

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université du 20 Août 1955 - Skikda

Faculté de Technologie

Département de Génie Mécanique

N° : D012117012D



THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de :

DOCTORAT EN SCIENCES

Option : Mécatronique

Par :

MEDJEBOURI ALI

THÈME :

Modélisation et Commande d'un Bras Manipulateur
Application à La Robotique Industrielle

Soutenue publiquement le 11/ 01 /2018 devant le Jury composé de :

Président	:	METATLA ABDEREZAK	M.C.A	U. Skikda
Directeur de thèse	:	MEHENNAOUI LAMINE	M.C.A	U. Skikda
Examineurs	:	RAMDANI MESSAOUD	Pr.	U. Annaba
		ARBAOUI FAYCAL	M.C.A	U. Annaba
		KOURD YAHIA	M.C.A	U. Souk-Ahras
		KELAIAIA REDHA	M.C.A	U. Skikda

*Je dédie ce travail,
À mes parents,
À mon épouse,
À mes frères et sœur,
À toute ma famille
À mes amis et collègues.*

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je tiens à remercier très sincèrement toute personne ayant aidé, de près ou de loin, à l'aboutissement de cette thèse.

*Je voudrais tout d'abord exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse Monsieur **L. Mehennaoui**, Maître de conférences au sein du département d'électronique de l'université de Skikda, pour sa disponibilité, ses remarques scientifiques constructives et ses grandes qualités humaines.*

*Je tiens à remercier très sincèrement Monsieur **A. Metatla**, Maître de conférences au sein du département de Génie Mécanique de l'université de Skikda, qui ma fait l'honneur d'accepter de présider le jury de soutenance.*

*Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur **R. Kelaiaia**, Maître de conférence au département de Génie Mécanique de l'université de Skikda, d'avoir accepté d'examiner ce travail en me faisant l'honneur d'être membre de ce jury.*

*Je tiens à remercier Monsieur **F. Arbaoui**, Maître de conférences au département d'électronique de l'université d'Annaba, et Monsieur **Y. Kourd**, Maître de conférences de l'université de Souk-Ahras, d'avoir accepté la lourde tâche d'être rapporteurs de ma thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux.*

*Mes vifs remerciements vont aussi à Monsieur **M. Ramdani**, Professeur au sein du département d'électronique de l'université d'Annaba, pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux en acceptant d'évaluer cette thèse et d'être membre du jury.*

RÉSUMÉ

Les travaux présentés dans cette thèse s'insèrent dans le cadre de recherches sur la commande des robots manipulateurs. Deux thèmes sont abordés :

Le premier thème traite les différents types de modèles permettant de décrire le fonctionnement de ces robots manipulateurs destinés pour des applications industrielles, avec une application détaillée sur le manipulateur industriel PUMA 560 à 6 D.D.L (degrés de liberté). L'obtention précise de ces modèles est d'une grande importance pour la synthèse des lois de commande.

Le deuxième thème est relatif à l'étude et l'application de stratégies robustes pour la commande en mouvement dans l'espace libre de ces robots manipulateurs. Nous développons, dans un premier temps, plusieurs structures centralisées (multi variables) fondées sur des approches différentes, la commande linéarisante robuste (RNFLC), la commande par rejet actif de perturbation (ADRC), la commande par modes glissants conventionnels (SMC), et la commande adaptative neuronale par modes de glissement (ANN SMC). Nous proposons, ensuite, une étude comparative en simulation permettant l'évaluation des performances des algorithmes élaborées à partir des approches citées, appliquées au manipulateur considéré dans ce travail.

MOTS CLÉS : Robotique Industrielle, Modélisation géométrique, Modélisation dynamique, Commande, Robustesse.

ABSTRACT

The work presented in this thesis addresses two major topics in the area of Industrial Robot Manipulators Control. The first one deals with the modeling of this type of robots with illustration of 6-DOF (degrees of freedom) PUMA 560 manipulator example. Note that it is of great importance to obtain the accurate models for control synthesis.

The second topic concerns the study and the application of robust strategies for motion control of these robot manipulators in free space. First, we develop several centralized (multi variable) robust techniques based on different approaches which are, robust non linear feedback linearization (RNFLC), active disturbance rejection control (ADRC), conventional sliding mode control (SMC), and adaptive neural sliding mode control (ANN SMC). Then, we propose a comparative study, in simulation, allowing the performances evaluation of the elaborated algorithms, applied for the control of the considered robot manipulator.

KEY WORDS: Industrial Robotics, Geometric modeling, Dynamic modeling, Control, Robustness.

ملخص:

العمل المعروض في هذه الرسالة يتناول موضوعين رئيسيين في مجال التحكم الآلي في الروبوتات ذات التطبيقات الصناعية. المحور الأول يتناول النمذجة الرياضية للأذرع الروبوتية في فضاء المهمة مع التركيز على الروبوت الصناعي PUMA 560 كمثال. إن الحصول بدقة على هذا النموذج الرياضي يحظى بأهمية بالغة جدا في تصميم أنظمة تحكم تضمن أداء عالي في التطبيقات التي تحتاج إلى دقة كبيرة.

المحور الثاني يتعلق بدراسة وتطبيق استراتيجيات تحكم حديثة تمكن الاستغلال الجيد لهذه الروبوتات الصناعية . لبلوغ هذا الهدف، قمنا أولاً بتطوير عدة تقنيات تحكم متعددة المتغيرات ذات طبيعة متينة بمعنى أنها قادرة على إلغاء تأثيرات التأثير السلبي للمشوشات الخارجية و الداخلية، هذه التقنيات التي وضعناها تستند إلى نظريات مختلفة وهي: نظرية ردود الفعل الإخطائية المتينة (la commande linéarisante robuste) التي تمكن من تبسيط النظام الغير خطي إلى نظام خطي قادر على إلغاء تأثير المشوشات، نظرية التحكم والسيطرة عن طريق الإلغاء النشط للمشوشات (la perturbation modes de glissement)، التحكم الكلاسيكي عن طريق أنماط الانزلاق (conventionnelles)، وأخيراً نظرية التحكم القابل للتكيف المرتكز على أنماط الانزلاق المرتبطة بالشبكات العصبية (commande adaptative neuronale par modes de glissement). في نهاية هذا البحث، قمنا بإجراء دراسة مقارنة لمختلف هذه الاستراتيجيات، في المحاكاة، مما سمح لنا بتقييم أداء الخوارزميات المطورة في هذا البحث، والمطبقة للتحكم في الروبوت الصناعي المقترح PUMA 560 .

الكلمات الرئيسية: الروبوتات الصناعية، النمذجة الهندسية، النمذجة الديناميكية، السيطرة، المتانة.

Tables des Matières

Liste des Figures.....	i
Liste des Tableaux.....	viii
Liste des Symboles.....	ix
Introduction Générale.....	xi

Chapitre I

I.1. Introduction.....	3
I.2. Définition d'un robot industriel.....	3
I.3. Chronologie du développement de la robotique industrielle	4
I.4. Avantages de la robotisation des entreprises industrielles	11
I.4.1. Le facteur économique : Productivité et compétitivité.....	11
I.4.2. Facteurs humains	15
I.4.3. Facteurs environnementaux.....	15
I.5. Constitution d'un robot industriel	18
I.5.1. La structure mécanique articulée.....	19
I.5.1.1. Les S.M.A à chaîne cinématique ouverte simple ou sérielle.....	19
I.5.1.2. Les S.M.A parallèles.....	20
I.5.2. Le contrôleur.....	23
I.5.3. Pupitre de programmation.....	24
I.6. Principaux types de manipulateurs industriels.....	24
I.6.1. Les robots cartésiens.....	24
I.6.2. Les robots cylindriques.....	25
I.6.3. Les robots sphériques.....	26

I.6.4.	Les robots SCARA.....	26
I.6.5.	Robots anthropomorphe.....	27
I.6.6.	Les robots parallèles de type Delta.....	28
I.7.	Caractérisation des robots industriels.....	30
I.7.1.	Volume accessible par l'outil du robot.....	30
I.7.2.	Précision / Répétabilité	30
I.7.3.	Performances dynamiques	32
I.7.4.	Charge utile.....	32
I.8.	Les marchés de la robotique industrielle.....	32
I.9.	Techniques de commande des bras manipulateurs.....	37
I.9.1.	Commande dans l'espace libre	38
I.9.1.1.	Commande par articulation.....	38
I.9.1.2.	Commande PID.....	38
I.9.1.3.	Commande par découplage non linéaire.....	38
I.9.1.4.	Commande Adaptative.....	39
I.9.1.5.	Commande Robuste.....	39
I.9.2.	Commande dans l'espace contraint.....	40
I.9.3.	Approches proposées.....	41
I.10.	Conclusion.....	41

Chapitre II

II.1.	Introduction.....	45
II.2.	Introduction à la modélisation des robots manipulateurs.....	45
II.3.	Notions de base.....	46
II.3.1.	Coordonnées homogènes.....	46
II.3.1.1.	Représentation d'un point.....	46

II.3.1.2.	Représentation d'une direction.....	46
II.3.2.	Transformation homogènes.....	46
II.3.2.1.	Transformation des repères.....	46
II.3.2.2.	Transformation des vecteurs.....	48
II.3.2.3	Matrice de transformation de translation pure.....	49
II.3.2.4.	Matrice de transformation de rotation autour des axes principaux	49
II.3.3.	Propriétés des matrices de transformation homogène.....	50
II.3.4.	Systèmes d'angles d'Euler	54
II.4.	Modélisation géométrique.....	56
II.4.1.	Paramètres de Denavit et Hartenberg modifiés	58
II.4.2.	Construction des matrices de passage	59
II.4.3.	Modèle géométrique direct.....	59
II.4.3.1.	Définition.....	59
II.4.4.	Modèle géométrique inverse.....	62
II.4.4.1.	Position du problème.....	62
II.4.4.2.	Méthode de Paul.....	64
II.5.	Modélisation cinématique.....	67
II.5.1.	Modèle cinématique direct.....	67
II.5.1.1.	Calcul directe de la matrice jacobienne.....	67
II.5.1.2.	Matrice jacobienne cinématique	67
II.5.1.3.	Calcul du Jacobien cinématique	68
II.5.1.4.	Calcul de la matrice J_1^n	68
II.5.2.	Modèle cinématique inverse.....	71
II.5.2.1.	Modèle cinématique inverse dans le cas régulier.....	71
II.6.	Modélisation dynamique.....	72
II.6.1.	Formalisme de Lagrange.....	72

II.6.1.1.	Calcul de l'énergie cinétique.....	73
II.6.1.2.	Calcul de l'énergie potentielle.....	78
II.6.1.3.	Equations de mouvement.....	79
II.7.	Modélisation du Manipulateur PUMA 560.....	80
II.7.1.	Présentation du robot PUMA 560	80
II.7.2.	Modèle géométrique direct.....	83
II.7.3.	Modèle géométrique inverse.....	84
II.7.4.	Modélisation Cinématique.....	85
II.7.4.1.	Calcul du Jacobien de base.....	85
II.7.4.2.	Vitesses et accélérations réelles de l'effecteur.....	86
II.7.5.	Modélisation Dynamique.....	88
II.7.5.1.	Modélisation dynamique de la structure mécanique articulée.....	88
II.7.5.2.	Modélisation des actionneurs.....	88
II.7.5.3.	Mise du modèle sous forme d'une représentation d'état.....	89
II.8.	Conclusion.....	91

Chapitre III

III.1.	Introduction.....	94
III.2.	Génération de mouvements.....	94
III.3.	Mouvements entre deux points dans l'espace articulaire.....	95
III.3.1.	Trajectoires polynomiales.....	95
III.3.2.	Trajectoires trigonométriques.....	100
III.3.3.	Composition des trajectoires élémentaires (Mouvements à sept segments).....	102
III.4.	Génération de mouvement dans l'espace opérationnel.....	109
III.4.1.	Définition de la trajectoire.....	109
III.4.2.	Définition d'une trajectoire par les primitives de mouvement	109

III.4.3.	Orientation de l'organe terminal.....	111
III.4.4.	Exemple de modélisation d'une trajectoire conique.....	113
III.5.	Conclusion.....	117

Chapitre IV

IV.1.	Introduction.....	120
IV.2.	Commande par articulation.....	122
IV.3.	Techniques de commande multi variables.....	124
IV.3.1.	Commande P.I.D.....	125
IV.3.2.	Commande par la dynamique inverse.....	130
IV.3.3.	Commande linéarisante entrées/sorties.....	131
IV.3.3.1.	Le degré relatif du système.....	132
IV.3.3.2.	Bouclage linéarisant.....	133
IV.3.3.3.	Mise sous forme canonique.....	134
IV.3.3.4.	Teste de Robustesse.....	139
IV.4.	Commandes multi variables robustes.....	141
IV.4.1.	Commande linéarisante robuste.....	141
IV.4.1.1.	Conception de la loi de commande de la boucle externe...	142
IV.4.2.	Commande par rejet actif de perturbation ADRC.....	147
IV.4.2.1.	Application de l'ADRC pour la commande du manipulateur Puma 560.....	150
IV.4.3.	Commande par mode de glissement.....	153
IV.4.3.1.	Surface de glissement.....	153
IV.4.3.2.	Condition de convergence.....	154
IV.4.3.3.	Calcul de la loi de commande.....	155
IV.4.3.4.	Robustesse des modes glissants vis-à-vis des perturbations.....	156

IV.4.3.5.	Phénomène de réticence.....	157
IV.4.3.6.	Modes glissants d'ordre supérieurs.....	158
IV.4.3.7.	Commande du manipulateur Puma 560 par modes glissants d'ordre un.....	159
IV.4.4.	Commande adaptative neuronale par modes de glissement.....	162
IV.4.4.1.	Synthèse de la loi de commande.....	164
IV.4.4.2.	Problème des minimums locaux.....	167
IV.4.4.3.	Etude de la stabilité.....	168
IV.5.	Application des algorithmes proposés pour une trajectoire de référence en forme de papillon.....	171
IV.6.	Analyse comparative des résultats des simulations.....	174
IV.7.	Conclusion.....	177
	Conclusion Générale.....	179
	Bibliographie.....	182
	ANNEXES.....	192

Liste des Figures

Chapitre I

Figure I.1. Isaac Asimov.....	3
Figure I.2. Indice des prix des robots industriels en France avec et sans ajustement de qualité et indice de rémunération des salariés dans le secteur commercial.....	13
Figure I.3. Développements externes et politiques modernes des entreprises face aux nouvelles exigences du marché.....	14
Figure I.4. Comparaison entre le taux de chômage et nombre de robots en service dans les pays industriels.....	16
Figure I.6. Nombre de robots pour 10 000 ouvriers employés dans l'industrie automobile, 2001 et 2003.....	17
Figure I.7. Densité des robots industrielle dans le monde en 2014.....	17
Figure I.8. Schéma global de l'architecture d'un système de robotique industrielle.....	18
Figure I.9. Structure générale d'un manipulateur industrielle : (a)- Aspect matériel. (b)- Aspect logiciel.....	18
Figure I.10. Schémas de quelques structures mécaniques articulées rencontrées dans le milieu industriel.....	19
Figure I.11. Principales classes d'architectures de robots industriels: sérielle (a) et parallèle (b).....	20
Figure I.12. Différentes parties de la structure mécanique articulée d'un robot industriel	20
Figure I.13. Configurations principales de poignets : (a)-poignet (XYZ). (b)-poignet sphérique (ZYZ).....	21
Figure I.14. Organe terminal (effecteur) d'un robot industriel ABB.....	22
Figure I.15. Automatic Tool Changer.....	22
Figure I.16. Emplacements de repère outil : en soudage (a) et en peinture (b).....	22
Figure I.17. Exemple d'une armoire de contrôle Fanuc R30iB.....	23
Figure I.18. Pupitre de programmation 'Teach Pendant', Nachi.....	24
Figure I.19. Structure Cartésienne	25

Figure I.20. Structure Cylindrique.....	25
Figure I.21. Structure Sphérique.....	26
Figure I.22. Structure SCARA	27
Figure I.23. Structure Anthropomorphe.....	27
Figure I.24. Exemple d'un robot anthropomorphe en parallélogramme le FANUC M-2000iA-2300.....	28
Figure I.25. Structure parallèle Delta.....	29
Figure I.26. Livraisons mondiales de robots industriels par structure mécanique 2005-2010.....	29
Figure I.27. Précision / Répétabilité d'un robot manipulateur.....	32
Figure I.28. Livraisons mondiales de robots industriels 2000-2015.....	33
Figure I.29. Livraisons annuels de robots industriels par régions du monde 2011-2015.....	33
Figure I.30. Approvisionnement annuels des cinq principaux marchés des robots industriels du monde 2011-2015.....	34
Figure I.31. Approvisionnement annuels de robots industriels en chine 2005-2015...	34
Figure I.32. Ventes annuels estimées des robots industriels par industries et par an 2013-2015.....	35
Figure I.33. Commandes de robots industriels en Amérique du Nord (RIA), par trimestre, 1999-2014.....	36
Figure I.34. Nombre de robots industriels par 10.000 dans l'industrie automobile et l'industrie manufacturière en 2014.....	37
Figure I.35. Estimations du stock opérationnel mondial de robots industriels entre 2015 et 2018.....	37

Chapitre II

Figure II.1. Représentation d'un point.....	46
Figure II.2. Transformation des repères.....	47
Figure II.3. Repaire de base, repaire d'outil et positions articulaires illustrés sur un robot industriel équipé d'un pistolet de soudage.....	48
Figure II.4. Transformation d'un vecteur.....	48

Figure II.5. Transformation de translation pure.....	49
Figure II.6. Transformations de rotation pure élémentaires autour des axes.....	50
Figure II.7. Composition des transformations : multiplication à droite.....	52
Figure II.8. Composition des transformations : multiplication à gauche.....	53
Figure II.9. Composition de rotations pures successives exprimée dans un repaire mobile lié au corps solide.....	53
Figure II. 10. Composition de rotations pures successives exprimées dans un repaire fixe.....	53
Figure II. 11. Transformation d'Euler ZYZ.....	54
Figure II. 12. Transformation d'Euler XYZ.....	55
Figure II.13. Robot à structure ouverte simple.....	57
Figure II.14. Système d'axe selon la méthode de Denavit et Hartenberg.....	57
Figure II.15. Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple.....	58
Figure II.16. Orientation du repère lié à l'organe Terminale suivant les angles d'Euler ZYZ.....	60
Figure II. 17. Un manipulateur dans une cellule de travail avec les systèmes de repaires standards utilisés dans la modélisation de la cellule illustrée.....	61
Figure II. 18. Paramètres DH modifiés d'un manipulateur anthropomorphe (RRR).....	61
Figure II. 19. Transformations entre l'organe terminal et le repère atelier.....	63
Figure II. 20. Configurations articulaires compatibles avec une position donnée.....	66
Figure II.21. Description cinématique d'une articulation selon le formalisme de Lagrange.....	74
Figure II.22. Description cinématique de l'actionneur selon le formalisme de Lagrange.....	76
Figure II.23. Vue générale du Robot UNIMATE PUMA 560.....	81
Figure II.24. Manipulateur de bras anthropomorphe et poignet rotule.....	81
Figure. II.25. Description de la géométrie du robot PUMA 560 selon la notation de Denavit-Hartenberg.....	82
Figure II.26. Schéma bloc du robot manipulateur dans l'espace opérationnel.....	91

Chapitre III

Figure III.1. Génération de mouvement dans l'espace articulaire.....	95
Figure III.2. Génération de mouvement dans l'espace opérationnel.....	95
Figure III.3. Trajectoires paraboliques: (a)- $v_1=v_0=0$. (b)- $v_0 > v_1$	99
Figure III.4. Trajectoires cubiques (à jerk constant): (a)- $v_1=v_0=0$. (b)- $v_0, v_1 < 0$	99
Figure III. 5. Construction géométrique du mouvement harmonique.....	100
Figure III.6. Construction géométrique du mouvement cycloïdale.....	101
Figure III.7. Construction géométrique du mouvement elliptique.....	101
Figure III.8. Trajectoires trigonométriques.....	102
Figure III.9. Trajectoires à sept segments.....	103
Figure III. 10. Algorithme de calcul de la trajectoire à sept segments.....	108
Figure III. 11. Mouvement à travers un arc circulaire.....	110
Figure III.12. Définition du repaire de Frenet sur une courbe donnée sous forme paramétrique.....	112
Figure III.13. Exemple d'une trajectoire conique.....	113
Figure III.14. Plan de coupe.....	114
Figure III.15. Evolution temporelle de la variable $u(t)$ et ses dérivées.....	115
Figure III.16. Evolution temporelle des projections de la trajectoire conique sur les axes x, y et z.....	116
Figure III.17. Evolution de la trajectoire conique dans l'espace tridimensionnel.....	116

Chapitre IV

Figure IV.1. Schéma général de la commande dans l'espace articulaire.....	121
Figure IV.2. Schéma général de la commande dans l'espace opérationnel.....	122
Figure IV.3. Schéma simplifié d'une articulation (un axe) robotique rigide.....	124
Figure IV.4. Schéma bloc de l'articulation robotique considérée.....	124
Figure IV.5. Schéma de la commande P.D.....	127

Figure IV.6a. Commande PD : Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.....	128
Figure IV.6b. Commande PD : Evolution temporelle des variables articulaires.....	128
Figure IV.6c. Commande PD : Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel.....	128
Figure IV.6d. Commande PD : Evolution temporelle des entrées de commande pour chaque articulation.....	129
Figure IV.6e. Commande PD : Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.....	129
Figure IV.7. Schéma de la commande par dynamique inverse ou par couple calculé.....	131
Figure IV.8. Principe de la commande par linéarisation exacte pour manipulateurs à transmissions rigides.....	135
Figure IV.9. Exemple d'une articulation robotique à transmissions flexible.....	136
Figure IV.10a. Commande Linéarisante : Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.....	138
Figure IV.10b. Commande Linéarisante : Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel.....	138
Figure IV.10c. Commande Linéarisante : Entrées de commande pour chaque articulation.....	138
Figure IV.10e. Commande Linéarisante: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.....	139
Figure IV.11a. Commande Linéarisante : Grandeurs de référence et grandeurs réelles après l'introduction des incertitudes paramétriques et des couples de perturbation.....	140
Figure IV.11b. Commande Linéarisante : Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.....	140
Figure IV.11e. Commande Linéarisante: Effets des perturbations sur les performances de poursuite dans l'espace tridimensionnel.....	140
Figure IV.12. Schéma de la commande linéarisante robuste (RNFLC).....	144
Figure IV.13a. Commande Linéarisante Robuste : Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.....	144
Figure IV.13b. Commande Linéarisante Robuste: Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.....	145
Figure IV.13c. Commande Linéarisante Robuste: Un zoom sur les erreurs de poursuite.....	145

Figure IV.13d. Commande Linéarisante Robuste: Entrées de commande pour chaque articulation.....	145
Figure IV.13e. Commande Linéarisante Robuste: zoom sur les entrées de commande.	146
Figure IV.13f. Commande Linéarisante Robuste: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.....	146
Figure IV.14. Schéma global de la commande ADRC.....	149
Figure IV.15a. Commande ADRC: Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.....	150
Figure IV.15b. Commande ADRC: Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.....	151
Figure IV.15c. Commande ADRC: Zoom sur les erreurs de poursuite.....	151
Figure IV.15d. Commande ADRC: Entrées de commande pour chaque articulation.....	151
Figure IV.15e. Commande ADRC: Zoom sur les entrées de commande.....	152
Figure IV.15f. Commande ADRC: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.....	152
Figure IV.16. Schéma de la commande par mode de glissement.....	153
Figure IV.17. Mode de glissement idéal.....	158
Figure IV.18. Mode de glissement avec réticence.....	158
Figure IV.19a. Commande par modes de glissement conventionnels: Grandeurs de référence et grandeurs réelles.....	160
Figure IV.19b. Commande Modes de glissement conventionnels: Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.....	160
Figure IV.19c. Commande Modes de glissement conventionnels: Zoom sur les erreurs de poursuite.....	161
Figure IV.19d. Commande Mode de glissement conventionnel: Entrées de commande pour chaque articulation.....	161
Figure IV.19e. Commande Mode de glissement conventionnel: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.....	162
Figure IV.20. Structure ADALINE du réseau de neurones proposé pour estimé la commande équivalente.....	166
Figure IV.21. Schéma de la commande adaptative par modes de glissement neuronales proposée.....	168

Figure IV.22a. Commande par mode de glissement neuronal: Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.....	169
Figure IV.22b. Commande par mode de glissement neuronal: Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.....	169
Figure IV.22c. Commande par mode de glissement neuronal: Zoom sur les erreurs de poursuite.....	170
Figure IV.22d. Commande par mode de glissement neuronal: Entrées de commande pour chaque articulation.....	170
Figure IV.22e. Commande par mode de glissement neuronal: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.....	170
Figure IV.23. Evolution temporelle des positions réelles et désirées.....	171
Figure IV.24. Erreurs de poursuite pour les positions spatiales de l'organe terminal....	172
Figure IV.25. Evolution temporelle des angles d'orientation réels et désirés de l'organe terminal.....	172
Figure IV.26. Zoom sur les erreurs de poursuite des angles d'orientation.....	172
Figure IV.27. Evolution temporelle des entrées de commande pour les articulations du porteur.....	173
Figure IV.28. Evolution temporelle des entrées de commande pour les articulations du poignet.....	173
Figure IV.29. Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace opérationnel.....	173
Figure IV.30. Comparaison entre les différentes techniques de commande proposées du point de vue performance de suivi pour chaque d.d.l.....	176
Figure IV.31. Energie de commande pour chaque technique et pour chaque trajectoire.....	176

Liste des Tableaux

Tableau II.1. Paramètres géométriques du robot PUMA 560 (paramètres de D-H modifiés).....	82
Tableau IV.1. Critères de comparaison entre différentes techniques pour la première trajectoire.....	175
Tableau IV.2. Critères de comparaison entre les différentes techniques pour la deuxième trajectoire.....	175
Tableau IV.3. Critères de comparaison relatifs entre les différentes techniques pour la première trajectoire.....	176
Tableau IV.4. Critères de comparaison relatifs entre les différentes techniques pour la deuxième trajectoire.....	176
Tableau B.1. Paramètres mesurés des couples de frottement du Robot PUMA 560-référencés par rapport aux moteurs.....	196
Tableau C.1. Paramètres des actionneurs du Robot PUMA 560.....	197
Tableau D.1. Butées du Robot PUMA 560.....	198

Liste des Symboles

Symboles :

- \mathbf{q} : Vecteur de positions articulaires.
- \mathbf{q}_m : Vecteur de positions angulaires des moteurs.
- $\mathbf{T}_i^j(\mathbf{q})$: Transformation homogène du repère i vers le repère j .
- $\mathbf{R}_i^j(\mathbf{q})$: Matrice de rotation du repère i par rapport au repère j .
- \mathbf{P} : Vecteur des positions cartésiennes de l'organe terminal du robot manipulateur suivant les axes x , y et z (P_x , P_y et P_z).
- α : Angle d'orientation de l'O.T autour de l'axe z suivant la représentation d'Euler ZYZ.
- β : Angle d'orientation de l'O.T autour de l'axe y' suivant la représentation d'Euler ZYZ.
- γ : Angle d'orientation de l'O.T autour de l'axe z'' suivant la représentation d'Euler ZYZ.
- $\mathbf{B}(\mathbf{q})$: Matrice d'inertie du robot manipulateur.
- $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$: Matrice des couples centrifuges et de Coriolis
- $\mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$: Vecteur des couples de frottement.
- $\mathbf{G}(\mathbf{q})$: Vecteur des termes de la gravité.
- $\mathbf{J}_i^n(\mathbf{q})$: Matrice jacobienne du robot par rapport au repère i .
- $\mathbf{J}(\mathbf{q})$: Matrice jacobienne de base.
- $\boldsymbol{\tau}$: Vecteur des couples appliqués des articulations.
- $\boldsymbol{\tau}_m$: Vecteur des couples générés par les moteurs.
- $\boldsymbol{\tau}_d$: Vecteur des couples de perturbation.
- \mathbf{I}_a : Vecteurs des courants de l'induit des actionneurs.
- \mathbf{V}_a : Vecteur des tensions d'alimentation des actionneurs.
- \mathbf{N} : Matrice des rapports de transmission des engrenages des actionneurs.
- $\mathbf{x}(t)$: Vecteur d'état.
- $\mathbf{u}(t)$: Vecteur des entrées de commande.
- $\mathbf{y}(t)$: Vecteurs des sorties du système.
- $\mathbf{p}(x, t)$: Vecteur des entrées de perturbations.
- ou $d(x, t)$

Abréviations :

ISO	: Organisation internationale de normalisation.
IRS	: Industrial Robotics Standards.
IFR	: International Federation of Robotics.
RIA	: Robotic Industries Association.
TCP	: Tool Coordinate Point.
SCARA	: Selectively Compliant Assembly Robot Arm.
PUMA	: Programmable Universal Machine for Assembly.
CRIA	: Alliance chinoise de la robotique industrielle.
PME	: petites et moyennes entreprises.
O.T	: Organe Terminal.
PPP	: Prismatique, Prismatique, Prismatique.
RPP	: Rotoïde, Prismatique, Prismatique.
RRP	: Rotoïde, Rotoïde, Prismatique.
RRR	: Rotoïde, Rotoïde, Rotoïde.
D.D.L	: degré de liberté.
D-H	: Paramètres de DENAVIT HARTENBERG.
MGD	: Modèle Géométrique Direct.
MGI	: Modèle Géométrique Inverse.
MCD	: Modèle Cinématique Direct.
MCI	: Modèle Cinématique Inverse.
ATAN2	: Variante de la fonction arc tangente.
PD	: Proportionnelle et Dérivée.
RNFLC	: Robust Non Linear Feedback Control.
ADRC	: Active Disturbance Rejection Control.
ESO	: Extended State Observer.
SMC	: Sliding Mode Control.
ANN SMC	: Adaptive Neural Network Sliding Mode Control.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

De tout temps, l'industrie s'est basée sur la répétition de tâches élémentaires simples, initialement confiées à de la main d'œuvre humaine (esclaves puis ouvriers). A travers les années, le besoin de l'Homme a dépassé ses propres capacités. La compétition entre les industriels a imposé que ces tâches prévisibles soient confiées de nos jours à des machines, voire des robots.

Les études actuelles proposent de remplacer certaines machines-outils spéciales par des robots industriels en raison de leur rapport coût-efficacité et leur grand espace de travail par rapport aux machines-outils habituelles. Les performances techniques et économiques de la production peuvent être grandement améliorées en utilisant un manipulateur ou un système robotisé comme un porte-outil [44, 124, 130]. Cependant, le problème des performances est l'une des raisons qui empêchent la robotisation de certains procédés industriels.

La plupart des robots employés dans l'industrie sont des manipulateurs à chaîne cinématique ouverte. Malgré les progrès technologiques, les industriels n'utilisent que des manipulateurs « standards » pour lesquels les axes des articulations successives peuvent être parallèles. Leurs comportements sont en effet bien maîtrisés. Parmi ces manipulateurs, on peut citer les robots anthropomorphes, les robots cylindriques, les robots SCARA et les robots cartésiens ou portiques [6, 11-13, 19, 27, 31, 36, 43].

La quête de performance dans la production de robots manipulateurs, dans les sens d'une demande industrielle de robots plus légers, plus souples et compétitifs économiquement, est suivie d'une demande d'augmentation de performance au niveau des algorithmes de coordination et de commande [41, 43].

Un robot manipulateur ne doit pas être considéré comme une simple structure mécanique composée segments reliés entre eux par des articulations. La structure mécanique n'est qu'un composant dans un système robotique global, illustré à la figure 1, qui comprend le bras, la source externe de puissance, l'outil de fabrication monté à l'extrémité du bras, les capteurs externes et internes, l'interface de communication homme-machine et l'ordinateur de contrôle. Même le logiciel de programmation doit être considéré comme une partie intégrante du système global, car la manière dont le robot est programmé et contrôlé

peut avoir un impact majeur sur ses performances et la gamme d'applications que peut gérer [1, 9, 26, 31, 36].

