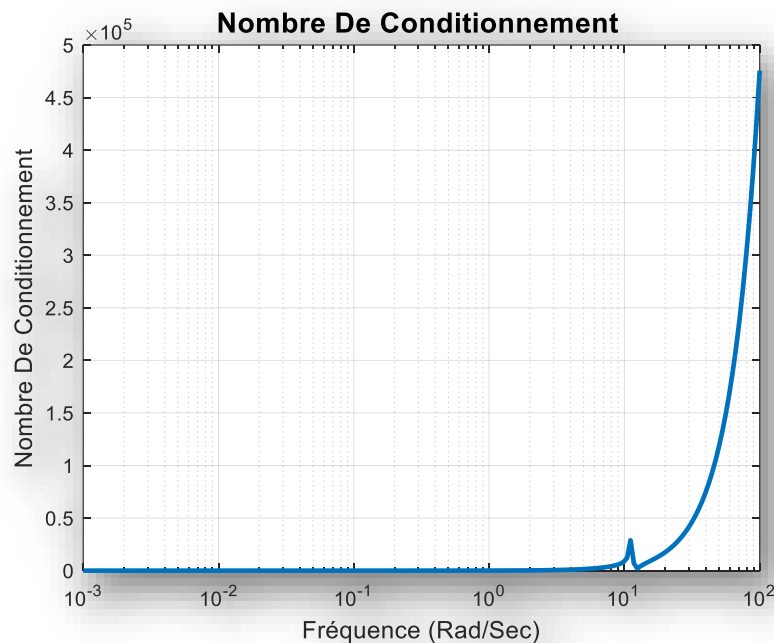


Figure V.2: Conditionnement en boucle ouverte

L'analyse du conditionnement d'un système multivariable, mesuré à l'aide des gains principaux maximum et minimum, permet de quantifier le niveau de couplage entre les différentes entrées et sorties du système sur une plage de fréquences donnée. Dans ce cas spécifique de la turbine éolienne, une évaluation précise du conditionnement fournit des indications cruciales sur la manière dont les variations des paramètres de commande peuvent impacter les performances globales de la turbine, particulièrement dans des conditions de fonctionnement critiques. Il est observé que le conditionnement présente des valeurs significatives sur une plage de fréquences à partir de 10 rad/s, ce qui témoigne d'un couplage substantiel entre les entrées et sorties dans cette gamme de fréquences. Cette constatation conduit à la conclusion que le système est mal conditionné sur cette plage de fréquences spécifique. Les gains principaux, illustrés dans la figure suivante :

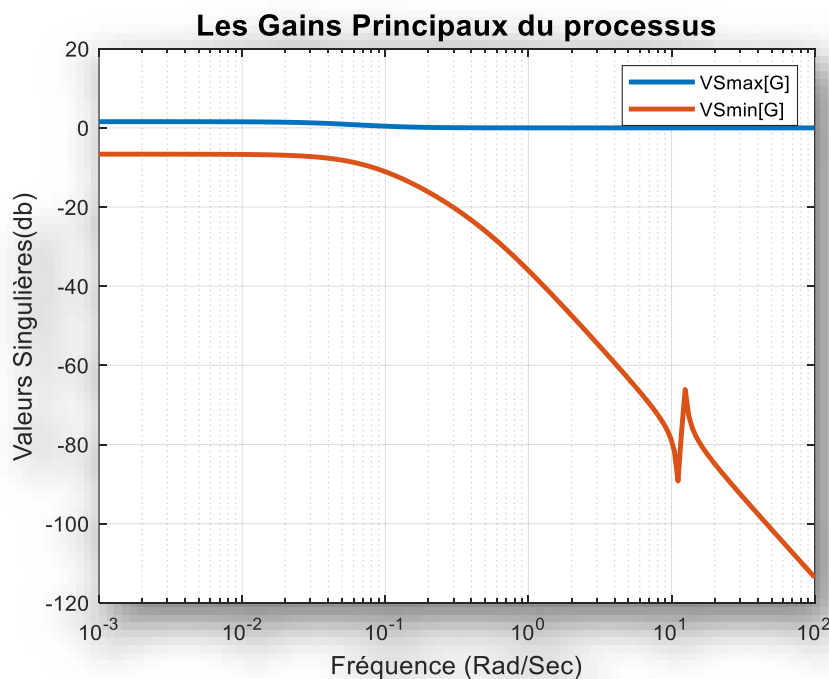


Figure V.3: Gains principaux en boucle ouverte

La [Figure V.3](#) présenté ci-dessus met en évidence les valeurs singulières maximales et minimales du processus, témoignant ainsi de son mauvais conditionnement. Ceci confirme l'existence d'un couplage entre les entrées et sorties du système. Plus spécifiquement, on remarque un écart significatif entre les gains principaux sur la plage de fréquences analysée.

Selon les résultats précédents et après avoir analysé le comportement du procédé, il est confirmé que le système est stable, ce qui signifie qu'il ne diverge pas au fil du temps. Cependant, bien que la stabilité soit assurée, les performances du système ne sont pas jugées satisfaisantes et nécessitent des améliorations. Pour remédier à cela, l'approche envisagée consiste à déterminer un contrôleur robuste à l'aide de la méthode de synthèse *LQG/LTR*. Dans les prochaines étapes, l'accent sera mis sur la recherche des spécifications requises pour garantir à la fois la stabilité et les performances souhaitées du système.

V.3 DETERMINATION DES SPECIFICATIONS DE LA ROBUSTESSE

L'établissement des spécifications en termes de robustesse joue un rôle crucial dans le processus d'optimisation. Cette étape permet de définir de manière précise le niveau de stabilité requis ainsi que les performances attendues pour la mise en œuvre de la synthèse *LQG/LTR*. En définissant ces spécifications, on fixe les critères qui guideront le processus de conception du régulateur, en garantissant son efficacité et sa fiabilité dans différentes conditions opérationnelles.

V.3.1 SPECIFICATION SUR LA STABILITE $W_t(s)$

Dans cette étude, les perturbations qui affectent la sortie du système sont de nature multiplicative et sont représentées par $\Delta_s(s)$.

$$\Delta_s(j\omega) = [G_p(j\omega) - G(j\omega)]G(j\omega)^{-1} \quad (\text{V.6})$$

Ces perturbations doivent être limitées par une spécification de robustesse sur la stabilité, symbolisée par $W_t(s)$. L'objectif est de définir une expression mathématique permettant de borner ces incertitudes tout en satisfaisant la condition de robustesse lors de la configuration du système de la turbine éolienne en boucle fermée en présence de ces incertitudes.

$$W_t(s) = \begin{bmatrix} 0.665s + 1 & 0 \\ 0 & 0.665s + 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.7})$$

La [Figure V.4](#) représente les valeurs singulières maximales des matrices de spécifications sur la stabilité $W_t(s)$.

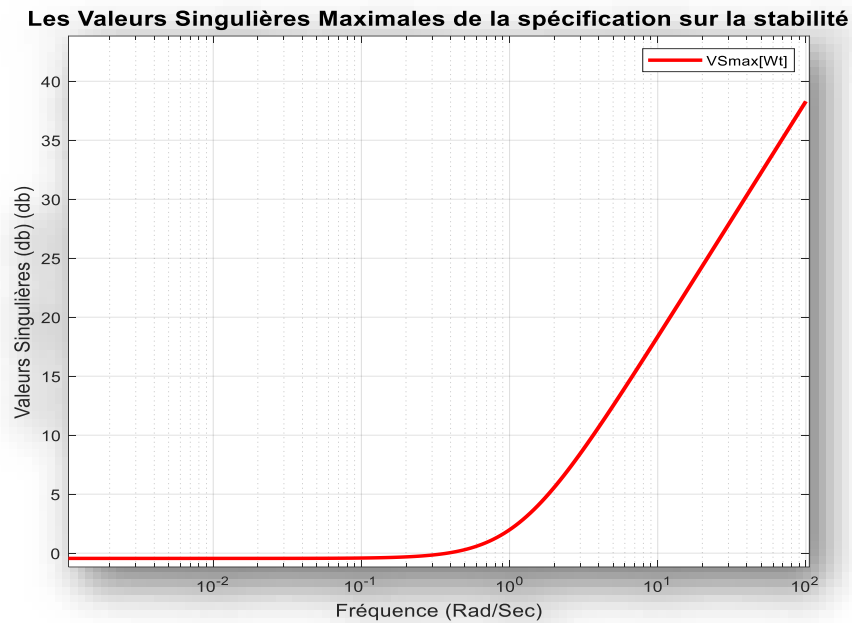


Figure V.4: Valeurs singulières maximale de spécifications sur la stabilité

V.3.2 SPECIFICATION SUR LES PERFORMANCES $W_p(s)$

La spécification sur les performances $W_p(s)$ est introduite pour définir les performances désirées lors de la synthèse du système. Cette spécification est formulée sous la forme suivante :

$$W_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.2s+1}{1.2s} & 0 \\ 0 & \frac{1.2s+1}{1.2s} \end{bmatrix} \quad (\text{V.8})$$

Il s'agit d'une matrice de transfert à un seul paramètre, $\alpha = 1.2$, offrant ainsi une grande facilité d'ajustement des performances souhaitées. De plus, le choix du paramètre α garantit que la constante de temps dominante et le temps de réponse sont déterminés, évitant ainsi tout écart avec sa dynamique. L'utilisation de cette matrice de transfert permet également d'imposer une erreur statique nulle.

La [Figure V.5](#) représente les valeurs singulières maximales des matrices de spécifications sur les performances $W_p(s)$.

Les Valeurs Singulières Maximales de la spécification sur les performances

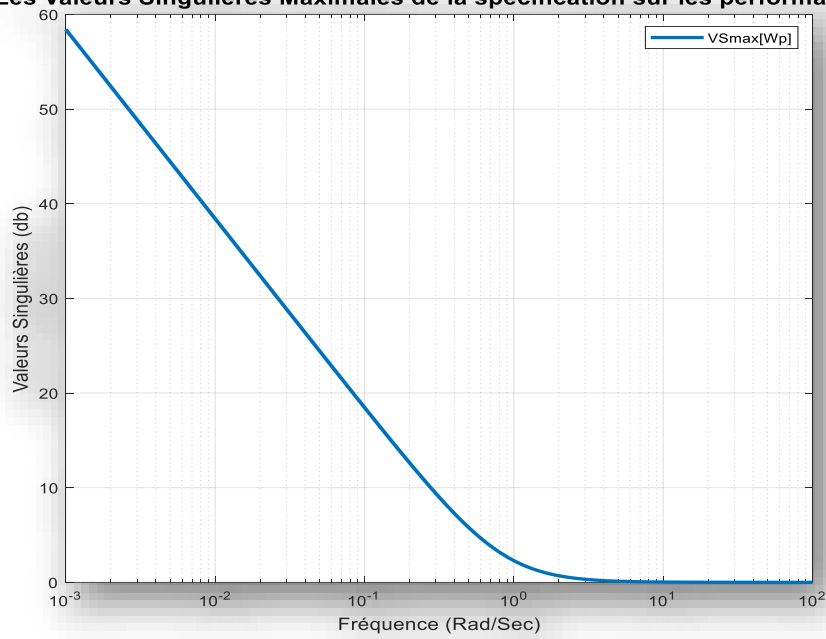


Figure V.5: Valeurs singulières maximale de spécifications sur les performances

La [Figure V.6](#) représente l'inverse des valeurs singulières maximales $\frac{1}{\sigma[W_t(s)]}$ et $\frac{1}{\sigma[W_p(s)]}$ que signifie les conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances.

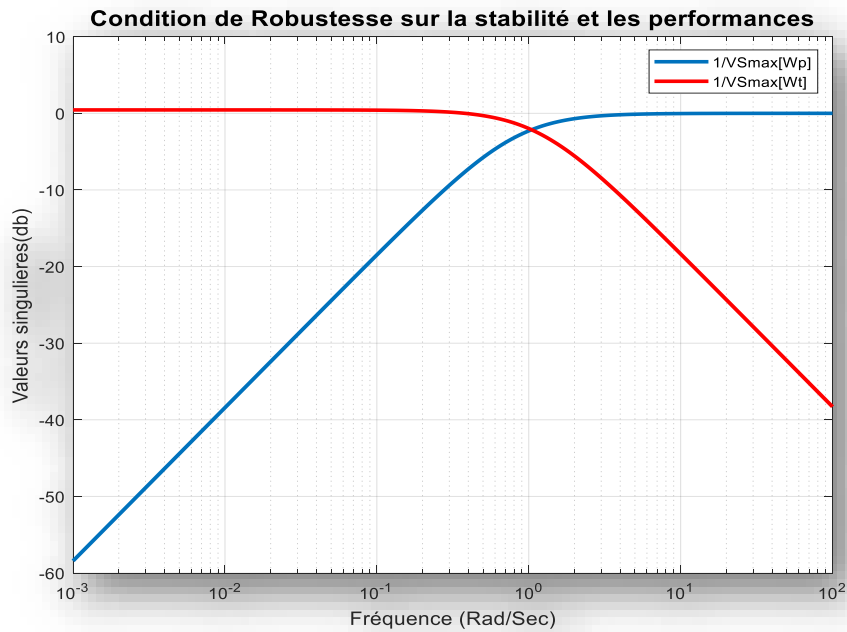


Figure V.6: Condition de robustesse sur la stabilité et les performances

Dans la suite, nous allons procéder à la synthèse LQG/LTR pour obtenir le contrôleur robuste. L'objectif est de maintenir le système en boucle fermée stable tout en réalisant les performances désirées.

