

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**



**Université du 20 Août 1955 Skikda**

**Faculté de Technologie**

**Département de Génie Mécanique**



N° d'ordre : D012126008D

## **THESE**

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

**DOCTEUR en SCIENCES**

Spécialité : Electromécanique

Par :

Mme. **SEGHIRI Tounes**

# **Contribution à la supervision et au contrôle d'ordre fractionnaire robuste des systèmes mécaniques et robotiques**

Soutenue le : 07 février 2026

Devant le Jury composé par :

<b>Nom et prénom</b>	<b>Grade</b>	<b>Qualité</b>	<b>Affiliation</b>
KELAIAIA Ridha	Professeur	Président	Université 20 août 1955-Skikda
LADACI Samir	Professeur	Rapporteur	Ecole Nationale Polytechnique d'Alger
HADDAD Salim	Professeur	Co-Rapporteur	Université de Guelma
DJEBARA Abdelhakim	Professeur	Examineur	Université de Batna 2
BENCHOUIA Nedjemeddine	Professeur	Examineur	Université de Souk Ahras
ZAHZOUH Zoubir	MCA	Examineur	Université de Souk Ahras
GAHGAH Mounir	MCA	Examineur	Université 20 août 1955-Skikda

## DEDICACES



*A mes parents,*



*A mon mari,*



*A mes Enfants Mohammed Habib Errahmane, Elmouatassim Billah, Zinedine, Malak Tassnime et Ouseid.*



*A ma sœur Hanane et son mari,*



*A toutes mes collègues,*



*A tous ceux qui travaillent pour que cette Nation soit meilleure.*

## REMERCIEMENTS

Avant tout, je remercie Allah le tout puissant qui m'a aidée à réaliser ce travail et qui m'a donnée courage, patience et santé durant toutes ces longues années.

Ce travail de recherche a été effectué sous la direction scientifique de Monsieur le Professeur **Samir Ladaci**, Chef de l'Equipe de recherche : 'Systèmes optimisés et contrôle fractionnaire' de l'Ecole Nationale Polytechnique, El Harrach, Alger, que je tiens remercier très vivement pour sa disponibilité et son soutien scientifique et humain. Je le remercie, également, pour ses encouragements et ses précieux conseils. Merci à mon directeur de thèse, qui m'a guidée et éclairée sur la théorie du calcul fractionnaire. Sa patience, sa gentillesse et son soutien dans les moments les plus difficiles m'ont été très précieux.

J'adresse aussi mes remerciements à Monsieur **Salim Haddad** Professeur et Recteur de l'Université de Taref qui m'a honorée en co-encadrant ce travail, pour l'aide qu'il m'a apportée malgré le peu de temps que lui laissaient ses travaux administratifs et de recherche scientifique.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers les membres de jury pour leur disponibilité :

Monsieur **Kelaiaia Ridha**, Professeur à l'Université de Skikda, qui m'a honoré de présider ce jury.

Je remercie vivement, Monsieur **Zahzouh Zoubir**, Maitre de conférences 'A' à l'Université de Souk Ahras, Monsieur **Benchouia Nedjmeddine**, Professeur à Université de Souk Ahras, Monsieur **Djebara Abdelhakim** Professeur à Université de Batna 2, et Monsieur **Gahgah Mounir**, Maitre de conférences 'A' à l'Université de Skikda qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'évaluer ce travail de thèse.

J'adresse un grand merci à Monsieur **Abdelhakim Cherfia**, Professeur à l'Université de Constantine 1, pour ses encouragements et ses précieux conseils.

Merci à Monsieur **Belkhiri Aymen**, Maitre de conférence 'A' à l'Université de Constantine 1 qui m'a aidé à apprendre la programmation en langage Matlab en quelques semaines.

Merci à Madame **Yousfi Mahdia**, Maitre de conférence 'A' à l'Université de Skikda qui m'a toujours aidé et soutenu malgré la distance.

Un grand merci doit être adressé à ma **Sœur** et **Mon Mari** qui ont cru en moi parfois plus qu'en moi-même. Leur patience infinie et leur confiance ont toujours résonné dans ma tête et dans mon cœur pour me donner le courage de finir ce travail.

Enfin, un grand merci à mes **Parents** et à mes **Enfants** (Midou, Zizou, Aymen, Malek et Sidou) pour leurs amours et leurs soutiens.

SEGHIRI TOUNES

## Résumé

Le travail présenté dans cette thèse s'inscrit à l'intersection des domaines de la mécanique, de la robotique et de la théorie de la commande. La première étape de la synthèse d'une loi de commande consiste à modéliser le procédé à contrôler (système mécanique ou robotique), ce qui se fait généralement à l'aide d'équations différentielles.

Afin d'améliorer la qualité des performances et d'accroître la robustesse des systèmes mécaniques, nous nous sommes intéressés à l'application du calcul d'ordre fractionnaire dans le domaine de la commande. Cette approche consiste à intégrer des opérateurs fractionnaires dans les algorithmes de contrôle, en mettant en évidence leurs avantages lorsqu'ils sont appliqués à différents types de systèmes dynamiques.

La contribution de ce travail réside dans la proposition de plusieurs schémas de commande d'ordre fractionnaire appliqués aux bras de robots manipulateurs, notamment :

- **La commande PID d'ordre fractionnaire : deux schémas ont été proposés.**

Le premier schéma est un régulateur  $PI^\lambda D^\mu$ , dans lequel l'action dérivée est d'ordre entier, tandis que les actions intégrale et dérivée sont d'ordre fractionnaire. Ce contrôleur a été appliqué à un système de suspension active afin d'exploiter les propriétés du calcul fractionnaire en termes de performance et de robustesse.

Le second schéma concerne également un correcteur PID d'ordre fractionnaire, conçu pour le positionnement automatique d'un robot industriel. Le contrôleur proposé, noté  $PI_I^\lambda D^\mu$ , permet d'atteindre les performances souhaitées en termes de précision et de stabilité.

- **La commande adaptative à modèle de référence (MRAC) d'ordre fractionnaire :**

Elle a été utilisée pour le positionnement d'un robot industriel ainsi que pour un robot flexible, avec l'objectif d'améliorer l'adaptabilité et la robustesse face aux incertitudes dynamiques.

- **L'intégration d'ordre fractionnaire dans la loi de commande MIT :**

Cette approche consiste à introduire une intégration d'ordre  $\lambda$  dans la loi d'adaptation MIT, en complément d'un modèle de référence d'ordre fractionnaire. Le paramètre  $\lambda$  devient ainsi un nouveau degré de liberté, permettant à la fois d'améliorer la rapidité de la réponse du système, de jouer un rôle de filtre contre les bruits, et d'étendre le domaine de stabilité en réduisant le gain d'adaptation.

Les résultats de simulation ont confirmé l'efficacité des schémas PID et MRAC fractionnaires dans l'amélioration de la dynamique de réponse du système commandé.

**Mots Clés** –Calcul fractionnaire, système de commande d'ordre fractionnaire, robot manipulateur industriel, manipulateur à bras flexible, commande PID, commande adaptative à modèle de référence.

## Abstract

The work presented in this thesis lies at the intersection of mechanics, robotics, and control theory. The first step in synthesizing a control law is the modeling of the system to be controlled (mechanical or robotic system), which is generally carried out using differential equations.

In order to improve performance quality and enhance the robustness of mechanical systems, we focused on the application of fractional-order calculus in control design. This approach involves incorporating fractional-order operators into control algorithms, highlighting their advantages when applied to various types of dynamic systems.

The contribution of this work lies in the proposal of several fractional-order control schemes applied to robotic manipulator arms, namely:

- **Fractional-order PID control:** Two control schemes have been proposed.

The first one is a  $PI^\lambda D D^\mu$  regulator, where the derivative action is of integer order, while the integral and derivative actions are of fractional order. This controller was applied to an active suspension system to exploit the benefits of fractional-order calculus in terms of performance and robustness.

The second scheme also concerns a fractional-order PID controller, designed for the automatic positioning of an industrial robot. The proposed controller, denoted  $PI I^\lambda D^\mu$ , aims to achieve the desired performance in terms of precision and stability.

- **Fractional-order Model Reference Adaptive Control (MRAC):**

This strategy was applied to the positioning of an industrial robot as well as a flexible robot, with the goal of improving adaptability and robustness in the presence of dynamic uncertainties.

- **Fractional-order integration in the MIT adaptive control law:**

This approach introduces a fractional-order integration (of order  $\lambda$ ) into the MIT adaptation law, alongside the use of a fractional-order reference model. The order  $\lambda$  thus becomes a new tuning parameter, enabling both faster system response and acting as a filter to reduce the effect of noise. Moreover, it contributes to extending the stability domain by reducing the adaptation gain amplitude.

Simulation results have confirmed the effectiveness of the proposed fractional-order PID and MRAC control schemes in improving the response dynamics of the controlled system.

**Keywords** – Fractional calculus, fractional-order control system, industrial robotic manipulator, flexible-link manipulator, PID control, model reference adaptive control (MRAC).

## المخلص

يقع العمل المقدم في هذه الأطروحة في تقاطع مجالات الميكانيك والروبوتيك ونظرية التحكم. وتتمثل الخطوة الأولى في تركيب قانون تحكم في نمذجة النظام المراد التحكم فيه (سواء كان نظاماً ميكانيكياً أو روبوتياً)، والتي تُنجز عادةً باستخدام المعادلات التفاضلية.

من أجل تحسين جودة الأداء وزيادة متانة الأنظمة الميكانيكية، ركزنا على تطبيق الحساب الكسري في تصميم أنظمة التحكم. تتمثل هذه المقاربة في إدماج مؤثرات ذات رتبة كسرية داخل خوارزميات التحكم، مع إبراز مزاياها عند تطبيقها على أنواع مختلفة من الأنظمة الديناميكية.

تتمثل مساهمة هذا العمل في اقتراح عدة مخططات تحكم ذات رتبة كسرية طُبقت على أذرع روبوتات المناولة، وتتمثل فيما يلي:

- التحكم PID ذو الرتبة الكسرية: تم اقتراح مخططين. المخطط الأول عبارة عن منظم  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ، حيث أن فعل الاشتقاق من رتبة صحيحة، في حين أن الفعلين التكاملية والاشتقاقية من رتبة كسرية. وقد طُبّق هذا المتحكم على نظام تعليق نشط للاستفادة من خصائص الحساب الكسري من حيث الأداء والمتانة. أما المخطط الثاني، فيتعلق أيضاً بمصمم PID كسري، صُمم لأجل التوضع التلقائي لروبوت صناعي. المتحكم المقترح، والمشار إليه بـ  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ، يهدف إلى تحقيق الأداء المطلوب من حيث الدقة والاستقرار.
- التحكم التكيفي وفق النموذج المرجعي (MRAC) ذو الرتبة الكسرية: استُخدمت هذه الإستراتيجية في تموضع روبوت صناعي وكذلك روبوت مرن، بهدف تحسين القدرة على التكيف وزيادة المتانة في ظل وجود عدم يقين ديناميكي.
- الدمج الكسري في قانون التحكم MIT التكيفي: تعتمد هذه المقاربة على إدخال تكامل برتبة كسرية ( $\lambda$ ) ضمن قانون التكيف MIT، بالإضافة إلى استخدام نموذج مرجعي من الرتبة الكسرية. ويُعتبر  $\lambda$  بمثابة معامل ضبط جديد، يُمكن من تسريع استجابة النظام، كما يعمل بمثابة مرشح لتقليل تأثير الضوضاء، ويساهم كذلك في توسيع مجال الاستقرار من خلال تقليل شدة معامل التكيف.

وقد أكدت نتائج المحاكاة فعالية مخططات التحكم PID و MRAC الكسرية المقترحة في تحسين ديناميكية استجابة النظام المتحكم فيه.

الكلمات المفتاحية – الحساب الكسري، نظام تحكم برتبة كسرية، روبوت صناعي للمناولة، روبوت بذراع مرن، التحكم PID، التحكم التكيفي وفق نموذج مرجعي (MRAC)

# TABLE DES MATIERES

DEDICACES	
REMERCIEMENT	
Résumé	
Abstract	
TABLE DES MATIERES .....	i
LISTE DES FIGURES .....	iv
LISTE DES TABLEAUX .....	vii
INTRODUCTION GENERALE .....	1
CHAPITRE 1 : OPERATEURS ET SYSTEMES D'ORDRE FRACTIONNAIRES .....	5
1.1 Introduction .....	5
1.2 Historique .....	6
1.3 Application du calcul d'ordre fractionnaire.....	6
1.4 Fonction gamma : Intégrale d'Euler de 2 <sup>ieme</sup> espèce .....	7
1.5 Fonction Bêta : Intégrale d'Euler de 1 <sup>ere</sup> espèce.....	8
1.6 Coefficient binomial .....	9
1.7 Intégration et Dérivation d'ordre non entier .....	10
1.7.1 Intégrale et Dérivée Fractionnaires au sens de Riemann-Liouville .....	10
1.7.2 Dérivée fractionnaire au sens de Caputo .....	13
1.7.3 Intégrale et dérivée fractionnaire au sens de Grunwald-Letnikov .....	14
1.7.4 Résumé des définitions des dérivées fractionnaires.....	15
1.8 Propriétés des intégrales et dérivées fractionnaires .....	17
1.8.1 Linéarité .....	17
1.8.2 Règle de la composition des ordres d'intégration.....	17
1.9 Transformation de Laplace .....	17
1.9.1 Transformation de Laplace de l'intégrale de Riemann-Liouville et Grunwald-Letnikov .....	18
1.9.2 Transformation de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville.....	19
1.9.3 Transformation de Laplace de la dérivée de Grunwald-Letnikov.....	19
1.10 Evaluation numérique des opérateurs d'ordre fractionnaire.....	19
1.10.1 Approximation des formules de Riemann-Liouville .....	19
1.10.2 Approximation des formules de Grunwald-Letnikov .....	20
1.11 Approximation Numérique des Systèmes d'ordre fractionnaire .....	21
1.11.1 Méthode de Charef : Fonction de singularité.....	22
1.12 Approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire par des fonctions rationnelles....	26

## Table des Matières

---

1.12.1 Intégration d'ordre fractionnaire .....	26
1.12.2 Dérivée d'ordre fractionnaire .....	28
1.13 Conclusion .....	30
<b>CHAPITRE 2 : LES ROBOTS INDUSTRIELS .....</b>	<b>31</b>
2.1 Introduction .....	31
2.2 Définitions générales .....	32
2.3 L'histoire de la robotique .....	33
2.4. Les composants d'un système robotique .....	36
2.4.1 Unité informationnelle .....	36
2.4.2 Unité opérationnelle .....	37
2.5 Conclusion .....	45
<b>CHAPITRE 3 : MODELISATION DES ROBOTS DE POSITIONNEMENT RIGIDE ET FLEXIBLE .....</b>	<b>46</b>
3.1 Introduction .....	46
3.2 Bras de déchargement du four rotatif .....	47
3.2.1 Description du four rotatif et de la machine de déchargement .....	47
3.2.2 Modélisation des mouvements du bras de déchargement .....	51
3.2.3 Caractéristiques du bras de déchargement .....	64
3.3 Bras flexible à un degré de liberté .....	66
3.3.1 Sources de flexibilité .....	66
3.3.2 Description du manipulateur flexible à un degré de liberté .....	67
3.3.3 Modélisation par la méthode d'Euler-Lagrange .....	68
3.4 Conclusion .....	72
<b>CHAPITRE 4 : COMMANDE PID D'ORDRE FRACTIONNAIRE .....</b>	<b>73</b>
4.1 Introduction .....	73
4.2 Historique .....	74
4.2.1 Commande d'ordre fractionnaire .....	76
4.3 Rappels sur le Correcteur PID classique .....	76
4.3.1 Structure d'un PID .....	77
4.4 Algorithmes d'ajustement des paramètres du Contrôleur PID .....	81
4.4.1 Méthode de Ziegler & Nichols .....	82
4.4.2 Méthode d'Åström & Hägglund .....	84
4.5 Le correcteur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire .....	85
4.5.1 Approximation du $PI^\lambda D^\mu$ par une fonction rationnelle .....	87
4.5.2 Implémentation analogique du correcteur $PI^\lambda D^\mu$ .....	88

## Table des Matières

---

4.6 Exemples de simulation.....	89
4.6.1 Applications sur un système de suspension active.....	89
4.6.2 Applications sur un robot industriel.....	102
4.7 Conclusion.....	111
CHAPITRE 5 : COMMANDE ADAPTATIVE A MODELE DE EFERENCE D'ORDRE FRACTIONNAIRE.....	112
5.1 Introduction.....	112
5.2 Historique.....	114
5.3 La commande adaptative.....	116
5.3.1 Commande adaptative indirecte.....	118
5.3.2 Commande adaptative directe.....	119
5.4 Commande Adaptative à Modèle de Référence (CAMR).....	120
5.4.1 Les types des systèmes adaptatifs à modèle de référence.....	121
5.4.2 Description d'un SAMR.....	122
5.4.3 Suivi du modèle.....	122
5.4.4 La Règle MIT.....	125
5.4.5 Réalisation du Régulateur du CAMR.....	128
5.4.6 Commande CAMR du système de positionnement horizontal de la machine de déchargement du four rotatif.....	130
5.4.7 Synthèse.....	135
5.5 Commande CAMR d'ordre fractionnaire.....	136
5.5.1 Stratégie de commande.....	136
5.5.2 Commande CAMROF du système de positionnement horizontal de la machine de déchargement du four rotatif.....	138
5.5.3 Commande CAMROF du bras flexible à un degré de liberté.....	141
5.5.4 Synthèse.....	153
5.6 CAMROF avec intégration d'ordre fractionnaire.....	154
5.6.1 Stratégie de commande.....	154
5.6.2 CAMROF et règle d'adaptation d'ordre fractionnaire pour la Commande du système de positionnement horizontal de la machine de déchargement.....	155
5.6.3 Synthèse.....	160
5.7 Conclusion.....	160
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....	161
BIBLIOGRAPHIE.....	164

## LISTE DES FIGURES

FIG 1. 1: DERIVEES FRACTIONNAIRES DE RIEMANN-LIOUVILLE D'UNE FONCTION PUISSANCE .....	12
FIG 1. 2: DIAGRAMME DE BODE DE $1/(1 + S/p_T)^B$ .....	23
FIG 1. 3: COMMENT CHOISIR LES SINGULARITES POUR L'APPROXIMATION EN MAINTENANT UN ECART CONSTANT ENTRE LA LIGNE A -20B DB/DEC ET LES LIGNES DROITES EN ZIG-ZAG.....	26
FIG 2. 1: MANIPULATION DE PIECES A HAUTE TEMPERATURE.....	35
FIG 2. 2: MANIPULATION DE PIECES INCANDESCENTES .....	36
FIG 2. 3: LE CANADARM <sup>2</sup> DE LA STATION SPATIALE INTERNATIONALE .....	36
FIG 2. 4: STRUCTURE FONCTIONNELLE D'UN ROBOT . .....	37
FIG 2. 5: CHAINES CINEMATIQUES.....	38
FIG 2. 6: ARTICULATIONS ROTOÏDE ET PRISMATIQUE. ....	38
FIG 2. 7: PRINCIPALES ARCHITECTURES DU PORTEUR.....	40
FIG 2. 8: VOLUME ATTEIGNABLE CONFIGURATION-RPP .....	41
FIG 2. 9: ROBOT SEIKO.....	42
FIG 2. 10: OUTIL DE SOUDURE ET PREHENSEUR.....	42
FIG 2. 11: MODE DE PREHENSION .....	43
FIG 2. 12: TYPE DE PINCES .....	43
FIG 3.1: EQUIPEMENT DU FOUR A SOLE ROTATIVE .....	47
FIG 3.2: REPRESENTATION DE LA MACHINE DE DECHARGEMENT .....	48
FIG 3. 3: SCHEMA CINEMATIQUE DU MANIPULATEUR .....	48
FIG 3.4: VUE TRANSVERSALE DETAILLEE DE LA PINCE DE DECHARGEMENT ET D'UNE BILLETTE .....	49
FIG 3.5: DECHARGEMENT D'UNE BILLETTE DE LA PORTE DE SORTIE.....	49
FIG 3.6: DEPLACEMENT DE LA BILLETTE DE DECHARGEMENT A L'INTERIEUR DU FOUR .....	50
FIG 3. 7: ROTATION LATERALE DU BRAS DE LA MACHINE DE DECHARGEMENT .....	50
FIG 3.8: BOUCLE D'ASSERVISSEMENT DU SYSTEME DE POSITIONNEMENT .....	51
FIG 3.9: VERIN COMMANDE PAR UNE SERVOVALVE.....	52
FIG 3.10: SERVOVALVE.....	53
FIG 3.11: VOLUME DE CONTROLE .....	54
FIG 3.12: DISTRIBUTEUR A TIROIR A TROIS POSITIONS ET A QUATRE VOIES.....	58
FIG 3. 13: VERINS LINEAIRES .....	59
FIG 3.14: VERINS ROTATIFS .....	59
FIG 3.15 : COMBINAISON SOUPE-PISTON .....	60
FIG 3. 16: DIFFERENTS TYPES DE FLEXIBILITES D'UN BRAS DE TYPE POUTRE EN TROIS DIMENSIONS (TORSION ET FLEXION).....	67
FIG 3. 17: SCHEMA D'UN BRAS FLEXIBLE A UN DEGRE DE LIBERTE .....	68
FIG 3. 18: MODELE COMPLET DE BRAS FLEXIBLE EN ROTATION .....	68
FIG 3. 19: MODELE DE BRAS FLEXIBLE EN ROTATION SANS AMORTISSEMENT STRUCTUREL.....	70
FIG 4. 1: SYSTEME DE COMMANDE A RETOUR UNITAIRE CLASSIQUE. ....	77
FIG 4. 2: STRUCTURE PARALLELE DU CORRECTEUR PID .....	78
FIG 4. 3: STRUCTURE SERIE DU CORRECTEUR PID.....	78
FIG 4. 4: STRUCTURE MIXTE DU CORRECTEUR PID .....	79

## Liste des Figures

FIG 4. 5: REPOSE INDICIELLE D'UN SYSTEME EN BOUCLE OUVERTE.....	82
FIG 4. 6: LA SORTIE D'UN SYSTEME EN BOUCLE FERME.....	83
FIG 4. 7: PRINCIPE DE LA METHODE DU RELAIS .....	84
FIG 4. 8: FORMES DES SIGNAUX (RELAIS- PROCESSUS) .....	85
FIG 4. 9: CORRECTEUR $PI^\lambda D^\mu$ ET PID CLASSIQUE DANS LE PLAN( $\lambda, \mu$ ).....	86
FIG 4. 10: STRUCTURE DU CORRECTEUR $PI^\lambda D^\mu$ .....	88
FIG 4. 11: MODELE QUART DE VEHICULE DE SUSPENSION ACTIVE.....	90
FIG 4. 12: CONTROLEUR PIDOF .....	92
FIG 4. 13: LE MODELE SIMULINK POUR UN SYSTEME DE SUSPENSION ACTIVE DE QUART DE VEHICULE.....	94
FIG 4. 14 : DEPLACEMENT DE LA CAISSE (CHASSIS) DANS LE DOMAINE TEMPOREL POUR UNE ENTREE $Z_{RT}=0.1$ M .....	95
FIG 4. 15: DEPLACEMENT DE LA ROUE DANS LE DOMAINE TEMPOREL POUR UNE ENTREE $Z_{RT}=0.1$ M .....	95
FIG 4. 16: DEBATTEMENT DE LA SUSPENSION DANS LE DOMAINE TEMPOREL POUR UNE ENTREE $Z_{RT}=1$ M .....	96
FIG 4. 17: ACCELERATION DE LA CARROSSERIE DANS LE DOMAINE TEMPOREL POUR UNE ENTREE $Z_{RT}=0.1$ M ...	96
FIG 4. 18: SIGNALE DE CONTROLE PIDOF-PIDOE .....	97
FIG 4. 19: ERREUR PIDOF-PIDOE .....	97
FIG 4. 20: DEPLACEMENT DE LA CAISSE DANS LE DOMAINE TEMPOREL EXCITE PAR UN SIGNALE SINUSOÏDALE AMP= 0.1 M.....	99
FIG 4. 21: DEPLACEMENT DE LA ROUE DANS LE DOMAINE TEMPOREL EXCITE PAR UN SIGNALE SINUSOÏDALE AMP= 0.1 M.....	99
FIG 4. 22: DEBATTEMENT DE LA SUSPENSION DANS LE DOMAINE TEMPOREL EXCITE PAR UN SIGNALE SINUSOÏDALE AMP= 0.1 M.....	100
FIG 4. 23: ACCELERATION DE LA CAISSE DANS LE DOMAINE TEMPOREL EXCITE PAR UN SIGNALE SINUSOÏDALE AMP= 0.1 M.....	100
FIG 4. 24: SIGNALE DE CONTROLE PIDOF-PIDOE .....	101
FIG 4. 25: TEST AVEC RELAIS .....	103
FIG 4. 26: LA REPOSE INDICIELLE DE LA STRUCTURE EN BOUCLE FERMEE A RETROACTION CONTENANT UN RELAIS A HYSTERESIS.....	104
FIG 4. 27: LA POSITION DU ROBOT A L'AIDE DU CONTROLEUR PID BASE SUR UN RELAIS.....	105
FIG 4. 28: COMPARAISON ENTRE LA POSITION DU ROBOT GENEREE PAR LA STRUCTURE DE CONTROLE PID ET LA STRUCTURE DE CONTROLE PIDOF. ....	108
FIG 4. 29: COMPARAISON ENTRE LE SIGNAL DE COMMANDE DU ROBOT GENERE PAR LA STRUCTURE DE CONTROLE .....	108
FIG 4. 30: COMPARAISON ENTRE LE SIGNAL D'ERREUR GENERE PAR LA STRUCTURE DE CONTROLE PID ET LA STRUCTURE DE CONTROLE PIDOF .....	110
FIG 5. 1: PROCEDURE DE SELECTION DU CONTROLEUR A UTILISER.....	117
FIG 5. 2: SCHEMA DE LA COMMANDE ADAPTATIVE.....	117
FIG 5. 3: SCHEMA DE COMMANDE ADAPTATIVE INDIRECTE.....	119
FIG 5. 4: SCHEMA D'UNE COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE. ....	120
FIG 5. 5: STRUCTURE PARALLELE D'UNE COMMANDE ADAPTATIVE A MODELE DE REFERENCE .....	121
FIG 5. 6: SYSTEME EN BOUCLE FERMEE AVEC UN REGULATEUR LINEAIRE .....	123
FIG 5. 7: ALGORITHME CLASSIQUE D'ADAPTATION.....	126
FIG 5. 8: DONNEES EXPERIMENTALES DU SYSTEME DE POSITIONNEMENT .....	131
FIG 5. 9: DEPLACEMENT DU BRAS DE DECHARGEMENT EN BOUCLE OUVERTE .....	132
FIG 5. 10 : DIAGRAMME DE BODE EN BOUCLE OUVERTE POUR LE BRAS DE DECHARGEMENT .....	133
FIG 5. 11: SORTIE DU PROCESSUS AVEC MODELE D'ORDRE ENTIER SANS PERTURBATIONS, PARAMETRES $\theta$ , SIGNAL DE COMMANDE, SIGNAL D'ERREUR .....	134
FIG 5. 12: SORTIE DU PROCEDE AVEC MODELE D'ORDRE ENTIER AVEC BRUIT ALEATOIRE DE 5 % D'AMPLITUDE DU SIGNAL DE REFERENCE, PARAMETRES $\theta$ , SIGNAL DE COMMANDE, SIGNAL D'ERREUR. ....	135
FIG 5. 13: CAMR DIRECTE A MODELE D'ORDRE FRACTIONNAIRE .....	138

## Liste des Figures

---

FIG 5. 14: SORTIE DU PROCESSUS AVEC MODELE D'ORDRE FRACTIONNAIRE SANS PERTURBATIONS, PARAMETRES $\Theta$ , SIGNAL DE COMMANDE, SIGNAL D'ERREUR.....	139
FIG 5. 15: SORTIE DU PROCESSUS AVEC MODELE D'ORDRE FRACTIONNAIRE AVEC BRUIT ALEATOIRE DE 5 % D'AMPLITUDE DU SIGNAL DE REFERENCE, PARAMETRES $\Theta$ , SIGNAL DE COMMANDE, SIGNAL D'ERREUR.....	140
FIG 5. 16: SCHEMA GENERAL DE CONTROLE .....	142
FIG 5. 17: SCHEMA DE COMMANDE DE LA BOUCLE INTERNE.....	143
FIG 5. 18: REPONSE INDICIELLE DE LA BOUCLE INTERNE .....	144
FIG 5. 19: DIAGRAMME DE BODE EN BOUCLE OUVERTE DU BRAS FLEXIBLE.....	145
FIG 5. 20: DEPLACEMENT DU BRAS FLEXIBLE EN BOUCLE OUVERTE .....	145
FIG 5. 21: DEPLACEMENT EN BOUCLE OUVERTE DU BRAS FLEXIBLE AVEC COMMANDE ANTICIPATIVE ET FILTRAGE .....	145
FIG 5. 22: DIAGRAMME DE BODE EN BOUCLE OUVERTE DU BRAS FLEXIBLE AVEC COMMANDE ANTICIPATIVE ET FILTRAGE .....	146
FIG 5. 23: SCHEMA DE COMMANDE DE LA BOUCLE EXTERNE.....	146
FIG 5. 24: REPONSE DE LA POSITION DE L'EXTREMITE POUR LES REGULATEURS MRAC ET FOMRAC AVEC $\beta_t^* = 25^\circ$ .....	150
FIG 5. 25: ERREUR DE POURSUITE POUR $\beta_t^* = 25^\circ$ .....	150
FIG 5. 26: REPONSE DE LA POSITION DE L'EXTREMITE POUR UNE CHARGE UTILE DE 25 G ET $\beta_t^* = 25^\circ$ .....	151
FIG 5. 27: REPONSE DE LA POSITION DE L'EXTREMITE POUR UNE CHARGE UTILE DE 70 G ET $\beta_t^* = 25^\circ$ .....	151
FIG 5. 28: REPONSE DE LA POSITION DE L'EXTREMITE EN PRESENCE DE BRUIT DE SORTIE, $\beta_t^* = 25^\circ$ .....	152
FIG 5. 29: ALGORITHME D'ADAPTATION AVEC INTEGRATION D'ORDRE FRACTIONNAIRE .....	154
FIG 5. 30: SORTIE DU PROCESSUS AVEC MODELE D'ORDRE FRACTIONNAIRE ET INTEGRATION D'ORDRE FRACTIONNAIRE SANS PERTURBATIONS, PARAMETRES $\Theta$ , SIGNAL DE COMMANDE, SIGNAL D'ERREUR.....	158
FIG 5. 31: SORTIE DU PROCESSUS AVEC MODELE D'ORDRE FRACTIONNAIRE ET INTEGRATION D'ORDRE FRACTIONNAIRE AVEC BRUIT ALEATOIRE DE 5 % D'AMPLITUDE DU SIGNAL DE REFERENCE, PARAMETRES $\Theta$ , SIGNAL DE COMMANDE, SIGNAL D'ERREUR.....	159
FIG 5. 32: CRITERE D'ERREUR QUADRATIQUE JEU JEU PAR RAPPORT A L'ORDRE D'INTEGRATION FRACTIONNAIRE $\lambda$ .....	159

## LISTE DES TABLEAUX

TAB 1. 1: DEFINITIONS DES DERIVEES FRACTIONNAIRES.....	17
TAB 4. 1: PARAMETRES PID OBTENUS A PARTIR DE LA PREMIERE ET LA DEUXIEME METHODE DE ZIEGLER & NICHOLS .....	83
TAB 4. 2: PARAMETRES DU SYSTEME DE SUSPENSION D'UN QUART DE VEHICULE .....	91
TAB 4. 3: PERFORMANCES DES DIFFERENTS CONTROLEURS POUR LE SYSTEME DE SUSPENSION.....	98
TAB 4. 4: LES VALEURS DU CRITERE QUADRATIQUE OBTENUES POUR DIFFERENTES VALEURS DES PARAMETRES FRACTIONNAIRE .....	109
TAB 5. 1: PARAMETRES DU MANIPULATEUR FLEXIBLE A UN SEUL BRAS ET DU MOTEUR A COURANT CONTINU ..	147
TAB 5. 2: ÉVALUATION COMPARATIVE DES PERFORMANCES DE LA COMMANDE ADAPTATIVE EN FONCTION DE L'ORDRE D'INTEGRATION.....	149
TAB 5. 3: ÉVALUATION COMPARATIVE DES PERFORMANCES DES DIFFERENTES STRATEGIES DE COMMANDE ADAPTATIVE.....	153
TAB 5. 4: ANALYSE COMPARATIVE DES PERFORMANCES DU CONTROLE ADAPTATIF PAR RAPPORT A L'ORDRE D'INTEGRATION. ....	157
TAB 5. 5: COMPARAISON DES PERFORMANCES DE DIFFERENTS SCHEMAS ADAPTATIFS .....	158

## INTRODUCTION GENERALE

Depuis plusieurs décennies, le domaine du contrôle automatique et de la robotique n'a cessé de progresser, stimulé par les exigences croissantes des systèmes industriels en matière de précision, de robustesse et de fiabilité. Cette dynamique a conduit les chercheurs à proposer des stratégies de commande de plus en plus performantes, aussi bien pour des applications académiques qu'industrielles [1,2].

Parmi les techniques les plus largement adoptées figure le régulateur PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé), dont le succès repose sur sa simplicité de conception, son interprétation intuitive et sa capacité à s'adapter à une grande diversité de procédés. Toutefois, les limites du PID classique apparaissent clairement lorsqu'il s'agit de contrôler des systèmes complexes, non linéaires, à dynamique variable ou soumis à des perturbations externes. Ces caractéristiques, typiques des systèmes robotiques, compromettent la stabilité et les performances lorsque des régulateurs conventionnels sont utilisés.

Face à ces défis, les efforts de recherche se sont orientés vers le développement de nouvelles méthodes de commande, capables de s'adapter aux incertitudes et de garantir des performances accrues. L'introduction de l'automatisation numérique dans les années 1960, puis l'essor des microprocesseurs dans les années 1970, ont permis l'implémentation de lois de commande complexes jusque-là considérées comme purement théoriques. Les progrès réalisés en analyse numérique et en théorie des systèmes ont ainsi ouvert la voie à des techniques avancées de modélisation, d'identification et de contrôle.

Dans ce contexte, le calcul fractionnaire, bien qu'initié depuis plus de trois siècles, a récemment connu un regain d'intérêt en tant qu'outil puissant pour la modélisation et la commande des systèmes dynamiques. Il s'agit d'une généralisation de l'opérateur de dérivation à un ordre réel, noté  $(\frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha})$  avec  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Longtemps perçu comme une curiosité mathématique, le calcul fractionnaire a trouvé des applications concrètes dans des domaines variés, notamment en automatique, grâce à sa capacité à mieux représenter les comportements dynamiques de certains systèmes physiques.

La première utilisation pratique du calcul fractionnaire en commande remonte aux années 1960 [3]. Depuis, il a connu un développement significatif et a été appliqué dans de nombreux domaines scientifiques et techniques [4], mais c'est à partir des années 1990 qu'il a véritablement pris son essor. Des contributions notables, telles que la commande CRONE

(Commande Robuste d'Ordre Non Entier) introduite par Oustaloup [5], ou le régulateur  $PI^\lambda D^\mu$  proposé par Podlubny [6], ont permis d'en démontrer l'intérêt en termes de robustesse, de flexibilité de réglage et d'amélioration des performances.

Cette généralisation des régulateurs classiques à l'ordre fractionnaire offre un degré supplémentaire de liberté pour ajuster les réponses temporelles et fréquentielles des systèmes. Elle permet notamment d'améliorer les marges de stabilité et la résistance aux perturbations, tout en conservant une structure proche des PID traditionnels.

Parallèlement, les systèmes à paramètres variables ou soumis à des incertitudes nécessitent l'utilisation de commandes adaptatives, capables d'ajuster dynamiquement leurs paramètres. Les premières recherches dans ce domaine remontent aux années 1950, avec des applications marquantes dans l'aéronautique [7]. Ces techniques se sont ensuite généralisées à d'autres domaines, notamment à la robotique.

Plus récemment, une convergence entre ces deux axes de recherche a donné naissance à la commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (CAMROF), qui combine les avantages de l'adaptation et du calcul fractionnaire. Les premières études intégrant des modèles ou des lois d'adaptation fractionnaires datent des années 1990 [8, 9]. Depuis, plusieurs chercheurs ont proposé des structures CAMROF appliquées à différents systèmes : véhicules autonomes, simulateurs de vol, processus médicaux ou énergétiques, etc. [10–19].

Dans le domaine de la robotique, la CAMROF a été appliquée avec succès à des robots manipulateurs industriels, qu'ils soient rigides ou à bras flexibles [20–30]. Elle a permis d'obtenir une meilleure réjection des perturbations, une dynamique plus rapide et une plus grande robustesse face aux incertitudes de modélisation.

### Objectifs et contributions de la thèse

La présente thèse s'inscrit dans le champ de la commande robuste fractionnaire appliquée aux systèmes robotiques, et en particulier aux robots manipulateurs à bras rigides ou flexibles. Elle vise à démontrer les bénéfices des lois de commande d'ordre fractionnaire, en comparaison avec les régulateurs classiques, notamment en termes de robustesse, de précision et de rapidité.

Les principaux objectifs sont :

- Développer des schémas de commande fractionnaires PID et MRAC (Model Reference Adaptive Control) adaptés à différents types de robots ;

- Introduire des éléments de calcul fractionnaire dans les lois d'adaptation pour améliorer les performances dynamiques ;
- Proposer des méthodes d'implémentation numérique efficaces ;
- Évaluer les performances via des simulations et, si possible, des validations expérimentales.

### **Structure de la thèse**

Cette thèse est structurée en cinq chapitres principaux, suivis d'une conclusion générale.

Le premier chapitre est consacré aux fondements théoriques du calcul fractionnaire, indispensables à la compréhension des travaux développés dans les chapitres suivants. Il présente les principales définitions des dérivées et intégrales d'ordre non entier, leur transformée de Laplace, ainsi que les techniques d'approximation par des fonctions rationnelles. Une attention particulière est portée à la méthode de Charef, qui constitue la base des implémentations utilisées dans ce travail.

Le deuxième chapitre introduit les robots manipulateurs industriels. Il en retrace l'histoire, décrit les différents types de manipulateurs existants et détaille les composants essentiels qui constituent un bras robotisé.

Le troisième chapitre est divisé en deux parties :

- o La première partie traite d'un bras manipulateur destiné au déchargement de bielles métalliques depuis un four rotatif. Une modélisation mathématique précise de l'axe électrohydraulique est développée, avec une attention particulière portée sur le fonctionnement des vérins hydrauliques et des servovalves.
- o La seconde partie s'intéresse à un robot à bras flexible à un degré de liberté. Elle en décrit la structure et développe son modèle dynamique, en tenant compte de la flexibilité du lien.

Le quatrième chapitre aborde la commande PID, aussi bien dans sa version classique que fractionnaire. Sont détaillés les principes de fonctionnement, les domaines d'application, les différentes structures possibles, les méthodes de réglage des

## **Introduction Générale**

---

paramètres, ainsi que deux études de cas pratiques : une suspension de véhicule et un bras manipulateur industriel.

Le cinquième chapitre traite de la commande adaptative, avec un focus particulier sur la Commande Adaptative à Modèle de Référence d'Ordre Fractionnaire (CAMROF). Après avoir exposé ses fondements théoriques, ce chapitre présente des applications sur des bras manipulateurs, mettant en évidence les gains en performance et en robustesse permis par cette approche.

Enfin, la conclusion générale propose une synthèse des résultats obtenus, dégage les principaux apports du travail, et ouvre des perspectives de recherche pour des développements futurs dans le domaine du contrôle des systèmes mécatroniques à dynamique complexe.

# CHAPITRE 1 : OPERATEURS ET SYSTEMES D'ORDRE FRACTIONNAIRES

## 1.1 Introduction

Le calcul fractionnaire constitue une généralisation naturelle du calcul différentiel et intégral classique à des ordres non entiers. Bien que ses origines remontent à plus de trois siècles, ce n'est qu'au milieu du XXe siècle que son potentiel a commencé à susciter un réel intérêt dans les domaines de l'ingénierie et des sciences appliquées.

Au cours des dernières décennies, l'attrait pour le calcul d'ordre fractionnaire n'a cessé de croître, en raison de ses nombreuses applications prometteuses dans divers domaines de l'ingénierie. Contrairement aux systèmes classiques, qui sont modélisés par des équations différentielles à ordres entiers, les systèmes d'ordre fractionnaire sont régis par des équations différentielles de type non entier. Dans le domaine fréquentiel, ces systèmes sont caractérisés par des fonctions de transfert irrationnelles, ce qui complique leur analyse. L'absence de solutions analytiques exactes rend nécessaire le recours à des méthodes numériques et à des techniques d'approximation pour leur étude, leur simulation et leur mise en œuvre pratique.

Ce chapitre a pour objectif de poser les bases théoriques du calcul fractionnaire indispensables à la suite de ce travail. Nous débuterons par une brève rétrospective historique retraçant l'évolution de cette théorie. Ensuite, nous introduirons les fonctions auxiliaires fondamentales (telles que les fonctions Gamma et Bêta) qui servent de socle mathématique au développement des opérateurs fractionnaires. Les principales définitions des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire seront ensuite exposées, accompagnées de leurs propriétés essentielles. Nous poursuivrons par l'étude de la transformée de Laplace appliquée aux opérateurs fractionnaires, avant de nous concentrer sur les méthodes d'approximation numérique permettant leur mise en œuvre, notamment dans le cadre de la modélisation et du contrôle des systèmes dynamiques.

Nous commencerons par une rétrospective historique sur le développement de la théorie de la dérivation fractionnaire.

### 1.2 Historique

Le calcul fractionnaire est une branche des mathématiques qui vise à étendre les notions classiques d'intégration et de dérivation à des ordres non entiers. À l'instar de la généralisation de la fonction puissance à des exposants réels, les dérivées et intégrales fractionnaires permettent de considérer des ordres intermédiaires entre les entiers, ouvrant ainsi de nouvelles perspectives théoriques et pratiques.

Plusieurs définitions de la dérivation fractionnaire ont été proposées au fil du temps. Bien qu'elles ne conduisent pas toujours à des résultats identiques, elles sont généralement équivalentes pour un large éventail de fonctions. Le sens à attribuer à ces opérateurs différentiels non entiers a suscité un intérêt dès les débuts du calcul différentiel. Ce questionnement a été notamment soulevé dans une correspondance célèbre entre L'Hôpital et Leibniz, où ce dernier, interrogé sur la signification d'une dérivée d'ordre  $1/2$ , répondit de façon énigmatique : « *Un paradoxe apparent, d'où des conséquences utiles seront établies un jour* » [31] (lettre datée du 30 septembre 1695). Cette réponse est aujourd'hui considérée comme l'acte de naissance du calcul fractionnaire.

La majeure partie de la théorie mathématique associée au calcul d'ordre fractionnaire a été élaborée au XIXe siècle. Le premier ouvrage entièrement dédié à ce domaine a été publié en 1974 par K.B. Oldham et J. Spanier [32], à la suite d'une collaboration entamée en 1968. Parmi les références majeures, on peut également citer le traité russe de Samko, Kilbas et Marichev (1993) [33], qui regroupe un ensemble complet de définitions et de théories fondamentales.

L'émergence de moyens de calcul numérique puissants au cours du XXe siècle a largement contribué à la vulgarisation et à l'exploitation du calcul fractionnaire dans diverses applications scientifiques et industrielles. Aujourd'hui, cette théorie est mise en œuvre dans de nombreuses disciplines où les équations différentielles modélisent des phénomènes physiques complexes.

### 1.3 Application du calcul d'ordre fractionnaire

Au cours des dernières années, de nombreuses recherches ont porté sur des systèmes mécaniques modélisés par des équations d'état faisant intervenir des intégrales et dérivées d'ordre fractionnaire [34-36]. Ce cadre théorique a notamment été appliqué à divers domaines de l'ingénierie.

En électricité, Le Méhauté et Crepy (1983) [37] ont introduit le concept de *fractance*, un nouvel élément de circuit possédant un comportement intermédiaire entre la résistance et la capacité. Ce concept a par la suite été étudié par plusieurs chercheurs tels que Nakagawa et Sorimachi [38], ainsi qu'Oldham et Zoski [39]. Par ailleurs, Westerlund [40] a développé une nouvelle théorie des condensateurs basée sur les dérivées fractionnaires.

Les domaines de la diffusion et de la dispersion constituent l'un des champs d'application les plus prolifiques du calcul fractionnaire. On peut citer, à titre d'exemple, les travaux de Loiseau et Mounier (1998) sur la stabilité de l'équation de la chaleur commandée en flux [41], ou encore ceux de Wang et al. (1999) sur la diffusion thermique dans le sol [42]. Des recherches similaires ont été menées par Fellah et al. (2004) dans le domaine de la propagation acoustique [43], ainsi que par Lu et al. (2002) et Benson et al. (2004) sur le transport de matière dans le sol [44, 45]. Del-Castillo-Negrete et al. (2004) ont, pour leur part, appliqué le calcul fractionnaire à la modélisation de la diffusion dans le plasma [46].

D'autres domaines comme l'économie et la finance ont également bénéficié des apports du calcul fractionnaire, à l'instar des travaux de Gorenflo et al. (2000) [47].

Le traitement d'image représente également un champ d'application intéressant, comme le montrent les recherches de Mathieu et al. (2003) [48], ou encore de Cooper et al. (2003) en géophysique [49] et Garcia-Finana et al. (2000) en biomédecine [50]. Tajahuerce et al (2000). [51] ont quant à eux exploré des applications dans le domaine de l'optique.

Dans le domaine de la robotique, les dérivées d'ordre fractionnaire ont été intégrées dans des algorithmes de suivi de trajectoire pour robots mobiles (Suárez et al. (2003) [52]) et dans la planification de trajectoires (Oustaloup et al. (2003) [53]). D'autres applications concernent la commande de transmissions flexibles (Oustaloup et al. (1995) [54]), de suspensions actives (Lanusse et al. (2003) [55]), ou encore d'actionneurs hydrauliques (Pommier et al. (2003) [56]).

Ces exemples, bien que nombreux, ne représentent qu'un aperçu des multiples possibilités offertes par le calcul d'ordre fractionnaire, dont le potentiel reste encore largement à explorer.

### 1.4 Fonction gamma : Intégrale d'Euler de 2<sup>ème</sup> espèce

La fonction Gamma, issue de l'intégrale d'Euler de deuxième espèce, intervient fréquemment dans les définitions des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire. Elle permet d'étendre la notion de factorielle aux nombres réels, ce qui rend possible le calcul de la factorielle d'un réel non entier. Cette fonction est définie par l'intégrale suivante :

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} e^{-x} x^{z-1} dx, \quad z \in \mathbb{R}_+^* \quad (1.1)$$

### *Propriétés*

Lorsque  $z$  est positif, on montre la relation de récurrence suivante :

$$\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z) \quad (1.2)$$

Elle peut être obtenue par intégration par parties de l'expression (1.1). Cette relation (1.2) permet de définir une extension de la fonction  $\Gamma$  sur  $\mathbb{R}$ .

Après application successive de la formule (1.2), il apparaît la relation suivante :

$$\Gamma(z) = \frac{\Gamma(z + n)}{(z)_n} \quad (1.3)$$

où  $(z)_n$  est la fonction de Pochhammer qui se définit par la formule :

$$(z)_n = z(z + 1) \dots (z + n - 1), \quad \text{pour } n \in \mathbb{N} \\ (z)_0 = 1, \quad (1)_n = n! \quad (1.4)$$

Comme indiqué précédemment, la fonction **Gamma** représente une extension de la définition de la factorielle d'un entier naturel pour des nombres réels. Elle est également cohérente avec la définition classique de factorielle :

$$\Gamma(n + 1) = n!, \quad \text{pour } n \in \mathbb{N} \quad (1.1)$$

### **1.5 Fonction Bêta : Intégrale d'Euler de 1<sup>ère</sup> espèce**

La fonction **Bêta** intervient naturellement dans le cadre du calcul des intégrales fractionnaires de fonctions puissances. Elle est définie comme une intégrale d'Euler de première espèce et s'exprime sous la forme suivante :

$$\beta(z, w) = \int_0^1 x^{z-1} (1-x)^{w-1} dx, \quad z \in \mathbb{R}_+^* \quad w \in \mathbb{R}_+^* \quad (1.6)$$

Elle est liée à la fonction **Gamma** par la relation :

$$\beta(z, w) = \frac{\Gamma(z)\Gamma(w)}{\Gamma(z+w)} \quad (1.7)$$

### 1.6 Coefficient binomial

Le coefficient binomial intervient notamment dans la définition des dérivées fractionnaires par le biais des développements en série. Soit  $\alpha \in \mathbb{R}$  et  $j \in \mathbb{Z}$ , les coefficients binomiaux sont définis selon l'expression suivante :

$$\binom{\alpha}{j} = (-1)^j \frac{(-\alpha)_j}{j!} \quad (1.8)$$

où  $(-\alpha)_j$  représente la fonction de Pochhammer (1.4).

Dans le cas particulier où  $m$  et  $n$  sont entiers positifs, les coefficients binomiaux s'expriment à partir de la factorielle :

$$\binom{m}{n} = \begin{cases} \frac{m!}{n!(m-n)!}, & \text{si } m \geq n \\ 0, & \text{si } 0 \leq m < n \end{cases} \quad (1.9)$$

La définition (1.9) peut être étendue pour deux réels  $n$  et  $m$ . Dans le cas général avec  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\beta \in \mathbb{R}^+$  et  $\beta < \alpha + 1$ , les coefficients binomiaux s'expriment par la formule (1.10). Cette définition est obtenue en utilisant les propriétés de la fonction Gamma (1.1).

$$\binom{\alpha}{\beta} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(\beta+1)\Gamma(\alpha-\beta+1)} \quad (1.10)$$

#### **Propriétés**

Soit  $\alpha \in \mathbb{R}$  et  $j \in \mathbb{Z}$ . En utilisant la définition des coefficients binomiaux (1.8), la propriété suivante peut être obtenue :

$$(-1)^j \binom{\alpha}{j} = \binom{j-\alpha-1}{j} \quad (1.11)$$

La formule (1.11) peut être exprimée à partir de la fonction Gamma (1.1). Alors le coefficient binomial s'écrit :

$$\binom{j - \alpha - 1}{j} = \frac{\Gamma(j - \alpha)}{\Gamma(j + 1)\Gamma(-\alpha)} \quad (1.12)$$

## 1.7 Intégration et Dérivation d'ordre non entier

Dans cette partie les définitions des dérivées et intégrales fractionnaires de Riemann-Liouville [57,58], Caputo [59] et Grunwald–Letnikov [60,61] sont mentionnées.

### 1.7.1 Intégrale et Dérivée Fractionnaires au sens de Riemann-Liouville

L'intégration successive de la fonction  $f(t)$  est déterminée par la formule de Cauchy écrite comme suit :

$$\int_a^t dt \int_a^t dt \dots \int_a^t f(t) dt = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau, n \in \mathbb{N} \quad (1.13)$$

En généralisant cette relation, l'intégrale d'ordre non entier de  $f(t)$  peut être définie à l'aide de la fonction Gamma (1.5).

#### *Définition*

Soit  $\varphi$  une fonction localement intégrable définie sur  $[a, b]$ . L'*intégrale fractionnaire* d'ordre  $\alpha$  au sens de *Riemann-Liouville* s'écrit :

$$(I_a^\alpha \varphi)_{RL}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t \frac{\varphi(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau, \quad \alpha > 0 \quad (1.14)$$

L'intégrale fractionnaire d'une fonction puissance  $f(t) = t^\lambda$  peut être obtenue avec des manipulations algébriques simples. Le résultat s'écrit comme suit :

$$(I_0^\alpha t^\lambda)_{RL} = \frac{\Gamma(\lambda + 1)}{\Gamma(\lambda + 1 + \alpha)} t^{\lambda + \alpha} \quad (1.15)$$

Si  $\alpha=1$ , en utilisant la formule (1.15), on obtient l'expression classique de l'intégrale d'une fonction puissance :

$$(I_0^1 x^\lambda)_{RL} = \frac{t^{\lambda+1}}{\lambda + 1} \quad (1.16)$$

## Chapitre 1 : Operateurs et Systèmes d'ordre Fractionnaires

---

La dérivée fractionnaire est introduite comme une opération inverse à l'intégration fractionnaire. Soit  $\alpha$  un réel strictement positif et  $n$  l'entier vérifiant  $n - 1 < \alpha < n$ . La dérivée d'ordre  $\alpha$  s'obtient en dérivant  $n$  fois la fonction  $f$  intégrée à l'ordre  $n - \alpha$ .

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^n}{dt^n} \{I_a^{n-\alpha} f(t)\} \quad (1.17)$$

Cette dérivée peut aussi être définie à partir de l'équation (1.14) comme suit :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{-n+\alpha+1}} d\tau, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1.18)$$

Par exemple, pour  $0 < \alpha < 1$ , la dérivée d'ordre  $\alpha$  de  $f$  s'obtient en dérivant 1 fois la fonction intégrée à l'ordre  $1 - \alpha$ , ce qui peut se noter :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(x) = \frac{d}{dx} (I_a^{1-\alpha} f)_{RL}(x) \quad (1.19)$$

Ce qui amène à la forme alternative suivante :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1.20)$$

La définition (1.20) correspond à la *dérivée fractionnaire* au sens de **Riemann-Liouville**.