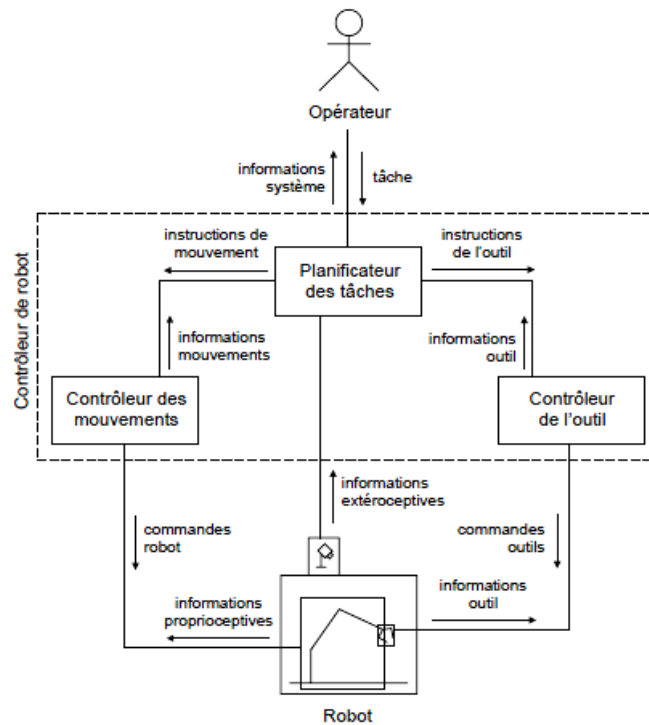


Figure 1. Structure fonctionnelle d'un robot industriel [1].

Les contrôleurs de robot doivent, tout d'abord, servir d'interface entre le robot et l'utilisateur pour que ce dernier puisse programmer les instructions de la tâche. Il doit, aussi, être en mesure de générer les mouvements correspondants à cette tâche et d'assurer le bon comportement du robot grâce aux informations fournies par les capteurs existants [1, 26, 27, 31, 36].

Pour les tâches qui demandent des mouvements rapides, avec des variations importants de charge, la synthèse de lois de commande doit prendre en compte la dynamique du robot manipulateur exprimée par la relation entre les forces généralisées (τ), appliquées aux différentes articulations, et les positions (q), les vitesses (\dot{q}) et les accélérations (\ddot{q}) articulaires. Cette dynamique non linéaire extrêmement complexe est très intéressante du point de vue de la commande car, contrairement aux équations dynamiques usuelles, elle fournit l'entrée de commande comme une fonction explicite du mouvement de sortie [22, 27, 31, 36, 43, 56, 59, 63].

D'une façon générale, selon la nature de la tâche à réaliser, le robot peut être en mouvement libre comme il peut se trouver en contact avec son environnement, par exemple l'assemblage, l'usinage (ébavurage, ébarbage,...), le suivi de surfaces (polissage,...). Dans le

premier cas, la commande en mouvement (position) toute seule est suffisante pour contrôler le robot, cependant, elle ne sera pas suffisante toute seule dans le cas où le robot entre en contact avec son environnement. Ceci est dû au fait qu'une commande d'un robot en mouvement libre, parfaitement stable, peut devenir instable en présence d'un contact (apparition de rebonds et détérioration de l'effecteur ou de l'environnement) d'où la nécessité de commander le robot également en effort. Dans ce contexte, deux types de commande ont été proposées dans la littérature: la commande en impédance et la commande hybride position/force [22, 27, 31, 76, 130]. Il est important à souligner que dans le cadre de cette thèse, ne nous intéresserons qu'à la commande en mouvement dans l'espace libre.

Lorsque le manipulateur commandé est faiblement perturbé, les commandes classiques, par exemple à action Proportionnelle Intégrale Dérivée, peuvent s'avérer suffisantes si les exigences en précision et en performance du système ne sont pas trop sévères. Dans le cas contraire, il faut concevoir des algorithmes de commande assurant une robustesse du comportement du processus vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres et leurs variations. On peut citer dans ce contexte, la commande H_∞ non linéaire [122, 125], la commande par modes glissants [22, 61, 94-101], la commande adaptative [22, 27, 43, 128], la commande linéarisante robuste [27, 31, 82,83], la commande par le rejet actif de la perturbation [87, 88, 89, 92, 93], et la commande par backstepping [81, 82, 83, 126, 127].... etc.

Objectifs et résultats de la thèse

Notre objectif principal porte sur l'analyse de la modélisation cinématique, et dynamique des robots manipulateurs anthropomorphes, et également sur la conception de lois de commande robustes dans l'espace articulaire pour ces robots à vocation industrielle.

Initialement, nous allons présenter la modélisation générale pour le manipulateur anthropomorphe PUMA 560 à 6 DDL de la société Unimation. Des hypothèses sont établies afin d'obtenir quelques simplifications du modèle pour faciliter la tâche de commande.

Nous allons, ensuite, concevoir des lois de commande pour le modèle dynamique établi précédemment en utilisant plusieurs techniques de contrôle qui sont présentées ci-dessous,

1. Commande linéarisante entrées/sorties par retour d'état non linéaire [129].
2. Commande à action Proportionnelle Dérivée (PD).
3. Commande linéarisante robuste (RNFLC).
4. Commande par rejet actif de perturbation avec observateur d'état étendu (ADRC) [81, 93].

5. Commande conventionnelle par modes de glissement (SMC) [101, 120].
6. Commande adaptative neuronale par modes de glissement (ANN SMC) [120].

Contributions à la commande non linéaire robuste des robots manipulateurs

L'approche la plus répondeue dans le domaine de la commande des manipulateurs robotiques, est l'utilisation d'un contrôleur non linéaire dans la boucle externe, en remplacement des contrôleurs classiques généralement de type PD. Le rôle de ce contrôleur est de rendre la loi de commande de la boucle interne, chargée de la linéarisation exacte du modèle non linéaire couplé du manipulateur, plus robuste vis-à-vis des erreurs de modélisation (ex. incertitudes et variations paramétriques, dynamiques non modélisés comme la dynamique de friction...etc.), et des perturbations extérieures (ex. forces de contact avec l'environnement externe, variations de la charge manipulée...etc.). La conception du contrôleur de la boucle interne est souvent basée sur le calcul de la dynamique inverse (ou encore dite méthode du couple calculé), ou sur la technique de la linéarisation exacte entrées/sorties (Feedback linearization). Dans le cas des manipulateurs à transmissions rigides, les techniques de commande par la dynamique inverse, et par linéarisation exacte sont les mêmes.

Un exemple d'un tel contrôleur, basé sur la deuxième méthode de Lyapunov (Lyapunov second method), est décrit dans [27, 31, 43, 83], et a montré sa capacité de réduire les erreurs de suivi lorsque les erreurs du modèle, et les perturbations sont présentes. Une autre technique robuste proposée dans [22, 99, 100, 101, 106], est la commande par modes de glissement. Où ce type de contrôle a montré ces grandes capacités à diminuer les erreurs causées par les effets des couples de perturbation, et les approximations du modèle. Les contrôleurs de Lyapunov et par modes glissants décrits, donnent lieu à un signal de commande discontinu (chattering problem) qui peut augmenter les pertes énergétiques des actionneurs et exciter les dynamiques de hautes fréquences non modélisées. Durant les décennies passées, de nombreuses méthodes ont été proposées pour diminuer les vibrations de la structure mécanique du manipulateur, et les autres inconvénients de ces deux types de commandes. Dans cette thèse notre contribution principale était de pouvoir proposer certaines solutions à ces problèmes. La première solution, abordée dans les articles [81, 93], consistait à remplacer le contrôleur de Lyapunov de la boucle externe par un contrôleur à rejet actif de perturbation. Cette approche robuste relativement nouvelle, introduite dans les années 1990's, a prouvé ses grandes capacités à traiter des systèmes incertains à travers beaucoup d'études théoriques, et réalisations pratiques récentes. Une

deuxième solution, décrite dans les articles [60, 101], cherchait à appliquer un contrôleur par mode glissant d'ordres supérieurs (d'ordre deux) pour la boucle externe. Cependant, cette approche considérée comme une alternative naturelle pour lisser le signal d'entrée, présente l'inconvénient de nécessiter des calculs complexes, ce qui nous a conduit à chercher d'autres solutions plus pratiques. Notre troisième et dernière contribution, présentée par l'article [120], s'est basée sur l'association des capacités de la commande par modes de glissement à traité les incertitudes des systèmes, et les capacités d'apprentissage des réseaux de neurones artificiels. La loi de commande adaptative par modes glissants neuronales, ainsi établies, cherche à estimer, en temps réel, la loi de commande équivalentes afin de compenser les termes non linéaires et les effets des perturbations; si ce terme de compensation est suffisamment précis, la commande discontinue, responsable du phénomène de réticence, tend vers à zéro.

Le contexte, ainsi que la contribution apportée dans chaque article réalisé au cours de cette thèse sont résumés ci-dessous,

Article A : Commande Linéarisante Entrées-Sorties d'un Bras Manipulateur de type SCARA.

A. Medjebouri, *Commande Linéarisante Entrées-Sorties d'un Bras Manipulateur de type SCARA*, Deuxième Conférence Internationale sur la Maintenance et la Sécurité Industrielle, Skikda le 28 et 29 Octobre 2013.

Dans cet article, la technique de commande par linéarisation exact entrées/sorties (Feedback Linearization Control) est appliquée pour la commande en mouvement d'un modèle de bras manipulateur de type SCARA à 2 d.d.l électriquement actionné. Le modèle dynamique complet du manipulateur consiste en un système d'équations différentielles de troisième ordre très non linéaires est fortement couplées. Les lois de commande linéaires, qui utilisent des modèles linéaires approximatifs des manipulateurs, sont souvent utilisées dans l'industrie en raison de la simplicité de leurs algorithmes de synthèse. Cependant, les non-linéarités et les couplages entre les degrés de liberté dans les systèmes réels empêchent ces systèmes de contrôle d'atteindre des performances élevées. En appliquant la commande par linéarisation exacte, basée sur la géométrie différentielle, le modèle globale, de nature non linéaire et multi variable, est converti en une série de sous-systèmes linéaires découplés. Ensuite, nous pouvons appliquer la théorie du contrôle linéaire, qui est résumée dans un placement de pôle adéquat pour assurer les performances de suivi souhaitées. Les résultats des simulations obtenus à partir du modèle nominal, sans considérations des incertitudes et des effets

des perturbations, donne un aperçu clair sur les qualités élevées que peut atteindre, théoriquement, cette méthode de contrôle.

Article B : Mode Glissant du second Ordre Appliqué pour l'Asservissement de Position d'une Articulation Robotique Rigide.

A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Mode Glissant du second Ordre Appliqué pour l'Asservissement de Position d'une Articulation Robotique Rigide*, ACTA Electrotehnica, Mediamira Science Publisher, Vol.55, No.4, 2014, pp. 145-149.

Dans cet article, on propose d'appliquer la commande par mode glissant d'ordre deux (Algorithme du super twisting) pour l'asservissement de position d'une articulation robotique rigide. L'idée de l'article du fait que la commande par modes de glissement conventionnelle (dite d'ordre un) a longtemps prouvé son efficacité à travers les différentes études théorique et réalisations pratiques d'ingénierie. L'avantage de cette approche conventionnelle est sa grande robustesse face aux perturbations et incertitudes de modélisation. Cependant, cette technique comporte l'inconvénient majeur du phénomène de réticence 'chattering' (en anglais), provoqué par la partie discontinue de cette loi de commande, qui peut engendrer des effets nocifs sur les actionneurs et le système commandé. Afin de surmonter ce problème, nous avons proposé l'utilisation d'un contrôleur par modes glissants du second ordre pour l'asservissement de position d'une articulation robotique rigide. Afin de s'assurer des avantages de cette stratégie, une comparaison avec la méthode classique des modes de glissement est réalisée par des simulations numériques. Les résultats obtenus ont montré que l'algorithme de commande proposé permet de conserver les propriétés robustes de la méthode conventionnelle, tout en réduisant considérablement le phénomène de réticence.

Article C: Active Disturbance Rejection Control of a SCARA Robot Arm.

A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Active Disturbance Rejection Control of a SCARA Robot Arm*, International Journal of u- and e- Service, Science and Technology Vol.8, No.1, 2015, pp. 435-446.

Dans cet article, on s'est concentré sur une étude comparative entre la méthode de commande classique par linéarisation exact entrées/sorties utilisant un simple contrôleur linéaire pour la boucle externe de commande; et une deuxième approche modifiée utilisant un contrôleur par rejet de perturbation active comme contrôleur de la boucle externe. La technique proposée ne requiert pas une description mathématique précise du système à commander, car elle repose sur l'estimation et le rejet en temps réel des incertitudes, et des perturbations du système. La robustesse de l'approche

introduite est discutée en se basant sur un modèle de robot manipulateur rigide de type SCARA. Les résultats obtenus par des simulations numériques montrent l'efficacité de l'algorithme de commande proposé.

Article D: Adaptive Neuro-Sliding Mode Control of PUMA 560 Robot Manipulator.

A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Adaptive Neuro-Sliding Mode Control of PUMA 560 Robot Manipulator*, Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems Vol.10, No.4, 2016, pp. 8-16.

Comme nous l'avons déjà vu dans l'article B, La commande conventionnelle par modes glissants est un outil puissant de contrôle robuste largement utilisé pour traiter les incertitudes et les perturbations des systèmes non linéaires. Cependant, elle présente l'inconvénient majeur du phénomène de réticence dû à l'activité extrêmement élevée de l'entrée de commande. Pour surmonter ce handicap, on propose dans cet article une approche pratique de synthèse d'une loi de commande qui combine les avantages des réseaux de neurones artificiels, et des contrôleurs par modes de glissement. La synthèse du contrôleur est divisée en deux phases. Tout d'abord, le phénomène de réticence est supprimé en remplaçant la fonction signe incluse dans la loi conventionnelle par une fonction plus lisse. Ceci est réalisé en se basant sur le théorème de stabilité de Lyapunov. Ensuite, un réseau de neurones linéaire adaptatif, qui a pour rôle d'estimer, en temps réel, la commande équivalente difficilement calculé avec exactitude à cause des incertitudes du modèle. Les résultats de comparaison avec l'approche conventionnelle des modes glissants, obtenus pour le cas de la commande en mouvement d'un bras manipulateur à 6 d.d.l de type Puma 560, montrent que le contrôleur adaptatif par modes de glissement neuronaux proposé peut atteindre des performances de suivi très satisfaisantes et robustes. De plus, les amplitudes des entrées de commande étaient plus faibles que celle du schéma classique; ce qui rend cette algorithme énergétiquement plus efficace.

Article E : Commande à Rejet Actif de Perturbation d'une Articulation Robotique.

A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Commande à Rejet Actif de Perturbation d'une Articulation Robotique*, International Conference on Technology Advances in Electrical Engineering ICTAEE'14, 27-28 octobre 2014, SKIKDA-Algérie.

Dans cet article, la commande à rejet actif de perturbation ADRC, proposée dans l'article C, a été appliquée pour l'asservissement de position d'une articulation robotique rigide. Les résultats obtenus par des simulations numériques ont montré la grande efficacité de

cette approche du point de vue robustesse des performances de suivi des trajectoires de référence.

Organisation de la thèse

Cette thèse est divisée en quatre chapitres résumés ci-dessous.

Chapitre 1 : État de l'Art.

Dans ce chapitre nous présenterons l'historique du développement des robots industriels, avant de donner les avantages de la robotisation des activités industrielles. Ensuite, la structure générale des systèmes robotisés sera détaillée, ainsi que les différentes configurations rencontrées dans le secteur industriel. Enfin, nous discuterons brièvement les différentes approches de commande des manipulateurs rigides proposées dans la littérature.

Chapitre 2 : Modélisation des Manipulateurs Industriels.

Ce chapitre décrit les modèles pertinents pour ce travail, à savoir les modèles géométriques, cinématiques et dynamiques des robots manipulateurs à liaisons série de type anthropomorphe avant de considérer le modèle du manipulateur industriel PUMA 560 par une modélisation détaillée.

Chapitre 3 : Techniques de Génération de Mouvements

La planification des trajectoires est la sous fonction du système de contrôle qui a pour rôle de générer les entrées de référence qui garantissent que le manipulateur exécute les tâches planifiées correctement. L'objectif de ce chapitre est de présenter certaines techniques de génération de trajectoires dans le cas où le point initial et final du chemin sont assignés (mouvement point à point). Tout d'abord, on va considérer le problème de la génération de la trajectoire dans l'espace articulaire, puis on va décrire les concepts de base de la planification de la trajectoire dans l'espace opérationnel.

Chapitre 4 : Commande du Modèle de Robot Manipulateur PUMA 560 à 6 D.D.L

Après avoir établi le modèle dynamique à 6DDL manipulateur industriel PUMA 560, nous développerons un modèle perturbé où nous introduisons les effets des incertitudes de modélisation, et des couples de perturbation dans le modèle nominal. Nous concevrons par la suite des lois de commande basées sur différentes techniques robustes qui sont évoquées précédemment. Des résultats en simulation seront présentés pour ce modèle afin d'illustrer

les développements théoriques. Une analyse de robustesse sera effectuée à la fin de ce chapitre pour montrer l'efficacité de ce type de commandes.

Enfin, nous terminerons notre manuscrit par une conclusion et des perspectives pour de futurs travaux.

CHAPITRE I

La Robotique Industrielle : Etat de l'Art

Sommaire :

I.1.	Introduction.....	3
I.2.	Définition d'un robot industriel.....	3
I.3.	Chronologie du développement de la robotique industrielle	4
I.4.	Avantages de la robotisation des entreprises industrielles	11
I.4.1.	Le facteur économique : Productivité et compétitivité.....	11
I.4.2.	Facteurs humains	15
I.4.3.	Facteurs environnementaux.....	15
I.5.	Constitution d'un robot industriel	18
I.5.1.	La structure mécanique articulée.....	19
I.5.1.1.	Les S.M.A à chaîne cinématique ouverte simple ou sérielle....	19
I.5.1.2.	Les S.M.A parallèles.....	20
I.5.2.	Le contrôleur.....	23
I.5.3.	Pupitre de programmation.....	24
I.6.	Principaux types de manipulateurs industriels.....	24
I.6.1.	Les robots cartésiens.....	24
I.6.2.	Les robots cylindriques.....	25
I.6.3.	Les robots sphériques.....	26
I.6.4.	Les robots SCARA.....	26
I.6.5.	Robots anthropomorphe.....	27
I.6.6.	Les robots parallèles de type Delta.....	28

I.7.	Caractérisation des robots industriels.....	30
I.7.1.	Volume accessible par l'outil du robot.....	30
I.7.2.	Précision / Répétabilité	30
I.7.3.	Performances dynamiques	32
I.7.4.	Charge utile.....	32
I.8.	Les marchés de la robotique industrielle.....	32
I.9.	Techniques de commande des bras manipulateurs.....	37
I.9.1.	Commande dans l'espace libre	38
I.9.1.1.	Commande par articulation.....	38
I.9.1.2.	Commande PID.....	38
I.9.1.3.	Commande par découplage non linéaire.....	38
I.9.1.4.	Commande Adaptative.....	39
I.9.1.5.	Commande Robuste.....	39
I.9.2.	Commande dans l'espace contraint.....	40
I.9.3.	Approches proposées.....	41
I.10.	Conclusion.....	41

I.1. Introduction

Dans ce premier chapitre nous commencerons par rappeler l'histoire du développement des robots industriels, avant de présenter les avantages de la robotisation des activités industrielles. Ensuite nous présenterons la structure générale des systèmes robotisés, ainsi que les différentes configurations rencontrées dans le secteur industriel. Enfin, nous terminerons ce chapitre par présenter brièvement un état de l'art sur la commande des manipulateurs industriels.

I.2. Définition d'un robot industriel

Le mot robot tire sa racine du bulgare "robu", qui signifie serviteur et qui a donné naissance au mot russe "rabota" qui signifie "travail" ou "corvée" et au mot tchèque "robota" qui se traduit par "travail forcé". C'est d'ailleurs l'écrivain tchèque Karel Capek qui a popularisé le terme dans les années 1920, à travers une pièce de théâtre intitulée "Rossum's Universal Robots" qui a connu un certain succès. Elle met en scène des êtres artificiels à l'apparence humaine, qui finissent par se révolter et anéantir l'humanité [1-4, 26, 36].

Isaac Asimov, écrivain américain né en Russie, pensait lui dans ces récits de science-fiction publiés dans les années 1940 au contraire, et que les robots seraient bénéfiques et que les scientifiques et les ingénieurs programmeraient la "bienveillance" dans tous les robots. Asimov nomma l'industrie des robots *la robotique* et légua aux roboticiens une "éthique" de la robotique au travers de ses célèbres lois de la robotique. Asimov n'était initialement pas conscient d'avoir popularisé le mot. Il a supposé que le terme existait déjà, par analogie avec « mécanique » ou « électronique », et d'autres termes similaires dénotant des branches de science appliquée [1, 2, 5].



Figure I.1. Isaac Asimov [5].

De nos jours, on peut définir un robot comme une machine qui bouge commandée par un ordinateur, pouvant se substituer à l'homme pour effectuer certaines opérations, et capable d'en modifier de elle-même le cycle en appréhendant son environnement.

Le concept de robot industriel n'a vraiment apparu que lorsque les ingénieurs se sont rendu compte de la difficulté qu'il y avait à donner à une machine le comportement et l'apparence d'un être humain. Les efforts ont donc été concentrés sur la conception de bras mécaniques en vue d'exécuter des tâches industrielles.

Cependant, il n'est pas toujours facile d'établir une frontière claire entre robots et certains systèmes automatisés. D'où vient le besoin d'avoir une définition claire et précise.

Définition 1 (ISO 8373): *Système de manipulation programmable et reprogrammable, composé de trois axes ou plus, à usage multiple, contrôlé automatiquement, et qui peut être mobile ou fixe lors de son utilisation dans des applications industrielles automatisées [6, 7].*

Définition 2 (RIA): *Manipulateur multifonctionnel reprogrammable conçu pour déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou des dispositifs spécialisés par des mouvements variés et programmés afin de réaliser une multitude de tâches, et qui est capable également d'acquérir des informations provenant de son environnement et réagir intelligemment en réponse [8, 23, 31].*

I.3. Chronologie du développement de la robotique industrielle

Les principales étapes du développement de la branche robotique industrielle sont citées ci-dessous [9-11, 36, 130],

- Le premier robot industriel a été développé par George Devol et Joseph Engelberger en 1959. Il pesait deux tonnes et contrôlé par un programme écrit sur une bande magnétique. Des actionneurs hydrauliques ont été utilisés, et le robot été programmé en coordonnées articulaires, les angles des différentes articulations ont été stockés pendant une phase d'apprentissage et reproduits durant le fonctionnement. La société Unimation, États Unis, a installé ce premier robot industriel chez la société General Motors en 1961. Le premier robot industriel au monde a été monté sur une ligne de production à l'usine GM à Ternstedt à Trenton, New Jersey, et avait pour mission de fabriquer les poignées des portes et des fenêtres, les leviers de changement de vitesse, les phares et d'autres accessoires pour les intérieurs des voitures en obéissant à des commandes étape par étape stockées sur une bande magnétique.

1959



Le premier robot développé par George Devol et Joseph Engelberger.

1961



Usine GM à Ternstedt à Trenton, New Jersey.

- Le premier robot cylindrique, le Versatran, a été installé par société Américaine des Machines et des Fonderies (AMF : American Machine and Foundry) en 1962 à l'usine Ford à Canton, États-Unis. Il a été nommé le Versatran des mots Versatile Transfer.

1962



Le premier robot cylindrique, le Versatran

- GM a installé les premiers robots de soudage par points à son usine d'assemblage de Lordstown en 1969. Les robots Unimation ont stimulé la productivité et ont permis d'automatiser plus de 90% des opérations de soudage du corps de la voiture par rapport à seulement de 20% à 40% dans les usines traditionnelles, où la soudure était un tâche manuelle, sale et dangereuse.

1969



premiers robots de soudage par points.

- La société Trallfa, Norvège, propose le premier robot de peinture commerciale en 1969. Ces robots ont été développés initialement pour une utilisation en interne en 1967 afin de pulvériser les brouettes de peinture durant la crise de pénurie de la main-d'œuvre en Norvège.

1969



le premier robot de peinture commercial.

- La société Allemande KUKA se dirige vers le développement de ses propres robots manipulateurs au lieu d'utiliser les robots de la société Unimate en 1973. Son robot, le Famulus était le premier robot au monde ayant six axes, électromécaniquement actionné.

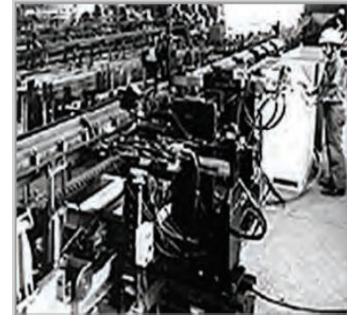
1973



le Famulus (KUKA) premier robot au monde ayant 6 axes.

1973

- La société Hitachi, Japon, a développé en 1973 le premier robot industriel avec des capteurs de vision dynamique pour détecter des objets en mouvement. Il était capable de reconnaître les boulons sur un moule pendant qu'il se déplace et serre / desserre les boulons en synchronisation avec le mouvement du moule.



le robot Hitachi de boulonnage pour constructions métalliques

1974

- Le premier robot industrie contrôlé par mini-ordinateur disponible sur le marché a été développé par Richard Hohn en 1974 pour la société Cincinnati Milacron Corporation. Le robot a été nommé le T3, L'outil de demain.



le premier robot industriel contrôlé par mini-ordinateur, le Cincinnati Milacron T3.

1974

- En 1974 la société Japonaise Kawasaki, a développé une version de l'Unimate pour le soudage par points, lors de la fabrication des cadres de motos. Ils ont également ajouté les capacités de détection d'objets et d'obstacles en intégrant des capteurs tactiles et des capteurs de force dans leur robot appelé Hi-T-Hand robot, permettant ainsi au robot de guider les broches dans les trous à raison d'une broche par seconde.



Hi-T-Hand le robot de soudage par points de Kawasaki, Japon

1974

- Le premier robot industriel entièrement électrique, commandé par microprocesseur était l'IRB 6 de la société ASEA, Suède. Il a été livré à une petite société d'ingénierie mécanique dans le sud de la Suède. Avec sa structure anthropomorphique, son mouvement est similaire à celle d'un bras humain, avec une charge utile 6kg et 5 axes. Le dispositif de commande S1 était le premier à utiliser un



l'IRB 6 premier robot industriel entièrement électrique.

microprocesseur Intel à 8 bits. La capacité de mémoire était 16KB. Le contrôleur avait 16 E / S numériques et il était programmé par 16 boutons et un afficheur LED à quatre chiffres.

- L'Olivetti -SIGMA un robot cartésien à deux mains, développé en Italie, a été l'un des premiers manipulateurs utilisés pour les opérations d'assemblage en 1975.

1975



L'Olivetti -SIGMA l'un des premiers robots cartésien d'assemblage.

- La Machine Programmable Universelle pour l'Assemblage (PUMA : Programmable Universal Machine for Assembly) a été développé en 1978 par Unimation / Vicarm, États-Unis, avec le soutien de General Motors. Le robot PUMA a été adapté aux spécifications de GM pour la manipulation de petites pièces sur une ligne robotisée.

1978



Le robot PUMA développé en 1978 par Unimation / Vicarm.

- Hiroshi Makino, Université de Yamanashi, au Japon, a développé le premier robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm) en 1978. Cette structure de robots est caractérisée par un mouvement souple dans le plan X-Y, mais rigide dans le sens de l'axe Z. En 1981 les robots de type SCARA étaient lancés par les deux sociétés Japonaises Sankyo Seiki, et Hirata.

1978



le premier robot SCARA développé par Hiroshi Makino en 1978, Le Hirata AR-300.

1978

- La société Reis, Allemagne, a présenté le premier robot à six axes avec son propre système de contrôle RE 15 en 1978. Le robot destiné au chargement et au déchargement des pièces moulées sous pression dans les presses de finition a été présenté au salon GIFA à Düsseldorf.



le premier robot doté de son propre système de contrôle de la société Reis, Allemagne.

1979

- En 1979, la société Nachi, Japon, a développé le premier robot entraîné par moteur électrique, les robots de soudage par points introduits ouvrent une nouvelle ère d'entraînements électriques en remplaçant l'ère précédente caractérisée par des entraînements hydrauliques.



premier robot entraîné par moteurs électriques, de la société Nachi, Japon.

1981

- La société PaR Systems, États-Unis, a présenté son premier robot portique industriel en 1981, il fournit une plus grande capacité de mouvement que les robots piédestal, et pourrait remplacer plusieurs robots.



premier robot portique industriel de La société PaR Systems, États-Unis.

1984

- La société Adept, États-Unis, a présenté le premier robot SCARA à entraînement direct. Les moteurs électriques connectés directement aux liaisons du bras éliminent la nécessité d'avoir des engrenages intermédiaires ou des chaînes de transmission. La simplicité du mécanisme fait que le robot AdeptOne est l'un des robots les plus robustes dans



le premier robot à entraînement direct.

l'industrie tout en maintenant une grande précision.

- En 1985 la société KUKA a introduit un nouveau bras robotisé en forme de Z dont la conception ne tient pas compte du parallélogramme traditionnelle. Il réalise une flexibilité totale avec six degrés de liberté, trois en translation et trois en rotation.

1985



nouvelle structure des robots anthropomorphes, KUKA, Allemagne.

1992

- La société Demarex, Suisse, a vendu sa première application destinée à l'emballage et basée sur des robots de type Delta, développé par Reymond Clavel à Institut fédéral de Technologie de Lausanne (EPFL), à la société Roland en 1992.



nouvelle structure Delta, Demarex, Suisse

1998

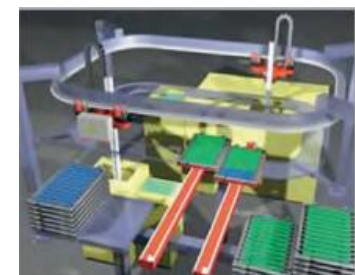
- La société Suédoise ABB, a développé le FlexPicker, le robot de cueillette d'objets (picking robot) le plus rapide au monde, basé sur la structure delta mis au point par Reymond Clavel, Institut Fédéral de la Technologie de Lausanne (EPFL). Il était capable de ramasser 120 objets par minute ou ramasser et libérer des objets à une vitesse de 10 mètres par seconde, en utilisant les techniques de traitement de l'image.



le FlexPicker, le robot de cueillette le plus rapide au monde, ABB, Suède.

1998

- La société Güdel, Suisse, a lancé en 1998 le système "roboLoop", le seul système de robots portiques et de transfert qui permet de suivre des trajectoires courbées. Le concept roboLoop permet à un ou plus de robots-porteurs de suivre les courbes et faire circuler dans un système fermé, créant ainsi de nouvelles possibilités d'automatisation des usines.



"roboLoop", le robot portique capable de suivre des trajectoires courbées.

1999

- En 1999, la société Ries, Allemagne, a introduit le premier système de guidage par faisceau de laser intégré à l'intérieur du bras de robot. Reis Robotics reçoit le brevet du système de guidage par faisceau de laser intégré et lance le modèle de robot laser RV6L-CO2. Cette technologie remplace le besoin d'un dispositif de guidage par faisceau de laser externe, permettant ainsi d'utiliser en combinaison avec ce système de guidage un robot à dynamiques élevées et sans contours de collision.



Le premier robot doté de système de guidage par laser intégré.

2004

- En 2004, Motoman, Japon, a introduit le système de commande de robots perfectionné (NX100), qui est capable de commander en même temps quatre robots synchronisés, jusqu'à 38 axes, La console de programmation NX100 dispose d'un écran tactile et elle est basée sur le système d'exploitation Windows CE.



le système de commande (NX100), capable de commander quatre robots synchronisés. Motoman, Japon.

2006

- La société Comau, Italie, a présenté le premier pupitre de commande sans fil (WiTP) en 2006. Toutes les données de communication ainsi que les activités traditionnelles de programmation peuvent être effectuées sans les restrictions causées par les câbles connectés à l'unité de contrôle, tout en assurant la sécurité.



Premier pupitre de commande sans fil (WiTP), Comau, Italie.