V.4 SYNTHÈSE LQG\LTR APPLIQUÉE A LA TURBINE EOLIENNE

La présence d'un observateur dans le cadre de la méthode LQR entraîne une perte des propriétés de robustesse de cette approche. Pour remédier à ce problème, il est nécessaire de synthétiser une commande de type LQG , qui combine les avantages de la méthode LQ en termes de robustesse et ceux du filtre de Kalman en termes d'estimation. Parallèlement, la méthode LTR (recouvrement du transfert de la boucle) vise à ajuster asymptotiquement le transfert de boucle de la méthode LQG pour le rapprocher du transfert qui serait obtenu avec un réglage LQ offrant d'excellentes marges de stabilité. Dans le cadre de cette approche, on applique la synthèse $LQG\LTR$ Duale, en introduisant un intégrateur supplémentaire dans le processus, afin d'assurer la précision du correcteur et d'éliminer toute erreur statique. Cette démarche permet d'améliorer la dynamique du modèle augmenté de la turbine éolienne, dont la représentation est donnée ci-dessous :

$$A_a = \begin{bmatrix} 0_{m \times m} & C \\ 0_{n \times m} & A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5305 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.07528 & 0 & 0.04195 & -3.878e-08 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.111e-07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 5.999e+8 & -6e+08 & 7.728e+04 & -0.4603 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} D \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0.00181 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 189.5 \end{bmatrix} \quad C_a = [I_{m \times m} \quad 0_{n \times m}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_a = 0_{m \times m} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Où : n représente l'ordre du système et m le nombre d'entrées, équivalent au nombre de sorties. La représentation fréquentielle des valeurs singulières [Figure V.7](#), du modèle augmenté permet d'évaluer la dynamique et les performances du système sur une plage de fréquences donnée.

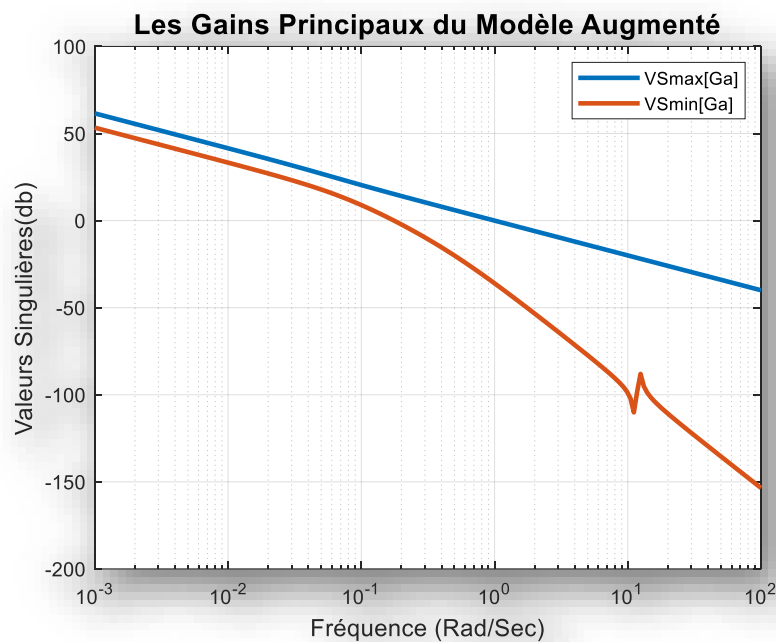


Figure V.7: Les gains principaux du modèle augmenté

On observe que les valeurs singulières du modèle augmenté ont changé de pente, passant de 20 dB/décade, en raison de l'ajout d'un intégrateur pur au processus.

V.5 SYNTHÈSE LINÉAIRE QUADRATIQUE GAUSSIENNE (LQG)

Le réglage du correcteur *LQG* repose sur un ajustement séparé du filtre de Kalman et de la commande *LQ*, selon le théorème de séparation. Cela implique de régler le filtre de Kalman à l'aide des matrices de variance W et V afin de garantir une reconstruction efficace de l'état, tout en ajustant la commande *LQ* à l'aide des matrices de pondération Q et R pour obtenir un retour d'état.

V.5.1 REGLAGE DES MATRICES DE VARIANCE W ET V

L'ajustement du filtre de Kalman repose sur l'utilisation de la commande u et de la mesure y du processus pour estimer l'état x . Pour obtenir un observateur capable de restituer l'état du modèle, il est nécessaire de choisir les matrices de variance des bruits W et V comme suit :

$$W = E\{w^T w\} = \Gamma\Gamma^T \quad (\text{V.9})$$

$$V = E\{v^T v\} = \rho \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.10})$$

Où Γ et ρ sont sélectionnés en utilisant le concept de "loop-shaping" afin d'atteindre les objectifs de performance à basse fréquence et de garantir la robustesse en termes de stabilité à haute fréquence.

La condition de robustesse sur les performances à basses fréquences est :

$$\underline{\sigma}[L_{FK}(j\omega)] \approx \frac{\underline{\sigma}[C_a\Phi(j\omega)]}{\sqrt{\rho}} \geq \bar{\sigma}[W_p(j\omega)] \quad (\text{V.11})$$

Il est également nécessaire d'assurer la robustesse sur la stabilité aux hautes fréquences par condition :

$$\omega_{cmax} = \bar{\sigma}[C_a\Gamma]/\sqrt{\rho} \leq \omega_m \quad (\text{V.12})$$

ω_m Est la fréquence de coupure de l'inverse des valeurs singulières maximales de la spécification sur la stabilité $W_t(s)$. Cette condition est essentielle pour garantir que le système reste stable dans des conditions de fonctionnement normales ou perturbées. En d'autres termes, ω_m indique la fréquence à laquelle les performances du système en termes de stabilité commencent à se dégrader. Plus précisément, lorsque la fréquence des perturbations ou des variations dans le système dépasse ω_m , la capacité du système à maintenir sa stabilité peut être compromise. Ainsi, déterminer et analyser ω_m est crucial pour concevoir des systèmes robustes et stables, en particulier dans des environnements où des perturbations fréquentes peuvent se produire.

Cela signifie que pour obtenir des performances satisfaisantes dans la plage des basses fréquences, il faut également garantir que le système reste stable dans la plage des hautes fréquences. Cette approche permet de s'assurer que le système réagit de manière stable et prévisible à des perturbations ou des variations de fréquence, à la fois dans les basses et les hautes fréquences. Cela garantit une réponse cohérente et fiable du système dans diverses conditions opérationnelles, ce qui est essentiel pour assurer son bon fonctionnement et sa sécurité. En alignant les caractéristiques de robustesse sur la stabilité à haute fréquence et les performances souhaitées à basse fréquence.

La détermination des valeurs de Γ et de ρ est un processus itératif qui repose souvent sur des essais et des ajustements successifs en fonction des conditions de robustesse préalablement définies. Γ et ρ jouent un rôle crucial dans la conception du système, car ils influencent

directement sa robustesse et sa stabilité. Pour obtenir ces valeurs, à partir des objectifs de performance en termes de robustesse sur la stabilité en haute fréquence et sur les performances en basse fréquence et à travers des itérations successives, on ajuste les valeurs de Γ et de ρ jusqu'à ce que les spécifications de robustesse requises soient satisfaites. Ce processus peut impliquer des simulations numériques. En fin de compte, les valeurs de Γ et de ρ obtenues doivent permettre au système de maintenir sa stabilité dans des conditions normales de fonctionnement tout en offrant des performances robustes face à des perturbations ou des variations dans son environnement.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{V.13}$$

$$\rho = 0.99 \tag{V.14}$$

La condition de robustesse sur les performances en basses fréquences est illustrée sur la figure suivante :

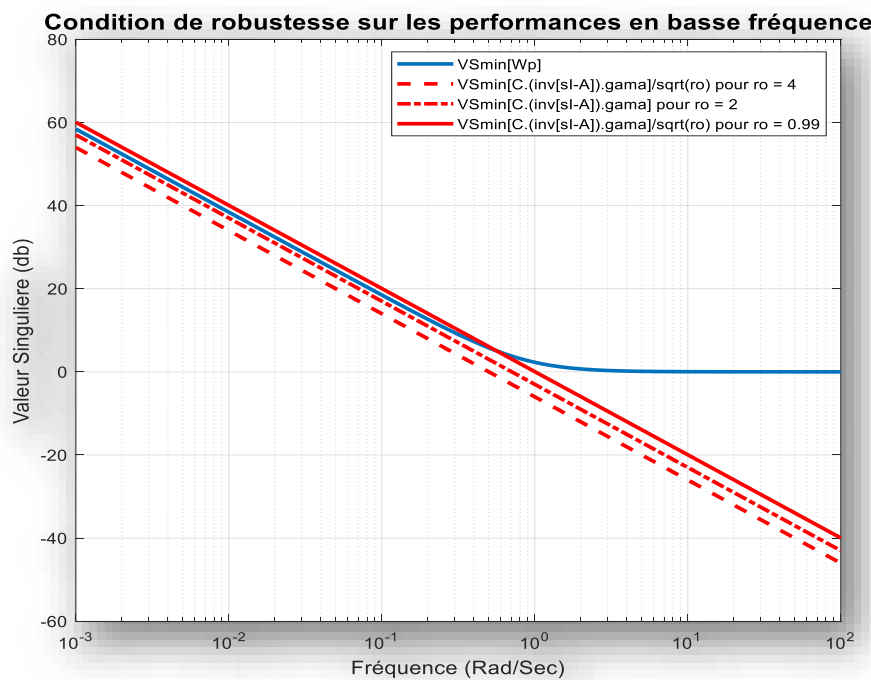


Figure V.8: Conditions de robustesse en basse fréquences

La condition de robustesse sur la stabilité en hautes fréquences est illustrée sur la figure suivante :

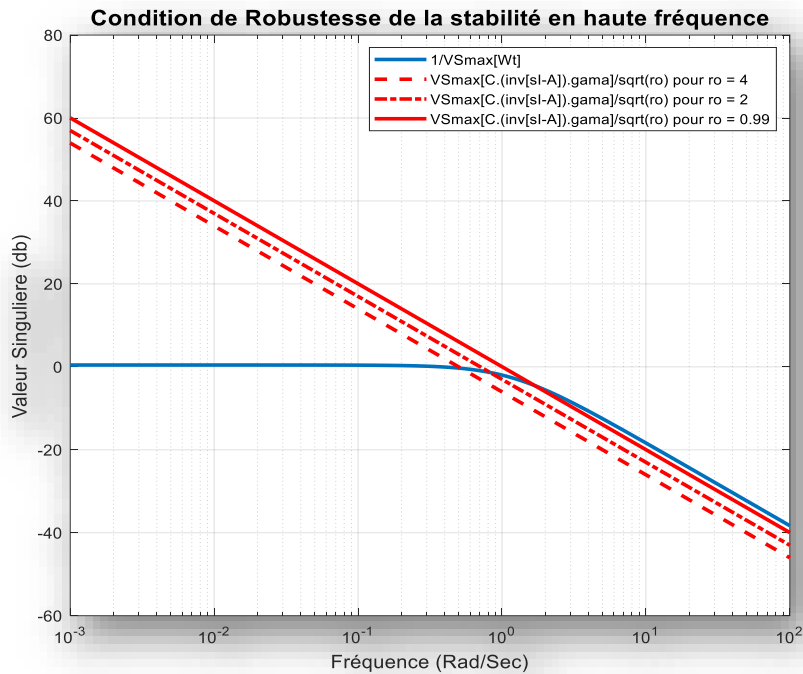


Figure V.9: Conditions de robustesse en haute fréquences

Après avoir vérifié les conditions de robustesse, nous pouvons procéder au calcul du gain optimal du Filtre de KALMAN. Ce gain est déterminé par la relation :

$$K_f = P_f C_a^T V^{-1} \tag{V.15}$$

Où P_f est la solution de l'équation de Riccati associée :

$$P_f A_a^T + A_a P_f - P_f C_a^T V^{-1} C_a P_f + W = 0 \tag{V.16}$$

En résolvant cette équation de RICCATI, on obtient P_f , puis en utilisant P_f dans la formule du gain du Filtre de KALMAN équation (V.15), on détermine K_f . Ensuite, en analysant le système d'estimation, dont les modes sont donnés par les valeurs propres de $(A_a - K_f C_a)$.