### **Lemme**

Si  $f$  une fonction localement intégrable définie sur  $[a, b]$  et  $\alpha$  un réel compris entre 0 et 1, alors la dérivée  $(D_a^\alpha f)_{RL}$  existe et est continue sur  $[a, b]$  ; elle peut être représentée sous la forme :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \left[ \frac{f(a)}{(x-a)^\alpha} + \int_a^x \frac{f'(t)}{(x-t)^\alpha} dt \right], \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1.21)$$

Par exemple, on s'intéresse à la dérivée fractionnaire au sens de Riemann-Liouville d'une fonction puissance de la forme :

$$f(t) = (t-a)^\lambda, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (1.22)$$

La définition (1.20) permet d'obtenir la dérivée à l'ordre  $\alpha$  :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_a^t \frac{(\tau-a)^\lambda}{(t-\tau)^\alpha} d\tau \quad (1.23)$$

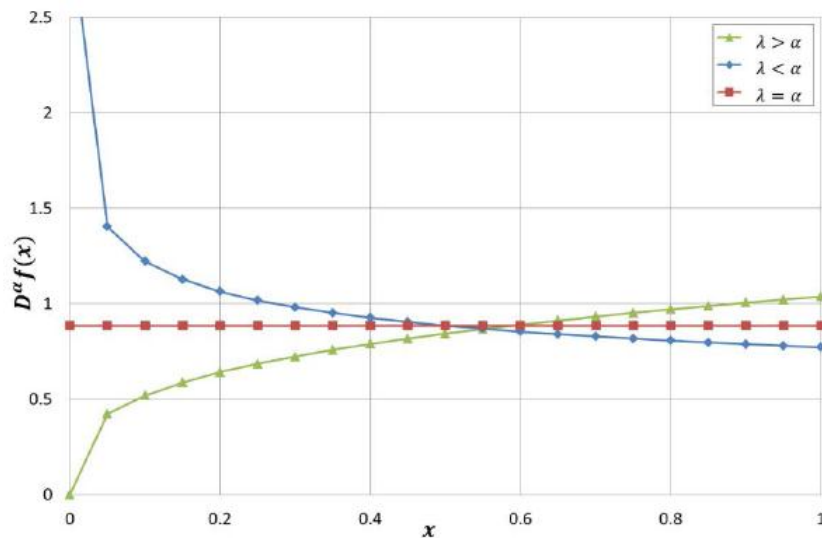
On peut intégrer directement en utilisant les propriétés des fonctions Gamma (1.2) et Beta (1.6). On obtient les résultats suivants :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(t) = \frac{\Gamma(\lambda+1)}{\Gamma(\lambda+1-\alpha)} (t-a)^{\lambda-\alpha} \quad (1.24)$$

Le calcul de la limite de la dérivée  $(D_a^\alpha f)_{RL}(t)$  (équation (1.24)), lorsque  $t$  tend vers  $a$  par valeur supérieure, donne :

$$\lim_{t \rightarrow a} (D_a^\alpha f)_{RL}(t) = \begin{cases} +\infty & , \text{si } \lambda < \alpha \\ \Gamma(\lambda+1) & , \text{si } \lambda = \alpha \\ 0 & , \text{si } \lambda > \alpha \end{cases} \quad (1.25)$$

Cette condition est présentée sur la figure FIG 1.1. Les dérivées fractionnaires d'ordre  $\alpha=0.5$  ont été calculées pour trois valeurs de  $\lambda$  différentes :  $\lambda_1 = 0.3$     $\lambda_2 = 0.5$     $\lambda_3 = 0.8$ .



**FIG 1. 1: Dérivées fractionnaires de Riemann-Liouville d'une fonction puissance [62]**

Un autre exemple intéressant est la dérivée fractionnaire d'une fonction constante  $f(t) = c$ ,  $c > 0$ :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(t) = c \frac{(t-a)^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} \quad (1.26)$$

Avec une limite de dérivée lorsque  $t$  tend vers  $a$  par valeur supérieure :

$$\lim_{t \rightarrow a} (D_a^\alpha f)_{RL}(t) = +\infty \quad (1.27)$$

Il en résulte que la dérivée fractionnaire de Riemann–Liouville d'une fonction constante ne s'annule pas, contrairement au cas des dérivées entières classiques.

Pour que la dérivée fractionnaire  $D_a^\alpha f$  d'une fonction  $f$  reste bornée sur  $[a, b]$ , il faut que  $f(a)$  soit nul afin que sa dérivée d'ordre  $\alpha$  ne diverge pas lorsque  $t$  tend vers  $a$  par valeur supérieure.

### 1.7.2 Dérivée fractionnaire au sens de Caputo

Pour calculer la dérivée fractionnaire de Riemann-Liouville d'ordre  $\alpha \in ]n-1, n[$ , il faut calculer l'intégrale d'ordre  $n-\alpha$  et puis dériver le résultat obtenu. Pour la définition de Caputo, une construction différente est utilisée avec un ordre d'opération inverse : d'abord la fonction  $f(t)$  est dérivée, puis l'intégrale d'ordre  $n-\alpha$  est déterminée.

#### **Définition**

Soit  $f$  une fonction localement intégrable définie sur  $[a, b]$ , la **dérivée fractionnaire** d'ordre  $\alpha$ ,  $\alpha \in ]n-1, n[$  au sens de **Caputo** est donnée par :

$$(D_a^\alpha f)_c(t) \stackrel{\text{def}}{=} I^{n-\alpha} D_a^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (1.28)$$

Pour  $0 < \alpha < 1$  cette définition peut être formulée comme suit

$$(D_a^\alpha f)_c(t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^t \frac{f'(\tau)}{(t-\tau)^\alpha} d\tau, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1.29)$$

La condition d'existence de la dérivée d'ordre non-entier au sens de **Caputo** de la fonction  $f(t)$  est que la fonction  $f$  soit absolument continue sur  $[a, b]$  :

Dans le cas général, la *dérivée fractionnaire* de *Caputo* (1.29) ne correspond pas à la dérivée de Riemann-Liouville (1.20). La relation entre les deux définitions peut être exprimée comme suit :

$$(D_a^\alpha f)_{RL}(t) = (D_a^\alpha f)_C(t) + \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{f(a)}{(t-a)^\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1.30)$$

On remarque que, de toute évidence, les définitions seront équivalentes uniquement si  $f(a)=0$ . Cela conduit à la principale différence avec la dérivée de Riemann-Liouville qui est que la dérivation fractionnaire au sens de Caputo d'une constante ( $f(t) = c$ ), est nulle :

$$(D_a^\alpha f)_C(t) = 0 \quad (1.31)$$

### 1.7.3 Intégrale et dérivée fractionnaire au sens de Grunwald–Letnikov

Une approche alternative peut être utilisée pour définir les expressions des dérivées fractionnaires en considérant des différences finies. On sait que la dérivée entière d'une fonction  $f(t)$  s'exprime par :

$$D^1 f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t-h)}{h} \quad (1.32)$$

$h$  étant la période d'échantillonnage.

D'après la définition (1.32), la dérivée seconde est définie par :

$$D^2 f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(t) - f'(t-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - 2f(t-h) + f(t-2h)}{h^2} \quad (1.33)$$

Pour généraliser les relations ci-dessus, la dérivée générale d'ordre,  $n \in \mathbb{N}$ , aura la forme suivante

$$D^n f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(h)^n} \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} f(t-jh) \quad (1.34)$$

Où  $\binom{n}{j}$  représentent les coefficients binomiaux définis par la relation (1.8).

La dérivée d'ordre non entier peut être obtenue en remplaçant un entier  $n$  par un réel  $\alpha$  positif.

#### **Définition**

Soit  $f$  une fonction dérivable sur un intervalle  $[a, b]$  et  $f(a)=0$ . La *dérivée fractionnaire* au sens de *Grunwald–Letnikov* est définie par l'expression :

$$(D_a^\alpha f)_{GL}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(h)^\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(kt - jh) \quad (1.35)$$

La notation  $\binom{\alpha}{j}$  désigne le binôme de Newton généralisé à des ordres réels :

$$\binom{\alpha}{j} = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{j! \Gamma(\alpha - j + 1)} \quad (1.36)$$

L'*intégrale fractionnaire* au sens de *Grunwald–Letnikov* se définit en utilisant la propriété suivante :

$$(I_a^\alpha f)_{GL}(x) = (D_a^{-\alpha} f)_{GL}(x) \quad \text{avec } \alpha > 0 \quad (1.37)$$

On peut écrire :

$$(D_a^{-\alpha} f)_{GL}(t) = (I_a^\alpha f)_{GL}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(h)^{-\alpha}} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{-\alpha}{j} f(kt - jh) \quad (1.38)$$

#### 1.7.4 Résumé des définitions des dérivées fractionnaires

Ce chapitre présente brièvement plusieurs définitions des dérivées et intégrales fractionnaires, regroupées dans le tableau TAB.1.1. Toutes ces définitions sont considérées pour un ordre de dérivation appartenant à l'intervalle ouvert  $]0,1[$ .

Sur le plan mathématique, l'intégration peut être vue comme l'opération inverse de la dérivation, et inversement. Cette dualité permet de formuler deux grandes approches pour définir les opérateurs fractionnaires : celle de Riemann-Liouville et celle de Grünwald–Letnikov

L'approche de Riemann-Liouville repose sur l'idée d'étendre l'intégration d'ordre entier à un ordre réel, ce que l'on appelle intégrale fractionnaire. La dérivée fractionnaire est alors définie comme l'opération inverse : on commence par effectuer une intégration fractionnaire d'ordre  $1-\alpha$ , puis on dérive le résultat une fois au sens classique (ordre 1). Ainsi, pour calculer la dérivée fractionnaire d'ordre  $\alpha \in ]0,1[$ , il faut :

- Calculer l'intégrale fractionnaire d'ordre  $1-\alpha$  de la fonction considérée ;

- Puis dériver cette intégrale une fois.

La dérivée au sens de Caputo est un cas particulier de celle de Riemann-Liouville. Si la fonction est absolument continue et si l'intégrale de sa dérivée existe, on peut inverser les opérations d'intégration et de dérivation. La dérivée fractionnaire est alors définie comme l'intégrale fractionnaire de la dérivée d'ordre entier de la fonction. Les dérivées de Caputo sont souvent préférées en physique car :

- Elles s'annulent pour une fonction constante ;
- Les conditions initiales s'expriment à l'aide de dérivées classiques (entières), ce qui facilite leur interprétation physique.

En revanche, les conditions initiales des équations différentielles fractionnaires au sens de Riemann-Liouville font appel à des opérateurs fractionnaires, difficiles à interpréter physiquement [63], [64]. Les deux définitions coïncident si  $f(a)=0$ .

Contrairement à la définition de Riemann-Liouville, la méthode de Grünwald–Letnikov ne repose pas sur l'intégration, mais sur une généralisation du concept de différences finies. Elle définit la dérivée fractionnaire comme la limite d'une somme de différences finies d'ordre réel.

Enfin, bien que ces définitions soient formulées différemment, elles sont en général équivalentes. En particulier, les approches de Grünwald–Letnikov et de Riemann-Liouville sont identiques sous certaines conditions, comme démontré de manière rigoureuse dans les travaux de Samko [33].

TAB 1. 1: Définitions des dérivées fractionnaires

Dérivée fractionnaire	définition
Riemann-Liouville	$(D_a^\alpha f)_{RL}(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dx} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt$
Caputo	$(D_a^\alpha f)_c(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \frac{f'(t)}{(x-t)^\alpha} dt$
Grunwald-Letnikov	$(D_a^\alpha f)_{GL}(t) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(h)^\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(kt - jh)$

### 1.8 Propriétés des intégrales et dérivées fractionnaires

Dans ce paragraphe, on rappelle quelques propriétés générales des intégrales et dérivées fractionnaires.

#### 1.8.1 Linéarité

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions appartenant à  $([a, b])$  et  $\lambda$  et  $\mu$  deux réels. On a alors linéarité de l'opérateur de dérivée (intégral) fractionnaire :

$$D_a^\alpha(\lambda f + \mu g) = \lambda D_a^\alpha(f) + \mu D_a^\alpha(g) \quad (1.39)$$

Pour  $\alpha=0$  l'opération  $D_a^\alpha(f)$  est l'opérateur identité :  $D_a^0(f) = f$

#### 1.8.2 Règle de la composition des ordres d'intégration

$$I_a^\beta(I_a^\alpha f(x)) = I_a^{\alpha+\beta} f(x) \quad (1.40)$$

### 1.9 Transformation de Laplace

La transformation intégrale de Laplace généralise la transformation de Fourier. Elle se définit de la façon suivante :

$$\mathcal{L}(f) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (1.41)$$

Le produit de convolution est défini par l'intégrale :

$$[g * f] = \int_0^x g(x-t) f(t) dt \quad (1.42)$$

***Théorème (Théorème de la convolution)***

La transformation de Laplace du produit de convolution des deux fonctions  $f$  et  $\varphi$  est le produit des transformées de Laplace des fonctions.

$$\mathcal{L}(f * \varphi) = \mathcal{L}(f)\mathcal{L}(\varphi) \quad (1.43)$$

La transformation de Laplace de la dérivée d'ordre  $n$  entier de la fonction  $f$  est définie par :

$$\mathcal{L}(f^{(n)}) = s^n \mathcal{L}(f) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} f^{(k)}(0) \quad (1.44)$$

**1.9.1 Transformation de Laplace de l'intégrale de Riemann-Liouville et Grunwald-Letnikov**

On commence par la transformée de Laplace de l'intégrale d'ordre fractionnaire de Riemann-Liouville d'ordre  $\alpha > 0$  définie par (1.14).

L'intégrale de Riemann-Liouville peut être définie comme un produit de convolution de deux fonctions :

$$I^\alpha f(t) \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^t \frac{(t-\tau)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} f(\tau) d\tau = \left[ \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} * f(t) \right] \quad (1.45)$$

La transformée de Laplace de la fonction  $t^{\alpha-1}$  est :

$$\mathcal{L}\{t^{\alpha-1}; s\} = \Gamma(\alpha)s^{-\alpha} \quad (1.46)$$

La transformation de Laplace est définie par la formule (1.41) comme une conséquence du théorème de convolution et de la formule (1.45), on obtient la transformée de Laplace de l'intégrale de Riemann-Liouville et celle de Grunwald-Letnikov.

$$\mathcal{L}(I^\alpha f) = s^{-\alpha} \mathcal{L}(f) \quad (1.47)$$

### 1.9.2 Transformation de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville

On suppose que  $0 < \alpha < 1$  et que  $\mathcal{L}(f)$  et  $\mathcal{L}(f')$  existent. La transformation de Laplace de la dérivée fractionnaire de Riemann-Liouville est déduite de (1.44) :

$$\mathcal{L}(D^\alpha f) = s^\alpha \mathcal{L}(f) - I^{1-\alpha} f(0) \quad (1.48)$$

Si on suppose que la fonction  $f(x)$  est continue en 0 on a  $I^{1-\alpha} f(0) = 0$  et la formule (1.49) se déduit de la relation (1.48) :

$$\mathcal{L}(D^\alpha f) = s^\alpha \mathcal{L}(f) \quad (1.49)$$

### 1.9.3 Transformation de Laplace de la dérivée de Grunwald–Letnikov

$$\mathcal{L}(D^\alpha f) = s^\alpha \mathcal{L}(f) \quad (1.50)$$

#### *Remarque*

La résolution des équations différentielles d'ordre fractionnaire avec la transformée de la place se fait de la même manière qu'avec les équations différentielles d'ordre entier.

## 1.10 Evaluation numérique des opérateurs d'ordre fractionnaire

Les processus de commande industrielle sont en général échantillonnés ou discrétisés, donc nous aurons besoin d'approximations numériques pour les formules analytiques des opérateurs d'ordre fractionnaire. Il y a eu beaucoup de travaux sur les solutions numériques des équations différentielles d'ordre fractionnaire ainsi que la discrétisation des systèmes et opérateurs d'ordre fractionnaire : Diathelm [65], Vinagre [66], Ferdí [67].

Cependant, ces méthodes sont souvent trop compliquées ou d'ordre élevé pour être introduites dans un schéma de commande adaptative simple afin de commander des processus aux paramètres inconnus ou variants dans le temps. Cela peut déstabiliser la boucle de commande, par une variation conséquente de l'amplitude du signal de référence, ou simplement pendant la phase transitoire.

### 1.10.1 Approximation des formules de Riemann-Liouville

Nous aurons recours parfois à une très simple approximation numérique de l'intégrale de Riemann-Liouville, basée sur la méthode rectangulaire. Cette approximation est plus pratique dans des algorithmes sensibles au nombre de calculs à effectuer. En mettant,  $t = k\Delta$

Où  $t$  est le temps actuel,  $k$  un entier et  $\Delta$  la période d'échantillonnage.

On obtient :

$$I_0^\alpha f(k\Delta) = \frac{\Delta}{\Gamma(\alpha)} \sum_{\tau=0}^{k-1} (k\Delta - \tau\Delta)^{\alpha-1} f(\tau\Delta) = \frac{\Delta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \sum_{\tau=0}^{k-1} (k - \tau)^{\alpha-1} f(\tau\Delta) \quad (1.51)$$

Cette méthode présente l'avantage de sa simplicité et l'inconvénient d'être trop consommatrice de mémoire, à mesure que la fenêtre temporelle de calcul s'élargit. Toutefois nous pouvons remédier à cette contrainte en limitant la mémoire de la dérivée d'ordre fractionnaire ainsi la valeur initiale sera prise à l'instant  $t - T_m$  ou  $T_m$  est la longueur prédéfinie de cette mémoire.

Ainsi, si  $K_m$  est le nombre de périodes correspondant au temps  $T_m$ , ( $K_m = \frac{T_m}{\Delta}$ ), l'approximation numérique de l'intégrale d'ordre fractionnaire peut s'écrire :

$$I_{T_m}^\alpha f(k\Delta) = \frac{\Delta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \sum_{\tau=k-K_m}^{k-1} (k - \tau)^{\alpha-1} f(\tau\Delta) \quad (1.52)$$

### 1.10.2 Approximation des formules de Gründwald-Leitnikov

Pour le calcul numérique des intégrales et dérivées d'ordre fractionnaire on peut utiliser les définitions de G-L des équations (1.38) et (1.35) respectivement.

Pour une fonction causale  $f(t)$ , et pour  $t = kh$ , l'intégrale d'ordre fractionnaire est donnée par [6] :

$$I^\alpha f(kh) = D^{-\alpha} f(kh) \cong h^\alpha \sum_{j=0}^k \omega_j^{(-\alpha)} f(kh - jh) \quad (1.53)$$

Où les coefficients  $\omega_j^{(-\alpha)}$  peuvent être calculés par la formule récurrente suivante, pour  $j = 1, 2, \dots, k$  :

$$\omega_0^{(-\alpha)} = 1$$

Et

$$\omega_j^{(-\alpha)} = \left(1 - \frac{1 - \alpha}{j}\right) \omega_{j-1}^{(-\alpha)} \quad (1.54)$$

De même pour une fonction causale  $f(t)$ , et pour  $t = kh$ , la dérivée d'ordre fractionnaire est donnée par [63] :

$$D^\alpha f(kh) = \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} f(t) \cong h^{-\alpha} \sum_{j=0}^k \omega_j^{(\alpha)} f(kh - jh) \quad (1.55)$$

Où les coefficients  $\omega_j^{(\alpha)}$  peuvent être calculés par la formule récurrente suivante, pour  $j = 1, 2, \dots, k$  :

$$\omega_0^{(\alpha)} = 1$$

Et

$$\omega_j^{(\alpha)} = \left(1 - \frac{1 + \alpha}{j}\right) \omega_{j-1}^{(\alpha)} \quad (1.56)$$

Cependant, Hwang et al. [68] ont montré que la méthode d'approximation de G-L ne donne une réponse transitoire assez précise que si l'intervalle de temps choisi est très petit.

### 1.11 Approximation Numérique des Systèmes d'ordre fractionnaire

Il existe de nombreuses approches pour approximer les systèmes d'ordre fractionnaire par des fonctions rationnelles. Les approximations disponibles dans le domaine  $s$  sont appelées des approximations analogiques ou des approximations du domaine fréquentiel. Dans la référence [69], on peut trouver un bon résumé de ces méthodes d'approximation. Parmi ceux-ci, on peut citer :

- La méthode de l'expansion par fractions continues EFC (Expansion Fractionnaire Continue).
- La méthode de Carlson.
- La méthode de Charef.
- La méthode de Matsuda.
- La méthode d'Oustaloup

Les méthodes de Charef et d'Oustaloup sont les plus utilisées dans la littérature. La méthode de Charef ou ce qu'on appelle la méthode de la fonction de singularité est plus utile et plus pratique pour approximer les fonctions de transferts d'ordre fractionnaire voir [70], c'est pourquoi on va l'utiliser pour implémenter nos schémas de commande.

### 1.11.1 Méthode de Charef : Fonction de singularité

Afin d'implémenter des modèles d'ordre fractionnaire dans les schémas de commande présentés dans ce travail, nous utiliserons la méthode appelée "Méthode de la fonction de singularité" développée par Charef et al. [70,71], qui est présentée dans cette section. La méthode d'approximation sera différente selon que le transfert d'ordre fractionnaire à approximer soit du premier ou du second ordre.

#### · Système du premier ordre fractionnaire

Pour un système d'ordre fractionnaire du premier ordre :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{p_T}\right)^\beta} \quad (1.57)$$

On peut réécrire la fonction (1.57) comme suit (voir aussi [57]) :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{p_T}\right)^\beta} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (1.58)$$

Où  $(N + 1)$  est le nombre total des singularités qui peut être déterminé par la bande de fréquences du système. L'équation (1.58) peut être tronquée à un nombre fini  $N$ , et l'approximation devienne :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{p_T}\right)^\beta} \approx \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (1.59)$$

Les pôles et les zéros de la fonction de singularités peuvent être obtenus comme suit :

$$p_i = (ab)^i p_0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1.60)$$

$$z_i = (ab)^i a p_0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N - 1 \quad (1.61)$$

Avec :

$$p_0 = P_T 10^{\frac{\varepsilon p}{20\beta}} \quad (1.62 a)$$

$$a = 10^{\frac{\varepsilon p}{10(1-\beta)}} \quad (1.62 b)$$

$$b = 10^{\frac{\varepsilon p}{10\beta}} \quad (1.62 c)$$

$$\beta = \frac{\log(a)}{\log(ab)} \quad (1.62 d)$$

$\varepsilon p$  est l'erreur tolérée en  $dB$ .

Avec une pente de  $-20\beta \text{ dB/dec}$  et son approximation par des lignes droites en zig-zig avec des pentes individuelles de  $-20 \text{ dB/dec}$  et  $0 \text{ dB/dec}$ .

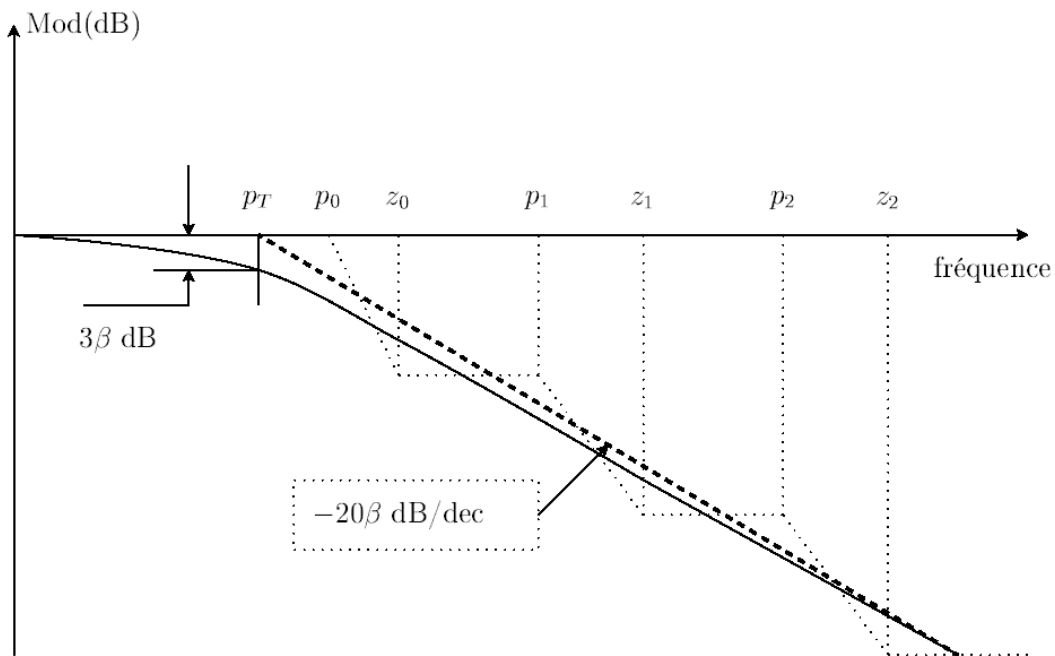


FIG 1. 2: Diagramme de Bode de  $1/(1 + s/p_T)^\beta$  [72]

· **Système du second ordre fractionnaire:**

Pour un système de second ordre décrit par l'équation (1.63) :

$$G(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_n} + 1\right)^\beta} \quad (1.63)$$

## Chapitre 1 : Operateurs et Systèmes d'ordre Fractionnaires

---

Avec  $\beta$  un nombre réel positif tel que  $0 < \beta < 1$ , on peut distinguer deux cas :

- Cas où :  $0 < \beta < 0.5$

On peut exprimer la fonction (1.63) comme suit :

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right) \left(\frac{s}{\omega_n + 1}\right)^\eta}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\alpha \frac{s}{\omega_n} + 1\right)} \quad (1.64)$$

Avec  $\alpha = \xi^\beta$  et  $\eta = 1 - 2\beta$ , ce qui peut aussi être approximé par la fonction,

$$G_e(s) \approx \frac{\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right) \prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\alpha \frac{s}{\omega_n} + 1\right) \prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (1.65)$$

Les singularités (pôles  $p_i$  et zéros  $z_i$ ) sont données par les formules suivantes :

$$p_i = (ab)^{i-1} z_1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1.66)$$

$$z_i = (ab)^{i-1} z_1 \quad i = 2, 3, \dots, N - 1 \quad (1.67)$$

avec

$$z_1 = \omega_n \sqrt{b} \quad (1.68a)$$

$$a = 10^{\frac{\varepsilon p}{10(1-\eta)}} \quad (1.68b)$$

$$b = 10^{\frac{\varepsilon p}{10\eta}} \quad (1.68c)$$

$$\eta = \frac{\log(a)}{\log(ab)} \quad (1.68d)$$

$\varepsilon p$  est l'erreur tolérée en dB

L'ordre d'approximation  $N$  est calculé en fixant la bande de fréquences de travail, spécifiée par  $\omega_{max}$  telle que :  $P_{N-1} < \omega_{max} < P_N$ , ce qui mène à la valeur suivante :

$$N = \text{partie entière de} \left[ \frac{\log \frac{\omega_{max}}{p_1}}{\log(ab)} + 1 \right] + 1 \quad (1.69)$$

$G_e(s)$  Peut alors être écrite sous la forme d'une fonction paramétrique d'ordre  $N + 2$  :

$$G_e(s) = \frac{b_{m_0}s^N + b_{m_1}s^{N-1} + \dots + b_{m_N}}{s^{N+2} + a_{m_1}s^{N+1} + \dots + a_{m_N}} \quad (1.70)$$

Les coefficients  $a_{m_i}$  et  $b_{m_i}$  sont calculés à partir des singularités  $p_i, z_i$  ainsi que  $\alpha$  et  $\omega_n$ .

**-Pour:  $0.5 < \beta < 1$**

La fonction d'approximation est donnée comme suit :

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right)}{\left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\alpha\frac{s}{\omega_n} + 1\right)\left(\frac{s}{\omega_n} + 1\right)^\eta} \quad (1.71)$$

Où  $\alpha = \xi^\beta$  et  $\eta = 2\beta - 1$ , qui développée comme précédemment avec les valeurs singulières suivantes :

$$p_i = (ab)^{i-1}p_1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1.72)$$

$$z_i = (ab)^{i-1}ap_1 \quad i = 2, 3, \dots, N - 1 \quad (1.73)$$

avec :

$$z_1 = \omega_n\sqrt{b} \quad (1.74 a)$$

$$a = 10^{\frac{\varepsilon_p}{10(1-\eta)}} \quad (1.74 b)$$

$$b = 10^{\frac{\varepsilon_p}{10\eta}} \quad (1.74 c)$$

$$\eta = \frac{\log(a)}{\log(ab)} \quad (1.74 d)$$

$\varepsilon_p$  est l'erreur tolérée en dB.

$G_e(s)$  peut alors être écrite sous la forme de la fonction paramétrique (1.70).

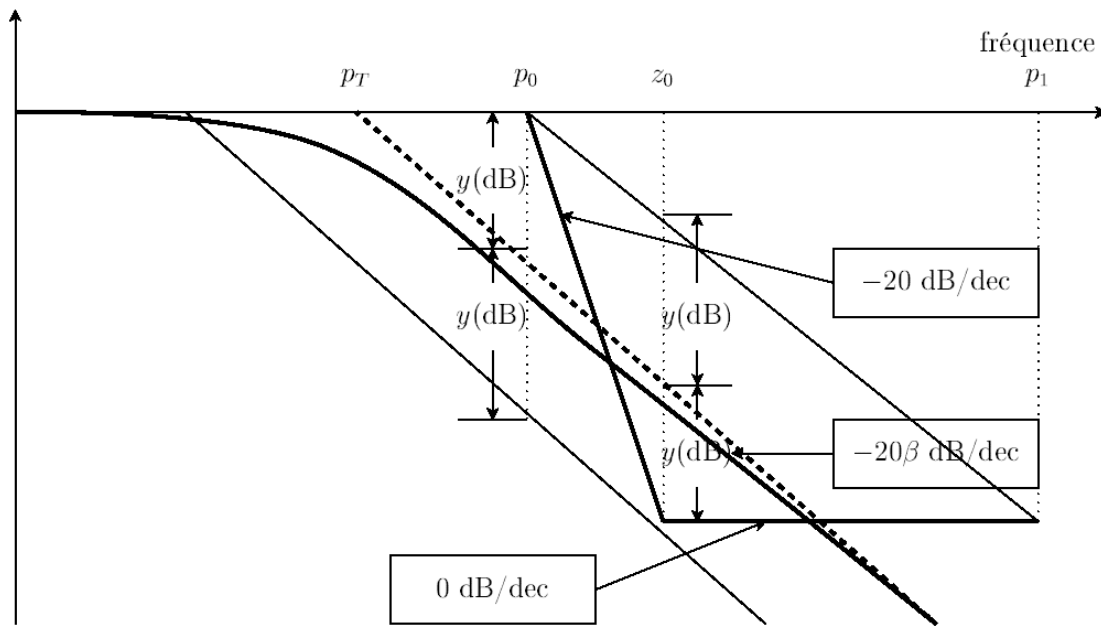


FIG 1. 3: Comment choisir les singularités pour l'approximation en maintenant un écart constant entre la ligne à  $-20\beta$  dB/dec et les lignes droites en zig-zag [72]

## 1.12 Approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire par des fonctions rationnelles

Ces approximations se basent essentiellement sur les travaux de Charef et al. [70,73], ainsi que la méthode de la fonction de singularité présentée à la section 1.11.1.

### 1.12.1 Intégration d'ordre fractionnaire

La fonction de transfert de l'opérateur intégral d'ordre fractionnaire est représentée dans le domaine fréquentiel par la fonction irrationnelle suivante :

$$H_1(s) = \frac{1}{s^\beta} \tag{1.75}$$

Où  $s = j\omega$  est la fréquence complexe et  $\beta$  un nombre réel positif tel que  $0 < \beta < 1$

Dans une bande de fréquence donnée  $[\omega_b, \omega_h]$ , cet opérateur d'ordre fractionnaire peut être modélisé dans le domaine fréquentiel par un pôle à puissance fractionnaire (PPF) comme suit :

$$H_I(s) = \frac{K_I}{\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\beta} \tag{1.76}$$

## Chapitre 1 : Operateurs et Systèmes d'ordre Fractionnaires

---

En supposant que pour  $\omega \in [\omega_b, \omega_h]$  on a  $\omega \gg \omega_c$ , on peut écrire :

$$H_I(s) = \frac{K_I}{\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^\beta} = \frac{K_I \omega_c^\beta}{s^\beta} = \frac{1}{s^\beta} \quad (1.77)$$

Avec  $K_I = \frac{1}{\omega_c^\beta}$  et  $\omega_c$  est la fréquence de coupure de PPF qui obtenue à partir de la basse

fréquence  $\omega_b$ :  $\omega_c = \sqrt{10^{\frac{\varepsilon}{10\beta}} - 1}$  où  $\varepsilon$  est l'erreur maximale permise entre la pente de l'opérateur de puissance fractionnaire de l'équation (1.75) et le PPF de l'équation (1.76) dans la bande de fréquence donnée  $[\omega_b, \omega_h]$ .

Dans le but de représenter le pôle d'ordre fractionnaire de l'équation (1.76), et par conséquent l'intégrateur d'ordre fractionnaire, par un système linéaire invariant dans le temps, il est nécessaire d'approximer sa fonction de transfert irrationnelle par une fonction rationnelle. La méthode d'approximation consiste à approximer la pente de  $20\beta dB/dec$  sur le tracé de Bode du PPF par un nombre de ligne sous forme de Zig-Zag, produit par une alternance de pente  $20dB/dec$  et  $0dB/dec$  correspondant à une alternance de pôles et de zéros sur l'axe réel négatif du plan  $s$  tel que  $p_0 < z_0 < p_1 < z_1 < \dots < z_{N-1} < p_N$ ; d'où l'approximation suivante :

$$H_I(s) = \frac{K_I}{\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\beta} = K_I \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (1.78)$$

Où les  $p_i$  et  $z_i$  sont les pôles et les zéros de l'approximation.

En utilisant la méthode de la fonction de singularité, les pôles et les zéros de l'approximation se présentent sous la forme d'une progression géométrique. Cette méthode graphique d'approximation commence par le choix d'une erreur d'approximation  $\gamma$  en  $dB$  et une bande de fréquence d'approximation  $\omega_{max}$ .

Pour déterminer le nombre  $N$ , la bande de fréquence sur laquelle l'approximation est faite doit être spécifiée, soit «  $\omega_{max}$  » cette bande, telle que  $\omega_{max}$  soit égale à 100 fois  $\omega_h$ , son expression est donnée par (1.79) :

$$N = \text{partie entière de } \left[ \frac{\log\left(\frac{\omega_{max}}{p_0}\right)}{\log(ab)} + 1 \right] + 1 \quad (1.79)$$

L'arrangement des singularités (pôles-zéros) est établi selon les deux progressions géométriques suivantes :

$$\begin{aligned} p_i &= (ab)^i p_0, \quad \text{pour } i = 0, 1, \dots, N \\ z_i &= (ab)^i a p_0, \quad \text{pour } i = 0, 1, \dots, N - 1 \end{aligned}$$

Où  $a$  et  $b$  sont appelés les rapports de position, leurs expressions en fonction de  $y$  et  $\beta$  sont données par :

$$\begin{aligned} a &= 10^{\frac{y}{10(1-\beta)}}, \quad b = 10^{\frac{y}{10\beta}} \\ \text{Avec, } p_0 &= \omega_c \sqrt{b}, \quad z_0 = a p_0 \end{aligned}$$

### 1.12.2 Dérivée d'ordre fractionnaire

La fonction de transfert de l'opérateur dérivateur d'ordre fractionnaire est représentée dans le domaine fréquentiel par la fonction irrationnelle suivante :

$$F_D(s) = s^\alpha \quad (1.80)$$

Où  $s = j\omega$  est la fréquence complexe et  $\alpha$  un nombre réel positif tel que  $0 < \alpha < 1$ .

Dans une bande de fréquence donnée  $[\omega_b, \omega_h]$ , l'opérateur d'ordre fractionnaire peut être modélisé dans le domaine fréquentiel par un zéro à puissance fractionnaire (ZPF) comme suit :

$$F_D(s) = K_D \left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\alpha \quad (1.81)$$

Si on suppose que pour  $\omega \in [\omega_b, \omega_h]$  on a  $\omega \gg \omega_c$ , on peut écrire :

$$F_D(s) = K_D \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^\alpha = \frac{K_D}{\omega_c^\alpha} s^\alpha = s^\alpha \quad (1.82)$$

Avec  $K_D = \omega_c^\alpha$  et  $\omega_c$  est la fréquence de coupure de ZPF qui est obtenue à partir de la basse

fréquence  $\omega_b$ :  $\omega_c = \omega_b \sqrt{10\left(\frac{\varepsilon}{10\alpha}\right)^{-1}}$  où  $\varepsilon$  est l'erreur maximale permise entre la pente de

## Chapitre 1 : Operateurs et Systèmes d'ordre Fractionnaires

---

l'opérateur de puissance fractionnaire de l'équation (1.80) et le ZPF de l'équation (1.81) dans la bande de fréquence donnée  $[\omega_b, \omega_h]$ .

Dans le but de représenter le zéro d'ordre fractionnaire de l'équation (1.81), et par conséquent le dérivateur d'ordre fractionnaire, par un système linéaire invariant dans le temps, il est nécessaire d'approximer sa fonction de transfert irrationnelle par une fonction rationnelle.

La méthode d'approximation consiste à approximer la pente de  $20\alpha dB/dec$  sur le tracé de Bode du ZPF par un nombre de lignes sous forme de zig-zag, produite par une alternance de pente  $20dB/dec$  et  $0dB/dec$  correspondant à une alternance de pôles et de zéros sur l'axe réel négatif du plan  $s$  tel que  $z_0 < p_0 < z_1 < p_1 < \dots < z_{N-1} < P_N$  ; d'où l'approximation suivante :

$$F_D(s) \approx K_D \left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\alpha \cong K_D \frac{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{p_i}\right)} \quad (1.83)$$

En utilisant la méthode de la fonction de singularité, les pôles et les zéros de l'approximation se présentent sous la forme d'une progression géométrique. Cette méthode graphique d'approximation a commencé par le choix de l'erreur d'approximation  $y$  en  $dB$  et une bande de fréquence d'approximation  $\omega_{max}$ .

Pour déterminer le nombre  $N$ , la bande de fréquence sur laquelle l'approximation est faite doit être spécifiée, soit « $\omega_{max}$ » cette bande, tel que  $\omega_{max}$  soit pris égal à 100 fois  $\omega_h$  son expression est donnée par :

$$N = \text{partie entière de} \left[ \frac{\log\left(\frac{\omega_{max}}{p_0}\right)}{\log(ab)} + 1 \right] + 1 \quad (1.84)$$

L'arrangement des singularités (pôles-zéros) est établi selon les deux progressions géométriques suivantes :

$$\begin{aligned} z_i &= (ab)^i z_0, \quad \text{pour } i = 0, 1, \dots, N \\ P_i &= (ab)^i a z_0, \quad \text{pour } i = 0, 1, \dots, N \end{aligned}$$

Avec :  $z_0 = \omega_c \sqrt{b}$  et  $p_0 = a z_0$

La fonction rationnelle d'approximation dans une bande de fréquence donnée sera donc la suivante :

$$F_D(s) = s^a = K_D \left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)^\alpha \approx K_D \frac{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{(ab)^i z_0}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{(ab)^i a z_0}\right)} \quad (1.85)$$

### Remarque

$\omega_b$  : doit couvrir la dynamique lente et le régime transitoire,  $\omega_b = \frac{\omega_c}{10}$

$\omega_h$  : doit couvrir la dynamique rapide,  $\omega_h = 10 \omega_c$

### 1.13 Conclusion

Ce chapitre a permis de poser les bases théoriques du calcul fractionnaire. Dans un premier temps, nous avons rappelé les éléments mathématiques fondamentaux nécessaires à la compréhension des définitions couramment utilisées dans ce domaine. Ensuite, nous avons introduit plusieurs définitions des opérateurs fractionnaires, en particulier les intégrales et dérivées d'ordre fractionnaire, en exposant leurs propriétés ainsi que leur représentation à l'aide de la transformée de Laplace.

Nous avons par ailleurs présenté diverses méthodes d'approximation numérique de ces opérateurs, avec une attention particulière portée à la méthode fondée sur la fonction de singularité. Enfin, deux types fondamentaux de systèmes d'ordre fractionnaire ont été abordés, ainsi que leur approximation à l'aide de fonctions rationnelles.

Ce cadre théorique constituera un socle pour les développements ultérieurs dans le contexte de la modélisation et de la commande des systèmes dynamiques d'ordre fractionnaire.

# CHAPITRE 2 : LES ROBOTS INDUSTRIELS

## 2.1 Introduction

Depuis la révolution industrielle, la robotique s'est imposée comme un pilier du progrès technologique, avec des applications dans des secteurs aussi variés que l'industrie, la médecine, l'aéronautique, l'exploration spatiale ou encore la défense. Parmi les différentes catégories de robots, les manipulateurs industriels occupent une place centrale grâce à leur capacité à automatiser des tâches lourdes, répétitives ou dangereuses, telles que la manutention d'objets massifs, le soudage ou la peinture.

Ces robots sont également déployés dans des environnements extrêmes, tels que les milieux à haute pression (comme les fonds marins), à basse pression (dans le vide spatial), ou soumis à de fortes contraintes thermiques ou radiatives. Un exemple emblématique est celui des manipulateurs utilisés dans les fours de laminage à chaud, où le bras et l'effecteur doivent résister à des températures extrêmes tout en manipulant des charges lourdes.

De telles applications exigent des robots de grande dimension, capables de couvrir un large volume de travail avec une grande précision, une vitesse élevée et une capacité de charge importante. Ces robots permettent non seulement d'augmenter la productivité, mais aussi d'assurer une meilleure qualité des produits finis, tout en remplaçant l'opérateur humain dans des tâches à la fois éprouvantes et dangereuses.

Au cours des deux dernières décennies, les manipulateurs à liaisons flexibles ont suscité un intérêt croissant en robotique et en automatique, en raison des avantages qu'ils offrent : réduction de la masse, baisse de la consommation énergétique, miniaturisation des actionneurs et réduction des coûts. Conçus dès l'origine avec des bras flexibles pour des raisons fonctionnelles, biomimétiques ou sécuritaires, ces robots à flexibilité intentionnelle trouvent progressivement leur place dans des applications innovantes, même si leur intégration dans l'industrie lourde demeure encore limitée.

Par ailleurs, la flexibilité des bras ne concerne pas uniquement les robots légers. Elle affecte également les manipulateurs industriels rigides opérant dans des environnements sévères (chantiers, mines, tunnels, plateformes offshore), ainsi que ceux utilisés dans des applications à grande vitesse et haute précision (telles que la découpe laser ou au jet d'eau, l'ébavurage, etc.). Bien que conçus comme rigides, leurs bras peuvent présenter un comportement flexible sous l'effet des charges dynamiques, engendrant des déformations élastiques qui doivent être compensées au niveau de la commande. On parle alors de robots rigides à dynamique flexible.

Ce chapitre propose une vue d'ensemble sur l'évolution des manipulateurs robotiques, en décrivant les grandes lignes de leur architecture, avant de poser les bases conceptuelles nécessaires à la modélisation dynamique des bras manipulateurs, qui sera abordée en détail dans les sections suivantes.

### **2.2 Définitions générales**

- **La robotique**

La robotique est une science ou l'ensemble de technique permet la conception et la construction des machines automatiques ou plus simplement de robot. Sa pratique réunie des savoir-faire techniques et des connaissances scientifiques des domaines de l'électronique, de l'informatique et de la mécanique. [74]

- **Le robot**

L'Organisation Internationale de Normalisation définit le robot comme étant un manipulateur à plusieurs degrés de liberté, à commande automatique, reprogrammable, multi applications, mobile ou non, destiné à être utilisé dans les applications d'automatisation industrielle. [75]

- ✓ **Les robots manipulateurs**

Les manipulateurs sont des systèmes mécaniques destinés à exécuter de manière autonome des tâches répétitives dans un environnement fixe et ordonné et dont les mouvements enregistrés dans une mémoire se répètent de manière cyclique.

### 2.3 L'histoire de la robotique

L'histoire de l'humanité a connu des étapes et des époques qui ont marqué son évolution, allant de la préhistoire jusqu'au 21<sup>ème</sup> siècle. Voici quelques inventions qui ont marqué cette évolution.

- **La roue** : est le premier mécanisme apparu vers 3500 avant J-C, elle est considérée comme un premier exploit.
- **L'horlogerie, les clepsydres** : appelée aussi horloges à eau, elle est inventée vers 1600 avant J-C. en Égypte. Elles étaient constituées de simples bols percés dont l'écoulement régulier permettait une mesure rudimentaire du temps.
- **Les automates** : l'un des automates les plus surprenants est certainement le canard digérateur de Jacques de Vaucanson (1738), il était capable de se comporter comme un véritable animal.
- **L'intelligence artificielle** : en 1950 Alan Turing a défini une méthode afin de tester la présence d'une conscience ou d'une intelligence au sein d'une machine.
- **Les animâts** : ce sont des animaux artificiels inspirés des vivants, élaborés en 1985 par S. Wilson.
- **Le 1<sup>er</sup> robot industriel** : Descendant direct des télémanipulateurs développés pour les besoins du nucléaire. Il est vendu à partir de 1961 par la société américaine Unimation (devenu Stäubli Unimation), créée par George Devol et Joseph Engelberger. Il est utilisé pour la première fois sur les lignes d'assemblage de General Motors. [76]  
En 1966, l'entreprise Unimation continue de développer des robots et élaborent notamment des robots permettant de faire d'autres tâches, comme des robots de manipulation matérielle ou encore des robots conçus pour la soudure ou pour d'autres applications de ce genre. [76].
- **Première chaîne de production robotisée** : Nissan ouvre la première chaîne de production complètement robotisée En 1972, Selon une étude de l'IFR, 2142 millions de robots ont été fabriqués entre les années 60 et la fin 2010, Les analystes estiment qu'aujourd'hui, de 1 à 1,3 million de robots travaillent pour nous dans les usines dans le monde.

En 1978 un nouveau robot est conçu par Unimation avec l'aide de General Motors.

Ensemble ils conçurent le robot PUMA 500. Le robot PUMA (Programmable Universal Machine for Assembly) a été conçu par Vic Schienman et fut financé par General Motors.

- **Premiers robots mobiles 1970-1980 :**

- 1960-64 : Ouverture des laboratoires d'Intelligence Artificielle au M.I.T., Stanford Research Institute (SRI), Sanford Université, Université of Edinburgh.
- Fin des années 60 : Mise en place de "Shakey" premier robot mobile Intégrant perception, planification et exécution.
- 1970 : Sandford Cart.
- 1977 : premier robot mobile français HILARE au LAAS (CNRS Toulouse). [77]

- **L'intelligence artificielle 1980-1990 :** L'intelligence artificielle et l'apprentissage automatique pour une vaste gamme d'applications, de la reconnaissance faciale à la détection des maladies dans les imageries médicales jusqu'aux compétitions mondiales dans des jeux tels que les échecs et Go. [77]

- **Essor de la robotique mobile 1990-2000 :**

- 1992 : Mise en place de la compétition annuelle AAAI sur la robotique mobile.
- 1995 : Mise en place de la RoboCup (lien vidéo).
- 1997 : Premier robot mobile extra planétaire sur Mars.
- 1999 : Lancement d'Aibo. [77]

- **Exploration Depuis 2000 :**

- 2003 : Projet "Mars Exploration Rover" (Spirit & Opportunity).
- 2009 : projet "Mars Science Laboratory" succédant au projet Rover, envoi prévu de Curiosity fin 2011[77].

- **Démocratisation des robots Depuis 2000 :**

- Lancement d'Asimo: robot développé par Honda en 2000. Asimo est capable de courir, sautiller sur un pied, courir à 9km/h et manipuler des objets.
- Diversification des compétitions de robotique.

## Chapitre 2 : Les Robots Industriels

---

- Utilisation de drones en situation réelle (Irak...) ; **Le drone** est un aéronef télécommandé. Le drone Metafly est comme un vrai oiseau. Il était accessible aux premiers acheteurs en septembre 2019 [78].
- Le projet Aibo n'est plus assez rentable, fin de la production en 2006.
- Robot Nao utilisé à la Robocup Soccer en 2009. [78]

- **Entre 2010 et 2019 :**

Cette période est riche en invention et on ne peut pas mentionner tous en raison des différents domaines et le nombre important, il y avait des inventions et un développement de nombreux types de robots et dans différent domaine, les plus récents sont des robots humanoïdes basée sur l'intelligence artificielle telle que le robot Sophia, kenshiro et kengoto, ce dernier est développé par l'université de Tokyo, capable de transpirer quand il fait du sport un moyen pour refroidir ses circuits.

Dans ce chapitre on s'intéresse aux robots manipulateurs, ces derniers prennent chaque jour une place plus importante à la fois dans le milieu industriel et les opérations en milieux hostiles. On s'intéresse à l'architecture de la structure mécanique articulée et l'organe terminal.

Exemples de robots utilisés en milieux hostiles et dans le domaine spatial

- Robots KUKA KR 210 à six axes et bras coudés assurent la manipulation des pièces forgées.



FIG 2. 1: Manipulation de pièces à haute température.



FIG 2. 2: Manipulation de pièces incandescentes

- Le dextre du Canadarm<sup>2</sup> (Température du milieu externe +149°C ou -126°C)



FIG 2. 3: Le canadarm<sup>2</sup> de la station spatiale internationale

## 2.4. Les composants d'un système robotique

### 2.4.1 Unité informationnelle

Reçoit les instructions décrivant la tâche à accomplir, les mesures relatives à l'état interne de la structure mécanique qui constitue le bras manipulateur et les observations concernant son environnement. Elle élabore en conséquence les commandes de ses différentes articulations en vue de l'exécution de ces tâches. Les systèmes actuels fonctionnent en interaction permanente selon le cycle information-décision-action [79].

### 2.4.2 Unité opérationnelle

Exerce les actions commandées en empruntant la puissance nécessaire à la source d'énergie. Cette partie, qui constitue le robot physique, intègre la structure mécanique (segments, articulations, architecture...), les modules d'énergie (amplificateurs, variateurs, servovalves...), les convertisseurs d'énergie (moteurs, vérins...), les chaînes cinématiques de transmission mécanique (réducteurs, vis à billes, courroies crantées ...), les capteurs de proprioceptifs placés sur chaque axe pour mesurer en permanence leur position et leur vitesse, et enfin l'effecteur, ou organe terminal, qui est en interaction avec l'environnement [79].

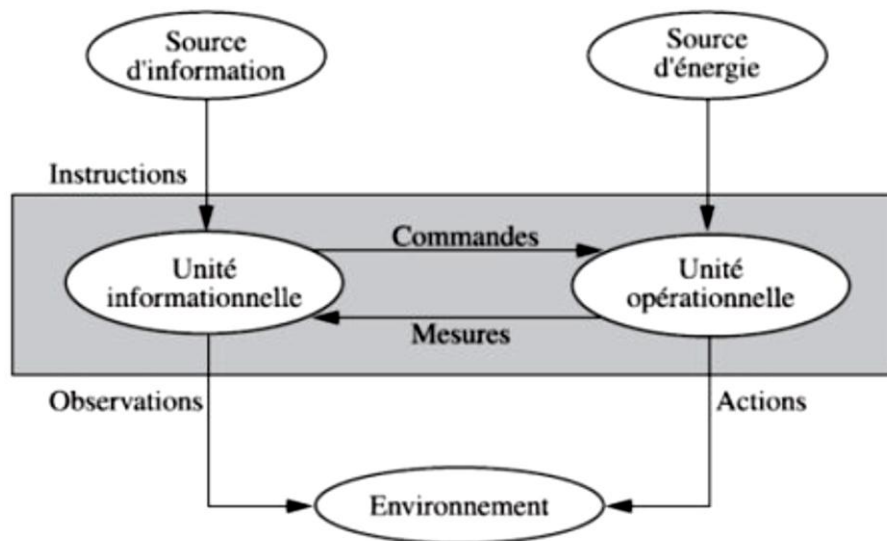


FIG 2. 4: Structure fonctionnelle d'un robot [79].

#### ❖ La Structure Mécanique Articulée

Le système mécanique articulé (S.M.A.) est un mécanisme ayant une structure plus ou moins proche de celle du bras humain. Son rôle est d'amener l'**organe terminal** dans une situation (position et orientation) donnée, selon des caractéristiques de vitesse et d'accélération données. Son architecture est une chaîne cinématique ouverte, composée ou arborescente de corps, généralement rigides figure (FIG.2.5). Les corps de la chaîne sont liés entre eux par des liaisons appelées *articulations*. Sa motorisation est réalisée par des **actionneurs** électriques, pneumatiques ou hydrauliques qui transmettent leurs mouvements aux articulations par des systèmes appropriés

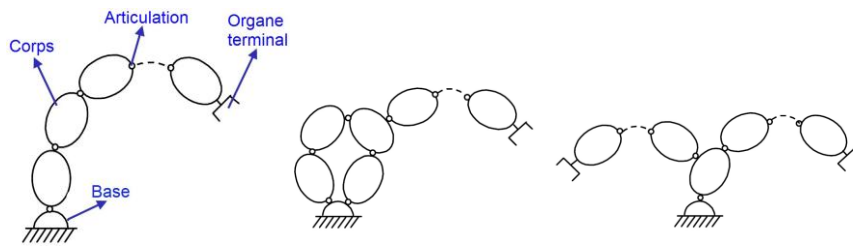


FIG 2. 5: Chaînes cinématiques

- **Articulations** : Les principales articulations utilisées pour concevoir des robots série sont les articulations rotoïdes et prismatiques.
- **Articulation rotoïde** : signifie que le mouvement relatif entre les deux corps est une rotation autour de l'axe de l'articulation.
  - **Articulation prismatique** : signifie que le mouvement relatif entre les deux corps est une translation de direction donnée par l'axe de l'articulation.

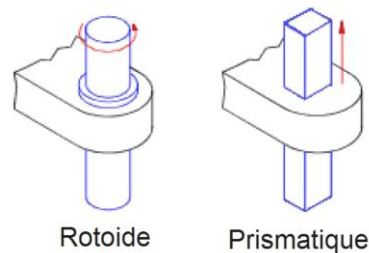


FIG 2. 6: Articulations rotoïde et prismatique.

Les robots manipulateurs industriels de type série sont équipés d'actionneurs permettant de mettre en mouvement les différents organes du robot.