2006

- En 2006, la société KUKA, Allemagne, a présenté le premier robot léger développé en collaboration avec le DLR, l'Institut de Robotique et de Mécatronique, Allemagne, la structure extérieure du robot est en aluminium. Il a une capacité de charge utile de 7 kg, et grâce à ses capteurs intégrés, il est très sensible. Cela le rend idéal pour les tâches de manipulation et d'assemblage. En raison de son faible poids de seulement 16 kg - le premier robot pesait deux tonnes- le robot est portable et économe en matière d'énergie et il peut effectuer une large gamme de tâches différentes.



Robot léger KUKA LBR iiwa.

2010

- Fanuc, Japon, a lancé le premier système de commande de robots par apprentissage « Learning Vibration Control(LVC) ». Il permet au robot d'apprendre ses caractéristiques de vibration pour des accélérations et des vitesses plus élevées. La commande par apprentissage réduit le temps du cycle de mouvement du robot en supprimant ses vibrations.



Learning Vibration Control system, Fanuc, Japan.

I.4. Avantages de la robotisation des entreprises industrielles

Les avantages de la robotisation industrielle résident généralement dans trois facteurs fondamentaux [12-14],

I.4.1. Le facteur économique : Productivité et compétitivité

Les tendances actuelles du marché sont les suivantes [15],

- Une concurrence internationale croissante,
- Cycle de vie du produit de plus en plus court,
- Plus de diversité du produit, et baisse de quantité,
- Délais des livraisons plus courtes,
- Livraison plus fiable,

- Les exigences de qualité de plus en plus supérieures et l'augmentation des coûts de la main d'œuvre.

A côté de ces évolutions du marché, les développements technologiques jouent également un rôle offrant de nouvelles possibilités pour optimiser la qualité, les prix, et le temps de livraison des produits.

Ces développements technologiques sont: les grands progrès des technologies de traitement de l'information, les nouvelles stratégies de conception et de fabrication, et la disponibilité des systèmes de production flexibles, tels que des robots industriels. Les entreprises devront alors ajuster leur politique aux exigences de ces marchés et aux développements technologiques (exigences du marché et solutions offertes par les nouvelles technologies).

Cette politique est déterminée en fonction des objectifs de l'entreprise. Sous l'influence des développements mentionnés, les objectifs de l'entreprise sont, en général (voir figure I.3),

- Une grande flexibilité,
- Une productivité élevée,
- Qualité élevée et constante des produits,
- Courte durée de conception et de fabrication,
- Faibles coûts de production.

L'optimisation de ces facteurs de concurrence aboutit normalement à tirer plus de bénéfices. Pour réaliser cet objectif, la plupart des entreprises choisissent l'application des nouvelles technologies pointe tels que robotisation des procédés industriels ce qui conduit à [3, 12, 13, 15, 20],

a)-Réduction des coûts de la main-d'œuvre

Le premier facteur de rentabilité du robot est la diminution de la part de la main d'œuvre dans le prix de revient du produit fabriqué,

- Réduction de la masse salariale relative au poste concerné.
- Diminution de la rotation du personnel (frais d'embauche, formation, coûts dus à l'expérimentation des opérateurs, disponibilité de l'encadrement...).
- Diminution de l'absentéisme.

- Amélioration des conditions de travail: sur les postes dangereux et pénibles une réduction des coûts de « Pénibilité» : primes, temps de récupération, grèves, aires de repos...

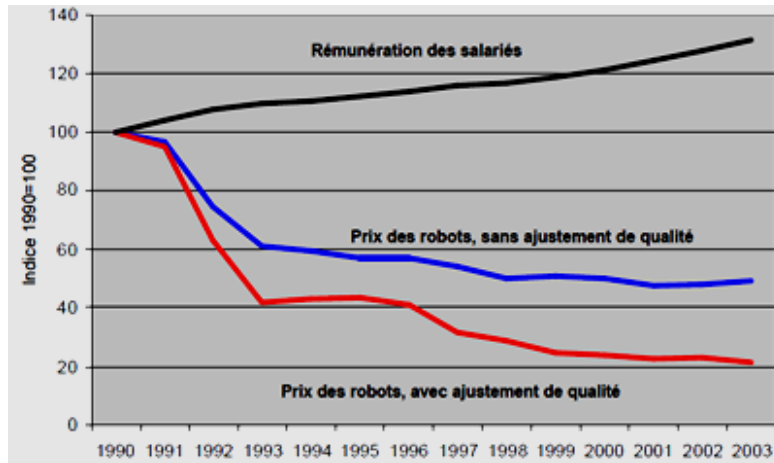


Figure I.2. Indice des prix des robots industriels en France avec et sans ajustement de qualité et indice de rémunération des salariés dans le secteur commercial [16].

b)-Accroissement de la productivité

- Augmentation de la cadence nominale d'exécution,
 - Suppression des incidences de la fatigue de l'opérateur: travail à cadence constant.
 - Vitesses et accélérations plus rapides que celui du mouvement humain.
 - La précision élevée du mouvement est toujours identique.
 - Puissance de travail supérieure.
- Le taux d'engagement est également en hausse en raison de la baisse des arrêts divers (arrêts dus aux opérateurs essentiellement...) et de l'augmentation possible du temps de travail: Capacité de travaille en 3x8 de façon constante.

c)-Amélioration de la qualité

L'un des avantage majeur du robot est sa capacité à reproduire les conditions opératoires introduite par le système automatique ce qui mène à avoir des produits de qualité supérieure et constante, et diminuer le taux de rebuts.

d)-Diminution des stocks et encours

La configuration du robot en cellule de production, dans les systèmes de fabrications flexibles, permet de regrouper plusieurs taches sur la même cellule ce qui permet donc d'éviter les stocks intermédiaires.

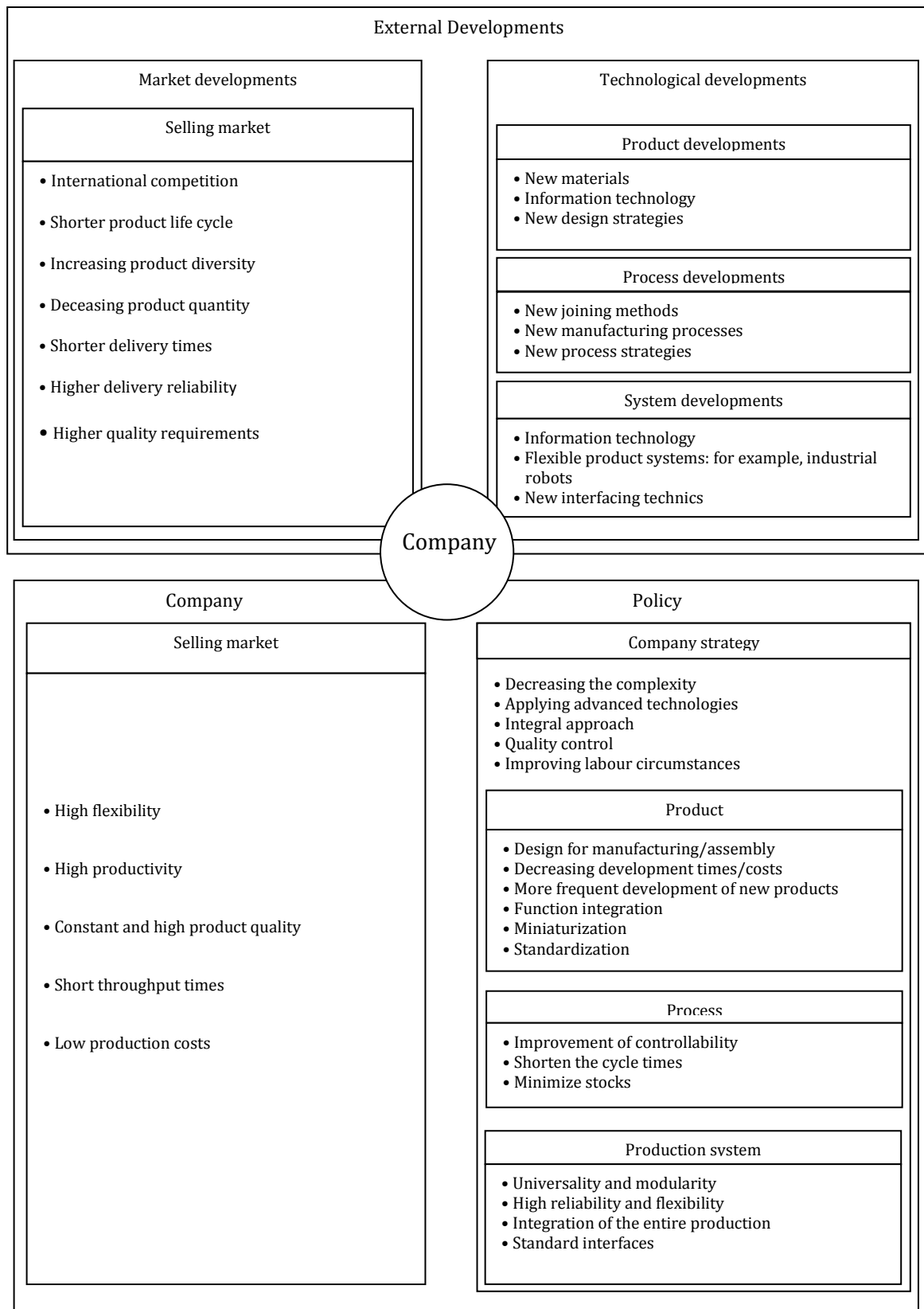


Figure I.3. Développements externes et politiques modernes des entreprises face aux nouvelles exigences du marché

[15].

I.4.2. Facteurs humains

a)-Augmentation de la sécurité sur le poste de travail

Les robots permettent l'amélioration de la productivité et de la compétitivité des entreprises et donc le maintien d'emploi. De plus, les contraintes de rendement exigées par le marché induisent nécessairement l'adaptation des moyens de production, que des opérateurs ne peuvent pas assumer seuls. Robotiser permet de décharger les contraintes qui pèsent sur le salarié et éviter notamment les troubles musculo-squelettiques (TMS) [12-14].

b)-Evolutions des fonctions des opérateurs

- L'arrivée d'un robot dans une entreprise n'est pas synonyme de licenciements, bien au contraire. Il existe un décalage entre l'appréhension à l'arrivée du robot et la satisfaction, voire même la fierté qu'a l'opérateur, lorsqu'il constate qu'il est toujours là. La présence d'un robot implique aussi l'embauche de personnel pour la gestion ainsi que la maintenance du robot (voir figure I.4).
- De plus, l'arrivée du robot contribue à valoriser les opérateurs, qui, déchargés des tâches rébarbatives et pénibles, se voient confier des missions plus intéressantes à leurs yeux [12-14].

I.4.3. Facteurs environnementaux

a)-Réduction des coûts énergétiques

Grâce à l'optimisation des process, la robotisation d'une entreprise permet une économie énergétique substantielle, notamment en terme de,

- Matières premières
- Déchets
- Rejets nocifs pour l'environnement

L'exemple de l'utilisation des robots dans le domaine de la peinture apporte une meilleure qualité de dépose ainsi qu'une meilleure maîtrise des épaisseurs. En conséquence, on constate une réduction des pertes de peinture et donc une réduction de l'impact de l'environnement pouvant aller jusqu'à 30% [12, 13].

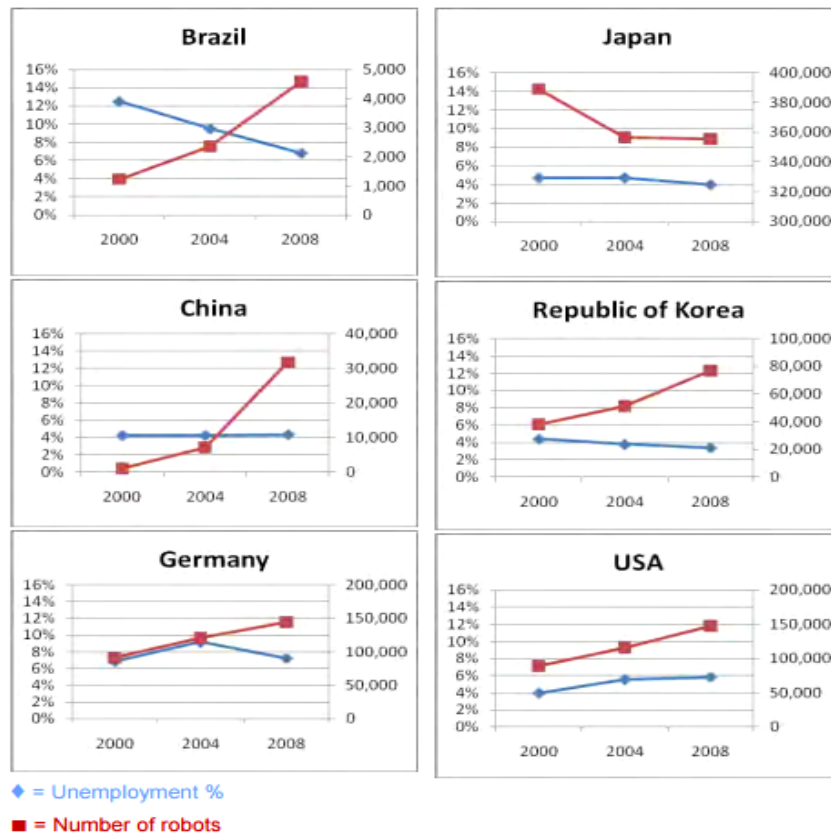
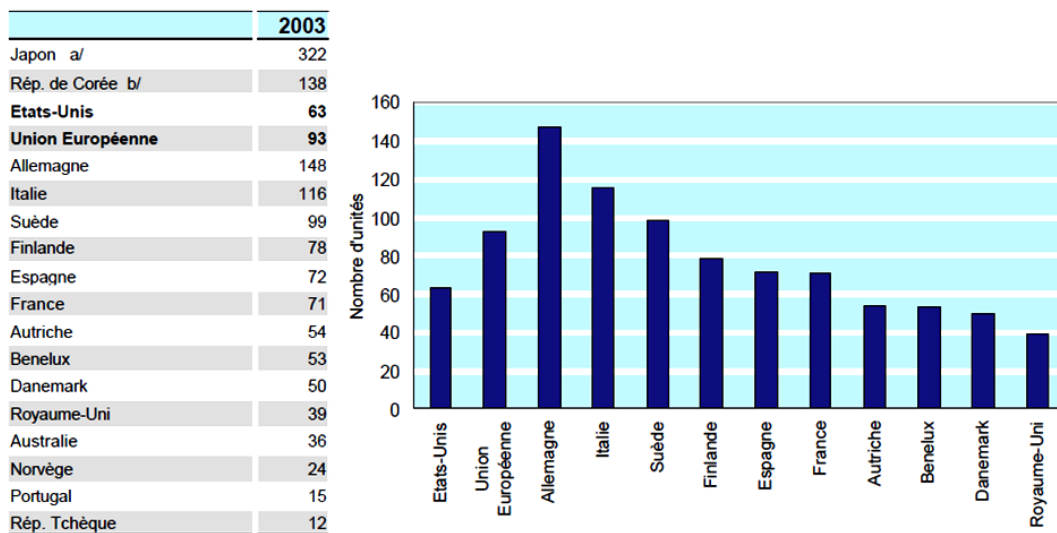


Figure I.4. Comparaison entre le taux de chômage et nombre de robots en service dans les pays industriels [14].

Les statistiques ci-dessous montrent l'envergure de la robotisation dans le milieu industriel à travers le monde [16, 17].



Sources: CEE et IFR.

a/ Jusqu'à fin 2000, les données pour le Japon regroupent tous les types de robots. A partir de 2001, les données écartent le groupe des robots spécialisés, à l'exception des robots spécialisés dans la maintenance. Depuis 2001, les statistiques fournies par le Japon sont, alors, comparable à celles des autres pays.

b/ Tous types de robots industriels.

Figure I.5. Nombre de robots pour 10 000 personnes employées dans l'industrie manufacturière en 2003[16].

	2001	2003
France	720	910
Allemagne	760	1000
Italie	1040	1400
Japon	1300	1400
Espagne	650	800
Suède	560	560
Royaume-Uni	580	660
Etats-Unis	640	740

Sources: CEE et IFR.

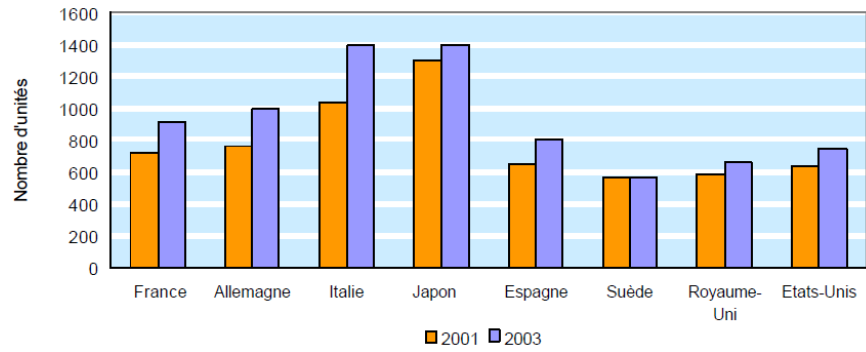


Figure I.6. Nombre de robots pour 10 000 ouvriers employés dans l'industrie automobile, 2001et 2003[16].

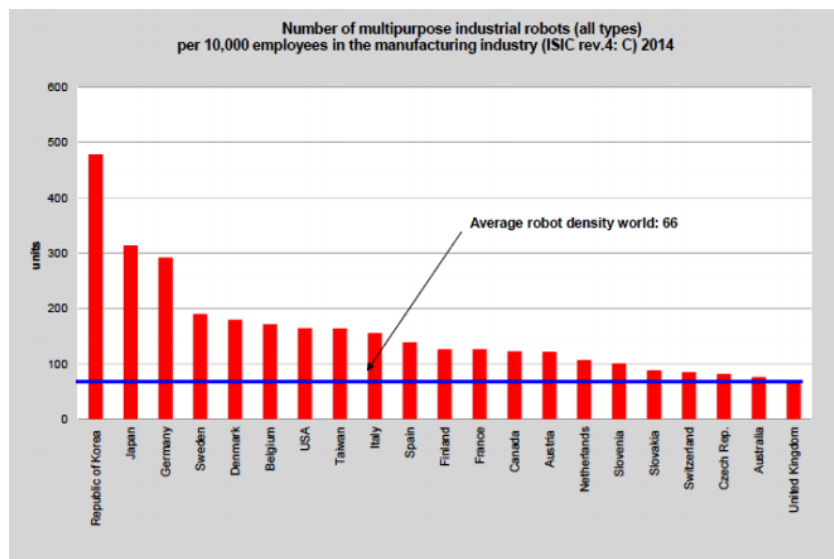


Figure I.7. Densité des robots industrielle dans le monde en 2014 [17].

I.5. Constitution d'un robot industriel

Le robot est un système à commande automatique dont la partie opérative est une structure mécanique articulée. Le schéma global d'un manipulateur industriel est donné par la figure ci-dessous [3, 12, 18, 19, 25],

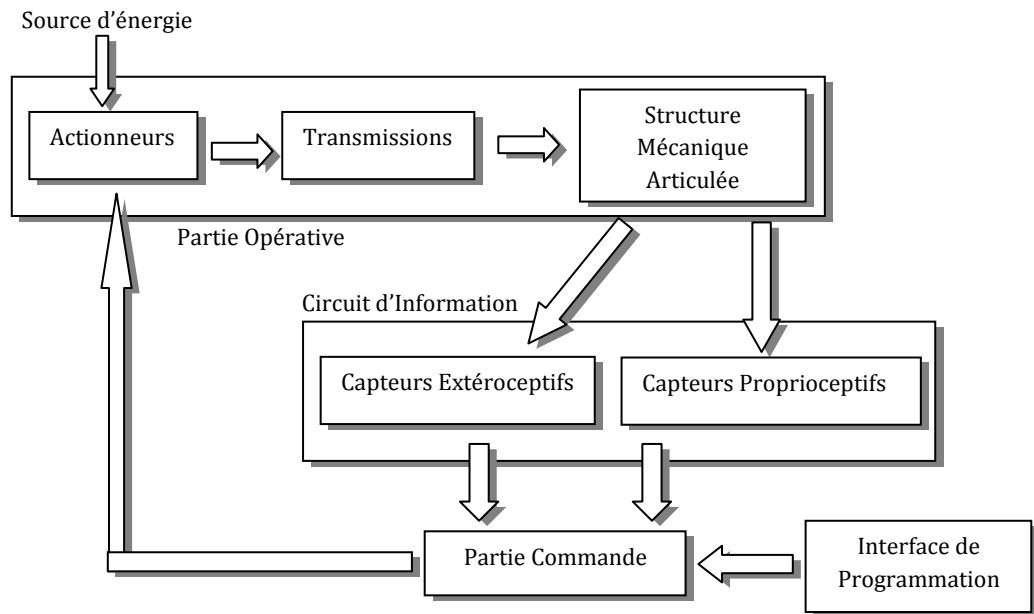


Figure I.8. Schéma global de l'architecture d'un système de robotique industrielle.

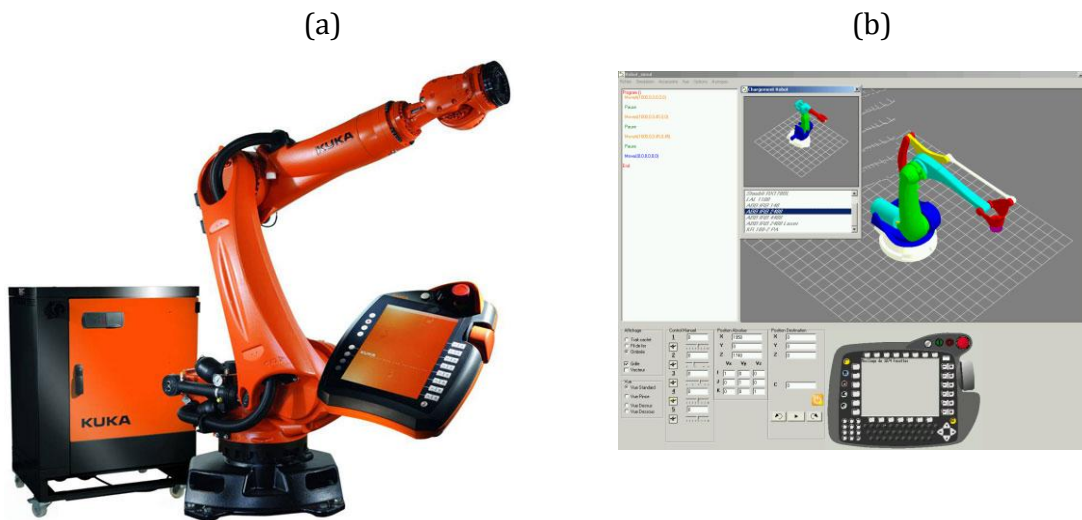


Figure I.9. Structure générale d'un manipulateur industrielle : (a)- Aspect matériel. (b)- Aspect logiciel.

I.5.1. La structure mécanique articulée

Constituée d'un ensemble de solides reliés entre eux, généralement les uns à la suite des autres où chaque solide est mobile par rapport au précédent. Cette mobilité s'exprime en terme de degrés de liberté (d.d.l) qui est par définition le nombre de mouvements indépendants possibles d'un solide S1 par rapport au solide qui lui est directement relié S2.

Une structure mécanique articulée peut être représentée par une architecture composée de plusieurs chaînes de corps rigides assemblés par des liaisons appelées articulations. Les chaînes peuvent être dites soit ouvertes ou en série dans les quelles tous les corps ont au plus deux liaisons, ou bien arborescentes où au moins l'un des corps a plus de deux liaisons. Les chaînes peuvent aussi être fermées dans les quelles l'organe terminal est relié à la base du mécanisme par l'intermédiaire de plusieurs chaînes [21-23, 30].

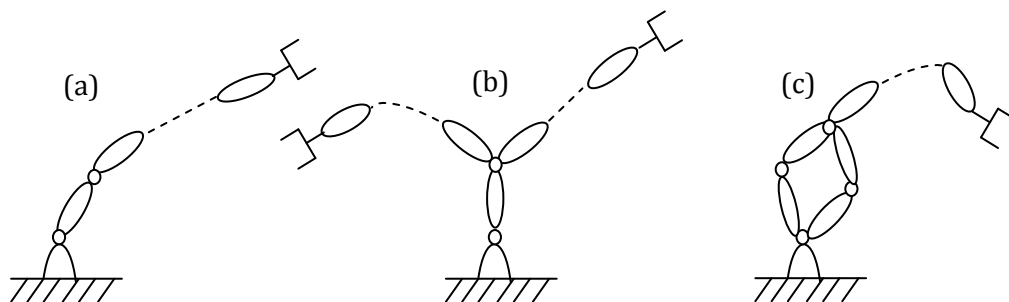


Figure I.10. Schémas de quelques structures mécaniques articulées rencontrées dans le milieu industriel.

- (a)-Chaîne simple ouverte.
- (b)-Chaîne structurée en arbre.
- (c)-Chaîne fermée.

La classification des architectures de robots est complexe car il en existe de très nombreuses. Cependant on retrouve deux grandes classes de robots [18, 21-23, 25, 27, 30],

- Les robots sériels.
- Les robots parallèles.

I.5.1.1. Les S.M.A à chaîne cinématique ouverte simple ou sérielle

C'est une chaîne cinématique dont chaque membre possède un degré de connexion (nombre de liaisons mécaniques [24]) inférieur ou égal à deux. Un robot sériel est formé d'une chaîne cinématique simple dont la base et l'organe effecteur possèdent un degré de connexion de un (c'est-à-dire qu'il n'est relié qu'à un seul corps) et les autres éléments un degré de connexion de deux. Ainsi, chaque corps C_i est relié par ses deux extrémités à un seul corps,

et la base B et l'effecteur P ne sont liés qu'à un seul corps C_i . Pour les robots sériels le degré de mobilité du système global est égal à la somme des degrés de liberté des articulations. Il est donc nécessaire de piloter tous les degrés de liberté des articulations [22, 23, 26-31].

I.5.1.2. Les S.M.A parallèles

Ce sont des manipulateurs, en chaîne cinématique fermée, constitués d'un organe terminal à n degrés de liberté et d'une base fixe, reliés entre eux par des chaînes cinématiques indépendantes [21-23, 25, 27].

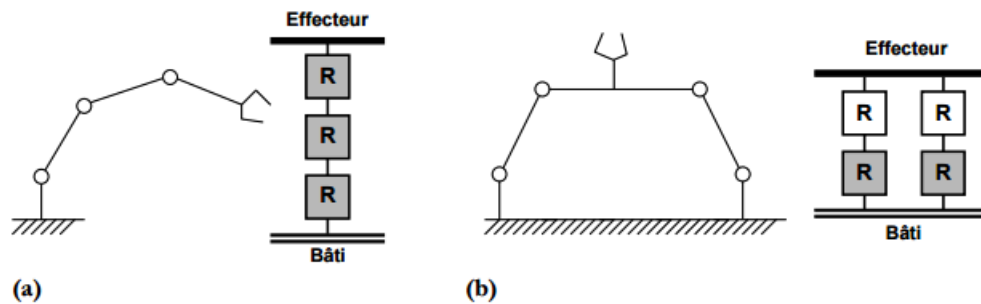


Figure I.11. Principales classes d'architectures de robots industriels: sérielle (a) et parallèle (b).

Les différents éléments de la structure mécanique articulée d'un robot industriel sont donnés par la figure I.12 [18, 21-31],

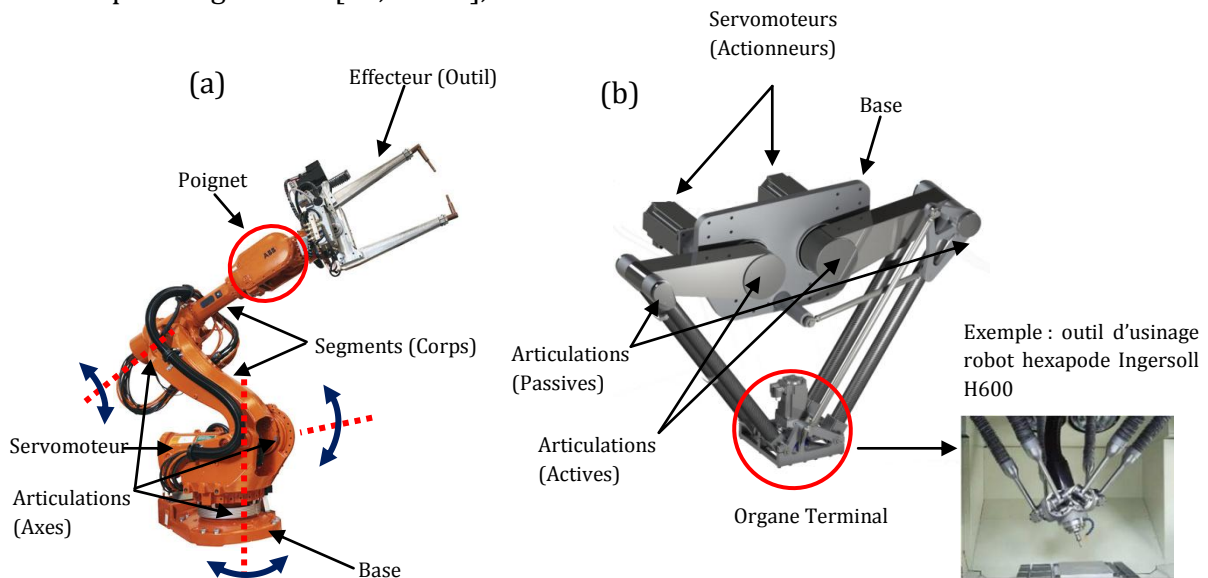


Figure I.12. Différentes parties de la structure mécanique articulée d'un robot industriel :

(a)-Manipulateur Série (IRB 6600, ABB).

(b)-Manipulateur Parallèle de type Delta-2 (D2-1500-HP, CODIAN Robotics).

(a)-La base : support sur lequel est située l'origine du premier élément de la structure articulée constituant le bras.

(b)-Le porteur (ou bras) : chaîne constituée d'éléments de translation et/ou de rotation animés les uns par rapport aux autres et qui permet de déplacer et d'orienter un organe terminal (ou effecteur), comme par exemple un préhenseur ou un outil (selon les définitions, le porteur inclut ou non le poignet, qui est alors dans ce dernier cas considéré comme faisant partie de l'organe terminal).

(c)-Le poignet : ensemble mécanique de l'extrémité du bras d'un robot, constitué d'articulations et permettant l'orientation de l'organe terminal. Trois degrés de liberté en rotation autour de trois axes concourants sont nécessaires pour atteindre toutes les orientations possibles. Toutes les structures mécaniques ne possèdent pas un poignet à trois degrés de liberté, ce qui réduit leurs potentialités mais également leur coût.

En termes de modèles de poignet, il y a deux configurations principales (figure I.13) [26],

1. tangage-lacet-roulis (XYZ) comme le poignet humain.
2. roulis-tangage-roulis (ZYZ) ou poignet sphérique

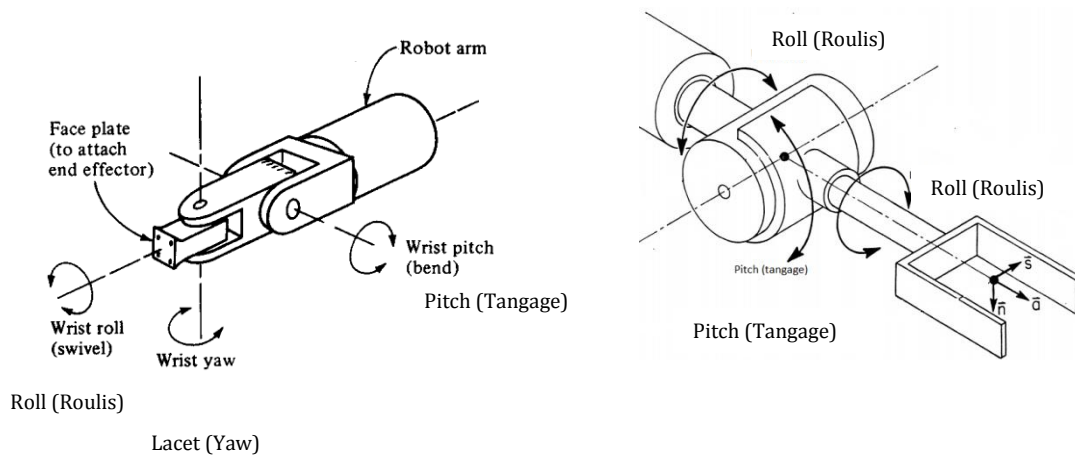


Figure I.13. Configurations principales de poignets : (a)-poignet (XYZ). (b)-poignet sphérique (ZYZ).