V.5.2 REGLAGE DES MATRICES DE PONDERATION Q ET R

Le choix des matrices de pondération Q et R dans un contrôleur LQG vise à équilibrer précision et effort de commande. Q pénalise les écarts des états, influençant la rapidité et la précision du système, on choisit $Q = C^T C$ lorsque la sortie $y = Cx$ est une mesure de

performance clé. Tandis que R limite l'intensité de la commande pour éviter des actions excessives. Le gain optimal du contrôleur est obtenu via l'équation de Riccati. Le réglage de ces matrices est souvent itératif, nécessitant des ajustements basés sur des simulations pour garantir un bon compromis entre performance, robustesse et limitations physiques du système. Si le système est trop lent, on peut augmenter Q ou diminuer R pour améliorer la réactivité. À l'inverse, si la commande est trop agressive, il convient d'augmenter R afin de stabiliser le système. Pour restaurer les caractéristiques de robustesse de l'observateur optimal de manière similaire de calcul de la commande par retour d'état, nous avons opté pour des matrices de pondération présentant la structure suivante :

$$Q = C^T C \quad (V.17)$$

$$R = 1.10^{-4}I \quad (V.18)$$

En déterminant le gain optimal du contrôleur LQ à travers l'équation $K = R^{-1}B_a^T P$ où P est la solution de l'équation de Riccati.

$$P A_a + A_a^T P - P B_a R^{-1} B_a^T P + Q = 0 \quad (V.19)$$

Une comparaison des modes de commande LQ et du filtre de Kalman, représentés par les valeurs propres au tableau suivant :

Tableau 1 : Comparaison des modes de commande et du filtre de Kalman

Modes de Commande LQ	Modes de Filtre de Kalman
$S1=-100.00$	$S1=-1.0050$
$S2= -0.24 + 12.24i$	$S2=-0.0636$
$S3= -0.0024 - 12.24i$	$S3=-0.2360 + 12.2424i$
$S4= -0.0062 + 1.02i$	$S4=-0.2360 - 12.2424i$
$S5=-0.0062 - 1.02i$	$S5=-1.0050$
$S6= -1.25$	$S6=-0.5000$

On remarque que la commande LQ présente une réactivité très élevée avec un pôle rapide à $-100,00$ et des modes complexes à haute fréquence ($-0,24 \pm 12,24i$) qui, malgré leur rapidité, montrent un amortissement limité et peuvent entraîner des oscillations transitoires. À

l'inverse, le filtre de Kalman offre une dynamique plus modérée et mieux amortie, grâce à des pôles réels situés autour de $-1,0050$ et $-0,5000$ ainsi que des modes complexes ($-0,2360 \pm 12,2424i$) qui maintiennent la fréquence d'oscillation tout en améliorant la stabilité. Ainsi, si la commande LQ privilégie la vitesse et la précision du suivi, le filtre de Kalman assure une meilleure robustesse et une réponse plus douce face aux perturbations.

V.6 RECOUVREMENT DU TRANSFERT DE LA BOUCLE (LTR)

L'ajout d'un observateur de Kalman dans une commande LQG peut toutefois réduire la robustesse du système, car il diminue généralement le gain de la boucle ouverte à haute fréquence. La technique du recouvrement du transfert de la boucle permet de retrouver un comportement proche de celui d'une commande LQ pure, assurant ainsi une meilleure résistance aux incertitudes et perturbations.

La méthode de recouvrement implique la définition des matrices de pondération Q et R selon la forme spécifiée comme suit :

$$Q = Q_0 + q^2 C^T C \quad (\text{V.20})$$

$$R = R_0 \quad (\text{V.21})$$

V.6.1 CAS SANS RECOUVREMENT

Un correcteur initial est élaboré en se basant sur les pondérations nominales Q_0 et R_0 . Cela signifie que le contrôleur obtenu est synthétisé à travers la technique LQG décrite précédemment.

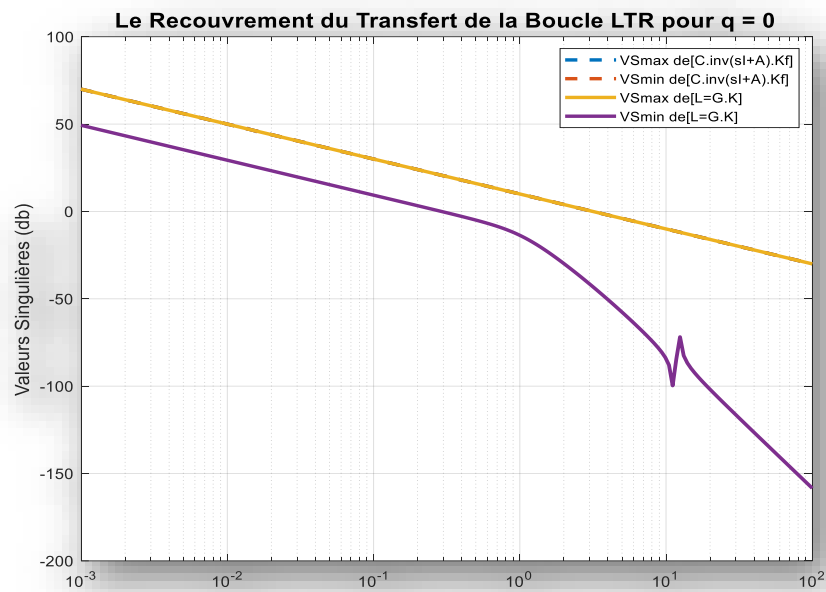


Figure V.10: Le recouvrement LTR pour $q=0$

V.6.2 CAS AVEC RECOUVREMENT TOTALE

On augmente progressivement la valeur de q jusqu'à obtenir le recouvrement souhaité.

La valeur du paramètre q , qui équilibre la performance et la robustesse, est de $q = 1e + 9$.

Ainsi, la fonction de transfert du correcteur de la loi de commande *LQG/LTR* est déterminée.

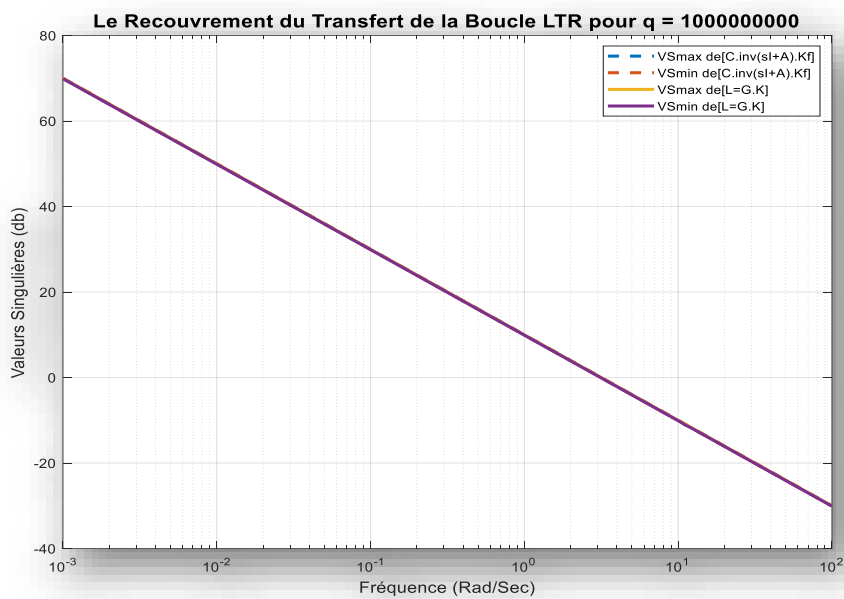


Figure V.11: Le recouvrement LTR pour $q=10^9$

Selon l'observation de la [Figure V.11](#) précédente, on constate que les gains principaux de

$$L(s) = G(s)K(s) \quad (\text{V.22})$$

Convergent vers les gains principaux de l'observateur optimal

$$L_{FK}(s) = K(sI - A_a)^{-1}B_a \quad (\text{V.23})$$

Avec un recouvrement total, nous pouvons affirmer que le contrôleur *LQG* a pleinement garanti les propriétés de robustesse du filtre de Kalman.

V.7 VERIFICATION DES CONDITIONS DE ROBUSTESSE SUR LA STABILITE ET LES PERFORMANCES

Les valeurs singulières maximales de la matrice de transfert en boucle fermée sont confrontées aux valeurs singulières maximales de la spécification sur la stabilité respectant la condition suivante :

$$\bar{\sigma}[T_y(j\omega)] \leq \frac{1}{\bar{\sigma}[W_t(j\omega)]} \quad (\text{V.24})$$

De même les valeurs singulières maximales de la sensibilité doivent être confrontées aux valeurs singulières maximales de la spécification sur les performances appliquant la condition suivante :

$$\bar{\sigma}[S_y(j\omega)] \leq \frac{1}{\bar{\sigma}[W_p(j\omega)]} \quad (\text{V.25})$$

V.7.1 CAS SANS RECOUVREMENT POUR LE CORRECTEUR LQG

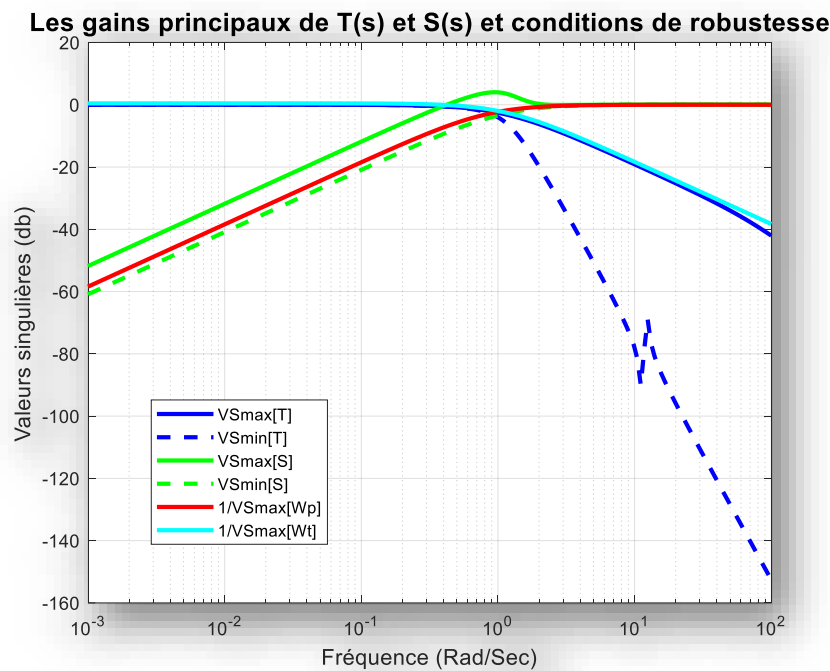


Figure V.12: Les gains principaux de T(s) et S(s)

La [Figure V.12](#) montre clairement que la condition de robustesse concernant la stabilité est satisfaite, ce qui signifie que le système reste stable dans une large gamme de fréquences. Cependant, la condition de robustesse relative aux performances n'est pas respectée dans la moyenne fréquence. Cela indique que le système ne parvient pas à maintenir les performances souhaitées dans cette plage de fréquences spécifique. En d'autres termes, bien que le système soit stable, il ne répond pas de manière satisfaisante aux exigences de performance dans certaines gammes de fréquences moyennes. Cela peut nécessiter des ajustements supplémentaires dans la conception du contrôleur ou d'autres éléments du système pour améliorer ses performances dans ces conditions.

V.7.2 CAS AVEC RECOUVREMENT TOTAL

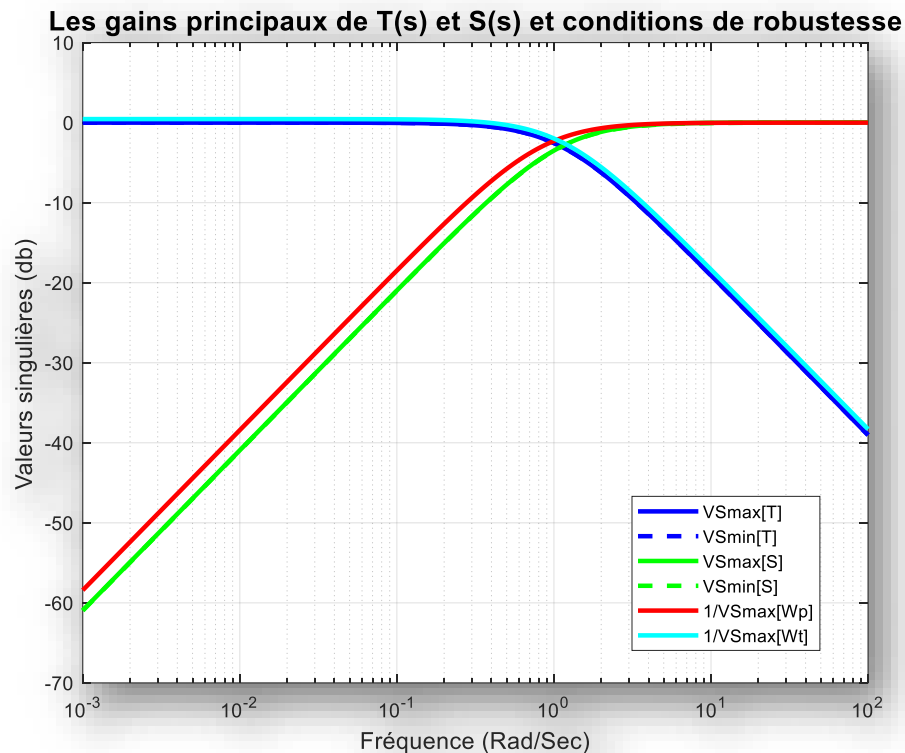


Figure V.13: Les gains principaux de T(s) et S(s) et conditions de robustesse

En comparant les figures avec recouvrement (Figure V.13) et sans recouvrement (Figure V.12), nous constatons une amélioration des conditions de robustesse lorsque le recouvrement est appliqué. Dans le cas du recouvrement, les valeurs singulières maximales de la matrice de sensibilité sont réduites en dessous de l'inverse des valeurs singulières maximales de la spécification sur les performances, représentée par $Wp(s)$. De plus, les valeurs singulières maximales de la matrice de transfert en boucle fermée sont positionnées en dessous de l'inverse des valeurs singulières maximales de la spécification sur la stabilité, représentée par $Wt(s)$. De manière significative, les valeurs singulières de la matrice de sensibilité et de la matrice de transfert en boucle fermée se chevauchent, ce qui témoigne d'un découplage total du système grâce à l'application du recouvrement.