- ❖ **Actionneur** : nécessaire au niveau de chaque articulation pour permettre au corps correspondant d'être en mouvement. Les principaux types d'actionneurs utilisés pour les robots manipulateurs série sont les moteurs électriques et les vérins hydrauliques.
- **Les actionneurs hydrauliques** : Sont privilégiés dans les robots de forte puissance grâce à leur capacité à fournir un couple élevé dans un volume compact, ce qui les rend adaptés aux environnements industriels exigeants, comme la sidérurgie, la construction ou les applications militaires.

- **Les actionneurs électriques** : Sont appréciés pour leur précision, leur réactivité et leur simplicité de commande, sont couramment utilisés dans les robots classiques nécessitant un positionnement rapide et précis. Plusieurs types de moteurs électriques sont disponibles selon les besoins de l'application.

Les robots manipulateurs industriels sont également équipés de capteurs disposés à différents endroits du robot pour mesurer différentes grandeurs pertinentes, permettant à chaque instant de renseigner l'utilisateur sur l'état du robot.

- ❖ **Les capteurs** : Les organes de perception permettent de gérer les relations entre le robot et son environnement. Les capteurs Dits *proprioceptifs* lorsqu'ils mesurent l'état interne du robot (positions et vitesses des articulations) et *extéroceptifs* lorsqu'ils recueillent des informations sur l'environnement (détection de présence, de contact, mesure de distance, vision artificielle).
  - **Les capteurs proprioceptifs** : Ils fournissent l'information sur la configuration du manipulateur tel que la position, la vitesse, l'accélération . . . etc., Pour assurer au robot manipulateur le contrôle de sa structure mécanique articulée, ils permettent à l'unité de commande de prendre la décision adéquate.
  - **Les capteurs extéroceptifs** : ils interviennent lorsque l'espace de travail est mal connu, afin de donner les informations sur l'environnement extérieure du manipulateur comme la température, l'image . . .etc., Ils permettent de modifier le comportement du manipulateur pour s'adapter aux contraintes imposées.
  - ✓ **Les capteurs de la fonction visuelle** : Les capteurs visuels prélèvent une information à distance. Le support de cette information est un rayonnement qui peut être thermique, sonore, électromagnétique...etc. Pour les robots industriels, les capteurs de la fonction visuelle souvent utilisés sont : les capteurs ultrasonores, les capteurs à infrarouge et même les caméras.

La structure mécanique articulée d'un bras manipulateur se distingue par trois ensembles :

- **La base** : Le robot est fixé à travers sa *base* qui est généralement considérée comme le corps 0 du robot. Au dernier corps du robot, il est fixé un outil appelé *organe terminal*.
- **Le porteur** : Le rôle du porteur consiste à mener un point du robot vers un lieu précis de l'espace. Il se compose des trois premiers degrés de liberté. Les différentes configurations sont résumées sur la (figure FIG 2.7)
  - Porteur cartésien (TTT ou PPP) : les 3 axes sont animés d'un mouvement de translation (voir FIG 2.7 (a)).
  - Porteur en coordonnées cylindriques (RTT ou RPP) : un mouvement de rotation et une translation axiale, complétées par une translation radiale (voir FIG 2.7 (b)).
  - Porteur en coordonnées polaires ou sphériques (RRT ou RRP) : deux rotations, complétées par une translation comme le montre la figure FIG 2.7 (c).
  - Porteur en coordonnées universelles, appelé aussi configuration poly articulée ou anthropomorphe (RRR) ; dans la configuration anthropomorphe trois rotations dont les deux dernières se font autour d'axes parallèles orthogonaux au premier, les trois articulations correspondant respectivement au tronc (base), à l'épaule et au coude d'un être humain (voir FIG 2.7 (d)).

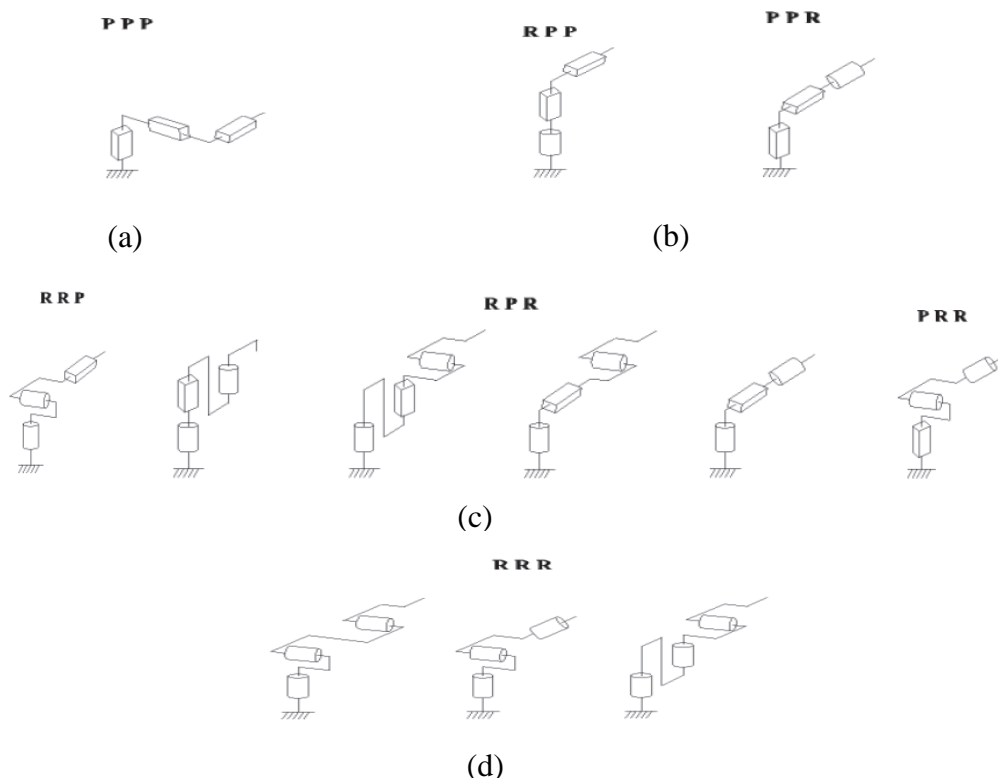


FIG 2. 7: Principales architectures du porteur

- **Avantage de la structure PPR**

- très puissante lorsqu'on utilise les moteurs hydrauliques
- leur structure verticale économise l'espace de travail

- **Caractéristiques**

- 3 axes, série, PPR, 3 DDL.
- Très rapide.
- Espace de travail cylindrique.

- **Le volume atteignable (volume de travail)**

Le volume de travail en position d'un robot manipulateur est défini comme l'espace physique engendré par un point de l'organe terminal lorsque la configuration du robot évolue. Il s'exprime en unités volumiques, mais la forme de son enveloppe formée par la combinaison des mouvements de plusieurs articulations. Le volume de travail est alors habituellement représenté par deux sections perpendiculaires choisies en fonction du type de robot manipulateur, cette représentation étant préférable à une seule vue en perspective.

Le volume de travail des **robots PPR et RPP** est un cylindre plein ou creux, dont la hauteur  $L$  est la translation permise par une liaison prismatique et dont les rayons intérieur et extérieur,  $R_i$  et  $R_e$ , sont fixés soit par la disposition d'une liaison prismatique et la translation qu'elle permet, soit par les longueurs des deux parties du bras.

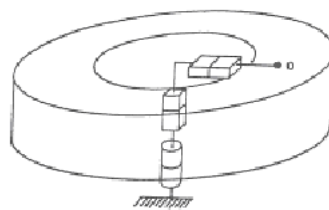


FIG 2. 8: Volume atteignable configuration-RPP

### Exemples :



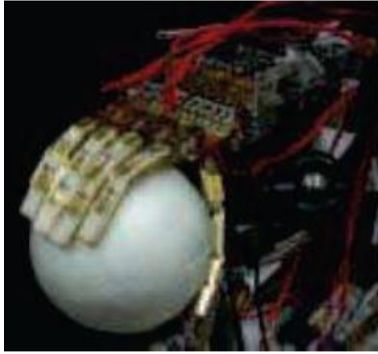
FIG 2. 9: Robot Seiko

- **Organe terminal (effecteur) :** cela désigne tout dispositif fixé sur le dernier corps du robot. Il est destiné à manipuler des objets ou à les transformer. On peut distinguer deux grandes catégories d'effecteurs :
  - **Les outils :** L'effecteur dans ce cas est dérivé des outils traditionnels : outil pour souder, pistolet de peinture ou de collage, broches rotatives pour perçage, vissage, meulage, nettoyage, torche de chauffage, découpage, jet d'eau pour découpage... etc.
  - **Les organes de préhension :** Ils sont utilisés pour saisir et maintenir les objets qui doivent être manipulés et déplacés par le robot. Parmi les applications, on peut citer le chargement et déchargement de machines, la saisie d'objets sur un convoyeur, le placement d'objets sur une palette de manutention...

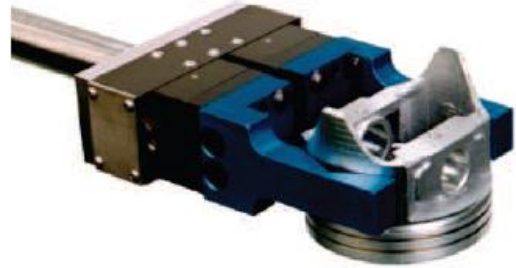


FIG 2. 10: Outil de soudure et préhenseur

- ✓ **Modes de préhension** : En général, le robot aura des organes de préhension adaptés à la tâche à effectuer, souvent amovibles, pouvant être interchangeés par un opérateur ou par le robot lui-même. Ces organes de préhension seront le plus souvent des "pinces" à 2 doigts ou mâchoires (FIG 2.11(b)), parfois à 3 doigts, rarement à 5



(a)



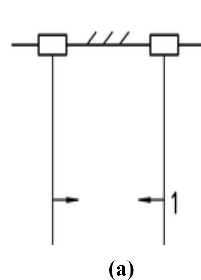
(b)

FIG 2. 11: Mode de prehension

- ★ **Les Pinces** : Elles sont largement utilisées dans l'industrie manufacturière. Leur forme dépend de l'élément à saisir et l'environnement dans lequel elles agissent.

On peut les classer en fonction du type de déplacement des doigts.

- **Pinces parallèles** (figure FIG 2.12(a)) : Les doigts ont un déplacement linéaire. Ils peuvent être au nombre de 2, 3 ou parfois 4.
- **Pinces angulaires** (figure FIG 2.12(b)) : Les doigts sont articulés et décrivent un mouvement en arc de cercle. Elles ont, en général un coût plus réduit que les pinces parallèles.



(a)



(b)

FIG 2. 12: Type de pinces

### ✓ Mécanismes de préhension

L'ouverture ou la fermeture de la pince peut être commandée par :

- un mouvement de rotation ou,
- un mouvement de translation

Le serrage peut être symétrique ou asymétrique. La réalisation d'un serrage asymétrique est évidemment plus facile ; mais ce type de serrage présente un inconvénient : si on veut éviter un déplacement de l'objet saisi, il faut tenir compte du diamètre de celui-ci lors de la programmation de la position de la pince du robot, de façon à ce qu'une des mâchoires de la pince vienne affleurer l'objet à saisir. Par contre, dans le cas où le serrage est symétrique, il suffit de programmer la position du centre de l'objet (quelle que soit sa taille).

### ✓ Actionneurs de l'effecteur

L'actionnement de l'effecteur peut être :

- électrique
- pneumatique
- hydraulique
- mécanique (dispositif à câbles et poulies)
  - L'actionnement pneumatique se fait généralement à l'aide d'un vérin pneumatique, réalisant un mouvement de translation. Il a l'avantage de la simplicité, et d'une certaine élasticité due à la compressibilité de l'air ; en outre, le contrôle des pressions permet éventuellement un réglage de la force de serrage.
  - L'actionnement électrique se fait à l'aide de petits moteurs à courant continu ou pas à pas ; le contrôle du courant ou l'utilisation de capteurs de force permet un réglage des forces de serrage.
  - L'actionnement hydraulique est très rare, à cause des inconvénients liés à ce type d'énergie (nécessité d'une centrale hydraulique, fuites, etc.).

### **2.5 Conclusion**

Le but de ce chapitre est de fournir une description du domaine de la robotique, en mettant l'accent sur les domaines d'application des robots industriels. Nous avons présenté l'architecture mécanique générale d'un bras manipulateur, composée du porteur et du poignet. Le porteur, formé des trois premiers degrés de liberté, assure le positionnement de l'organe terminal. Son architecture détermine l'espace de travail du bras. Nous avons également présenté un ensemble d'outils utilisés pour la manutention d'objets, représentant l'organe terminal.

Cette étude préliminaire constitue une base essentielle pour identifier l'architecture de la structure mécanique articulée et déterminer le type d'organe terminal du robot industriel utilisé dans le contexte sidérurgique étudié.

Le chapitre suivant est consacré à la description détaillée et à la modélisation du bras manipulateur rigide utilisé dans le contexte sidérurgique, ainsi qu'à celle d'un bras flexible à un degré de liberté.

## CHAPITRE 3 : MODELISATION DES ROBOTS DE POSITIONNEMENT RIGIDE ET FLEXIBLE

### 3.1 Introduction

Dans un contexte industriel en constante évolution, la recherche de productivité, de réduction des coûts et d'amélioration de la sécurité conduit à l'adoption de systèmes robotiques de plus en plus performants et adaptés aux environnements exigeants. Dans ce cadre, le système de positionnement du bras de déchargement étudié est considéré comme un axe électrohydraulique, technologie largement utilisée dans les applications nécessitant puissance, robustesse et précision.

Un système électrohydraulique repose sur l'utilisation d'un fluide sous pression (huile, air ou eau) pour transmettre l'énergie. Les principaux composants de la partie opérative sont un réservoir, une pompe entraînée par un moteur, des valves de pression et de débit, un accumulateur ainsi qu'un actionneur hydraulique. Dans les servo-systèmes électrohydrauliques (SSEH), la commande en boucle ouverte est remplacée par une commande en boucle fermée, permettant d'améliorer les performances dynamiques et la précision. Ces systèmes sont largement employés dans les secteurs aéronautique, naval, automobile, industriel, robotique et de manutention.

Parallèlement, la tendance vers des structures robotiques plus légères, bien qu'avantageuse sur les plans énergétique et économique, entraîne une diminution de la rigidité des bras manipulateurs. Cette réduction de rigidité rend les effets dynamiques liés à la flexibilité plus significatifs, notamment lors des mouvements rapides. Les vibrations induites peuvent affecter la précision, la stabilité et la qualité du positionnement, ce qui impose une modélisation dynamique rigoureuse et l'intégration de la dynamique élastique dès la phase de conception.

Dans ce chapitre, nous abordons la modélisation complète du système étudié. Dans un premier temps, l'axe électrohydraulique est modélisé en détaillant les actionneurs hydrauliques (vérins) et les pré-actionneurs associés (servovalves). La modélisation repose sur les principes fondamentaux de la mécanique des fluides « conservation de la masse et équations de débit à

travers un orifice » ainsi que sur la loi fondamentale de la dynamique pour la partie mécanique. Les modèles obtenus, initialement non linéaires et différentiels, sont simplifiés par linéarisation autour d'un point de fonctionnement à l'aide d'un développement en série de Taylor.

Dans un second temps, la description et la modélisation d'un bras flexible à un degré de liberté sont présentées. Après avoir identifié les sources de flexibilité (au niveau des articulations et des liaisons) et formulé les hypothèses simplificatrices, la dynamique du système est établie à partir de la cinématique et du formalisme d'Euler-Lagrange. Cette démarche permet d'obtenir les équations du mouvement d'une liaison flexible évoluant dans un plan bidimensionnel.

Ainsi, ce chapitre établit les bases théoriques nécessaires à la synthèse ultérieure de lois de commande robustes, capables d'assurer un positionnement précis tout en compensant les effets dynamiques liés à l'hydraulique et à la flexibilité structurelle.

### 3.2 Bras de déchargement du four rotatif

#### 3.2.1 Description du four rotatif et de la machine de déchargement

Le four à sole tournante constitue le premier élément du flux technologique dans le procédé de laminage à chaud. Sa fonction principale est de chauffer les blocs de billettes, depuis la température ambiante jusqu'à environ 1250 °C, température requise pour le laminage. Ce four est équipé de deux machines : l'une pour le chargement des billettes, l'autre pour leur déchargement. La figure FIG 3.1 illustre l'équipement du four à sole rotative [82].

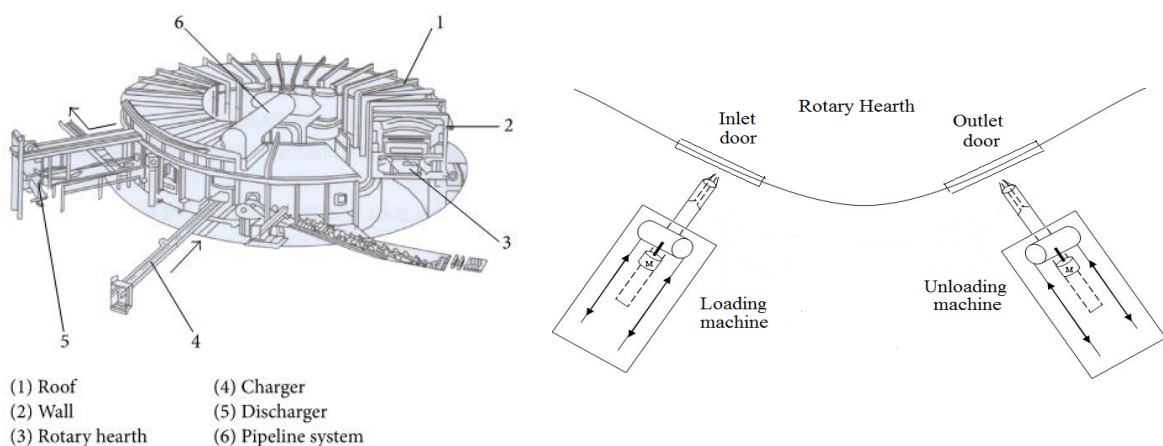


FIG 3.1: Equipement du four à sole rotative [82]

La machine de déchargement, objet de cette étude, est composée d'un chariot mobile circulant sur une voie ferrée, ainsi que d'un bras robotisé muni d'une pince positionnée à l'extrémité du four (figure FIG 3.2 [84]).

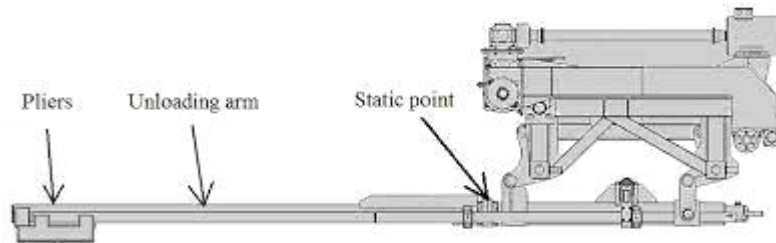


FIG 3.2: Représentation de la machine de déchargement [84]

Le schéma cinématique du bras manipulateur est présenté en figure FIG 3.3 ; il s'agit d'une configuration de type cylindrique (PPR), comportant deux degrés de liberté en translation, complétés par un mouvement de rotation.

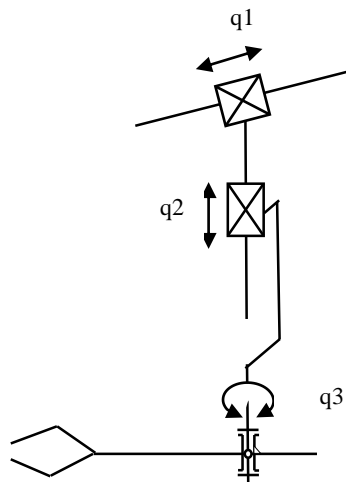


FIG 3.3: Schéma cinématique du manipulateur [85]

La pince, représentée en figure FIG 3.4, est constituée d'une mâchoire fixe et d'une mâchoire mobile. Elle est conçue pour extraire les billettes du four et les déposer sur la table à rouleaux de sortie (figure FIG 3.5).

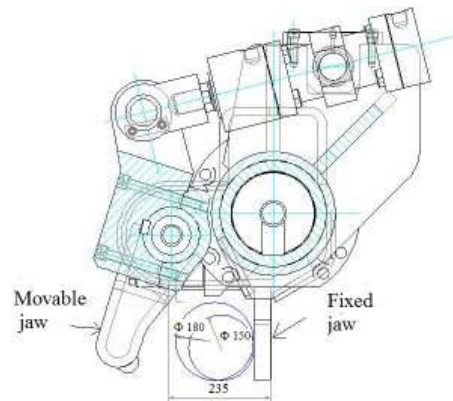


FIG 3.4: Vue transversale détaillée de la pince de déchargement et d'une billette [83]

Le bras effectue un déplacement vertical pour soulever les billettes et les déposer, ainsi qu'un mouvement horizontal permettant d'ajuster la position de la pince en fonction de la longueur de la billette afin de la saisir en son centre. Ces mouvements sont assurés par des vérins hydrauliques, pilotés par un groupe de servovalves.

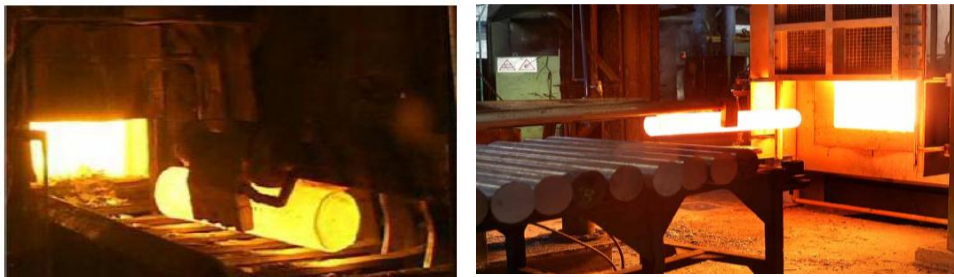


FIG 3.5: Déchargement d'une billette de la porte de sortie.

En raison de la rotation du four, la position des billettes à la sortie varie légèrement (à gauche ou à droite de l'axe de la table à rouleaux, figure FIG 3.6). Le bras robotisé doit donc s'adapter dynamiquement afin que la pince saisisse précisément chaque billette au centre. Ce positionnement angulaire nécessite une rotation latérale du bras autour d'un point fixe. Le déplacement résultant de cette rotation étant faible, il est approximé par un mouvement linéaire, comme illustré en figure FIG 3.7.

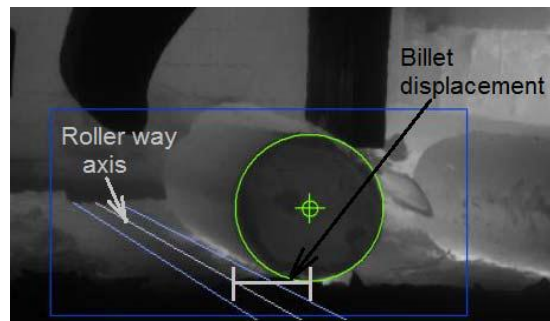


FIG 3.6: Déplacement de la billette de déchargement à l'intérieur du four [86]

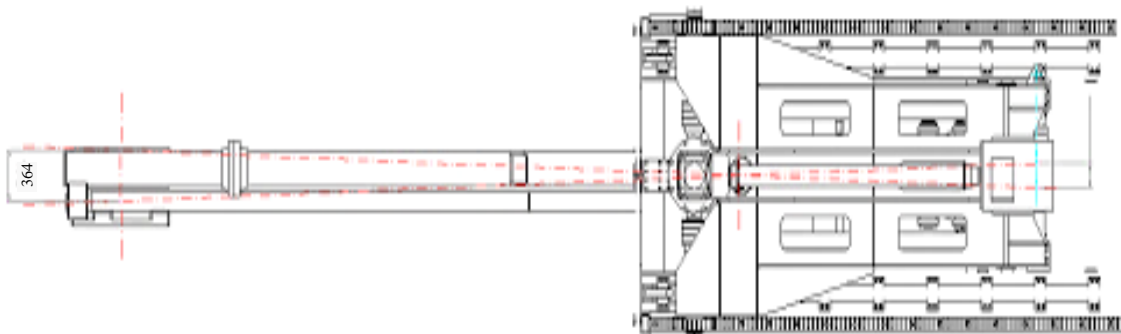


FIG 3. 7: rotation latérale du bras de la machine de déchargement [84]

Du fait de cette variation de position des billettes, l'intégration d'une boucle d'asservissement s'avère indispensable. De plus, la précision de positionnement exigée est élevée : tout dépassement significatif peut entraîner un choc destructeur entre le bras et la maçonnerie de la porte du four. C'est pourquoi le système de positionnement horizontal repose sur une structure de commande automatique intégrant un contrôleur dédié et un dispositif de positionnement hydraulique.

Dans ce cadre, la référence du système correspond à la position relative de la billette par rapport à l'axe du rail, tandis que la sortie du système représente la position effective du bras de déchargement. Le point de consigne est fourni par un système de détection automatique, basé sur une caméra vidéo, qui mesure avec précision (en millimètres) le déplacement de chaque billette par rapport à l'axe de la table (figure FIG 3.8).

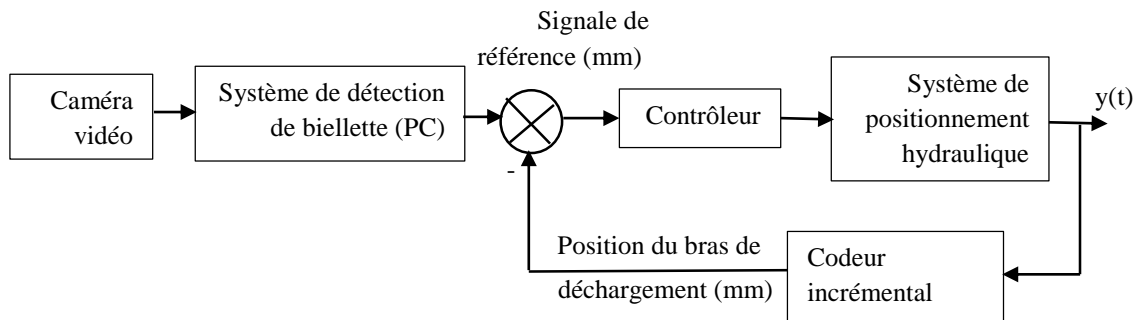


FIG 3.8: Boucle d'asservissement du système de positionnement

Afin de permettre au robot manipulateur d'exécuter cette tâche avec fiabilité et précision, une modélisation du système de positionnement est nécessaire. Cette modélisation fait l'objet de la section suivante.

### 3.2.2 Modélisation des mouvements du bras de déchargement

Cette partie traite de la modélisation mathématique de la dynamique du servo-système électro-hydraulique (SSEH) considéré dans cette thèse. Cette étape est basée sur les travaux de Merritt (1967) [87].

Les mouvements sont réalisés à l'aide de vérins hydrauliques Parker MP3 de la série MMA [88], commandés par les servovalves du groupe Bosch Rexroth [89]. Le type d'huile minérale utilisé est HLP 32. [85].

Le mouvement vertical du bras, utilisé pour le levage et l'abaissement des billettes, ainsi que pour l'insertion et le retrait du bras à l'intérieur du four, s'effectue selon une trajectoire constante et à une distance fixe. Ces deux déplacements sont commandés de manière à exploiter la course maximale des vérins hydrauliques correspondants. Ainsi, dans les deux cas, le mouvement effectif du bras s'inscrit entre la course minimale et la course maximale du vérin.

La course maximale du vérin hydraulique destiné au levage est de 150 mm, tandis que celle du vérin assurant l'insertion du bras dans le four atteint 300mm.

Concernant le positionnement latéral de la pince à l'intérieur du four, celui-ci nécessite un mouvement de rotation du bras de gauche à droite autour d'un point fixe, comme illustré en figure FIG 3.7. Ce mouvement est réalisé à l'aide d'un vérin hydraulique de rotation, dont la course maximale est également de 150mm.

La distance de déplacement résultant de cette rotation est relativement faible, de l'ordre de 300 à 400 mm, et peut être approximée par un mouvement linéaire, comme représenté en figure FIG 3.7.

En tenant compte des éléments constitutifs du système de positionnement du bras de déchargement, l'installation peut être assimilée à un axe électrohydraulique, composé d'un vérin hydraulique piloté par une servovalve [90]. Dans le cadre de la modélisation dynamique, seules les caractéristiques dynamiques de la partie hydraulique sont prises en considération, notamment en ce qui concerne les constantes de temps du système.

### ❖ Modélisation d'un servovérin

Le servovérin est le système électrohydraulique qui sera étudié dans ce travail. Il est constitué d'un vérin hydraulique entraînant une charge et d'une servovalve figure FIG 3.9. Dans la littérature, la modélisation de ces processus [88, 92-97] repose essentiellement sur les lois d'écoulement du fluide à travers des restrictions variables des servovalves et les lois de la mécanique appliquées à l'ensemble mobile constitué par la charge inertielle et la tige du vérin.

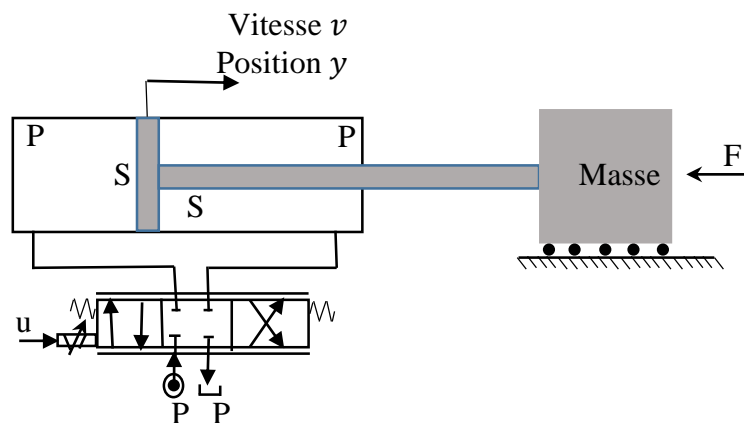


FIG 3.9: vérin commandé par une servovalve [91]

### ❖ Modélisation d'une servovalve (Pré-actionneurs électrohydrauliques)

Les servovalves (distributeurs de débit) électrohydrauliques ont pour fonction de servir d'interface entre l'électronique de commande (correcteur, régulateur, calculateur, etc.) et l'actionneur (vérin ou moteur hydraulique). Ils permettent de commander simultanément la direction et le débit, figure FIG 3.10.

Ils assurent en premier lieu le rôle de distribution, c'est-à-dire soit met un volume de contrôle (par exemple une chambre d'un vérin) en communication avec la pression source  $P_s$  (pompe) ou

avec la pression de retour  $P_r$ (réservoir) soit l'isole du reste du circuit selon le signe et la valeur du signal électrique de commande. Ce rôle de distribution est assuré principalement par le tiroir de distribution dont le déplacement, est proportionnel au signal électrique de commande.

Comme la section de l'orifice de passage du fluide est proportionnelle au déplacement du tiroir, le débit volumique est donc également proportionnel au courant de commande pour une perte de charge donnée.

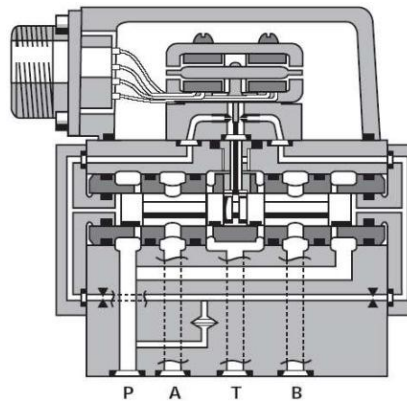


FIG 3.10: Servovalve

### ❖ Équation linéaire des servovalves

#### a. Principe de la conservation de la masse

L'équation exprimant la conservation de la masse est déduite à partir du bilan de masse. Considérons un volume de contrôle  $V$  rempli d'une huile de masse volumique  $\rho$  sous la pression  $P$  à une température  $T$  (figure FIG 3.11). La variation de la masse contenue dans le volume  $V$  est égale à la somme algébrique des débits massiques entrants  $\Sigma Q_e$  et des débits massiques sortants  $\Sigma Q_s$ . L'équation de bilan de masse s'écrit :

$$\rho \Sigma Q_e - \rho \Sigma Q_s = \frac{dm}{dt} \quad (3.1)$$

Avec  $m = \rho V$ . En supposant que la masse volumique de l'huile n'est pas constante on obtient:

$$\Sigma Q_e - \Sigma Q_s = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (3.2)$$

Où :

$\Sigma Q_e - \Sigma Q_s$ : exprime le débit de transfert ;

$\frac{dV}{dt}$ : présente le débit de déformation ou le débit utile ;

$\frac{V}{\rho} \frac{d\rho}{dt}$  : exprime le débit de compressibilité. Il s'agit de la variation du volume du système due à la compressibilité du mélange gaz-huile et à la déformation des parois du volume.

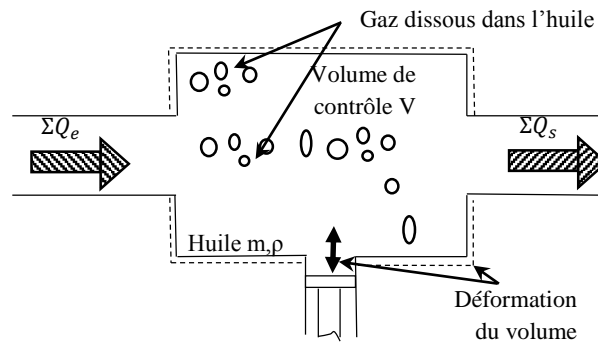


FIG 3.11: Volume de contrôle

A partir de la définition de la compressibilité donnée par [92] nous obtenons l'égalité suivante [93,97,88] :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{\beta} \frac{dP}{dt} \quad (3.3)$$

Pour tenir compte des phénomènes de déformation des enveloppes (volume de contrôle) et de la quantité d'air dissous dans l'huile, on remplace le module de compressibilité isotherme de l'huile  $\beta$  par le module de compressibilité effective  $\beta_e$ . D'après l'expression (3.2) il vient alors :

$$\Sigma Q_e - \Sigma Q_s = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\beta_e} \frac{dP}{dt} \quad (3.4)$$

Cette expression va nous servir pour modéliser la dynamique des pressions correspondant à l'actionneur utilisé, c'est-à-dire au vérin (pour modéliser la partie mécanique du vérin nous utiliserons la loi fondamentale de la dynamique).

### b. Equation du débit d'une servovalve

La servovalve à tiroir à trois positions quatre voies utilisées dans cette thèse est illustrée à la figure FIG 3.12. Ses orifices sont supposés symétriques et appariés. On donne au tiroir un déplacement positif depuis la position nulle ou neutre, c'est-à-dire la position  $x_v = 0$ , qui est choisie comme étant la position symétrique du tiroir dans son enveloppe. Parce que nous ne

nous intéressons qu'aux caractéristiques en régime permanent, les débits de compressibilité sont nuls et les équations de continuité pour les deux chambres de vannes sont :

$$Q_L = Q_1 - Q_4 \quad (3.5)$$

$$Q_L = Q_3 - Q_2 \quad (3.6)$$

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (3.7)$$

$Q_L$  est le débit à travers la charge,  $P_L$  la différence de pression aux bornes de la servovalve.

L'expression de débit à travers un orifice est décrite par l'équation d'orifice [87] permet de modéliser la partie opérative de la servovalve.

$$Q_1 = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_1)} \quad (3.8)$$

$$Q_2 = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_2)} \quad (3.9)$$

$$Q_3 = C_d A_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_2} \quad (3.10)$$

$$Q_4 = C_d A_4 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_1} \quad (3.11)$$

Où  $Q$ ,  $C_d$  et  $\rho$  symbolisent respectivement le débit, le coefficient de correction de la servovalve et la masse volumique du fluide.

Les surfaces d'orifice dépendent de la géométrie de la servovalve et quatre équations sont nécessaires pour définir les surfaces  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  en fonction du déplacement de la servovalve. Donc

$$A_1 = A_1(x_v) \quad A_2 = A_2(-x_v) \quad A_3 = A_3(x_v) \quad A_4 = A_4(-x_v) \quad (3.12)$$

Ainsi, un total de 11 équations est nécessaire pour définir le comportement pression-débit d'une servovalve générale à quatre voies. Ces 11 équations peuvent être résolues simultanément pour produire le débit de charge en fonction de la position de la servovalve et de la différence de pression ; C'est :

$$Q_L = Q_L(x_v, P_L) \quad (3.13)$$

Par exemple, la sélection d'une valeur pour  $x_v$  déterminera numériquement toutes les surfaces d'orifice. Puis choisissez une série de valeurs pour  $Q_L$  et résolvez (3.5) et (3.6) pour  $P_1$  et  $P_2$ , respectivement, pour chaque valeur  $Q_L$ . Ainsi il est possible de tabuler  $x_v, Q_L, P_1, P_2$  et aussi  $P_L$ .

Le tracé de (3.13) est connu sous le nom de courbes pression-débit pour la servovalve et est une description complète des performances de la servovalve à l'état prêt. Tous les paramètres de performance, tels que les coefficients de la servovalve, peuvent être obtenus à partir de ces courbes.

Bien que (3.13) puisse être trouvé théoriquement, la solution simultanée pour le cas général est fastidieuse car les équations algébriques impliquées ne sont pas linéaires.

Cependant, ce n'est pas un obstacle sérieux car les vannes ne sont jamais assez complexes pour que les quatre zones d'orifice soient décrites différemment.

Dans la grande majorité des cas, les orifices de la servovalve sont appariés et symétriques (notre cas). Des orifices appariés l'exigeaient.

$$A_1 = A_3 \quad (3.14)$$

$$A_2 = A_4 \quad (3.15)$$

$$Q_1 = Q_3 \quad (3.16)$$

$$Q_2 = Q_4 \quad (3.17)$$

Donc à partir de l'équation (3.5)

$$Q_L = C_d A_1 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)} - C_d A_2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_L)} \quad (3.18)$$

Pour faire une analyse dynamique, il est nécessaire que l'équation algébrique non linéaire qui décrit les courbes pression-débit soit linéarisée. L'équation (3.13) est une expression générale du flux de charge, et nous pouvons exprimer cette fonction comme une série de Taylor autour d'un point de fonctionnement particulier.

$$Q_L \approx Q_{L0}$$

$$Q_L = Q_{L0} + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_0 \Delta P_L + \dots$$

Si on se limite au voisinage du point de fonctionnement, les infinitésimaux d'ordre supérieur sont négligeables, et on peut écrire.

$$Q_L - Q_{L0} \equiv \Delta Q_L = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_0 \Delta P_L \quad (3.19)$$

Les dérivées partielles recherchées sont obtenues par différenciation de l'équation des courbes pression-débit ou graphiquement à partir d'un tracé des courbes. Ces partiels définissent les deux paramètres les plus importants pour une servovalve.

Le gain de débit est défini par.

$$K_q \equiv \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \quad (3.20)$$

Le coefficient de pression d'écoulement est défini par.

$$K_c \equiv - \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \quad (3.21)$$

Avec ces définitions, l'équation linéarisée des courbes pression-débit (l'équation linéaire de la servovalve) devient

$$\Delta Q_L = K_q \Delta x_v - K_c \Delta P_L \quad (3.22)$$

Et s'applique à toutes les vannes, qu'elles soient à tiroir, à clapet ou autres.

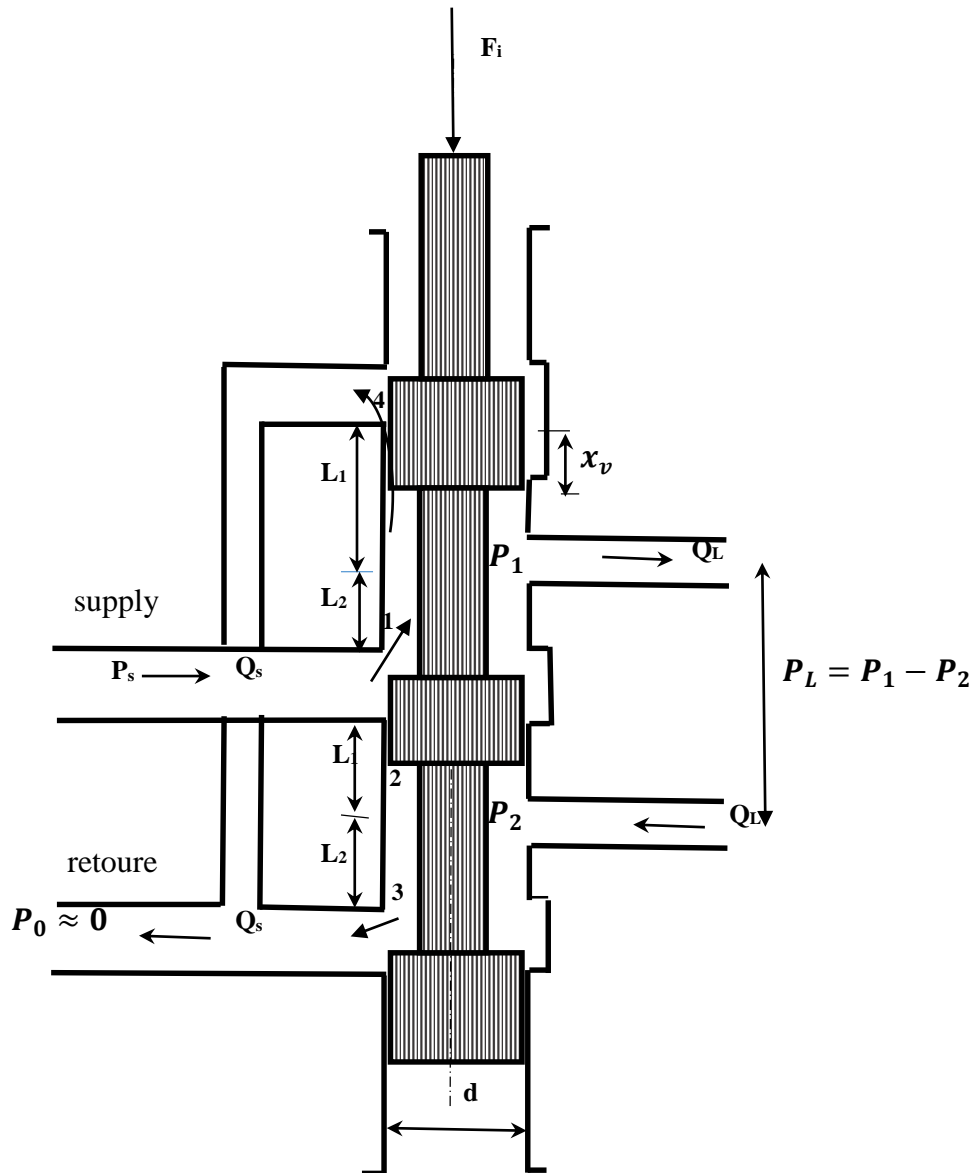


FIG 3.12: Distributeur à tiroir à trois positions et à quatre voies.

### Remarque

Le point d'équilibre  $p_0 = (x_{v0}, P_{10}, P_{20})$  du Servo-Système-Électro-Hydraulique est atteint lorsque les valeurs de la vitesse, de la différence de pression et celle de l'ouverture de la servovalve sont nulles quelque soit la valeur de la position. D'un point de vue pratique, le vérin hydraulique est à l'arrêt si la servovalve est fermée ( $x_v = 0$ ). Le débit ne circulant pas, la différence de pression aux bornes du vérin s'annule. Par conséquent, aucun déplacement n'est généré et le SSEH ne se déplace pas ( $x_p \ll \text{déplacement du piston} \gg = 0$ ). Le SSEH peut s'arrêter à n'importe quelle position.

### ❖ Modélisation de l'actionneur hydraulique (vérin hydraulique)

Un vérin hydraulique est un actionneur qui permet de transformer l'énergie hydraulique de l'huile en un travail mécanique. Il est soumis à des pressions d'huile qui permettent d'obtenir des mouvements. Il existe deux grandes familles de vérins, à savoir les vérins linéaires à simple et à double effet (figure FIG 3.13) et les vérins rotatifs à crémaillère et à palettes (figure FIG 3.14).

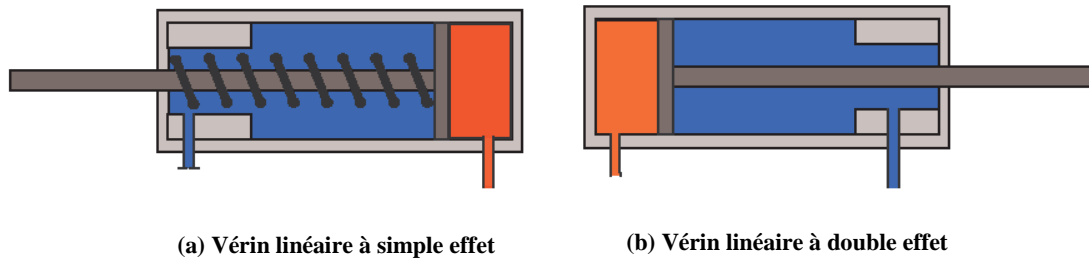


FIG 3.13: Vérins linéaires

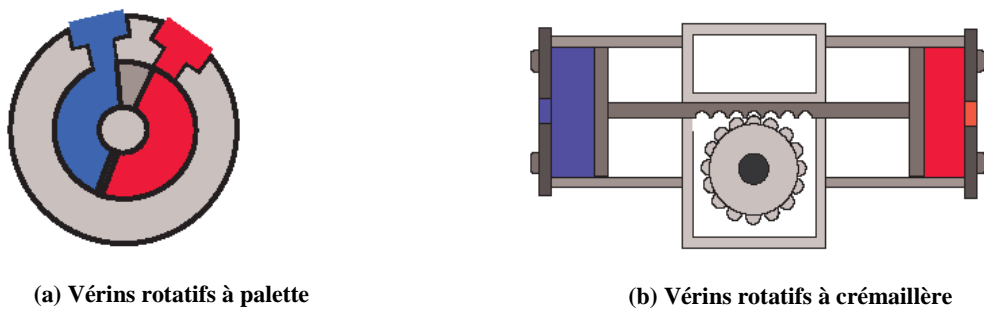


FIG 3.14: Vérins rotatifs

Un vérin est caractérisé essentiellement par : Sa course  $l_0$ , ses sections utiles  $S_1$  et  $S_2$  (ou  $S \equiv A_p$  dans le cas d'un vérin symétrique), et son volume mort  $V_0$ .

Le comportement dynamique d'un vérin dépend de l'évolution des pressions dans ses deux chambres. Pour cela nous considérons la combinaison servovalve-actionneur représentée schématiquement sur la figure FIG 3.15, en supposant que les orifices de la servovalve sont appariés et symétriques, les pressions dans les conduites augmenteront au-dessus et au-dessous de  $P_s/2$  de quantités égales de sorte que les chutes de pression à travers les deux orifices de la valve soient identiques. Par conséquent, les coefficients de servovalve pour les flux aller et

retour sont les mêmes. Par conséquent, en supposant une pression d'alimentation  $P_s$  constante, les équations de débit de la servovalve linéarisées sont.

$$Q_1 = K_q x_v - 2K_c P_1 \quad (3.23)$$

$$Q_2 = K_q x_v + 2K_c P_2 \quad (3.24)$$

Où :  $Q_1, Q_2$  flux aller et retour,

$P_1, P_2$  Pressions aller et retour,

$k_q$  Gain de débit vanne,

$k_c$  Coefficient débit-pression vanne,

$x_v$  Déplacement de la soupape du point mort.

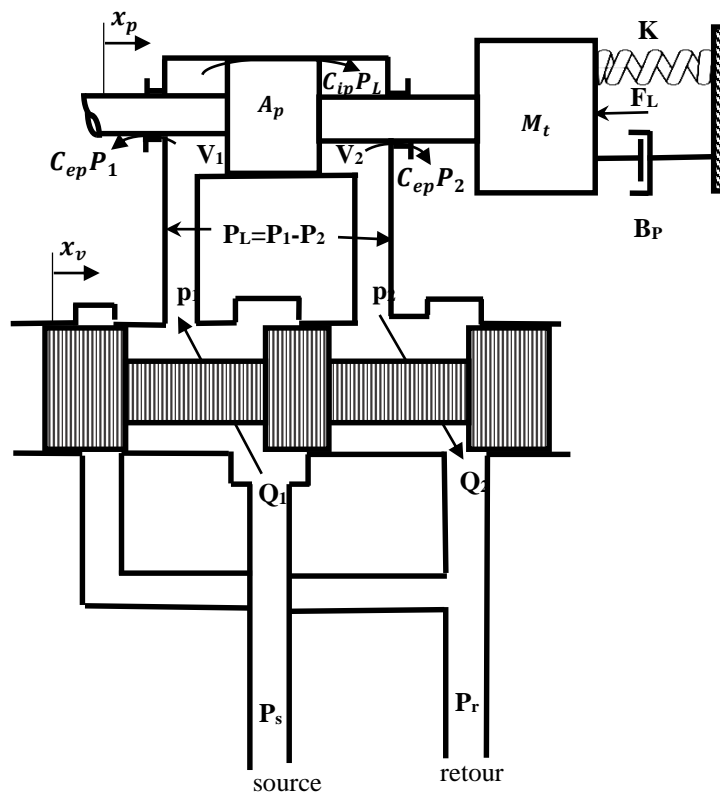


FIG 3.15 : Combinaison soupape-piston

L'ajout des équations de débit de la servovalve donne

$$Q_L = K_q x_v - K_c P_L \quad (3.25)$$

Avec :

$$Q_L = \frac{Q_1 + Q_2}{2} \text{ (flux de charge)}$$

$$P_L = P_1 - P_2 \text{ (différence de pression)}$$

Le débit de liquide provenant de la servovalve électrohydraulique se consomme sous trois différentes formes dans le vérin hydraulique. Une partie du débit est utilisée pour déplacer le vérin hydraulique (débit utile à la charge). Une autre partie du débit est consommée par les fuites internes et externes du vérin hydraulique. La dernière partie est perdue dans la flexibilité des conduites, du corps du vérin hydraulique et de la compressibilité du liquide de puissance. L'application de l'équation de continuité à chacune des chambres de piston, considérant toutes ces pertes volumétriques, est décrite par :

$$Q_1 - C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta_e} \frac{dP_1}{dt} \quad (3.26)$$

$$C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_2 - Q_2 = \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta_e} \frac{dP_2}{dt} \quad (3.27)$$

Où :

$V_1$  : Volume de la chambre avant (comprend la servovalve, la ligne de raccordement et le volume du piston) ;

$V_2$  : Volume de la chambre de retour (comprend la servovalve, la conduite de raccordement et le volume du piston) ;

$C_{ip}$  : Coefficient de fuite interne ou transversal du piston (fuites inter-chambres) ;

$C_{ep}$  : Coefficient de fuite externe (c.-à-d. fuite vers le drain de carter) du piston ;

$Q_i$  ( $i = 1 ; 2$ ) : sont les valeurs algébriques des débits de l'huile entrant et sortant par les deux orifices des deux chambres, fournis par le distributeur alimentant le vérin.

Les volumes des chambres de piston peuvent s'écrire

$$V_1 = V_{01} + A_p x_p \quad (3.28)$$

$$V_2 = V_{02} - A_p x_p \quad (3.29)$$

Où

$A_p$  : Aire du piston ;

$x_p$  : Déplacement du piston ;

$V_{01}$  : Volume initial de la chambre avant ;

$V_{02}$  : Volume initial de la chambre de retour.

Les dérivées temporelles de (3.28) et (3.29) sont données par :

$$\frac{dV_1}{dt} = A_p \frac{dx_p}{dt} = -\frac{dV_2}{dt} \quad (3.30)$$

On supposera que le piston est centré de sorte que ces volumes soient égaux, c'est-à-dire :

$$V_{01} = V_{02} = V_0 \quad (3.30a)$$

Si cette hypothèse n'est pas faite, l'analyse devient beaucoup plus compliquée et les résultats sont assez difficiles à interpréter. L'expérience a montré que les problèmes de stabilité sont plus aigus lorsque le piston est centré, de sorte que l'hypothèse de volumes de chambre égaux doit être prudente. Il ressort de la figure FIG 3.15 que la somme des deux volumes est constante et indépendante de la position du piston. Donc.

$$V_t = V_1 + V_2 = V_{01} + V_{02} = 2V_0 \quad (3.30b)$$

Où  $V_t$  est le volume total d'huile sous pression  $P_1$  et  $P_2$  et, par conséquent, est souvent appelé le volume comprimé total.

Il est souhaitable et possible d'exprimer les équations de continuité d'une manière plus utile. En substituant (3.28) à (3.30) en (3.26) et (3.27) puis en les ajoutant, nous avons :

$$Q_L = \underbrace{A_p \frac{dx_p}{dt}}_{\text{débit util}} + \underbrace{C_{tp} P_L}_{\text{fuites}} + \underbrace{\frac{V_t}{4\beta_e} \frac{dP_L}{dt}}_{\text{débit dû à la compressibilité}} \quad (3.31)$$

$$\text{Avec : } C_{tp} = \left( C_{ip} + \frac{C_{ep}}{2} \right)$$

Où  $C_{tp}$  coefficient de fuite total du piston.

L'équation finale se pose en appliquant la deuxième loi de Newton aux forces sur le piston.

### ❖ Dynamique des éléments mobiles

Pour établir les équations dynamiques de l'ensemble mécanique en mouvement, il est nécessaire d'établir le bilan des forces extérieures appliquées à cet ensemble mobile puis d'appliquer la loi fondamentale de la dynamique.