(d)-L'effecteur : est l'organe terminal du robot, fixé au poignet. Ce dernier se termine généralement par une plaque percée de trous filetés; cela permet la fixation de différents effecteurs à un robot universel et donc l'adaptation de celui-ci à des tâches spécifiques. On définit alors sur cet élément un point caractéristique auquel est attaché un repère appelé usuellement repère outil (en anglais TCP : Tool Coordinate Point). La position et de l'orientation de ce repère sont arbitraires mais choisis généralement au niveau de la partie active de l'outil de manière à faciliter la visualisation et la programmation de la tâche. Ce

repère n'est pas nécessairement en contact avec l'outil [23]. Généralement les effecteurs terminaux ne sont pas assez flexibles, avec une sensorialité limitée et une configuration cinématique simple, un dispositif très spécialisé capable d'exécuter seulement quelques tâches est souvent leur attaché. Comme l'organe terminal est un appareil spécialisé, il doit être possible de le changer de manière simple s'il est nécessaire à l'application. Certains manipulateurs industriels sont dotés de systèmes de rechange automatique d'outils arrangés dans un dépôt accessible par le robot "Tool Changer" [32, 33].



Figure I.14. Organe terminal (effecteur) d'un robot industriel ABB.



Figure I.15. Automatic Tool Changer.

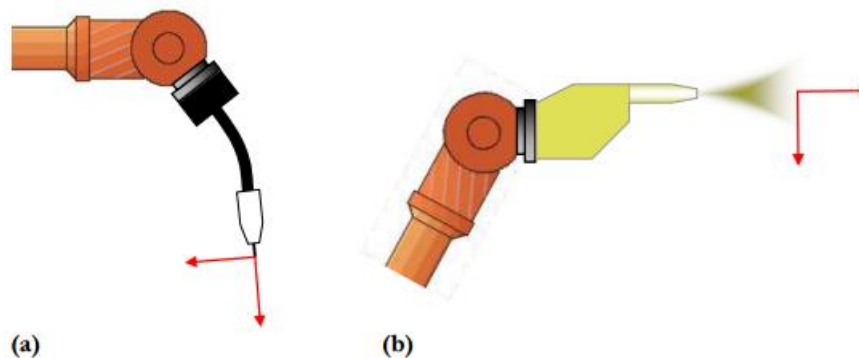


Figure I.16. Emplacements de repère outil : en soudage (a) et en peinture (b).

On peut distinguer deux grandes catégories d'effecteurs,

(a)-Les outils

L'effecteur dans ce cas est dérivé des outils traditionnels des processus de fabrication additive (par exemple, le soudage, le collage, la peinture, etc.) ou soustractive (par exemple, le fraisage, le découpage, le meulage, ébavurage, polissage, etc.) [3, 12, 13, 19, 23].

(b)-Les organes de préhension

Ils sont utilisés pour saisir et maintenir les objets qui doivent être manipulés et déplacés par le robot. Parmi les applications, on peut citer le chargement et déchargement de machines, la saisie d'objets sur un convoyeur, le placement d'objets sur une palette de manutention...etc. Le préhenseur est adapté à l'application et à son environnement. Il doit garantir la fiabilité de la prise, du maintien et de la dépose du produit. Différentes techniques de préhension sont actuellement disponibles pour s'adapter aux besoins et aux produits manipulés [34, 35].

I.5.2. Le contrôleur

Le système de commande d'un robot industriel est un dispositif assez complexe, en général constitué par un système multiprocesseur, relié à d'autres dispositifs locaux pour le contrôle, la supervision et le stockage des données [3, 12, 13, 19, 26].

Les principales fonctions d'un contrôleur de robot sont,

- Une interface utilisateur-machine,
- Le stockage de données,
- La planification de mouvement,
- Le contrôle en temps réel des mouvements des articulations,
- L'acquisition de données de capteur,
- L'interaction et la synchronisation avec d'autres machines,
- L'interaction avec d'autres ressources de calcul.



Figure I.17. Exemple d'une armoire de contrôle Fanuc R30iB [3].

I.5.3. Pupitre de programmation

Appelé aussi « teach pendant » ou boîtier opérateur, il s'agit du panneau de commande déporté du robot qui permet d'effectuer la programmation par apprentissage. Il comporte généralement un écran d'affichage, des boutons de commande et un dispositif de mise en mouvement du robot (arrêt, départ, mouvements manuels, clavier, etc.) [3, 12, 13].



Figure I.18. Pupitre de programmation 'Teach Pendant', Nachi.

I.6. Principaux types de manipulateurs industriels

Les robots industriels sont classés selon la structure mécanique en six principales catégories : Les robots de type linéaire ou cartésiens, les robots de type SCARA, les robots cylindriques, les robots sphériques, les robots poly articulés ou anthropomorphes, et la structure parallèle de type delta [6, 9, 13, 27, 28, 31, 36].

I.6.1. Les robots cartésiens (PPP)

Les robots cartésiens, aussi appelés robots portiques, présentent trois axes de mouvement linéaire (X, Y, Z). Ils sont constitués de trois articulations prismatiques mutuellement orthogonales, avec des longueurs variables d_1 , d_2 , d_3 . Ils sont caractérisés d'une très bonne rigidité mécanique et une grande précision ce qui les rend très adaptés aux tâches d'assemblage, de manutention, et de déplacement des charges lourdes. Cependant, cette structure présente une faible dextérité car toutes les articulations sont prismatiques. Ils peuvent tracer des volumes de travail rectangulaires dans l'espace 3D [27, 28, 31, 36].

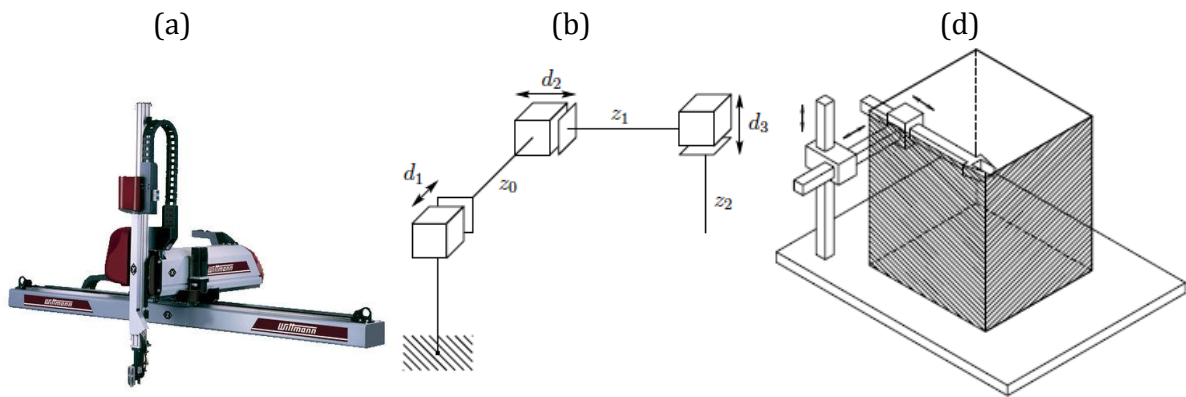


Figure I.19. Structure Cartésienne :

- (a)- Robot cartésien Wittmann W821.
- (b)-Schéma cinématique.
- (c)-Espace de travail.

I.6.2. Les robots cylindriques (RPP)

Les positions de l'organe terminal des robots cylindriques sont commandées par trois variables, une première variable, l'angle θ_1 , créé par une articulation rotoïde, une deuxième variable, l'hauteur d_2 , générée par une articulation prismatique, et un rayon variable d_3 issu d'une articulation de type prismatique. Cette structure offre une très bonne rigidité mécanique, ce qui explique que ces robots sont couramment utilisés dans les tâches d'assemblage et de transport d'objets même de grande taille. Les robots cylindriques peuvent tracer des cylindres concentriques dans l'espace de travail 3D [27, 28, 31, 36].

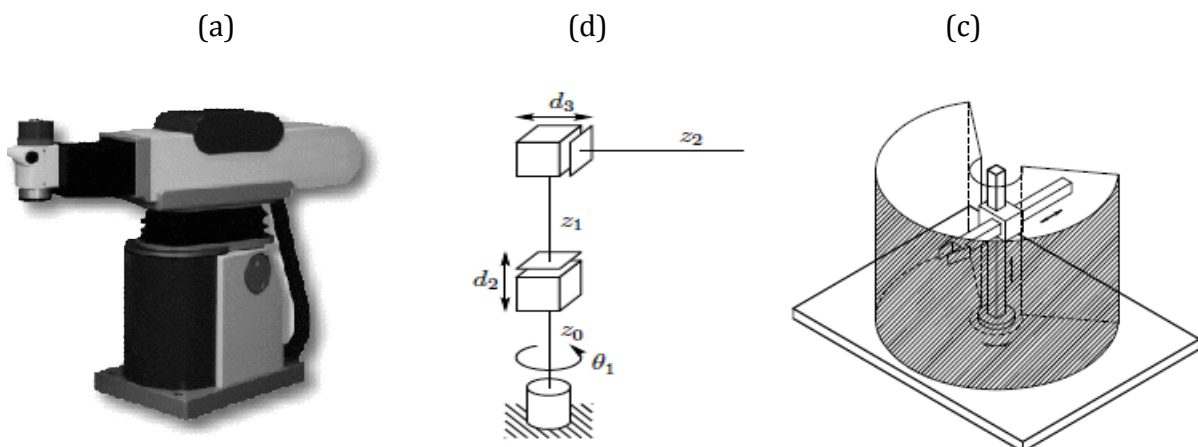


Figure I.20. Structure Cylindrique :

- (a)- Robot cylindrique RT33 (SEIKO Instruments).
- (b)-Schéma cinématique.
- (c)-Espace de travail.

I.6.3. Les robots sphériques (RRP)

Les robots sphériques se composent de deux premières articulations rotoïdes orthogonales, de variables θ_1 et θ_2 , et une articulation prismatique de variable d_3 . Les organes terminaux de ces robots peuvent tracer des sphères concentriques dans l'espace 3D. Leur rigidité mécanique est inférieure à celle des deux manipulateurs précédents et leur construction mécanique est plus complexe ; cependant, ils offrent une plus grande dextérité. Ils sont plus adaptés aux tâches d'usinage [27, 28, 31, 36].

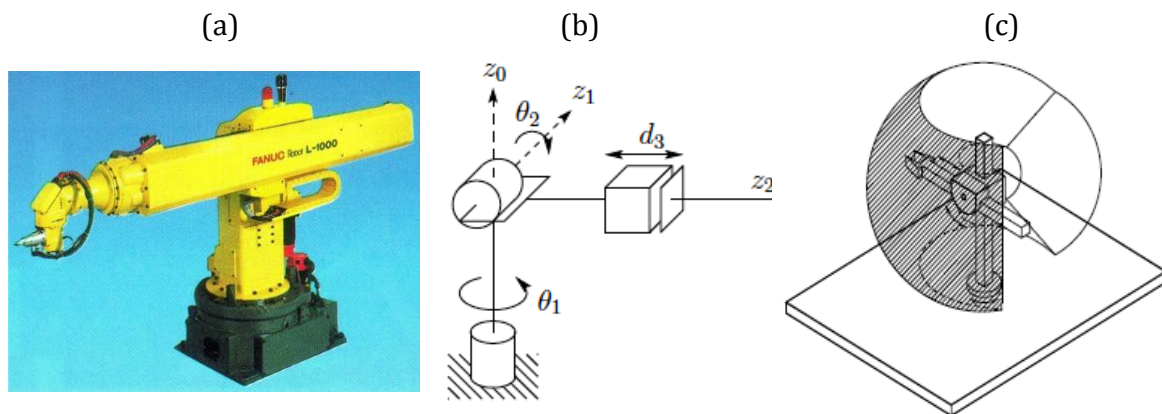


Figure I.21. Structure Sphérique :

- (a)- Robot sphérique Fanuc.
- (b)-Schéma cinématique.
- (c)-Espace de travail.

I.6.4. Les robots SCARA (RRP)

Les robots de type SCARA (Selectively Compliant Assembly Robot Arm) utilise deux articulations rotoïdes parallèles pour produire un mouvement dans le plan horizontal. Lorsque la structure mécanique est soumise à une charge, ces deux premières articulations ne font aucun travail de levage. La troisième articulation de type prismatique produit tout le volume du travail selon l'axe vertical z . On ajoute généralement une quatrième articulation rotoïde autour de l'axe z pour contrôler l'orientation de l'organe terminal dans le plan horizontal. Ce type de robots est rarement trouvé avec plus de quatre axes. Les robots SCARA sont caractérisés d'une rigidité élevée pour les charges verticales, et une souplesse aux charges horizontales, ce qui les rend largement utilisés dans l'assemblage des composants et des appareils de petites et moyennes tailles [27, 28, 31, 36].

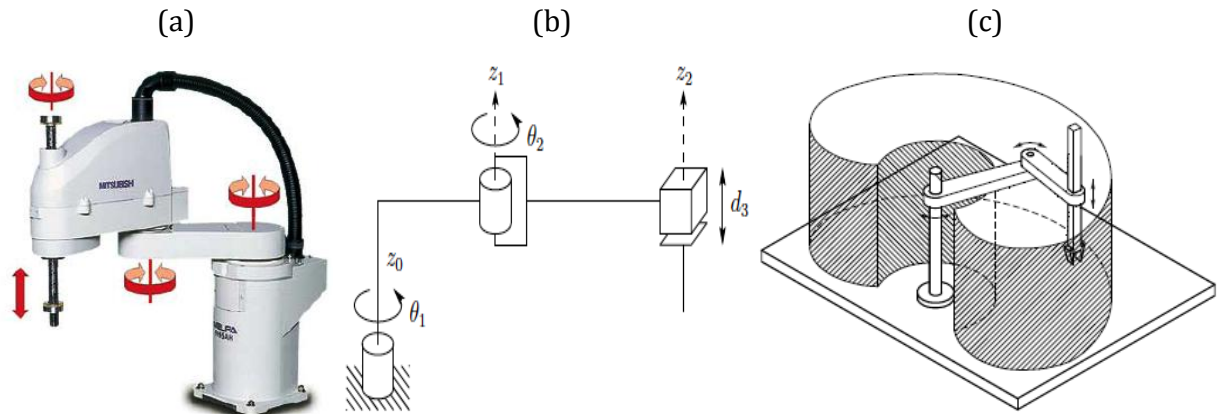


Figure I.22. Structure SCARA :

- (a)- Robot SCARA Série RH-SDH (MITSUBICHI ELECTRIC).
- (b)-Schéma cinématique.
- (c)-Espace de travail.

I.6.5. Robots anthropomorphe (RRR)

Ils sont composés de trois articulations rotoïdes, ou l'axe de la première articulation est orthogonal aux axes des deux autres qui sont parallèles. En raison de leur ressemblance avec le bras humain, la deuxième articulation est appelée l'articulation de l'épaule et la troisième, l'articulation du coude puisqu'elle relie le bras avec l'avant-bras. Cette structure de manipulateurs est plus agile car toutes ses articulations sont rotoïdes, et elle offre un plus grand volume de travail par rapport à l'encombrement du robot; c'est pourquoi qu'elle est choisie pour une large gamme d'applications industrielles [22, 27, 28, 31, 36, 37].

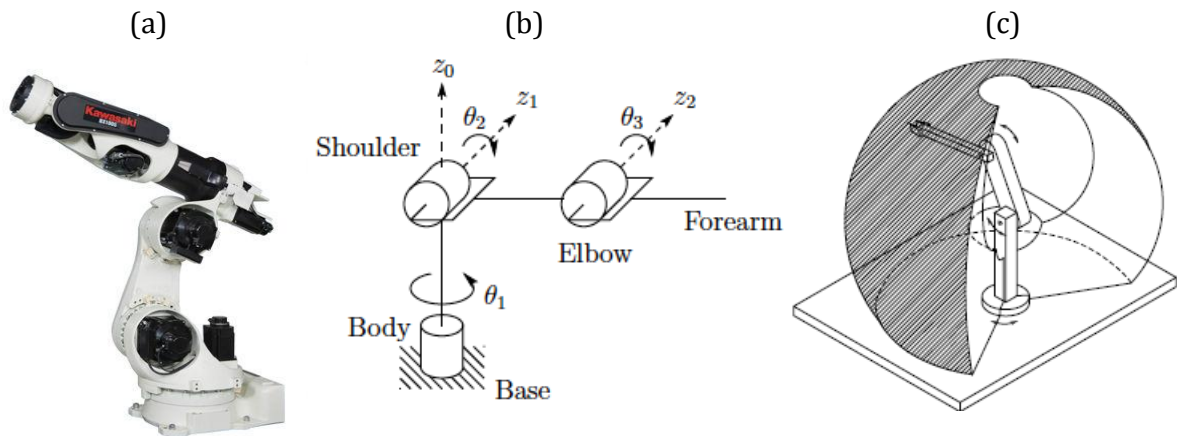


Figure I.23. Structure Anthropomorphe:

- (a)- Robot Anthropomorphe KAWAZAKI BX 100S.
- (b)-Schéma cinématique.
- (c)-Espace de travail.

Cependant, elle existe une configuration légèrement différente des robots anthropomorphe très populaire dans le milieu industrielle appelée la structure en parallélogramme articulé, figure, permettant de transmettre directement le mouvement de l'actionneur situé à la base du manipulateur vers la troisième articulation, connue comme l'articulation du coude. Malgré que cette configuration présente moins de dextérité, le parallélogramme articulé permet de ramener les actionneurs vers la base du robot limitant la masse du robot en bout de porteur et augmentant ainsi les possibilités en terme de masse embarquée, ainsi que leur dynamique et plus simple ce qui simplifier leur commande. En outre, une structure en parallélogramme peut être utilisée pour l'équilibrage d'un robot [31].

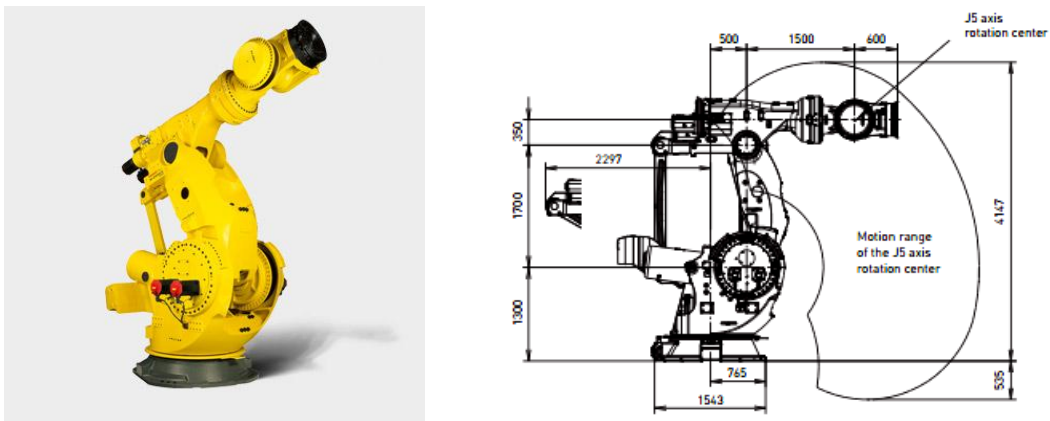


Figure I.24. Exemple d'un robot anthropomorphe en parallélogramme le FANUC M-2000iA-2300.

I.6.6. Les robots parallèles de type Delta

Par définition, un robot parallèle est caractérisé par le fait que l'organe terminal est relié à la base du robot par des chaînes cinématiques distinctes et indépendantes, d'où des boucles cinématiques. Le robot parallèle le plus connu est la plate-forme de Gough-Stewart (1965). Ce type de structure était notamment utilisé à l'origine dans des simulateurs de vol pour l'entraînement des pilotes. Développé dans les années 1980, le robot suisse Delta (EPFL/ABB) connaît le succès dans le domaine industriel à partir des années 1990. Dans de telles structures cinématiques, toutes les articulations ne sont pas actives. Certaines sont nécessairement passives. Leur structure articulaire parallèle met forcément les erreurs de positionnement (imprécisions des modèles géométrique et des capteurs, la flexion des corps.....etc.) en parallèle au lieu de les mettre en série. Ces robots ont donc par nature une meilleure précision que les manipulateurs sériels. De plus, une telle architecture permet une meilleure répartition des efforts et le montage des actionneurs sur la base, autorisant une structure mécanique plus légère et donc des mouvements rapides, de grandes accélérations et un rapport charge utile sur masse totale en mouvement plus favorable. Cela permet

également d'augmenter la rigidité de la structure. Cependant, l'inconvénient majeur de cette structure est le volume de travail plus faible que les robots sériels. Ainsi ils sont intéressants pour les applications de type « petits mouvements et grande précision » [21-23, 27, 38-40].

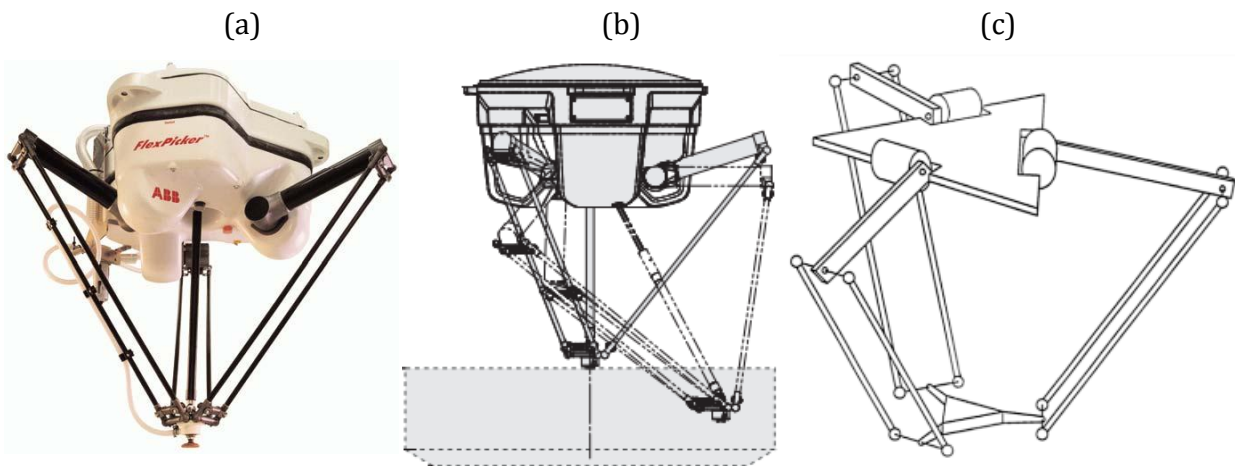


Figure I.25. Structure parallèle Delta :

- (a)- Robot parallèle Delta-3 ABB IRB 360.
- (b)-Schéma cinématique.
- (c)-Espace de travail.

Dans les statistiques de la Fédération internationale de la robotique (IFR), les robots de type delta ne sont pas pris en compte parce que cette architecture représente relativement un nouveau produit sur le marché [4, 41].

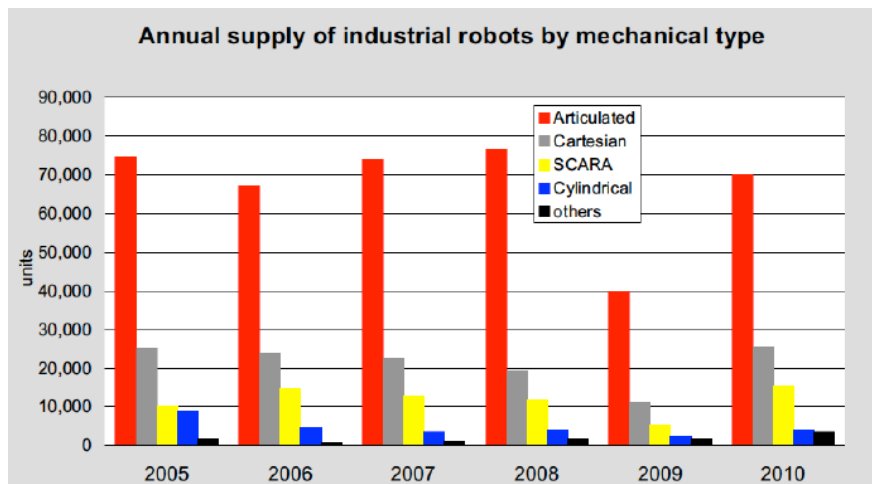


Figure I.26. Livraisons mondiales de robots industriels par structure mécanique 2005-2010 [4].

I.7. Caractérisation des robots industriels

Les caractéristiques techniques des robots industriels indiquées par les constructeurs sont en effet établies suivant des normes précises, nous pouvons citer en particulier la norme ISO 9283, ces données concernent généralement [3, 18, 19, 23, 42],

- le nombre d'axe avec la plage angulaire de chaque axe,
- les vitesses et accélérations articulaires maximales,
- l'espace de travail,
- la charge utile,
- la précision,
- la vitesse et accélération maximale de l'effecteur,
- les conditions générales de travail (position, température, environnement, etc.).

I.7.1. Volume accessible par l'outil du robot

La norme IRS définit l'espace de travail par l'ensemble des positions accessibles par un point caractéristique du robot associé à l'organe terminal sans tenir compte de l'orientation. Pour les robots manipulateurs à poignet, le point caractéristique retenu est généralement le point de concurrence des trois derniers axes formant le poignet [23].

Ce volume dépend,

- de la géométrie du robot,
- de la longueur des segments,
- du débattement des articulations (limité par des butées).

I.7.2. Précision / Répétabilité

(a)-La précision, ou l'exactitude de pose est l'écart entre une pose commandée (définie par sa consigne) et la moyenne des poses atteintes. On appelle pose du robot la description conjointe de la position et de l'orientation du repère outil dans l'espace. La pose définit de manière unique la situation de l'outil dans l'espace. La précision caractérise [3, 23],

(a1)-L'exactitude de positionnement e_p : définie par la distance entre la position commandée p_c et le barycentre du nuage de n positions p_i atteintes :

$$e_p = p_c - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i \quad i = 1, \dots, n.$$

(a2)-L'exactitude d'orientation eo : définie par la différence entre une orientation angulaire commandée oc et la moyenne des n orientations angulaires oi des positions atteintes :

$$o_p = o_c - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n o_i \quad i = 1, \dots, n.$$

L'exactitude ou le positionnement absolu imprécis dépend des [23],

- Erreurs du modèle géométrique.
- Erreurs de quantification de la mesure de position qui engendre des approximations.
- Erreurs d'asservissement, la valeur réelle de l'articulation est différente de la valeur de consigne.
- La flexibilité de la structure mécanique, les éléments mécaniques se déforment sous les sollicitations.

(b)-Répétabilité. d'un robot est l'erreur maximale de positionnement répété de l'outil en tout point de son espace de travail. La répétabilité caractérise la dispersion du nuage de poses atteintes pour une pose commandée. De manière similaire à l'exactitude, on distingue la répétabilité en position et en orientation [3, 23].

(b1)-La répétabilité en position rp : elle s'exprime par la distance entre le barycentre du nuage des n points et le point le plus éloigné,

$$r_p = \max \left| p_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i \right| \quad i = 1, \dots, n.$$

(b2)-La répétabilité en orientation ro : elle s'exprime par l'étendue des valeurs de n angles obtenus, c'est-à-dire la valeur absolue de la différence entre la valeur angulaire maximale et la valeur angulaire moyenne,

$$r_o = \max \left| o_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n o_i \right| \quad i = 1, \dots, n.$$

Selon la norme ISO 9283 30 cycles de mesure sont nécessaires pour obtention d'un nuage de points ($n=30$) [3].

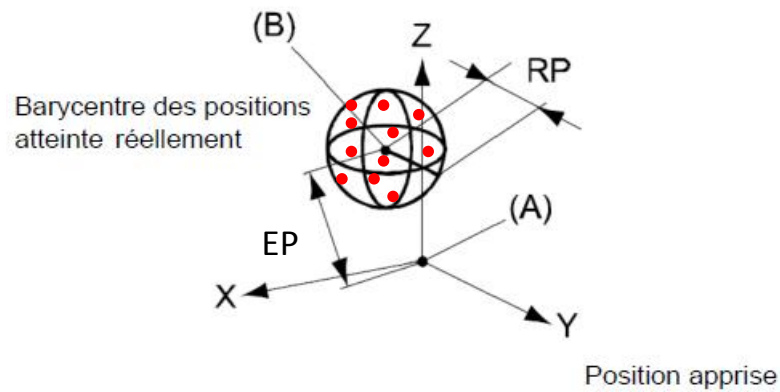


Figure I.27. Précision / Répétabilité d'un robot manipulateur [3].

I.7.3. Performances dynamiques

- La vitesse maximale :
 - Vitesse maximale de translation ou de rotation de chaque axe.
 - Les constructeurs donnent souvent une vitesse de translation maximale de l'organe terminal.
- L'accélération maximale :
 - Elle est donnée pour chaque axe dans la configuration la plus défavorable (inertie maximale, charge maximale).
 - Elle dépend fortement de l'inertie donc de la position du robot.

I.7.4. Charge utile

- C'est la charge maximale que peut porter le robot sans dégrader la répétabilité et les performances dynamiques.
- La charge utile est nettement inférieure à la charge maximale que peut porter le robot qui est directement dépendante des actionneurs.

I.8. Les marchés de la robotique industrielle

En 2015, les ventes annuelles des robots industriels sont augmentées de 15% à 253.748 unités. Cette croissance des ventes a touché pratiquement tous les secteurs de l'industrie. Les fournisseurs des pièces automobiles et l'industrie électrique / électronique ont été les principaux moteurs de cette hausse. La Chine a considérablement élargi sa position de leader comme le plus grand marché avec une part de 27% de l'approvisionnement mondial en 2015 [46].



Figure I.28. Livraisons mondiales de robots industriels 2000-2015 [46].

L'Asie (y compris l'Australie et la Nouvelle-Zélande) a été de loin le plus grand marché avec environ 160.600 robots industriels vendus en 2015, soit environ 19% de plus qu'en 2014. Ce fut le plus haut niveau de ventes jamais enregistré pour la quatrième année consécutive. Le deuxième plus grand marché, l'Europe, est augmenté de 10% à près de 50.100 unités (une nouvelle pointe). Environ 38.100 robots industriels ont été expédiés vers les Amériques, soit 17% de plus qu'en 2014, pour atteindre à nouveau un nouveau sommet pour la cinquième année consécutive [46, 47].

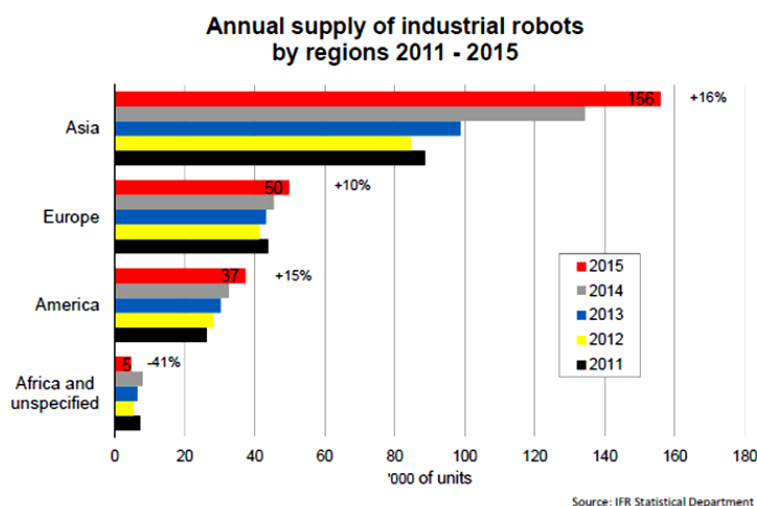


Figure I.29. Livraisons annuelles de robots industriels par régions du monde 2011-2015 [47].