V.8 REPONSES INDICIELLES EN REGIME NOMINAL

V.8.1 CAS SANS RECOUVREMENT

Cette fois-ci, nous allons examiner la robustesse de notre contrôleur en utilisant le coefficient de puissance (C_p), une mesure essentielle de l'efficacité de conversion de l'énergie cinétique du

vent en énergie mécanique par l'éolienne. Le (C_p) est une approximation mathématique, souvent éloignée de la valeur réelle en raison des variations des conditions de vent et des caractéristiques mécaniques de l'éolienne. Pour cette étude, nous considérons deux scénarios : dans le premier, nous utilisons la valeur idéale du (C_p) , supposée être parfaitement optimisée pour les conditions données ; dans le second, Nous modifions cette valeur avec un taux d'erreur pouvant atteindre 10% ($0.9 * C_p$) pour simuler une situation plus réaliste et potentiellement sous-optimale.

L'objectif est de comparer la réponse indicielle de la vitesse de rotation de la turbine dans ces deux scénarios en réponse à un signal de référence échelonné. Ce type de signal est utilisé pour simuler une perturbation soudaine et mesurer la réaction dynamique du système. Nous nous concentrons sur la performance du contrôleur sous un vent constant pour simplifier l'analyse et isoler l'impact des variations de (C_p) .

En procédant ainsi, nous visons à évaluer la capacité du contrôleur à maintenir des performances acceptables malgré les incertitudes et les variations possibles dans le coefficient de puissance. Une robustesse accrue du contrôleur se traduirait par des réponses similaires dans les deux scénarios, indiquant que le système peut tolérer des variations dans le (C_p) sans dégradation significative de la performance. Cette analyse est cruciale pour garantir que l'éolienne fonctionne de manière fiable et efficace même lorsque les conditions réelles diffèrent des conditions idéales supposées dans les modèles mathématiques.

V.8.1.1 Validations Des Commandes

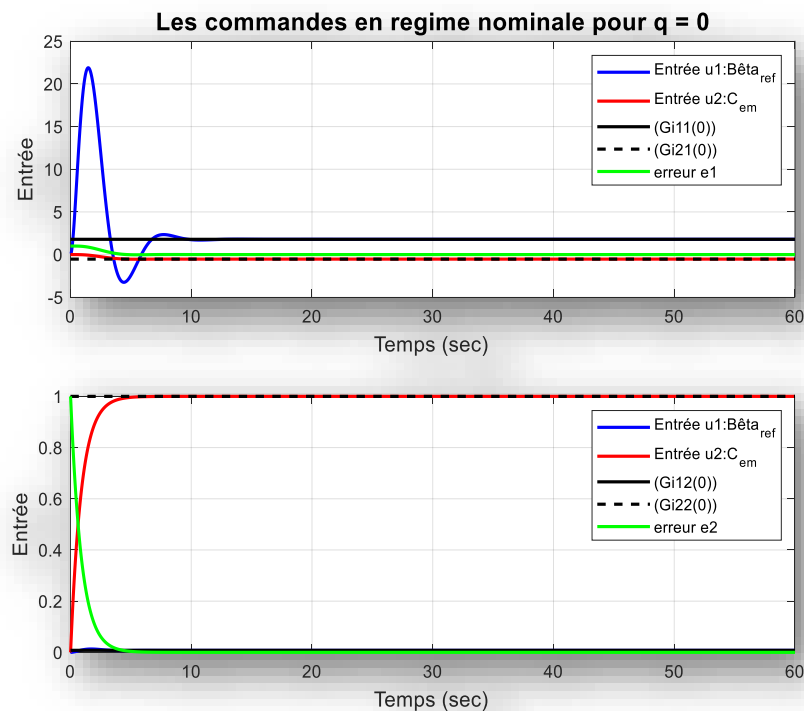


Figure V.14: Les commandes de régime nominal

Comme l'illustre la [Figure V.14](#), les deux voies de commande ($u1$ en haut et $u2$ en bas) convergent, après un régime transitoire, vers des valeurs constantes correspondant à l'inverse du gain statique (équation (V.26)) en régime nominal.

$$G^{-1}(0) = \begin{bmatrix} 1.7900 & 0.0079 \\ -0.5305 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (\text{V.26})$$

Autrement dit, la commande $u1$ se fixe à $G_{11}^{-1}(0)$ et la commande $u2$ se fixe à $G_{22}^{-1}(0)$, de sorte que le produit de commande et gain statique égale précisément la consigne. Cette compensation assure que la sortie suit exactement la référence en régime nominal. Par ailleurs, les courbes d'erreur (en vert) montrent que l'écart entre la sortie et la consigne tend vers zéro, validant ainsi la bonne conception du contrôleur : en régime établi, l'erreur de poursuite est annulée, confirmant que le contrôleur annule effectivement l'erreur en régime nominal.

V.8.1.2 Réponses Temporels

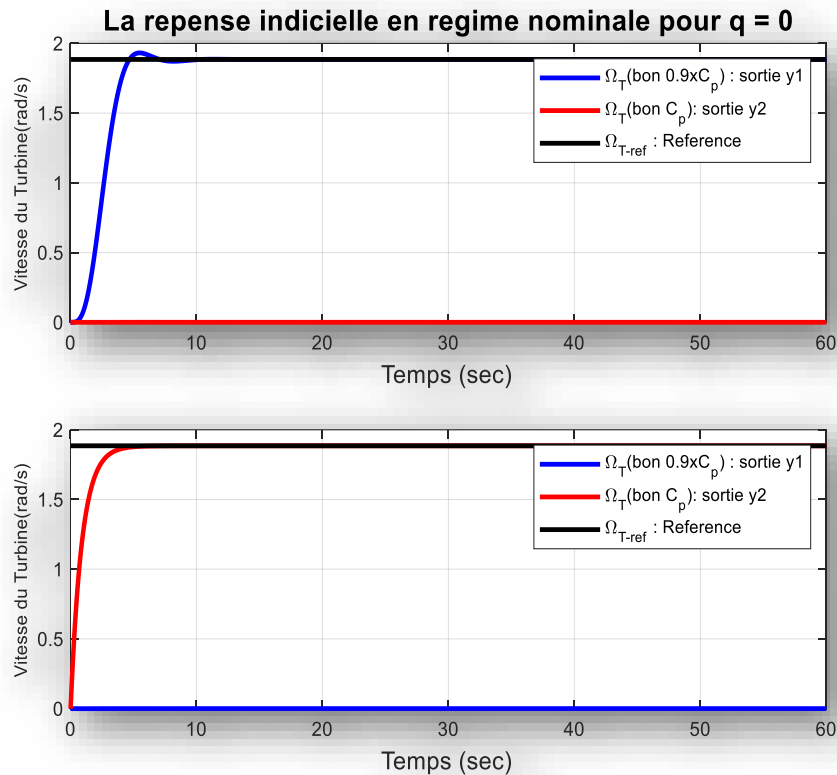
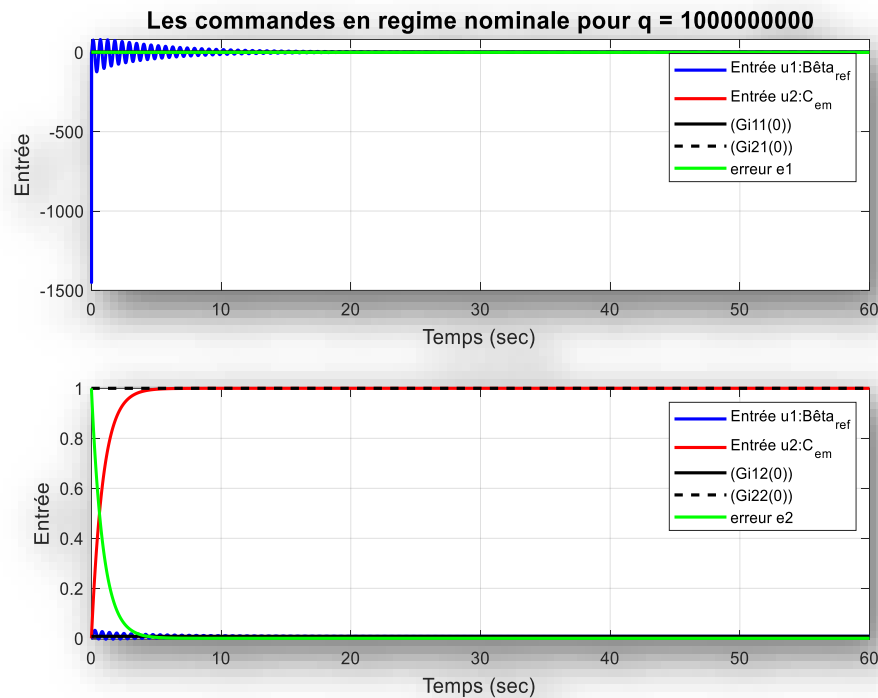


Figure V.15: La réponse indicielle pour $q=0$

La réponse indicielle du processus en régime nominale avec le cas sans recouvrement représentée sur la [Figure V.15](#) montre, que les sorties atteints la consigne avec un faible couplage et un léger dépassement initial dans la réponse du système. Cependant, la sortie Ω_T pour (bon C_p) converge rapidement vers la référence, tandis que la sortie pour (C_p) réduit converge plus lentement. Cela suggère que l'incertitude introduite par la variation de (C_p) affecte la performance du système, retardant la convergence vers la référence. Les valeurs numériques du temps de montée et du dépassement pour chaque cas confirment cette observation, avec des valeurs plus élevées pour (C_p) réduit par rapport à (C_p) nominal.

V.8.2 CAS AVEC RECOUVREMENT TOTAL

V.8.2.1 Validations Des Commandes

Figure V.16: Les commandes pour $q=10^9$

La [Figure V.16](#) présente le comportement du système de commande en régime nominale avec recouvrement, les commandes u_1 et u_2 , les valeurs initiales de ces commandes, ainsi que les erreurs e_1 et e_2 entre la référence et les sorties réelles.

La première commande u_1 démarre avec une amplitude élevée, puis se réduit pour accélérer la première sortie du processus. Les commandes u_1 et u_2 présentent de légères oscillations autour de leurs valeurs cibles, traduisant une réponse rapide visant à minimiser l'écart entre la sortie souhaitée et la sortie réelle. Parallèlement, les erreurs e_1 et e_2 décroissent progressivement, montrant que le système s'ajuste pour rapprocher les sorties de la référence. Finalement, les deux voies de commande (respectivement en haut pour u_1 et en bas pour u_2) convergent, après le régime transitoire, vers des valeurs constantes correspondant à l'inverse du gain statique, de sorte que le produit « commande \times gain statique » égalise exactement la consigne. Cette compensation garantit une poursuite parfaite en régime permanent, comme en témoignent les courbes d'erreur (en vert) qui tendent vers zéro, confirmant ainsi la bonne conception du contrôleur.

V.8.2.2 Réponses Temporels

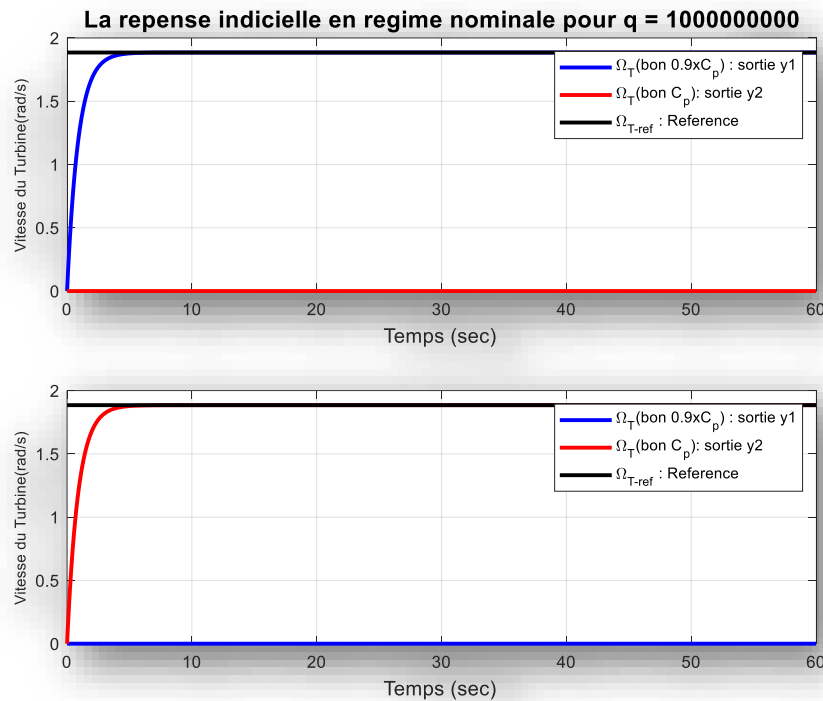


Figure V.17: La réponse indicielle pour $q=10^9$

Les réponses indicielles du processus en régime nominale avec recouvrement [Figure V.17](#) illustrent que les deux sorties convergent rapidement vers la référence sans dépassement significatif avec un découplage total, indiquant une réponse stable et rapide du système. Cela suggère que la valeur de q permet au contrôleur de réagir efficacement aux perturbations, maintenant ainsi la performance du système proche de la référence désirée. Avec temps de réponse de deux secondes pour atteindre 95% de la valeur finale.