#### • Dynamique de la charge mécanique

La force générée par le vérin hydraulique est consommé sous trois différentes formes. La première partie de la force du vérin est utilisée par la charge. Une seconde partie est perdue sous forme de frictions visqueuses, statiques et dynamiques. La dernière partie ajuste les perturbations externes sur la charge. La loi fondamentale de la dynamique ou la loi de Newton établit le lien entre les forces appliquées à un système et la nature de son mouvement. Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\sum \vec{F} = M_t \vec{\gamma} \quad (3.32)$$

$\sum \vec{F}$ : La somme algébrique des forces extérieures appliquées au système ;

$\vec{\gamma}$ : L'accélération de son centre d'inertie ;

$M_t$ : La masse du système considéré (masse du piston et de la charge).

$$M_t \gamma = F_{P1} + F_{P2} + F_r + F_{fv} + F_L \quad (3.33)$$

$F_{P1}$  et  $F_{P2}$  Les forces de pression ; les deux sections S1 et S2 du piston, sont soumises respectivement aux forces suivantes

$$\begin{cases} F_{P1} = S_1 P_1 \\ F_{P2} = -S_2 P_2 \end{cases} \quad (3.34)$$

Avec :  $S_1 = S_2 = A_p$  (vérin symétrique)

Donc :  $F_{P1} + F_{P2} = A_p P_L$

$F_r$  La force de rappel du ressort ; elle est proportionnelle au déplacement, soit

$$F_r = -K x_p \quad (3.35)$$

Où K est le coefficient de raideur du ressort.

$F_{fv}$  La force due aux frottements visqueux, les frottements visqueux peuvent être représentés par un amortisseur de coefficient de frottement visqueux  $B_p$ .

$$F_{fv} = -B_p \dot{x}_p \quad (3.36)$$

$F_L$  Force de charge arbitraire sur le piston (les perturbations externes)

Ce qui nous permet d'écrire les équations décrivant la dynamique de la partie mécanique de l'ensemble vérin-masse sous la forme suivante :

$$F_g = \underbrace{A_p P_L}_{\text{force piston}} = \underbrace{M_t \frac{d^2 x_p}{dt^2}}_{\text{charge}} + \underbrace{B_p \frac{dx_p}{dt}}_{\text{friction visqueuse}} + \underbrace{K x_p}_{\text{friction dynamique}} + \underbrace{F_L}_{\text{perturbations extenes}} \quad (3.37)$$

Où

$F_g$  : Force générée ou développée par le piston ;

$M_t$  : Masse totale du piston et charge rapportée au piston.

Les équations (3.22), (3.31) et (3.37) sont les trois équations de base.

En appliquant la transformée de Laplace à ces trois équations, et en négligeant les paramètres  $C_{tp}$ ,  $K_c$ , et  $F_L$  le modèle mathématique (3.38) a été obtenu :

$$x_p = \frac{k\omega^2}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} x_v \quad (3.38)$$

Les paramètres mathématiques sont définis comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Le gain du système } k = \frac{K_q}{A_p}, \\ \text{La fréquence naturelle } \omega = \sqrt{\frac{4 \beta_e A_p^2}{V_t m}}, \\ \text{Le taux d'amortissement } \xi = \frac{V_t B_p}{8 \beta_e A_p^2} \sqrt{\frac{4 \beta_e A_p^2}{V_t M_t}} \end{array} \right. \quad (3.39)$$

### 3.2.3 Caractéristiques du bras de déchargement [85]

Pour déterminer les valeurs exactes des paramètres du modèle (3.38), il faut connaître les caractéristiques des servovalves et du vérin utilisés [98].

La valeur du gain de débit est :

$$K_q = 0.0051 \frac{m^2}{s} \quad (3.40)$$

La surface du piston et volume total d'huile du cylindre de positionnement, qui agit pour saisir les billettes.

$$A_p = 3.848 \cdot 10^{-3} m^2 \quad V_t = 2.564 L \quad (3.41)$$

Les caractéristiques liées au type d'huile minérale utilisée sont le module de compressibilité effective et le coefficient de frottement visqueux.

$$\beta_e = 1.6 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2} \quad B_p = 0.028 \frac{kg}{m \cdot s} \quad (3.42)$$

Les paramètres du modèle (3.38) sont calculés en utilisant les données des formules ((3.40)-(3.42)) et en les remplaçant dans (3.39).

$$k = 13.281 \quad \omega = 797.1495 \quad \xi = 3.0355 \cdot 10^{-7} \quad (3.43)$$

### 3.3 Bras flexible à un degré de liberté

#### 3.3.1 Sources de flexibilité

Dans la plupart des manipulateurs industriels à bras flexibles, la conformité élastique est principalement concentrée au niveau des articulations et des transmissions, notamment dans les engrenages et réducteurs harmoniques. C'est pourquoi la flexibilité prise en compte dans les modèles se limite souvent à celle des articulations, au détriment de celle des bras.

##### ❖ Flexibilité des articulations

La flexibilité des articulations reste un axe de recherche majeur, tant pour la modélisation que pour la commande des manipulateurs flexibles. Elle provient principalement de la déformabilité des éléments de transmission : engrenages, roulements, arbres ou courroies. Elle est particulièrement prononcée dans les systèmes utilisant des réducteurs harmoniques, appréciés pour leur compacité et leur précision.

Cette flexibilité peut altérer la dynamique du robot, et son intégration dans les modèles permet une amélioration significative du suivi de trajectoire, comme le montrent plusieurs études [99-101]. À l'inverse, la négliger peut conduire à une perte de performance, voire à une instabilité, notamment pour les systèmes rapides. Sa modélisation reste toutefois moins complexe que celle de la flexibilité des bras.

##### ❖ Flexibilité des bras

La tendance vers des structures plus légères pour répondre aux exigences de productivité, de coût réduit et de sécurité conduit à une accentuation des effets dynamiques dus à la flexibilité des bras. Ces effets deviennent critiques avec l'augmentation des vitesses et accélérations en production.

Cette flexibilité, dite répartie, se manifeste par des déformations continues le long des liaisons mécaniques et se distingue par sa complexité de modélisation. Elle nécessite des approches spécifiques en commande pour compenser les vibrations induites par les charges dynamiques.

Différents types de flexibilité pouvant apparaître dans un bras de type poutre sont illustrés à la figure FIG 3.16 :

- La sous-figure 3.16a montre une torsion autour de l'axe vertical  $z$  ;
- La sous-figure 3.16b montre une flexion autour de l'axe  $y$  ;
- La sous-figure 3.16c montre une combinaison de torsion autour de  $z$  et de flexion autour de  $y$  ;
- La sous-figure 3.16d montre une flexion autour des axes  $x$  et  $y$ .

Dans toutes ces représentations, l'axe  $z$  traverse les poutres, qui sont situées dans le plan  $(xy)$ .

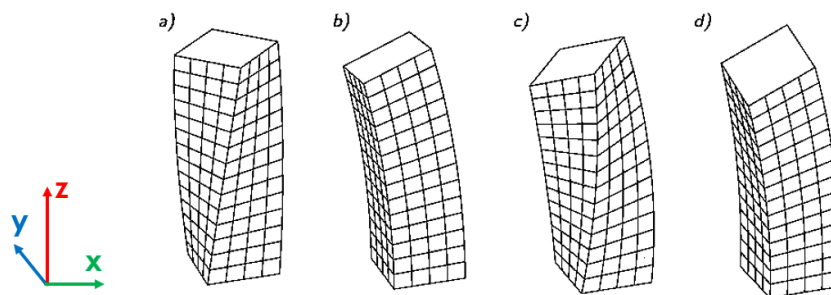


FIG 3. 16: Différents types de flexibilités d'un bras de type poutre en trois dimensions (torsion et flexion) [102].

Il est également important de noter que, dans le modèle adopté pour cette étude, l'espace de travail du manipulateur est défini dans  $\mathbb{R}^2$ . Ainsi, ses mouvements sont évalués uniquement dans cet espace euclidien bidimensionnel (i.e. seuls des mouvements plans sont possibles), et les oscillations du bras ne peuvent se produire que selon un seul axe.

### 3.3.2 Description du manipulateur flexible à un degré de liberté

Le robot flexible à un seul bras proposé est illustré dans la figure FIG 3.17. Il est composé de deux sous-systèmes distincts : le moteur à courant continu (CC) et la poutre ou le bras. Le bras flexible, en porte-à-faux et portant une masse concentrée (représentant la charge utile et/ou la pince) à son extrémité, est monté directement sur l'arbre vertical d'un moteur CC [103,104].

Les axes  $X_0OY_0$  et  $XOY$  représentent respectivement les repères fixes et mobiles. L'axe  $XOY$  coïncide avec la ligne neutre du bras dans sa configuration non déformée, et il est tangent à celle-ci à l'extrémité encastrée dans une configuration déformée.

$\Gamma_{coup}$  représente le couple de commande.  $\beta_m$  désigne le déplacement angulaire (angle du moyeu) du manipulateur,  $\beta_t$  est l'angle de l'extrémité, c'est-à-dire la position angulaire de la charge utile,  $l$  est la longueur totale du bras et  $m$  est la masse de la charge utile d'inertie négligeable.

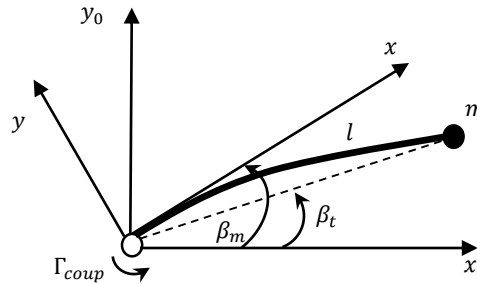


FIG 3. 17: Schéma d'un bras flexible à un degré de liberté

Le système de liaison flexible peut être représenté par le diagramme de la figure Fig 3.18. Notre variable de commande est le courant d'entrée du moteur,  $i(t)$ . Cela génère un couple,  $\Gamma_{coup}$ , qui fait tourner la base de la liaison. Le coefficient de frottement visqueux du moteur est noté  $\mu$ . Il s'agit du frottement qui s'oppose au couple appliqué au niveau du moteur. Le frottement agissant sur la liaison est représenté par le coefficient d'amortissement visqueux  $\mu_l$ . Enfin, la liaison flexible est modélisée comme un ressort linéaire de raideur  $c$ .

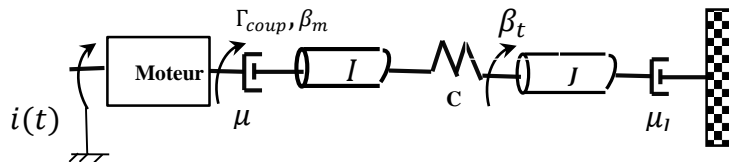


FIG 3. 18: Modèle complet de bras flexible en rotation

### 3.3.3 Modélisation par la méthode d'Euler-Lagrange

L'objectif principal de la modélisation d'un manipulateur flexible est d'obtenir une représentation fidèle du système réel. Il est essentiel de prendre en compte la nature flexible et le comportement dynamique du système, et de construire un modèle mathématique qui intègre plusieurs effets, tels que l'amortissement, l'inertie et la charge utile. Un tel modèle permet ensuite de concevoir un algorithme de commande performant et adapté.

Afin de simplifier la modélisation dynamique du système, plusieurs hypothèses sont adoptées.

Premièrement, le moteur fait tourner le bras dans un plan horizontal, ce qui permet de négliger l'effet de la gravité. Cette approximation est couramment admise dans le cas des manipulateurs à un seul degré de liberté évoluant sur une table ou dans un environnement sans influence gravitationnelle verticale.

Deuxièmement, le bras est presque sans masse, et la masse de la charge utile est plusieurs fois plus grande que celle du bras. Cette hypothèse permet de modéliser la vibration de la poutre flexible en ne retenant que le premier mode de vibration (les fréquences des autres modes sont très éloignées de la première et les amplitudes qui leur sont associées sont très faibles). En même temps, la masse de la charge utile est suffisamment concentrée pour que son inertie puisse être négligée (aucun couple n'est produit à l'extrémité).

De plus, le bras est considéré comme rigide en flexion verticale et en torsion, ce qui implique que les déformations dans ces directions sont négligeables. Par conséquent, les vibrations sont supposées confinées au plan horizontal, lequel représente la direction dominante de flexibilité du bras.

Par ailleurs, le manipulateur est supposé être une structure à section constante, et ses propriétés mécaniques (densité, module d'élasticité, etc.) sont considérées uniformes sur toute sa longueur. Cette hypothèse permet l'utilisation d'un modèle de poutre homogène, facilitant ainsi la formulation analytique du comportement dynamique du système.

Dans le contexte de la commande des robots à liaison flexible (FLR), l'amortissement structurel joue généralement un rôle favorable en augmentant la marge de stabilité du système en boucle fermée. Toutefois, afin de préserver la simplicité du modèle dynamique développé dans ce travail, cet amortissement n'est pas pris en compte explicitement. Cette hypothèse conduit à une conception conservatrice de la loi de commande, fondée sur un scénario pessimiste dans lequel aucune dissipation d'énergie interne n'est disponible pour atténuer les vibrations. Une telle approche garantit que la commande reste efficace même dans des conditions défavorables. De plus, si un amortissement structurel est effectivement présent dans le système réel « comme c'est souvent le cas », il contribuera naturellement à renforcer l'effet de la commande et à accélérer la suppression des vibrations résiduelles.

Sur la base de ces considérations et selon [105], le système mécanique étudié peut être assimilé à un système masse-ressort idéal à un seul degré de liberté, non amorti figure (FIG 3.19).

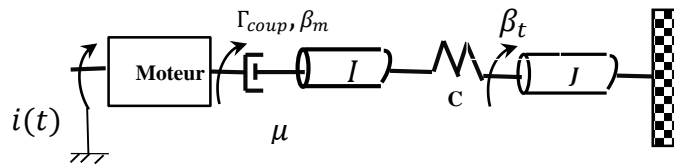


Fig 3. 19: Modèle de bras flexible en rotation sans amortissement structurel

Dans cette section, on établit les équations du mouvement du système composé d'un bras flexible à un seul degré de liberté actionné par un moteur à courant continu, en utilisant la méthode d'Euler-Lagrange. Cette méthode est fondée sur les principes de conservation de l'énergie, et s'avère particulièrement adaptée pour des systèmes mécaniques multi-corps et à géométrie complexe.

### ❖ Choix des coordonnées généralisées

Le système est décrit à l'aide de deux coordonnées généralisées :

- $\beta_m(t)$  : angle de rotation de l'arbre moteur,
- $\beta_t(t)$  : angle de l'extrémité libre du bras flexible.

Ces deux grandeurs permettent de capturer à la fois le mouvement rigide dû à l'action du moteur, et la flexion du bras liée à sa déformabilité.

### ❖ Énergies du système

#### ➤ Énergie cinétique T

L'énergie cinétique totale est la somme des énergies du moteur (inertie  $I$ ) et de la masse concentrée à l'extrémité du bras (modélisée comme une masse ponctuelle de masse  $m$ , placée à une distance  $l$  de l'axe de rotation) :

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\beta}_m^2 + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\beta}_t^2 \quad (3.44)$$

➤ **Énergie potentielle  $V$**

La flexibilité du bras est modélisée par un ressort de raideur équivalente  $c$ , représentant la déformation relative entre la base du bras (solidaire du moteur) et son extrémité :

$$V = \frac{1}{2}c(\beta_t - \beta_m)^2 \quad (3.45)$$

❖ **Lagrangien**

Le Lagrangien du système s'écrit alors :

$$L = T - V = \frac{1}{2}I\dot{\beta}_m^2 + \frac{1}{2}ml^2\dot{\beta}_t^2 - \frac{1}{2}c(\beta_t - \beta_m)^2 \quad (3.46)$$

❖ **Équations d'Euler-Lagrange**

Les équations du mouvement s'obtiennent en appliquant la formulation d'Euler-Lagrange pour chaque coordonnée généralisée  $q_i \in \{\beta_m, \beta_t\}$  :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.47)$$

où  $Q_i$  représente la force généralisée non conservative associée à  $q_i$ .

➤ **Équation pour  $\beta_m$  (moteur)**

La force généralisée appliquée au moteur correspond au couple moteur  $K i(t)$ , diminué du couple de frottement visqueux  $\mu\dot{\beta}_m$  et du couple de frottement sec  $C_f(t)$ . L'équation devient:

$$I\ddot{\beta}_m + c(\beta_m - \beta_t) + \mu\dot{\beta}_m = K i(t) - C_f(t) \quad (3.48)$$

➤ **Équation pour  $\beta_t$  (bras)**

Le bras flexible ne reçoit aucun couple moteur direct ; l'unique contribution est le couple de rappel élastique. L'équation résultante est :

$$ml^2\ddot{\beta}_t + c(\beta_t - \beta_m) = 0 \quad , \quad \ddot{\beta}_t = \omega_n^2(\beta_m - \beta_t) \quad (3.49)$$

où :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{c}{ml^2}} : \text{Fréquence propre du bras.}$$

L'équation (3.49) c'est l'équation de la déflexion de la liaison

Le modèle dynamique obtenu par la méthode de Lagrange s'écrit par les deux équations (3.48) et (3.49). On a obtenu un système d'équations différentielles non linéaires couplées, permettant de commander le bras flexible motorisé

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté la modélisation du système d'asservissement électro-hydraulique de position ainsi que celle d'un bras manipulateur flexible à un degré de liberté. Le premier modèle a été établi à partir d'une analyse théorique et de l'identification des paramètres dynamiques, tandis que le second repose sur le formalisme d'Euler-Lagrange intégrant les effets de flexibilité. Les modèles obtenus constituent une base rigoureuse pour la synthèse des lois de commande qui seront développées dans les chapitres suivants.

## CHAPITRE 4 : COMMANDE PID D'ORDRE FRACTIONNAIRE

### 4.1 Introduction

Depuis plusieurs décennies, le correcteur PID constitue l'outil de régulation le plus utilisé dans l'industrie. Son succès repose principalement sur sa capacité à piloter une grande variété de procédés, sur la compréhension claire de ses actions de régulation, ainsi que sur sa simplicité d'implémentation, offrant ainsi un excellent compromis entre performance et coût [106]. La conception et le réglage de ce type de correcteur ont fait l'objet de nombreuses recherches depuis la célèbre méthode de Ziegler et Nichols proposée en 1942. Malgré la diversité des techniques de réglage existantes, des travaux de recherche soutenus continuent d'être menés afin d'améliorer la qualité et les performances de la commande.

Au cours des dernières années, on observe un intérêt croissant pour les contrôleurs d'ordre fractionnaire [107,10,20], et plus particulièrement pour le contrôleur PID d'ordre fractionnaire, considéré comme une généralisation du correcteur PID classique. Ce type de correcteur a été appliqué avec succès dans divers domaines scientifiques et industriels [108-110]. Son principal atout réside dans une plus grande flexibilité de conception, grâce à l'introduction de deux paramètres supplémentaires : les ordres fractionnaires d'intégration et de dérivation. Ces paramètres supplémentaires offrent des degrés de liberté additionnels permettant d'atteindre des performances accrues dans la conception des systèmes asservis. Depuis la première formulation proposée par Podlubny [6], de nombreuses variantes du contrôleur PID fractionnaire ainsi que différentes méthodes de réglage de ses paramètres ont été développées.

Dans ce chapitre, nous présentons l'extension du correcteur PID classique vers le correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire. Ce dernier introduit deux paramètres supplémentaires,  $\lambda$  et  $\mu$ , représentant respectivement les ordres d'intégration et de dérivation, permettant ainsi un meilleur contrôle de la dynamique des systèmes.

La première partie de ce chapitre retrace brièvement l'histoire des correcteurs PID et PID fractionnaire et introduit les notions fondamentales de la commande d'ordre fractionnaire. Nous y détaillons en particulier la structure, la représentation et l'implémentation du correcteur  $PI^\lambda D^\mu$ .

La seconde partie est consacrée à la présentation de résultats illustrés par des exemples de simulation, suivis d'une comparaison avec les schémas de commande classiques d'ordre entier.

### 4.2 Historique

Les systèmes asservis peuvent présenter certaines contre-performances telles qu'une précision stationnaire insuffisante, une marge de stabilité réduite (voire une instabilité), un temps de réponse trop long ou encore un dépassement important, qui ne respectent pas les spécifications imposées par le cahier des charges. Pour remédier à ces défauts, il est souvent nécessaire d'intégrer dans la boucle de commande un correcteur (ou régulateur), dont le rôle est d'améliorer les performances en boucle fermée.

L'histoire des correcteurs remonte à plusieurs siècles. Vers 1750, [106] Christian Huygens conçoit un régulateur centrifuge à rétroaction proportionnelle, destiné à réguler la distance entre les meules d'un moulin à vent en fonction de sa vitesse de rotation, afin de maîtriser le débit de grain à moudre. Par la suite, en 1788, James Watt adopte un dispositif similaire pour contrôler la vitesse des machines à vapeur. L'intérêt de l'action intégrale ne sera reconnu que plus tard, tandis que l'association proportionnelle-intégrale sera redécouverte à plusieurs reprises dans l'histoire.

À ses débuts, le développement des correcteurs était intimement lié à celui des capteurs et actionneurs, souvent intégrés dans un même dispositif. Le PID, dans la forme que nous connaissons aujourd'hui, émerge entre 1915 et 1940, parallèlement à l'essor d'entreprises pionnières du contrôle industriel telles que Bristol, Fisher, Foxboro, Honeywell, Leeds & Northrup et Taylor Instrument.

L'idée d'un correcteur capable d'anticiper les erreurs futures (action dérivée) est discutée dès les années 1920, mais ne sera concrétisée qu'en 1935 par Ralph Clarridge (Taylor Instrument Company) avec l'introduction d'un terme dérivé. Le PID connaîtra ensuite une évolution marquante, portée par les avancées technologiques successives, notamment avec : l'émergence du contrôle par ordinateur dans les années 1960, d'abord sous forme de réglage des points de consigne des régulateurs analogiques. Puis l'apparition de la commande numérique directe (DDC), suivie, dans les années 1970, par l'utilisation des microprocesseurs dans les systèmes à boucle unique [111], et enfin, l'introduction des techniques d'auto-réglage et d'adaptation dans les années 1980–1990, rendues possibles par l'accroissement de la puissance de calcul [112].

Malgré l'émergence de techniques avancées, le correcteur PID reste omniprésent dans l'industrie. En effet, environ 90 % [106] des boucles de régulation industrielles utilisent une structure PI ou PID, en raison de leur simplicité, robustesse, et coût modéré.

Toutefois, la pertinence d'un PID dépend fortement de la dynamique du système à commander. D'après [106] : un correcteur PI est généralement suffisant pour des systèmes à dynamique de premier ordre, un PID est adapté aux systèmes dominés par une dynamique de second ordre, en revanche, pour des systèmes d'ordre plus élevé, présentant des modes oscillants ou soumis à des retards purs, les performances du PID deviennent limitées. Le terme dérivé, qui anticipe linéairement l'évolution de l'erreur, ne parvient pas à compenser les effets d'un retard important. De plus, la structure linéaire du PID n'est pas conçue pour les systèmes fortement non linéaires, ce qui peut affecter significativement la performance.

Par ailleurs, même avec des méthodes avancées de réglage, les performances des PID restent souvent modestes lorsqu'il s'agit de systèmes instables [113,114].

Ainsi, l'accroissement de la complexité des systèmes industriels et les exigences croissantes en termes de précision, robustesse et adaptabilité rendent souvent les correcteurs PID classiques insuffisants. Une alternative prometteuse consiste à adopter des correcteurs d'ordre fractionnaire, qui offrent une flexibilité accrue grâce à des paramètres supplémentaires à ajuster. Ces derniers permettent d'affiner le comportement dynamique du système, ouvrant la voie à de meilleures performances de commande.

### 4.2.1 Commande d'ordre fractionnaire

La commande d'ordre fractionnaire repose sur l'utilisation de modèles et/ou de correcteurs décrits par des équations différentielles de type fractionnaire. En pratique, il est plus courant et plus raisonnable d'appliquer cette approche aux correcteurs, car les systèmes à commander sont généralement modélisés à l'aide d'équations différentielles d'ordre entier. Les correcteurs fractionnaires offrent en effet une plus grande flexibilité que leurs homologues entiers, ce qui permet de mieux satisfaire certaines spécifications, de répondre à des exigences de performance accrues et d'améliorer globalement le comportement des systèmes de commande.

C'est au début des années 1990 que la commande d'ordre fractionnaire a connu un tournant majeur, avec l'introduction du régulateur CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) par Oustaloup [115]. Ce régulateur exploite les propriétés avantageuses des systèmes fractionnaires pour garantir une robustesse accrue dans une plage de fréquences spécifiée.

Depuis cette avancée, la commande fractionnaire a suscité un intérêt croissant au sein de la communauté scientifique. En 1999, Podlubny [6] a proposé le contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$ , une généralisation du PID classique, où les ordres de l'intégration et de la dérivation ( $\lambda$  et  $\mu$ ) peuvent être non entiers. Cette généralisation confère au contrôleur de nouveaux degrés de liberté, permettant un réglage plus fin et une amélioration notable des performances dynamiques par rapport au contrôleur PID conventionnel, comme le rapportent les travaux de [116-118].

Parmi les nombreuses applications des correcteurs PID fractionnaires dans des domaines variés de l'ingénierie, on peut citer notamment leur utilisation dans les systèmes de suspension active [119-121] ainsi que dans le domaine de la robotique [122,123].

### 4.3 Rappels sur le Correcteur PID classique

Le correcteur PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé) constitue l'un des piliers de la commande industrielle. Grâce à sa structure simple, son efficacité avérée et sa facilité d'implémentation, il est resté depuis plusieurs décennies le régulateur le plus utilisé dans les systèmes automatisés. On estime que plus de 90 % des boucles de régulation en industrie font appel à une variante du PID, qu'il soit sous forme analogique ou numérique [124,125].

Dans une boucle de rétroaction classique, le régulateur est positionné en amont du système à contrôler, modélisé par une fonction de transfert  $G(s)$ . La figure 4.1 illustre ce schéma de régulation. Le régulateur reçoit l'écart  $e(t)=r(t)-y(t)$  entre la consigne  $r(t)$  et la sortie mesurée  $y(t)$ , et génère une commande  $u(t)$  destinée à corriger la dynamique du système pour rapprocher la sortie de la référence

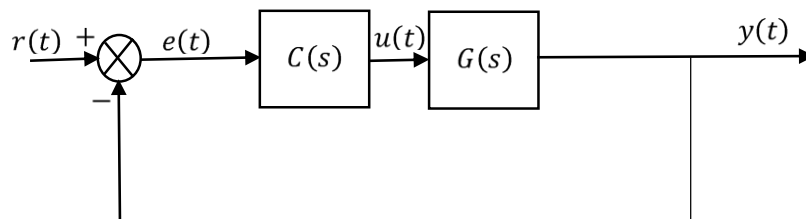


FIG 4. 1: Système de commande à retour unitaire classique.

Le correcteur PID repose sur la combinaison de trois actions :

- Proportionnelle (P) : réagit à l'erreur instantanée,
- Intégrale (I) : corrige les erreurs persistantes en s'appuyant sur l'historique de l'erreur,
- Dérivée (D) : anticipe les variations futures de l'erreur.

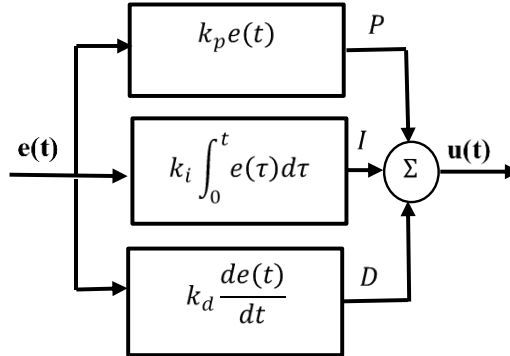
En ajustant les coefficients associés à ces trois composantes, le régulateur peut être adapté aux spécificités du procédé à contrôler, en termes de rapidité, de stabilité ou encore de précision. La configuration de ces composantes donne lieu à différentes structures de mise en œuvre, selon que l'on choisit une action parallèle, série ou mixte.

### 4.3.1 Structure d'un PID

Le comportement d'un procédé peut varier selon la structure choisie pour le régulateur PID, qu'elle soit en parallèle, en série ou mixte [126,127]. Il est donc essentiel de bien connaître les différentes architectures existantes permettant de combiner les trois actions de correction. Parmi celles-ci, les structures parallèle et série sont les plus couramment utilisées dans la pratique industrielle.

*a. Structure parallèle*

Cette structure est illustrée à la figure Fig 4.2.



**FIG 4. 2: Structure parallèle du correcteur PID**

La fonction de transfert du régulateur PID à structure parallèle est donnée par :

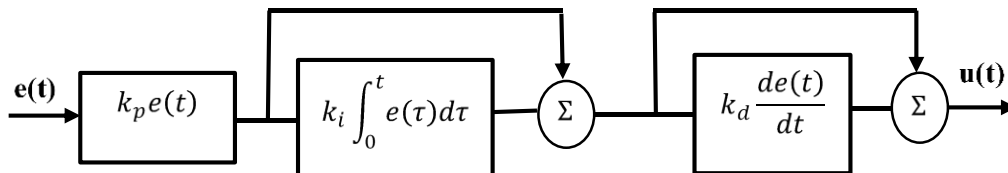
$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \tag{4.1}$$

$k_p$  est le gain de l'action proportionnelle,  $k_i$  est le gain de l'action intégrale et  $k_d$  est le gain de l'action dérivée.

*b. La structure série*

La structure série, figure FIG 4.3, est décrite par la formule suivante

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s}\right) (1 + s k_d) \tag{4.2}$$



**FIG 4. 3: Structure série du correcteur PID**

### c. La structure mixte

La fonction de transfert de la structure mixte, figure FIG 4.4, est décrite par la formule suivante

$$C(s) = k_p \left( 1 + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) \quad (4.3)$$

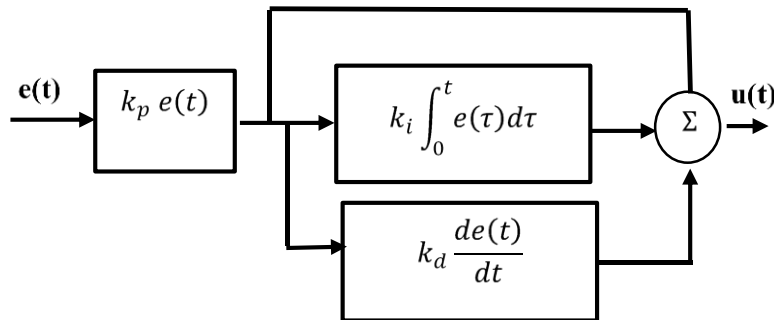


FIG 4. 4: Structure mixte du correcteur PID

### Remarque

Dans les exemples d'applications que nous montrerons plus tard, nous avons utilisé la structure parallèle.

Les trois termes proportionnel, intégral et dérivé possèdent des caractéristiques différentes et agissent de manière complémentaire.

#### ➤ Action proportionnelle

La partie proportionnelle constitue la forme la plus élémentaire de rétroaction, où le signal de commande est simplement l'écart entre la consigne et la grandeur à commander, multiplié par le gain.

$$u(t) = k_p e(t) \quad (4.4)$$

La fonction de transfert de cette action est donnée par l'expression suivante :

$$C(s) = k_p \quad (4.5)$$

Augmenter le gain du contrôleur, le temps de réponse varie peu et l'erreur statique est améliorée. Mais donnera naissance à des comportements oscillatoires (rendra la boucle instable). Une action intégrale a été incluse dans les contrôleurs pour éliminer ce décalage.

### ➤ Action intégrale

Le terme intégral génère, à partir d'un signal d'erreur de signe constant, une commande dont l'amplitude ne cesse de croître. Cela aura pour conséquence de supprimer tout écart permanent. Pour cette raison, le terme intégral est souvent interprété dans la littérature comme un ajustement automatique du point de fonctionnement du correcteur. Mais il engendre un effet déstabilisant.

Le signal de commande est proportionnel à l'intégrale de l'erreur

$$u(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.6)$$

La fonction de transfert correspondante est donnée par :

$$C(s) = \frac{k_i}{s} \quad (4.7)$$

Généralement, l'action intégrale est associée à l'action proportionnelle sous la forme d'un correcteur PI dont la fonction de transfert est donnée par :

$$C(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (4.8)$$

Où  $T_i = \frac{k_p}{k_i}$  est la constante de l'action intégrale.

### ➤ Action dérivée :

L'objectif premier de l'élément dérivé est d'accroître la stabilité en boucle fermée. L'idée du terme dérivé est de prédire l'erreur future afin de pouvoir la corriger directement, sans attendre son apparition [128]. La dérivée est souvent utilisée pour éviter les dépassements.

Le signal de commande est proportionnel à la dérivée de l'erreur comme suit :

$$u(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (4.9)$$

La fonction de transfert correspondante est donnée par :

$$C(s) = k_d s \quad (4.10)$$

L'action dérivée est aussi associée à l'action proportionnelle sous la forme d'un correcteur PD dont la fonction de transfert est donnée par :

$$C(s) = k_p(1 + T_d s) \quad (4.11)$$

Où  $T_d = \frac{k_d}{k_p}$  est la constante de l'action dérivée.

Quand les trois actions sont associées on obtient le correcteur PID donc la fonction de transfert est donnée par l'expression suivante :

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (4.12)$$

Ou bien

$$C(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4.13)$$

L'asservissement PID demeure l'un des plus répandus aujourd'hui, notamment en raison de la diversité des méthodes disponibles pour le réglage de ses coefficients, allant des approches simples aux techniques plus élaborées.

### 4.4 Algorithmes d'ajustement des paramètres du Contrôleur PID

Le réglage d'un régulateur PID consiste à ajuster de manière optimale ses trois paramètres (le gain proportionnel, le gain intégral et le gain dérivé) afin d'obtenir une réponse satisfaisante du système en termes de précision, rapidité, stabilité et robustesse. Plusieurs méthodes de réglage ont été développées à cet effet [129], parmi lesquelles on peut citer :

- Méthode Ziegler–Nichols ;
- Méthode d'Åström–Hägglund ;
- Méthode de Chien–Hrones–Reswick ;
- Méthode de Cohen-Coon ;
- Méthode de Halman...

Dans ce chapitre, nous nous concentrerons sur l'étude de deux méthodes de réglage des régulateurs PID : la méthode de Ziegler & Nichols et celle d'Åström & Hägglund.

### 4.4.1 Méthode de Ziegler & Nichols

En 1942, Ziegler et Nichols [130] ont proposé deux approches empiriques permettant de déterminer rapidement les paramètres des régulateurs P, PI et PID. Ces méthodes, issues d'observations pratiques et de simulations, sont devenues des références classiques en automatisme.

Elles se distinguent selon le domaine d'analyse : l'une s'appuie sur la réponse temporelle du système (méthode de la réponse indicielle), tandis que l'autre repose sur des considérations fréquentielles (méthode du point critique).

#### a. Méthode de la réponse indicielle

Cette approche consiste à étudier la réponse du système à un échelon unitaire en boucle ouverte, c'est-à-dire sans correcteur. À partir de cette réponse, on trace la tangente au point d'inflexion de la courbe (voir figure FIG 4.5). Les paramètres caractéristiques à relever sont :

- **L** : le retard apparent (intersection de la tangente avec l'axe temporel),
- **T** : la constante de temps (distance entre l'origine et l'intersection de la tangente avec la droite horizontale correspondant à la valeur finale),
- **K** : le gain statique du procédé.

À partir de ces trois paramètres, les coefficients du régulateur (proportionnel, intégral et dérivé) peuvent être calculés en utilisant les formules données dans le tableau TAB 4.1, selon le type de régulateur désiré.

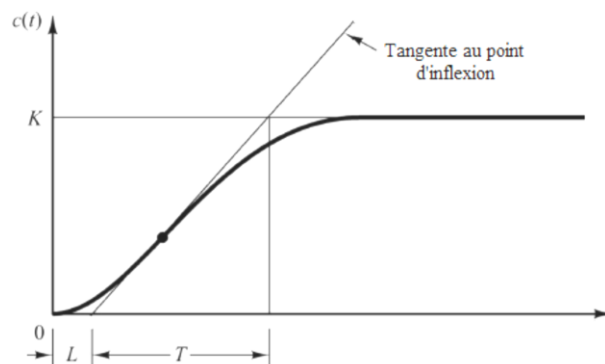
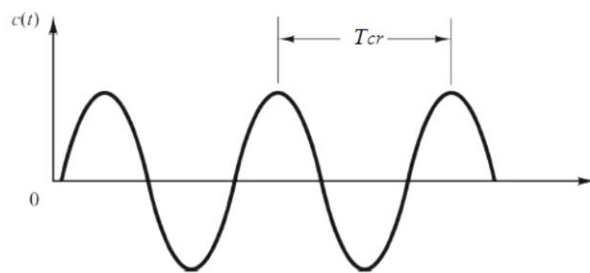


FIG 4. 5: réponse indicielle d'un système en boucle ouverte

**b. Méthode du point critique (phénomène de pompage)**

Cette approche repose sur la détermination des caractéristiques du point critique du système, à savoir le gain critique  $K_{cr}$  et la période d'oscillation  $T_{cr}$ . Pour cela, on place le système en boucle fermée avec un contrôleur purement proportionnel, puis on augmente progressivement le gain jusqu'à ce que la sortie commence à osciller de façon soutenue et régulière. Ce phénomène est appelé pompage.

Une fois ce point atteint, les valeurs de  $K_{cr}$  et  $T_{cr}$  permettent de calculer les paramètres du régulateur PID à l'aide des formules de Ziegler et Nichols, telles que présentées dans le tableau TAB 4.1.



**FIG 4. 6: La sortie d'un système en boucle fermé**

**TAB 4. 1: Paramètres PID obtenus à partir de la première et la deuxième méthode de Ziegler & Nichols**

	<i>Réponse indicielle</i>			<i>Point critique</i>		
	<i>(T, L)</i>			<i>(K<sub>cr</sub>, T<sub>cr</sub>)</i>		
<i>correcteur</i>	<i>K</i>	<i>T<sub>i</sub></i>	<i>T<sub>d</sub></i>	<i>K</i>	<i>T<sub>i</sub></i>	<i>T<sub>d</sub></i>
<i>P</i>	<i>T/L</i>			<i>0.5 K<sub>cr</sub></i>		
<i>PI</i>	<i>0.9 T/L</i>	<i>3.3 L</i>		<i>0.4 K<sub>cr</sub></i>	<i>0.83 T<sub>cr</sub></i>	
<i>PID</i>	<i>0.27 T/L</i>	<i>2 L</i>	<i>0.5 L</i>	<i>0.6 K<sub>cr</sub></i>	<i>0.5 T<sub>cr</sub></i>	<i>0.125 T<sub>cr</sub></i>

La méthode de Ziegler-Nichols (ZN) est largement répandue dans l'industrie pour le réglage des régulateurs PID, en raison de sa simplicité et de sa rapidité de mise en œuvre. Toutefois, elle présente l'inconvénient de générer un dépassement important, souvent compris entre 30 et

50 %, ce qui peut être inacceptable dans certaines applications sensibles. De plus, sa mise en œuvre nécessite une surveillance continue du système, ce qui implique un investissement en temps et en effort.

Ainsi, cette méthode est généralement utilisée comme point de départ pour le réglage. Les valeurs obtenues doivent ensuite être affinées afin de répondre précisément aux exigences du cahier des charges.

### 4.4.2 Méthode d'Åström & Hägglund

La méthode du relais Proposée en 1984 par Åström et Hägglund [131], également connue sous le nom de méthode d'autoréglage (*auto-tuning* ou *self-tuning*) constitue une amélioration ingénieuse de l'approche classique de Ziegler et Nichols. Alors que cette dernière repose sur la détermination du point ultime via l'augmentation progressive du gain proportionnel jusqu'à obtenir une oscillation entretenue, Åström et Hägglund ont proposé de remplacer le contrôleur proportionnel par un relais pour atteindre le même objectif, mais de manière plus automatisée et contrôlée (figure FIG 4.7).

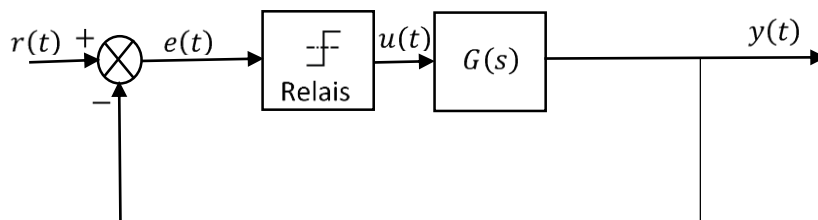


FIG 4. 7: Principe de la méthode du relais

Le principe consiste à fermer la boucle avec un relais, ce qui induit une oscillation périodique de la sortie du système autour de son point de fonctionnement figure FIG 4.8. Ce signal de test permet de déduire les paramètres ultimes : le gain ultime  $k_u$  et la période ultime  $T_u$ , à partir des oscillations mesurées. Le grand avantage de cette approche est que l'amplitude des oscillations est limitée et peut être contrôlée à travers le réglage de l'amplitude du relais, généralement fixée entre 2 % et 10 % de l'effort de commande.

Le gain ultime et la fréquence ultime sont ensuite déterminés à l'aide de la relation suivante :

$$k_u = \frac{4D}{\pi a} ; \quad \omega_u = \frac{2\pi}{T_u} \quad (4.14)$$

où :

- $D$  est l'amplitude du relais (valeur de la commande  $u(t)$ ),
- $a$  est l'amplitude des oscillations de la sortie  $y(t)$ ,
- $T_u$  est la période de ces oscillations.

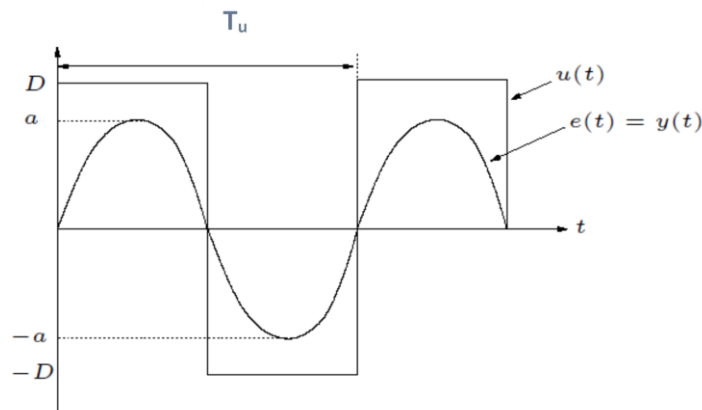


FIG 4. 8: Formes des signaux (relais- processus)

Une fois que le point ultime (fréquence et gain ultimes) a été estimé, un contrôleur PID peut être réglé en utilisant la seconde méthode de Ziegler Nichols (méthode du point critique). Le tableau TAB 4.1 fournit les paramètres de réglage pour le gain final et la période du processus.

Cette méthode est particulièrement robuste, simple à mettre en œuvre, et ne nécessite pas d'augmenter le gain jusqu'à l'instabilité, contrairement à la méthode de Ziegler-Nichols.

### 4.5 Le correcteur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire

Dans le but d'améliorer les performances des systèmes asservis linéaires, Podlubny [6] a proposé une généralisation du régulateur PID classique sous la forme  $PI^\lambda D^\mu$ , appelé PID fractionnaire, où  $\lambda$  et  $\mu$  sont des réels strictement positifs ( $\lambda > 0, \mu > 0$ ). Contrairement au PID conventionnel, ce correcteur permet un réglage plus fin du comportement dynamique du système, grâce à la liberté offerte par les ordres non entiers de l'intégrateur et du dérivateur.

## CHAPITRE 4 : Commande PID d'ordre Fractionnaire

Bien que, théoriquement, les ordres fractionnaires  $\lambda$  et  $\mu$  puissent être des nombres complexes [132], nous nous limiterons dans ce travail au cas réel, qui est le plus utilisé dans les applications pratiques.

La fonction de transfert d'un correcteur  $PI^\lambda D^\mu PI$  est donnée par [6] :

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu \quad (4.15)$$

Dans le plan  $(\lambda, \mu)$ , le PID classique correspond à un seul point  $(\lambda = 1, \mu = 1)$ , tandis que le correcteur fractionnaire couvre une infinie variété de points dans le premier quadrant de ce plan, comme illustré à la figure FIG 4.9. Cela permet une flexibilité accrue dans la conception des lois de commande [133,122].

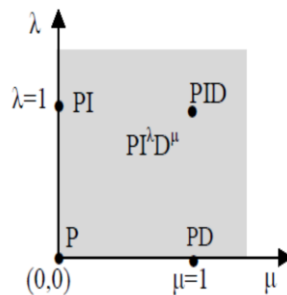


FIG 4. 9: Correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  et PID classique dans le plan  $(\lambda, \mu)$ .

D'après cette figure, on peut donner les cas suivants :

- Lorsque  $\lambda = 0$  et  $\mu = 0$ , on a un correcteur P classique.
- $\lambda = 1$  et  $\mu = 0$  : correcteur PI classique.
- $\lambda = 0$  et  $\mu = 1$  : correcteur PD classique.
- $\lambda = 1$  et  $\mu = 1$  : correcteur PID classique.
- $0 < \lambda < 1$  et  $\mu = 0$  : correcteur PI fractionnaire.
- $\lambda = 0$  et  $0 < \mu < 1$  : correcteur PD fractionnaire.
- $0 < \lambda < 1$  et  $0 < \mu < 1$  : correcteur PID fractionnaire.

D'après ces résultats, on constate que les correcteurs classiques sont des cas particuliers des correcteurs d'ordre fractionnaires.

#### 4.5.1 Approximation du $PI^\lambda D^\mu$ par une fonction rationnelle

Le correcteur d'ordre fractionnaire  $PI^\lambda D^\mu$  présente une fonction de transfert irrationnelle, ce qui rend son implémentation directe difficile dans les systèmes numériques ou analogiques. Pour contourner cette limitation, il est nécessaire de l'approximer par une fonction rationnelle.

Dans ce travail, nous avons adopté la méthode de Charef [64], déjà présentée en section (1.12), pour réaliser cette approximation. Cette méthode permet d'approcher les opérateurs fractionnaires par des fonctions rationnelles dans une plage fréquentielle limitée  $[\omega_b, \omega_h]$ .

Ainsi, pour  $0 < \lambda < 1$  et  $0 < \mu < 1$ , la fonction de transfert du correcteur fractionnaire donnée par l'équation (4.15) peut être approximée sous la forme suivante :

$$C(s) = k_p + k_i K_I \frac{\prod_{i=0}^{N_I-1} \left(1 + \frac{s}{Z_{Ii}}\right)}{\prod_{i=0}^{N_I} \left(1 + \frac{s}{P_{Ii}}\right)} + k_d K_D \frac{\prod_{i=0}^{N_D} \left(1 + \frac{s}{Z_{Di}}\right)}{\prod_{i=0}^{N_D} \left(1 + \frac{s}{P_{Di}}\right)} \quad (4.16)$$

Les pôles  $P_{Ii}$ , les zéros  $Z_{Ii}$ , ainsi que les paramètres  $K_I$  et  $N_I$ , utilisés pour l'approximation de l'opérateur intégral d'ordre fractionnaire, sont déterminés selon la procédure décrite en section (1.12.1).

De même, les pôles  $P_{Di}$ , les zéros  $Z_{Di}$ , et les paramètres  $K_D$  et  $N_D$  relatifs à l'approximation du dérivateur fractionnaire sont obtenus selon la section (1.12.2).

**Remarque :**

Dans le cas où  $\lambda > 1$  et  $\mu > 1$ , l'approximation nécessite d'introduire des opérateurs classiques combinés aux opérateurs fractionnaires. La fonction de transfert devient alors :

$$C(s) = K_p + \frac{k_i}{s} \left( \frac{1}{s^{m_i}} \right) + k_d s (s^{m_d}) \quad (4.17)$$

avec :

$1/s^{m_i}$ : opérateur d'intégration d'ordre fractionnaire  $m_i$ , tel que :  $0 < m_i < 1$

$s^{m_d}$ : opérateur de dérivation d'ordre fractionnaire  $m_d$ , tel que :  $0 < m_d < 1$

En utilisant la méthode de Charef, cette fonction est approximée par :

$$C(s) = K_p + \frac{k_i}{s} \left( K_I \frac{\prod_{i=0}^{N_I-1} \left( 1 + \frac{s}{Z_{Ii}} \right)}{\prod_{i=0}^{N_I} \left( 1 + \frac{s}{P_{Ii}} \right)} \right) + k_d s \left( K_D \frac{\prod_{i=0}^{N_D} \left( 1 + \frac{s}{Z_{Di}} \right)}{\prod_{i=0}^{N_D} \left( 1 + \frac{s}{P_{Di}} \right)} \right) \quad (4.18)$$

### 4.5.2 Implémentation analogique du correcteur $PI^\lambda D^\mu$

La structure de  $PI^\lambda D^\mu$  est constituée d'une connections parallèle des trois actions, proportionnelle, intégrale et dériver, comme il est montré par la figure suivante [71]

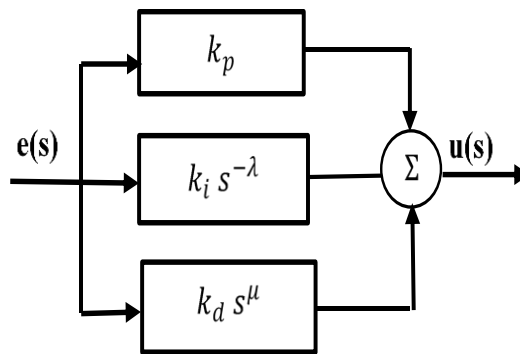


FIG 4. 10: Structure du correcteur  $PI^\lambda D^\mu$

### 4.6 Exemples de simulation

#### 4.6.1 Applications sur un système de suspension active

La majorité des machines mécaniques sont soumises à des niveaux variables de vibrations issues de différentes sources. Les véhicules n'échappent pas à ce phénomène et, pour cette raison, ils sont tous équipés d'un système de suspension. L'objectif principal d'un tel système est d'atténuer, voire d'éliminer les vibrations indésirables, afin de préserver le confort des passagers et l'intégrité du véhicule.

De nombreuses recherches ont été menées sur les suspensions passives traditionnelles dans le but d'en améliorer les performances. Cependant, ces dernières années, plusieurs travaux ont mis en évidence que la solution la plus prometteuse pour accroître les performances des suspensions modernes consiste à intégrer des systèmes actifs [134-137].

Dans ce contexte, plusieurs études ont exploré l'utilisation du contrôle PID d'ordre fractionnaire pour améliorer le comportement des systèmes de suspension de quart de voiture [121]. Par exemple, dans [120], les auteurs ont développé un système de suspension active basé sur un PID classique, réglé selon la méthode de Ziegler et Nichols, afin d'obtenir de meilleures caractéristiques dynamiques, notamment en matière de débattement de la suspension. Dans [119], une approche fondée sur l'analyse fréquentielle des perturbations induites par la route a permis d'améliorer les performances du système, démontrant ainsi l'applicabilité du PID comme stratégie de commande active.

Il est important de souligner que plusieurs paramètres doivent être pris en compte pour améliorer simultanément la tenue de route, la stabilité du véhicule et le confort des passagers. Parmi ces paramètres, la réduction des déplacements de la carrosserie ainsi qu'un temps de réponse minimal après une perturbation jouent un rôle central.

Pour atteindre ces objectifs, des approches de commande robustes sont nécessaires, capables de garantir les performances souhaitées malgré les incertitudes et perturbations.

Dans ce travail, nous proposons la conception d'un contrôleur PID d'ordre fractionnaire (PIDOF) appliqué à un modèle de suspension active de quart de voiture. Le correcteur proposé combine :

- une action dérivée d'ordre entier,
- et un couple d'opérateurs intégral et dérivé d'ordre fractionnaire.

Cette configuration permet de bénéficier d'une plus grande flexibilité de réglage et d'un meilleur compromis entre stabilité, réactivité et robustesse, ce qui en fait un choix pertinent pour les systèmes de suspension active modernes.

### ❖ Modèle de suspension active

Le modèle de suspension de quart de véhicule à deux degrés de liberté, représenté à la figure FIG 4.11, est l'un des modèles les plus utilisés dans la littérature pour l'analyse et la conception des systèmes de suspension active. Il se compose de deux masses distinctes :

La masse non suspendue  $m_{us}$ , qui représente l'ensemble constitué du pneu, de la jante, du porte-moyeu et de la moitié des bras de suspension. La masse suspendue  $m_s$ , qui correspond à la partie du châssis supportée par la roue considérée.

Dans ce modèle, le pneu est modélisé comme un ressort linéaire de raideur  $K_t$ , placé entre la masse non suspendue et la surface de la route. L'effet d'amortissement du pneu est considéré comme négligeable.

La suspension elle-même est représentée par un système masse-ressort-amortisseur, constitué : d'un ressort de raideur  $K_s$ , d'un amortisseur linéaire de coefficient  $C_a$ , et d'un actionneur actif (hydraulique ou pneumatique), qui applique une force de commande  $u_a$  entre les masses suspendue et non suspendue.

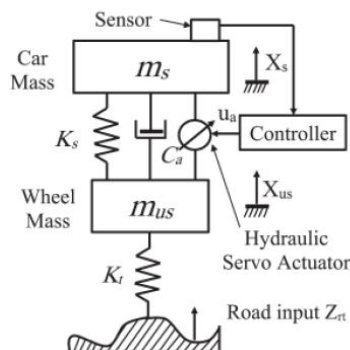


FIG 4. 11: Modèle quart de véhicule de suspension active [107]

## CHAPITRE 4 : Commande PID d'ordre Fractionnaire

La figure FIG 4.11 illustre la structure en boucle fermée de ce système de suspension active de quart de véhicule, telle que décrite dans [119]. L'entrée principale du système est le déplacement vertical de la route sous le pneu, noté  $Z_{rt}$ .

Les paramètres physiques associés à ce modèle, évalués par rapport à la position d'équilibre statique, sont présentés dans le tableau TAB 4.2, selon les données issues de la référence [119].

Dans ce contexte, nous formulons l'hypothèse d'un mouvement purement vertical du véhicule. Cette simplification permet de réduire la complexité du modèle, facilitant ainsi son analyse ainsi que son optimisation.