Il y a cinq principaux marchés représentant 75% du volume total des ventes en 2015: la Chine, le Japon, les États-Unis, la République de Corée et de l'Allemagne [47].

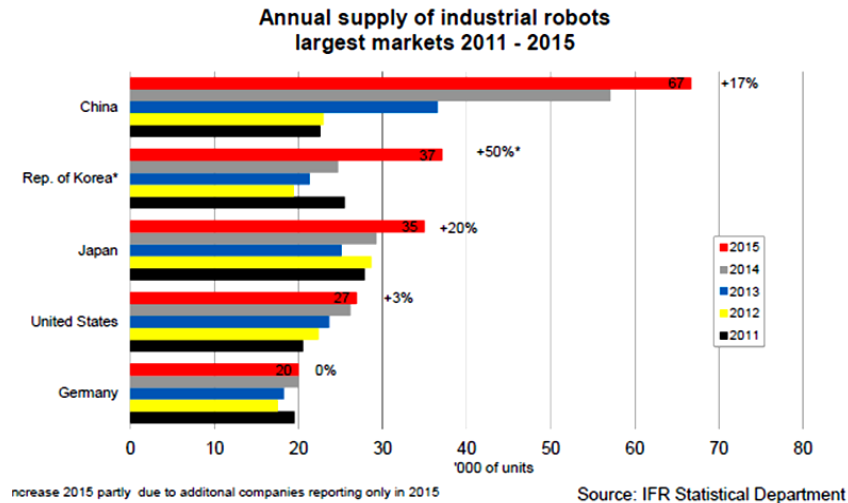


Figure I.30. Approvisionnement annuels des cinq principaux marchés des robots industriels du monde 2011-2015 [47].

68.600 robot industriel ont été vendus en Chine en 2015, soit 20% de plus qu'en 2014. Les fournisseurs chinois ont installés environ 20.400 unités, soit une part de marché d'environ 31% selon les informations de l'Alliance chinoise de la robotique industrielle (CRIA). Leur volume de ventes était augmenté d'environ 28% de plus qu'en 2014. Les fournisseurs de robots étrangers ont augmenté leurs ventes de 17% à 48.100 unités, y compris les robots produits par les fournisseurs de robots internationaux installés en Chine. La Chine est, de loin, le plus grand marché des robots industriels, est aussi le marché le plus dynamique dans le monde entier. Ce développement rapide est unique dans l'histoire de la robotique. Il n'y a jamais eu une telle augmentation dynamique dans un si court laps de temps dans tout autre marché. Un large éventail d'industries investissent de plus en plus dans l'automatisation. Entre 2010 et 2015, l'offre totale de robots industriels a augmenté d'environ 36% par an en moyenne [46, 47].

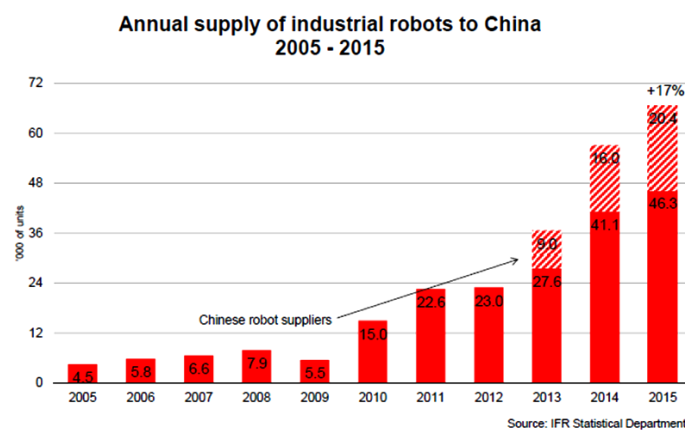


Figure I.31. Approvisionnement annuels de robots industriels en chine 2005-2015 [47].

Les principaux moteurs de cette croissance du marché sont l'industrie automobile et de l'industrie électrique / électronique.

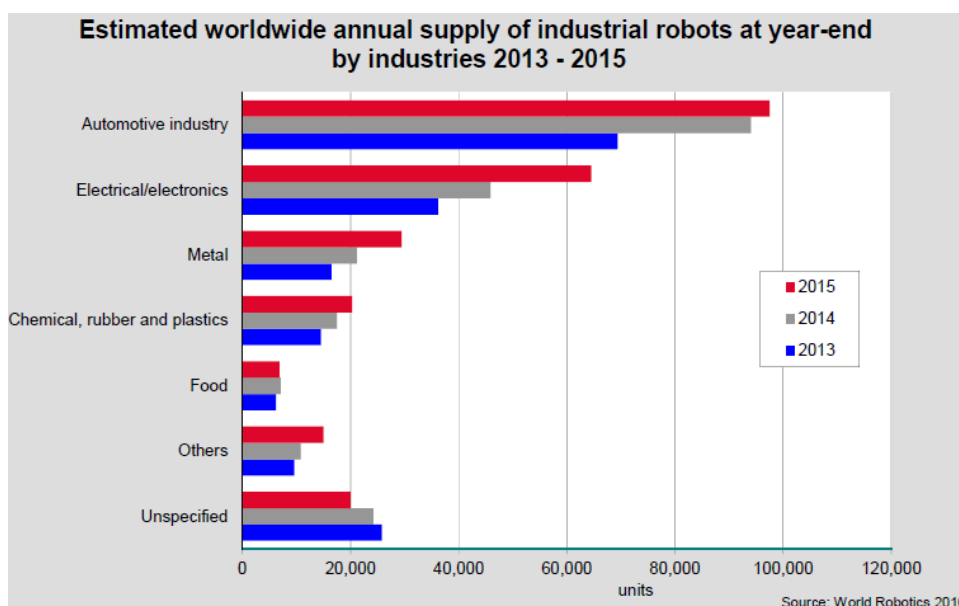


Figure I.32. Ventes annuelles estimées des robots industriels par industries et par an 2013-2015 [47].

Depuis 2010, l'industrie automobile, le client le plus important de robots industriels, a considérablement augmenté ces investissements de robotisation des usines partout dans le monde ces dernières années [46, 48-51]. Environ 97.500 nouveaux robots, soit près de 4% de plus qu'en 2014, ont été installés dans cette industrie en 2015, établissant à nouveau un nouveau sommet. Entre 2010 et 2015, les ventes de robots pour l'industrie automobile ont augmenté de 20% en moyenne par an. Les investissements dans de nouvelles capacités de production dans les marchés émergents ainsi que des investissements dans la modernisation de la production dans les principaux pays producteurs d'automobiles ont causé cette hausse du nombre d'installations robotisées. Une grande partie de robots ont été vendus pour les constructeurs des pièces électroniques pour l'automobile, les fournisseurs des batteries, ainsi que pour d'autres pièces électroniques dans les voitures [46].

Les ventes de robots à l'industrie électrique / électronique (incluant les ordinateurs et leurs équipements, la radio, la télévision et les appareils de communication, les équipements médicaux, les équipements de précision et les instruments d'optique) ont augmenté en 2015 de 41% atteignant les 64.600 unités, et en établissant un nouveau sommet. La part de cette industrie de l'offre totale en 2015 était d'environ 25%. La demande croissante pour les produits électroniques et des produits nouveaux, ainsi que la nécessité d'automatiser les moyens de la production (en particulier dans les pays à bas salaires), ont été les facteurs déterminants pour cette accélération de la demande [46].

En 2015, les ventes pour toutes les autres industries, sauf pour les industries automobile et électrique, ont augmenté de 27%. Entre 2010 et 2015, le taux de croissance moyen par an était d'environ 19%. Les taux de croissance respectifs pour les industries automobile et électrique / électronique ont été d'environ 20% et 15%. Ceci est un signe clair que non seulement les principales industries clientes (industrie automobile et électrique / électronique industrie) ont considérablement augmenté leurs investissements, mais les installations robotiques également d'autres industries ont augmenté considérablement au cours des dernières années. Les fournisseurs de robots ont signalé une augmentation significative du nombre de clients au cours des ces dernières années. Cependant, le nombre d'unités commandées par ces clients est souvent très faible.

Le stock mondial de robots industriels opérationnels à la fin de 2015 a augmenté d'environ 12% à environ 1.631.600 unités. Depuis 2010, le stock n'a cessé d'augmenter de façon considérable [46].

En 2015, la valeur des ventes a augmenté de 9% atteignant un nouveau pic à 11,1 milliards de dollars. Il convient de noter que les chiffres cités ci-dessus ne comprennent généralement pas le coût des logiciels, des périphériques et des systèmes d'ingénierie [46]. En incluant les coûts mentionnés, nous pouvons estimer la valeur réelle du marché des systèmes robotiques, qui doit être environ trois fois plus élevé. Ainsi, la valeur du marché mondial pour les systèmes de robots industriels est donc estimée à 35 milliards de dollars en 2015 [46].

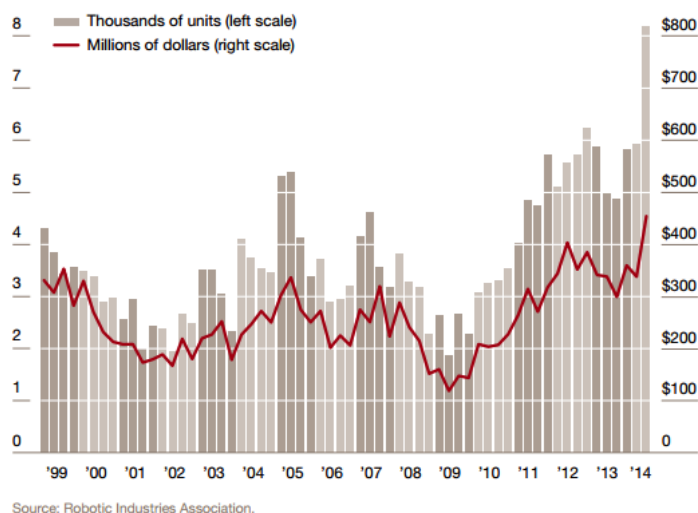


Figure I.33. Commandes de robots industriels en Amérique du Nord (RIA), par trimestre, 1999-2014 [52].

Le potentiel de robotisation dans l'industrie générale (toutes les industries sauf l'industrie automobile) est encore énorme (y compris les grands pays industriels). Il est également très élevé dans l'industrie automobile dans les marchés émergents et dans certains marchés traditionnels afin de poursuivre la modernisation et le rééquipement, ce qui garantit la nécessité d'avoir des investissements continus dans le domaine de la robotisation industrielle même dans les pays déjà fortement automatisés [45]. Ainsi, entre 2015 et 2018 on estime que 2,3 millions de robots industriels seront installés dans les usines du monde entier [47].

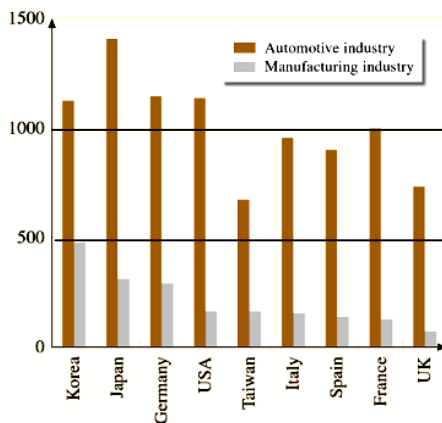


Figure I.34. Nombre de robots industriels par 10.000 dans l'industrie automobile et l'industrie manufacturière en 2014 [45].

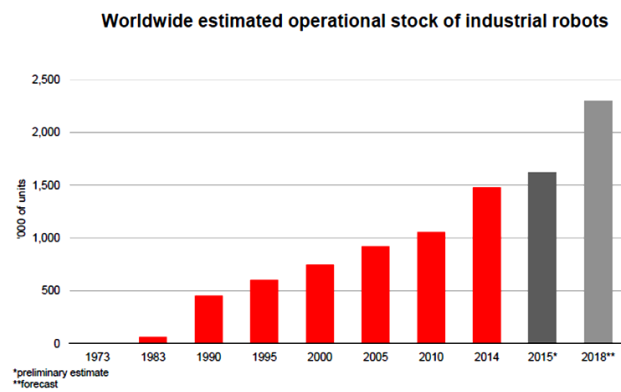


Figure I.35. Estimations du stock opérationnel mondial de robots industriels entre 2015 et 2018 [47].

Source: IFR World Robotics 2015

I.9. Techniques de commande des bras manipulateurs

Etant donné que la quête pour des systèmes de commande toujours plus performants est l'un des axes principaux du développement de nouvelles générations de robots industriels. Cette section sera consacrée pour la présentation des principales techniques de commande des bras manipulateurs trouvées dans la littérature.

La résolution du problème de la commande nécessite la détermination d'un ensemble d'entrées articulaires (Couples/Forces des actionneurs) qui résulte par le suivi de l'organe effecteur d'une trajectoire désirée, spécifiée typiquement par des séquences de positions et d'orientations ou par une trajectoire continue. Plusieurs types de commandes ont été étudiées pour les robots manipulateurs, la méthode la plus simple et qui reste toujours employée pour les manipulateurs industriels est la commande articulaire indépendante où chaque articulation du manipulateur est commandée comme un système à une seule entrée et une seule sortie [128]. Cependant, lorsque l'application nécessite des évolutions rapides

du robot et une grande précision dynamique, il est nécessaire de concevoir un système de commande plus avancé qui prend en compte toute la complexité du modèle dynamique.

Deux types de mouvements apparaissent quand on parle de commande du bras manipulateur. Un premier type considère que les mouvements nécessaires pour la réalisation de la tâche sont exécutés dans l'espace libre. Le deuxième type considère des mouvements spécifiques avec des forces de contact pour l'organe terminal qui se déplace dans un espace contraint. Toute tâche de robotique est réalisée par une combinaison de ces deux types de mouvement [69]. Pour simplifier la commande, les deux types de mouvement sont abordés séparément.

I.9.1. Commande dans l'espace libre

I.9.1.1. Commande par articulation

Dans le cas des manipulateurs qui utilisent des servomoteurs avec de forts rapports de réduction, l'inertie vue par les moteurs varie beaucoup moins et il est alors possible de modéliser le robot par un système linéaire qui permet de découpler les articulations. L'asservissement du mouvement peut être réalisé par des techniques classiques de commande [27, 31, 43, 69, 72]. Nous parlons alors d'une commande décentralisée de type PID. Dans [27] et [31], le schéma classique est amélioré avec des signaux d'anticipation (Feedforward action) pour corriger les effets de la force de gravité et de couplage.

I.9.1.2. Commande PID

La commande PID est largement utilisée dans les commandes de robots manipulateurs industriels en raison de sa simplicité et sa signification physique claire. La stabilité de Lyapunov et la théorie de LaSalle permettent de prouver la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro [130]. Les références [27, 31, 74, 75] proposent un contrôleur PD simple pour le cas où le modèle du manipulateur ne contient pas un terme de gravité, et une loi PD avec compensation de gravité pour le cas contraire ; la stabilité asymptotique globale est démontrée en se basant sur la méthode de Lyapunov.

I.9.1.3. Commande par découplage non linéaire

Cette technique est aussi connue sous les noms de commande dynamique ou commande par couple calculé. La conception de la commande consiste à transformer, par un retour d'état, le problème de commande d'un système non linéaire en un problème de commande d'un système linéaire. Dans le cas général, le problème de linéarisation par retour d'état d'un système non linéaire est difficile à résoudre, et il n'existe pas toujours de solution.

Cependant, dans le cas des robots manipulateurs, l'élaboration d'une loi de commande qui linéarise et découple les équations est simplifiée du fait que le modèle dont nous disposons possède un modèle inverse [27, 31, 43].

Ce type de technique permet la commande dans l'espace des articulations ou dans l'espace cartésien, avec l'avantage que les articulations sont découplées et peuvent évoluer à grandes vitesses avec de fortes inerties. Cette méthode dépend fortement du modèle du système, elle est très sensible aux imprécisions du modèle qui entraînent un découplage imparfait [69].

I.9.1.4. Commande Adaptative

La commande adaptative et la commande robuste sont deux stratégies de commande pour résoudre les problèmes d'incertitude des modèles de robots, tels que les incertitudes des paramètres du modèle, les charges inconnues ou variables, la flexibilité de l'articulation, les coefficients de frottement variables en fonction du temps, etc. [130].

La commande adaptative a été étudiée afin de faire face aux incertitudes paramétriques du modèle physique du robot en ajustant en ligne les paramètres de la loi de commande. La propriété fondamentale exploitée dans l'objectif d'adaptation est la possibilité de reformuler le modèle dynamique linéairement vis-à-vis de ses paramètres, pouvant ainsi être estimés en ligne. En ce sens, la plupart des commandes adaptatives rencontrées sont des méthodes adaptatives indirectes. Cette approche a permis le développement des versions adaptatives des commandes conçues sous l'hypothèse de paramètres connus [124]. Dans le contexte des robots manipulateurs, plusieurs versions adaptatives de commandes exploitant les propriétés d'inversion dynamique [22, 27, 43, 128] ou de passivité [31, 43] ont été décrites.

I.9.1.5. Commande Robuste

La commande par découplage non linéaire est très sensible aux erreurs de modélisation. Or, la complexité d'un robot manipulateur impose souvent de faire des hypothèses simplificatrices pour établir le modèle dynamique. Ainsi, les erreurs de modélisation sont souvent inévitables. De ce fait, la commande par découplage non linéaire est rarement présente sous sa forme simple mais plutôt secondée par des techniques de commande robuste. Une première approche qui utilise un contrôleur développé selon la théorie dite la stabilité garantie des systèmes incertains (theory of guaranteed stability of uncertain systems), basée sur la deuxième méthode de Lyapunov (Lyapunov second method), est décrite dans les références [27, 31, 43, 83], et a montré sa capacité de réduire les erreurs de suivi lorsque les erreurs du modèle, et les perturbations sont présentes. Une autre technique

robuste proposée dans les références [22, 99, 100, 101, 106], est la commande par modes de glissement. Où ce type de contrôle a montré ces grandes capacités à diminuer les erreurs causées par les effets des couples de perturbation, et les approximations du modèle. Les contrôleurs de Lyapunov et par modes glissants décrits, donnent lieu à un signal de commande discontinu (phénomène de réticence) qui peut augmenter les pertes des actionneurs et exciter les dynamiques de hautes fréquences non modélisées. Pour l'application des techniques de commande robuste linéaire dans le contexte robotique le problème non-linéaire initial est soit simplifié en considérant des dynamiques mono variables, soit approché par développement de Taylor, soit transformé par une compensation non linéaire imparfaite. Les techniques de synthèse H_2 , H_∞ , μ -synthèse, ont ainsi été mises en œuvre sur ces modèles transformés [72, 121, 123, 124].

I.9.2. Commande dans l'espace contraint

Pour les tâches robotiques qui nécessitent une interaction importante avec l'environnement, les efforts de contact doivent être correctement gérés par le contrôleur du robot [130]. Lorsque le robot est contraint par l'environnement suivant toutes les directions, aucun déplacement de l'organe terminal n'est possible et il ne peut qu'exercer des efforts sur l'environnement ; en revanche, lorsque le robot est dans l'espace libre, l'absence de tout contact empêche la génération d'efforts. Ainsi, les notions de commande en position et de commande en effort s'excluent mutuellement : on ne peut contrôler simultanément une force et un déplacement suivant une même direction [69].

Les stratégies de commande dans l'espace contraint peuvent être regroupées en deux catégories. Des stratégies effectuant un contrôle indirect des forces de contact, et des stratégies qui effectuent un contrôle direct des forces de contact avec l'environnement. La principale différence entre les deux catégories est que la première assure le contrôle des efforts de contact via le contrôle de mouvement, sans avoir recours à une mesure explicite des forces d'interaction avec l'environnement extérieur. Cependant, la deuxième catégorie offre la possibilité de contrôler la force de contact à une valeur désirée, grâce à une boucle par retour de force [27]. À la première catégorie appartiennent les techniques de commande en compliance et en impédance, et à la deuxième catégorie on trouve le contrôle en effort et le contrôle hybride position/force. Ces techniques sont détaillées dans les références [22, 27, 31, 130].

I.9.3. Approches proposées

Dans cette thèse, on propose deux stratégies de commande pour résoudre les problèmes d'incertitude des modèles de robots manipulateurs. Ces deux approches sont :

- La première approche, présentée dans les articles [81, 93], consiste à améliorer la robustesse de la commande par découplage non linéaire, très sensible aux imprécisions du modèle, en introduisant un contrôleur par rejet actif de perturbation dans la boucle externe. Cette approche robuste, relativement nouvelle, a prouvé ses grandes capacités à traiter des systèmes incertains à travers beaucoup d'études théoriques, et réalisations pratiques récentes.
- La deuxième approche, décrite dans l'article [120], consiste à combiner les avantages de la commande par modes de glissement conventionnelle, et ceux des réseaux de neurones artificiels pour développer une loi de commande adaptative neuronales par modes de glissement de caractère robuste vis à vis des incertitudes du modèle sans présenter l'inconvénient majeur du phénomène de réticence.

I.10. Conclusion

Au cours des dernières années, les améliorations techniques des robots industriels ont été considérables, et ce pour un prix globalement divisé par plus de 3 entre 1990 et 2006. La durée de vie moyenne d'un robot se situe entre 12 et 15 ans (avec un retour sur investissement très court, souvent d'un à deux ans). Le robot industriel est l'équipement de production flexible par excellence, qui est désormais performant, relativement peu coûteux et fiable.

Malgré l'état actuel de sophistication des robots, d'énormes progrès peuvent encore être faits, ne serait-ce que pour l'amélioration des robots industriels existants (sans parler du développement de robots totalement nouveaux, fondés sur des technologies nouvelles et dotés de fonctions nouvelles).

Les robots industriels doivent travailler plus vite, sans perdre et même si possible en améliorant leur précision :

- Au niveau de la commande, mise en œuvre de commandes toujours plus performantes (ex : précision, prise en compte de la charge transportée, prise en compte des imperfections, prise en compte de l'environnement).
- Allègement de la structure (le rapport entre la charge utile et la masse des robots reste faible).

Le prochain chapitre sera consacré à la modélisation des manipulateurs industriels, avec une application sur un modèle PUMA 560 développé par la société Unimation, en vue de pouvoir tester de nouvelles stratégies de commande plus performantes.

CHAPITRE II

Modélisation des Manipulateurs Industriels

Sommaire :

II.1.	Introduction.....	45
II.2.	Introduction à la modélisation des robots manipulateurs.....	45
II.3.	Notions de base.....	46
II.3.1.	Coordonnées homogènes.....	46
II.3.1.1.	Représentation d'un point.....	46
II.3.1.2.	Représentation d'une direction.....	46
II.3.2.	Transformation homogènes.....	46
II.3.2.1.	Transformation des repères.....	46
II.3.2.2.	Transformation des vecteurs.....	48
II.3.2.3.	Matrice de transformation de translation pure	49
II.3.2.4.	Matrice de transformation de rotation autour des axes principaux	49
II.3.3.	Propriétés des matrices de transformation homogène.....	50
II.3.4.	Systèmes d'angles d'Euler	54
II.4.	Modélisation géométrique.....	56
II.4.1.	Paramètres de Denavit et Hartenberg modifiés	58
II.4.2.	Construction des matrices de passage	59
II.4.3.	Modèle géométrique direct.....	59
II.4.3.1.	Définition.....	59
II.4.4.	Modèle géométrique inverse.....	62
II.4.4.1.	Position du problème.....	62
II.4.4.2.	Méthode de Paul.....	64
II.5.	Modélisation cinématique.....	67
II.5.1.	Modèle cinématique direct.....	67
II.5.1.1.	Calcul directe de la matrice jacobienne.....	67
II.5.1.2.	Matrice jacobienne cinématique	67
II.5.1.3.	Calcul du Jacobien cinématique	68
II.5.1.4.	Calcul de la matrice J_i^n	68
II.5.2.	Modèle cinématique inverse.....	71

II.5.2.1.	Modèle cinématique inverse dans le cas régulier.....	71
II.6.	Modélisation dynamique.....	72
II.6.1.	Formalisme de Lagrange.....	72
II.6.1.1.	Calcul de l'énergie cinétique.....	73
II.6.1.2.	Calcul de l'énergie potentielle.....	78
II.6.1.3.	Equations de mouvement.....	79
II.7.	Modélisation du Manipulateur PUMA 560.....	80
II.7.1.	Présentation du robot PUMA 560	80
II.7.2.	Modèle géométrique direct.....	83
II.7.3.	Modèle géométrique inverse.....	84
II.7.4.	Modélisation Cinématique.....	85
II.7.4.1.	Calcul du Jacobien de base.....	85
II.7.4.2.	Vitesses et accélérations réelles de l'effecteur.....	86
II.7.5.	Modélisation Dynamique.....	88
II.7.5.1.	Modélisation dynamique de la structure mécanique articulée.....	88
II.7.5.2.	Modélisation des actionneurs.....	88
II.7.5.3.	Mise du modèle sous forme d'une représentation d'état.....	89
II.8.	Conclusion.....	91

II.1. Introduction

Ce chapitre décrit les modèles pertinents pour ce travail, à savoir, les modèles géométriques, cinématiques, et dynamiques des robots manipulateurs à liaisons rotoïdes série de type anthropomorphe.

II.2. Introduction à la modélisation des robots manipulateurs

La conception et la commande des robots manipulateurs nécessitent le calcul de certains modèles mathématiques [27, 30, 36, 54-57, 61], tels que les,

- Modèles de transformation entre,
 - L'espace opérationnel X (dans lequel on définit la situation de l'organe terminal : positionnement + orientation).
 - L'espace articulaire q (dans lequel on définit la configuration des articulations du robot).

$$X \leftrightarrow q$$

- Modèles dynamiques définissant les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples et les forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulaires,

$$\Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, F)$$

Parmi les modèles de transformation, on distingue,

- Les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration du mécanisme articulaire et inversement.

$$X \leftrightarrow q$$

- Les modèles différentiels direct et inverse qui expriment la différentielle de la situation de l'organe terminal en fonction de la configuration articulaire du mécanisme et inversement.

$$\dot{X} \leftrightarrow \dot{q}$$

La plupart de ces modèles sont établis par calcul symbolique. Dans cet objectif, un logiciel de calcul symbolique est un outil essentiel.

II.3. Notions de base

Quelques notions fondamentales propres à la modélisation des robots manipulateurs sont décrites dans cette section selon [27, 36, 54-57, 60].

II.3.1. Coordonnées homogènes

II.3.1.1. Représentation d'un point

Soit P un point de coordonnées cartésiennes P_x, P_y, P_z (figure II.1). On appelle coordonnées homogènes du point P les termes $w.P_x, w.P_y, w.P_z$ et w , où w est un facteur d'échelle égal à 1 en robotique. On représente alors les coordonnées homogènes d'un point par le vecteur,

$$P = [P_x, P_y, P_z, 1]^T \quad (\text{II.1})$$

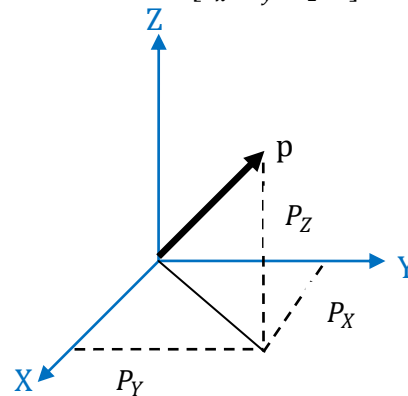


Figure II.1. Représentation d'un point.

II.3.1.2. Représentation d'une direction

La représentation d'une direction (vecteur libre) se fait aussi par quatre composantes, mais le quatrième est nul, indiquant un point à l'infini. Si l'on note u_x, u_y, u_z les coordonnées cartésiennes d'un vecteur unitaire u , en coordonnées homogènes on écrit,

$$u = [u_x, u_y, u_z, 0]^T \quad (\text{II.2})$$

II.3.2. Transformation homogènes

II.3.2.1. Transformation des repères

Faisons subir une transformation quelconque, de translation et/ou de rotation, au repère \mathcal{R}_i , transformation qui l'amène sur le repère \mathcal{R}_j (figure II.2). Cette transformation est définie par la matrice T_i^j , appelée matrice de transformation homogène, de dimension (4×4) , telle que [27, 28, 30, 31, 36, 54-58, 60],

$$T_i^j = [s_i^j \ n_i^j \ a_i^j \ P_i^j] = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

Où s_i^j , n_i^j , et a_i^j désignent respectivement les vecteurs unitaires suivant les axes x_j , y_j et z_j du repère \mathcal{R}_j exprimés dans le repère \mathcal{R}_i et P_i^j est le vecteur exprimant l'origine du repère \mathcal{R}_j dans le repère \mathcal{R}_i .

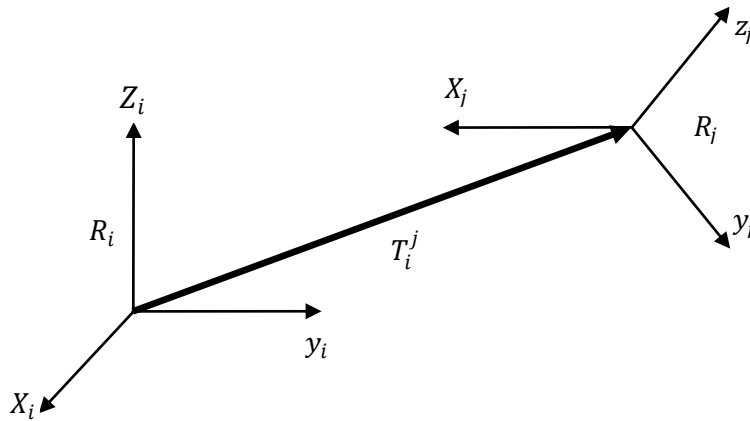


Figure II.2. Transformation des repères.

On dit également que la matrice T_i^j définit le repère \mathcal{R}_j dans le repère \mathcal{R}_i . Par la suite, on notera souvent la matrice de transformation (II.3) sous forme d'une matrice partitionnée,

$$T_i^j = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i^j & \mathbf{P}_i^j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_i^j & n_i^j & a_i^j & P_i^j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Il s'agit d'un abus de notation, puisque les vecteurs n'ont alors que trois composantes, mais cette description, en isolant la matrice d'orientation \mathbf{R}_i^j , est parfois plus pratique. De toute manière, la distinction entre représentation à trois ou à quatre composantes sera toujours claire dans le contexte.

En résumé :

- La matrice T_i^j représente la transformation permettant de passer du repère \mathcal{R}_i au repère \mathcal{R}_j ;
- Elle peut être interprétée comme étant un repère \mathcal{R}_j (trois axes orthonormés et l'origine) exprimé dans \mathcal{R}_i .

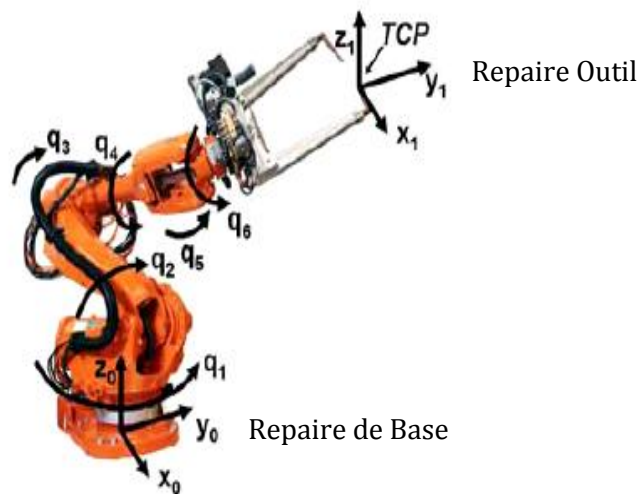


Figure II.3. Repaire de base, repaire d'outil et positions articulaires illustrés sur un robot industriel équipé d'un pistolet de soudage.