V.9 REPRESENTATIONS TEMPORELLES DU REGIME PERTURBE

Nous avons considéré que la perturbation paramétrique est multiplicative à la sortie du processus d'où apparaît : $Gp(j\omega) = (I + \Delta s(j\omega)) G(j\omega)$

V.9.1 CAS SANS RECOUVREMENT

V.9.1.1 Validations Des Commandes

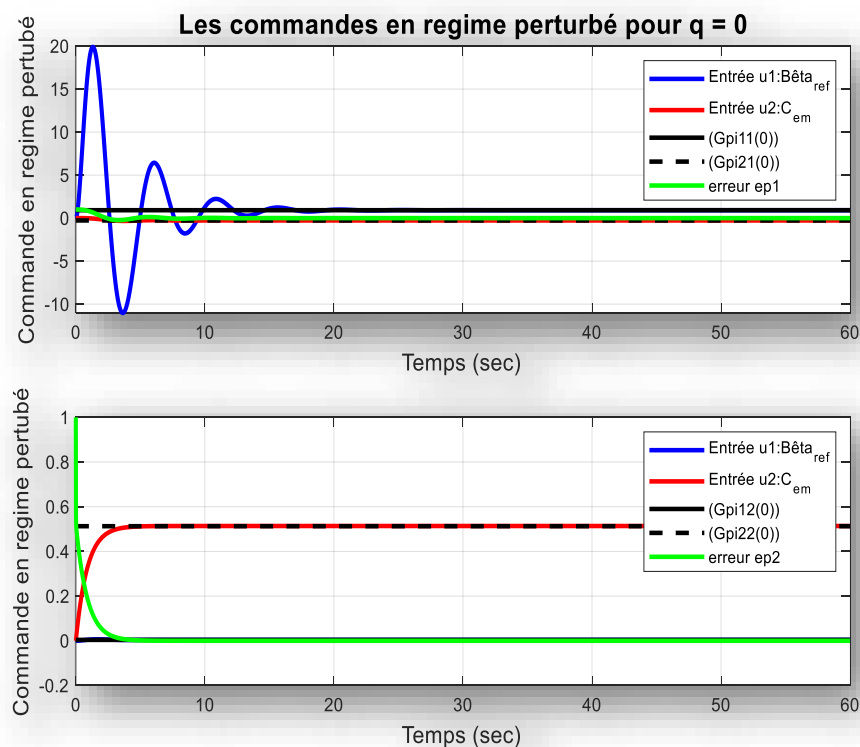


Figure V.18: Les commandes en régime perturbée pour $q=0$

La [Figure V.18](#) illustre les commandes du régime perturbé du système en cas sans recouvrement ($q = 0$) pour deux scénarios différents, On observe que les commandes tendent vers l'inverse du gain statique (équation (V.27)) en régime perturbée.

$$G_p^{-1}(0) = \begin{bmatrix} 0.9180 & 0.0041 \\ -0.2721 & 0.5128 \end{bmatrix} \quad (\text{V.27})$$

Et l'erreur ramenée à zéro. Indiqués dans les sous-graphes. Dans le premier sous-graphe, les courbes bleue et rouge représentent les commandes $u1$ et $u2$ du système, tandis que les courbes noire et noire en tiret représentent les réponses des composants inverses de la fonction de transfert $G_{p_{11}}^{-1}(0)$ et $G_{p_{21}}^{-1}(0)$ à une entrée de référence r . La courbe verte montre l'erreur $ep1$ du système.

L'analyse de ces courbes révèle que les commandes $u1$ et $u2$ répondent rapidement aux perturbations, atteignant rapidement les valeurs souhaitées. Cependant, on observe que la courbe verte, représentant l'erreur $ep1$, diminue progressivement, indiquant une correction continue de l'erreur par le système de contrôle. La présence d'oscillations dans les commandes $u1$ et $u2$

suggère une dynamique active du système en réponse aux perturbations, mais aussi une certaine robustesse et réactivité.

Dans le second sous-graphe, les courbes suivent une logique similaire : les commandes u_1 et u_2 (courbes bleue et rouge) répondent de manière dynamique aux perturbations, tandis que les courbes noire et noire en tiret représentent les réponses des composants inverses de la fonction de transfert $G_{p_{12}}^{-1}(0)$ et $G_{p_{22}}^{-1}(0)$. L'erreur ep_2 , représentée par la courbe verte, diminue également, indiquant une correction efficace de l'erreur par le système de contrôle.

En termes de performance, les deux sous-graphes montrent que le système parvient à ajuster les commandes pour minimiser l'erreur rapidement. Le temps de réponse et le temps de montée des commandes sont relativement courts, indiquant une réaction rapide du système aux perturbations. La présence d'oscillations suggère que le système est fortement réactif, mais cela peut également indiquer la nécessité d'un réglage fin pour minimiser ces oscillations et améliorer la stabilité à long terme.

En somme, les performances du système perturbé sont globalement satisfaisantes avec des temps de réponse et de montée rapides, bien que des oscillations soient présentes. La durabilité et la robustesse du système sont démontrées par sa capacité à réduire l'erreur progressivement, malgré les perturbations.

V.9.1.2 Réponses Temporels

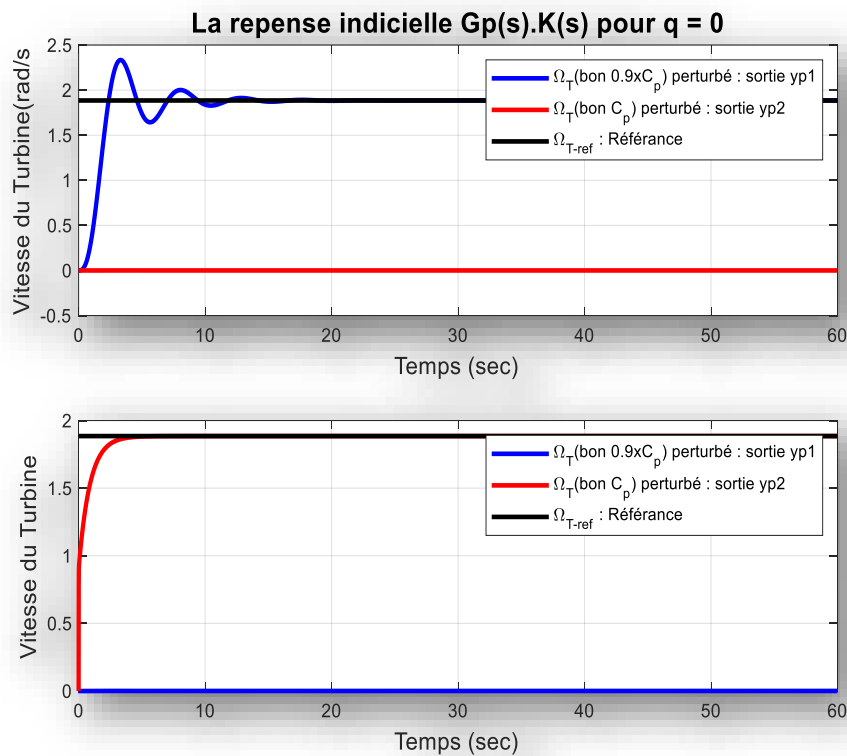


Figure V.19: La repense indicielle en régime perturbée pour $q=0$

La [Figure V.19](#) présente les réponses indicielles de la vitesse de rotation perturbée de la turbine (Ω_T) pour deux scénarios différents ; un avec un paramètre de contrôle C_p bon (courbe rouge) et un autre avec C_p dégradé à $0.9 * C_p$ (courbe bleue), comparés à une référence Ω_{T-ref} , courbe noire). Dans le premier sous-graphique, on observe que les deux réponses atteignent la référence rapidement, mais la réponse avec le bon C_p montre des oscillations plus faibles et une stabilisation plus rapide, ce qui indique une meilleure performance en termes de stabilité et de précision.

En termes de temps de réponse, qui est le temps nécessaire pour que la réponse reste dans une bande étroite autour de la valeur finale, la configuration avec le bon C_p atteint cette condition plus rapidement, démontrant une meilleure performance dynamique globale. Les deux réponses finissent par atteindre la référence avec une erreur d'état stable minimale, ce qui indique que, malgré les perturbations, le système est capable de suivre la consigne de manière précise.

V.9.2 CAS AVEC RECOUVREMENT TOTAL

V.9.2.1 Validations Des Commandes

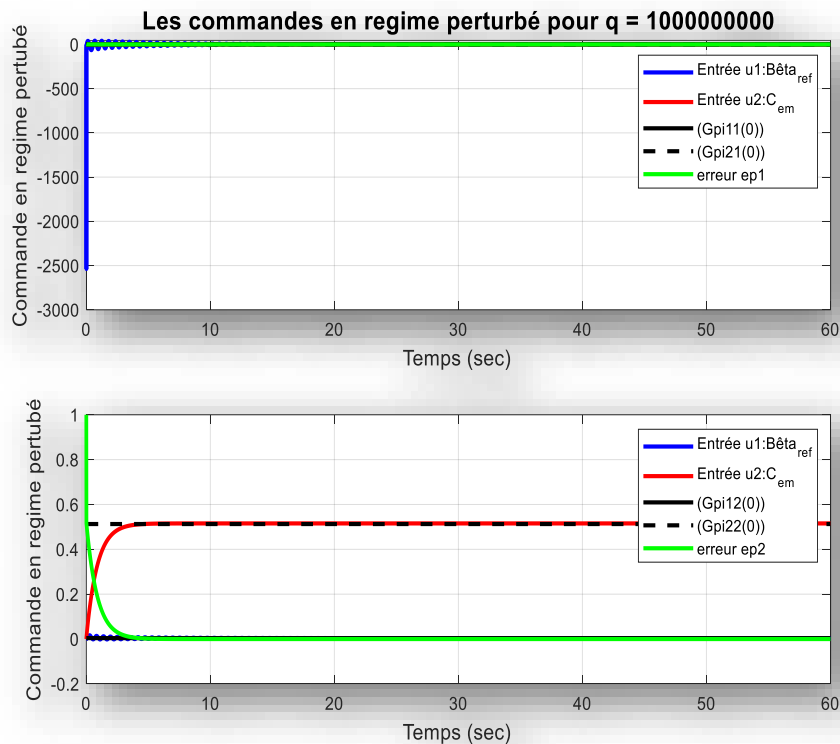


Figure V.20: Les commandes en régime perturbée pour $q=10^9$

Dans ce cas avec recouvrement totale ($q = 10e9$). L'erreur de suivi, qui représente la variation entre la trajectoire de référence et la trajectoire réellement suivie par le système, est ramenée à zéro. De plus, les commandes émises par le système convergent vers l'inverse du gain statique $G_p^{-1}(0) = \begin{bmatrix} 0.9180 & 0.0041 \\ -0.2721 & 0.5128 \end{bmatrix}$, ce qui montre que le système corrige les erreurs de façon efficiente pour maintenir la trajectoire suivie aussi proche que possible de la trajectoire de référence. Les oscillations harmoniques évoquées se manifestent par des variations régulières et périodiques dans les commandes produites par le système. Ces oscillations peuvent être considérées comme une caractéristique normale du comportement dynamique du système dans certaines conditions opérationnelles.

V.9.2.2 Réponses Temporels

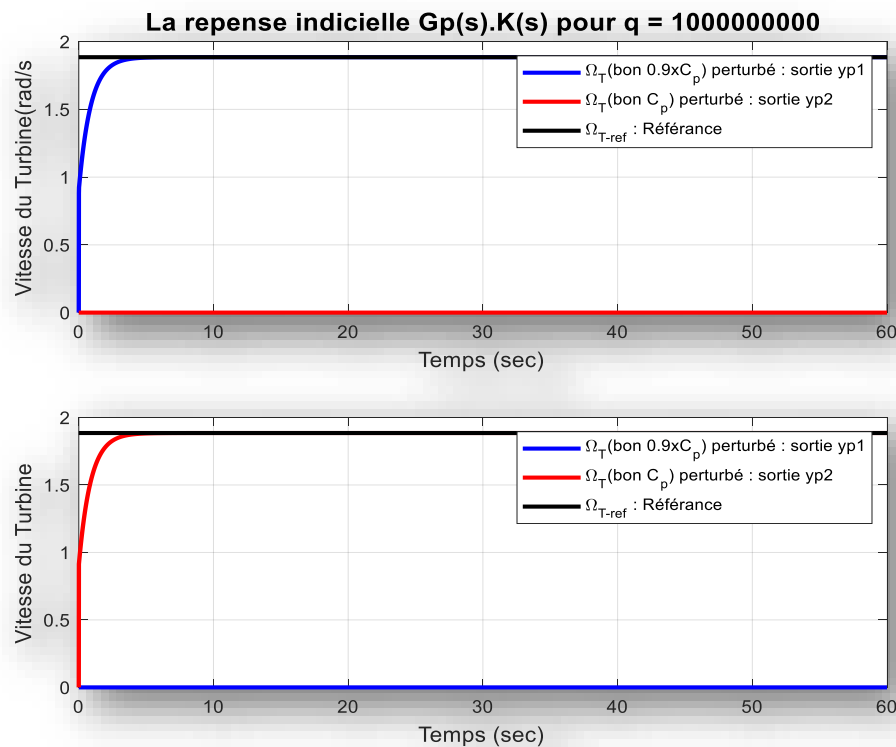


Figure V.21: La repense indicielle en régime perturbée pour $q=10^9$

La [Figure V.21](#) met en évidence que le système avec ($q = 10e9$) présente de meilleures performances en termes de suivi de référence, avec des temps de réponse et de montée plus rapides malgré la présence d'oscillations. La capacité du système à maintenir une réponse stable après les perturbations initiales est adéquate, mais pourrait bénéficier d'une analyse plus approfondie pour améliorer la réduction des oscillations et optimiser la stabilité à long terme.