Le comportement dynamique du système de suspension active est alors décrit par les équations différentielles suivantes :

$$m_s \ddot{X}_s + K_s(X_s - X_{us}) + C_a(\dot{X}_s - \dot{X}_{us}) - u_a = 0 \quad (4.19)$$

$$m_{us} \ddot{X}_{us} + K_s(X_{us} - X_s) + C_a(\dot{X}_{us} - \dot{X}_s) + K_t(X_{us} - Z_{rt}) + u_a = 0 \quad (4.20)$$

TAB 4. 2: Paramètres du système de suspension d'un quart de véhicule [119]

symbole	Paramètres	Valeur et unités
$m_s$	Masse suspendue (caisse) (1/4)	250 kg
$m_{us}$	Masse non suspendue (roue)	50kg
$K_s$	Raideur radial de la suspension	16812 N/m
$K_t$	Raideur radial du pneu	190000 N/m
$C_a$	Amortissement radial de la suspension	1000 N.sec/ m
$u_a$	Force de contrôle active	N
$X_{us}$	Déplacement de la roue	m
$X_s$	Déplacement de la caisse	m
$Z_{rt}$	Entrée route	m

### ❖ Contrôleur d'ordre fractionnaire

#### ➤ Contrôleur PID standard

Le système en boucle fermée est d'abord évalué à l'aide d'un contrôleur PID standard. La figure FIG 4.2 présente le schéma fonctionnel de ce contrôleur, dont les paramètres  $k_p, k_i$  et  $k_d$  sont ajustés afin de satisfaire les performances dynamiques souhaitées.

Les valeurs optimales des gains ont été déterminées par essais et erreurs, ce qui a permis de stabiliser le système avec les réglages suivants :  $k_p = 3,055$ ,  $k_i = 0,1$  et  $k_d = 3,20$

Ces valeurs assurent un fonctionnement stable du système. Les résultats de simulation correspondants sont illustrés dans les figures FIG 4.14 à FIG 4.19.

#### ➤ Contrôleur $PI^\lambda DD^\mu$ d'ordre fractionnaire proposé

Dans cette section, une nouvelle configuration de commande d'ordre fractionnaire, de type  $I^\lambda DD^\mu$ , est proposée dans le but de réduire le déplacement de la carrosserie ainsi que le temps d'oscillation consécutif aux perturbations induites par la route.

La forme générale d'un contrôleur PID d'ordre fractionnaire (PIDOF) réalisable est illustrée à la figure FIG 4.12. Les paramètres du contrôleur  $k_p, k_i$  et  $k_d$  sont conservés identiques à ceux utilisés pour le contrôleur PID classique présenté précédemment. Les nouvelles composantes introduites sont :  $\lambda$ , représentant l'ordre fractionnaire de l'effet intégral ;  $\mu$ , représentant l'ordre fractionnaire de l'effet dérivé.

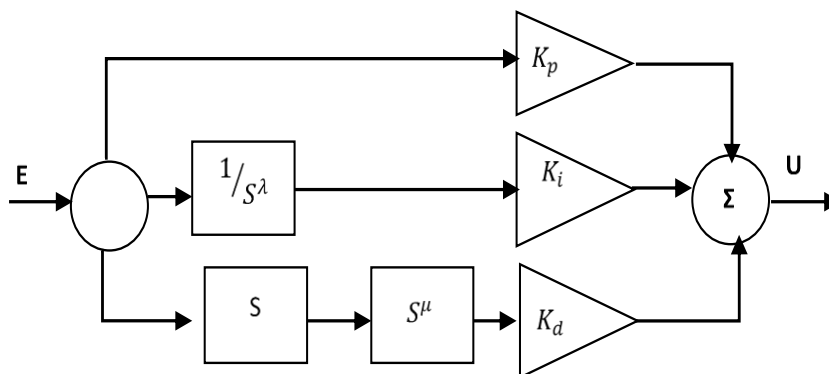


FIG 4. 12: Contrôleur PIDOF

### ❖ Résultats de la simulation et discussion

Les réponses transitoires des systèmes de suspension passive et active ont été analysées dans le domaine temporel. Pour ce faire, des simulations ont été réalisées sous différentes excitations de la route, à savoir : une entrée échelon ; une entrée sinusoïdale.

Les résultats obtenus pour les deux types d'entrée ont été présentés et une étude du comportement hystérétique des systèmes a été menée.

Les simulations montrent que l'ajout d'un contrôleur, notamment dans le cas de la suspension active, permet d'atteindre les performances souhaitées en termes de réduction du déplacement de la carrosserie et de réduction du temps de stabilisation, comparativement à la suspension passive.

#### ➤ Entrée de type échelon

Le signal échelon est un signal de référence simple, caractérisé par un changement brusque de valeur à un instant donné. Dans cette étude, nous analysons la réponse du système à un échelon représentant une élévation soudaine de la route de 10 cm, c'est-à-dire une perturbation verticale de l'entrée  $Z_{rt} = 10 \text{ cm}$ .

$$Z_{rt} = \begin{cases} 0.1 \text{ m} & t \leq 2 \\ 0 \text{ m} & t > 2 \end{cases} \quad (4.21)$$

Le modèle mathématique du système est implémenté et simulé dans l'environnement MATLAB/Simulink, qui permet une modélisation graphique intuitive et efficace des systèmes dynamiques. La figure FIG 4.13 illustre le schéma Simulink du système de suspension active de quart de véhicule.

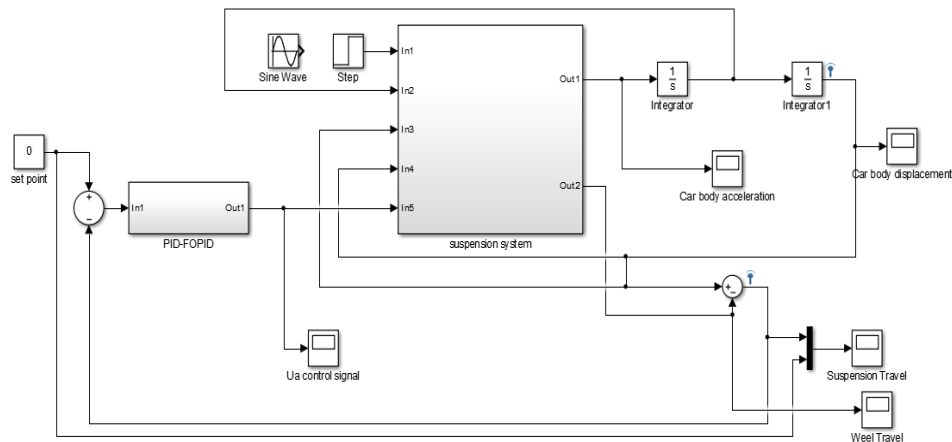


FIG 4. 13: Le modèle Simulink pour un système de suspension active de quart de véhicule

La dynamique du système est représentée à travers plusieurs grandeurs clés : le déplacement de la carrosserie, le déplacement de la roue, le débattement de la suspension, l'accélération de la carrosserie, le signal de commande et l'erreur de suivi, illustrées respectivement dans les figures FIG 4.14 à FIG 4.19.

L'analyse des résultats montre que la réponse du système de suspension passive est insatisfaisante, notamment à cause de fortes oscillations et d'un dépassement important. En revanche, selon les figures FIG 4.14, 4.15, 4.16 et 4.19, on observe que le contrôleur PID d'ordre fractionnaire (PIDOF) procure les meilleures performances dynamiques pour le système de suspension active. Il permet une réduction significative du dépassement ainsi qu'un temps de stabilisation plus court, comparativement au contrôleur PID d'ordre entier (PIDOE).

Toutefois, comme le montre la figure FIG 4.18, la suspension active exige une alimentation en courant relativement élevée, ce qui constitue un point à considérer dans le compromis performance/consommation.

Enfin, afin de valider la précision du modèle simulé, deux critères d'évaluation sont retenus :

- l'erreur de sortie, représentant la performance du suivi de consigne,
- la puissance d'entrée, liée à l'effort de commande requis par l'actionneur.

$$J_e = \sqrt{\sum er(t)^2} , \quad J_u = \sqrt{\sum c(t)^2} \quad (4.22)$$

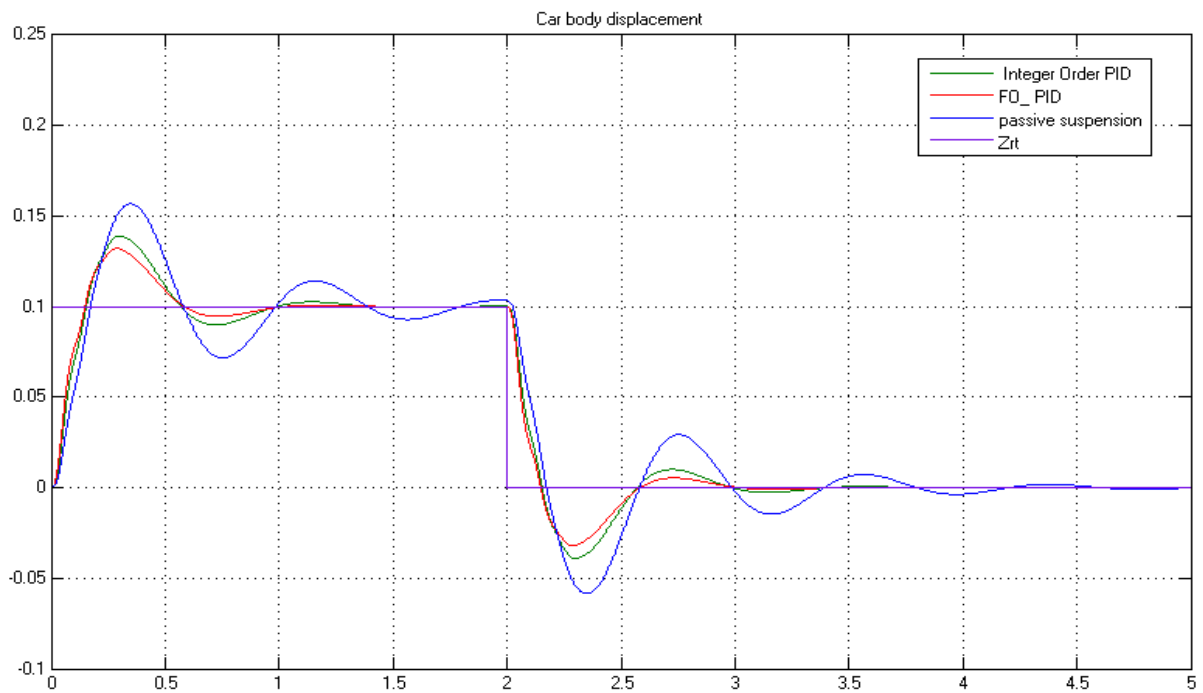


FIG 4. 14 : Déplacement de la caisse (châssis) dans le domaine temporel pour une entrée  $Z_{rt}=0.1$  m

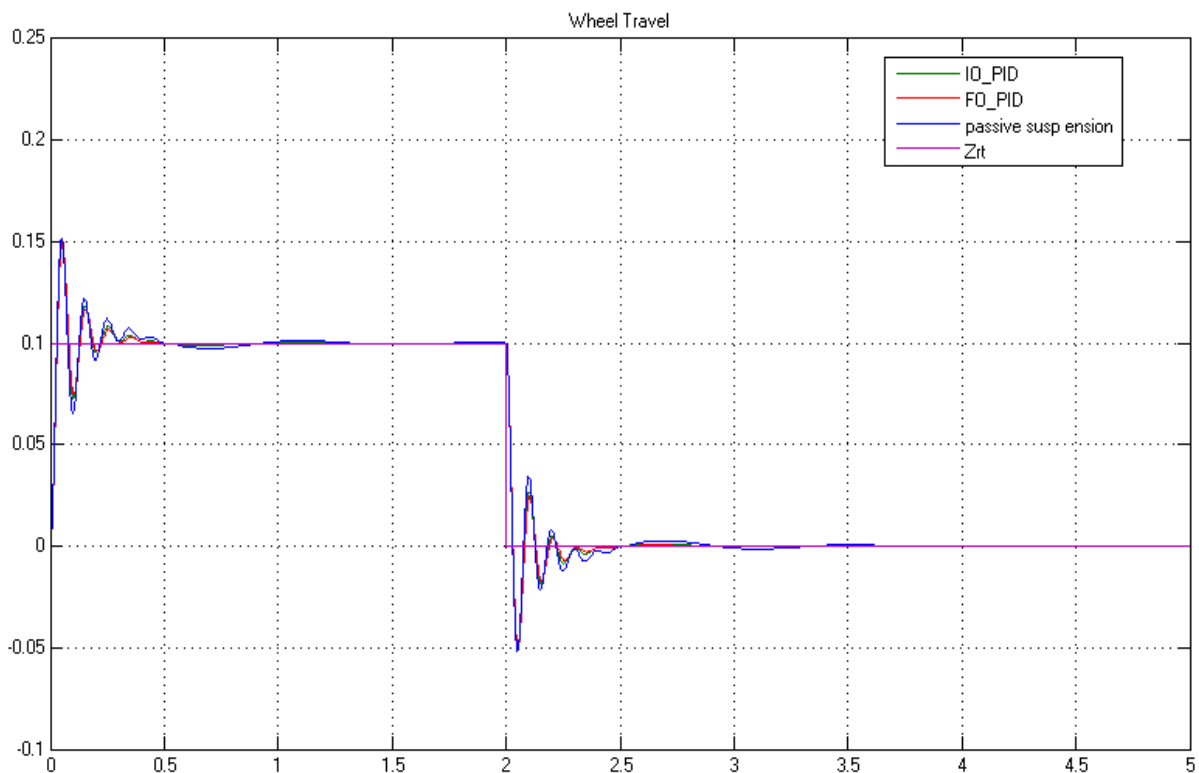


FIG 4. 15: Déplacement de la roue dans le domaine temporel pour une entrée  $Z_{rt}=0.1$  m

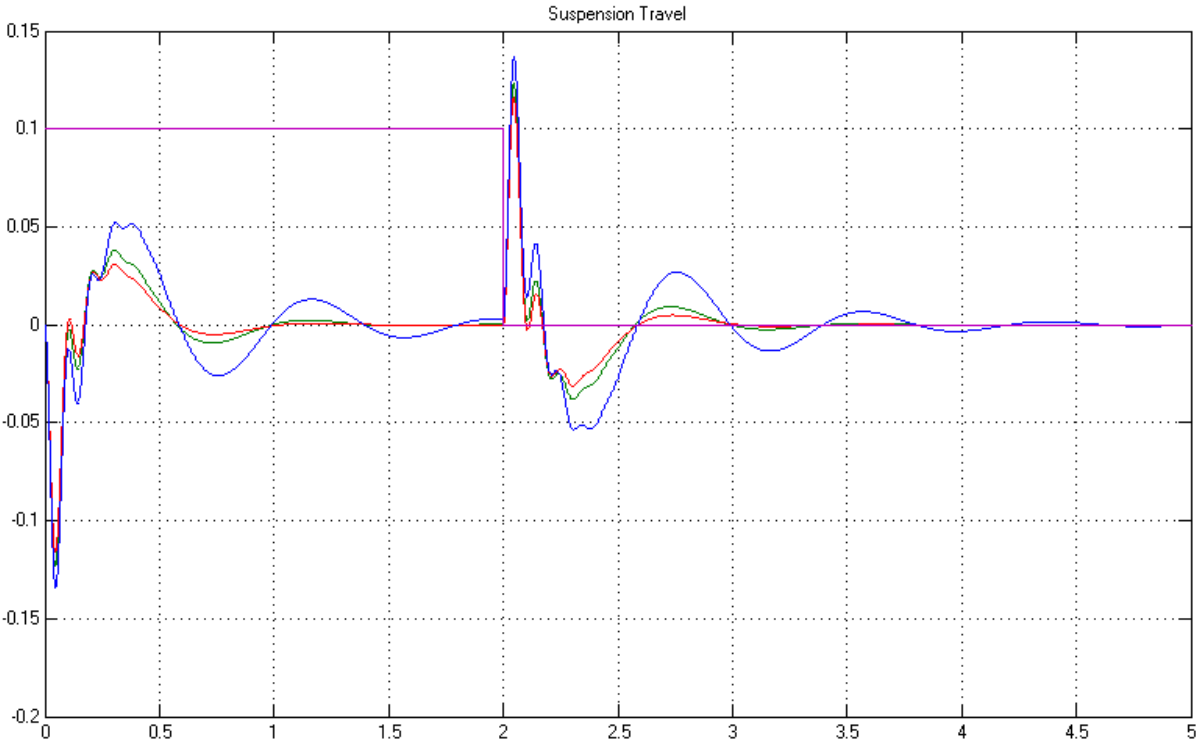


FIG 4. 16: Débattement de la suspension dans le domaine temporel pour une entrée  $Z_{rt}=1$  m

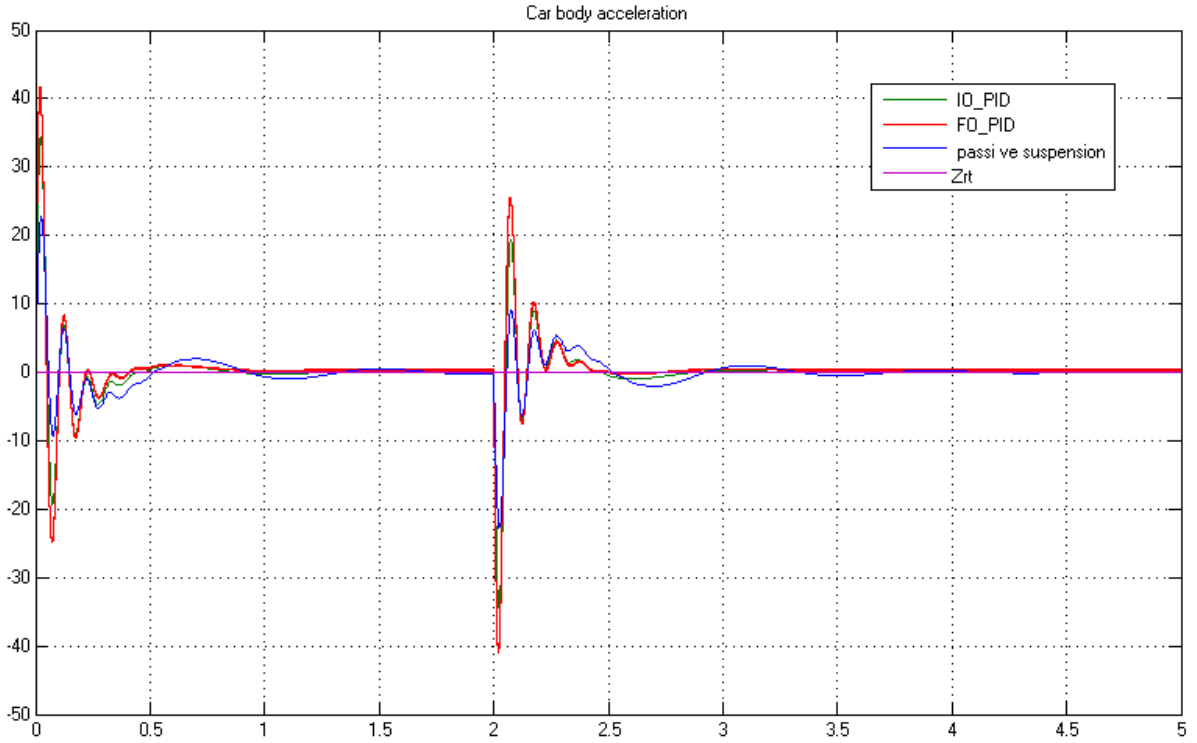


FIG 4. 17: Accélération de la carrosserie dans le domaine temporel pour une entrée  $Z_{rt}=0.1$  m

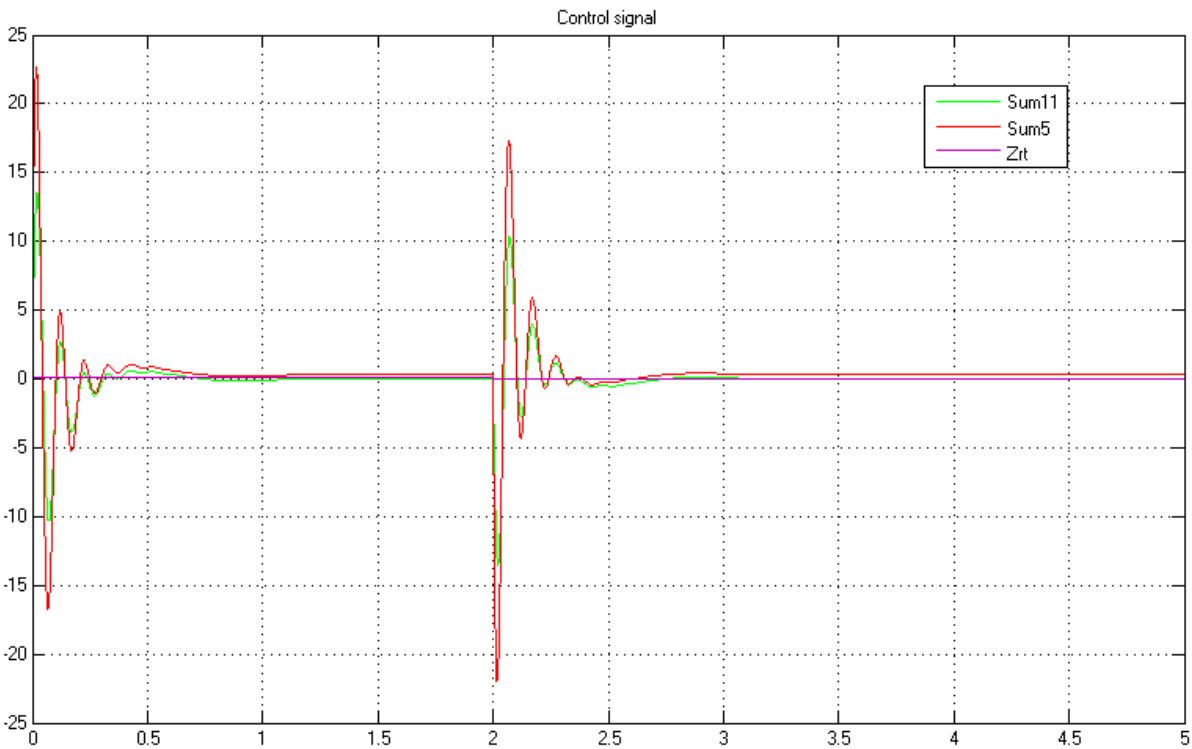


FIG 4. 18: signale de contrôle PIDOF-PIDOE

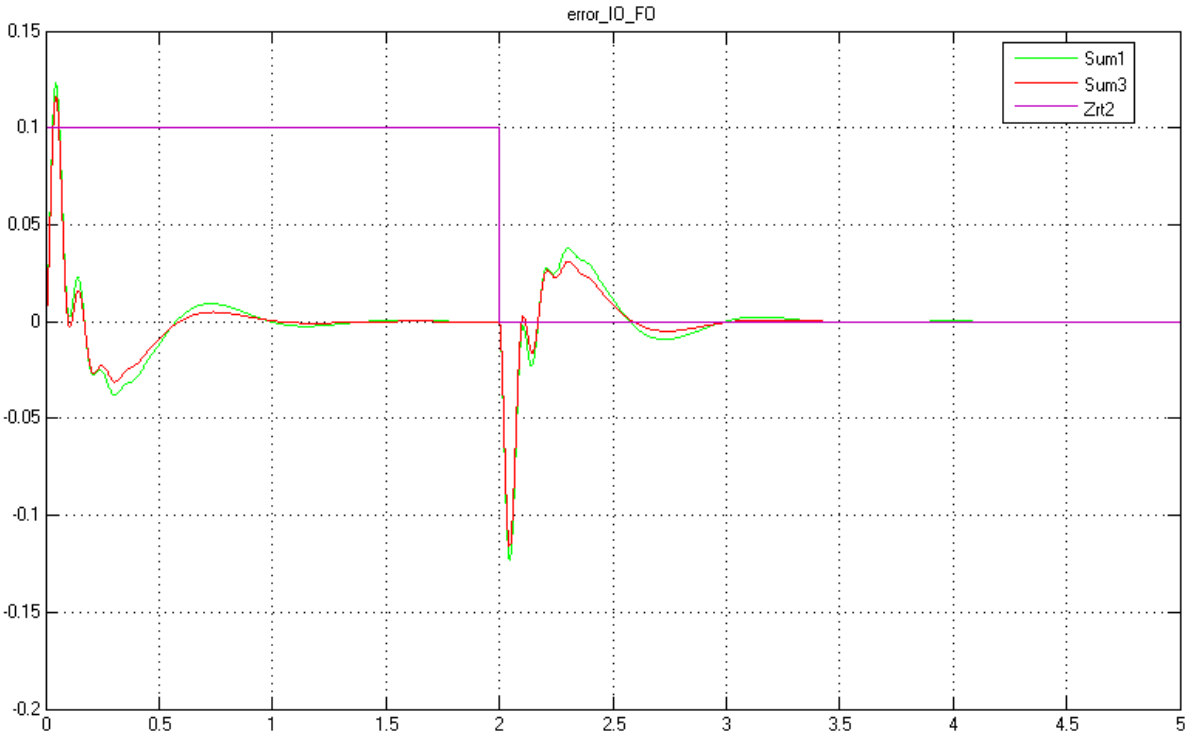


FIG 4. 19: Erreur PIDOF-PIDOE

## CHAPITRE 4 : Commande PID d'ordre Fractionnaire

---

Le tableau suivant donne les Performances des différents contrôleurs pour le système de suspension étudié

**TAB 4. 3: Performances des différents contrôleurs pour le système de suspension**

contrôle	Déplacement de la caisse	Débattement de la suspension	Déplacement de la roue	Accélération de la carrosserie	$J_e$	$J_u$
Passive	0.156	0.052	0.151	22.7		
PIDOE	0.138	0.038	0.150	34.5	0.041	4.027
PIDOF	0.132	0.031	0.150	41.5	0.037	5.555

Les résultats ont montré que les paramètres du contrôleur PIDOF étaient plus performants que ceux du contrôleur PIDOE.

### ➤ Entrée de type sinusoïdal

Le signal sinusoïdal, utilisé pour simuler les fluctuations périodiques de la route, permet d'évaluer la résilience élastique du système de suspension lorsque le véhicule circule sur une chaussée présentant des irrégularités périodiques (comme des vagues successives).

Le modèle Simulink correspondant à ce type d'excitation est représenté dans la figure Fig. 4.13.

Les réponses dynamiques du système à savoir le déplacement de la carrosserie, le déplacement de la roue, le débattement de la suspension, l'accélération de la carrosserie, ainsi que le signal de commande sont illustrées respectivement dans les figures Fig. 4.20 à Fig. 4.24.

L'analyse des résultats montre clairement que le système de suspension active surpasse le système passif en termes de dépassement maximal et de temps de stabilisation, que ce soit pour:

- le déplacement et l'accélération de la carrosserie (critères liés au confort de conduite),
- ou encore le débattement de la suspension et le mouvement de la roue (indicateurs de tenue de route et d'adhérence) sous l'effet d'un profil sinusoïdal de la route.

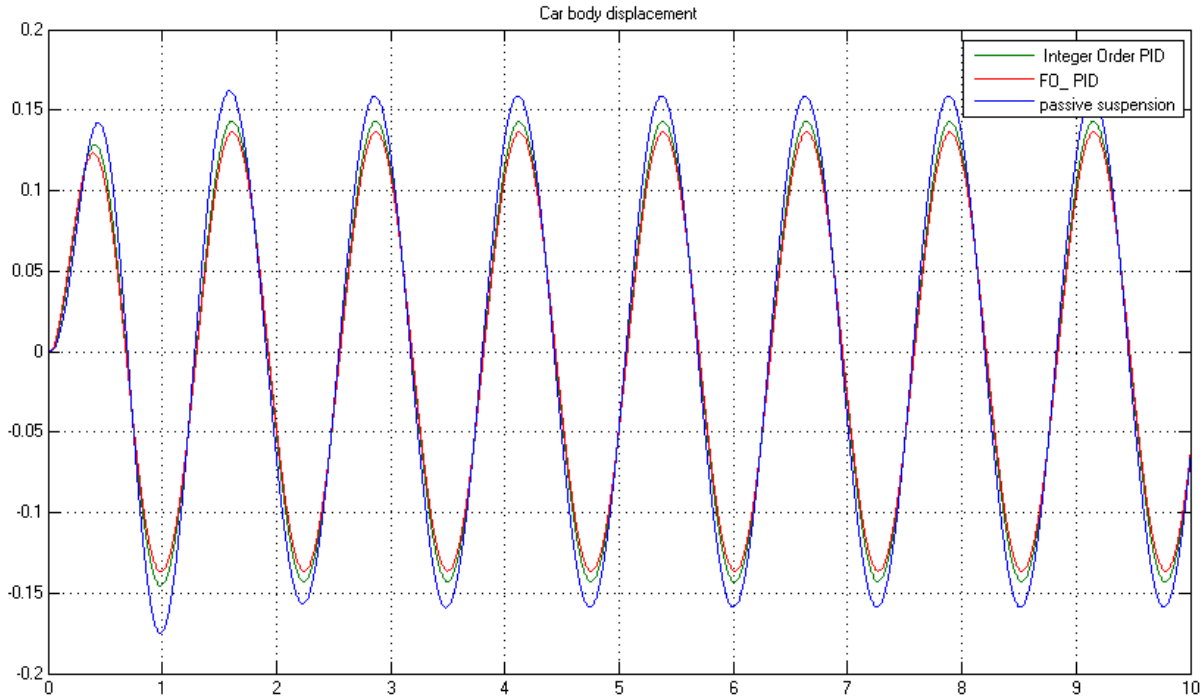


FIG 4. 20: Déplacement de la caisse dans le domaine temporel excité par un signal sinusoidale Amp= 0.1 m

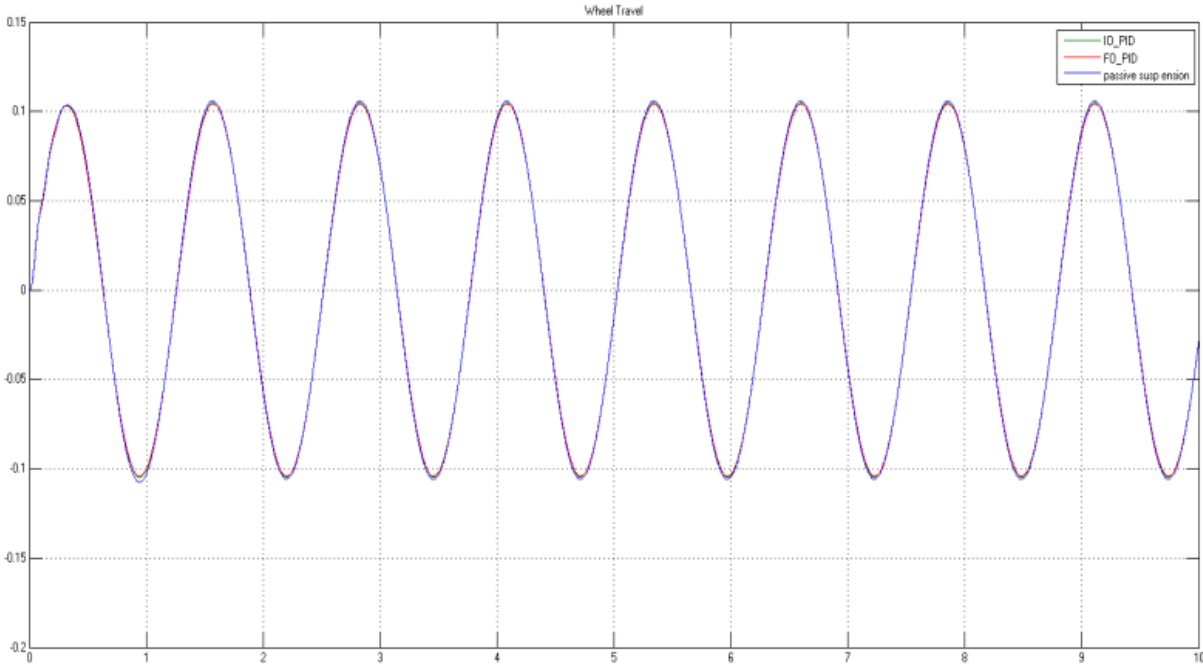
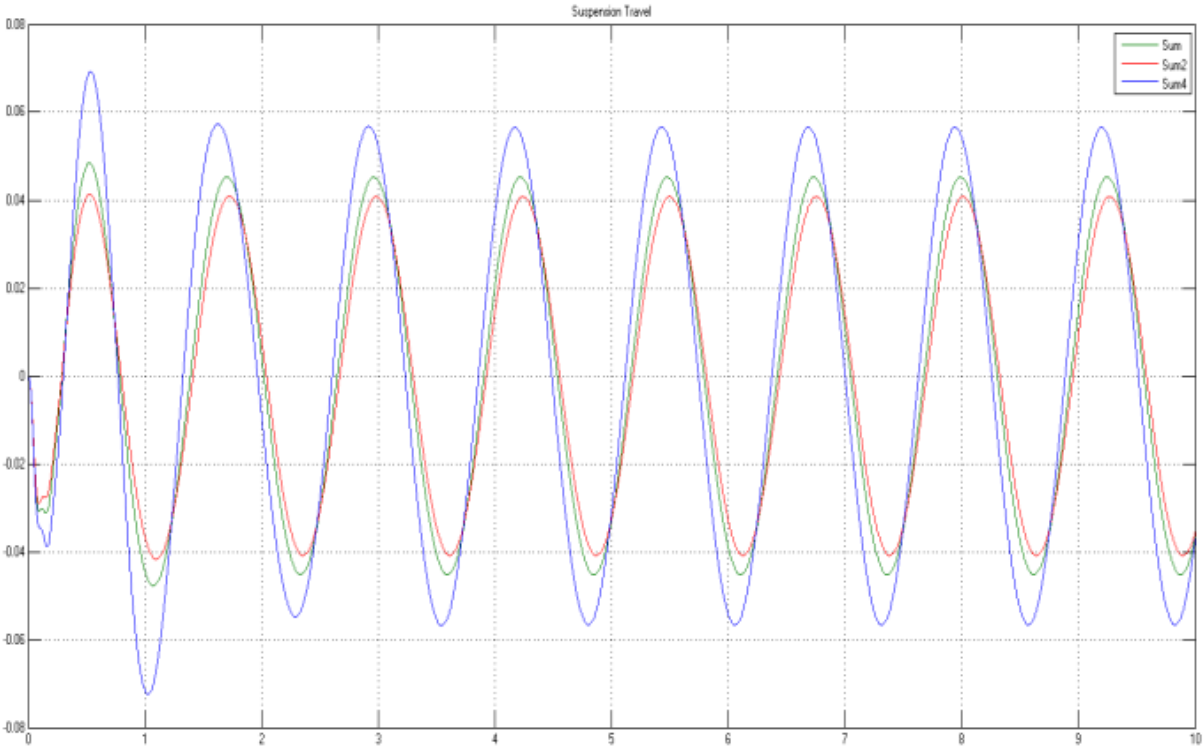
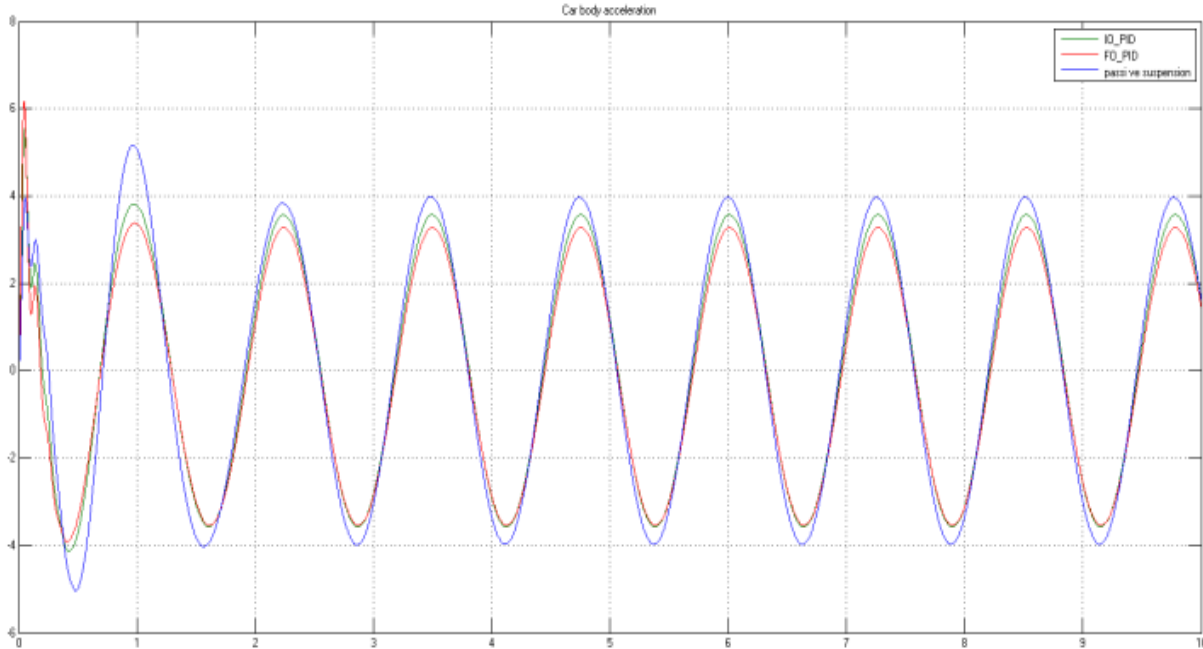


FIG 4. 21: Déplacement de la roue dans le domaine temporel excité par un signal sinusoidale Amp= 0.1 m



**FIG 4. 22: Débattement de la suspension dans le domaine tempore excité par un signale sinusoïdale Amp= 0.1 m**



**FIG 4. 23: Accélération de la caisse dans le domaine tempore excité par un signale sinusoïdale Amp= 0.1 m**

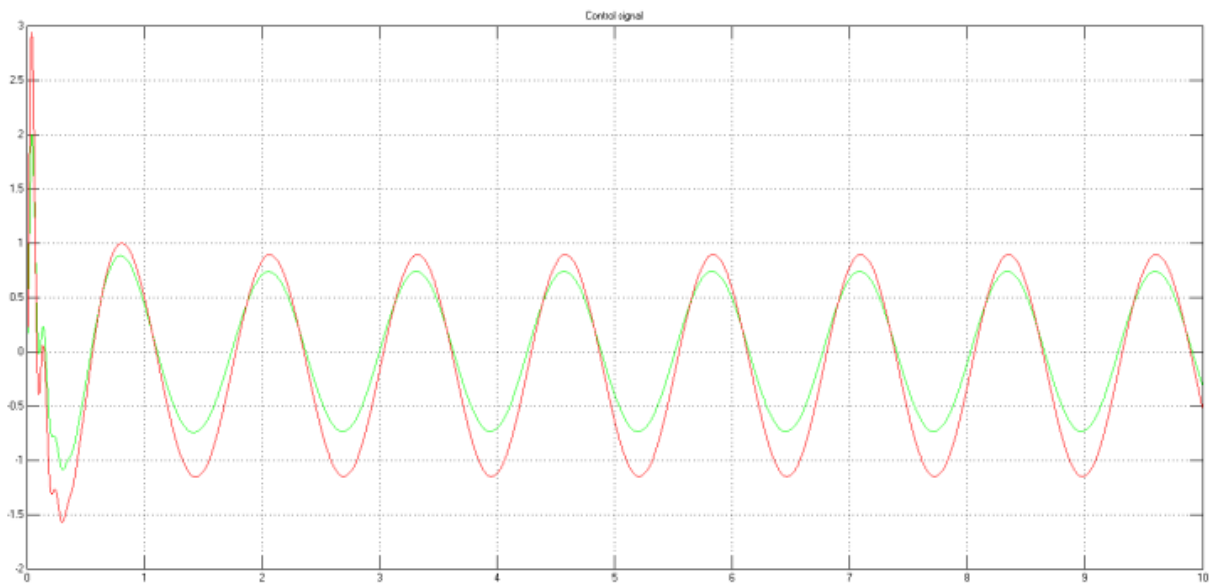


FIG 4. 24: signale de contrôle PIDOF-PIDOE

### ❖ Synthèse

Dans cet exemple, le déplacement minimal de la carrosserie ainsi que le temps d'oscillation réduit après exposition à des perturbations de la route (bosses ou creux) sont obtenus grâce à l'utilisation successive d'un contrôleur PID classique puis d'un contrôleur PID d'ordre fractionnaire.

La nouvelle configuration de commande  $PI^\lambda DD^\mu$  d'ordre fractionnaire combine une action dérivée standard avec des actions intégrale et dérivée d'ordre fractionnaire respectivement notées  $\lambda$  et  $\mu$ . Ces dernières sont approchées par des fonctions rationnelles à l'aide de la méthode de Charef.

Les résultats de simulation montrent que le contrôleur PIDOF permet d'obtenir une réponse du système de suspension plus rapide, avec : un dépassement réduit, un temps de montée et un temps d'établissement plus court, comparé à ceux obtenus avec le contrôleur PID classique.

### 4.6.2 Applications sur un robot industriel

Dans le domaine industriel, de nombreuses tâches complexes ou dangereuses sont confiées à des robots manipulateurs, afin de garantir sécurité, précision et efficacité.

Dans cet exemple, nous étudions le cas d'un robot industriel utilisé pour le déchargement de blocs d'acier lourds à partir d'un four industriel à sol rotatif [138]. Ce robot se déplace horizontalement à l'intérieur du four pour extraire les blocs chauffés.

L'un des défis majeurs dans cette application est d'assurer un déchargement précis, sans heurter les blocs avec la pince de préhension. Cela nécessite donc une commande automatique efficace du positionnement du robot [139].

Dans le système de commande classique initial, le positionnement du robot présente un dépassement de 11 %, ce qui augmente le risque de contact indésirable et prolonge inutilement la course. Il est donc impératif de réduire ce dépassement pour améliorer la sécurité et l'efficacité du processus.

#### ❖ **Modèle du système de positionnement du robot**

Le système de positionnement du robot industriel est basé sur une commande électrohydraulique (voir chapitre 3), afin de pouvoir manipuler de manière fiable les blocs d'acier lourds et chauffés.

La position du robot de déchargement est mesurée à l'aide d'un codeur incrémental linéaire, dont la sortie est convertie en millimètres. Le robot est ensuite aligné au-dessus du centre du bloc cylindrique à décharger. Un système de vision composé d'une caméra vidéo est également utilisé pour mesurer avec précision le déplacement latéral du robot. Un logiciel de traitement d'image dédié calcule la distance entre l'axe du robot industriel et le centre du bloc d'acier, exprimée en millimètres.

Le modèle dynamique du système de positionnement a été obtenu par identification paramétrique, à partir d'un jeu de données expérimentales collectées en conditions réelles [138,140].

La fonction de transfert identifiée du système est donnée par :

$$H(s) = \frac{18.153}{0.75 s^2 + 3.25 s + 1} \quad (4.23)$$

L'objectif principal de ce travail est de concevoir une configuration de commande de type PIDOF pour assurer le positionnement automatique du robot de déchargement. Cette stratégie de commande vise à satisfaire un ensemble d'exigences de performance strictes, à savoir : Absence de dépassement dans la réponse en position, temps de stabilisation inférieur ou égal à 3 secondes, maintien d'un rythme de déchargement de 4 pièces par minute, conformément aux contraintes de production industrielle.

L'approche par commande fractionnaire permet une plus grande flexibilité de réglage, et donc une meilleure adaptation aux spécificités dynamiques du système électrohydraulique du robot manipulateur.

### ❖ Conception du contrôleur d'ordre fractionnaire

La synthèse du contrôleur PID d'ordre fractionnaire (PIDOF) s'effectue en deux étapes principales : La conception initiale d'un contrôleur PID classique, puis l'extension de ce contrôleur vers une structure d'ordre fractionnaire.

#### ➤ Conception du contrôleur PID standard

Pour stabiliser le système de positionnement du robot industriel, un régulateur PID classique est d'abord conçu à l'aide de la méthode du relais. Cette méthode consiste à créer une structure en boucle fermée, comportant : le modèle du processus à commander et un bloc relais avec hystérésis dans la boucle directe, et un retour unitaire (figure FIG 4.25).

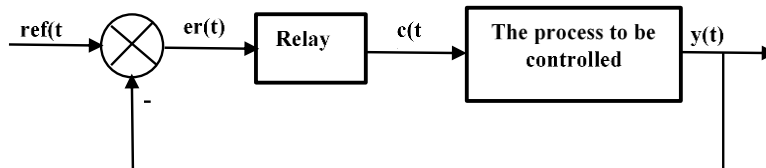


FIG 4. 25: test avec Relais

Le signal de référence est une consigne de déplacement de 1 mm, correspondant à une légère variation de la position de la billette. Le bloc relais, commandé par le signal d'erreur, bascule entre deux niveaux selon un seuil défini, noté  $\varepsilon$ , et génère une oscillation entretenue dans le système.

$$\begin{cases} c(t) = b, & \text{if } er(t) \geq \varepsilon \\ c(t) = -b, & \text{if } er(t) \leq -\varepsilon \end{cases} \quad (4.24)$$

## CHAPITRE 4 : Commande PID d'ordre Fractionnaire

Le signal de sortie  $y(t)$  obtenu présente des oscillations maintenues, illustrées à la figure FIG 4.26. Les grandeurs caractéristiques mesurées à partir de ce signal sont :

- Amplitude maximale :  $A_{max} = 1,1872$  mm,
- Amplitude minimale :  $A_{min} = 0,7836$  mm,
- Période d'oscillation :  $T_u = 0,7747$  s.

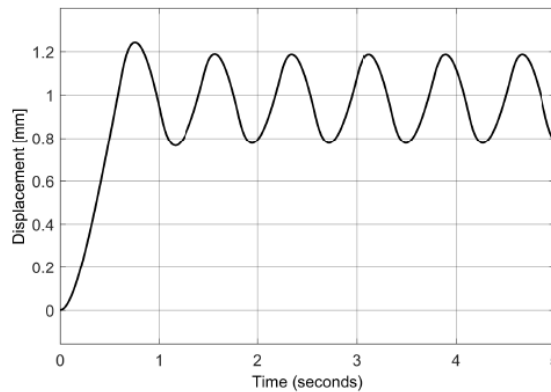


FIG 4. 26: La réponse indicielle de la structure en boucle fermée à rétroaction contenant un relais à hystérésis

Ces données permettent le calcul du gain critique  $k_u$  à l'aide de la relation donnée en (4.25),

$$k_u = \frac{4b}{\pi \frac{A_{max} - A_{min}}{2}} \quad (4.25)$$

ce qui donne :  $k_u = 3,1563$ .

Une fois les paramètres  $T_u$ ,  $k_u$  déterminés, les coefficients du régulateur PID sont calculés selon les règles de Ziegler-Nichols, comme indiqué dans le tableau TAB.4.1.

$$k_p = 0.6 k_u ; \quad T_i = 0.5 T_u ; \quad T_d = 0.12 T_u$$

$$H_{PID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (4.26)$$

$$\text{avec } k_p = 1.18938, \quad T_i = 0.387 \text{ sec}, \quad T_d = 0.0929 \text{ sec} \quad (4.27)$$

Pour tester l'efficacité de cette commande, on considère une billette déplacée de 100 mm vers la droite de l'axe du robot.

La réponse simulée de position du robot sous commande PID est présentée à la figure FIG 4.27.

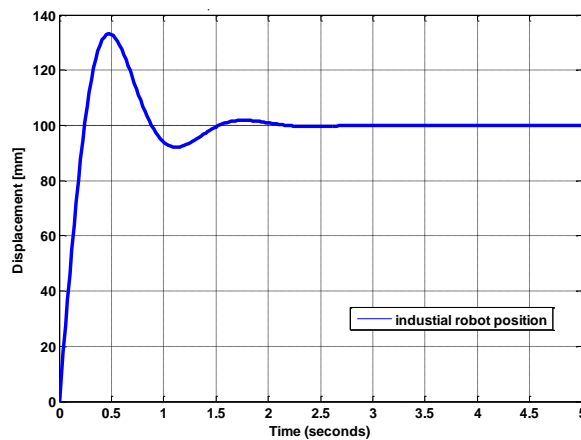


FIG 4. 27: La position du robot à l'aide du contrôleur PID basé sur un relais

La figure FIG 4.27 illustre que la réponse indicielle obtenue présente un dépassement de 36 % pour le système de positionnement, ce qui reste inacceptable au regard des exigences de performance.

Pour améliorer ce comportement, les paramètres du contrôleur PID ont été ajustés par la méthode d'essais-erreurs afin d'éliminer le dépassement. Cela a permis d'obtenir les valeurs suivantes :

$$k_p = 0.118938, \quad T_i = 3.096 \text{ s}, \quad T_d = 0.0929 \text{ s} \quad (4.28)$$

La figure FIG 4.28 montre que ces nouveaux paramètres permettent de supprimer complètement le dépassement, satisfaisant ainsi le critère de dépassement nul du cahier des charges.

Cependant, deux problèmes subsistent : le temps d'établissement reste supérieur à 3 secondes, ce qui ne respecte pas l'exigence de rapidité, ainsi que la variation du signal de commande dépasse la plage de courant unifiée, comme l'illustre la figure FIG 4.29. Ces constats indiquent qu'une action de commande supplémentaire est nécessaire, afin d'adapter le signal de commande à la plage autorisée et réduire le temps d'établissement conformément aux spécifications.

### ➤ Conception de commande PI-I<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup> d'ordre fractionnaire proposée

Dans cet exemple, une nouvelle configuration de commande PID d'ordre fractionnaire, notée (PI-I<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup>), est proposée dans le but de : réduire l'erreur de position, minimiser l'énergie de commande, maintenir des performances globales satisfaisantes pour le positionnement du robot industriel, même lorsque le bloc d'acier est situé à la course maximale de 175 mm.

La forme générale réalisable de ce contrôleur PIDOF est donnée par l'équation suivante:

$$H_{FOPID}(s) = \frac{c(t)}{er(t)} = \frac{k_p}{Ts + 1} \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{1}{T_i s^\lambda} + T_d s^\mu \right) \quad (4.29)$$

Où :  
 $k_p, T_i$  et  $T_d$  sont les mêmes paramètres que ceux du contrôleur PID précédemment ajusté sans dépassement (voir section précédente),  $\lambda$  est l'ordre fractionnaire de l'intégrale,  $\mu$  est l'ordre fractionnaire de la dérivée.

Pour assurer une erreur statique nulle, l'effet intégral classique  $\frac{1}{T_i s}$  est conservé. Les actions fractionnaires  $\frac{1}{T_i s^\lambda}$  et  $T_d s^\mu$  sont introduites afin : de réduire l'impact de la dérivée sur le signal de commande, d'améliorer la robustesse du système, et de diminuer les indicateurs de performance tels que le critère d'erreur quadratique  $J_e$  et le critère quadratique combiné  $J_{eu}$ .

Les valeurs optimales des ordres fractionnaires  $\lambda$  et  $\mu$  sont déterminées par simulations numériques successives, en testant différents couples  $(\lambda, \mu)$ . Les résultats de cette phase d'optimisation sont récapitulés dans le tableau TAB.4.4.

### ❖ Résultats de la simulation

La structure de commande en boucle fermée PIDOF proposée est implémentée et testée par simulation numérique à l'aide de l'environnement MATLAB® Simulink.

Dans ce cadre, les opérateurs intégral et dérivé d'ordre fractionnaire, de respectivement  $\lambda$  et  $\mu$ , sont approximés à l'aide de la méthode de Charef, connue pour sa précision dans la modélisation des systèmes d'ordre non entier.

Pour évaluer la performance du système de commande ainsi que la fidélité du modèle entrée/sortie, deux critères de performance sont calculés : le critère d'erreur quadratique  $J_e$ , basé sur l'erreur de sortie entre la réponse simulée et la consigne ; le critère quadratique combiné  $J_{eu}$ , qui prend en compte à la fois l'erreur de sortie et l'énergie du signal de commande appliqué à l'entrée du système.

Ces deux indicateurs permettent d'évaluer à la fois la précision du suivi de la trajectoire de consigne et l'efficacité énergétique du régulateur.

$$J_e = \sqrt{\sum er(t)^2} , \quad J_u = \sqrt{\sum c(t)^2} \quad (4.30)$$

$$J_{eu} = \sqrt{\alpha \sum er(t)^2 + \beta \sum c(t)^2} \quad (4.31)$$

avec  $\alpha = 0.6$  et  $\beta = 0.4$ .

Le tableau TAB.4.4 présente les valeurs obtenues pour les critères de performance  $J_e$  et  $J_{eu}$  lors de l'application du contrôleur d'ordre fractionnaire proposé au modèle de robot manipulateur.

À l'issue de la procédure de réglage du PIDOF, plusieurs combinaisons de valeurs ont été testées pour les deux paramètres fractionnaires  $\lambda$  et  $\mu$ . D'après les résultats présentés, la meilleure performance est obtenue pour  $\lambda=0,1$  et  $\mu=0,8$ , valeurs pour lesquelles  $J_e=143.870$ ,  $J_{eu}=114.223$ .

Ces résultats indiquent une réduction significative de l'erreur de suivi et une économie d'énergie du signal de commande par rapport aux autres configurations.

En appliquant ensuite la procédure d'identification décrite précédemment, le modèle de fonction de transfert d'ordre fractionnaire du système de positionnement, correspondant à cette configuration optimale (minimisant à la fois  $J_e, J_{eu}$ ), est exprimé par :

$$H_{FOPID}(s) = \frac{c(t)}{er(t)} = \frac{k_p}{Ts + 1} \left( 1 + \frac{1}{T_{iS}} + \frac{1}{T_{iS}^{0.1}} + T_d s^{0.8} \right) \quad (4.32)$$

Le positionnement du robot industriel, en réponse à un signal de référence de 175 mm, a été simulé en utilisant le contrôleur PIDOF.