II.3.2.2. Transformation des vecteurs

Soit un vecteur \mathbf{P}_j^1 définissant le point \mathbf{P}_1 dans le repère \mathcal{R}_j (figure II.4). Compte tenu de la définition des coordonnées homogènes, on calcul les coordonnées du point \mathbf{P}_1 dans le repère \mathcal{R}_i grâce à l'équation suivante,

$$\mathbf{P}_i^1 = (\mathbf{O}_i \mathbf{P}_1)_i = s_i^j P_{jx}^1 + n_i^j P_{jy}^1 + a_i^j P_{jz}^1 + \mathbf{P}_i^j = \mathbf{T}_i^j \mathbf{P}_1^j \quad (\text{II.5})$$

La matrice \mathbf{T}_i^j permet donc d'exprimer dans le repère \mathcal{R}_i les coordonnées d'un point données dans le repère \mathcal{R}_j [27, 28, 30, 31, 36, 37, 54-58],

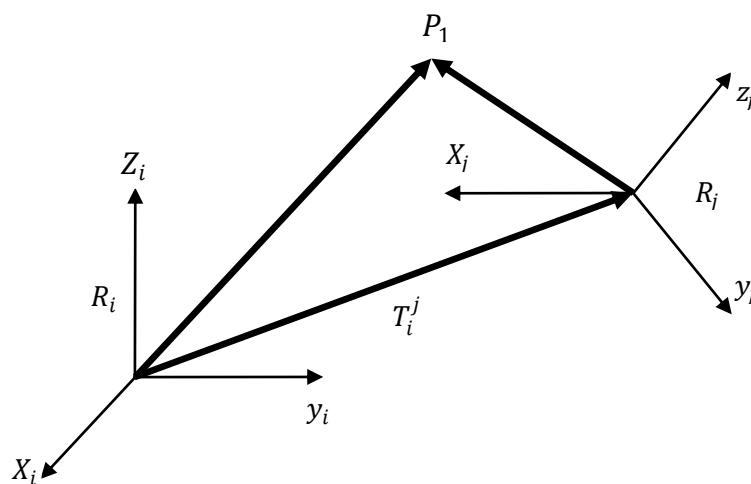


Figure II.4. Transformation d'un vecteur.

II.3.2.3. Matrice de transformation de translation pure

Soit **trans (a, b, c)** cette transformation, où a, b et c désignent les composantes de la translation le long des axes x, y et z respectivement. L'orientation étant conservée dans cette transformation, **trans (a, b, c)** a pour expression (figure II.5),

$$T_i^j = \text{trans}(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

Par la suite, on utilisera aussi la notation **trans (u, d)** pour désigner une translation d'un vecteur d le long d'un axe u. ainsi, la matrice **trans (a, b, c)** peut être décomposée en un produit de trois matrices **trans (x, a), trans (y, b), trans (z, c)**, l'ordre des multiplications étant quelconque.

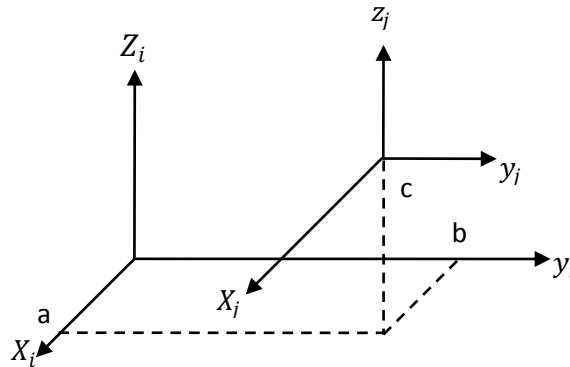


Figure II.5. Transformation de translation pure.

II.3.2.4. Matrice de transformation de rotation autour des axes principaux

La matrice de transformation correspondant à une rotation φ autour de l'axe x est notée **Rot (x, φ)**. On déduit de la figure II.6 les composantes des vecteurs unitaires s_i^j, n_i^j, a_i^j portés respectivement par les axes x_j, y_j et z_j du repère \mathcal{R}_j et exprimés dans \mathcal{R}_i . Si l'on note $S\varphi$ et $C\varphi$ les sinus et cosinus de φ respectivement, elles s'écrivent,

$$\begin{cases} s_i^j = [1 & 0 & 0 & 0]^T \\ n_i^j = [0 & C\varphi & S\varphi & 0]^T \\ a_i^j = [0 & -S\varphi & C\varphi & 0]^T \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

L'exposant T désignant la transposition. On obtient alors,

$$T_i^j = \text{Rot}(x, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi & 0 \\ 0 & S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{rot}(x, \varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

$rot(x, \varphi)$ désignant la matrice d'orientation de dimension (3×3) .

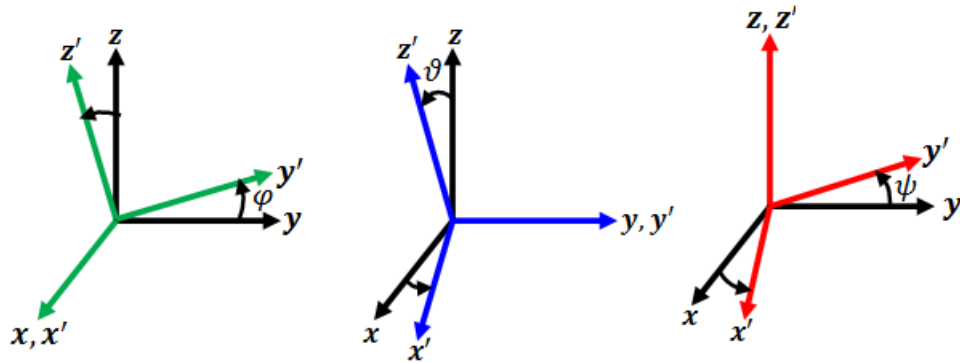


Figure II.6. Transformations de rotation pure élémentaires autour des axes.

La matrice de transformation correspondant à une rotation ϑ autour de l'axe y est notée $Rot(y, \vartheta)$. Avec un raisonnement analogue on obtient,

$$T_i^j = Rot(y, \vartheta) = \begin{bmatrix} C\vartheta & 0 & S\vartheta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\vartheta & 0 & C\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rot(y, \vartheta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.9)$$

La matrice de transformation correspondant à une rotation ψ autour de l'axe z est notée $Rot(z, \psi)$. On vérifie que,

$$T_i^j = Rot(z, \psi) = \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rot(z, \psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.10)$$

II.3.3. Propriétés des matrices de transformation homogène

Une matrice de transformation peut se mettre, d'après la relation (II.4), sous la forme,

$$T = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & p_x \\ s_y & n_y & a_y & p_y \\ s_z & n_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II.11)$$

La matrice R représente la rotation alors que la matrice colonne P représente la translation. Pour une transformation de translation pure, $R=I_3$ (I_3 représente la matrice unité d'ordre 3), tandis que pour une transformation de rotation pure, $P=0$. Les éléments de la matrice R représentent les cosinus directeurs. Elle ne contient que trois paramètres indépendants (l'un des vecteurs s , n ou a se déduit du produit vectoriel des deux autres ; par exemple $s = n \times a$; en outre, le produit scalaire $n \cdot a$ est nul et les normes de n et de a sont égales à 1).

- La matrice A est orthogonale, c'est-à-dire que la matrice inverse est égale à la matrice transposée,

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T \quad (\text{II.12})$$

- L'inverse de la matrice \mathbf{T}_i^j définit la matrice \mathbf{T}_j^i .

L'expression (II.5) donne les composantes du vecteur \mathbf{P}_j^1 dans le repère \mathcal{R}_i . Inversement, pour exprimer les composantes du vecteur \mathbf{P}_j^1 dans le repère \mathcal{R}_j , on écrit,

$$\mathbf{P}_j^1 = \mathbf{T}_j^i \mathbf{P}_i^1 \quad (\text{II.13})$$

On peut aussi multiplier à gauche les termes de l'expression (II.5) par \mathbf{T}_i^{j-1} , inverse de \mathbf{T}_i^j ,

$$\mathbf{T}_i^{j-1} \mathbf{P}_i^1 = \mathbf{P}_j^1 \quad (\text{II.14})$$

On déduit des relations (II.13) et (II.14) que,

$$\mathbf{T}_i^{j-1} = \mathbf{T}_j^i \quad (\text{II.15})$$

- L'inverse d'une matrice de transformation représentée par la relation (II.11) peut être calculée par,

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} & & -\mathbf{s}^T \mathbf{P} \\ \mathbf{R}^T & & -\mathbf{n}^T \mathbf{P} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & -\mathbf{a}^T \mathbf{P} & \\ & & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & -\mathbf{R}^T \mathbf{P} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

- La composition de deux matrices de transformation est donnée par la multiplication de ces deux matrices de transformation,

$$\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{P}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_2 & \mathbf{P}_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_1 \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Il important de se rappeler à ce propos que le produit deux matrices de transformation n'est pas commutatif ($\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \neq \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1$).

- Si un repère \mathcal{R}_0 a subi k transformations consécutives (figure II.7) et si chaque transformation i , ($i=1, \dots, k$), est définie par rapport au repère courant \mathcal{R}_{i-1} , alors la transformation \mathbf{T}_0^k peut être déduite de la composition des multiplications à droite de ces transformation,

$$\mathbf{T}_0^k = \mathbf{T}_0^1 \mathbf{T}_1^2 \mathbf{T}_2^3 \dots \mathbf{T}_{k-1}^k \quad (\text{II.18})$$

- Si un repère \mathcal{R}_j , défini dans le repère \mathcal{R}_i par la transformation T_i^j , subit une transformation T exprimée dans le repère \mathcal{R}_i , le repère \mathcal{R}_j se transforme en \mathcal{R}_j' avec,

$$T_i^{j'} = T T_i^j$$

A partir de deux dernières propriétés on déduit que,

- Une multiplication à droite de la transformation T_i^j signifie que la transformation est faite par rapport au repère courant \mathcal{R}_j ;
- Une multiplication à gauche signifie que la transformation est faite par rapport au repère de référence \mathcal{R}_i .

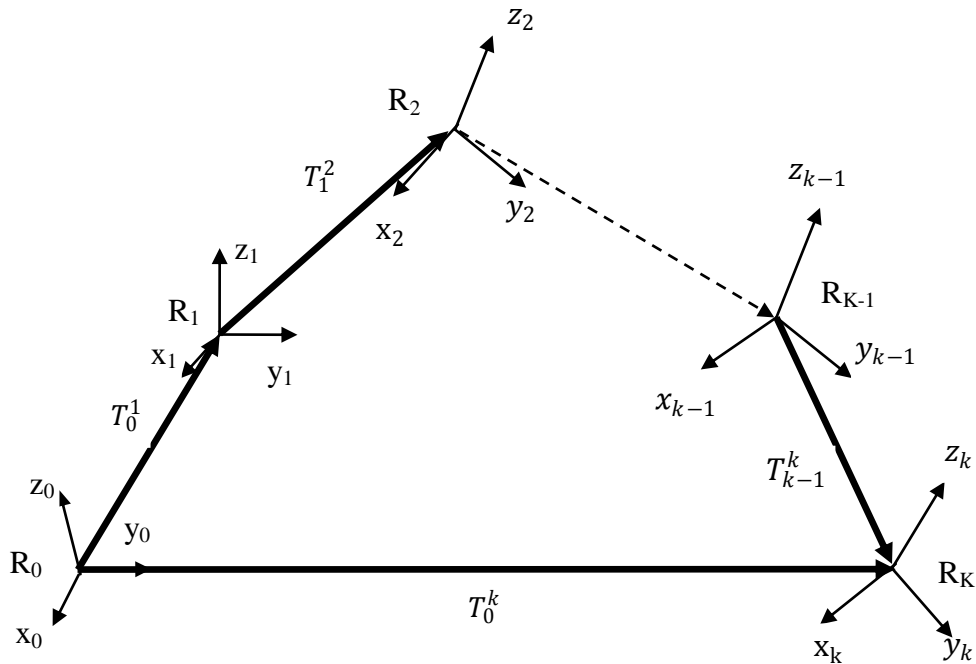


Figure II.7. Composition des transformations : multiplication à droite.

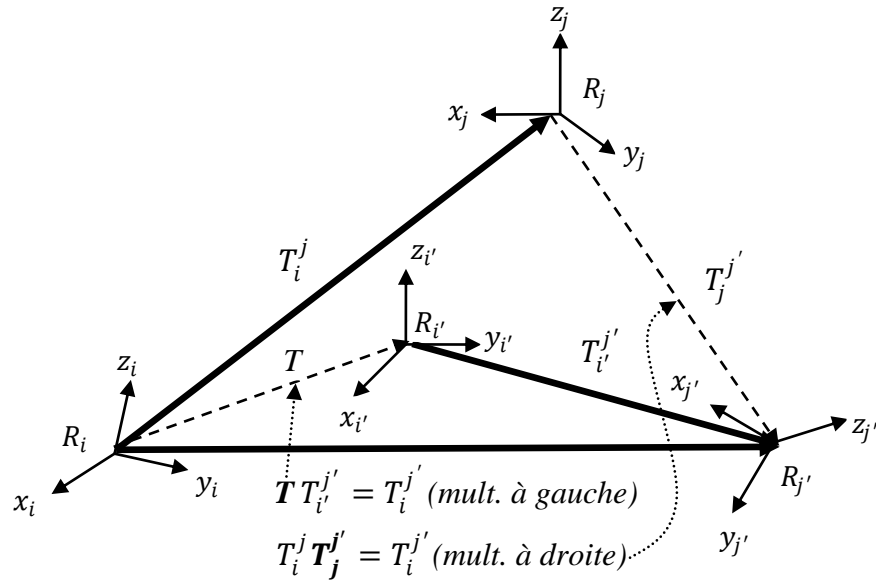


Figure II.8. Composition des transformations : multiplication à gauche.

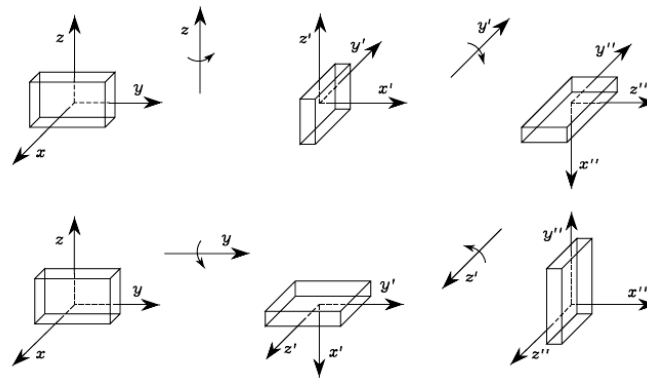


Figure II.9. Composition de rotations pures successives exprimée dans un repaire mobile lié au corps solide.

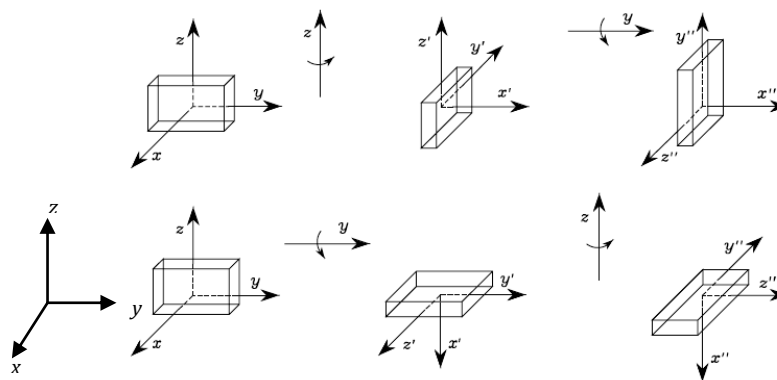


Figure II. 10. Composition de rotations pures successives exprimées dans un repaire fixe.

II.3.4. Systèmes d'angles d'Euler

Une représentation minimale de l'orientation d'un corps solide peut être obtenue en utilisant un système de trois angles $[\alpha \ \beta \ \gamma]^T$. En tenant compte des matrices de rotation élémentaires exprimant la rotation autour d'un des axes de coordonnées en fonction d'un angle unique, une matrice de rotation générique peut être obtenue en composant une séquence appropriée de trois rotations élémentaires tout en garantissant que deux rotations successives ne sont pas effectuées autour d'axes parallèles. Cela implique que 12 ensembles distincts d'angles sont autorisés parmi les 27 combinaisons possibles. Chaque ensemble représente un triplet d'angles d'Euler. Dans ce qui suit, deux ensembles d'angles d'Euler sont analysés; à savoir, les angles de ZYZ et les angles ZYX (ou Roll-Pitch-Yaw en français, Roulis-Tangage-Lacet) [26-28, 31, 56, 58, 59].

(a)- Angles d'Euler (ZYZ)

La rotation décrite par les angles ZYZ est obtenu par composition des rotations élémentaires comme suit (figure II.11),

- Rotation du repaire fixe de l'angle φ autour de l'axe z ; cette rotation est décrite par la matrice $rot(z, \alpha)$ définie dans (II.10).
- Rotation du repaire actuelle par l'angle ϑ autour de l'axe y' ; cette rotation est décrite par la matrice $rot(y', \beta)$ définie dans (II.9).
- Rotation du repaire actuelle par l'angle ϑ autour de l'axe z'' par l'angle ψ autour de l'axe z ; cette rotation est décrite par la matrice $rot(z'', \gamma)$ définie par (II.10).

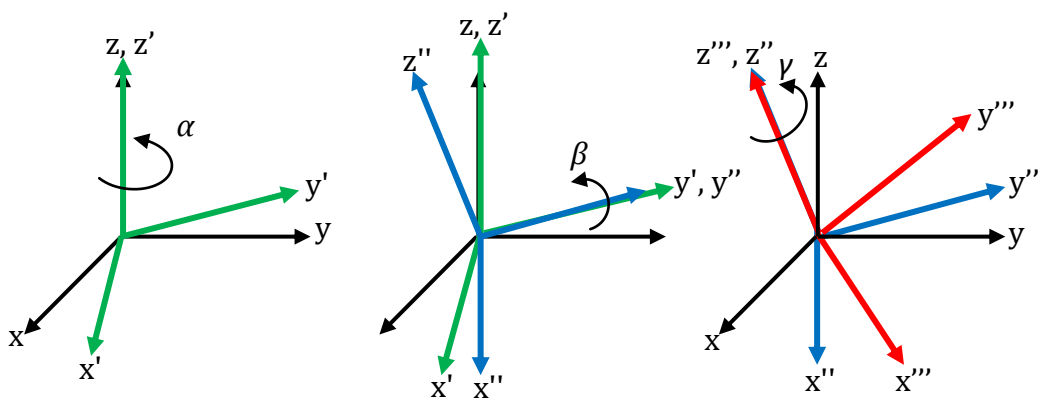


Figure II. 11. Transformation d'Euler ZYZ.

L'orientation résultante du repaire finale est obtenue par la composition des rotations par rapport aux repaires courants, et elle peut être calculée par la poste multiplication des matrices de rotation élémentaires,

$$\mathbf{R} = \text{rot}(z, \alpha) \cdot \text{rot}(y', \beta) \cdot \text{rot}(z'', \gamma) =$$

$$\begin{bmatrix} C\alpha C\beta C\gamma - S\alpha S\gamma & -C\alpha C\beta S\gamma - S\alpha C\gamma & C\alpha S\beta \\ S\alpha C\beta C\gamma + C\alpha S\gamma & -S\alpha C\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & S\alpha S\beta \\ -S\beta C\gamma & S\beta S\gamma & C\beta \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

La transformation inverse permet d'établir les angles d'Euler à partir des cosinus directeurs, et sous l'hypothèse $r_{13} \neq 0, r_{23} \neq 0$ [27],

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

- Pour $\beta \in]0, \pi[$,

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{Atan2}(r_{23}, r_{13}) \\ \beta &= \text{Atan2}\left(\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33}\right) \\ \gamma &= \text{Atan2}(r_{32}, -r_{31}) \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

- Pour $\beta \in]-\pi, 0[$, une autre solution possible qui produit les mêmes effets,

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{Atan2}(-r_{23}, -r_{13}) \\ \beta &= \text{Atan2}\left(-\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, -r_{33}\right) \\ \gamma &= \text{Atan2}(-r_{32}, r_{31}) \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

- Pour $S\beta = 0$, les solutions (II.21) et (II.22) dégénèrent et nous pouvons que déterminer la somme ou la différence entre α et γ , et ces rotations (α et γ) sont faites autour d'axes parallèles du repère mobile, donnant la même contribution à la rotation.

(b)- Angles roulis, tangage et lacet (RPY)

Pour cette représentation est très utilisée par les anglo-saxons et donc par les industriels, portent les noms de roll, pitch et yaw en anglais. Il s'agit en fait d'angles d'Euler non classiques en cela que les rotations s'effectuent autour d'axes fixes. Les rotations successives, conformément à la figure II.12 sont $\text{rot}(x, Y)$, $\text{rot}(y, P)$ puis $\text{rot}(z, R)$. Les angles γ, β , et α sont respectivement désignés sous les noms d'angles de roulis, tangage et lacet. Chaque nouvelle rotation étant effectuée par rapport à un axe du repère fixe \mathcal{R} ,

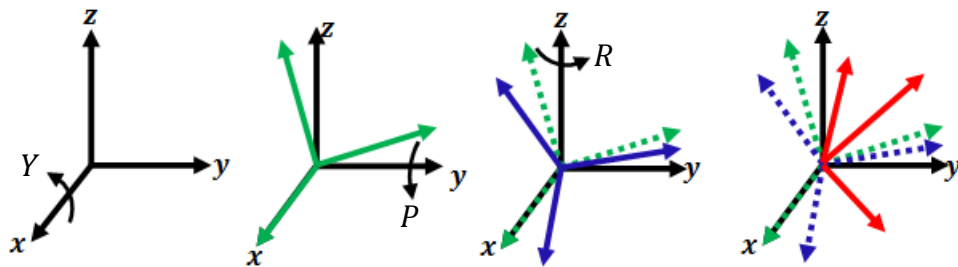


Figure II. 12. Transformation d'Euler XYZ.

$$\mathbf{R} = \text{rot}(z, R) \cdot \text{rot}(y, P) \cdot \text{rot}(x, Y) = \begin{bmatrix} C_R C_P & C_R S_P S_Y - S_R C_Y & C_R S_P C_Y + S_R S_Y \\ S_R C_P & S_R S_P S_Y + C_R C_Y & S_R S_P C_Y - C_R S_Y \\ -S_P & C_P S_Y & C_P C_Y \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

Comme pour les angles d'Euler ZYZ, la solution inverse pour la matrice de rotation donnée [27],

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

- Pour $P \in]-\pi/2, \pi/2[$,

$$\begin{aligned} R &= \text{Atan2}(r_{21}, r_{11}) \\ P &= \text{Atan2}\left(-r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}\right) \\ Y &= \text{Atan2}(r_{32}, -r_{33}) \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

- Pour $P \in]\pi/2, 3\pi/2[$ autre solution possible,

$$\begin{aligned} R &= \text{Atan2}(-r_{21}, -r_{11}) \\ P &= \text{Atan2}\left(-r_{31}, -\sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}\right) \\ Y &= \text{Atan2}(-r_{32}, -r_{33}) \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

- Pour $C_P = 0$, les solutions (II.25) et (II.26) dégènèrent et nous ne pouvons que déterminer la somme ou la différence entre R et Y .

II.4. Modélisation géométrique

Le calcul du modèle géométrique direct nécessite les matrices de transformations homogènes entre deux repères liés chacun à deux articulations successives.

La structure du robot est composée de $n+1$ corps notés $C_0 \dots C_n$. Le corps C_0 désigne la base du robot et le corps C_n désigne le corps qui porte l'organe terminal (voir figure II.13). L'articulation i , dont la variable articulaire est notée q_i , connecte le corps C_i au corps C_{i-1} . La méthode de description est fondée sur les règles et conventions suivantes [22, 37, 54, 57, 60, 73],

1. Les corps sont supposés parfaitement rigides. Ils sont connectés par des articulations considérées comme idéales (pas de jeu mécanique, pas d'élasticité), soit rotoïdes, soit prismatiques.
2. La méthode D-H donne $n+1$ référentiels, numérotés de 0 à n , pour un bras à n degrés de liberté. Le $n^{\text{ième}}$ repère est solidaire du préhenseur, mais la méthode impose de le situer parfois à des endroits peu pratiques. O_n peut alors

éventuellement rajouter un repère supplémentaire, fixe par rapport à $(O_n X_n Y_n Z_n)$, qui tienne compte des particularités du préhenseur.

Les axes x_i , y_i et z_i sont définis de la façon suivante (voir figure II.14),

- L'axe z_i se trouve dans l'axe de mouvement de l'articulation i , sauf le dernier, qui se trouve dans l'axe d'approche du préhenseur.
- L'axe x_i se trouve sur une normale commune à z_i et à z_{i+1} , pointant loin de ce dernier.
- L'axe y_i complète le système de coordonnées droit (produit vectoriel de z_i par x_i).

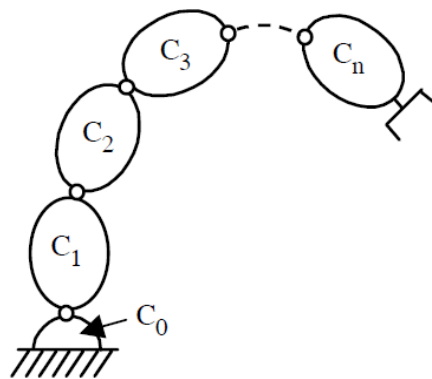


Figure II.13. Robot à structure ouverte simple.

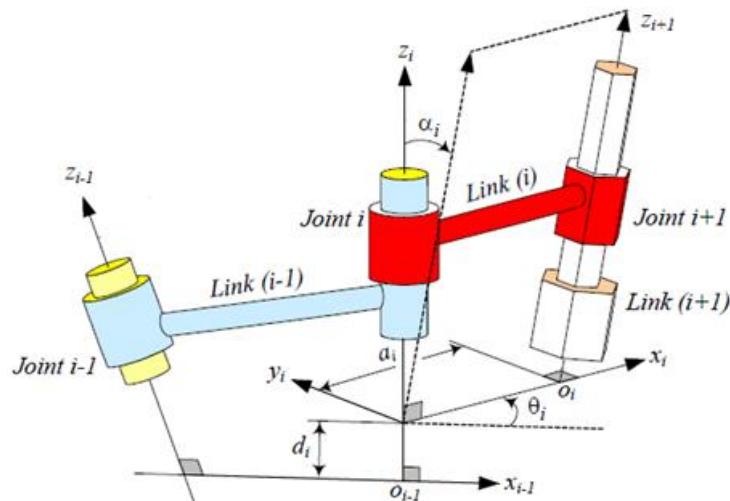


Figure II.14. Système d'axe selon la méthode de Denavit et Hartenberg.

II.4.1. Paramètres de Denavit et Hartenberg modifiés

Le passage du repère \mathcal{R}_{i-1} au repère \mathcal{R}_i s'exprime en fonction de quatre paramètres géométriques suivants (figure II.15) [22, 37, 54, 57, 73],

- α_{i-1} : angle entre les axes z_{i-1} et z_i correspondant à une rotation autour de x_{i-1} ;
- a_{i-1} : distance entre z_{i-1} et z_i le long de x_{i-1} ;
- θ_i : angle entre les axes x_{i-1} et x_i correspondant à une rotation autour de z_i ;
- d_i : distance entre x_{i-1} et x_i le long de z_i ;

La figure II.16 représente la définition des paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés.

La variable articulaire q_j (associée à la j ème articulation) est soit,

- θ_i si l'articulation est de type rotoïde ($\sigma_i = 0$)
- d_j si l'articulation est de type prismatique ($\sigma_i = 1$)

On a donc,

$$q_j = (1 - \sigma_j) \cdot \theta_j + \sigma_j \cdot d_j \quad (\text{II.27})$$

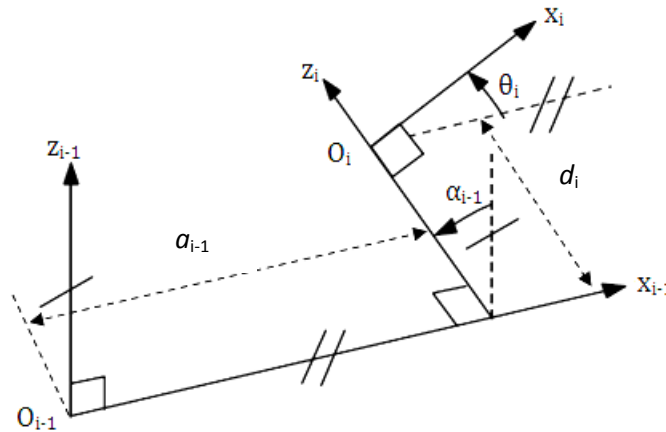


Figure II.15. Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple.

II.4.2. Construction des matrices de passage

La matrice de transformation définissant le repère \mathcal{R}_i dans le repère \mathcal{R}_{i-1} , selon [56], est définie comme,

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{i-1}^i &= \text{Rot}(x_{i-1}, \alpha_{i-1}) \quad \text{Trans}(x_{i-1}, a_{i-1}) \quad \text{Rot}(z_i, \theta_i) \quad \text{Trans}(z_i, d_i) \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.28}) \end{aligned}$$

Avec,

$$Cx_i = \cos(x_i), \quad Sx_i = \sin(x_i) \quad (\text{II.29})$$

On trouve,

$$\mathbf{T}_{i-1}^i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ C\alpha_{i-1}S\theta_i & C\alpha_{i-1}C\theta_i & -S\alpha_{i-1} & -d_iS\alpha_{i-1} \\ S\alpha_{i-1}S\theta_i & S\alpha_{i-1}C\theta_i & C\alpha_{i-1} & d_iC\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

Qui prend la forme,

$$\mathbf{T}_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{i-1}^i & \mathbf{P}_{i-1}^i \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Où \mathbf{R}_{i-1}^i représente la rotation entre les repères \mathcal{R}_{i-1} et \mathcal{R}_i et \mathbf{P}_{i-1}^i la translation entre ces mêmes repères.

II.4.3. Modèle géométrique direct

II.4.3.1. Définition

Le modèle géométrique direct (MGD) d'un bras manipulateur exprime la situation de son O.T en fonction de sa configuration articulaire. Autrement dit ses coordonnées opérationnelles en fonction de ses coordonnées articulaires [22, 37, 54, 56-58, 60, 61],

$$\begin{aligned} f: \mathcal{M} &\rightarrow \mathcal{N} \\ \mathbf{q} &\mapsto \mathbf{X} = f(\mathbf{q}) \end{aligned}$$

Le calcul du MGD consiste donc à exprimer la position du point \mathbf{O}_{n+1} et l'orientation du repère \mathcal{R}_n lié à l'O.T, en fonction de sa configuration articulaire. Il faut pour cela multiplier les matrices de passage homogènes successives reliant le repère \mathcal{R}_0 lié au bâti au repère \mathcal{R}_n lié à l'O.T [22, 54, 56-58],

$$\mathbf{T}_0^n(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_0^1(q_1) \mathbf{T}_1^2(q_2) \mathbf{T}_2^3(q_3) \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) \quad (\text{II.32})$$

$$T_0^n(q) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^n & \mathbf{P}_0^n \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

Cela permet donc de connaître l'orientation de l'OT dans le repère de base \mathbf{R}_0^n , et la position $\mathbf{P}_0^n = [P_X \ P_Y \ P_Z]^T$ du point \mathbf{O}_n (cordonnées opérationnelles). On note,

$$\mathbf{R}_0^n = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

Il suffit alors de connaître la première et troisième colonne de cette matrice pour définir de manière unique l'orientation du repère terminal. La position $\mathbf{P}_{OT} = [X_{OT} \ Y_{OT} \ Z_{OT}]^T$ du point \mathbf{O}_{n+1} se déduit alors facilement, compte tenu des coordonnées $[a_n \ 0 \ d_{n+1}]^T$ de \mathbf{O}_{n+1} dans \mathcal{R}_n ,

$$\begin{aligned} X_{OT} &= P_X + a_n r_{11} + d_{n+1} r_{13} \\ Y_{OT} &= P_Y + a_n r_{21} + d_{n+1} r_{23} \\ Z_{OT} &= P_Z + a_n r_{31} + d_{n+1} r_{33} \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Alors que l'orientation du repère lié à l'organe terminal par rapport à celui lié à la base est donnée par le vecteur d'angles $[\alpha \ \beta \ \gamma]^T$. Ces Angles représentent les angles d'Euler ZYZ s'il s'agit d'un poignet sphérique, ou bien la représentation XYZ s'il s'agit d'un poignet anthropomorphe.