V.10 REPRESENTATIONS AVEC VARIATIONS DE CHARGE OU DES PERTURBATIONS EXTERIEURES

V.10.1 CAS SANS RECOUVREMENT

En tenant désormais compte du bruit externe, un profil de vent aléatoire d'une valeur moyenne de 17 m/s a été généré pour confirmer l'efficacité du contrôleur proposé en conditions réelles dans le cas sans recouvrement.

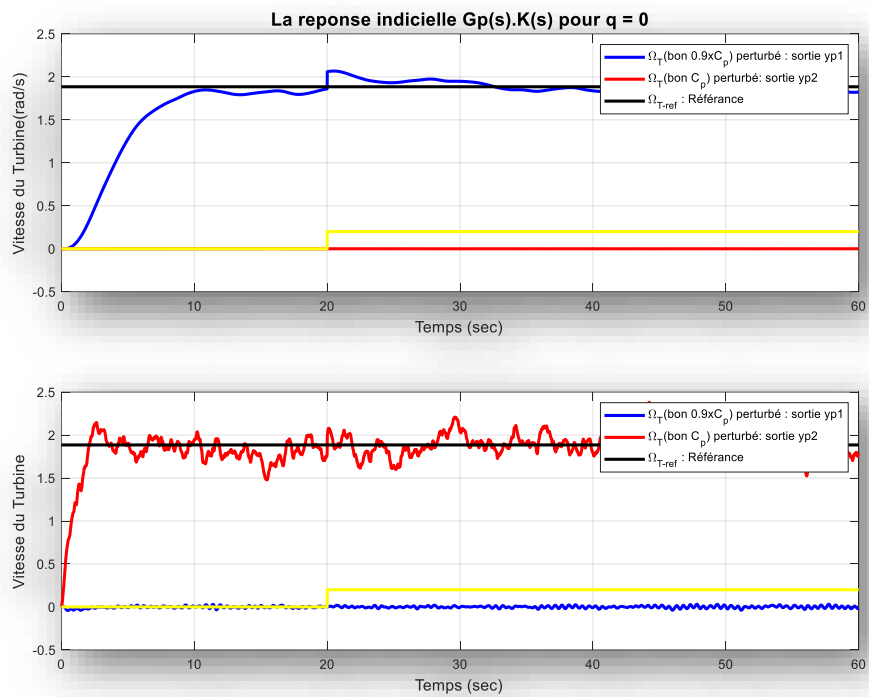


Figure V.22: La réponse indicielle en régime perturbée pour q=0

V.10.2 CAS AVEC RECOUVREMENT TOTAL

La [Figure V.23](#) montre le comportement de l'éolienne confrontée à des vents instables et à des charges irrégulières afin de confirmer l'efficacité du contrôleur en cas de recouvrement total ($q = 10e9$).

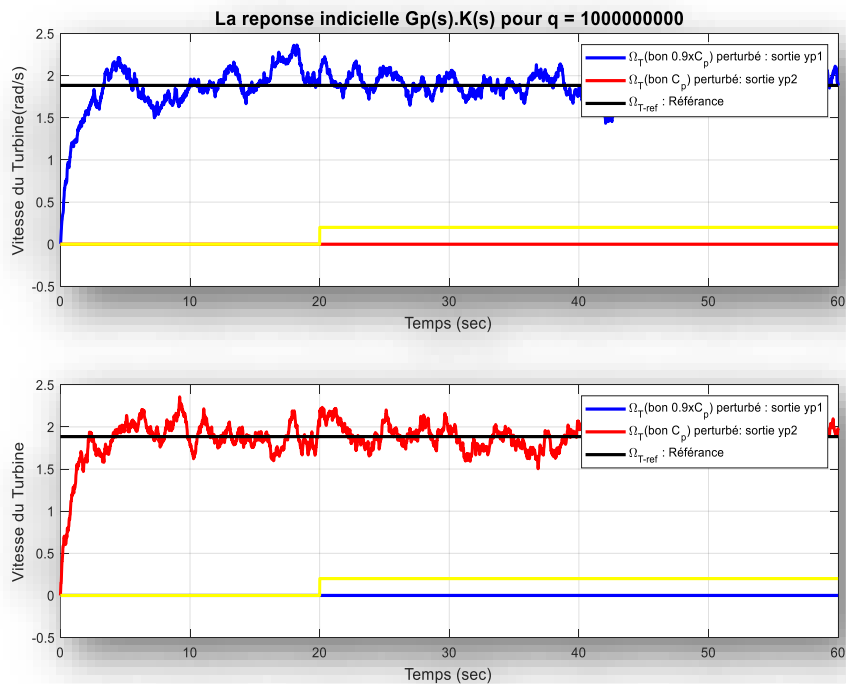


Figure V.23: La réponse indicielle en régime perturbée pour $q=10^9$

Le système de contrôle robuste a été développé pour l'éolienne soumise à des perturbations de la vitesse du vent et du bruit blanc gaussien. Cette fois nous avons pris en compte la vitesse réelle du vent comme entrée aléatoire avec une valeur moyenne de 17 m/s pour tester l'efficacité du dispositif de contrôle proposé à réduire les perturbations externes. Une perturbation externe a la seconde 20 introduite, La réponse résultante du système de contrôle en boucle fermée a été représentée. Notre objectif était de maintenir un suivi efficace du signal de référence. Il est observable que le contrôleur *LQG* parvient à atteindre plusieurs objectifs de l'estimateur d'état aux valeurs nominales malgré l'influence du bruit, des fluctuations de la vitesse du vent et du bruit blanc, bien que des améliorations soient encore nécessaires. Les performances de l'éolienne doivent être optimisées pour maximiser la capture de puissance tout en assurant une stabilité optimale.

Après le recouvrement du transfert en boucle *LQG/LTR*, on peut affirmer que cette méthode est très viable dans des applications pratiques car elle peut être généralisée et utilisée dans le domaine du contrôle des systèmes perturbés.

V.11 CONCLUSION

Dans ce chapitre dédié à la conception d'une commande robuste pour une turbine éolienne à l'aide de la méthode LQG/LTR , notre objectif principal était d'améliorer à la fois la stabilité et les performances du système. Nous avons commencé par une analyse approfondie du système en boucle ouverte, révélant une stabilité de base mais des performances perfectibles. Cela nous a incités à chercher une solution de commande robuste pour relever ces défis.

Le contrôleur résultant de cette démarche a été capable de stabiliser efficacement le système en boucle fermée tout en améliorant ses performances. À travers des simulations, nous avons observé que ce contrôleur a réussi à maintenir la stabilité même en présence de perturbations, ce qui est essentielle pour assurer un fonctionnement continu et fiable de la turbine éolienne.

Une observation encore plus significative était que le contrôleur n'a pas seulement préservé la stabilité, mais a également renforcé les performances globales du système. Cela se traduit par une meilleure réponse aux variations de charges et aux fluctuations des conditions environnementales, ce qui est essentiel pour maximiser l'efficacité énergétique de la turbine.

L'analyse approfondie des résultats a confirmé la robustesse du contrôleur, soulignant sa capacité à maintenir des performances optimales face à diverses conditions opérationnelles. Les gabarits fréquentiels développés pour évaluer la robustesse du contrôleur ont été une réussite, validant ainsi son efficacité et sa fiabilité dans le contexte spécifique de la turbine éolienne.

CONCLUSION GÉNÉRALE

CONCLUSION GENERALE

Les recherches exposées dans cette thèse se sont axées sur l'élaboration de lois de contrôle résilientes en utilisant la synthèse LQG/LTR pour des systèmes linéaires multivariables. Il existe diverses méthodes modernes pour superviser les systèmes linéaires, parmi lesquelles se distingue l'emploi d'un contrôle robuste. Développer une loi de contrôle robuste face aux incertitudes paramétriques affectant les modèles de synthèse LQG/LTR constitue un élément central dans la création d'un contrôleur optimal. Celui-ci doit être capable de restaurer l'état du système, tout en respectant les conditions de robustesse relatives à la stabilité et aux performances. La méthode adoptée vise à observer des modèles alternatifs pour obtenir des performances et une durabilité adéquate. Cette approche particulière assure la stabilité des systèmes en boucle fermée, tout en garantissant de bonnes performances. Ainsi, l'accent est mis sur le contrôle des systèmes multivariables à l'aide de contrôleurs puissants, tels que la combinaison LQG/LTR et le critère H^∞ .

Dans le premier chapitre, une vue d'ensemble des systèmes multivariables a été proposée, avec un accent sur leur contrôlabilité et leur observabilité, ainsi que sur la complexité des interactions entre les variables. Nous avons discuté des caractéristiques spécifiques de ces systèmes, notamment le couplage et la stabilité, et de l'importance d'adapter les représentations aux objectifs d'analyse ou de contrôle. Cette exploration souligne la complexité inhérente à la modélisation et à la conception de ces systèmes, en insistant sur l'importance d'examiner chaque système individuellement. Une compréhension globale de ces concepts est cruciale pour développer des stratégies de contrôle efficaces dans divers domaines d'application.

Dans le deuxième chapitre, nous avons examiné les fondements d'un contrôle robuste dans les systèmes linéaires invariants dans le temps, ainsi que les performances attendues des contrôleurs robustes. Nous avons identifié différents types d'incertitudes, notamment paramétriques et dynamiques, pour évaluer l'impact des dynamiques négligées lors de la modélisation. La nécessité de robustesse pour garantir la stabilité et les performances nominales d'un système en boucle fermée a été discutée, en reconnaissant la difficulté de remplir simultanément ces conditions sur toute la gamme de fréquences.

Dans le troisième chapitre, l'importance de la commande LQ est soulignée, mettant en évidence la nécessité d'améliorer la stabilité. Une méthode LTR est proposée pour renforcer la robustesse

du système en exploitant les avantages des commandes LQ . Cette approche met l'accent sur le déploiement d'un contrôleur robuste via la méthode LQG/LTR , avec des solutions spécifiques pour résoudre les problèmes de conception. Pour appliquer cette théorie de contrôle, le concept de "formation de boucle" est abordé. La théorie de la séparation, les conditions de robustesse et les interférences asymptotiques sont présentées pour assurer des performances stables sur l'ensemble de la plage de fréquences.

Dans le quatrième chapitre, un système multivariable est sélectionné pour mettre en pratique les concepts abordés précédemment. Étant donné l'importance cruciale des éoliennes dans le contexte contemporain, une attention particulière est portée aux méthodes de contrôle adaptées à ce domaine. Les éoliennes constituent un système entièrement non linéaire, ce qui complexifie le processus de contrôle. L'objectif principal du contrôle est d'assurer la fiabilité et la stabilité du système dans diverses conditions de fonctionnement. Un modèle mathématique des éoliennes est présenté pour mettre en place un processus de contrôle linéaire et adaptatif, permettant de réguler la vitesse et d'assurer une production de puissance uniforme dans toutes les situations opérationnelles.

Dans le cinquième chapitre, l'étude théorique précédente a été appliquée pratiquement au système choisi, en débutant par la commande optimale dans sa forme générale, avant de se concentrer sur la commande linéaire LQG . Cette dernière est caractérisée par des coefficients de pondération qui peuvent être sélectionnés avec des structures symétriques ou diagonales, selon les exigences du système. À cela s'ajoutent les paramètres associés aux incertitudes liées au processus et à la mesure, indispensables à la conception du filtre de Kalman. Ce filtre, fondé sur le principe de séparation, permet d'estimer l'état du système tout en assurant que les étapes d'estimation et de commande puissent être traitées séparément. La résolution de l'équation de Riccati fournit une matrice clé dans le calcul du gain optimal et dans la maîtrise de la dynamique du système. De plus, dans le cadre de la méthode LTR (Loop Transfer Recovery), d'autres éléments sont introduits afin d'affiner l'équilibre entre robustesse et performance. Les résultats de simulation ont mis en évidence un comportement robuste et satisfaisant, aussi bien en régime nominal qu'en conditions perturbées. L'utilisation d'un algorithme d'optimisation basé sur cette approche a permis de concevoir un contrôleur fiable, assurant stabilité et performance en boucle fermée même face aux incertitudes du système.

La commande LQG/LTR constitue une approche efficace pour la conception de contrôleurs robustes, en combinant les avantages de l'optimalité et de la reconstruction d'état avec des garanties de performance et de stabilité en présence d'incertitudes. Cette méthode, tout comme d'autres approches robustes telles que la commande H^∞ , la commande μ -synthèse, la commande adaptative, ou encore la commande par modes glissants, permet de répondre aux exigences des systèmes multivariables, complexes et incertains, et offre une solution avancée en garantissant robustesse en stabilité et en performance, même face à des perturbations fortement couplées ou dynamiques. L'ensemble de ces approches souligne l'importance de la commande robuste dans les applications industrielles où la fiabilité et la performance doivent être assurées malgré les incertitudes du modèle.