## CHAPITRE 4 : Commande PID d'ordre Fractionnaire

Afin de comparer les performances entre la structure de commande PID classique (d'ordre entier) et la structure PID d'ordre fractionnaire, les réponses indicielles simulées pour un déplacement identique de la billette (175 mm) ont été superposées sur la même figure (voir FIG. 4.28).

L'analyse de cette figure montre que les performances globales des deux structures sont comparables : erreur statique nulle, temps de stabilisation inférieur à 2,6 secondes.

Cependant, le signal de commande correspondant, illustré dans la figure FIG. 4.29, est notablement réduit dans le cas du modèle d'ordre fractionnaire, ce qui traduit une meilleure efficacité énergétique du contrôleur PIDOF.

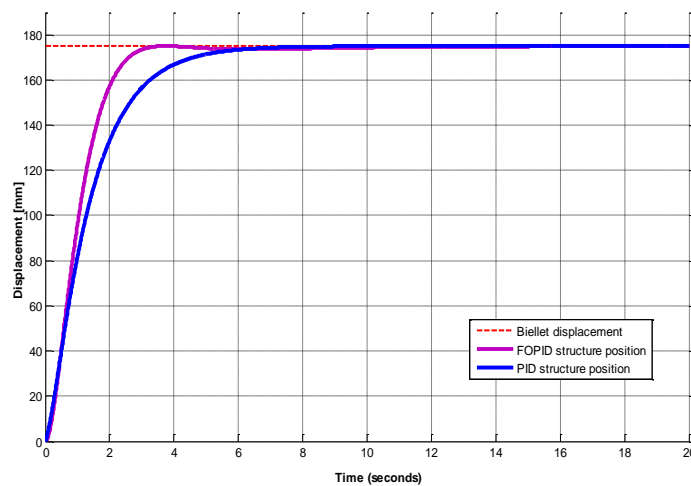


FIG 4. 28: Comparaison entre la position du robot générée par la structure de contrôle PID et la structure de contrôle PIDOF.

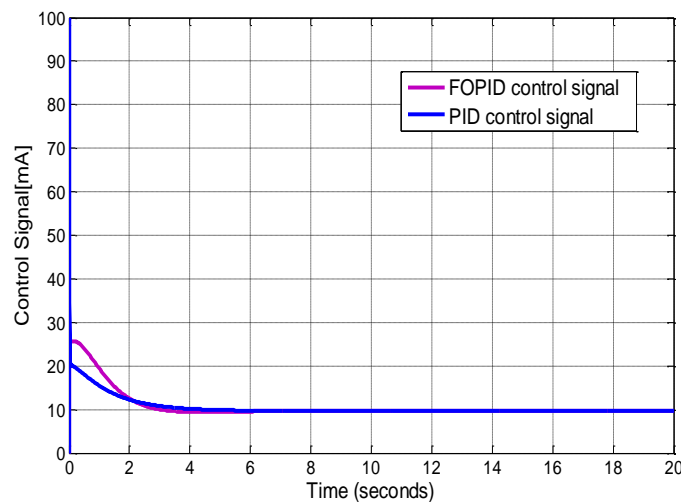


FIG 4. 29: Comparaison entre le signal de commande du robot généré par la structure de contrôle

## CHAPITRE 4 : Commande PID d'ordre Fractionnaire

TAB 4. 4: Les valeurs du critère quadratique obtenues pour différentes valeurs des paramètres fractionnaire

$\lambda \backslash \mu$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.1	$J_e=143.985$	143.966	143.941	143.922	143.908	143.891	143.882	143.870	143.866
	$J_{eu}=115.935$	114.306	114.286	114.270	115.873	114.244	114.234	114.223	761.574
0.2	144.388	144.369	144.341	144.321	144.302	144.287	144.277	144.266	144.259
	114.646	114.630	114.608	114.591	114.575	114.562	114.551	114.54	123.427
0.3	145.192	145.146	145.111	145.088	145.068	145.052	145.042	145.055	145.048
	116.863	115.234	115.207	115.188	115.170	115.156	115.146	116.747	742.611
0.4	146.130	146.067	146.027	146.001	145.978	145.961	145.952	145.941	145.972
	117.586	115.959	115.927	115.905	115.886	115.870	115.861	115.850	110.452
0.5	147.297	147.269	147.223	147.195	147.172	147.156	147.149	147.141	147.136
	116.920	116.897	116.861	116.838	116.818	116.804	116.795	116.787	111.496
0.6	148.786	148.755	148.705	148.677	148.654	148.641	148.637	148.634	148.631
	118.079	118.055	118.015	117.992	117.973	117.960	117.955	117.950	119.453
0.7	150.553	150.520	150.467	150.441	150.421	150.412	150.414	150.417	150.416
	119.453	119.427	119.385	119.364	119.346	119.337	119.336	119.335	115.315
0.8	153.106	153.071	153.018	152.999	152.986	152.986	152.998	153.015	153.018
	121.421	121.393	121.351	121.334	121.322	121.320	121.327	121.337	121.101
0.9	154.650	154.615	154.566	154.551	154.543	154.549	154.566	154.589	154.603
	122.626	122.599	122.559	122.546	122.538	122.540	122.551	122.566	128.229

On observe que les valeurs du critère d'erreur quadratique ainsi que celles de l'erreur quadratique combinée entre les courbes de la figure FIG 4.30 sont nettement inférieures à celles obtenues dans le cas du modèle d'ordre entier. Cela démontre que le modèle représenté par l'équation (4.32) est bien plus précis que celui de l'équation (4.26).

Par conséquent, l'utilisation d'un contrôleur d'ordre fractionnaire pour le système de positionnement du bras robotique est justifiée et pertinente [22].

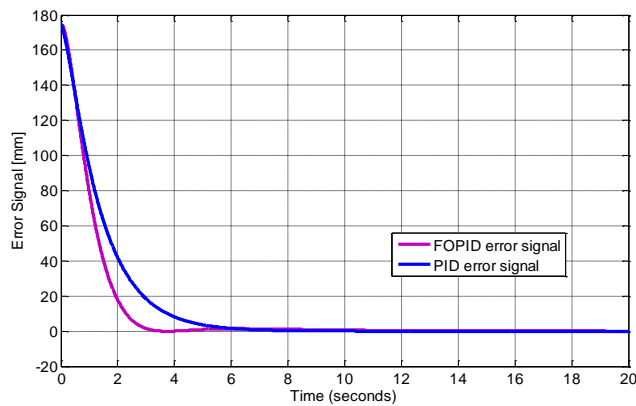


FIG 4. 30: Comparaison entre le signal d'erreur généré par la structure de contrôle PID et la structure de contrôle PIDOF

### ❖ Synthèse

Dans ce travail, le système de positionnement d'un robot industriel a été contrôlé à l'aide d'un régulateur PID d'ordre fractionnaire de type  $PI-I^\lambda D^\mu$ , offrant une plus grande flexibilité dans le réglage des performances dynamiques et une amélioration notable de la précision.

Les simulations mettent en évidence une réduction des oscillations ainsi qu'une diminution de l'amplitude du signal de commande. Cette limitation facilite l'implémentation sur microcontrôleur en réduisant les contraintes numériques et les risques de saturation. Elle contribue également à diminuer les efforts appliqués à l'actionneur, limitant ainsi son usure et améliorant la fiabilité du système.

Ces résultats confirment l'intérêt pratique et industriel de l'approche fractionnaire pour le contrôle des systèmes robotiques.

### 4.7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la définition et à l'étude du contrôleur PID d'ordre fractionnaire, désigné par  $PI^\lambda D^\mu$ , ainsi qu'à la présentation des concepts fondamentaux qui le sous-tendent. Ce contrôleur constitue une extension du PID classique au cas fractionnaire, dans le but d'améliorer les performances dynamiques et robustes des systèmes asservis.

La méthode du relais combinée à un réglage par essais et erreurs a été utilisée pour l'estimation des paramètres du régulateur. L'objectif principal était l'optimisation des gains  $k_p, k_i, k_d$ , ainsi que des ordres fractionnaires  $\lambda$  et  $\mu$ , par la minimisation des critères de performance  $J_e, J_{eu}$ .

Les performances du contrôleur proposé ont été validées à travers deux applications représentatives : la commande d'un système de suspension active d'un quart de véhicule, et le positionnement d'un robot industriel à l'intérieur d'un four rotatif.

Les résultats obtenus montrent que le contrôleur fractionnaire  $PI^\lambda D^\mu$  permet d'obtenir de meilleures performances que le contrôleur d'ordre entier, en termes de temps de réponse, de dépassement, et de robustesse, ce qui en justifie pleinement l'utilisation dans les systèmes de commande avancée.

## CHAPITRE 5 : COMMANDE ADAPTATIVE A MODELE DE REFERENCE D'ORDRE FRACTIONNAIRE

### 5.1 Introduction

Les contrôleurs à gains fixes présentent une nature statique : ils sont incapables de modifier leur comportement en fonction des variations du système ou des perturbations extérieures. Leur efficacité dépend fortement de la précision du modèle mathématique sur lequel ils sont conçus. Or, dans la réalité, la plupart des systèmes sont dynamiques, partiellement connus, et leurs paramètres peuvent évoluer au cours du temps. Par conséquent, ces contrôleurs peuvent devenir inadaptés et entraîner une dégradation des performances du système.

Pour surmonter ces limitations, la tendance actuelle en automatique s'oriente vers des stratégies de commande adaptative, capables de s'ajuster automatiquement aux variations dynamiques du processus ou de l'environnement. Un système de commande adaptatif est ainsi défini comme un dispositif capable de modifier ses propres paramètres en temps réel, en réponse aux changements détectés dans le comportement du système à contrôler. Ce qui distingue fondamentalement ces contrôleurs est la présence de mécanismes d'adaptation, basés à la fois sur les connaissances initiales du système et sur ses mesures passées et présentes.

Les algorithmes de commande adaptative peuvent être classés en deux grandes catégories [18] :

- La commande adaptative indirecte, qui repose sur l'estimation en temps réel des paramètres du système avant le calcul des paramètres du contrôleur ;
- La commande adaptative directe, dans laquelle les paramètres du système ne sont pas estimés explicitement ; seuls les paramètres du régulateur sont ajustés selon une structure définie à l'avance.

Parmi les approches adaptatives directes, la Commande Adaptative à Modèle de Référence (CAMR) occupe une place centrale. Elle consiste à spécifier un modèle de référence décrivant le comportement souhaité du système, et à ajuster les paramètres du régulateur de

## **Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire**

manière à suivre ce modèle. Cette méthode est largement utilisée en raison de sa simplicité de mise en œuvre et de ses bonnes performances dynamiques.

Dans le présent travail, l'objectif est d'étendre le schéma classique de CAMR vers une forme fractionnaire, en introduisant :

- un modèle de référence d'ordre fractionnaire ;
- une loi d'adaptation intégrant un opérateur fractionnaire.

L'intérêt de cette généralisation est de tirer profit des propriétés des systèmes fractionnaires, notamment leur mémoire à long terme et leur meilleure capacité de modélisation des systèmes réels. Une telle approche a déjà été explorée par Vinagre *et al.* [9] en 2002, qui ont démontré l'intérêt de l'utilisation d'intégrales d'ordre non entier dans les lois d'adaptation.

Ce chapitre est structuré comme suit :

- Une présentation générale de la commande adaptative, avec ses définitions, approches (directe et indirecte), et principes fondamentaux (section 5.3) ;
- Un focus sur la CAMR classique avec description de sa structure, de ses lois de commande et de ses mécanismes d'adaptation (section 5.4) ;
- L'introduction de la CAMR d'ordre fractionnaire (section 5.5) ;
- La formulation d'un schéma de CAMR fractionnaire, combinant un modèle de référence d'ordre non entier et une loi d'adaptation intégrant une intégrale fractionnaire (section 5.6).

Enfin, des simulations numériques sont proposées pour évaluer les performances des approches proposées :

- d'une part, sur un bras robotique industriel opérant dans un four à sole tournante ;
- d'autre part, sur un robot flexible à un degré de liberté.

Le chapitre se conclut par une discussion critique des résultats obtenus, accompagnée de remarques sur les avantages, les limites, et les perspectives des méthodes de commande adaptative étudiées.

Nous commencerons par un aperçu historique retraçant les principales étapes du développement de la théorie de la commande adaptative.

### **5.2 Historique**

Les incertitudes et les erreurs de modélisation sont des réalités incontournables dans la commande des systèmes dynamiques. En pratique, la dynamique d'un système n'est pas toujours parfaitement connue, et ses paramètres peuvent évoluer avec le temps. Ainsi, les systèmes de contrôle modernes doivent présenter à la fois robustesse et capacité d'adaptation. Selon le dictionnaire Oxford, le terme *adapter* signifie « rendre adapté à un nouvel usage ou à un nouvel objectif » ou « s'adapter à de nouvelles conditions ». Cette capacité d'adaptation est devenue une caractéristique fondamentale pour garantir la stabilité et les performances des systèmes de commande [141].

Dans ce contexte, un contrôleur adaptatif est conçu pour modifier son comportement en fonction des variations du processus contrôlé et des perturbations externes. Contrairement à une commande classique à boucle fermée à gain constant, qui cherche également à réduire les effets des perturbations, la commande adaptative se distingue par sa capacité à s'ajuster dynamiquement à l'évolution du système.

Plusieurs définitions de la commande adaptative ont été proposées au fil du temps [142]. Lors d'un colloque en 1961, une définition pragmatique fut retenue : « un système adaptatif est un système physique conçu avec une logique adaptative », excluant ainsi les systèmes à rétroaction à gain constant.

Selon la Fédération Internationale de l'Automatique (IFAC) [143], les premières applications de la commande adaptative remontent aux années 1950, notamment dans le secteur aéronautique militaire, où les avions devaient faire face à des dommages en vol. Ces systèmes nécessitaient des stratégies de commande capables de gérer des variations lentes, mais significatives, des paramètres du système (par exemple, la variation de masse due à la consommation de carburant [144]).

## **Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire**

Un événement marquant fut le développement, en 1951, d'un régulateur d'auto- optimisation pour moteur à combustion, testé avec succès en vol. Entre 1957 et 1961, les premières applications de la programmation dynamique introduite par Bellman [145] ont été explorées dans le cadre de la commande adaptative. Vers 1960, le contrôle adaptatif à modèle de référence (MRAC) fut introduit par Whitaker et ses collaborateurs [146], devenant une méthode de référence dans le domaine [147,148]. Cette approche repose sur la comparaison entre la sortie du système et celle d'un modèle de référence prédéfini, en ajustant les paramètres pour minimiser l'écart. En 1965, la théorie de Lyapunov fut intégrée à cette méthode afin d'analyser la stabilité du système adaptatif.

Durant les décennies 1970–1980, les recherches ont connu un essor significatif avec l'introduction des régulateurs à réglage automatique, de la programmation de gain, et d'applications concrètes dans le contrôle des systèmes de vol. À partir des années 1980, la commande adaptative a été progressivement introduite dans l'industrie, notamment dans les systèmes de contrôle de procédés [141]. Au début des années 1990, les questions liées à la robustesse de ces régulateurs ont été sérieusement abordées.

De nombreuses réalisations pratiques illustrent l'évolution de cette discipline : dans [149], la règle MIT a été utilisée pour commander un système boule et poutre, tandis que [150] décrit une application sur un UAV (quadricoptère), et [151] sur des véhicules sous-marins autonomes.

### **Vers le contrôle adaptatif fractionnaire**

L'introduction du calcul fractionnaire dans la commande des systèmes dynamiques est un domaine de recherche récent et prometteur [6,152]. Le contrôle adaptatif fractionnaire, et plus spécifiquement le contrôle adaptatif à modèle de référence fractionnaire (CAMROF), est l'un des axes les plus innovants dans ce champ. Depuis plus d'une décennie, des tentatives ont été menées pour intégrer des modèles d'ordre fractionnaire dans la boucle de commande adaptative [8].

Les premiers résultats ont mis en évidence l'intérêt de modèles de référence d'ordre fractionnaire, notamment pour améliorer les performances dynamiques des systèmes contrôlés, grâce aux propriétés particulières des opérateurs fractionnaires [153].

## **Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire**

---

Aujourd'hui, le CAMROF suscite un intérêt croissant, avec des applications dans des domaines variés : mécanique, électricité, chimie, biologie, économie, modélisation,

identification des systèmes, commande robuste, mécatronique, et robotique.

Plusieurs études illustrent les capacités du CAMROF : supervision d'un réservoir conique [154], régulation insuline-glucose d'ordre fractionnaire [14], anesthésie médicale [15], contrôle latéral d'un AGV (véhicule autonome guidé) [155], contrôle de température dans une chaudière [17], supervision d'un système multi-sources d'énergie renouvelable [18], ou encore régulation de la vitesse dans les véhicules électriques [19].

### **Application aux systèmes robotiques**

La commande CAMROF a également été appliquée aux robots industriels, notamment aux manipulateurs [20–23]. Concernant les robots flexibles, plusieurs variantes ont été explorées [24-30].

La majorité de ces approches CAMROF repose sur l'utilisation d'algorithmes adaptatifs à base de gradient, tels que la règle MIT, adaptée au cadre fractionnaire. L'intégration d'opérateurs d'ordre fractionnaire dans les lois d'adaptation permet non seulement d'assurer la stabilité du système, mais aussi d'obtenir de meilleures performances par rapport aux approches classiques à ordre entier [156,157].

### **5.3 La commande adaptative**

Lorsqu'un ingénieur est confronté à un problème de régulation de processus, une question essentielle se pose : *dans quelles conditions doit-on recourir à un contrôleur adaptatif ?* En effet, la littérature rapporte de nombreux cas où une commande à gain constant peut offrir des performances comparables à celles d'un régulateur adaptatif. Ainsi, le choix d'une stratégie de commande adaptative dépend fortement du contexte du système à réguler. Une approche de prise de décision quant à l'usage de la commande adaptative est illustrée dans la figure FIG 5.1.

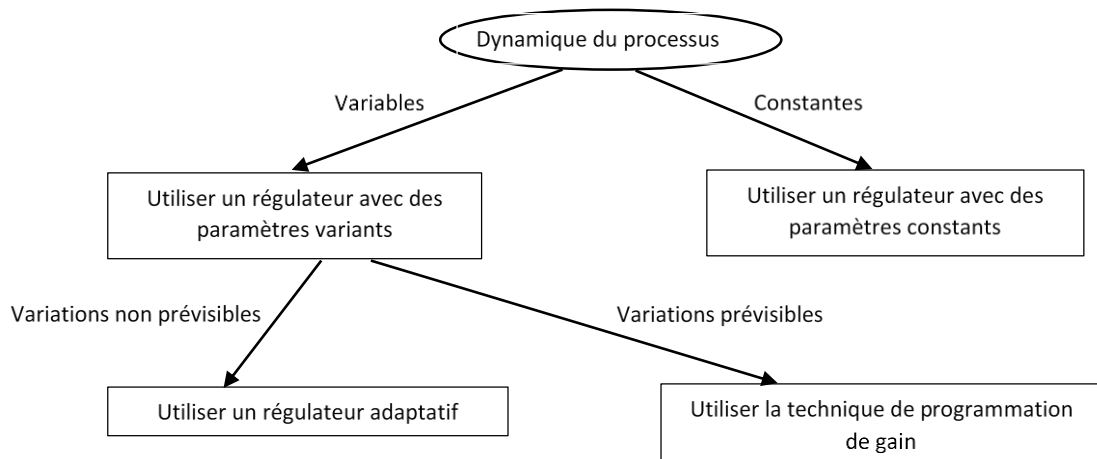


FIG 5. 1: Procédure de sélection du contrôleur à utiliser

Une loi de commande adaptative est définie comme une loi dont les paramètres sont ajustés en temps réel à partir d'informations collectées sur le comportement du système. L'objectif est de garantir ou de restaurer un certain niveau de performance, même lorsque les paramètres du système sont inconnus ou sujets à des variations temporelles [158,159].

Selon [148], un contrôleur adaptatif est constitué d'un régulateur à paramètres ajustables, associé à un mécanisme d'adaptation permettant la mise à jour continue de ces paramètres. D'un point de vue structurel, un système de commande adaptative comprend généralement deux boucles fermées : La première boucle assure la régulation classique à l'aide d'un contrôleur connecté au processus. La seconde boucle est dédiée à l'ajustement automatique des paramètres, comme représenté dans le schéma de la FIG 5.2.

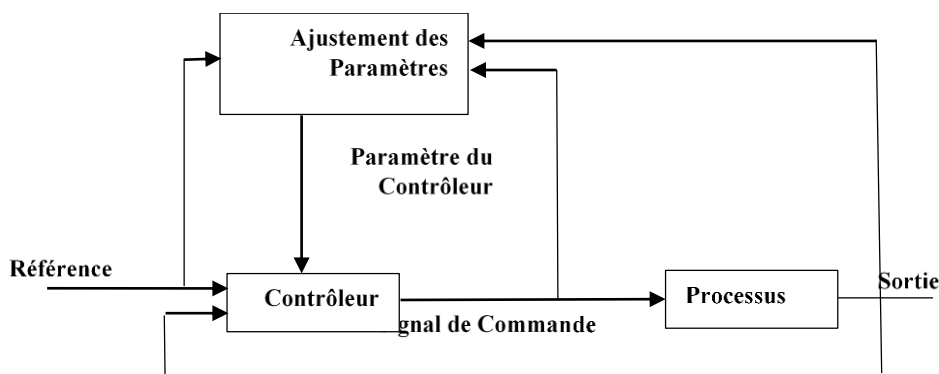


FIG 5. 2: schéma de la Commande Adaptative

## **Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire**

Les principales fonctions d'un système de commande adaptative peuvent être résumées comme suit [158,159] :

1. Réglage automatique du régulateur, ce qui réduit les temps d'ajustement et améliore les performances.
2. Identification automatique des paramètres optimaux du contrôleur pour différents points de fonctionnement du procédé.
3. Maintien des performances requises, même en présence de variations des paramètres du système.
4. Possibilité d'implémentation de contrôleurs avancés, plus performants que les PID traditionnels, grâce à l'ajustement automatique des paramètres.
5. Détection des changements anormaux du processus, pouvant résulter de perturbations structurelles ; ces anomalies sont souvent identifiables via les évolutions des paramètres ajustés.
6. Intégration dans de nouveaux procédés technologiques, où l'adaptation permet d'assurer la robustesse et la stabilité du fonctionnement.

Les lois de commande adaptative sont classées en deux grandes catégories [8] :

- La commande adaptative directe (ou implicite), où les paramètres du contrôleur sont ajustés directement sur la base des erreurs et signaux mesurés.
- La commande adaptative indirecte (ou explicite), où un modèle du système est identifié en ligne, et les paramètres du contrôleur sont ensuite calculés à partir de ce modèle.

### **5.3.1 Commande adaptative indirecte**

Plutôt que de mesurer directement les paramètres d'un système en temps réel, une approche alternative consiste à les estimer dynamiquement. Cette méthode relève du domaine de l'identification en ligne et constitue le principe fondamental de la commande adaptative indirecte, également appelée commande adaptative auto-ajustable. Ce concept a été introduit par Kalman en 1958.

Dans ce cadre, les paramètres estimés du système sont exploités pour déterminer les paramètres du régulateur à l'aide de relations algébriques établissant un lien explicite entre la dynamique du système et celle du contrôleur. Ce mécanisme est illustré par la figure FIG 5.3.

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

De nombreux travaux ont été consacrés à cette approche. On peut citer les contributions classiques de [148,160,161], ainsi que des recherches plus récentes telles que celles de [162-164].

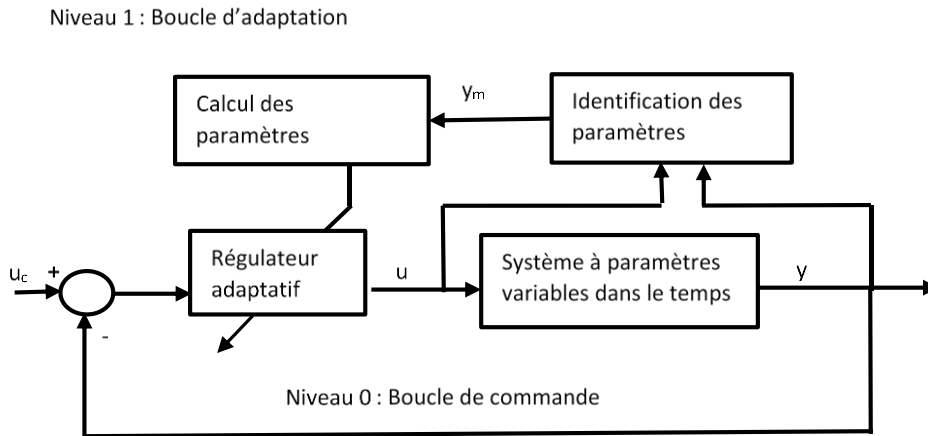


FIG 5. 3: Schéma de commande adaptative indirecte

### 5.3.2 Commande adaptative directe

Contrairement à la commande adaptative indirecte, la commande adaptative directe ne repose pas sur l'estimation explicite des paramètres du système. En effet, les gains du contrôleur sont ajustés directement à partir des données mesurées en sortie, notées  $y$ , comme illustré dans la figure FIG 5.4.

L'absence d'un estimateur de paramètres rend cette approche moins exigeante en termes de calculs, ce qui constitue un avantage non négligeable dans les applications en temps réel. Grâce à sa simplicité de mise en œuvre, cette stratégie est particulièrement attrayante dans divers domaines.

Parmi les nombreuses applications de la commande adaptative directe, on peut citer: les structures flexibles de grande taille [72], les robots manipulateurs [165,166,21], les systèmes de pilotage maritime [167], les moteurs à courant continu [168], les systèmes aéronautiques [169], les missiles [170], ainsi que les servomécanismes non linéaires présentant des incertitudes dépendant du temps [171,168].

Le schéma de principe de cette stratégie est présenté à la figure FIG 5.4 [158,172].

La méthode la plus répandue et la plus utilisée dans la catégorie des commandes adaptatives directes reste la Commande Adaptative à Modèle de Référence (CAMR).

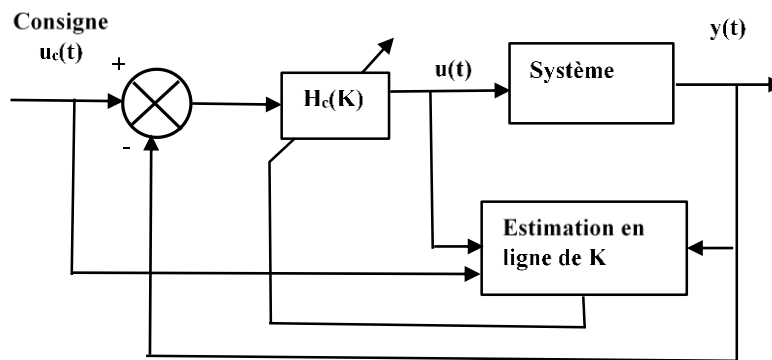


FIG 5. 4: Schéma d'une commande adaptative directe.

### 5.4 Commande Adaptative à Modèle de Référence (CAMR)

Grâce à sa simplicité de mise en œuvre et à son efficacité éprouvée, la Commande Adaptative à Modèle de Référence (CAMR) constitue l'une des approches les plus répandues dans le domaine de la commande adaptative. Elle repose sur l'idée de contraindre le système à reproduire le comportement d'un modèle de référence prédéfini, reflétant les performances souhaitées en boucle fermée.

Le schéma initial de la commande CAMR a été proposé par Whitaker en 1958, dans le contexte de la commande des avions [173]. Cette structure de base comprend quatre éléments principaux : le processus à commander, un modèle de référence décrivant la réponse idéale, un contrôleur adaptatif, et un mécanisme d'ajustement chargé de modifier les paramètres du contrôleur en ligne.

La commande CAMR consiste à ajuster directement les paramètres du régulateur à partir de l'erreur de suivi, définie comme la différence entre la sortie réelle du système  $y(t)$  et celle du modèle de référence  $y_m(t)$ , soit :  $e(t) = y(t) - y_m(t)$ . L'objectif principal est de minimiser cette erreur, idéalement de la rendre nulle. L'adaptation ne se déclenche que lorsque le système s'écarte du comportement de référence, ce qui la rend particulièrement adaptée aux systèmes incertains ou variables dans le temps [174].

Les principes fondamentaux de la CAMR peuvent être résumés comme suit [175] :

1. Le système commandé doit suivre la trajectoire du modèle de référence.
2. L'erreur de poursuite  $e(t)$  mesure l'écart entre la sortie du système et celle du modèle de référence.
3. La commande est basée sur une loi de rétroaction (feedback).

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

4. Le contrôleur est couplé à un mécanisme d'ajustement des paramètres.
5. Ce mécanisme génère des estimations en temps réel des paramètres du contrôleur.
6. La conception globale comprend la loi de commande et le mécanisme d'adaptation.

La Figure FIG 5.5 présente la structure typique d'un système CAMR.

Dans cette architecture, l'écart entre la sortie du processus et celle du modèle de référence constitue un indicateur de performance, utilisé par le mécanisme d'adaptation. Ce dernier tient également compte de l'entrée de commande et de la sortie du procédé pour ajuster dynamiquement les paramètres du contrôleur [158].

Enfin, la mise en œuvre du mécanisme d'ajustement des paramètres peut se faire selon deux approches principales : la méthode du gradient, aussi appelée règle du MIT, ou encore à partir de la théorie de la stabilité, notamment via l'utilisation de fonctions de Lyapunov.

### 5.4.1 Les types des systèmes adaptatifs à modèle de référence

Il existe plusieurs types de systèmes adaptatifs à modèle de référence (SAMR), dont la classification repose principalement sur leur structure [176,177]. On distingue généralement trois catégories : SAMR parallèle, SAMR série, SAMR série-parallèle. La structure parallèle (illustrée à la Figure FIG 5.5) est la plus répandue. Elle est souvent nommée la méthode de l'erreur de sortie, notamment dans le cadre des approches d'identification adaptative [148].

Chaque type de structure présente des caractéristiques spécifiques en termes de performance, de robustesse, et de complexité d'implémentation, ce qui influence le choix selon la nature du système à contrôler et les exigences de l'application considérée.

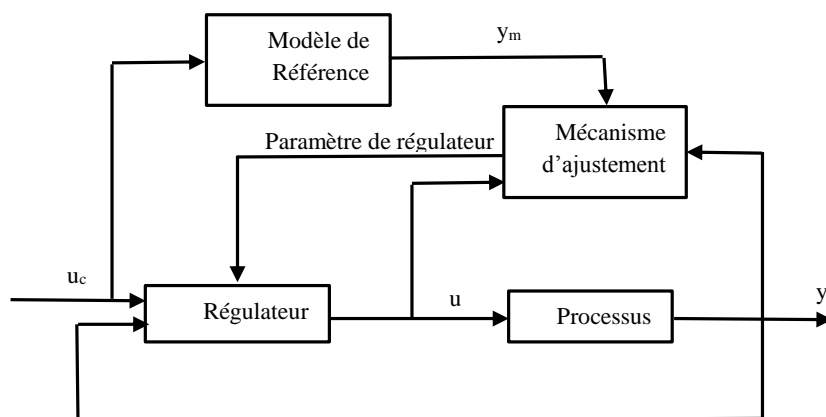


FIG 5. 5: Structure parallèle d'une commande adaptative à modèle de référence

### **5.4.2 Description d'un SAMR**

Dans ce qui suit, nous présentons une description générale d'un Système Adaptatif à Modèle de Référence (SAMR) telle qu'elle est donnée dans [178], et qui servira de base de travail tout au long de ce chapitre. Afin de pouvoir synthétiser les lois d'adaptation de manière rigoureuse, certaines hypothèses fondamentales sont posées :

- Le modèle de référence doit être un système linéaire invariant dans le temps.
- Le modèle de référence et le système ajustable possèdent les mêmes dimensions.
- Tous les paramètres du système ajustable sont accessibles à l'adaptation (dans le cadre d'une adaptation paramétrique).
- Au cours du processus d'adaptation, les paramètres du système ajustable sont uniquement influencés par le mécanisme d'adaptation.
- Aucun signal externe, autre que le vecteur d'entrée, n'interagit avec le système.
- La différence initiale entre les paramètres du modèle de référence et ceux du système ajustable est connue.
- Le vecteur d'erreur de sortie est mesurable en tout temps.

Ces hypothèses permettent de garantir la cohérence théorique du schéma adaptatif et facilitent l'analyse de la stabilité et de la convergence du système en boucle fermée.

### **5.4.3 Suivi du modèle**

Le problème du suivi de modèle peut être abordé efficacement par la méthode de placement des pôles. L'idée centrale est de définir la performance souhaitée à l'aide d'un modèle mathématique de la réponse désirée, qu'il soit linéaire ou non linéaire. Ensuite, les paramètres du système sont ajustés afin que la sortie réelle  $y(t)$  converge vers la sortie du modèle de référence  $y_m(t)$ , pour une classe donnée de signaux d'entrée.

Considérons  $u(t)$  le signal de commande et  $y(t)$  la sortie du système, alors le modèle du système peut être écrit sous la forme :

$$y(t) = \frac{B}{A} u(t) \quad (5.1)$$

où :

- $A$  et  $B$  sont des Polynômes de l'opérateur différentiel  $p$ .
- $A$  et  $B$  sont coprimés (premiers entre eux, i.e. ils n'ont aucun facteur commun).
- $\text{degré } A \geq \text{degré } B$  (système propre ou causal).
- $A$  est monique (i.e. son coefficient de plus haut degré est égal à 1).

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

Le modèle de référence décrivant la réponse souhaitée à une consigne  $u_c$  est défini comme:

$$y_m(t) = \frac{B_m}{A_m} u_c(t) \quad (5.2)$$

Où les  $A_m$  et  $B_m$  sont des polynômes de l'opérateur différentiel  $p$ .

Une loi de commande linéaire générale peut être exprimée sous la forme :

$$R u(t) = T u_c(t) - S y(t) \quad (5.3)$$

avec :  $R(p)$ ,  $S(p)$  et  $T(p)$  des polynômes de l'opérateur  $p$ .

Cette loi de commande représente :

- une contre réaction (feedback) négative avec l'opérateur de transfert  $[-S/R]$
- une réaction directe (feedforward) avec l'opérateur de transfert  $[T/R]$ .

Elle possède ainsi deux degrés de liberté, ce qui permet une plus grande souplesse dans l'ajustement de la performance dynamique.

Le schéma-bloc du système en boucle fermée correspondant est représenté dans la figure FIG 5.6.

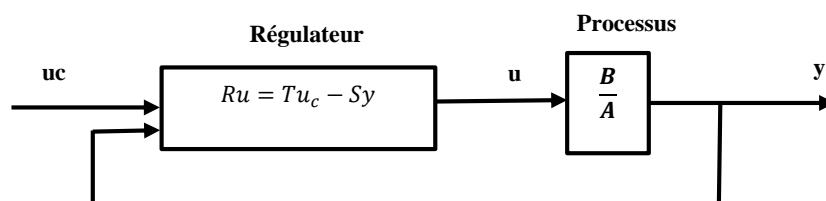


FIG 5. 6: Système en boucle fermée avec un régulateur linéaire

Le transfert de  $u$  entre l'équation (5.1) et (5.3), on obtient l'équation du système en boucle fermée :

$$(AR + BS)y = BTu_c \quad (5.4)$$

Pour obtenir la réponse désirée en boucle fermée,  $A_m$  divise le polynôme  $AR + BS$ .

Les zéros de processus, indiqués par  $B=0$ , seront aussi des zéros en boucle fermée.

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

Des zéros instables ou non amortie, ne peuvent pas être simplifiés ; le polynôme  $B$  est factorisé comme suit :

$$B = B^+ B^- \quad (5.5)$$

Dans cette équation,  $B^+$  contient les facteurs qui peuvent être simplifiés, et  $B^-$  contient les facteurs restants de  $B$ . Les zéros de  $B^+$  doivent être stables et bien amortie. Pour que la factorisation soit unique, on suppose que  $B^+$  est monique.

Il suit à partir de l'équation (5.4) que le polynôme caractéristique de système en boucle fermée est  $(AR + BS)$ . Ce polynôme doit avoir  $A_m \cdot B^+$ , comme facteur et sera généralement d'un ordre plus supérieur que  $A_m \cdot B^+$ , Le facteur restant peut être interprété comme un observateur dynamique. Il y a ainsi trois types de facteurs du polynôme caractéristique : zéros du processus simplifiés donnés par  $B^+$ , les pôles des modèles désirés sont donnés par  $A_m$ , et les pôles d'observateur qui sont donnés par l'observateur  $A_0$ . Alors :

$$AR + BS = B^+ A_0 A_m \quad (5.6)$$

Cette équation est appelée l'équation de *diophantine* (ou *identité Bezout*).

Il suit à partir de cette équation que  $B^+$  divise  $R$ , alors :

$$R = B^+ R_1 \quad (5.7)$$

La division de l'équation (5.6) par  $B^+$  donne :

$$AR_1 + B^- S = A_0 A_m \quad (5.8)$$

La relation donnée par l'équation (5.4) entre le signal de commande  $u_c$  et la sortie du processus  $y$  devrait être égale à la réponse en boucle fermée désirée donnée par l'équation (5.2). Les spécifications doivent être telles que  $B^-$  divise  $B_m$ , Par conséquent :

$$B_m = B^- B'_m \quad T = A_0 B'_m \quad (5.9)$$

Pour accomplir la solution du problème nous devons donner une condition pour garantir l'existence des solutions de l'équation (5.8) qui donnent un modèle en temps continu appropriée aux lois de commande [176], [179]:

$$\text{Deg}A_0 \geq 2\text{deg}A - \text{deg}A_m - \text{deg}B^+ + 1 \quad (5.10)$$

$$\text{deg}A_m - \text{deg}B_m \geq \text{deg}A - \text{deg}B \quad (5.11)$$

La procédure de conception obtenue appelée aussi placement de pôles de degré minimal peut être résumée dans l'algorithme suivant :

*Algorithme : Placement de pôles de degré minimal*

*Données : Polynômes A, B*

*Spécification : Polynômes  $A_m, B_m$  et  $A_0$*

*Conditions de comptabilité :*

$$\text{deg } A_m = \text{deg } A$$

$$\text{deg } B_m = \text{deg } B$$

$$\text{deg } A_0 = \text{deg } A - \text{deg } B^+ - 1$$

$$B_m = B^- B'_m$$

*Etape 1 : Factoriser B tel que  $B = B^+ B^-$ , où  $B^+$  est monique*

*Etape 2 : trouver une solution  $R'$  et  $S$  avec  $\text{deg } S < \text{deg } A$  à partir de*

$$AR' + B^- S = A_0 A_m$$

*Etape 3 : A partir de  $R = R' B^+$  et  $T = A_0 B'_m$ , calculer le signal de commande en utilisant la loi de commande  $Ru = Tu_c - Sy$*

### 5.4.4 La Règle MIT

La méthode du gradient ou la règle MIT a été développée dans le Massachusetts Institute of Technology (M.I.T) (Maintenant Laboratoire de Draper) [72] ; elle est utilisée pour appliquer l'approche CAMR à un système pratique.

Pour appliquer la loi MIT, on considère un système en boucle fermée dans lequel le régulateur possède un vecteur des paramètres ajustables  $\theta$  (connu sous le nom du paramètre de commande), et la réponse désirée en boucle fermée est spécifiée par la sortie de modèle de référence  $y_m$ .

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

Généralement pour appliquer la méthode du gradient (règle MIT), il faut le mettre sous forme d'un problème d'optimisation où les variables de décision sont les paramètres du régulateur. L'ajustement des paramètres du régulateur se fait d'une manière à minimiser une fonction de coût(ou fonction de perte)  $J$  définie par:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (5.12)$$

Soit  $e$  l'erreur entre la sortie  $y$  de la boucle fermée et celle du modèle de référence  $y_m$

Ainsi, les paramètres sont modifiés dans le sens du gradient négatif de  $J$ , donc :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\delta J}{\delta \theta} = -\gamma e \frac{\delta e}{\delta \theta} \quad (5.13)$$

L'équation (5.13) est la fameuse loi de MIT. Le terme dérivé partielle  $\frac{\delta e}{\delta \theta}$ , est appelée la dérivée de la sensibilité du système. Cela montre comment l'erreur est dépendante du paramètre ajustable  $\theta$ . En supposant que la variation des paramètres est plus lente que celle des autres variables du système, la dérivée  $\frac{\delta e}{\delta \theta}$  peut être évaluée en considérant que  $\theta$  est constant, voir figure FIG. 5.7.

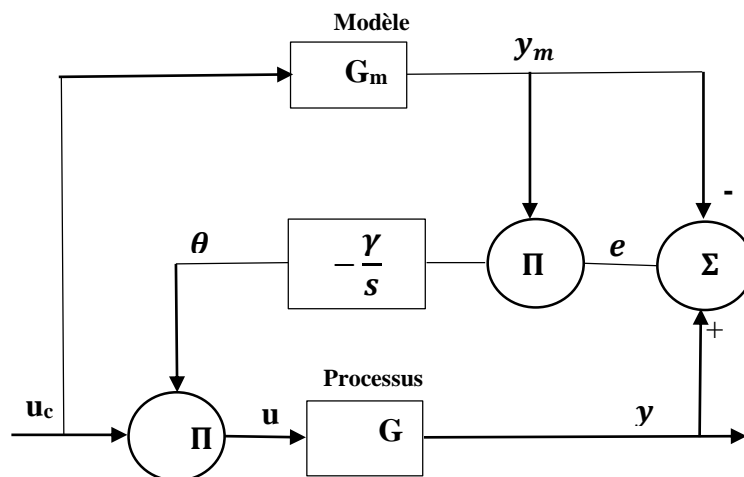


FIG 5. 7: Algorithme classique d'Adaptation

Il existe plusieurs alternatives pour choisir la fonction de coût  $J$  donnée par l'équation (5.12). De même  $d\theta/dt$  peut aussi avoir différentes relations pour différentes applications.

Si on choisit:

$$J(\theta) = |e| \quad (5.14)$$

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

La méthode du gradient donne,

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\delta e}{\delta \theta} \text{sign}(e) \quad (5.15)$$

Le premier SAMR qui fût implémenté était basé sur cette formule.

Cependant il existe beaucoup d'autres possibilités, par exemple :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \text{sign}\left(\frac{\delta e}{\delta \theta}\right) \text{sign}(e) \quad (5.16)$$

Qui est appelée l'*algorithme du sign-sign*. Une version discrète de cet algorithme est utilisée en télécommunications, dans laquelle une implémentation simple et des calculs rapides sont requis.

$$\text{où: } \text{sign}(e) = \begin{cases} 1 & \text{pour } e > 0 \\ 0 & \text{pour } e = 0 \\ -1 & \text{pour } e < 0 \end{cases} \quad \text{et } \gamma: \text{ le gain d'adaptation}$$

On peut décrire le problème de la commande à modèle de référence comme suit : Soit  $G_m(s)$  la fonction de transfert du modèle de référence spécifiant les performances désirées. Soit  $G_{BF}(s, \theta)$  la fonction de transfert du processus en boucle fermée où  $\theta$  est le vecteur des paramètres ajustables.  $u_c$  est le signal de référence.

L'objectif de système de commande est d'ajuster les paramètres du régulateur tel que l'erreur  $e(t)$  tende vers zéro et que :

$$e(t) = (G_{BF}(s, \theta) - G_m(s))u_c(t)$$

La loi de M.I.T. donnée par

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \varphi e \quad (5.17)$$

$$\text{Tel que } \varphi = -\frac{\delta e}{\delta \theta}$$

### Remarques

- Le but des SAMR est de faire converger l'erreur  $e = y - y_m$  vers zéro. Cela n'implique pas nécessairement que les paramètres du régulateur convergent vers leurs valeurs correctes.
- Le choix du gain d'adaptation est crucial et dépend des niveaux des signaux.

L'algorithme normalisé :

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \frac{\varphi e}{\alpha + \varphi^T \varphi} \quad (5.18)$$

est moins sensible aux niveaux des signaux.

- Le système obtenu avec la loi de M.I.T fonctionne pour de petits gains d'adaptation, des comportements plus complexes peuvent apparaitre pour de grands gains d'adaptation.

### **5.4.5 Réalisation du Régulateur du CAMR**

La méthode de conception du régulateur peut être résumée comme suit :

1. Trouver une structure du régulateur qui permet une poursuite parfaite de la sortie.
2. Calculer l'erreur de modèle.
3. Utiliser la loi d'ajustement des paramètres (5.17) ou la loi normalisée (5.18).

#### **❖ Structure du Régulateur**

On suppose que le processus est décrit par le modèle continu suivant :

$$Ay(t) = b_0 Bu(t) \quad (5.19)$$

où les polynômes A et B sont supposés qu'ils n'ont pas de facteurs communs, le polynôme B est monique et a tous ses zéros dans le demi-plan gauche. La variable  $b_0$  est dite gain instantané ou gain à hautes fréquences [53].

Le régulateur peut être écrit sous la forme suivante :

$$Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t)$$

Puisque le polynôme B est stable, les pôles correspondants peuvent être compensés par le régulateur. Cela correspond à  $R = R_1 B$ .

Le système en boucle fermée est obtenu quand le régulateur est appliqué au processus (5.19):

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

$$(AR_1 + b_0S)y = b_0Tu_c \quad (5.20)$$

Si le polynôme  $T$  est choisi tel que  $T = t_0A_0$ , ou  $A_0$  est un polynôme monique et stable,  $R_1$  et  $S$  satisfont :

$$AR_1 + b_0S = A_0A_m \quad (5.21)$$

Il est possible de réaliser une poursuite de modèle tel que :

$$A_m y_m(t) = b_0 t_0 u_c(t) \quad (5.22)$$

### ❖ L'erreur de modèle

A partir des équations (5.19) et (5.20) on obtient [72] :

$$A_0A_m y = AR_1 y + b_0S y = R_1 b_0 B u + b_0S y \quad (5.23)$$

Introduisons l'erreur  $e = y - y_m$  dans les équations (5.22) et (5.23) :

$$A_0A_m e = A_0A_m (y - y_m) = b_0(Ru + Sy - Tu_c)$$

Donc :

$$e = \frac{b_0}{A_0A_m} (Ru + Sy - Tu_c) \quad (5.24)$$

Soient  $k$ ,  $l$  et  $m$  les degrés des polynômes  $R$ ,  $S$  et  $T$  respectivement. Introduisons le vecteur des paramètres du régulateur :

$$\theta^0 = (r_1 \dots r_k \ s_0 \dots s_l \ t_0 \dots t_m) \quad (5.25)$$

et on définit le vecteur de régression (ou de mesures)  $\phi$  contenant les signaux d'entrée (commande)  $u$  et de sortie  $y$  et le signal de référence  $u_c$  :

$$\begin{aligned} \phi^T &= \left[ \frac{\delta e}{\delta r_1} \frac{\delta e}{\delta r_2} \dots \frac{\delta e}{\delta r_k} \quad \frac{\delta e}{\delta s_0} \frac{\delta e}{\delta s_1} \dots \frac{\delta e}{\delta s_l} \quad \frac{\delta e}{\delta t_0} \frac{\delta e}{\delta t_1} \dots \frac{\delta e}{\delta t_m} \right] \\ &= \frac{b_0}{A_0A_m} [s^{k-1}u \dots u \quad s^l y \dots y \quad -s^m u_c \dots -u_c] \end{aligned} \quad (5.26)$$

L'erreur est donnée comme suit :

$$e = \varphi^T \theta^0 \quad (5.27)$$

Les polynômes  $R$ ,  $S$  et  $T$  :

$$\begin{cases} R(s) = r_1 s^{k-1} + r_2 s^{k-2} + \dots + r_k \\ S(s) = s_0 s^l + s_1 s^{l-1} + s_2 s^{l-2} + \dots + s_l \\ T(s) = t_0 s^m + t_1 s^{m-1} + t_2 s^{m-2} + \dots + t_m \end{cases} \quad (5.28)$$

Avec les deux conditions suivantes :

$$\begin{cases} \deg A_m - \deg B_m \geq \deg A - \deg B \\ \deg A_0 \geq 2\deg A - \deg A_m - \deg B^+ - 1 \end{cases} \quad (5.29)$$

Ces deux conditions sont toujours vérifiées, même dans le cas où  $A_0 = 1$  (l'observateur est négligé), car on utilise un modèle tel que  $\deg A_m > \deg A$ .

$$\begin{cases} k = \deg R = \deg R_1 + \deg B = \deg A_m + \deg B - \deg A \\ l = \deg S \leq \deg R \\ m = \deg T = \deg B_m \end{cases} \quad (5.30)$$

Généralement on prend  $\deg S = \deg R - 1$  pour que le filtre S/R soit causal.

#### **5.4.6 Commande CAMR du système de positionnement horizontal de la machine de déchargement du four rotatif**

##### **❖ Énoncé du problème**

La plupart des contrôleurs de rétroaction conventionnels deviennent inefficaces dans les environnements industriels difficiles comme dans l'industrie sidérurgique, en raison des incertitudes dans le modèle du système, ou de la variation de la dynamique du processus due aux actionneurs non linéaires, des changements dans le caractère des perturbations.

Cette section propose une conception de contrôle adaptatif basée sur la stratégie de contrôle adaptatif a modèle de référence (CAMR) afin de faire face à un contrôle de positionnement

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

horizontal incertain d'une machine de déchargement dans un four à sole tournante pour une opération de laminage à chaud.

Le schéma du bras de robot industriel chargeant des blocs d'acier ronds depuis l'intérieur d'un four à sole tournante, est représenté sur la figure FIG.3.4 (chapitre 3).

Le système de contrôle habituel pour le positionnement horizontal des billettes utilise un contrôleur PI pour le mouvement du bras de déchargement. Ses performances sont un dépassement de 11 %, un temps de stabilisation de 3 secondes et une erreur statique nulle [82] (voir figure FIG. 5.8).

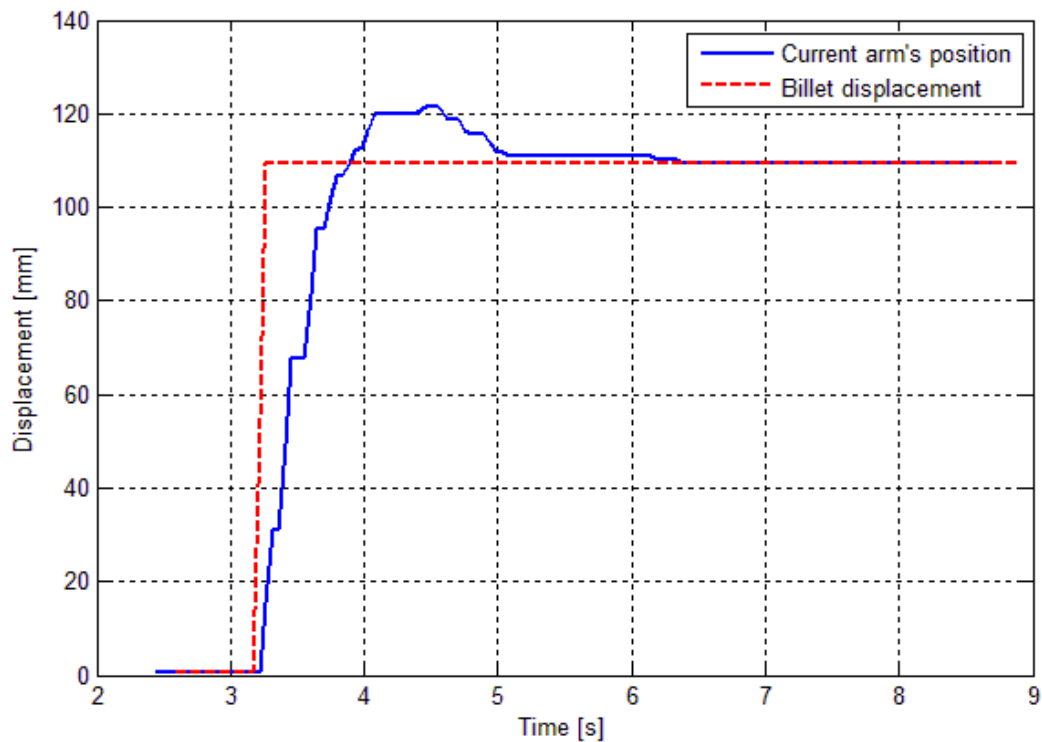


Fig 5. 8: Données expérimentales du système de positionnement

### ❖ Mise en œuvre de la commande et résultats de simulations

L'objectif de cette section est d'améliorer le taux de déchargement du four, ce qui signifie diminuer le temps de stabilisation actuel, en concevant un contrôleur CAMR.

Le modèle du processus est donné comme suit :

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

La machine de déchargement a pour entrée le déplacement de la billette  $x_v$  par rapport à l'axe du rail donné par un système de détection de billette (voir chapitre 3), et pour sortie la position du bras de déchargement  $x_p$ .

Le système est décrit par la fonction de transfert suivante (équation (3. 39)),

$$x_p = \frac{k\omega^2}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} x_v$$

En remplaçant les paramètres par les valeurs des fiches techniques et en considérant la valeur approximative de la masse (équations, 3.40-3.43), la fonction de transfert du bras de déchargement devient :

$$G = \frac{8.439 \cdot 10^6}{s^2 + 0.0004839 s + 6.354 \cdot 10^5} \quad (5.31)$$

La réponse indicielle et la réponse en fréquence du système en boucle ouverte sont présentées respectivement dans les Figures FIG. 5.9 et FIG. 5.10.