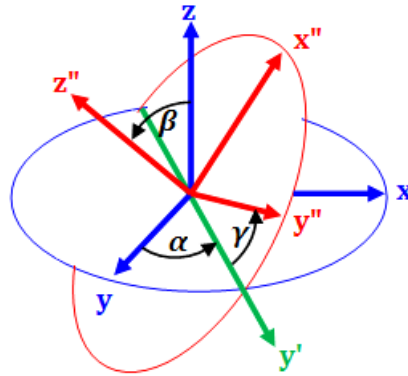


Figure II.16. Orientation du repère lié à l'organe Terminale suivant les angles d'Euler ZYZ.

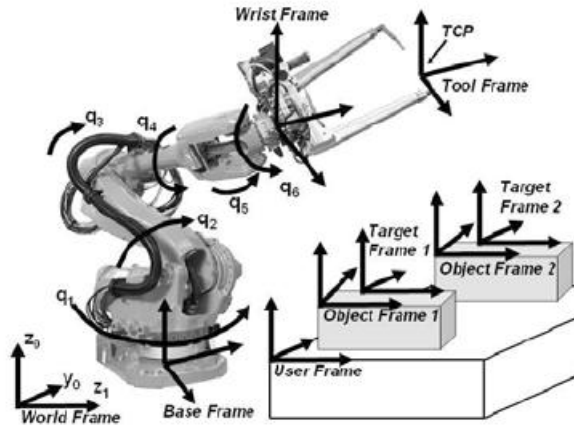


Figure II. 17. Un manipulateur dans une cellule de travail avec les systèmes de repaires standards utilisés dans la modélisation de la cellule illustrée.

Exemple de calcul du MGD d'un bras manipulateur de type anthropomorphe (3R),

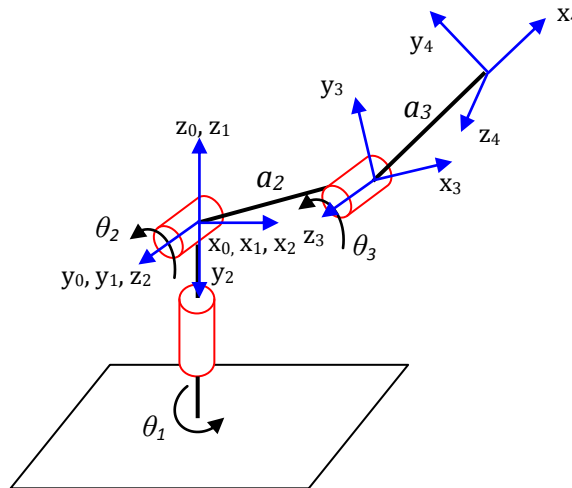


Figure II. 18. Paramètres DH modifiés d'un manipulateur anthropomorphe (RRR).

Articulation	σ_i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	q_i
1	0	0	0	0	θ_1
2	0	0	$\pi/2$	0	θ_2
3	0	a_2	0	0	θ_3
4	0	a_3	0	0	0

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_1^2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_2 & C_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

$$T_2^3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_2 \\ S_3 & C_3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

$$T_0^3(q) = T_0^1(\theta_1)T_1^2(\theta_2)T_2^3(\theta_3) = \begin{bmatrix} C_1C_{23} & -C_1S_{23} & S_1 & C_1(a_2C_2 + a_3C_{23}) \\ S_1C_{23} & -S_1S_{23} & -C_1 & S_1(a_2C_2 + a_3C_{23}) \\ S_{23} & C_{23} & 0 & a_2S_2 + a_3S_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.38})$$

Avec,

$$q = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T, \quad C_i = \cos(\theta_i), \quad S_i = \sin(\theta_i), \quad C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j), \quad S_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$$

II.4.4. Modèle géométrique inverse

Il s'agit de déterminer les coordonnées articulaires \mathbf{q} permettant d'obtenir une situation désirée pour l'organe terminal et spécifiée par les coordonnées opérationnelles [22, 54, 56- 58, 60, 61],

$$\begin{aligned} f^{-1}: \mathcal{M} &\rightarrow \mathcal{N} \\ \mathbf{X} &\mapsto \mathbf{q} = f^{-1}(\mathbf{X}) \end{aligned}$$

Il n'existe pas de méthode systématique d'inversion du modèle géométrique. Lorsqu'elle existe, la forme explicite, issue d'une inversion mathématique, qui donne toutes les solutions possibles au problème inverse (il y a rarement unicité de la solution) constitue le modèle géométrique inverse. Il existe un certain nombre de méthodes pour calculer le modèle géométrique inverse, notamment la méthode de Paul qui traite séparément chaque cas particulier et qui convient pour la plupart des robots industriels.

Lorsque le modèle géométrique inverse n'existe pas, c'est-à-dire qu'il n'existe pas une forme explicite, on peut calculer une solution particulière du problème inverse par des procédures numériques, qui est une solution locale au sens où elle dépend des conditions initiales.

II.4.4.1. Position du problème

Soit $T_f^{E^d}$ la matrice de transformation homogène représentant la situation désirée du repère outil \mathcal{R}_E par rapport au repère atelier \mathcal{R}_f . Dans le cas général, on peut exprimer $T_f^{E^d}$ sous la forme (figure II.19) [22, 54],

$$T_f^{E^d} = ZT_0^n(\mathbf{q})E \quad (\text{II.39})$$

- Z est la matrice de transformation définissant la situation du robot (repère \mathcal{R}_0) dans le repère atelier ;
- T_0^n est la matrice de transformation du repère terminal \mathcal{R}_n dans le repère \mathcal{R}_0 , fonction du vecteur des variables articulaires q ;
- E est la matrice de transformation définissant le repère outil \mathcal{R}_E dans le repère terminal \mathcal{R}_n .

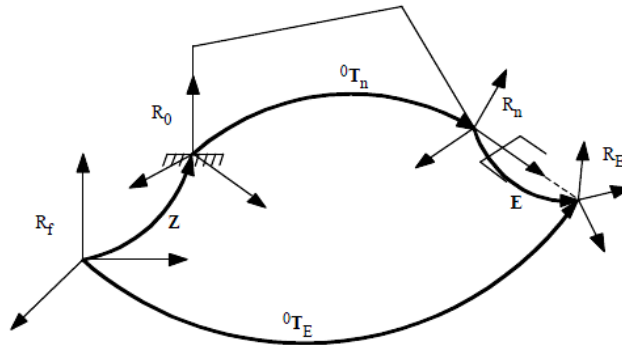


Figure II. 19. Transformations entre l'organe terminal et le repère atelier.

Lorsque $n \geq 6$, on peut écrire la relation suivante en regroupant dans le membre de droite tous les termes connus,

$$T_0^n(q) = Z^{-1} T_f^{E^d} E^{-1} \quad (\text{II.40})$$

Lorsque $n < 6$, l'espace opérationnel du robot est de dimension inférieure à six. Il n'est pas possible de faire coïncider le repère outil \mathcal{R}_E avec un repère \mathcal{R}_{E^d} décrivant la tâche sauf lorsque les repères \mathcal{R}_E et \mathcal{R}_{E^d} sont conditionnés de façon bien particulière pour s'adapter au nombre insuffisant de degrés de liberté. Pratiquement, au lieu d'amener le repère \mathcal{R}_E sur le repère \mathcal{R}_{E^d} , on cherchera à faire coïncider entre eux des éléments géométriques liés à ces repères (points, droites).

Dans le calcul du MGI, trois cas se présentent [22, 54],

- (a)**- absence de solution lorsque la situation désirée est en dehors de la zone accessible du robot. Celle-ci est limitée par le nombre de degrés de liberté, les débattements articulaires et la dimension des segments ;
- (b)**- infinité de solutions lorsque :
 - le robot est redondant vis-à-vis de la tâche ;
 - le robot se trouve dans certaines configurations singulières ;

(c)-solutions en nombre fini, exprimées par un ensemble de vecteurs $\{q_l, \dots, q_r\}$. On dit qu'un robot manipulateur est résoluble lorsqu'il est possible de calculer toutes les configurations permettant d'atteindre une situation donnée. Aujourd'hui, tous les manipulateurs série ayant jusqu'à six degrés de liberté et qui ne sont pas redondants peuvent être considérés comme résolubles.

II.4.4.2. Méthode de Paul

Le M.G.I. est obtenu en résolvant l'équation matricielle suivante,

$$\mathbf{U}_0 = \mathbf{T}_0^1(q_1) \mathbf{T}_1^2(q_2) \mathbf{T}_2^3(q_3) \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) \quad (\text{II.41})$$

Soit \mathbf{U}_0 la situation du repère \mathcal{R}_n dans le repaire de base \mathcal{R}_0 (lié à l'organe terminal) décrit par [22, 28, 54, 59],

$$\mathbf{U}_0 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_X \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_Y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

La méthode de Paul permet la détermination de q_1 , puis q_2 et ainsi de suite jusqu'à q_n . Il s'agit de déplacer l'une après l'autre chacune des variables articulaires (q_1, q_2, \dots, q_n) dans le membre de gauche de l'équation. Pour cela, on multiplie par \mathbf{T}_j^{j-1} (en prenant successivement $j = 1, \dots, n$) de part et d'autre dans l'équation.

Considérons un robot à n d.d.l, et appliquons la méthode,

- Pré-multiplions l'équation (II.41) par \mathbf{T}_1^0 , soit,

$$\mathbf{T}_1^0(q_1) \mathbf{U}_0 = \mathbf{T}_1^2(q_2) \mathbf{T}_2^3(q_3) \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) = \mathbf{U}_1 \quad (\text{II.43})$$

Les éléments situés dans le membre de gauche sont soit indépendants, soit fonctions de q_1 . Les éléments situés dans le membre de droite sont soit constants, soit fonctions de q_2, \dots, q_n . Donc, on peut déduire q_1 de l'équation précédente.

- Pré-multiplions l'équation précédente par \mathbf{T}_2^1 , soit,

$$\mathbf{T}_2^1(q_2) \mathbf{U}_1 = \mathbf{T}_2^3(q_3) \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) \quad (\text{II.44})$$

Par conséquent, on peut déduire q_2 .

Continuons cette procédure pour en déduire q_3, \dots, q_6 .

En résumé, on utilise les équations suivantes pour calculer les variables articulaires,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_0 &= \mathbf{T}_0^1(q_1) \mathbf{T}_1^2(q_2) \mathbf{T}_2^3(q_3) \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) \\
 \mathbf{T}_1^0(q_1) \mathbf{U}_0 &= \mathbf{T}_1^2(q_2) \mathbf{T}_2^3(q_3) \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) = \mathbf{U}_1 \\
 \mathbf{T}_2^1(q_2) \mathbf{U}_1 &= \mathbf{T}_2^3(q_3) \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) = \mathbf{U}_3 \\
 \mathbf{T}_3^2(q_3) \mathbf{U}_2 &= \mathbf{T}_3^4(q_4) \dots \mathbf{T}_{k-1}^k(q_k) \dots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) = \mathbf{U}_3 \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 \mathbf{T}_{n-1}^{n-2}(q_{n-1}) \mathbf{U}_{n-2} &= \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n)
 \end{aligned}$$

L'exemple du MGI du manipulateur anthropomorphe déjà présenté est calculé, à partir de l'équation suivante,

$$\begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_0^1(q_1) \mathbf{T}_1^2(q_2) \mathbf{T}_2^3(q_1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{II.45}$$

Multipliant les deux membres par $\mathbf{T}_1^0 = \mathbf{T}_0^1^{-1}$, nous obtenons le premier système d'équations,

$$\begin{cases} a_2 C_2 + a_3 C_{23} = P_X C_1 + P_Y S_1 \\ a_2 S_2 + a_3 S_{23} = P_Z \\ P_X S_1 - P_Y C_1 = 0 \end{cases} \tag{II.46}$$

La résolution donne,

$$\begin{aligned}
 \tan(q_1) &= P_Y / P_X \\
 \begin{cases} q_{11} = ATAN2(P_Y, P_X) \\ q_{12} = ATAN2(-P_Y, -P_X) \end{cases} & \tag{II.47}
 \end{aligned}$$

$$C_3 = (P_X^2 + P_Y^2 + P_Z^2 - a_2^2 - a_3^2) / (2a_2 a_3)$$

$$\begin{aligned}
 S_3^\mp &= \mp \sqrt{1 - C_3^2} \\
 \begin{cases} q_{31} = ATAN2(S_3^-, C_3) \\ q_{32} = ATAN2(S_3^+, C_3) \end{cases} & \tag{II.48}
 \end{aligned}$$

Multipliant, de nouveau, les deux membres de l'équation (II.45) par $\mathbf{T}_2^1 = \mathbf{T}_1^2^{-1}$, nous obtenons le système d'équations (II.50),

$$\mathbf{T}_2^1(q_2) \mathbf{T}_1^0(q_1) \begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_2^3(q_3) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.49})$$

$$\begin{cases} C_2(P_X C_1 + P_Y S_1) + P_Z S_2 - a_2 = a_3 C_3 \\ -S_2(P_X C_1 + P_Y S_1) + P_Z C_2 = a_3 S_3 \\ P_X S_1 - P_Y C_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{II.50})$$

Les deux premières équations peuvent être réécrites comme,

$$\begin{cases} \cos(\gamma - q_2) = \frac{a_2 + \cos(q_3)}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \\ \sin(\gamma - q_2) = \frac{\sin(q_3)}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

Avec,

$$\begin{cases} \alpha = (P_X C_1 + P_Y S_1) \\ \beta = P_Z \end{cases}$$

$$\tan(\gamma) = \frac{P_Z}{(P_X C_1 + P_Y S_1)}$$

$$\gamma = \begin{cases} ATAN2(P_Z, P_X C_1 + P_Y S_1) \\ ATAN2(-P_Z, -P_X C_1 - P_Y S_1) \end{cases}$$

Alors la solution est donnée par le système suivant,

$$\begin{cases} q_{21} = \gamma - ATAN2(S_3, a_2 + C_3) \\ q_{22} = \gamma - ATAN2(-S_3, -a_2 - C_3) \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

Les configurations articulaires possibles d'un manipulateur anthropomorphe compatibles avec une position donnée dans l'espace opérationnel, sont données par la figure suivante,

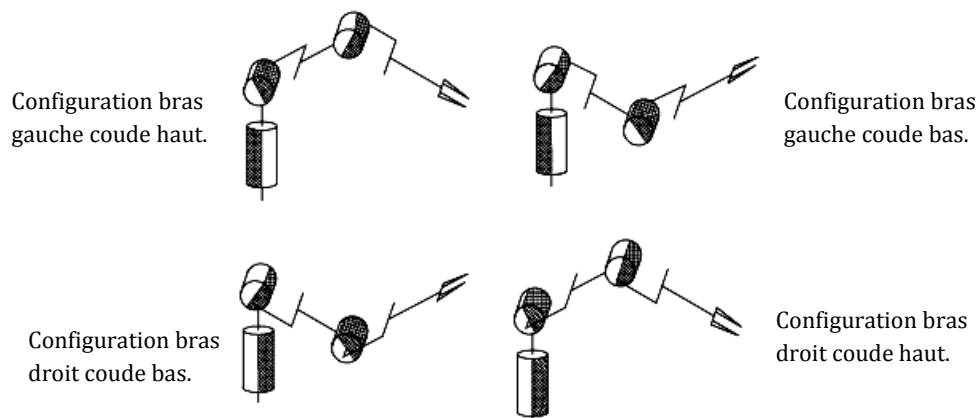


Figure II. 20. Configurations articulaires compatibles avec une position donnée.

II.5. Modélisation cinématique

II.5.1. Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct d'un robot manipulateur décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires [22, 27, 54, 56, 59],

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.53})$$

Où $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ désigne la matrice jacobienne de dimension $(m \times n)$ du mécanisme, égale à $\partial \mathbf{X} / \partial \mathbf{q}$ et fonction de la configuration articulaire \mathbf{q} . La même matrice jacobienne intervient dans le calcul du modèle différentiel direct qui donne les variations élémentaires $d\mathbf{X}$ des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires des coordonnées articulaires $d\mathbf{q}$, soit,

$$d\mathbf{X} = \mathbf{J}(\mathbf{q})d\mathbf{q} \quad (\text{II.54})$$

II.5.1.1. Calcul directe de la matrice jacobienne

Le calcul de la matrice jacobienne peut se faire en dérivant le MGD, $\mathbf{X} = f(\mathbf{q})$, à partir de la relation suivante,

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \frac{df(\mathbf{q})}{dt} = \frac{\partial f(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.55})$$

Où la matrice Jacobienne est donnée par la relation suivante,

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial f(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \quad (\text{II.56})$$

Et $\dot{\mathbf{q}}$ représente le vecteur des vitesses articulaires.

Les éléments (i, j) de la matrice jacobienne \mathbf{J} sont donnés par,

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i(\mathbf{q})}{\partial q_j} \quad (\text{II.57})$$

Cette méthode est facile à appliquer pour des robots à deux ou trois degrés de liberté. Le calcul de la matrice jacobienne cinématique présenté paragraphe suivant est plus pratique pour les robots ayant plus de trois degrés de liberté.

II.5.1.2. Matrice jacobienne cinématique

On peut obtenir la matrice jacobienne par une méthode de calcul direct, fondée sur la relation entre les vecteurs des vitesses de translation et de rotation \mathbf{V}_n et $\boldsymbol{\omega}_n$ du repère \mathcal{R}_n , et les vitesses articulaires [22, 27],

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_n \\ \boldsymbol{\omega}_n \end{bmatrix} = \mathbf{J}_n \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.58})$$

On note \mathbf{V}_n et $\boldsymbol{\omega}_n$ les vitesses de translation et de rotation du dernier corps C_n (voir figure II.14),

II.5.1.3. Calcul du Jacobien cinématique

Considérons la $k^{\text{ème}}$ articulation d'une chaîne articulée. La vitesse induit sur le repère terminal \mathcal{R}_n la vitesse de translation $V_{k,n}$ et la vitesse de rotation $\omega_{k,n}$.

On rappelle que \mathbf{a}_k est le vecteur unitaire porté par l'axe \mathbf{z}_k de l'articulation k , et on désigne par $\mathbf{L}_{k,n}$ le vecteur d'origine \mathbf{O}_k et d'extrémité \mathbf{O}_n . Le paramètre σ_k est égale à un pour une articulation rotoïde et zéro sinon, et $\bar{\sigma}_k = 1 - \sigma_k$.

En appliquant le théorème de composition des vitesses, les vitesses de translation et de rotation du repère terminal s'écrivent [22, 27],

$$\begin{cases} V_n = \sum_{k=1}^n V_{k,n} = \sum_{k=1}^n [\sigma_k \mathbf{a}_k + \bar{\sigma}_k (\mathbf{a}_k \times \mathbf{L}_{k,n})] \dot{q}_k \\ \omega_n = \sum_{k=1}^n \omega_{k,n} = \sum_{k=1}^n \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_k \dot{q}_k \end{cases} \quad (\text{II.59})$$

En mettant ce système sous forme matricielle et en l'identifiant à la relation (II.59), on déduit que,

$$\mathbf{J}_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 \mathbf{a}_1 + \bar{\sigma}_1 (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{L}_{1,n}) & \dots & \sigma_n \mathbf{a}_n + \bar{\sigma}_n (\mathbf{a}_n \times \mathbf{L}_{n,n}) \\ \bar{\sigma}_1 \mathbf{a}_1 & \dots & \bar{\sigma}_n \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.60})$$

En général, on exprime \mathbf{V}_n et $\boldsymbol{\omega}_n$ soit dans le repère \mathcal{R}_n soit dans le repère \mathcal{R}_0 . La matrice jacobienne correspondante est notée \mathbf{J}_n^n ou \mathbf{J}_0^n (Jacobienne de base) respectivement. Ces matrices peuvent aussi être calculées en utilisant une matrice \mathbf{J}_i^n , $i = 0, \dots, n$, grâce à la relation de transformation de la matrice jacobienne entre repères suivante,

$$\mathbf{J}_l^n = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_l^i & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{R}_l^i \end{bmatrix} \mathbf{J}_i^n \quad (\text{II.61})$$

Où \mathbf{R}_k^i est la matrice d'orientation, de dimension (3x3), du repère \mathcal{R}_i exprimée dans le repère \mathcal{R}_k .

II.5.1.4. Calcul de la matrice \mathbf{J}_i^n

En remarquant que le produit vectoriel $\mathbf{a}_k \times \mathbf{L}_{k,n}$ peut se transformer en $\hat{\mathbf{a}}_k \mathbf{L}_{k,n}$; la $k^{\text{ème}}$ colonne de \mathbf{J}_i^n notée $\mathbf{j}_i^{n,k}$ devient [22, 27],

$$\mathbf{j}_i^{n,k} = \begin{bmatrix} \sigma_k \mathbf{a}_i^k + \bar{\sigma}_k \mathbf{R}_i^k \hat{\mathbf{a}}_k^k \mathbf{L}_{k,n}^k \\ \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_i^k \end{bmatrix} \quad (\text{II.62})$$

Avec,

$$\mathbf{a} = [a_x \quad a_y \quad a_z]^T \quad \hat{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}$$

En développant cette expression, et en notant que $\mathbf{a}_k^k = [0 \ 0 \ 1]^T$ et que $\mathbf{L}_k^{k,n} = \mathbf{P}_k^n$, on obtient,

$$\mathbf{j}_i^{n,k} = \begin{bmatrix} \sigma_k \mathbf{a}_i^k + \bar{\sigma}_k (-Py_k^n \mathbf{s}_i^k + Px_k^n \mathbf{n}_i^k) \\ \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_i^k \end{bmatrix} \quad (\text{II.63})$$

Où Px_k^n et Py_k^n sont respectivement les composantes x et y du vecteur \mathbf{P}_k^n .

La $k^{\text{ème}}$ colonne de \mathbf{J}_i^n s'écrit également,

$$\mathbf{j}_i^{n,k} = \begin{bmatrix} \sigma_k \mathbf{a}_i^k + \bar{\sigma}_k \hat{\mathbf{a}}_i^k (\mathbf{P}_i^n - \mathbf{P}_i^k) \\ \bar{\sigma}_k \mathbf{a}_i^k \end{bmatrix} \quad (\text{II.64})$$

Lorsque $i = 0$, les éléments de la colonne k donnés par l'équation (II.64) s'obtiennent à partir de ceux de la matrice \mathbf{T}_0^k et du vecteur \mathbf{P}_0^n . On doit donc calculer les matrices \mathbf{T}_0^k , $k = 1, \dots, n$.

La résolubilité du MGI, c'est-à-dire l'existence d'un nombre fini de solutions est fondamentale en matière de conception. Pour une configuration articulaire \mathbf{q} donnée, le rang r de la matrice jacobienne \mathbf{J}_i^n , notée \mathbf{J} dans la suite pour simplifier les notations, correspond au nombre de degrés de liberté du repère associé à l'organe terminal. Il définit la dimension de l'espace opérationnel accessible dans cette configuration. On appelle nombre de degrés de liberté M de l'espace opérationnel d'un robot, le rang maximal r_{max} que prend la matrice jacobienne dans toutes les configurations possibles. Deux cas sont à examiner [22, 26, 27, 59],

- si M est égal au nombre de degrés de liberté N du robot (égal à n dans le cas des robots en chaîne simple ou à structure arborescente), le robot est non redondant : il possède juste le nombre d'articulations lui permettant de donner le nombre M de degrés de liberté à son organe terminal ;
- si $N > M$, le robot est redondant d'ordre $(N-M)$. Il dispose de plus d'articulations qu'il n'en faut pour donner le nombre M de degrés de liberté à son organe terminal.

Pour certaines configurations articulaires, il se peut que le rang r soit inférieur à M : on dit que le robot possède une singularité d'ordre $(M-r)$. Il perd alors localement la possibilité d'engendrer une vitesse le long ou autour de certaines directions.

- Lorsque la matrice J est carrée, les singularités d'ordre un sont solution de l'équation,

$$\det(J) = 0 \quad (\text{II.65})$$

- Dans le cas redondant $N > M$, elles sont données par,

$$\det(JJ^T) = 0 \quad (\text{II.66})$$

En résumé, le Jacobien (II.60) peut être décomposé en vecteurs colonnes de dimensions 3×1 , J_{Pi} et J_{Oi}

$$J = \begin{bmatrix} J_{p1} & \cdots & J_{pn} \\ J_{o1} & \cdots & J_{on} \end{bmatrix} \quad (\text{II.67})$$

$$J_{Pi} = \begin{cases} \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} & \text{Pour une liaison prismatique} \\ \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (\mathbf{P}_e - \mathbf{P}_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} & \text{Pour une liaison rotoïde} \end{cases} \quad (\text{II.68})$$

$$z_{i-1} = \mathbf{R}_0^1(q_1) \mathbf{R}_1^2(q_2) \cdots \cdots \mathbf{R}_{i-2}^{i-1}(q_{i-1}) z_0 \quad (\text{II.69})$$

$$z_0 = [0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_e = \mathbf{T}_0^1(q_1) \mathbf{T}_1^2(q_2) \cdots \cdots \mathbf{T}_{n-1}^n(q_n) \tilde{\mathbf{P}}_0 \quad (\text{II.70})$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$$

Le vecteur \mathbf{P}_e est donné par les trois premiers éléments de vecteur $\tilde{\mathbf{P}}_e$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{i-1} = \mathbf{T}_0^1(q_1) \mathbf{T}_1^2(q_2) \cdots \cdots \mathbf{T}_{i-2}^{i-1}(q_{i-1}) \tilde{\mathbf{P}}_0 \quad (\text{II.71})$$

Le vecteur \mathbf{P}_{i-1} est donné par les trois premiers éléments de vecteur $\tilde{\mathbf{P}}_{i-1}$

Pour le cas d'un manipulateur anthropomorphe, le Jacobien de base est calculé comme suit,

$$J = J_0^3 = \begin{bmatrix} z_0 \times (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_0) & z_1 \times (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_1) & z_2 \times (\mathbf{P}_3 - \mathbf{P}_2) \\ z_0 & z_1 & z_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} a_2 C_1 C_2 \\ a_2 S_1 C_2 \\ a_2 S_2 \end{bmatrix}; \mathbf{P}_3 = \begin{bmatrix} C_1(a_2 C_2 + a_3 C_{23}) \\ S_1(a_2 C_2 + a_3 C_{23}) \\ a_2 S_2 + a_3 S_{23} \end{bmatrix}$$

$$z_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; z_1 = z_2 = \begin{bmatrix} S_1 \\ -C_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Par conséquent, le Jacobien de base est donné par l'expression présentée ci-dessous,

$$J = \begin{bmatrix} -S_1(a_2 C_2 + a_3 C_{23}) & -C_1(a_2 S_2 + a_3 S_{23}) & -a_3 C_1 S_{23} \\ C_1(a_2 C_2 + a_3 C_{23}) & -S_1(a_2 S_2 + a_3 S_{23}) & -a_3 S_1 S_{23} \\ 0 & a_2 C_2 + a_3 C_{23} & a_3 C_{23} \\ 0 & S_1 & S_1 \\ 0 & -C_1 & -C_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

II.5.2. Modèle cinématique inverse

L'objectif du modèle cinématique inverse est de calculer, à partir d'une configuration \mathbf{q} donnée, les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ qui assurent au repère terminal une vitesse opérationnelle $\dot{\mathbf{X}}$ imposée. Cette définition est analogue à celle du modèle différentiel inverse : ce dernier permet de déterminer la différentielle articulaire $d\mathbf{q}$ correspondant à une différentielle des coordonnées opérationnelles $d\mathbf{X}$ spécifiée. Pour obtenir le modèle cinématique inverse, on inverse le modèle cinématique direct en résolvant un système d'équations linéaires. La mise en œuvre peut être faite de façon analytique ou numérique [22].

II.5.2.1. Modèle cinématique inverse dans le cas régulier

Dans ce cas, la matrice jacobienne \mathbf{J} est carrée d'ordre n et son déterminant est non nul. La méthode la plus générale consiste à calculer \mathbf{J}^{-1} , la matrice inverse de \mathbf{J} , qui permet de déterminer les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ grâce à la relation,

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (\text{II.72})$$

Lorsque la matrice \mathbf{J} a la forme suivante,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (\text{II.73})$$

Les matrices \mathbf{A} et \mathbf{C} étant carrées inversibles, il est facile de montrer que l'inverse de cette matrice s'écrit,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{C}^{-1} \end{bmatrix} \quad (\text{II.74})$$

La résolution du problème se ramène donc à l'inversion, beaucoup plus simple, de deux matrices de dimension moindre. Lorsque le robot manipulateur possède six degrés de liberté et un poignet de type rotule, la forme générale de \mathbf{J} est celle de la relation (II.73), \mathbf{A} et \mathbf{C} étant de dimension (3x3) [22].

II.6. Modélisation dynamique

Le modèle dynamique est la relation entre les couples (et/ou forces) appliqués aux actionneurs et les positions, vitesses et accélérations articulaires [22, 27, 28, 54, 59]. On représente le modèle dynamique par une relation de la forme [22, 54],

$$\Gamma = f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}_e) \quad (\text{II.75})$$

Γ : Vecteur des couples/forces des actionneurs, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique. Dans la suite, on écrira tout simplement couples ;

\mathbf{q} : Vecteur des positions articulaires ;

$\dot{\mathbf{q}}$: Vecteur des vitesses articulaires ;

$\ddot{\mathbf{q}}$: Vecteur des accélérations articulaires;

\mathbf{F}_e : Vecteur représentant l'effort extérieur (forces et moments) qu'exerce le robot sur l'environnement.

Parmi les applications du modèle dynamique, on peut citer :

- la simulation, qui utilise le modèle dynamique direct ;
- le dimensionnement des actionneurs;
- l'identification des paramètres inertiels et des paramètres de frottement du robot;
- La synthèse de lois de commande ;

II.6.1. Formalisme de Lagrange

Avec le formalisme de Lagrange, les équations du mouvement peuvent être dérivées d'une manière systématique, indépendamment de la référence de coordonnées.

Une fois l'ensemble de variables $q_i, i = 1, \dots, n$, appelées coordonnées généralisées, qui décrivent efficacement les déplacements des liaisons du manipulateur à n ddl sont choisis, le Lagrangien du système mécanique en fonction des coordonnées généralisées est donné par l'équation suivante [22, 27, 59, 60],

$$L = T - U \quad (\text{II.76})$$

Où T et U représentent l'énergie cinématique et potentiel respectivement du robot manipulateur considéré comme un système mécanique.

Les équations de Lagrange sont définies comme suit,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_{e_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{II.77})$$

F_{e_i} dénote la force généralisée associées à la coordonnée généralisée q_i , l'équation (II.74) peut être mise sous la forme compacte,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{F}_e \quad (\text{II.78})$$

Pour les manipulateurs à chaîne cinématique ouverte, les coordonnées généralisées sont rassemblées dans le vecteur des variables articulaires \mathbf{q} . Les contributions aux forces généralisées sont données par les forces non conservatives, à savoir, les couples générés par les actionneurs, les couples de frottement au niveau de chaque liaison, ainsi que les couples articulaires induits par les forces extérieures exercées sur l'effecteur au contact avec son environnement.

II.6.1.1. Calcul de l'énergie cinétique

Considérons un manipulateur avec n corps solides (segments). L'énergie cinétique totale est donnée par la somme des contributions relatives aux mouvements de chaque segment, ainsi que par les contributions relatives aux mouvements de chaque actionneur [22, 27, 67].

$$T = \sum_{i=1}^n (T_{l_i} + T_{m_i}) \quad (\text{II.79})$$

Où T_{l_i} est l'énergie cinétique du segment i , et T_{m_i} l'énergie cinétique de l'actionneur de l'articulation i .

$$T_{l_i} = \frac{1}{2} \int_{V_{l_i}} \dot{\mathbf{p}}_i^{*T} \dot{\mathbf{p}}_i^* \rho dV \quad (\text{II.80})$$

Avec, $\dot{\mathbf{p}}_i^*$ dénote le vecteur de la vitesse linéaire du segment i , ρ représente la densité de matière de l'élément de volume dV ; V_{l_i} le volume du segment i .