Travaux futurs et perspectives

Plusieurs recommandations peuvent être faites pour la suite des travaux afin d'approfondir la recherche

1. **Étude approfondie des interactions système-humain** : Explorer comment les systèmes développés peuvent interagir de manière plus efficace avec les opérateurs humains pour une meilleure prise de décision et une utilisation plus intuitive.
2. **Intégration de l'intelligence artificielle** : Investiguer les moyens d'incorporer des techniques d'intelligence artificielle, telles que l'apprentissage automatique et les réseaux neuronaux, pour améliorer la capacité des systèmes à s'adapter et à anticiper les changements environnementaux.
3. **Optimisation multi-objectifs** : Développer des méthodes d'optimisation prenant en compte plusieurs objectifs simultanément, tels que la performance, la consommation d'énergie et la durabilité, pour trouver des compromis optimaux entre ces différents critères.
4. **Étude de la robustesse dans des environnements dynamiques** : Explorer comment les systèmes développés peuvent maintenir leur performance et leur stabilité dans des environnements dynamiques et imprévisibles, tels que les conditions météorologiques changeantes ou les fluctuations de la demande.
5. **Validation expérimentale et mise en œuvre sur le terrain** : Tester les solutions proposées dans des conditions réelles pour évaluer leur efficacité et leur viabilité dans des environnements opérationnels réels, en partenariat avec des industries ou des organismes concernés.
6. **Analyse de l'impact environnemental** : Évaluer l'empreinte environnementale des systèmes développés et proposer des stratégies d'optimisation pour réduire leur impact sur l'environnement, en favorisant par exemple l'utilisation de sources d'énergie renouvelables.
7. **Développement de méthodes de maintenance prédictive** : Concevoir des techniques avancées de surveillance et de diagnostic permettant de détecter les défaillances potentielles des systèmes avant qu'elles ne surviennent, afin de réduire les temps d'arrêt et d'optimiser les opérations de maintenance.

8. Développement de méthodes d'apprentissage continu : Explorer des approches permettant aux systèmes de s'améliorer de manière continue grâce à l'apprentissage à partir de l'expérience et des retours d'information, pour rester pertinents et efficaces dans des environnements évolutifs.

ANNEXES

ANNEXES

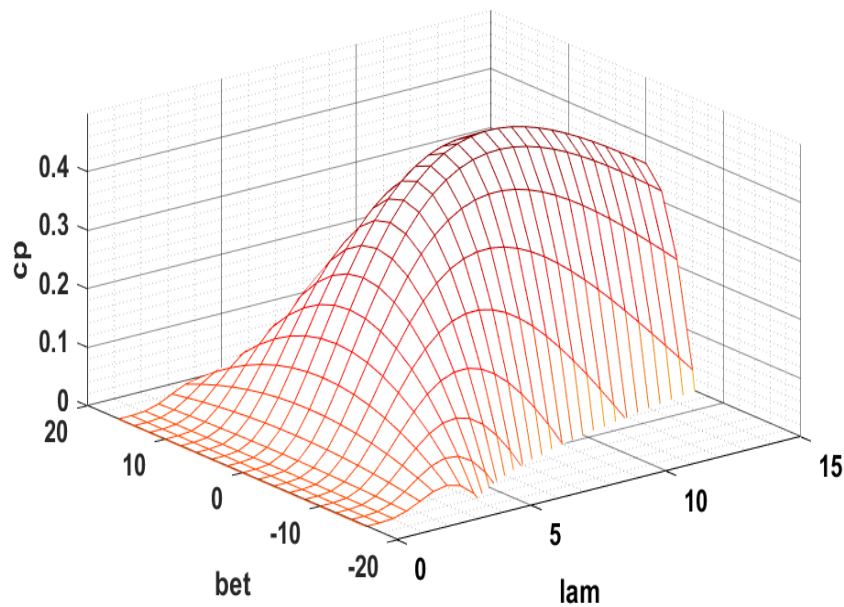
A- Paramètres du modèle du système mécanique [121]

<i>Symbol</i>	<i>Name</i>	<i>Value</i>	<i>Unit</i>
P_{nom}	<i>Puissance nominale de la turbine</i>	2	<i>MW</i>
Ω_{T-nom}	<i>Vitesse de rotation nominale de la turbine</i>	18	<i>rpm</i>
R_T	<i>Longueur de la pôle</i>	40	<i>m</i>
J_T	<i>Inertie de la turbine</i>	$4.9 \cdot 10^6$	<i>N.m.s²</i>
J_{g-BV}	<i>Inertie de la génératrice ramenée à l'arbre de basse vitesse</i>	$0.9 \cdot 10^6$	<i>N.m.s²</i>
λ_{opt}	<i>Valeur optimale du ratio de vitesse</i>	9	<i>rad</i>
G_g	<i>Gain du multiplicateur</i>	92.6	/
d	<i>Coefficient de frottement</i>	$3.5 \cdot 10^5$	<i>N.m⁻¹.s</i>
k	<i>Coefficient d'élasticité</i>	$114 \cdot 10^6$	<i>N.m⁻¹</i>
V_v	<i>Vitesse du vent</i>	17	<i>m/s</i>
ρ	<i>Densité de l'air</i>	1.225	<i>Kg.m³</i>
C_{p-opt}	<i>Coefficient de puissance optimal</i>	0.4475	/

B- Coefficients de puissance

Différentes méthodes sont utilisées pour modéliser le coefficient de puissance des éoliennes, mais toutes sont entravées par des données limitées provenant des fabricants. Chaque turbine a ses propres caractéristiques et son comportement distinct, ce qui rend difficile une modélisation parfaite, une méthode de modélisation largement utilisée a été choisie pour les turbines de 2MW, fréquemment documentée dans de nombreux ouvrages et articles spécialisés [123-126], et elle donne de bons résultats spécifiquement pour les éoliennes à trois pales à axe horizontal.

$$C_p(\lambda, \beta) = 0.18 \left(\frac{90}{0.4 + 0.5 \lambda} - 6.8 - 0.115 \beta^2 \right) e^{\frac{-8}{0.4 + 0.5 \lambda} + 0.16}$$



Coefficient de puissance $C_p(\lambda, \beta)$.

REFERENCES

RÉFÉRENCES

- [1] S. Skogestad and I. Postlethwaite, *Multivariable feedback control: analysis and design*. John Wiley & sons, 2005.
- [2] G. C. Goodwin and K. S. Sin, *Adaptive filtering prediction and control*. Courier Corporation, 2014.
- [3] K. J. Åström and R. M. Murray, *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press, 2021.
- [4] W. L. Luyben, B. D. Tyréus, and M. L. Luyben, *Plantwide process control*. McGraw-Hill Professional Publishing, 1999.
- [5] S. Skogestad, "Plantwide control: The search for the self-optimizing control structure," *Journal of process control*, vol. 10, no. 5, pp. 487-507, 2000.
- [6] P. Albertos and S. Antonio, *Multivariable control systems: an engineering approach*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [7] P. den Toom, "Efficient MIMO Iterative Feedback Tuning applied to a mechatronic system.", 2024
- [8] H. K. Khalil, "Performance recovery under output feedback sampled-data stabilization of a class of nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 12, pp. 2173-2184, 2004.
- [9] P. R. Kumar and P. Varaiya, *Stochastic systems: Estimation, identification, and adaptive control*. SIAM, 2015.
- [10] N. S. Nise, *Control systems engineering*. John Wiley & Sons, 2020.
- [11] D. E. Seborg, T. F. Edgar, D. A. Mellichamp, and F. J. Doyle III, *Process dynamics and control*. John Wiley & Sons, 2016.
- [12] R. C. D. R. H. Bishop, *Modern control systems*. 2011.
- [13] N. Bouffard, "Algèbre linéaire 2," 2020.
- [14] M. Lewin, *Théorie spectrale et mécanique quantique*. Springer Nature, 2022.
- [15] F. Boulier, "Calcul Numérique Algèbre Linéaire," 2016.
- [16] J. Erhel, "cours MAP: Mathématiques Appliquées DIIC 1ere année," 2006.
- [17] G. Scorletti and V. Fromion, "Introduction à la commande multivariable des systèmes: méthodes de synthèse fréquentielle H_∞ ," ed: Cours de 3A Instru Auto de l'ENSI de Caen, 2004.
- [18] F. Audubert, "Mise au point d'une matrice apatitique pour le confinement de l'iode 129," Toulouse, INPT, 1995.
- [19] A. Isidori, *Lectures in feedback design for multivariable systems*. Springer, 2017.
- [20] G. Salloum, "Contribution à la commande robuste de la machine asynchrone à double alimentation," Diss. Institut National Polytechnique (Toulouse), 2007.
- [21] H. Moradi and G. Vossoughi, "Robust control of the variable speed wind turbines in the presence of uncertainties: A comparison between H_∞ and PID controllers," *Energy*, vol. 90, pp. 1508-1521, 2015.
- [22] T. AMIEUR, "Robustification d'un contrôleur fractionnaire par l'introduction de l'ordre non entier dans le critère de la sensibilité mixte," 2017.

- [23] H. Nacer, "système linéaires multivariables," 2020.
- [24] F. ARICHI, "systèmes linéaires multivariables continus et discrets," Polycopie de cours 2021.
- [25] C.-T. Chen, *Linear system theory and design*. Saunders college publishing, 1984.
- [26] D. Rowell, "State-space representation of LTI systems," URL: <http://web.mit.edu/2.14/www/Handouts/StateSpace.pdf>, pp. 1-18, 2002.
- [27] A. K. Sarangi and A. Datta, "Capacity comparison of siso, simo, miso & mimo systems," in *2018 Second International Conference on Computing Methodologies and Communication (ICCMC)*, 2018: IEEE, pp. 798-801.
- [28] K. Sengar, N. Rani, A. Singhal, D. Sharma, S. Verma, and T. Singh, "Study and capacity evaluation of SISO, MISO and MIMO RF wireless communication systems," *arXiv preprint arXiv:1403.7774*, 2014.
- [29] M. A. Alrubei, I. A. Alshimaysawe, A. N. Hassan, and A. H. Khwayyir, "Capacity analysis & performance comparison of SISO, SIMO, MISO & MIMO systems," in *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1530, no. 1: IOP Publishing, p. 012077.
- [30] D. Valério and J. S. Da Costa, "Introduction to single-input, single-output fractional control," *IET control theory & applications*, vol. 5, no. 8, pp. 1033-1057, 2011.
- [31] T. Miquel, "Représentation des systèmes dynamiques: Notes de cours," ENAC, 2022.
- [32] Y. Oussar, "Réseaux d'ondelettes et réseaux de neurones pour la modélisation statique et dynamique de processus," Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 1998.
- [33] G. Cabodevila, "Identification des systèmes," France: *École Nationale Supérieure de Mécanique et des Micro-techniques gonzalo.cabodevila@femto.fr*, 2009.
- [34] P. Borne and J.-P. Richard, *Modélisation et identification des processus*. Editions Technip, 1992.
- [35] L. Batista, "Identification de systèmes dynamiques linéaires à effets mixtes," Université de Lorraine, 2017.
- [36] P. Chen and W. Zhang, "Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes," *ISA transactions*, vol. 46, no. 2, pp. 199-210, 2007.
- [37] T.-Y. Chai and H. Yue, "Multivariable intelligent decoupling control system and its application," *Acta Automatica Sinica*, vol. 31, no. 1, pp. 123-131, 2005.
- [38] W. L. Luyben, "Distillation decoupling," *AIChE Journal*, vol. 16, no. 2, pp. 198-203, 1970.
- [39] R. H. Naik, D. A. Kumar, and P. Sujatha, "Independent controller design for MIMO processes based on extended simplified decoupler and equivalent transfer function," *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 11, no. 2, pp. 343-350, 2020.
- [40] E. Gagnon, A. Pomerleau, and A. Desbiens, "Simplified, ideal or inverted decoupling?," *ISA transactions*, vol. 37, no. 4, pp. 265-276, 1998.
- [41] Q.-G. Wang, *Decoupling control*. Springer Science & Business Media, 2002.
- [42] J. Garrido, F. Vázquez, and F. Morilla, "Centralized multivariable control by simplified decoupling," *Journal of process control*, vol. 22, no. 6, pp. 1044-1062, 2012.
- [43] C. Rajapandiyam and M. Chidambaram, "Controller design for MIMO processes based on simple decoupled equivalent transfer functions and simplified decoupler," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 51, no. 38, pp. 12398-12410, 2012.
- [44] S. LAIFA, "Contribution à la synthèse des lois de commande à retour fractionnaire pour les systèmes multivariables," 2023.