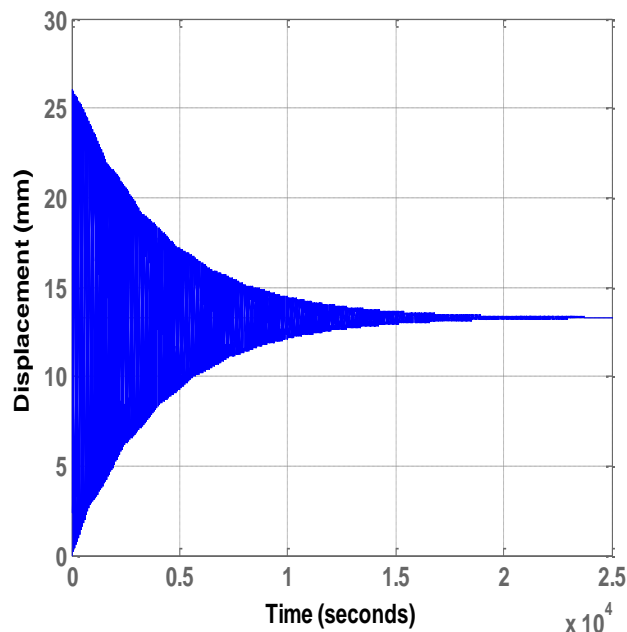


FIG 5. 9: Déplacement du bras de déchargement en boucle ouverte

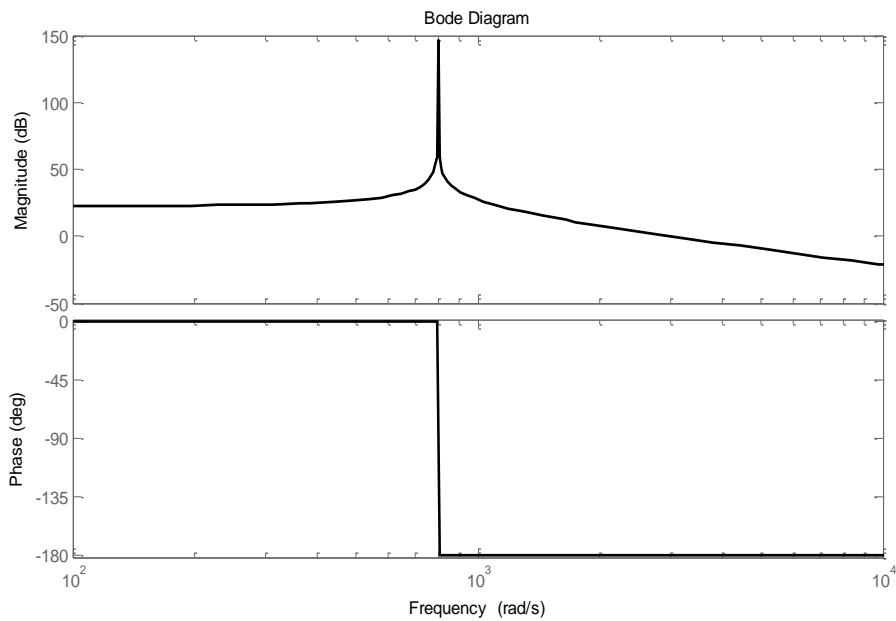


FIG 5. 10 : Diagramme de Bode en boucle ouverte pour le bras de déchargement

Ils montrent un comportement mal amorti et une vitesse de convergence lente.

Dans le cas de notre étude, nous devons faire certaines hypothèses sur le système et le modèle de référence,

- Le signe de  $k_p$  est connu.
- Les degrés relatifs du système contrôlé et du modèle de référence sont égaux, et l'ordre le plus élevé du modèle de référence n'est pas supérieur à celui du système contrôlé.
- $D(s)$ ,  $N(s)$ ,  $D_m(s)$ ,  $N_m(s)$  sont des polynômes moniques.
- $G(s)$  est un système à phases minimales, donc  $N(s)$  est Hurwitz.
- La fonction de transfert  $G_m(s)$  est un réel strictement positif.

Dans cette expérience de simulation, nous appliquons la loi de commande CAMR (5.1) et (5.2) au système robotique (5.31) en utilisant le modèle de référence d'ordre entier (5.32).

$$G_m = \frac{100}{s^2 + 19s + 100} \quad (5.32)$$

La structure du régulateur satisfaisant les équations (5.28), (5.29) et (5.30) est la suivante :

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

$$A_0 = 1, \text{deg} A_0 = 0$$

$$k = \text{deg} R = 1$$

$$l = \text{deg} S = 1$$

$$m = \text{deg} T = 1$$

Les transferts sont discrétisés avec une période d'échantillonnage  $\Delta=0.05s$ . La période d'échantillonnage  $\Delta$  a été choisie conformément au théorème de Shannon, de manière à ce que toutes les informations utiles soient enregistrées dans les signaux discrétisés.

On obtient les réponses données dans les figures (FIG. 5.11, FIG. 5.12), avec  $\gamma = 0.1$ .

La figure FIG. 5.11 montre les réponses obtenues pour le cas du modèle d'ordre entier dans le cas idéal tandis que la figure FIG. 5.12 illustre les réponses en présence d'un bruit aléatoire à la sortie d'amplitude de 5 % du signal de référence.

Bien que le temps de réponse reste inchangé, nous avons réussi à stabiliser le système en boucle fermée, tout en assurant une bonne précision de la sortie.

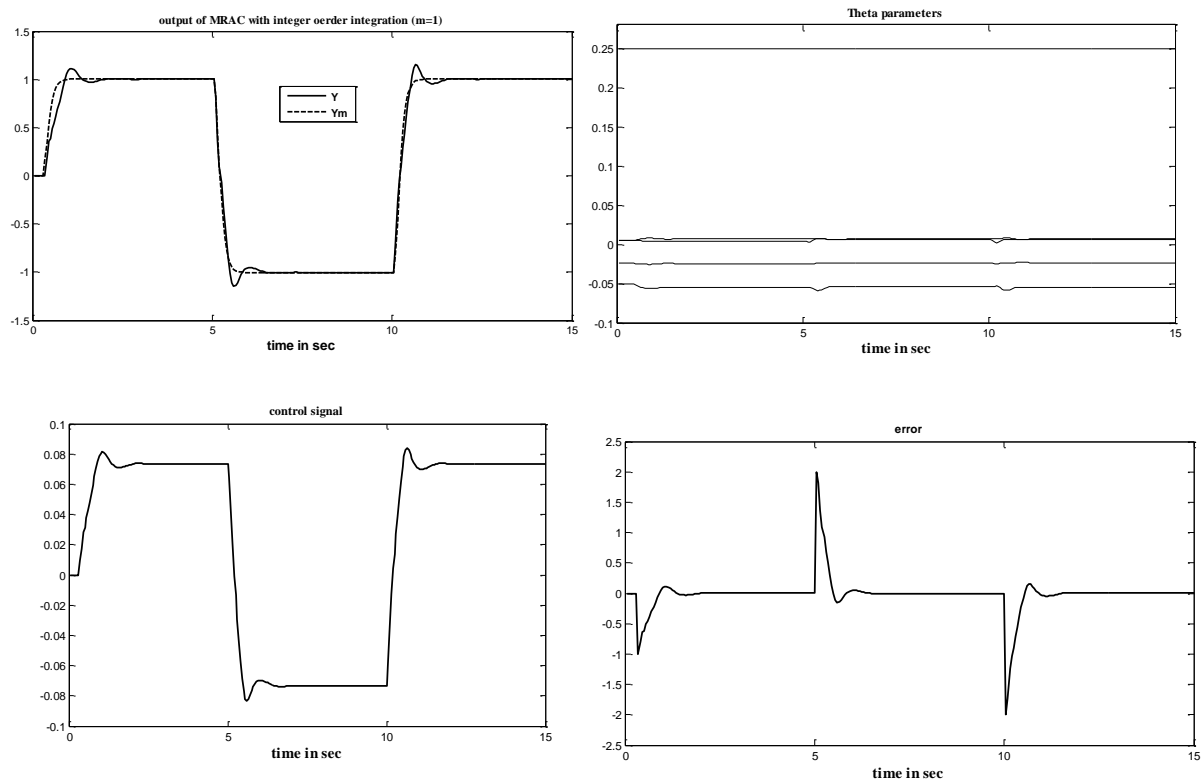


FIG 5. 11: Sortie du processus avec modèle d'ordre entier sans perturbations, paramètres  $\theta$ , signal de commande, signal d'erreur

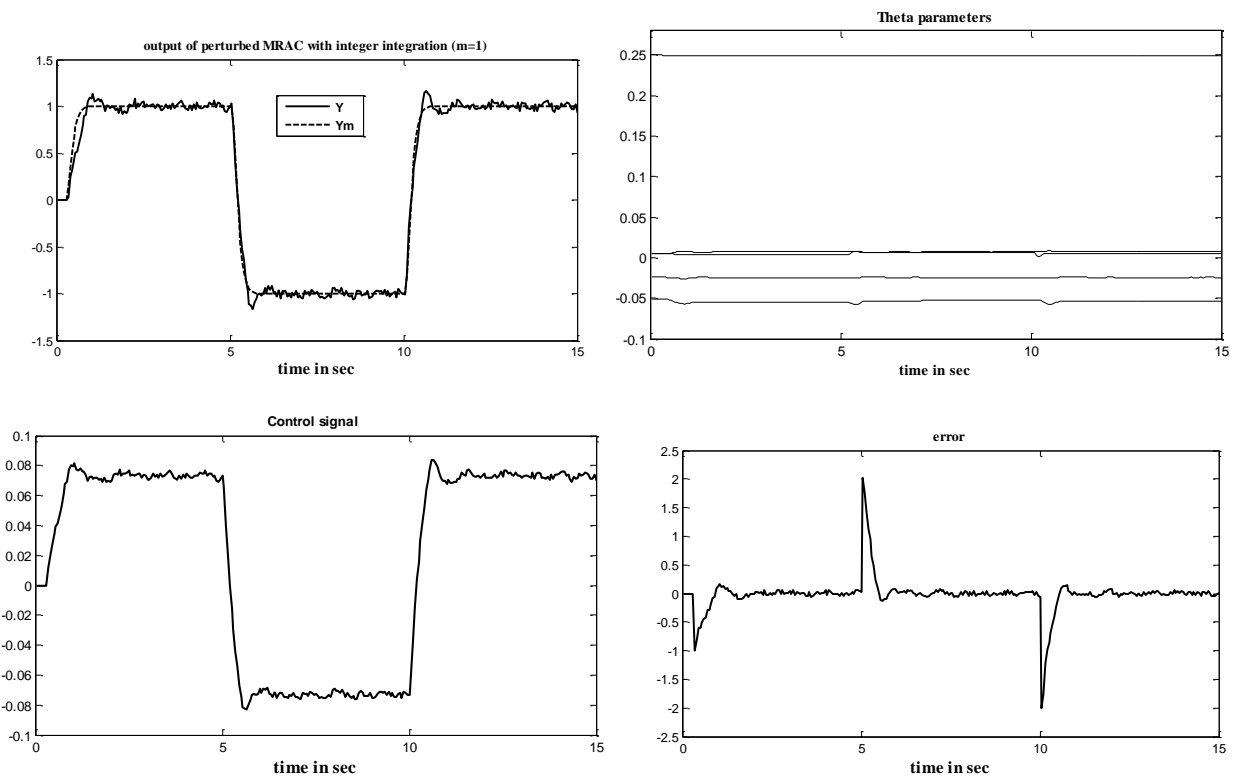


FIG 5. 12: Sortie du procédé avec modèle d'ordre entier avec bruit aléatoire de 5 % d'amplitude du signal de référence, paramètres  $\theta$ , signal de commande, signal d'erreur.

### 5.4.7 Synthèse

Cette section présente les concepts de base sur la technique de contrôle adaptatif qui sont pertinents pour notre travail de recherche. Nous présentons la commande adaptative à modèle de référence avec ces lois de commande et sa structure de régulation.

Ce schéma de commande est appliqué à un robot manipulateur, bras de déchargement. Il montre que le modèle de référence d'ordre entier peut améliorer les performances du système.

En allant plus loin, notre objectif est d'introduire un modèle d'ordre fractionnaire dans le schéma de contrôle CAMR.

### **5.5 Commande CAMR d'ordre fractionnaire**

Le but de cette section est de montrer que l'utilisation d'un système d'ordre fractionnaire comme modèle de référence dans l'algorithme de commande adaptative CAMR, permet d'améliorer la dynamique de la réponse du processus commandé. Ce résultat est d'ailleurs devenu classique, et a été prouvé par plusieurs études depuis le début des années 1990 [8].

Un exemple de simulation est présenté pour illustrer l'efficacité de cette nouvelle stratégie de commande.

#### **5.5.1 Stratégie de commande**

Nous nous intéressons ici à la commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (CAMROF) et notamment à l'approche utilisant la loi de M.I.T. que nous avons présenté dans la section 5.4.4.

La structure du régulateur et la loi de commande reste donc inchangées et l'on se borne à utiliser une approximation d'ordre entier de la fonction de transfert du modèle d'ordre fractionnaire.

En effet soit  $G(s)$  la fonction de transfert du système à commander,

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

et soit  $G_{mf}(s)$  la fonction de transfert du modèle d'ordre fractionnaire choisi avec :

$$G_{mf}(s) = \frac{B_m(s)}{A_m(s)}$$

et  $G_{mf}^e(s)$  l'approximation d'ordre entier obtenu par la méthode de la fonction des singularités (Voir section 1.11.1) telle que

$$G_{mf}^e(s) = \frac{B'_m(s)}{A'_m(s)}$$

Nous utiliserons le polynôme caractéristique approximé  $A'_m(s)$  au lieu de  $A_m(s)$  dans l'équation (5.8).

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

$$AR_1 + B^-S = A_0A'_m$$

En appliquant à  $y(t)$  on obtient :

$$A_0A'_m y(t) = R_1A y(t) + B^-S y(t) = R_1B u(t) + B^-S y(t)$$

Or, on a d'après l'équation (5.5) :

$$R_1B = R_1B^+B^-$$

et d'après l'équation (5.7) :

$$R = B^+R_1$$

On obtient :

$$A_0A'_m y(t) = B^-(R u(t) + S y(t))$$

de plus, si le système est à phase minimale,  $B^- = b_0$  qui est une constante. On trouve :

$$A_0A'_m y(t) = b_0(Ru(t) + Sy(t)) \quad (5.33)$$

On obtient d'après la loi de M.I.T. de l'équation (5.17).

$$\theta = -\frac{\gamma}{s} y_m (y - y_m) = -\frac{\gamma}{s} y_m e$$

Donc

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma y_m(t) e(t) \quad (5.34)$$

Et

$$\theta(t) = -\gamma \int_0^t y_m(t) e(t) dt \quad (5.35)$$

Et on utilise la loi de commande normalisée de l'équation (5.18)

$$\frac{d\theta}{dt} = \gamma \frac{\varphi e}{\alpha + \varphi^t \varphi}$$

Où d'après les équations (5.25), (5.26) et (5.27) :

$$\theta^0 = (r_1 \dots r_k s_0 \dots s_l t_0 \dots t_m)$$

Le vecteur de régression  $\varphi$  :

$$\varphi^t = \frac{b_0}{A_0 A_m} (p^{k-1} u \dots u p^l y \dots y - p^m u_r \dots - u_r)$$

Et l'erreur,  $e = \varphi^t \theta^0$

La loi de commande est calculée en utilisant cette relation,  $u = \varphi^t \theta$

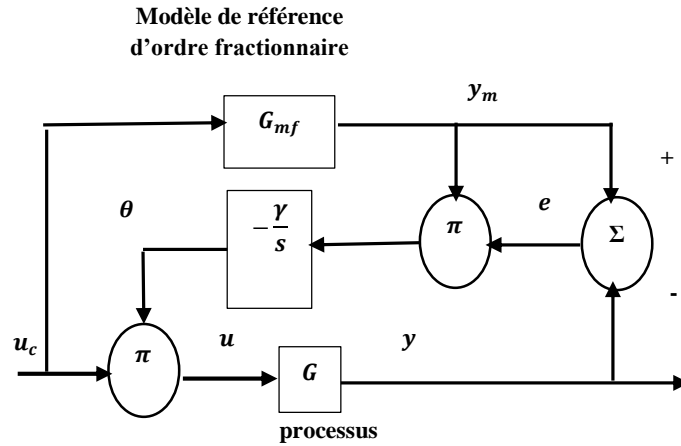


FIG 5. 13: CAMR directe à modèle d'ordre fractionnaire

### 5.5.2 Commande CAMROF du système de positionnement horizontal de la machine de déchargement du four rotatif

Dans cette étude, l'objectif principal est de concevoir un schéma de contrôle adaptatif d'ordre fractionnaire (CAMROF) capable de stabiliser une classe de systèmes linéaires décrits par l'équation (5.31) et de la forcer à se comporter comme le modèle de référence (5.36).

$$G_{mf} = \frac{100}{(s^2 + 19s + 100)^{0.6}} \quad (5.36)$$

Nous obtenons le modèle approximé en utilisant la méthode de la fonction de singularité,

$$G_{mf}^e = \frac{3.162 \cdot 10^{16} s^4 + 5.961 \cdot 10^{20} s^3 + 6.017 \cdot 10^{23} s^2 + 3.758 \cdot 10^{25} s + 3.162 \cdot 10^{26}}{1 \cdot 10^{11} s^6 + 1.884 \cdot 10^{16} s^5 + 1.894 \cdot 10^{20} s^4 + 1.096 \cdot 10^{23} s^3 + 5.236 \cdot 10^{24} s^2 + 7.192 \cdot 10^{25} s + 3.162 \cdot 10^{26}} \quad (5.37)$$

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

La structure du régulateur est la suivante :

$$A_0 = 1, \deg A_0 = 0$$

$$k = \deg R = 5$$

$$l = \deg S = 4$$

$$m = \deg T = 5$$

Les transferts sont discrétisés avec une période d'échantillonnage  $\Delta = 0.05$  s.

On obtient les réponses données dans les figures (FIG 5.14, FIG 5.15), avec  $\gamma = 0.01$  .

La figure FIG 5.14 montre les réponses obtenues dans le cas idéal tandis que la figure FIG 5.15 illustre les réponses en présence d'un bruit aléatoire à la sortie d'amplitude de 5 % du signal de référence.

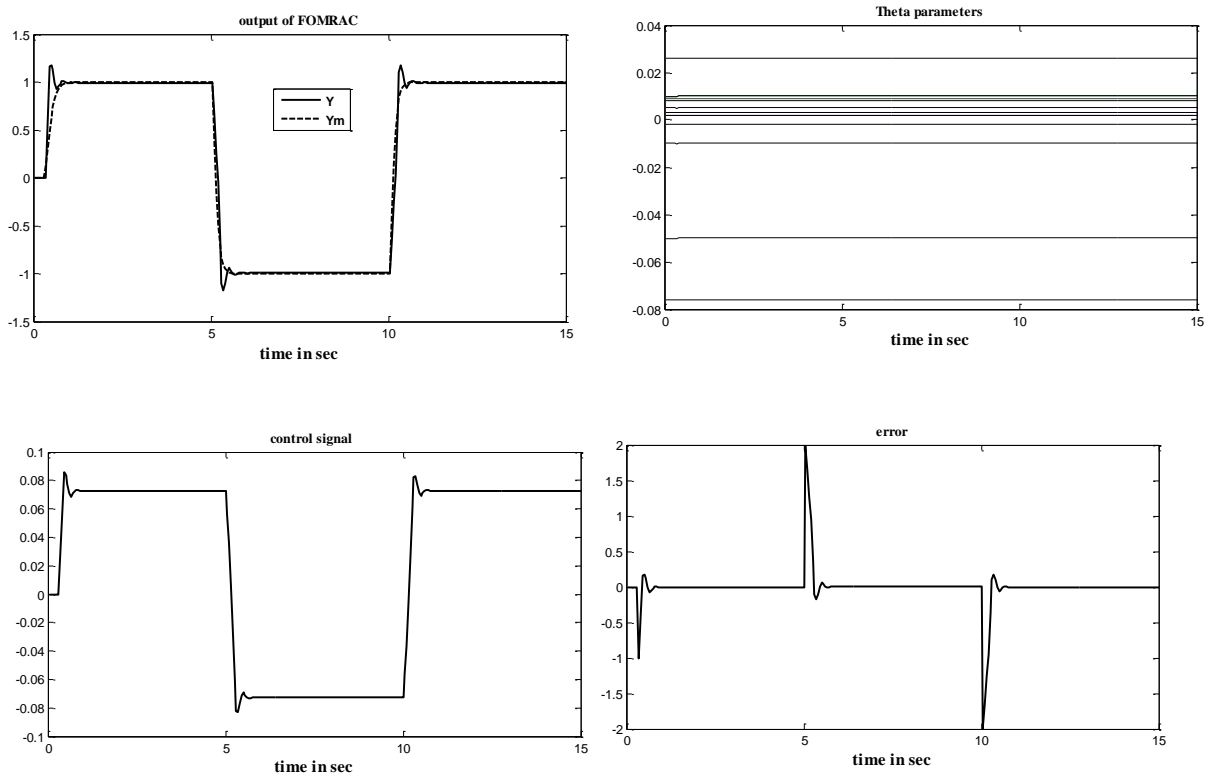


FIG 5. 14: Sortie du processus avec modèle d'ordre fractionnaire sans perturbations, paramètres  $\theta$ , signal de commande, signal d'erreur

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

Pour le cas du modèle d'ordre fractionnaire, les résultats montrent une nette amélioration de la dynamique du système en boucle fermée, avec un faible gain d'adaptation (un rapport de l'ordre de 1/10 avec celui du cas classique), et un temps de réponse égal à 1 s.

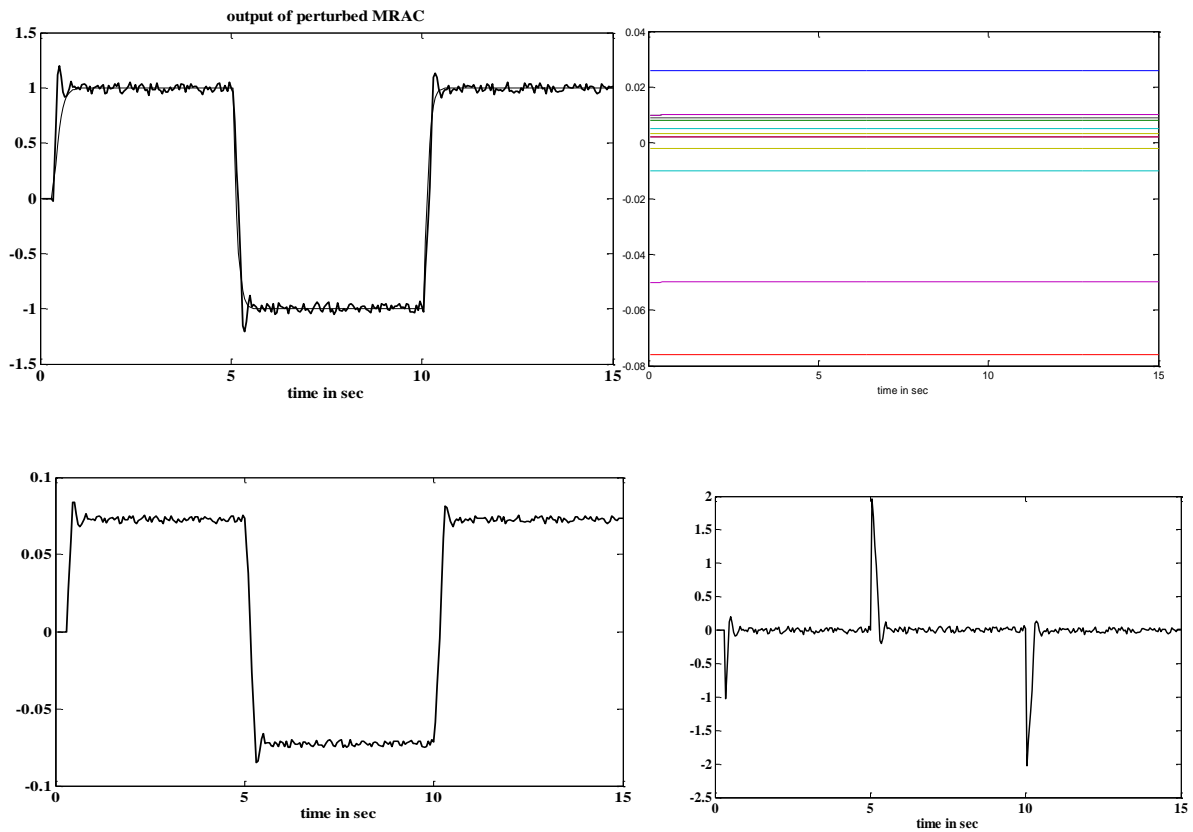


FIG 5. 15: Sortie du processus avec modèle d'ordre fractionnaire avec bruit aléatoire de 5 % d'amplitude du signal de référence, paramètres  $\theta$ , signal de commande, signal d'erreur

### **5.5.3 Commande CAMROF du bras flexible à un degré de liberté**

Le robot flexible à un degré de liberté, actionné par un moteur à courant continu, présente une dynamique fortement couplée entre le mouvement rigide induit par le moteur et les vibrations engendrées par la flexibilité du bras. Ce couplage rend le contrôle du système particulièrement complexe, notamment en présence de perturbations ou de variations paramétriques (variations de la masse en extrémité).

Afin de surmonter cette difficulté, une architecture de commande hiérarchisée à boucles imbriquées a été mise en œuvre. La boucle interne, dédiée au contrôle du moteur, assure une régulation rapide et précise de la position, tandis que la boucle externe est conçue pour piloter la position du bras flexible en tenant compte de la dynamique globale du système. Cette boucle externe repose sur une commande adaptative par modèle de référence (CAMR), permettant de compenser en temps réel les incertitudes et de garantir le suivi d'un comportement de référence souhaité.

Cette structure de commande permet ainsi de découpler efficacement les sous-systèmes et d'améliorer significativement les performances du système en boucle fermée.

#### **❖ Conception du contrôleur**

Le système de commande est composé de deux boucles imbriquées : une boucle interne pour la position du moteur, et une boucle externe pour la position de l'extrémité (tip). On commence par fermer la boucle interne relative à la position du moteur, après avoir compensé les effets de frottement et de couplage entre la position du moteur et celle de l'extrémité.

Ensuite, on ferme la boucle externe dédiée à la commande de la position de l'extrémité [99]. Le signal de commande généré par la boucle externe constitue alors la référence de position du moteur pour la boucle interne.

Le schéma général du système de commande est présenté à la figure FIG 5.16

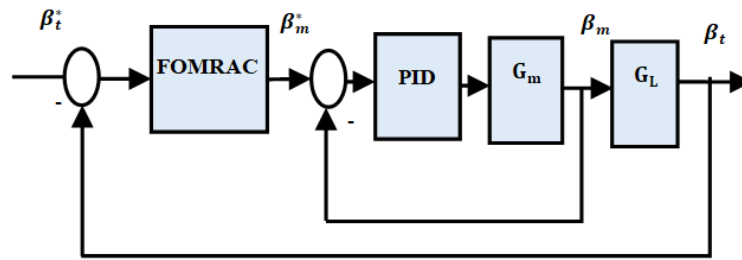


FIG 5. 16: schéma général de contrôle

✓ **Boucle de commande de la position du moteur (boucle interne)**

Cette boucle vise à atteindre deux objectifs principaux :

- Éliminer les erreurs de modélisation ainsi que les non-linéarités introduites par le frottement de Coulomb.
- Accélérer la réponse de la position du moteur par rapport à celle de la position de l'extrémité (boucle externe représentée à la figure FIG 5. 17), de manière à pouvoir approximer sa fonction de transfert à l'unité.

Afin de simplifier la conception de cette boucle interne, le système décrit par l'équation (3.49) peut être linéarisé en compensant le frottement de Coulomb ainsi que le couple de couplage.

Étant donné que le bras est presque sans masse, le couple de couplage peut être approximé par :

$$C_t(t) = c(\beta_m(t) - \beta_t(t)) \tag{5.38}$$

Et le frottement de Coulomb s'écrit :

$$C_f(t) = f \cdot \text{sign}(\dot{\beta}_m) \tag{5.39}$$

où  $f$  désigne le coefficient de frottement de Coulomb.

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

Ces deux termes peuvent être supprimés de l'équation différentielle du système en les intégrant directement dans le courant de commande du moteur, défini par :

$$i_c(t) = \frac{1}{K} [c(\beta_m - \beta_t) + f \cdot \text{sign}(\dot{\beta}_m)] \quad (5.40)$$

Après compensation du frottement et du couple de couplage, la fonction de transfert entre l'angle du moteur et le courant s'exprime comme suit :

$$G_m(s) = \frac{\beta_m(s)}{i(s)} = \frac{K/I}{s(s+\mu/I)} \quad (5.41)$$

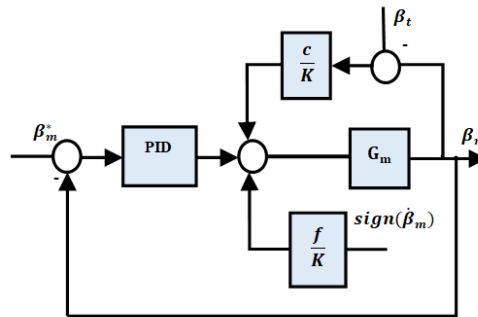


FIG 5. 17: schéma de commande de la boucle interne

La satisfaction des objectifs fixés permet alors de remplacer la boucle interne par un bloc équivalent dont la fonction de transfert est approximativement égale à l'unité. Autrement dit, l'erreur de position du moteur est négligeable et est rapidement corrigée.

Le rôle du contrôleur PID est d'éliminer les erreurs de modélisation ainsi que toute dynamique non linéaire due au frottement de Coulomb. Son objectif est de garantir une dynamique plus rapide pour la position du moteur que pour celle de l'extrémité, de manière à approcher sa réponse à une fonction de transfert unitaire.

La réponse indicielle de la position du moteur illustrée à la figure FIG 5.18 montre un temps de stabilisation de 0,1 seconde sans dépassement, ce qui indique que le système de commande de la position du moteur offre un comportement rapide et stable en réponse à une consigne en échelon.

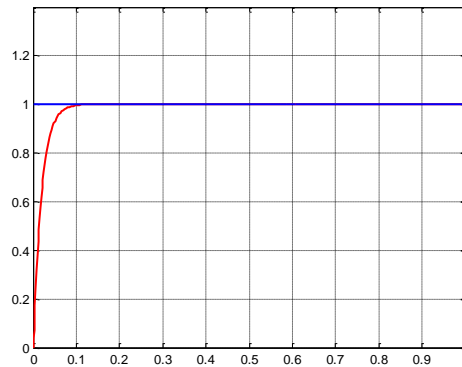


FIG 5. 18: réponse indicielle de la boucle interne

### ✓ Boucle de commande de la position de l'extrémité (boucle externe)

Un schéma bloc du système de commande de la position de l'extrémité peut être représenté comme indiqué à la figure FIG 5.16. Ce système inclut, à l'intérieur de sa boucle, le système de commande de la position du moteur. Pour simplifier la conception du contrôleur de l'extrémité, la fonction de transfert de la commande moteur est supposée égale à 1.

Comme mentionné précédemment, le découplage est une étape cruciale, car il permet de réduire la dynamique du système à celle d'un double intégrateur. Cela est réalisé en fermant une boucle de rétroaction positive unitaire autour de la position de l'extrémité.

On obtient alors :

$$G(s) = \frac{G_L(s)}{1 - G_L(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2} \quad (5.42)$$

La réponse du système est illustrée dans les figures FIG 5.19 et FIG 5.20.

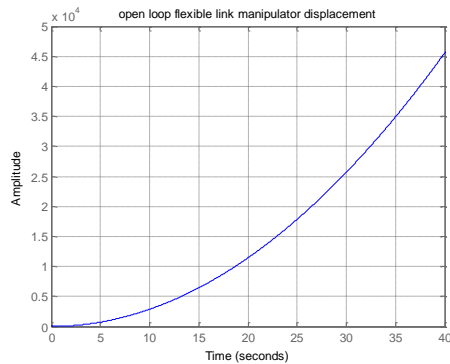


FIG 5. 20: déplacement du bras flexible en boucle ouverte

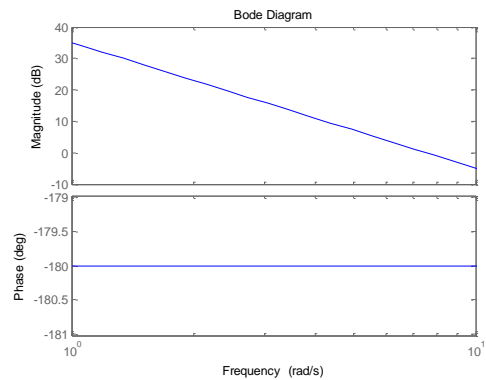


FIG 5. 19: Diagramme de Bode en boucle ouverte du bras flexible

La boucle externe fournit une réponse rapide de la position de l'extrémité grâce à l'ajout d'un terme anticipatif (feedforward). Un filtre de sortie permet en outre de réduire significativement les oscillations dans la réponse globale du système et de minimiser les risques d'instabilité. Pour ce faire, un diagramme de Bode a été utilisé pour sélectionner un bloc anticipatif et un filtre qui lisse la réponse du système et améliore la marge de phase de la boucle fermée (voir figures FIG 5.21 et FIG 5.22).

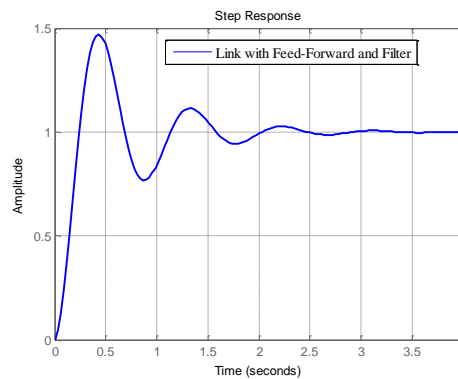


FIG 5. 21: Déplacement en boucle ouverte du bras flexible avec commande anticipative et filtrage

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

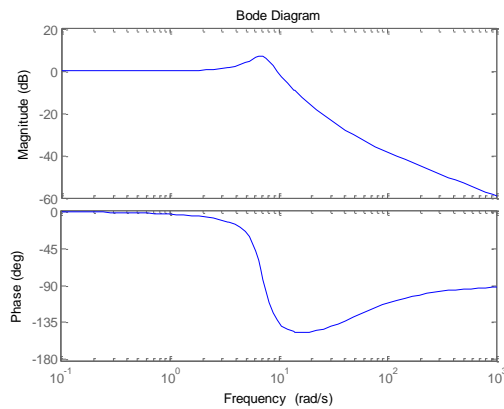


FIG 5. 22: Diagramme de Bode en boucle ouverte du bras flexible avec commande anticipative et filtrage

La fonction principale du contrôleur externe est de supprimer les vibrations de l'extrémité et d'assurer un suivi précis de la trajectoire désirée. Il doit également être robuste face aux variations de la charge utile appliquée à l'extrémité.

Dans cette section, une stratégie de commande externe basée sur un contrôleur robuste CAMROF est développée afin de répondre à ces deux objectifs tout en surmontant les limitations des méthodes de type PID existantes.

Le schéma de commande final de la boucle externe est présenté à la figure FIG 5.23.

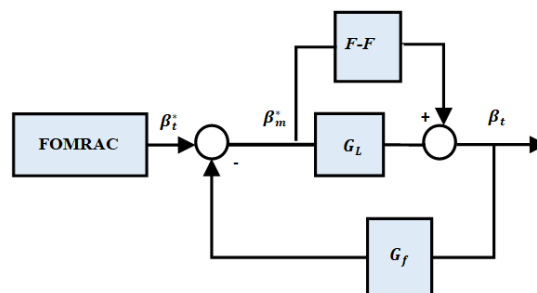


FIG 5. 23: schéma de commande de la boucle externe

### ❖ Résultats de simulation et discussion

Dans cette section, nous illustrons l'efficacité de la méthode développée à travers des simulations numériques réalisées sous MATLAB.

Les paramètres nominaux du manipulateur flexible à un seul bras et du moteur à courant continu sont présentés dans le Tableau TAB 5.1. Tous les paramètres sont extraits de la référence [180].

TAB 5. 1: Paramètres du manipulateur flexible à un seul bras et du moteur à courant continu [180].

Paramètres du moteur DC		
Inertie du moteur	$I$	$6.87 \times 10^{-5}$ (kg m <sup>2</sup> )
Frottement visqueux	$\mu$	$1.041 \times 10^{-3}$ (Nm s)
Constante électromécanique	$K$	$0.21$ ((N m)/V)
Couple de frottement de Coulomb	$f$	$119.7 \times 10^{-3}$ (N m)
Paramètres du manipulateur flexible		
Masse nominale	$m_0$	0.05 (kg)
Longueur	$l$	0.7 (m)
Rigidité	$c$	1.395 (N m)
Fréquence propre nominale	$\omega_n$	7.546 (rad/s)

Pour définir les caractéristiques souhaitées de la dynamique et de la réponse de la position de l'extrémité, nous commençons par adopter un modèle de référence d'ordre entier de la forme suivante :

$$G_m^e(s) = \frac{1}{0.04s + 1} \quad (5.43)$$

Cependant, dans notre cas, nous avons opté pour un modèle de référence d'ordre fractionnaire, principalement pour exploiter la robustesse offerte par le calcul fractionnaire. Cette approche vise à améliorer les performances du système de commande, notamment en réduisant l'erreur de suivi et en renforçant la robustesse face aux variations des paramètres du système.

## **Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire**

Le modèle de référence fractionnaire est défini comme suit :

$$G_{mf}(s) = \frac{1}{(0.04s + 1)^\delta} \quad (5.44)$$

Pour évaluer les performances des différentes stratégies de commande proposées, nous considérons les indices de performance suivants :

- **Critère quadratique d'erreur ( $J_e$ ) :**

$$J_e = \sqrt{\sum e^2} \quad (5.45)$$

- **Critère quadratique de l'entrée de commande ( $J_u$ ) :**

$$J_u = \sum u^2 \quad (5.46)$$

- **Critère combiné erreur-énergie ( $J_{eu}$ ) :**

$$J_{eu} = \sqrt{\lambda \sum e^2 + \nu \sum u^2} \quad (5.47)$$

où  $\lambda$  et  $\nu$  sont deux constantes réelles positives à déterminer.

Dans le Tableau TAB 5. 2, nous présentons les résultats comparatifs obtenus pour les critères  $J_e$ ,  $J_u$  et  $J_{eu}$  avec  $\lambda=0,6$  et  $\nu=0,4$ , pour différentes valeurs de l'ordre d'intégration fractionnaire  $\delta$  variant de 0,1 à 0,9, en utilisant des valeurs adéquates pour le gain d'adaptation.

Il ressort des résultats du Tableau TAB 5.2 que la meilleure performance est obtenue pour  $\delta = 0.9$ , avec un critère quadratique d'erreur  $J_e = 140,3412$  et un critère quadratique combiné  $J_{eu} = 270,2767$ .

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

TAB 5. 2: Évaluation comparative des performances de la commande adaptative en fonction de l'ordre d'intégration

<i>Control Scheme</i>	$J_e$	$J_{eu}$	$T_s$	<b>Peak overshoot</b>
MRAC	149.4739	273.7596	0.773	26.5263
<b>FOMRAC</b>				
$\delta = 0.1$	145.2324	271.824	0.5735	28.5098
0.2	144.8283	271.6944	0.5735	28.5098
0.3	144.2532	271.5103	0.5735	28.5098
0.4	143.536	271.2823	0.5735	28.5098
0.5	142.7684	271.039	0.5735	28.5099
0.6	141.9832	270.7913	0.5735	28.5099
0.7	141.2375	270.557	0.5735	28.5099
0.8	140.6223	270.3645	0.5735	28.51
0.9	<b>140.3412</b>	<b>270.2767</b>	0.5735	<b>28.51</b>

Nous obtenons ensuite le modèle approché en utilisant la méthode de la fonction singularité, avec  $\delta = 0.9$  et une tolérance de 1,5 dB.

$$G_{mf}(s) \approx \frac{2.456 \cdot 10^{58} s^7 + 2.318 \cdot 10^{71} s^6 + 4.614 \cdot 10^{82} s^5 + 1.978 \cdot 10^{92} s^4 + 1.826 \cdot 10^{100} s^3 + 3.634 \cdot 10^{106} s^2 + 1.557 \cdot 10^{111} s + 1.407 \cdot 10^{114}}{5.729 \cdot 10^{55} s^8 + 7.937 \cdot 10^{68} s^7 + 2.319 \cdot 10^{80} s^6 + 1.459 \cdot 10^{90} s^5 + 1.978 \cdot 10^{82} s^4 + 5.776 \cdot 10^{104} s^3 + 3.634 \cdot 10^{109} s^2 + 4.924 \cdot 10^{112} s + 1.407 \cdot 10^{114}} \quad (5.48)$$

Ce modèle à ordre fractionnaire est discrétisé avec une période d'échantillonnage  $\Delta=0,05s$ . Cette période a été choisie conformément au théorème de Shannon, afin de garantir que toute l'information utile est préservée dans les signaux discrétisés.

### ➤ Résultats de simulation pour $m=m_0$

Dans un premier temps, nous considérons le cas idéal, en appliquant les lois de commande CAMR et CAMROF au système robotique flexible.

La figure FIG 5.24 présente les réponses obtenues pour le modèle d'ordre entier et le modèle d'ordre fractionnaire. Les simulations numériques montrent que les performances sont

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

meilleures avec le CAMROF, notamment en termes de temps de réponse et de précision du suivi.

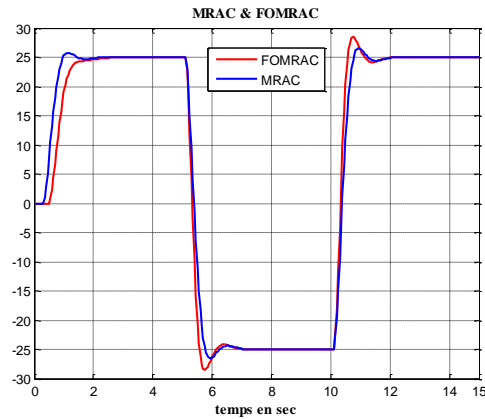


FIG 5. 24: Réponse de la position de l'extrémité pour les régulateurs MRAC et FOMRAC avec  $\beta_t^* = 25^\circ$

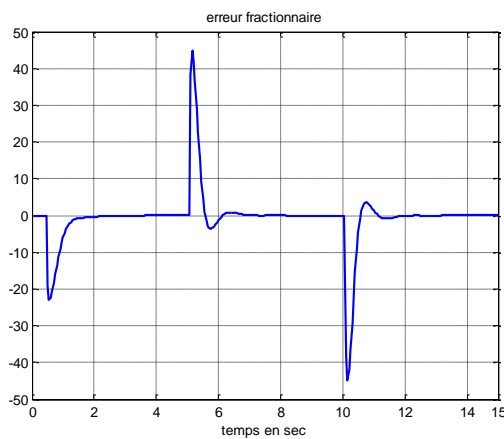


FIG 5. 25: Erreur de poursuite pour  $\beta_t^* = 25^\circ$

### ➤ Test de robustesse

Le contrôleur ayant été conçu pour un cas idéal avec une charge utile de 50 g (soit  $\omega_n = 6.61 \text{ rad/s}$ ), cette section vise à évaluer sa robustesse, en prenant en compte les effets potentiels de dynamiques non modélisées, notamment dus à des variations de la masse en bout (tip payload), des perturbations temporelles, telles que les rafales de vent, des mouvements de la base en fonctionnement extérieur, ou encore du bruit capteur.

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

Ces éléments peuvent entraîner des vibrations parasites et des inexactitudes dans la trajectoire de l'effecteur, compromettant ainsi les performances et la précision globale du manipulateur.

- **Variation de la charge utile**

Pour tester cet aspect, nous avons modifié la fréquence propre naturelle  $\omega_n$  afin de simuler la réponse du système avec deux masses différentes :

- $\omega_n = 10.67 \text{ rad/s}$  pour une masse de 25 g,
- $\omega_n = 6.38 \text{ rad/s}$  pour une masse de 70 g.

Les résultats des simulations sont illustrés dans les figures FIG 5.26 et FIG 5.27.

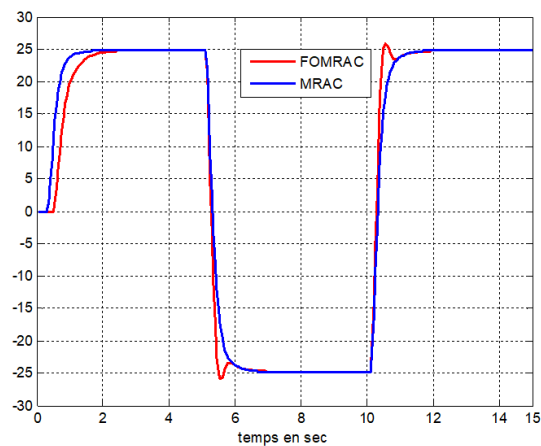


FIG 5. 26: Réponse de la position de l'extrémité pour une charge utile de 25 g et  $\beta_t^* = 25^\circ$

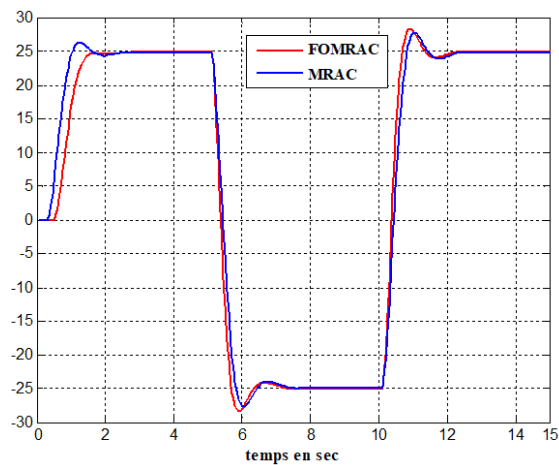


FIG 5. 27: Réponse de la position de l'extrémité pour une charge utile de 70 g et  $\beta_t^* = 25^\circ$

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

Les schémas de commande adaptative, qu'ils soient à ordre entier ou à ordre fractionnaire, permettent au système de s'adapter efficacement aux incertitudes induites par ces variations de masse.

Cependant, les résultats montrent que le CAMROF est le plus robuste, à la fois en termes de stabilité et de performance de suivi, car la précision du suivi est plus élevée, et la trajectoire suivie reste pratiquement inchangée malgré la variation de la masse en bout.

- **Rejet des perturbations et du bruit**

En complément, des bruits aléatoires additifs représentant 1 % de l'amplitude du signal de référence ont été injectés dans le système. Les résultats de simulation sont présentés dans la figure FIG 5.28. Cette figure illustre également la robustesse du schéma de commande adaptatif proposé face à des bruits de sortie additifs [100,101].

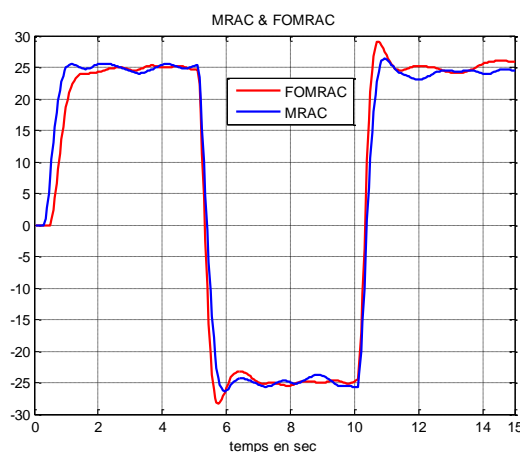


FIG 5. 28: Réponse de la position de l'extrémité en présence de bruit de sortie,  $\beta_i^* = 25^\circ$

Sous les mêmes conditions perturbées, le Tableau TAB 5.3 met clairement en évidence l'amélioration des performances obtenue grâce au schéma de commande adaptatif d'ordre fractionnaire proposé.

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

TAB 5. 3: Évaluation comparative des performances des différentes stratégies de commande adaptative

<i>Contrôleur</i>	$J_e$	$J_u$	$J_{eu}$	Dépassement
CAMR idéale	149.4739	1.5385 $10^5$	273.7596	26.5263
CAMR + charge 25g	131.9042	1.5901 $10^5$	272.1079	0
CAMR + charge 70g	161.6182	1.3966 $10^5$	267.4617	27.6762
CAMR + bruits	148.6415	1.5404 $10^5$	273.6268	27.1441
<i>Contrôleur</i>	$J_e$	$J_u$	$J_{eu}$	Dépassement
CAMROF idéale	140.3412	1.5308 $10^5$	270.2767	28.51
CAMROF + charge 25g	124.0903	1.5814 $10^5$	269.2472	25.9207
CAMROF + charge 70g	152.548	1.3984 $10^5$	264.3846	28.3753
CAMROF + bruits	139.5421	1.5291 $10^5$	269.9051	28.391

### 5.5.4 Synthèse

Dans cette partie, une commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (CAMR) a été développée et appliquée à deux systèmes : le système de positionnement horizontal de la machine de déchargement et un manipulateur léger à bras flexible soumis au frottement et à des variations de charge utile.

Dans le cas de la machine de déchargement, l'introduction du modèle de référence fractionnaire a permis d'améliorer significativement la dynamique du système, notamment par une réduction du temps de stabilisation de 2 secondes à 1 seconde par rapport à la commande classique à ordre entier, tout en garantissant la stabilité de la boucle fermée.

Dans le cas du robot flexible, la stratégie adoptée repose sur une structure à deux boucles imbriquées complétée par une adaptation, intégrant une action anticipative et un filtre de rétroaction afin d'améliorer la robustesse et de réduire les oscillations.

Les résultats de simulation confirment que l'approche fractionnaire offre de meilleures performances en termes de rapidité de convergence, de précision de suivi, de robustesse face aux variations de charge et de capacité de rejet des perturbations, comparativement aux méthodes classiques à ordre entier.

### 5.6 CAMROF avec intégration d'ordre fractionnaire

Après l'amélioration des performances obtenue par l'utilisation de modèle d'ordre fractionnaire dans le schéma de commande adaptatif (CAMR ), notre objectif dans cette section est d'aller encore plus loin en introduisant un intégrateur d'ordre fractionnaire dans la loi de commande M.I.T de la CAMR pour les processus SISO.

L'objectif de cette démarche est d'améliorer le temps de convergence de l'algorithme d'adaptation tout en étendant le domaine de stabilité du système vis-à-vis du gain d'adaptation.

Un exemple de simulation démontre l'efficacité de cette nouvelle approche.

#### 5.6.1 Stratégie de commande

Dans l'algorithme d'ajustement représenté par le schéma-blocs de la figure FIG 5.13 on utilise une intégration d'ordre  $\lambda$ , où  $\lambda$  est un nombre réel positif non nul vérifiant :

$$0 < \lambda < 2$$

On utilise aussi un modèle de référence  $G_m$  d'ordre fractionnaire [9,10,181,182], ce qui mène au schéma-bloc de la figure FIG 5.29 on obtient,

$$\theta = -\frac{\gamma}{s^\lambda} y_m (y - y_m) = -\frac{\gamma}{s^\lambda} y_m e$$

Donc

$$\frac{d^\lambda \theta}{dt^\lambda} = -\gamma y_m e \quad (5.49)$$

Et

$$\theta = -\gamma I^\lambda (y_m e) \quad (5.50)$$

La loi de commande est calculée en utilisant cette relation,

$$u = \varphi^t \theta \quad (5.51)$$

Vinagre et al. [9] ont remarqué que l'introduction d'une intégration d'ordre fractionnaire dans CAMR permettait d'élargir le domaine de variation de l'amplitude du signal de

référence où la stabilité du système de commande en boucle fermée est maintenue. En effet, cet objectif de stabilité de la commande est mieux atteint avec un paramètre de réglage  $\gamma$  et une amplitude du signal de référence suffisamment petits. C'est pourquoi on peut stabiliser la boucle de commande adaptative en utilisant une intégration d'ordre fractionnaire là où une commande d'ordre entier va échouer.

### **5.6.2 CAMROF et règle d'adaptation d'ordre fractionnaire pour la Commande du système de positionnement horizontal de la machine de déchargement**

Nous appliquons maintenant la loi de la commande CAMR avec intégration d'ordre fractionnaire (5.50) et (5.51) au système de robot (5.31) en utilisant le modèle de référence d'ordre fractionnaire (5.37).

Afin d'évaluer les performances des résultats des différents schémas de contrôle, nous considérons les fonctions suivantes :

- Le critère d'erreur quadratique  $J_e$  :

$$J_e = \sum e^2$$

Le critère d'entrée de commande quadratique (énergie)  $J_u$  :

$$J_u = \sum u^2$$

- Le critère combiné d'erreur quadratique et d'énergie  $J_{eu}$  :

$$J_{eu} = \alpha \sum e^2 + \beta \sum u^2$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux nombres réels positifs à choisir.

Dans le tableau TAB 5.4, nous présentons les résultats comparatifs obtenus pour les critères  $J_e$ ,  $J_u$  et  $J_{eu}$  avec  $\alpha=0.6$  et  $\beta = 0.4$  en appliquant différentes valeurs de  $\lambda$  de 0.1 à 1.9 avec des valeurs adéquates du gain d'adaptation. On peut noter à partir des valeurs présentées dans le tableau TAB 5.4 que la meilleure valeur obtenue pour  $\lambda$  est 1.5, pour laquelle le critère d'erreur quadratique et le critère quadratique combiné sont  $J_e = 4.4451$ ,  $J_{eu} = 3.5307$  respectivement. La figure FIG 5.32 illustre l'évolution du critère d'erreur

## **Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire**

---

quadratique en fonction de l'ordre d'intégration fractionnaire.

La figure FIG 5.30 montre les réponses obtenues pour le cas du modèle d'ordre fractionnaire avec  $\lambda = 1.5$  et un gain d'adaptation très faible (un rapport de l'ordre de 1/1000 avec celui du cas classique). D'après les simulations numériques, nous pouvons remarquer que le niveau de performance est meilleur avec le CAMROF et la loi d'adaptation avec intégration d'ordre fractionnaire en termes de temps de réponse et de dépassement. De plus, la réponse temporelle est doublée lorsque l'intégration est d'ordre entier, ce qui est un avantage majeur de l'introduction d'un intégrateur d'ordre fractionnaire dans la loi d'adaptation.

La figure FIG 5.31 illustre également la robustesse de ce schéma de commande adaptative contre les bruits de sortie additifs.