- [45] W. El Aouni, "Implémentation en temps réel d'un algorithme de linéarisation exacte entrée-état et prédictif pour la commande robuste de la tension de sortie d'un convertisseur CC-CC survolteur," *École de technologie supérieure*, 2022.
- [46] R. A. Oderinu, J. A. Owolabi, A. D. Ohaegbue, and A. A. Yahaya, "Two-point Taylor polynomial iterative linearization via Legendre nodes for exothermic diffusion model," *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, pp. 1-14, 2024.
- [47] P. Dorato, "Robust control: A historical review," in *1986 25th IEEE Conference on Decision and Control*, 1986: IEEE, pp. 346-349.
- [48] K. J. Åström, "Model uncertainty and robust control," *Lecture Notes on Iterative Identification and Control Design*, vol. 2000, pp. 63-100, 2000.
- [49] P. Bernhard and M. Deschamps, "Kalman 1960: The birth of modern system theory," *Mathematical Population Studies*, vol. 26, no. 3, pp. 123-145, 2019.
- [50] P. Dorato, "A historical review of robust control," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 7, no. 2, pp. 44-47, 1987.
- [51] M. G. Safonov, "Origins of robust control: Early history and future speculations," *Annual Reviews in Control*, vol. 36, no. 2, pp. 173-181, 2012.
- [52] J. C. Doyle, B. A. Francis, and A. R. Tannenbaum, *Feedback control theory*. Courier Corporation, 2013.
- [53] P. Apkarian, "Elements de la théorie de la commande robuste," *Polycopié de cours*, 2009.
- [54] N. N. Aouani, "Commande Robuste des systèmes Linéaires continus à Paramètres Variant dans le temps," Université du 7 Novembre à Carthage, 2012.
- [55] D.-W. Gu, P. Petkov, and M. M. Konstantinov, *Robust control design with MATLAB®*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [56] V. H. Nguyen, "Synthèse de tolérance pour la conception des systèmes mécatroniques: Approche par bond graph inverse," Lyon, INSA, 2014.
- [57] A. Nouy, "Méthodes spectrales stochastiques et réduction de modèle pour la propagation d'incertitudes paramétriques dans les modèles physiques," in *Journées MAS et Journée en l'honneur de Jacques Neveu*, 2010.
- [58] A. Mesbah, "Stochastic model predictive control: An overview and perspectives for future research," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 36, no. 6, pp. 30-44, 2016.
- [59] M. A. AZIZI and N. A. E. Douadi, "Variation de la vitesse d'un MCC par la commande prédictive," Université Kasdi Merbah Ouargla.
- [60] K. Adel, "Loi de commande Backstepping avec barrière pour la poursuite de trajectoire d'un drone," Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, 2023.
- [61] H. K. Khalil, *Control of nonlinear systems*. Prentice Hall, New York, NY, 2002.
- [62] P. Müllhaupt, *Introduction à l'analyse et à la commande des systèmes non linéaires*. PPUR Presses polytechniques, 2009.
- [63] E. Moulay, "Une Contribution à l'Etude de la Stabilité en Temps Fini et de la Stabilisation," Ecole Centrale de Lille; Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I, 2005.
- [64] I. Ellouze, "Etude de la stabilité et de la stabilisation des systèmes à retard et des systèmes impulsifs," Université Paul Verlaine-Metz; Université de Sfax, 2010.
- [65] M. Baroudi, "Contrôle d'un bras robotique flexible," Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue; Université du Québec à Chicoutimi], 2010.

- [66] M. Barreau, "Stabilité et stabilisation de systèmes linéaires à l'aide d'inégalités matricielles linéaires," *Quadrature*, no. 113, 2019.
- [67] E. Laroche, "Identification et commande robuste de systèmes électromécaniques," Université Louis Pasteur-Strasbourg I, 2007.
- [68] W. Borutzky, "Stability of Multivariable Systems," in *Linear Multivariable Control Engineering Using GNU Octave*: Springer, 2023, pp. 125-133.
- [69] W. Nuninger, G. Schreier, F. Kratz, and J. Ragot, "Stabilité et performances des systèmes linéaires," in *Automatique, Génie Informatique et Image, AGI 1996*, 1996, pp. 129-132.
- [70] C. Stoica, "Robustification de lois de commande prédictives multivariées," Université Paris Sud-Paris XI, 2008.
- [71] S. Yousfi, "Développement d'algorithmes pour la commande H des systèmes non linéaires: Application à un procédé industriel," Université Mouloud Mammeri, 2010.
- [72] D. Peaucelle, "Formulation générique de problèmes en analyse et commande robuste par les fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres," Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2000.
- [73] E. Laroche, "Commande optimale," *ENSPS-3A ISAV*, 2009.
- [74] M. Anand, A. Lavaei, and M. Zamani, "From small-gain theory to compositional construction of barrier certificates for large-scale stochastic systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 67, no. 10, pp. 5638-5645, 2022.
- [75] Z. Lyu, X. Xu, and Y. Hong, "Small-gain theorem for safety verification of interconnected systems," *Automatica*, vol. 139, p. 110178, 2022.
- [76] T. Liu, Z. Qin, Y. Hong, and Z.-P. Jiang, "Distributed optimization of nonlinear multiagent systems: A small-gain approach," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 67, no. 2, pp. 676-691, 2021.
- [77] S. Yahmedi, "Mise en oeuvre d'outils algorithmiques permettant l'étude de la robustesse de la stabilité et des performances des systèmes multivariés bouclés," 1995.
- [78] G. Stein and M. Athans, "The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 2, pp. 105-114, 1987.
- [79] M. L. M. Saïd, P. Y. Saïd, and D. Le JURY, "Commande Robuste par la Synthèse LQG/LTR," *mémoire de Magister-2008-Université Badji MOKHTAR*, 2008.
- [80] M. L. M. Saïd, P. Y. Saïd, and D. Le JURY, "Commande Robuste par la Synthèse LQG/LTR," *mémoire de Magister-2008-Université Badji MOKHTAR*.
- [81] J. Doyle and G. Stein, "Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, no. 1, pp. 4-16, 1981.
- [82] A. Toufik, "Commande des Systèmes Non Linéaires par Mode Glissant Flou," Diss 2009.
- [83] M. Ramadan and H. Saad, "Non-linear control and stabilization of VSC-HVDC transmission systems," Paris 11, 2012.
- [84] W. KABI, "Contribution à l'étude des stratégies de commande robuste H₂ et H_∞-Application aux systèmes stabilisateurs des puissances," 2015.
- [85] J. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis, "State-space solutions to standard H₂ and H_∞ control problems," in *1988 American Control Conference*, 1988: IEEE, pp. 1691-1696.
- [86] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, and G. Ferreres, *Robustesse et commande optimale*. Cépaduès-éditions, 1999.

- [87] M. Safonov and M. Athans, "Gain and phase margin for multiloop LQG regulators," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 173-179, 1977.
- [88] G. Duc, *Robustesse des systèmes linéaires multivariables*. Supelec, 1994.
- [89] N. Lehtomaki, N. Sandell, and M. Athans, "Robustness results in linear-quadratic Gaussian based multivariable control designs," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, no. 1, pp. 75-93, 1981.
- [90] E. Ostertag, "Filtrage optimal et commande optimale," *ENSPS, ULP, Strasbourg*, 2002.
- [91] B. D. Anderson and J. B. Moore, *Optimal control: linear quadratic methods*. Courier Corporation, 2007.
- [92] J.-F. Magni, *Robust Modal Control with a Toolbox for Use with MATLAB®: With a Toolbox for Use With Matlab*. Springer Science & Business Media, 2002.
- [93] K. Rahmani, M. Naderi, and G. Gharehpetian, "Damping of parallel AC-DC power system oscillations using LQG/LTR controller approach," in *2011 19th Iranian Conference on Electrical Engineering*, 2011: IEEE, pp. 1-6.
- [94] L. El Khaldi, M. Sanbi, R. Saadani, and M. Rahmoune, "LQR and LQG-Kalman active control comparison of smart structures with finite element reduced-order modeling and a Monte Carlo simulation," *Frontiers in Mechanical Engineering*, vol. 8, p. 912545, 2022.
- [95] Y. Zhang, S. Ukil, E. Neimand, S. Sabau, and M. Hohil, "Sample complexity of the robust LQG regulator with coprime factors uncertainty," in *Learning for Dynamics and Control Conference*, 2022: PMLR, pp. 943-953.
- [96] F. S. Hover and M. S. Triantafyllou, "System design for uncertainty," *Mass. Inst. Technol*, 2009.
- [97] P. Bruyere, "Naissance des éoliennes: question de définition (s)," *Technologie et innovation* 4.4 2019.
- [98] Y. Djeriri, "Commande directe du couple et des puissances d'une MADA associée à un système éolien par les techniques de l'intelligence artificielle," 2015.
- [99] S. Krohn, "Danish wind turbines: an industrial success story," *Copenhagen: Danish Wind Industry Association*, 2002.
- [100] A. Fekih, M. Abdelouahab, and Y. Marif, "Evaluation of wind resource and mapping during 2009–2018 based on ERA5 reanalysis data: a case study over Algeria," *International Journal of Energy and Environmental Engineering*, vol. 14, no. 1, pp. 15-34, 2023.
- [101] M. Abkar, "Theoretical modeling of vertical-axis wind turbine wakes," *Energies*, vol. 12, no. 1, p. 10, 2018.
- [102] B. Hand, G. Kelly, and A. Cashman, "Aerodynamic design and performance parameters of a lift-type vertical axis wind turbine: A comprehensive review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 139, p. 110699, 2021.
- [103] S. M. BOUDIA, "Optimisation de l'évaluation temporelle du gisement énergétique éolien par simulation numérique et contribution à la réactualisation de l'atlas des vents en Algérie," *Université de Tlemcen-Abou Bekr Belkaid*, 2013.
- [104] C. Galinos, T. J. Larsen, H. A. Madsen, and U. S. Paulsen, "Vertical axis wind turbine design load cases investigation and comparison with horizontal axis wind turbine," *Energy Procedia*, vol. 94, pp. 319-328, 2016.
- [105] L. Beaudet, "Etude expérimentale et numérique du décrochage dynamique sur une éolienne à axe vertical de forte solidité," *Université de Poitiers*, 2014.

- [106] D. De Doctorat, "Analyse, modélisation et commande avancée d'une éolienne utilisée dans une ferme," université de Tlemcen, 2015.
- [107] A. Medjber, A. Moualdia, A. Mellit, and M. Guessoum, "Commande Vectorielle Indirecte d'un Générateur Asynchrone Double Alimenté Appliqué dans un Système de Conversion Eolien," *Manuscript received August*, vol. 18, 2012.
- [108] D. H. Marin, "Intégration des éoliennes dans les réseaux électriques insulaires," Ecole Centrale de Lille, 2009.
- [109] F. D. Bianchi, H. De Battista, and R. J. Mantz, *Wind turbine control systems: principles, modelling and gain scheduling design*. Springer, 2007.
- [110] F. Lescher, "Commande LPV d'une éolienne à vitesse variable pour l'optimisation énergétique et la réduction de la fatigue mécanique," Ecole Centrale de Lille, 2006.
- [111] G. Cuntly, "Wind turbines and aero-generators: guidebook of wind energy; Eolienne et aerogenerateurs: guide de l'énergie éolienne," 2001.
- [112] B. Boukhezzar, L. Lupu, H. Siguerdidjane, and M. Hand, "Multivariable control strategy for variable speed, variable pitch wind turbines," *Renewable energy*, vol. 32, no. 8, pp. 1273-1287, 2007.
- [113] L. Arturo Soriano, W. Yu, and J. d. J. Rubio, "Modeling and control of wind turbine," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
- [114] M. Rana, W. Xiang, and B. J. Choi, "Wind turbine state-space model, state estimation and stabilisation algorithms," in *2018 15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*, 2018: IEEE, pp. 1235-1240.
- [115] W. Leithead and B. Connor, "Control of variable speed wind turbines: dynamic models," *International Journal of Control*, vol. 73, no. 13, pp. 1173-1188, 2000.
- [116] N. Khezami, "Commande multimodèle optimale des éoliennes: Application à la participation des éoliennes au réglage de la fréquence," Ecole Centrale de Lille; École supérieure des sciences et techniques (Tunis), 2011.
- [117] M. Kesraoui, N. Korichi, and A. Belkadi, "Maximum power point tracker of wind energy conversion system," *Renewable energy*, vol. 36, no. 10, pp. 2655-2662, 2011.
- [118] B. Boukhezzar, "Sur les stratégies de commande pour l'optimisation et la régulation de puissance des éoliennes à vitesse variable," Université Paris Sud-Paris XI, 2006.
- [119] N. Khezami, X. Guillaud, and N. B. Braiek, "Multimodel LQ controller design for variable-speed and variable pitch wind turbines at high wind speeds," in *2009 6th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*, 2009: IEEE, pp. 1-6.
- [120] M. Krpan and I. Kuzle, "Linearized model of variable speed wind turbines for studying power system frequency changes," in *IEEE EUROCON 2017-17th International Conference on Smart Technologies*, 2017: IEEE, pp. 393-398.
- [121] N. Khezami, N. B. Braiek, and X. Guillaud, "Wind turbine power tracking using an improved multimodel quadratic approach," *ISA transactions*, vol. 49, no. 3, pp. 326-334, 2010.
- [122] S. Skogestad, M. Morari, and J. C. Doyle, "Robust control of ill-conditioned plants: High-purity distillation," *IEEE transactions on automatic control*, vol. 33, no. 12, pp. 1092-1105, 1988.
- [123] M. E. Şahin, A. M. Sharaf, and H. İ. Okumuş, "A novel filter compensation scheme for single phase-self-excited induction generator micro wind generation system," *Sci. Res. Essays*, vol. 7, no. 34, pp. 3058-72, 2012.

- [124] R. Mahroug, M. Matallah, and S. Abudura, "Modeling of wind turbine based on dual DFIG generators," *International Journal of Power Electronics and Drive Systems*, vol. 13, no. 2, pp. 1170-1185, 2022.
- [125] S. Mensou, A. Essadki, T. Nasser, and B. B. Idrissi, "An efficient nonlinear Backstepping controller approach of a wind power generation system based on a DFIG," *International Journal of Renewable Energy Research*, vol. 7, no. 4, pp. 1520-1528, 2017.
- [126] Z. Civelek, M. Lüy, E. Çam, and N. Barışçı, "Control of pitch angle of wind turbine by fuzzy PID controller," *Intelligent Automation & Soft Computing*, vol. 22, no. 3, pp. 463-471, 2016.