Le tableau TAB 5.5 montre clairement l'amélioration obtenue avec le schéma de commande adaptatif d'ordre fractionnaire proposé.

Dans le tableau TAB 5.5, la réponse indiciaire de la commande adaptative d'ordre fractionnaire proposée donne un dépassement d'ordre 13.49 %, les billettes peuvent être décalées jusqu'à 24.57 mm à gauche ou à droite de l'axe de la voie ferrée.

La distance entre deux billettes consécutives sur le foyer (distance considérée sur le cercle moyen à mi-longueur entre la paroi interne et la paroi externe) est constante et égale au diamètre de la billette. Il n'y a que deux diamètres possibles des billettes utilisables, 150 mm, respectivement 180 mm.

La distance de positionnement horizontal de 364 mm atteinte par le bras de déchargement est limitée en raison de la porte de sortie. Si le bras effectuait un mouvement de positionnement plus large, il est susceptible de heurter les parois de la porte de sortie.

On peut remarquer que le contrôleur est très sensible au changement du signal de référence.

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

**TAB 5. 4:** Analyse comparative des performances du contrôle adaptatif par rapport à l'ordre d'intégration.

$\lambda$	$J_e = \sum e^2$	$J_u = \sum u^2$	$J_{eu} = \sum (\alpha e^2 + \beta u^2)$	<i>Dépassement</i>
0.1	20.1117	1.5207	12.6750	1.1743
0.2	20.1084	1.5210	12.6736	1.1746
0.3	20.1050	1.5213	12.6714	1.1746
0.4	20.1015	1.5216	12.6693	1.1746
0.5	20.0977	1.5219	12.6671	1.1746
0.6	20.0977	1.5221	12.6671	1.1746
0.7	20.0280	1.5183	12.6238	1.1689
0.8	19.7929	1.5346	12.4898	1.1530
0.9	19.9156	1.5092	12.5528	1.1187
1	<b>26.9910</b>	<b>1.4900</b>	<b>16.7281</b>	<b>1.1143</b>
1.1	19.9069	1.5110	12.5485	1.1187
1.2	19.8925	1.5112	12.5400	1.1187
1.3	19.8829	1.5121	12.5344	1.1187
1.4	19.8723	1.5131	12.5287	1.1187
1.5	<b>19.759</b>	<b>1.5254</b>	<b>12.4658</b>	<b>1.1349</b>
1.6	19.8477	1.5155	12.5146	1.1187
1.7	19.8337	1.5170	12.5068	1.1187
1.8	19.8743	1.5208	12.5330	1.1187
1.9	19.5631	1.5260	12.3481	1.2003

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

TAB 5. 5: Comparaison des performances de différents schémas adaptatifs

Contrôleur	$J_e$	$J_u$	$J_{eu}$	Dépassement
CAMR	26:991	1:4903	16:7903	1:0970
<b>Ideal</b>				
CAMR	27:3291	1:4862	16:9917	1:1230
<b>+ bruit</b>				
CAMROF	20:095	1:5222	12:6657	1:1755
<b>ideal</b>				
CAMROF	20:871	1:5228	13:1319	1:1977
<b>+bruit</b>				
CAMROF +int fract	19:759	1:5254	12:4658	1:1349
<b>ideal</b>				
CAMROF +int fract+ bruit	20:094	1:5310	12:6686	1:1582

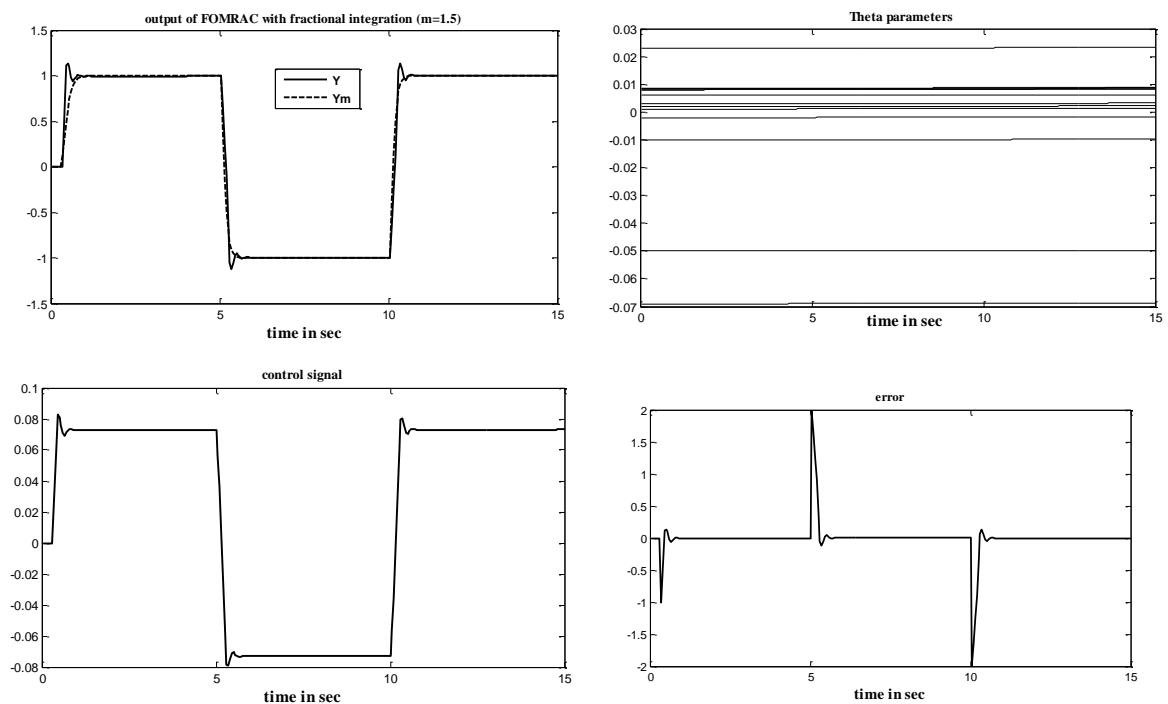


FIG 5. 30: Sortie du processus avec modèle d'ordre fractionnaire et intégration d'ordre fractionnaire sans perturbations, paramètres  $\theta$ , signal de commande, signal d'erreur

## Chapitre 5 : Commande Adaptative a Modèle de Reference d'ordre Fractionnaire

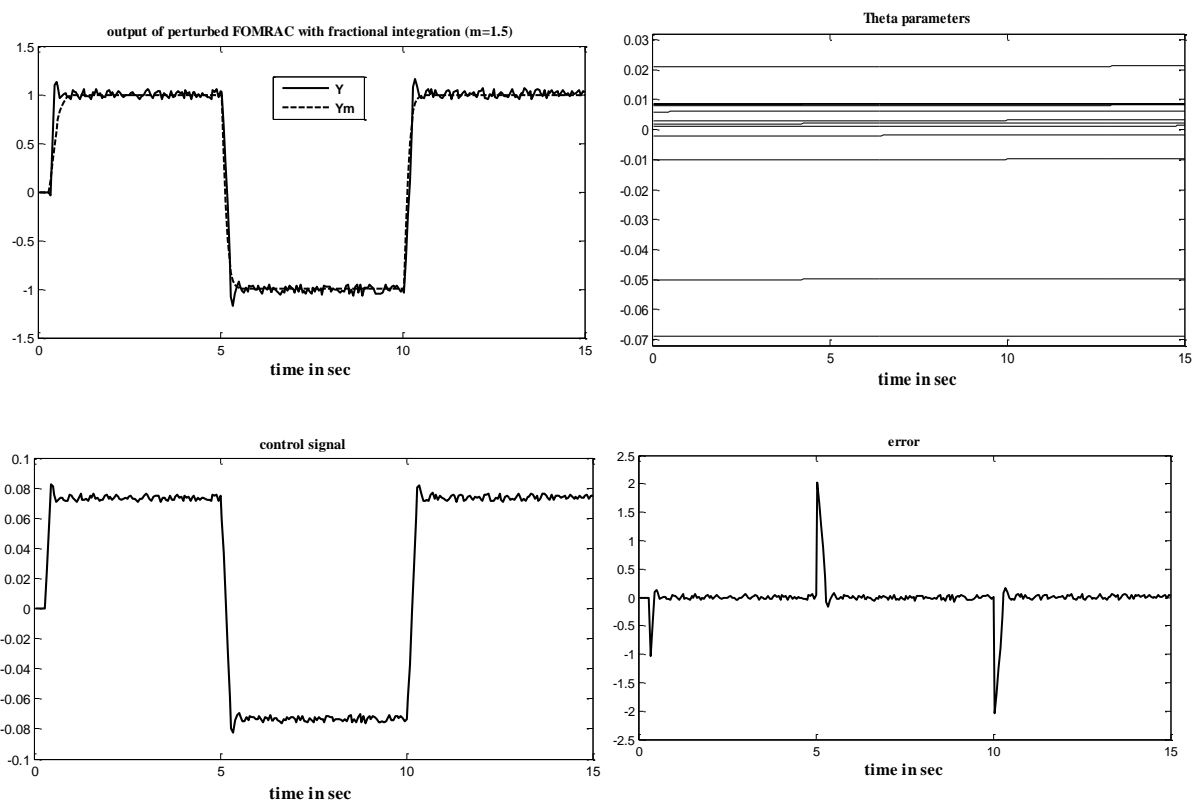


FIG 5. 31: Sortie du processus avec modèle d'ordre fractionnaire et intégration d'ordre fractionnaire avec bruit aléatoire de 5 % d'amplitude du signal de référence, paramètres  $\theta$ , signal de commande, signal d'erreur

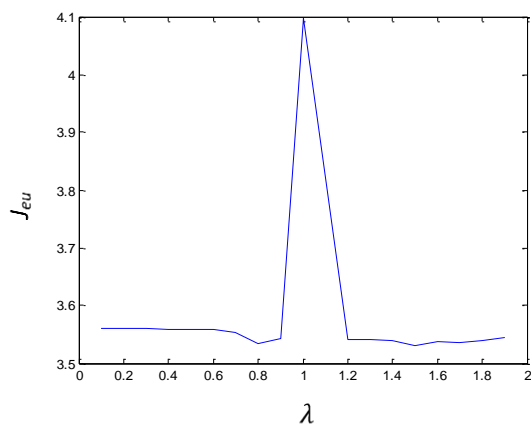


FIG 5. 32: Critère d'erreur quadratique Jeu Jeu par rapport à l'ordre d'intégration fractionnaire  $\lambda$

### **5.6.3 Synthèse**

Dans cette partie, une conception de commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire qui inclut l'utilisation d'intégrateur d'ordre fractionnaire, a été proposée pour un système de positionnement horizontal d'une machine de déchargement. Le contrôleur adaptatif à modèle de référence d'ordre fractionnaire proposé garantit la stabilité en boucle fermée avec un niveau satisfaisant de performances, où la réponse temporelle est prioritaire.

Selon l'étude de simulation numérique, le temps de stabilisation est réduit de 2 s à 1 s et le taux d'évacuation des billettes du four est amélioré de 50 % par rapport au système classique de commande d'ordre entier.

### **5.7 Conclusion**

L'essentiel de ce chapitre a été consacré à la commande adaptative à modèle de référence CAMR, avec la loi M.I.T. cette méthode présente l'avantage d'être simple à mettre en œuvre ce qui nous a permis (ainsi qu'à d'autres chercheurs) de proposer diverses modifications de son algorithme basées sur l'utilisation des opérateurs d'ordre fractionnaire.

Nous avons montré que l'introduction d'un modèle de référence d'ordre fractionnaire avait un effet bénéfique sur les performances du processus de commande. Plus encore, nous avons proposé un autre schéma différent où la loi de commande et d'ajustement des paramètres du régulateur comprenais une intégration d'ordre non entier.

Nous avons pu ainsi améliorer les temps de réponse et garantir la stabilité de la boucle fermée. Des essais avec des bruits additifs aléatoires d'amplitude conséquentes à l'entrée du système commandé ont montré l'amélioration de la robustesse de la loi de commande.

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans le but d'améliorer les performances des systèmes mécaniques et d'accroître leur robustesse face aux perturbations, aux incertitudes et aux bruits de mesure, cette thèse a exploré l'introduction du calcul différentiel d'ordre fractionnaire dans les stratégies de commande. Cette approche, fondée sur l'utilisation d'opérateurs non entiers dans les algorithmes de contrôle, a donné lieu à l'étude approfondie de correcteurs et de régulateurs exploitant les propriétés dynamiques enrichies du formalisme fractionnaire. Les deux structures principales étudiées sont le régulateur PID d'ordre fractionnaire (PIDOF) et la commande adaptative à modèle de référence fractionnaire (CAMROF).

Les contributions majeures de ce travail s'articulent autour de quatre axes principaux :

**Modélisation du système :** Nous avons tout d'abord procédé à la modélisation rigoureuse des systèmes à commander, à savoir le robot manipulateur industriel utilisé dans le secteur sidérurgique pour le déchargement automatisé de blocs d'acier dans un four à sole tournante, ainsi qu'un bras flexible à un seul degré de liberté. Cette modélisation, établie sous forme d'un système d'équations différentielles ordinaires, a permis de capturer fidèlement les comportements dynamiques du système, notamment les effets de flexibilité, les couplages mécaniques, les efforts perturbateurs, les non-linéarités structurelles, ainsi que les conditions d'exploitation imposées par le cahier des charges du robot étudié.

Ce socle analytique a permis la conception rigoureuse des lois de commande, notamment celles d'ordre fractionnaire, et a servi de base à la validation numérique des performances attendues : stabilité, robustesse, temps de réponse et capacité de suivi.

**Régulateur PID d'ordre fractionnaire :** Dans une seconde étape, nous avons proposé, à l'image du régulateur PID d'ordre entier, l'introduction d'actions intégrale et dérivée d'ordre fractionnaire pour aboutir à un nouveau régulateur d'ordre non entier.

Un premier schéma de régulation basé sur un contrôleur  $PI^\lambda DD^\mu$  a été proposé. Ce dernier intègre une action dérivée d'ordre entier, associée à des actions intégrale et dérivée d'ordre fractionnaire. Après approximation des opérateurs fractionnaires via la méthode de la fonction

## Conclusion Générale et Perspectives

---

de singularité, le schéma du correcteur a été utilisé pour contrôler le système de suspension d'un quart de voiture, afin d'obtenir les performances souhaitées. Les résultats de simulation sont prouvés que le contrôleur PIDOF fournit une réponse plus rapide du système de suspension avec un dépassement plus petit, un temps d'établissement et un temps de montée plus court que le contrôleur PID classique.

Un autre schéma du correcteur PID d'ordre fractionnaire a été conçu pour le positionnement automatique du robot de déchargement afin de respecter des exigences industrielles strictes : erreur statique nulle, absence de dépassement, temps de stabilisation inférieur à 3 secondes et cadence de production de 4 pièces par minute. Le contrôleur d'ordre fractionnaire proposé est  $PI_I^\lambda D^\mu$ , afin de maintenir une erreur statique nulle, l'ordre de l'effet intégral est conservé, tandis que pour l'ordre de l'effet intégral et dérivé, une forme fractionnaire est utilisée, afin de diminuer l'effet de l'action dérivée sur le signal de commande et de diminuer le critère d'erreur quadratique et le critère quadratique combiné.

Les résultats de simulation présentés montrent l'amélioration de la qualité de commande, une erreur statique nulle et un temps de stabilisation acceptable.

**Commande CAMR avec modèle de référence fractionnaire :** Une autre contribution a porté sur l'introduction d'un modèle de référence d'ordre fractionnaire dans le schéma CAMR. Ce modèle a été approximé selon la méthode de Charef, puis intégré dans une commande adaptative classique. Les simulations ont été réalisées sur le positionnement du robot industriel dans le processus de laminage à chaud, ainsi qu'à la suppression des vibrations à l'extrémité d'un bras flexible à un seul degré de liberté.

L'objectif visé était de concevoir une commande capable de conduire le système vers un objectif désiré, en assurant le suivi précis du signal de référence. Les résultats de simulation ont confirmé les avantages de cette approche par rapport aux algorithmes classiques, en termes de qualité de suivi, de rapidité de réponse et de robustesse.

**Incorporation d'opérateurs fractionnaires dans la loi d'adaptation :** Enfin, une avancée significative a été réalisée en incorporant un opérateur d'intégration d'ordre fractionnaire directement dans la loi d'adaptation MIT de la structure du régulateur adaptatif CAMR, en plus du modèle d'ordre fractionnaire.

## Conclusion Générale et Perspectives

---

Nous avons pu démontrer, à travers un exemple de simulation (le robot de déchargement industriel), que l'ordre  $\lambda$  de cette intégration agit comme un paramètre de réglage supplémentaire, améliorant la rapidité de convergence des algorithmes adaptatifs, filtrant efficacement le bruit et les fluctuations des signaux, et élargissant la zone de stabilité par réduction du gain d'adaptation  $\gamma$ .

L'ensemble des résultats obtenus confirme que l'introduction d'opérateurs fractionnaires dans les schémas de commande, qu'ils soient fixes ou adaptatifs, permet d'enrichir significativement les performances des systèmes contrôlés. La flexibilité du réglage des ordres fractionnaires apporte des bénéfices en termes de robustesse, de rapidité, de précision et de filtrage du bruit, difficilement atteignables avec les approches classiques à ordre entier. Ce qui justifie l'utilisation des correcteurs d'ordre fractionnaires.

Ces différentes contributions ont donné lieu à plusieurs publications scientifiques :

- Trois communications internationales sur le régulateur PID à modèle de référence fractionnaire.
- Une publication indexée portant sur la commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire.

### Perspectives

Les résultats obtenus ouvrent de nombreuses perspectives, aussi bien pour des recherches futures que pour des applications industrielles concrètes :

- Étendre les stratégies de commande développées à d'autres structures robotiques opérant dans des environnements bruités ou incertains,...
- Explorer d'autres lois de commande avancées, telles que la commande MPC (Model Predictive Control).
- Étudier les interactions entre robots opérant en groupe, synchronisation, coordination, supervision,...
- Approfondir l'identification de bras robotiques via des modèles fractionnaires...

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] T. Guesbaya., Identification et commande de robot manipulateur rigide et flexible en utilisant les réseaux de neurones et la logique floue, Thèse de doctorat, Université Mohamed-Kheider-Biskra,2012.
- [2] F. Makhloufi., Modélisation et commande des robots manipulateurs par les outils de l'intelligence artificielle, Thèse de doctorat, Université Badji-Mokhar-Annaba, 2015.
- [3] S. Manabe., The non-integer integral and its application to control systems, JIEE (Japanese Institute of Electrical Engineers) Journal, 1960, 80(3/4): 589–597.
- [4] J. Sabatier., O.P. Agrawal., and J.A. Tenreiro Machado., Advances in fractional calculus, Theoretical developments and applications in physics and engineering, Springer-Verlag, Dordrecht, the Netherlands, 2007.
- [5] A. Oustaloup., La commande CRONE, Hermès, Paris, 1991.
- [6] I. Podlubny., Fractional Order Systems and PI $\lambda$ D $\mu$  Controllers, IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, Vol. 44, No. 1, pp 208-214.
- [7] K.J. Åström., Adaptive Feedback Control, Proceedings of the IEEE, Vol. 75, No. 2, pp.185-217, February 1987.
- [8] M.L. HADJILI., Commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire, Mémoire de Magister, Département d'électronique, université Mentouri de Constantine, 1994.
- [9] B.M. Vinage., I. Petras., I. Podlubny., and Y.Q. Chen., Using Fractional Order Adjustment Rules and Fractional Order Reference Models in Model-Reference Adaptive Control, Nonlinear Dynamics, 2002, Vol. 29, No. 1-4, pp. 269-279.
- [10] S. Ladaci., and A. Charef., On Fractional Adaptive Control, Nonlinear Dynamics, 2006, Vol. 43, No. 4, pp. 365-378.
- [11] J.I Suárez., B.M. Vinagre., and Y.Q. Chen., A Fractional Adaptation Scheme for Lateral Control of an AGV, J. of Vibration and Control., 2008, Vol. 14, No. 9-10, pp. 1499-1511.
- [12] S. Ladaci., and A. Charef., An adaptive fractional PI $\lambda$ D $\mu$  controller, Proceedings of the International symposium series on Tools and Methods of Competitive Engineering, TMCE'2006, Ljubljana, Slovenia, April 18-22, 2006, pp. 1533–1540.
- [13] H. Balaska., S. Ladaci., and Y. Zennir., Conical tank level supervision using a fractional order model reference adaptive control strategy, 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO), 29–31 July, 2018, Porto, Portugal.

## Bibliographie

---

- [14] S. Coman., C. Boldisor., and L. Floroian., Fractional adaptive control for a fractional-order insuline-glucose dynamic model, 2017 International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), 25–27 May, 2017, Brasov, Romania.
- [15] G. Navarro-Guerrero., and Y. Tang., Fractional order model reference adaptive control for anesthesia, *Mathematical Problems in Engineering, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2017, Vol. 31, No. 9, pp.1350–1360.
- [16] J. Ma., Y. Yao., and D. Liu., Fractional order model reference adaptive control for a hydraulic driven flight motion simulator. 41st Southeastern Symposium on System Theory, SSST 2009, 15–17 March, Tullahoma, TN, USA, pp.340–343.
- [17] Y-L. He., and R-K. Gong., Application of fractional-order model reference adaptive control on industry boiler burning system, *The Int. Conf. on Intelligent Computation Technology and Automation, ICICTA 2010*, 11–12 May, Changsha, Hunan, China, 1, pp.750–753.
- [18] S. Djebbri., S. Ladaci., A. Metatla., and H. Balaska., Fractional-order model reference adaptive control of a multi-source renewable energy system with coupled DC/DC converters power compensation, *Energy Systems*, 2020, Vol. 11, No. 2, pp.315–355.
- [19] H. Balaska., S. Ladaci., H. Schulte., and A. Djouambi., Adaptive cruise control system for an electric vehicle using a fractional order model reference adaptive strategy, *IFAC-Papers On Line*, 2019, Vol. 52, No. 13, pp 194–199.
- [20] S. Ladaci., and A. Charef., Commande adaptative à modèle de référence d'ordre Fractionnaire d'un bras artificiel, *Revue Sciences & Communication*, Vol. 1, pp.53–55, ENSET Oran Algeria, 2002.
- [21] Y. Yanling., Model free adaptive control for robotic manipulator trajectory tracking, *The Open Automation and Control Systems Journal*, Vol. 7, 2015, pp.358–365.
- [22] Y. Bensafia., S. Ladaci., K. Khettab., and A. Chemori., Fractional order model reference adaptive control for SCARA robot trajectory tracking, *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 2018, Vol. 30, No. 2, pp.138–156.
- [23] B. Maalej., R.J. Khlif., C. Mhiri., Elleuch, M.H. and Derbel, N., L1 adaptive fractional control optimized by genetic algorithms with application to poly articulated robotic systems, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2021, Article ID 5579541.
- [24] C. A. Monje., B. Deutschmann., J. Muñoz., C. Ott and C. Balaguer., Fractional Order Control of Continuum Soft Robots: Combining Decoupled/Reduced-Dynamics Models and Robust Fractional Order Controllers for Complex Soft Robot Motions, *IEEE Control Systems Magazine*, 2023, vol. 43, no. 3, pp. 66-99. <https://doi.org/10.1109/MCS.2023.3253420>
- [25] L. A. Tuan and Q. P., Ha. Adaptive fractional-order integral fast terminal sliding mode and fault-tolerant control of dual-arm robots, *Robotica*, 2024, vol. 42, no. 5, pp. 1476-1499. <https://doi.org/10.1017/S0263574724000328>
- [26] H. Delavari., P. Lanusse., J. Sabatier., Fractional Order Controller Design for a Flexible Link Manipulator Robot, *Asian Journal of Control*, 2013, vol. 15, no. 3, pp. 783-795. <https://doi.org/10.1002/asjc.677>

## Bibliographie

---

- [27] S. Husnain., and R. Abdulkader., Fractional Order Modeling and Control of an Articulated Robotic Arm. *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 2023, vol. 13, no. 6, pp. 12026–12032. <https://doi.org/10.48084/etasr.6270>
- [28] C. Relaño., J. Muñoz., C. A. Monje., S. Martínez., and D. González., Modeling and Control of a Soft Robotic Arm Based on a Fractional Order Control Approach, *Fractal and Fractional*, 2023, vol. 7, no. 1, p. 8. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7010008>
- [29] S. Benftima., S. Ben Attia., S. Salhi., and V. F. Batlle., Optimal fractional control applied to a single link flexible robot with disturbances and payload changes. *Journal of Vibration and Control*, 2025. <https://doi.org/10.1177/10775463251315987>
- [30] P. Kheirkhan., and A. Izadbakhsh., Observer-based adaptive fractional-order control of flexible-joint robots using the Fourier series expansion: theory and experiment. *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* 2020, vol. 42, pp. 505. <https://doi.org/10.1007/s40430-020-02590-1>
- [31] G.W. Leibniz., G L'Hopital., Leibniz ensgesammelte Werke, Lebinizens mathematische Schriften, Erste Abtheilung, Band II. Pertz G. H. et Gerhardt C. J.; 1849.
- [32] K.B. Oldham., J. Spanier., The Fractional Calculus, Academic Press, New York, 1974.
- [33] S.G. Samko., AA Kilbas., OI Marichev., Fractional integrals and derevatives. Theory and applications publishers. Amsterdam: Gordon and breach science; 1993.
- [34] R.L. Bagley., and R.A. Calico., Fractional-order state equations for the control of viscoelastic damped structures, *J. Guidance, Control and Dynamics*, 14(2) :304-311, 1991.
- [35] R.L. Bagley., and P.J. Torvik., On the appearance of the fractional derivative in the behaviour of real materials. *J. Appl. Mech.*,51: 294-298, 1984.
- [36] A. Makroglou., R.K. Miller., and S. Skaar., Computational results for a feedback control for rotating viscoelastic beam. *J. Guidance, Control and Dynamics*, 17(1) :84-90, 1994.
- [37] A. Le Méhauté., and Crepy., Introduction to transfer and motion in fractal media: The geometry of kynetics. *Solid State Ionics*, 9-10:17-30, 1983.
- [38] M. Nakagawa., and K. Sorimachi., Basic characteristics of a fractance device. *IEICE Trans. Fundamentals*, E75-A(12):1814-1819,1992.
- [39] K.B. Oldham., and C.G. Zoski., Analogue instrumentation for processing polarographic data. *J. Electroanal. Chem.*, 157: 27-51, 1983.
- [40] S. Westerlund., Capacitor theory. *IEEE Trans. Dielectrics Electron. Insulation*, 1: 826-839, 1994.

## Bibliographie

---

- [41] J.J. Loiseau., and H. Mounier., Stabilisation de l'équation de la chaleur commandée en flux, ESAIM: Proc., pages 131-144, 1998.
- [42] J. Wang., and R.L. Bras., Ground heat flux estimated from surface soil temperature. Journal of hydrology, 216: 214-226, 1999.
- [43] Z.E.A Fellah., S. Berger., S Lauriks., and C. Depollier., Verification of kramerskonig relationship in porous materials having a rigid frame, Journal of sound and vibration, 270 :865-885, 2004.
- [44] S. Lu., F.J. Molz., and G.J. Fix., Possible problems of scale dependency in applications of the three-dimensional fractional advection-dispersion equation to natural porous media. Water Resources Research, 38(9):1-9, 2002.
- [45] D. Benson., C. Tadjeran., M.M. Meerschaert., I. Farnham., and G. PohII., Radial fractional-order dispersion through fractured rock, Water Resources Research, 40:1-9, 2004.
- [46] D. Del-Castillo-Negrete., B.A. Carreras., and V.E Lynch., Fractional diffusion in plasma turbulence, Physics of plasma, 11(8): 3584, 2004.
- [47] R. Gorenflo., F. Mainardi., M. Raberto., and E. Scalas., Fractional diffusion in finance: Basic theory, In Modelli dinamici in economia e finanza. Urbino :MDF, 2000.
- [48] B. Mathieu., P. Melchior., A. Oustaloup., and Ch. Ceyral., Fractional differentiation for edge detection, Signal Processing, 83: 2421-2432, 2003.
- [49] G. Cooper., and D. Cowan., The application of fractional calculus to potential field data. Exploration geophysics, 34 :51-56, 2003.
- [50] M. Garcia-Fi nana., and L.M. Gruz-Orive., Fractional trend of the variance in cavalieri sampling, Image analysis and stereology, 19(2) :71-79, 2000.
- [51] E. Tajahuerce., G. Saavedra., W.D. Furlan., E.E. Sicre., and P.Andrés., White-light optical implementation of the fractional Fourier transform with adjustable order control Applied optics, 39(2): 238-245, 2000.
- [52] J. I. Suàrez., B.M. Vinagre., and Y. Q. Chen., Spacial path tracking of autonomous industrial vehicle using fractional order controllers, Proceedings of the 11<sup>th</sup> Conference on advanced robotics. IEEE, pages 405,410, Coimbra, 2003.
- [53] A. Oustaloup., B. Orosni., P. Melchior., and H. Linarès., Path planning by fractional differentiation, Robotica, 21 :59-69, 2003.
- [54] A. Oustaloup., B. Mathieu., and P. Lanusse., The CRONE control of resonant plants: Application to flexible transmission. European Journal of Control, 1(2) :113-121, 1995.

## Bibliographie

---

- [55] P. Lanusse., T. Poinot., O. Cois., A. Oustaloup., and J.C. Trigeassou., Tuning of an active suspension system using a fractional controller and a closed-loop tuning. Proc. Of the 11<sup>th</sup> International conference of advanced robotics, IEEE, pages 258,263, Coimbra, 2003.
- [56] V. Pommier., R. Musset., P. Lanusse., and A. Oustaloup., Study of tow robust controls for an hydraulic actuator. Proceedings of the European Control Conference, Cambridge, EUCA, 2003.
- [57] J. Liouville., Mémoire sur quelques questions de géométrie et de mécanique et sur un nouveau genre de calcul pour résoudre ces questions, Journal de l'École Royale Polytechnique. 13(21), pp. 1-69, 1832.
- [58] GFB. Riemann., Versuch Einer Allgemeinen Auffassung Der Integration und Differentiation., 1876. M Riesz. In: Mathematiker in Göttingen. Leipzig: Teubner; 1876. p. 331-344.
- [59] M. Caputo., Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent. *Annales di Geofisica*. 19(4), pp. 383-393, 1966.
- [60] AK. Grünwald XVIII., Ueber. begrenzte" Derivationen und deren Anwendung. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*. 12, pp. 441-480, 1867.
- [61] AV. Letnikov., Teoriya differencirovaniya s proizvolnim ukazatelem. *Matematicheskij sbornik*. 3, pp. 1-68, 1868.
- [62] A. Krasnobrizha., Modélisation des mécanismes d'hystérésis des composites tissés à l'aide d'un modèle collaboratif élasto-plastique endommageable a dérivées fractionnaires. Thèse de Doctorat, Université *Nantes Angers le Mans*, France, 2015.
- [63] I. Podlubny., *Fractional Differential Equations*. San-Diego: Academic Press; 1999.
- [64] A.A. Kilbas., HM. Srivastava., JJ Trujillo., *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: ELSEVIER; 2006.
- [65] K. Diethelm., N.J. Ford., and A.D. Freed., A predictor-corrector approach for numerical solution of fractional differential equations, *Nonlinear Dynamics*, 29:3-22, 2002.
- [66] B.M. Vinagre., Y.Q. Chen., and I. Pétras., Two direct Tustin discretization methods for fractional-order differentiator/integrator. *Journal of the Franklin Institute*, 340: 349-362, 2003.
- [67] Y. Ferdi., Computation of fractional order derivative and integral via power series expansion and signal modelling. *Nonlinear Dynamics*, 46: 1- 15,2006.

## Bibliographie

---

- [68] C. Hwang., J.F. Leu., and S.Y. Tsay., A note on time-Domain Simulation of Feedback Fractional-Order Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(4):625-631, 2002.
- [69] I. Petras., I. Podlubny., P. O’Leary., L. Dorcak., and B. M. Vinagre., Analogue Realization of Fractional Order Controllers, *Fakulta BERG, TU Kocise*, 2002.
- [70] A. Charef., H.H. Sun., Y.Y. Tsao., B.Onaral., Fractal System as represented by singularity function, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1992, vol. 37, n° 9, pp. 1465-1470
- [71] A. Charef., Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional  $PI\lambda D\mu$  controller, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol. 153, pp. 714-720, 2006.
- [72] S. Ladaci., Contribution à la commande Adaptative d’ordre fractionnaire. Thèse de Doctorat, Université Mentouri de Constantine, Algérie, 2007.
- [73] A.Charef., Modeling and Analog Realization of the Fundamental Linear Fractional Order Differential Equation, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 46, pp. 195-210, 2006.
- [74] C. PHILIPPE., *La robotique : principes et applications* : Edition ERMES 1986.
- [75] P. MARC., *les robots industriels : caractéristiques, performances et choix* : Edition AFNOR 1990.
- [76] [ia-tpe.over-blog.com/article-la-robotique-les-premisses-de-l-ia-67999541.html](http://ia-tpe.over-blog.com/article-la-robotique-les-premisses-de-l-ia-67999541.html)  
(Consulté 24/01/2023)
- [77] <https://perso.liris.cnrs.fr/laetitia.matignon/index/coursL1robotique.pdf>  
(Consulté 25/01/2023)
- [78] S. Aoudjhane., Metafly., l’objet volant comme un oiseau conçu en France, l’usine nouvelle, Consulté 20/01/2023.
- [79] E. Dombre., *Analyse et modélisation des robots manipulateurs*, 2ème éd. France : Hermès Sciences, 2001.
- [80] Z. SAÏD., A. MARC., G. J. PIERRE., *Préhension et manipulation dextre en robotique Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS). Université de Poitiers - UMR CNRS 6610/ JNRR 2007.*
- [81] P. BIDAUD., *Préhension en robotique Techniques de l’Ingénieur, traité Informatique industrielle. L’Université Pierre-et-Marie-Curie, Paris VI*
- [82] W.L. Roberts., *Hot Rolling of Steel- Manufacturing Engineering and Materials Processing*, Marcel Dekker, Inc., New York, 1983.

## Bibliographie

---

- [83] I. Inoan., D. C. Dumitrache., M. Abrudean., Neural networks approach in modeling of an unloading arm positioning system, The 5th Edition of the Interdisciplinarity in Engineering International Conference “Petru Maior” University of Tîrgu Mureş, Romania 2011.
- [84] I. Clitan., V. Muresan., A. Clitan., and M. Abrudean., Fractional Order Model Identification for a Billet Unloading Robotic Arm, Applied Mechanics and Materials, Vol. 841, pp 234-239, Trans Tech Publications, Switzerland 2016.
- [85] I. Inoan., Movement Control of an Unloading Machine from a Rotary Furnace, in: 2010 IEEE International conference on Automation, Quality and Testing, Robotics, Cluj-Napoca, Romania, pp.231-234,10.1109/aqtr.2010.5520901, May 2010.
- [86] I. Clitan., M. Abrudean., and V. Muresan., Design of neural network controllers for the horizontal positioning of an industrial manipulator, in: Applied Mechanics and Materials, Vol. 555, p. 281-287, Trans Tech Publications, Switzerland 2014: [http://www.parkerdenisonpk.com/hydraulic\\_cylinders/mma\\_1210-uk.pdf](http://www.parkerdenisonpk.com/hydraulic_cylinders/mma_1210-uk.pdf).
- [87] H.E. Merritt., Hydraulic control systems. John Wiley & Sons, New York, 1967.
- [88] Parker. MMA Roundline Cylinders – Catalogue
- [89] Bosch Rexroth. 4/2 & 4/3 proportional directional valves directly controlled, with electrical position feedback: <http://www.hpts.co.kr/rexroth/RE29061.PDF>.
- [90] G. Lazea., E. Lupu., P. Dobra., Robots and control system integrated Manufacturing-Guide, Mediamira, Cluj-Napoca, 1998.
- [91] M. Taфраouti., Contribution à la modélisation et à la commande des systèmes électrohydrauliques. Automatique / Robotique. Université Henri Poincaré - Nancy I, 2006. Français.
- [92] J.F. Blackburn., G. Reethof., and J.L. Shearer., Mecanismes Et Servomecanismes A Fluide Sous Pression. Tome 1, Paris, 1966.
- [93] M. Jelali., and A. Kroll., Hydraulic Servo-systems: Modelling, Identification and Control. Advances in Industrial Control. London, 2003.
- [94] M. Lebrun., Contribution à une aide à l'analyse dynamique et à la conception de système électrohydraulique, Thèse d'état, Université C. Bernard, Lyon,1986.
- [95] J.C. Maré., Contribution à la modélisation, la simulation, l'identification et la commande d'actionneurs électrohydraulique, Thèse d'état es-sciences, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, 1993.
- [96] Mc. Cloy., and H.R. Martin., Control of fluid power: analysis and design. Ellis Horwood Limited, Chichester, U.K., 1980.
- [97] J. Watton., Fluid Power Systems, Prentice Hall International, New York, 1989.

## Bibliographie

---

- [98] A. Oprean., F. Ionescu., A. Dorin., Hydraulic. Parts and Supplies, Editura Tehnica, Bucuresti, 1982.
- [99] L.M. Sweet., and M.C. Good., Redefinition of the robot motion control problem: effects of plant dynamics, drive system constraints, and user requirements. *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, Nevada, USA, 724-791, December 1984.
- [100] E.I. Rivin., Effective rigidity of robot structure: analysis and enhancement. *Proceedings of American Control Conference*, Boston, USA, 381-382, June 1985.
- [101] G. Widmann and S. Ahmad., Control of industrial robots with flexible joints. *Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation*, Raleigh, North Carolina, USA, 1561-1566, May 1987.
- [102] H. MAZIN., Modelling and Feed-Forward Control of Robot Arms with Flexible Joints and Flexible Links [Master's Thesis 2016], Department of Signals and Systems, Chalmers University of Technology.
- [103] I. H. Akyuz., E. Yolacan., H. M. Ertunc and Z. Bingul., PID and state feedback control of a single-link flexible joint robot manipulator, *2011 IEEE International Conference on Mechatronics*, Istanbul, Turkey, pp.409-414, 2011: <https://doi.org/10.1109/ICMECH.2011.5971320>
- [104] P. Rao., D. Roy., and S. Chakraverty., Vibration Analysis of Single-Link Flexible Manipulator in an Uncertain Environment. *J. Vib. Eng. Technol.* vol. 12, pp. 2677–2694, 2024: <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01007-2>
- [105] F. Wang., P. Liu., F. Jing., B. Liu., W. Peng., M. Guo., and M. Xie., Sliding mode robust active disturbance rejection control for single-link flexible arm with large payload variations, *Electronics*, vol. 10, pp. 2995, 2021: <https://doi.org/10.3390/electronics10232995>
- [106] K. Åström., and T. Hägglund., PID controllers: theory, design and tuning, Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, USA, 1995.
- [107] M. Dulău., A. Gligor., and T.-M. Dulău., Fractional Order Controllers Versus Integer Order Controllers, *Procedia Engineering*, vol. 181, pp. 538-545, 2017.
- [108] P. Ostalczyk., and M. Stolarski., Fractional-Order PID Controllers in a Mobile Robot Control, *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 42, no. 13, pp. 268-271, 2009.
- [109] P. Shah., and S. Agashe., Review of fractional PID controller, *Mechatronics*, vol. 38, pp. 29-41, September 2016.
- [110] M. Silas., and S. Bhusnur., A survey on fractional order PID controller, *Res. J. Engineering Sci.*, vol 6, no. 7, pp. 39-43, August 2017.
- [111] M.R. Stojic., and T. B. Petrovic., Design of a digital PID standalone single-loop controller. *International Journal of Control*, 43:4, pp. 1229-1242, 1986.

## Bibliographie

---

- [112] K.J. Åström., T. Hägglund., C.C. Hang., and W.K. Ho., Automatic tuning and adaptation for PID controllers. *Control Engineering Practice*, vol. 1:4, pp.699-714, 1993.
- [113] C. Gang., Y. Haibin., X. Weihua., and C. Jian., PID control of unstable process with large dead time, *Chinese Jour. of scientific instrument*, Vol. 26, No. 3, pp.301–303, 2005.
- [114] C. Hwang., and J.H. Hwang., On stabilization of first-order plus dead-time unstable processes using PID controllers, *IEE Proceeding on Control Theory Applications*, Vol. 151, No. 1, pp 89-94, 2004.
- [115] A. Oustaloup., *La dérivation non entière*, Hermès, Paris, 1995.
- [116] A. Tepljakov., E. Petlenkov., J. Belikov., and S. Astapov., Tuning and Digital Implementation of a Fractional-Order PD Controller for a Position Servo, *International Journal of Microelectronics and Computer Science*, 4(3), pp. 116– 123, 2013.
- [117] S. A. Taher., M. HajiakbariFini., and S. FalahatiAliabadi., Fractional order PID controller design for LFC in electric power systems using imperialist competitive algorithm, *Ain Shams Engineering Journal*, 2014, 5(1), pp. 121–135, 2014.
- [118] Y. Bensafia., S. Ladaci., K. Khettab., Performance Analysis of Fractionalized Order PID Controller with the Conventional PID Controller, *International Conference on Control, Engineering & Information Technology, CEIT'14 22-25, Sousse, Tunisia, March 2014*.
- [119] S. Mouleeswaran., Design and Development of PID Controller-Based Active Suspension System for Automobiles, In: Vagia, M. (ed.) *PID Controller Design Approaches: Theory, Tuning and Application to Frontier Areas*, IntechOpen, Rijeka, Croatia, pp. 71–98, 2012.
- [Online] Available at: <https://doi.org/10.5772/32611>
- [120] M. S. Kumar., Development of Active Suspension System for Automobiles using PID Controller, In: *World Congress on Engineering*, London, UK, pp. 1472–1477, 2008.
- [online] Available at: <http://www.iaeng.org/publication/WCE2008/> [Accessed: 09 June 2019]
- [121] Z. A. Karam., and O. A. Awad., Design of Active Fractional PID Controller Based on Whale's Optimization Algorithm for Stabilizing a Quarter Vehicle Suspension System, *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*, 64(3),247–263, 2020: <https://doi.org/10.3311/PPee.14904>.
- [122] A. Idir., M. Kidouche., Y. Bensafia., K. Khettab., S.A. Tadjer., Speed Control of DC Motor Using PID and FOPID Controllers Based on Differential Evolution and PS, *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, Vol.11, No.4, 2018.

## Bibliographie

---

- [123] L. Bruzzone., V. Belotti., and P. Fanghella., Implementation of a Fractional-Order Control for Robotic Applications. In *Advances in Service and Industrial Robotics*, C. Ferraresi, and G. Quaglia, Eds. RAAD 2017. Mechanisms and Machine Science, vol. 49, Springer, 2018.
- [124] C. Diracca., Etude comparative de PID numériques auto-ajustables applications à la commande d'un télépointeur. Thèse de Doctorat, Nice, 1986.
- [125] J.L. Barian., Conception et réalisation d'un logiciel de CAO en automatique : identification structurelle et commande PID, Thèse de Doctorat, Nice, 1988.
- [126] P. Prouvost, *Automatique : contrôle et régulation*. France: Éditions Techniques, 2004.
- [127] Phippe de larminat “automatique appliquée ,2<sup>ème</sup> édition revue et augmentée, chapitre 2, Hermès Lavoisier mars,1999.
- [128] B.M. Vinagre., V. Feliú., Modeling and control of dynamic system using fractional calculus: Application to electrochemical processes and flexible structures, proceedings of 41st IEEE conference on decision and control, Las Vegas, December9, pp. 214-239, 2002.
- [129] D. Valério., and José Sà da Costa., Tuning of fractional PID controllers with Ziegler-Nichols type rules, *Signal Processing*, 86, pp 2771-2784, 2006.
- [130] J. Ziegler., G. and N.B. Nichols., Optimum setting for automatic controllers. *Trans. ASME*, 64, pp.759-768, 1942.
- [131] K.J. Åström., and T. Hägglund., Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins, *Automatica*, vol. 20, pp. 645–651, 1984.
- [132] A. Oustaloup., F. Levron., F. Nanot., and B. Mathieu., Frequency band complex non integer differentiator: Characterization and synthesis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Application*, 47(1): 25-40, 2000.
- [133] Y. Bensafia., S. Ladaci., K. Khettab., Commande Multi-modèles du Moteur a Courant Continu, International Conference on Electronics and Oil, ICEO“2011, Ouragla, Algeria, March 2011.
- [134] GILLESPIE, Thomas D., *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, Warrendale: Society of Automotive Engineers, Inc, 495p, 1992.
- [135] V. PRAHLAD., M.V.C. RAO., A tunable fuzzy logic controller for vehicle active suspension systems. *Fuzzy Sets and Systems* 85, pp. 1183-1191, 1997.
- [136] M. BOUAZARA., L'influence des paramètres de suspension sur le comportement d'un véhicule, Maîtrise es sciences (M. Se). Québec / Université Laval / 105p,1991.
- [137] R.M. CHALASSANI., Ride performance potential of active suspension system part I: Simplified analysis based on a quarter-car model, *Symposium on simulation and*

## Bibliographie

---

- control of ground vehicle and transportation systems: AMD-80(DSC2), pp. 187-204, 1986.
- [138] I. Clitan., V. Muresan., M. Abrudean., A. Clitan., and R. Miron., Position control of an industrial robot using fractional order controller, International Conference on Robotics and Machine Vision, A. V. Bernstein, A. Olaru, J. Zhou, Eds, Proc. of SPIE, vol. 10253, 2016.
- [139] V. Mureşan., and M. Abrudean., Control System Optimization of Rotary Hearth Furnace Charging/Discharging, Proc. 5th Int. Symp. on Applied Computational Intelligence and Informatics, pp. 277-282, 2009.
- [140] Y. Liu., N. Xi., and Y. Shen., High-accuracy positioning of an industrial robot using image/psd-based hybrid servo control, International Journal of Optomechatronics, vol. 5, pp. 170–187, 2011.
- [141] B. Wittenmark., K. Astrom., Adaptive Control. Dover Publications, Inc, 2008.
- [142] K. J. Astrom., Adaptive Feedback Control, Proceedings Of The IEEE, Vol. 75, N°2, pp 185-217, February 1987.
- [143] L. Vlacic., IFAC control resources:  
[online] Available at <http://controlrc.ifac-control.org/history/control-theory-timeline/adaptive-control>. [(Consulté 25/01/2021)]
- [144] P. C. Gregory., Proceedings of the Self Adaptive Flight Control Systems Symposium. (WADC Tech. Rept. 59-49, Wright Air Development Center, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio), 1959.
- [145] R. Bellman., Adaptive Control- A Guided Tour, Princeton University Press, 1961.
- [146] P.V. Osburn., H.P. Whitaker., and A. Kezer., Comparative Studies of Model Reference Adaptive Control Systems, Paper No. 61-39, Institute of Aeronautical Sciences, 1961.
- [147] Y.D. Landau., Adaptive Control: The Model Reference Approach, Marcel Dekker, New York, 1979.
- [148] K.J. Astrom., and B. Wittenmark., Adaptive Control, Addison-Wesley, Reading, MA, 1995.
- [149] P. Jain., and M. J. Nigam., Real time control of ball and beam system with model reference adaptive control strategy using MIT rule. In IEEE International Conference on Computational Intelligence and Computing Research (ICIC), pages 1–4. IEEE, December 2013.
- [150] D. Rotondo., F. Nejjari., and V. Puig., Model reference quasi-LPV control of a quadrotor UAV. In IEEE Conference on Control Applications (CCA), pages 736–741. IEEE, October 2014.

## Bibliographie

---

- [151] O. Hassanein., S. G. Anavatti., and T. Ray., On-line adaptive fuzzy modeling and control for autonomous underwater vehicle. *Recent Advances in Robotics and Automation*. Springer, Heidelberg, 2013.
- [152] H.F. Raynaud., and A. Zergalnoh., State-space representation for fractional order controllers, *Automatica*, Vol. 36, No. 7, pp.1017–1021, 2000.
- [153] S. Ladaci., J.J. Loiseau., and A. Charef., Fractional order adaptive high-gain controllers for a class of linear systems, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, Vol. 13, No. 4, pp.707–714, 2008.
- [154] H. Balaska., S. Ladaci., and Y. Zennir., Conical tank level supervision using a fractional order model reference adaptive control strategy, 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO), 29–31 July, Porto, Portugal, 2018.
- [155] J.I. Suarez., and B.M. Vinagre., A fractional model reference adaptive system: a method of adjusting the parameters controller, *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, Vol. 42, Nos. 6–8, pp.977–998, 2008.
- [156] Y. Bensafia., and S. Ladaci., Adaptive control with fractional order reference model, *International Journal on Sciences and Techniques of Automatic Control & Computer Engineering – IJ-STA*, Vol. 5, No. 2, pp.1614–1623, 2011.
- [157] A. Tepljakov., B.B. Alagoz., E. Gonzalez., Petlenkov., and C. Yeroglu., Model reference adaptive control scheme for retuning method-based fractional-order PID control with disturbance rejection applied to closed-loop control of a magnetic levitation system, *Journal of Circuits, Systems and Computers*, Vol. 27, No. 11, p.1850176, 2018.
- [158] I.D. Landau et L. Dugard., *Commande Adaptative Aspects Pratiques et Théoriques*. Masson, New York, 1986.
- [159] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy., J.P. Richarde., F. Rotella., I. Zambettakis., *Commande et Optimisation des Processus*. Technip, Paris, 1990.
- [160] M. Krstic., I. Kanellakopoulos., and P. Kokotovic., *Nonlinear and adaptive control design*, John Wiley and Sons, 1995.
- [161] P. Ioannou and J. Sun., *Robust adaptive control*, Prentice Hall, Inc, 1996.
- [162] A. Astolfi., D. Karagiannis., and R. Ortega., *Nonlinear and adaptive control with applications*, *Communications and Control Engineering*, Springer-Verlag, 2007.
- [163] C. Cao., and N. Hovakimyan., Design and analysis of a novel 11 adaptive control architecture with guaranteed transient performance, *IEEE Trans. on Auto. Control*, 586–591, 2008.
- [164] M. Makoudi., L. Radouane L., A robust model reference adaptive control for non-minimum phase systems with unknown or time-varying delay. *Automatica*; Vol. 36, pp. 1057– 1065, 2000.

## **Bibliographie**

---

- [165] F. Alonge F. D'Ippolito., F.M. Raimondi., An adaptive control law for robotic manipulator without velocity feedback, *Control Engineering Practice*, Vol. 11, pp. 999–1005, 2003.
- [166] R. Colbaugh., K. Glass., H. Seraji., Adaptive tracking control of manipulators: Theory and experiments, *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*; pp 209–216, 1996.
- [167] J. Van Amerongen., A.U. Ten Cate., Model reference adaptive controller for ships, *Automatica*, Vol. 11, pp. 441-449, 1975.
- [168] H. Tajbakhsh., S. Balochian., Robust Fractional Order PID Control of a DC Motor with Parameter Uncertainty Structure, *International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology*, Vol. 1, No. 6, August 2014.
- [169] E. Sanchez., Adaptive control robustness in flexible aircraft, *Application. American Control Conference*, pp. 494-496, Juin, 1986.
- [170] A. Monje., Y.Q Chen., *Fractional-order Systems and Controls, Fundamentals and Applications*, pp. 193-194, Springer, 2010.
- [171] K. Khettab., Y. Bensafia., S. Ladaci., Robust Adaptive Fuzzy control for a Class of Uncertain nonlinear Fractional Systems, *Second International Conference on Electrical Engineering And Control Applications, ICEECA'14, Constantine, Algeria, November 18-20, 2014.*
- [172] J. Jacques., *Convergence des Méthodes de Commande Adaptative en Présence de Perturbations Aléatoires. Institue Nationale de Recherche en Informatique et en Automatique, Inria, 1981.*
- [173] H. Kaufman., I. Barkana., and K. Sobel., *Direct adaptive control algorithms, theory and applications*, Springer, New York NY, USA, second edition, 1998.
- [174] X.J. Xie., and J.L. Li., A robustness analysis of discrete-time direct model reference adaptive control, *International journal of control* 79, no. 10, 1196–1204, 2006.
- [175] A. Chemori., *Introduction à La Commande Adaptative. Laboratoire D'informatique de Robotique Microélectronique de Montpellier, France, 2015-2016.*
- [176] M. Abedini., M.A. Nojournian., H. Salarieh., A. Meghdari., Model reference adaptive control in fractional order systems using discrete-time approximation methods, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat*, Vol. 25, pp. 27–40, 2015.
- [177] Y. Bensafia., K. Khettab., S. Ladaci., Robustness test of the Fractional Adaptive Control, *3ème Conférence Nationale sur les Systèmes d'Ordre Fractionnaire et leurs Applications, SOFA 2012, Université 08 Mai 1945, Guelma, Algérie, 25-27 Novembre 2012.*
- [178] B. Shi., J. Yuan., C. Dong., *On Fractional Model Reference Adaptive Control, The Scientific World Journal; Article ID 521625:18, 2014.*

## Bibliographie

---

- [179] N. Fergani., A. Charef., Process step response based fractional  $PI\lambda D\mu$  controller parameters tuning for desired closed loop response. *International Journal of Systems Science*, 2014.
- [180] R. Morales., V. Feliu., and V. Jaramillo., Position control of very lightweight single-link flexible arms with large payload variations by using disturbance observers. *Robot. Auton. Syst.*, vol. 60, pp. 532–547, 2012. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2011.11.016>
- [181] S. Ladaci., A. Cheref., and A. Bennis., Loi de commande adaptative MIT avec integration d'ordre fractionnaire. *Proc. CNIE'02 Conférence Nationale d'Ingénierie Electrique*, pages 392-395, USTO, Oran, Algérie, 15-16 Décembre, 2002.
- [182] S. Ladaci., A. Cheref., MIT adaptive rule with fractional order integration. *Proc. CESA'2003 IMACS Multi-conference Computational Engineering in System Application*, Lille- France, July 9-11, 2003.