Considérons maintenant le vecteur de position \mathbf{p}_i^* de l'élément différentiel, et le vecteur de position du centre de masse du segment i exprimés dans le repaire de base, figure II.21,

$$\mathbf{r}_i = [r_{ix} \ r_{iy} \ r_{iz}]^T = \mathbf{p}_i^* - \mathbf{p}_{l_i} \quad (\text{II.81})$$

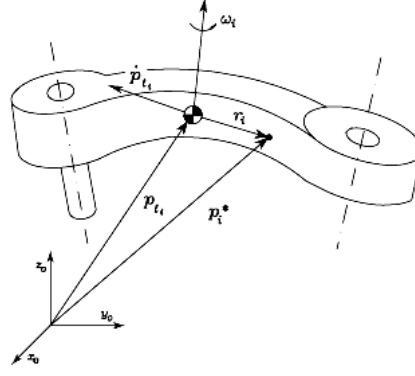


Figure II.21. Description cinématique d'une articulation selon le formalisme de Lagrange.

$$\mathbf{p}_{l_i} = \frac{1}{m_{l_i}} \int_{V_{l_i}} \mathbf{p}_i^* \rho dV \quad (\text{II.82})$$

Où m_{l_i} est la masse du segment. Par conséquent, la vitesse de l'élément différentiel peut être exprimée par,

$$\dot{\mathbf{p}}_i^* = \dot{\mathbf{p}}_{l_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_i = \dot{\mathbf{p}}_{l_i} + \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{r}_i \quad (\text{II.83})$$

Avec,

$$\boldsymbol{\omega}_i = [\omega_{ix} \ \omega_{iy} \ \omega_{iz}]^T; \quad \hat{\boldsymbol{\omega}}_i = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{iz} & \omega_{iy} \\ \omega_{iz} & 0 & -\omega_{ix} \\ -\omega_{iy} & \omega_{ix} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.84})$$

Où $\dot{\mathbf{p}}_{l_i}$ est la vitesse linéaire du centre de masse, et $\boldsymbol{\omega}_i$ la vitesse angulaire du segment.

Par substitution de la formule de la vitesse (II.83) dans l'expression (II.80), l'énergie cinétique de chaque segment peut être vue comme la somme des contributions des termes [27],

- Terme relative à la translation,

$$\frac{1}{2} \int_{V_{l_i}} \dot{\mathbf{p}}_{l_i}^T \dot{\mathbf{p}}_{l_i} \rho dV = \frac{1}{2} m_{l_i} \dot{\mathbf{p}}_{l_i}^T \dot{\mathbf{p}}_{l_i} \quad (\text{II.85})$$

- Terme mutuel,

$$2 \left(\frac{1}{2} \int_{V_{l_i}} \dot{\mathbf{p}}_{l_i}^T \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{r}_i \rho dV \right) = 2 \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{p}}_{l_i}^T \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \int_{V_{l_i}} (\mathbf{p}_i^* - \mathbf{p}_{l_i}) \rho dV \right) = 0 \quad (\text{II.86})$$

Voir (II.79).

- Terme rotationnel

$$\frac{1}{2} \int_{V_{l_i}} \mathbf{r}_i^T \hat{\boldsymbol{\omega}}_i^T \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{r}_i \rho dV = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i^T \left(\int_{V_{l_i}} \hat{\mathbf{r}}_i^T \hat{\mathbf{r}}_i \cdot \rho dV \right) \boldsymbol{\omega}_i \quad (\text{II.87})$$

En exploitant la propriété, $\hat{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{r}_i = -\hat{\mathbf{r}}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i$,

$$\hat{\mathbf{r}}_i = \begin{bmatrix} 0 & -r_{iz} & r_{iy} \\ r_{iz} & 0 & -r_{ix} \\ -r_{iy} & r_{ix} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.88})$$

Donc,

$$\frac{1}{2} \int_{V_{l_i}} \mathbf{r}_i^T \hat{\boldsymbol{\omega}}_i^T \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{r}_i \rho dV = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_{l_i} \boldsymbol{\omega}_i \quad (\text{II.89})$$

Avec \mathbf{I}_{l_i} la matrice symétrique d'inertie du segment i exprimée dans le repaire de base [22, 27, 58, 67].

$$\mathbf{I}_{l_i} = \begin{bmatrix} \int (r_{iy}^2 + r_{iz}^2) \rho dV & -\int r_{ix} r_{iy} \rho dV & -\int r_{ix} r_{iz} \rho dV \\ * & \int (r_{ix}^2 + r_{iz}^2) \rho dV & -\int r_{iy} r_{iz} \rho dV \\ * & * & \int (r_{ix}^2 + r_{iy}^2) \rho dV \end{bmatrix} \quad (\text{II.90})$$

$$\mathbf{I}_{l_i} = \begin{bmatrix} I_{l_{1xx}} & -I_{l_{1xy}} & -I_{l_{1xz}} \\ * & I_{l_{1yy}} & -I_{l_{1yz}} \\ * & * & I_{l_{1zz}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.91})$$

Notons que la position du segment i dépend de la configuration du manipulateur, donc la matrice d'inertie, lorsqu'elle est exprimée dans la référence de base, est dépendante de cette configuration. En plus, si la vitesse angulaire du segment est exprimée dans le repaire relatif au segment i (voir la configuration de Denavit-Hartenberg), elle est donnée par [27, 67],

$$\boldsymbol{\omega}_i^i = \mathbf{R}_0^i \boldsymbol{\omega}_i \quad (\text{II.92})$$

Avec \mathbf{R}_0^i la matrice de rotation du repaire de base vers le repaire relatif au segment i . Ce qui implique que dans le repaire relatif à ce segment, la matrice d'inertie est constante. Si $\mathbf{I}_{l_i}^i$ dénote cette matrice d'inertie constante, il est facile de vérifier que,

$$\mathbf{I}_{l_i} = \mathbf{R}_0^i \mathbf{I}_{l_i}^i \mathbf{R}_0^{iT} \quad (\text{II.93})$$

Enfin, l'énergie cinétique totale est obtenue en sommant les contributions des deux termes, de translation (II.85) et de rotation (II.89) [27, 67],

$$\mathbf{T}_{l_i} = \frac{1}{2} m_{l_i} \dot{\mathbf{p}}_{l_i}^T \dot{\mathbf{p}}_{l_i} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{R}_0^i \mathbf{I}_{l_i}^i \mathbf{R}_0^{iT} \boldsymbol{\omega}_i \quad (\text{II.94})$$

Il est nécessaire d'exprimer cette énergie en fonction des coordonnées généralisées. Pour arriver à ça, exploitant maintenant les colonnes de la matrice Jacobienne suivante exprimée dans le référentiel de base,

$$J^{(l_i)} = \begin{bmatrix} J_P^{(l_i)} \\ J_O^{(l_i)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.95})$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_{l_i} &= \mathbf{j}_{P1}^{(l_i)} \dot{q}_1 + \dots + \mathbf{j}_{Pi}^{(l_i)} \dot{q}_i = J_P^{(l_i)} \dot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\omega}_i &= \mathbf{j}_{O1}^{(l_i)} \dot{q}_1 + \dots + \mathbf{j}_{Oi}^{(l_i)} \dot{q}_i = J_O^{(l_i)} \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (\text{II.96})$$

Avec,

$$\begin{aligned} J_P^{(l_i)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{P1}^{(l_i)} & \dots & \mathbf{j}_{Pi}^{(l_i)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ J_O^{(l_i)} &= \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{O1}^{(l_i)} & \dots & \mathbf{j}_{Oi}^{(l_i)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$J_{Pj}^{(l_i)} = \begin{cases} \mathbf{z}_{j-1} & \text{pour liaisons prismatiques} \\ \mathbf{z}_{j-1} \times (\mathbf{p}_{l_i} - \mathbf{p}_{j-1}) & \text{pour liaisons rotoïde} \end{cases}$$

$$J_{Oj}^{(l_i)} = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{pour liaisons prismatiques} \\ \mathbf{z}_{j-1} & \text{pour liaisons rotoïde} \end{cases}$$

Où \mathbf{p}_{j-1} est l'origine du repaire lié au segment $(i-1)$, et \mathbf{z}_{j-1} est le vecteur unitaire dans le sens \mathbf{z} de ce repaire.

Alors, l'énergie cinétique globale du segment i (II.94) peut être exprimée en fonction des coordonnées articulaire comme suit [27],

$$T_{l_i} = \frac{1}{2} m_{l_i} \dot{\mathbf{q}}^T J_P^{(l_i)T} J_P^{(l_i)} \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T J_O^{(l_i)T} \mathbf{R}_0^i I_{l_i}^i \mathbf{R}_0^i J_O^{(l_i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.97})$$

L'apport de l'énergie cinétique du moteur pour le segment i peut être calculé d'une manière analogue à celle du segment. Prenons le cas typique des moteurs électriques rotatifs (qui peuvent actionner à la fois les articulations rotoïdes ainsi que les articulations prismatiques au moyen de transmissions appropriées). On peut supposer que la contribution de la partie fixe (stator) est incluse dans celle du segment sur lequel le moteur est placé, donc la seule contribution à considérer est celle du rotor,

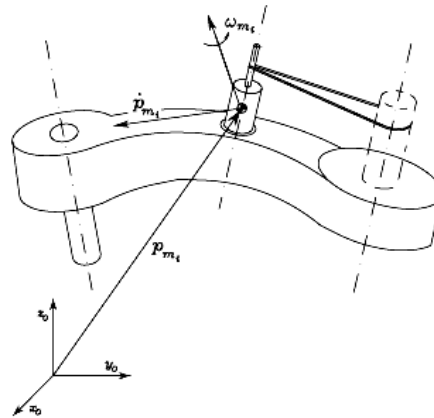


Figure II.22. Description cinématique de l'actionneur selon le formalisme de Lagrange.

Sur la figure II.22, il faut remarquer que l'actionneur de l'articulation i est placé sur le segment $i-1$. L'énergie cinétique du rotor i est donnée par l'expression [27, 67],

$$\mathbf{T}_{m_i} = \frac{1}{2} m_{m_i} \dot{\mathbf{p}}_{m_i}^T \dot{\mathbf{p}}_{m_i} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{m_i}^T \mathbf{I}_{m_i} \boldsymbol{\omega}_{m_i} \quad (\text{II.98})$$

Avec, m_{m_i} la masse du rotor, $\dot{\mathbf{p}}_{m_i}$ la vitesse linéaire du centre de masse du rotor, \mathbf{I}_{m_i} la matrice d'inertie du rotor relative à son centre de masse exprimée dans le repaire de base, et $\boldsymbol{\omega}_{m_i}$ la vitesse angulaire du rotor.

Si on note ϑ_{m_i} la position angulaire du rotor, et sous l'hypothèse d'une transmission rigide, on a,

$$\dot{\vartheta}_{m_i} = k_{r_i} \dot{q}_i \quad (\text{II.99})$$

k_{r_i} représente le rapport de transmission. Alors, selon la loi de superposition des vitesses angulaires, la vitesse totale du rotor est,

$$\boldsymbol{\omega}_{m_i} = \boldsymbol{\omega}_{i-1} + k_{r_i} \dot{q}_i \mathbf{z}_{m_i} \quad (\text{II.100})$$

$\boldsymbol{\omega}_{i-1}$ la vitesse angulaire du segment $i-1$, \mathbf{z}_{m_i} le vecteur unitaire le long de l'axe du rotor exprimé dans le repaire de base.

Les expressions des vitesses linéaire et angulaire du rotor sont décrites comme suit,

$$\dot{\mathbf{p}}_{m_i} = \mathbf{J}_P^{(m_i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.101})$$

La matrice Jacobienne $\mathbf{J}_P^{(m_i)}$ est définie par,

$$\mathbf{J}_P^{(m_i)} = \left[\mathbf{j}_{P1}^{(m_i)} \quad \dots \quad \mathbf{j}_{P,i-1}^{(m_i)} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0} \right]$$

$$\mathbf{j}_{Pj}^{(m_i)} = \begin{cases} \mathbf{z}_{j-1} & \text{pour liaisons prismatiques} \\ \mathbf{z}_{j-1} \times (\mathbf{p}_{m_i} - \mathbf{p}_{j-1}) & \text{pour liaisons rotoïde} \end{cases}$$

L'expression de la vitesse angulaire,

$$\boldsymbol{\omega}_{m_i} = \mathbf{J}_O^{(m_i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.102})$$

$$\mathbf{J}_O^{(m_i)} = \left[\mathbf{j}_{O1}^{(m_i)} \quad \dots \quad \mathbf{j}_{O,i-1}^{(m_i)} \quad \mathbf{j}_{O,i}^{(m_i)} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0} \right]$$

$$\mathbf{j}_{Oj}^{(m_i)} = \begin{cases} \mathbf{j}_{Oj}^{(l_i)} & j = 1, \dots, i-1 \\ k_{r_i} \mathbf{z}_{m_i} & j = i \end{cases}$$

Alors, l'énergie cinétique totale du rotor i est donnée par l'expression [27],

$$\mathbf{T}_{m_i} = \frac{1}{2} m_{m_i} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_P^{(m_i)T} \mathbf{J}_P^{(m_i)} \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_O^{(m_i)T} \mathbf{R}_0^{i-1} \mathbf{I}_{m_i} \mathbf{R}_0^{i-1T} \mathbf{J}_O^{(m_i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.103})$$

Avec, $I_{m_i}^{i-1}$ représente la matrice d'inertie constante exprimée dans le repaire lié au segment $i-1$. R_0^{i-1} la matrice de rotation du repaire de base vers le repaire $i-1$.

Finalement, l'énergie cinétique totale du segment i est donnée par la somme des contributions des énergies cinétique du segment et de l'actionneur. L'énergie cinétique globale du manipulateur est donnée par la forme quadratique suivante [27, 67],

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}(\mathbf{q}) \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (\text{II.104})$$

Avec,

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n \left(m_{l_i} J_P^{(l_i)T} J_P^{(l_i)} + J_0^{(l_i)T} R_0^{l_i} I_{l_i}^l R_0^{l_i T} J_0^{(l_i)} + m_{m_i} J_P^{(m_i)T} J_P^{(m_i)} + J_0^{(m_i)T} R_0^{i-1} I_{m_i}^{i-1} R_0^{i-1 T} J_0^{(m_i)} \right)$$

Est la matrice d'inertie de dimensions $(n \times n)$ qui a les propriétés suivantes,

- symétrique,
- définie positive,
- dépendante de la configuration du manipulateur,

II.6.1.2. Calcul de l'énergie potentiel

Comme pour l'énergie cinétique, l'énergie potentielle de pesanteur emmagasinée par le manipulateur est donnée par la somme de contributions relatives à chaque segment et à chaque rotor [22, 27, 67],

$$U = \sum_{i=1}^n (U_{l_i} + U_{m_i}) \quad (\text{II.105})$$

$$U_{l_i} = - \int_{V_{l_i}} \mathbf{g}_0^T \mathbf{p}_i^* \rho dV = -m_{l_i} \mathbf{g}_0^T \mathbf{p}_{l_i} \quad (\text{II.106})$$

Avec, $\mathbf{g}_0 = [0 \quad 0 \quad -g]^T$ le vecteur de l'accélération exprimée dans le repaire de base.

De façon similaire l'énergie potentiel du rotor,

$$U_{m_i} = -m_{m_i} \mathbf{g}_0^T \mathbf{p}_{m_i} \quad (\text{II.107})$$

Alor, l'énergie potentielle totale du manipulateur est définie comme,

$$U = - \sum_{i=1}^n (m_{l_i} \mathbf{g}_0^T \mathbf{p}_{l_i} + m_{m_i} \mathbf{g}_0^T \mathbf{p}_{m_i}) \quad (\text{II.108})$$

Qui implique que l'énergie potentiel est seulement la fonction du vecteur de coordonnées généralisées \mathbf{q} , comme elle est fonction des centres de gravités \mathbf{p}_{l_i} et \mathbf{p}_{m_i} .

II.6.1.3. Equations de mouvement

Après le calcul des énergies cinétique et potentielle totales du robot manipulateur (II.104) et (II.108), le Lagrangien donné par l'expression (II.76) peut être réécrit comme,

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - U(\mathbf{q})$$

Prenons les dérivées nécessaires pour le calcul des équations de Lagrange (II.78), et remarquons que l'énergie potentielle ne dépend pas de $\dot{\mathbf{q}}$, les équations de mouvement du système auront la forme [27, 67],

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\xi} \quad (\text{II.109})$$

Avec,

$$\mathbf{n}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}) \right)^T + \left(\frac{\partial U(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \quad (\text{II.110})$$

Le détail de cette expression compacte sous forme indicelle nous donne,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \sum_{j=1}^n b_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \frac{db_{ij}(\mathbf{q})}{dt} \dot{q}_j = \sum_{j=1}^n b_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{ij}(\mathbf{q})}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j \\ \frac{\partial T}{\partial q_i} &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{jk}(\mathbf{q})}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_j \\ \frac{\partial U}{\partial q_i} &= - \sum_{j=1}^n \left(m_{l_j} \mathbf{g}_0^T \frac{\partial p_{l_j}}{\partial q_i} + m_{m_j} \mathbf{g}_0^T \frac{\partial p_{m_j}}{\partial q_i} \right) = - \sum_{j=1}^n \left(m_{l_j} \mathbf{g}_0^T \mathbf{J}_{P_i}^{(l_j)}(\mathbf{q}) + m_{m_j} \mathbf{g}_0^T \mathbf{J}_{P_i}^{(m_j)}(\mathbf{q}) \right) = g_i(\mathbf{q}) \end{aligned}$$

Enfin, les équations de mouvement sont données par le système d'équations différentielles mises sous la forme indicelle suivante [22, 27, 67],

$$\sum_{j=1}^n b_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk}(\mathbf{q}) \dot{q}_k \dot{q}_j + g_i(\mathbf{q}) = \xi_i \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{II.111})$$

Avec,

$$h_{ijk} = \frac{\partial b_{ij}}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial b_{jk}}{\partial q_i} \quad (\text{II.112})$$

En ce qui concerne le vecteur des forces /couples non conservatives $\boldsymbol{\xi}$, exerçant un travail au niveau des articulations du manipulateur sont données par,

- Les couples produits par les actionneurs, et qui ont pour rôles d'actionner la structure mécanique $\boldsymbol{\tau} (\mathbf{n} \times \mathbf{1})$.

- Les couples résistants de frottement visqueux et du frottement statiques (ex. frottement de coulomb) données par,

$$\mathbf{f}_v = \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}}, \quad \mathbf{f}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) \quad (\text{II.113})$$

Avec, \mathbf{F}_v et \mathbf{F}_s sont deux matrices diagonales ($n \times n$) incluant les coefficients des frottements visqueux et statique.

- Si l'effecteur du manipulateur est en contact avec son environnement, une partie des couples produits par les actionneurs est utilisée pour compenser les couples induits au niveau des articulations par ce contact. Ce couple est donné par,

$$\mathbf{F}_c = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \mathbf{h}_e \quad (\text{II.114})$$

Avec, \mathbf{J} la matrice jacobienne, et \mathbf{h}_e le vecteur des forces et des couples exercés par l'effecteur sur l'environnement.

Alors, l'équation du mouvement (II.111) peut être réécrite sous la forme compacte suivante, qui représente le modèle dynamique dans l'espace articulaire [22, 27, 67],

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \mathbf{h}_e \quad (\text{II.115})$$

Avec, \mathbf{C} une matrice ($n \times n$), dont les éléments satisfassent l'équation,

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{q}_j = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{ijk} \dot{q}_k \dot{q}_j \quad (\text{II.116})$$

II.7. Modélisation du Manipulateur PUMA 560

II.7.1. Présentation du robot PUMA 560

Le robot PUMA 560 est un bras manipulateur à chaîne cinématique ouverte simple à 6 articulations rotoïdes, de porteur anthropomorphe (3R) et de poignet sphérique (poignet à 3 axes concourants) voire les figure II.23 et II.24. Disposant, ainsi, de 6 degrés de libertés (6 DOF) lui permettant, pourvu qu'il ne sort pas de son espace de travail, de positionner et d'orienter son organe terminal (3 degrés de liberté pour le positionnement, les 3 autres pour l'orientation) dans n'importe quelle configuration dans l'espace tridimensionnel, où il est non redondant. Le terme PUMA signifie Programmable Universal Machine for Assembly [36, 43, 56, 62-64].



Figure II.23. Vue générale du Robot UNIMATE PUMA 560.

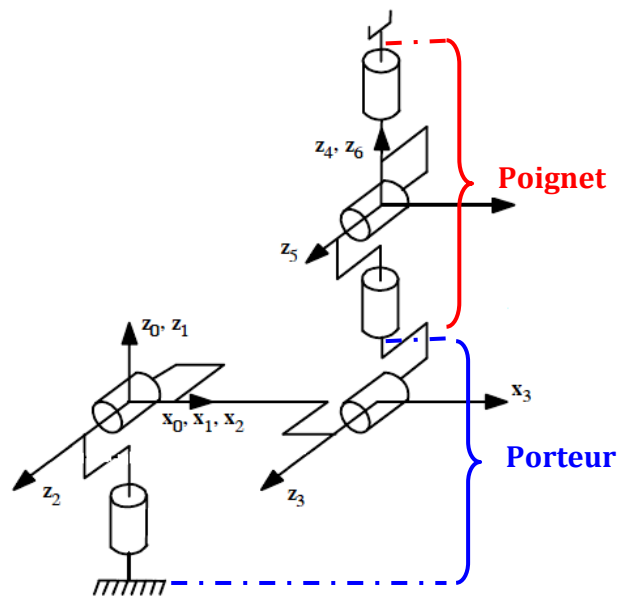


Figure II.24. Manipulateur de bras anthropomorphe et poignet rotule.

La description de la géométrie du robot PUMA 560, ainsi que le placement des repères selon la notation de Denavit-Hartenberg sont indiqués sur la figure II.25,

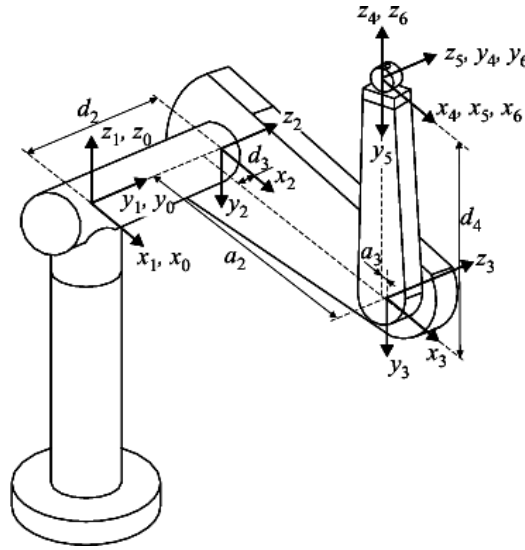


Figure. II.25. Description de la géométrie du robot PUMA 560 selon la notation de Denavit-Hartenberg.

Les paramètres géométriques du robot PUMA 560 selon la notation de Denavit-Hartenberg (D-H modifiés) sont donnés dans le tableau II.1 [64],

i	σ	α_{i-1} (degrés)	θ_i	a_{i-1} (mètres)	d_i (mètres)
1	0	0	q_1	0	0
2	0	-90	q_2	0	0.2435
3	0	0	q_3	0.4318	- 0.0934
4	0	90	q_4	- 0.0203	0.4331
5	0	-90	q_5	0	0
6	0	90	q_6	0	0

Tableau II.1 : Paramètres géométriques du robot PUMA 560 (paramètres de D-H modifiés).

En tenant compte des paramètres du tableau II.1, et en utilisant la relation (II.30), on tire les matrices de transformation homogènes suivantes,

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_1^2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -S_2 & -C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_2^3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & a_2 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 T_3^4 = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_4^5 = \begin{bmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_5 & -C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_5^6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_6 & C_6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

II.7.2. Modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct du robot manipulateur PUMA 560, est défini par la matrice de transformation homogène présentée ci-dessous,

$$T_0^6(q) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^6 & \mathbf{P}_0^6 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

Où \mathbf{R}_0^6 et \mathbf{P}_0^6 représentent la matrice d'orientation et la position du repère lié à l'organe terminal, respectivement, par rapport au repère de la base \mathcal{R}_0 ,

$$\mathbf{R}_0^6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_0^6 = \begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{bmatrix}$$

Les éléments r_{ij} ont pour expressions,

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= C_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6) \\
 r_{21} &= S_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] + C_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6) \\
 r_{31} &= -S_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - C_{23}S_5C_6 \\
 r_{12} &= C_1[-C_{23}(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + S_{23}S_5S_6] - S_1(-S_4C_5S_6 + C_4C_6) \\
 r_{22} &= S_1[-C_{23}(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + S_{23}S_5S_6] + C_1(-S_4C_5S_6 + C_4C_6) \\
 r_{32} &= S_{23}(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + C_{23}S_5S_6
 \end{aligned} \tag{II.117}$$

$$\begin{aligned}
 r_{13} &= C_1(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) - S_1S_4S_5 \\
 r_{23} &= S_1(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) + C_1S_4S_5 \\
 r_{23} &= -S_{23}C_4S_5 + C_{23}C_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_X &= C_1(a_3C_{23} + d_4S_{23} + a_2C_2) - (d_2 + d_3)S_1 \\
 P_Y &= S_1(a_3C_{23} + d_4S_{23} + a_2C_2) + (d_2 + d_3)C_1 \\
 P_Z &= -a_3S_{23} + d_4C_{23} - a_2S_2
 \end{aligned} \tag{II.118}$$

II.7.3. Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse (MGI) permet de calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminal. Plus précisément, c'est la forme explicite, lorsqu'elle existe, qui donne toutes les solutions possibles dans l'espace articulaire (il y a rarement unicité de solution) à une situation donnée de l'effecteur dans l'espace opérationnel.

Pour les trois premières articulations du porteur q_1 , q_2 et q_3 , nous devons résoudre l'équation ci-dessous en utilisant la méthode de Paul,

$$\mathbf{P}^* = \mathbf{T}_0^6 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Où, $\mathbf{P}^* = [P_X^* \ P_Y^* \ P_Z^* \ 1]^T$ représente le vecteur de la position souhaitée.

La résolution donne,

$$q_1 = ATAN2(P_X^*, P_Y^*) - ATAN2\left(d_2 + d_3, \pm \sqrt{P_X^{*2} + P_Y^{*2} - (d_2 + d_3)^2}\right) \quad (\text{II.119})$$

$$q_3 = ATAN2\left(K, \pm \sqrt{a_3^2 + d_4^2 - K^2}\right) - ATAN2(a_3, d_4) \quad (\text{II.120})$$

$$q_2 = ATAN2(K_1, K_2) - q_3 \quad (\text{II.121})$$

Avec,

$$\begin{cases} K = \frac{P_X^{*2} + P_Y^{*2} + P_Z^{*2} - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2 - (d_2 + d_3)^2}{2a_2} \\ K_1 = \frac{(d_4 + a_2 s_3)(P_X^* c_1 + P_Y^* s_1) - P_Z^*(a_3 + a_2 c_3)}{(P_X^* c_1 + P_Y^* s_1)^2 + (P_Z^*)^2} \\ K_2 = \frac{(a_3 + a_2 c_3)(P_X^* c_1 + P_Y^* s_1) + P_Z^*(d_4 + a_2 s_3)}{(P_X^* c_1 + P_Y^* s_1)^2 + (P_Z^*)^2} \end{cases}$$

Les trois dernières articulations q_4 , q_5 et q_6 peuvent être obtenus à partir des deux matrices de rotation \mathbf{R}_3^6 , \mathbf{R}_0^3 et la matrice de l'orientation souhaitée \mathbf{R} , en résolvant l'équation suivante par la méthode de Paul,

$$\mathbf{R}_3^6 = (\mathbf{R}_0^3)^T \mathbf{R}$$

Avec,

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11}^* & r_{12}^* & r_{13}^* \\ r_{21}^* & r_{22}^* & r_{23}^* \\ r_{31}^* & r_{32}^* & r_{33}^* \end{bmatrix}, \mathbf{R}_0^3 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & -S_1 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & C_1 \\ -S_{23} & -C_{23} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_3^6 = \begin{bmatrix} C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & -C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6 & C_4 S_5 \\ S_5 C_6 & -S_5 S_6 & -C_5 \\ S_4 C_5 C_6 + C_4 S_6 & -S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6 & S_4 S_5 \end{bmatrix}$$

Par conséquent, si $S_5 \neq 0$, les variables articulaires sont données par,

$$q_4 = ATAN2(K_3, K_4) \quad (II.122)$$

Avec,

$$\begin{cases} K_3 = c_1 r_{23}^* - s_1 r_{13}^* \\ K_4 = c_{23} c_1 r_{13}^* + c_{23} s_1 r_{23}^* - s_{23} r_{33}^* \end{cases} ,$$

$$q_5 = ATAN2(K_5, K_6) \quad (II.123)$$

Avec,

$$\begin{cases} K_5 = r_{13}^* (c_4 c_{23} c_1 - s_1 s_4) + r_{23}^* (c_4 c_{23} s_1 + s_4 c_1) - r_{33}^* c_4 s_{23} \\ K_6 = s_{23} c_1 r_{13}^* + s_{23} s_1 r_{23}^* + c_{23} r_{33}^* \end{cases}$$

$$q_6 = ATAN2(K_7, K_8) \quad (II.124)$$

Avec,

$$\begin{cases} K_7 = -r_{11}^* (s_4 c_{23} c_1 + s_1 c_4) + r_{21}^* (-s_4 c_{23} s_1 + c_4 c_1) + r_{31}^* s_4 s_{23} \\ K_8 = r_{11}^* [c_5 (c_4 c_{23} c_1 - s_1 s_4) - s_5 s_{23} c_1] - r_{31}^* (c_5 c_4 s_{23} + s_5 c_{23}) \\ \quad + r_{21}^* [c_5 (c_4 c_{23} s_1 + c_1 s_4) - s_5 s_{23} s_1] \end{cases}$$

II.7.4. Modélisation Cinématique

II.7.4.1. Calcul du Jacobien de base

On choisi comme Jacobien de base, la jacobienne \mathbf{J}_0^6 définissant les vitesses opérationnelles du repère \mathcal{R}_6 dans le repère de la base \mathcal{R}_0 , tel que,

$$\dot{\mathbf{X}}_6 = \mathbf{J}_0^6(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (II.125)$$

Où $\dot{\mathbf{X}}_6$ représente les vitesses opérationnelles réelles de l'organe terminal projetées dans le repère de la base définie par,

$$\dot{\mathbf{X}}_6 = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_6 \\ \boldsymbol{\omega}_6 \end{bmatrix} \quad (II.126)$$

Où \mathbf{V}_6 et $\boldsymbol{\omega}_6$ représente les vitesses de translation et de rotation de l'organe terminal dans le repère de la base \mathcal{R}_0 . La matrice Jacobienne de base pour le cas du manipulateur Puma 560 est présentée dans l'Annexe A,

II.7.4.2. Vitesses et accélérations réelles de l'effecteur

Le repère outil \mathcal{R}_E du robot est obtenu par une simple translation d'une distance d_6 de l'origine le \mathbf{O}_6 long de l'axe \mathbf{Z}_6 , qui est représenté par la matrice de transformation homogène,

$$\mathbf{T}_6^E = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{P}_6^E \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.127})$$

Avec,

$$\mathbf{P}_6^E = [0 \quad 0 \quad d_6]^T \quad (\text{II.128})$$

La matrice de transformation homogène représentant la situation du repère outil par rapport au repère de la base est notée \mathbf{T}_0^E , tel que,

$$\mathbf{T}_0^E = \mathbf{T}_0^6 \mathbf{T}_6^E \quad (\text{II.129})$$

Soit \mathbf{V}_E et $\boldsymbol{\omega}_E$ les vitesses de translation et de rotation réelles du repère \mathcal{R}_E lié à l'effecteur par rapport au repère \mathcal{R}_0 ;

$$\dot{\mathbf{X}}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_E \\ \boldsymbol{\omega}_E \end{bmatrix} \quad (\text{II.130})$$

Soit la jacobienne \mathbf{J}_0^E donnant les vitesses opérationnelles réelles de l'effecteur,

$$\dot{\mathbf{X}}_E = \mathbf{J}_0^E(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.131})$$

On a, d'après la théorie des vitesses,

$$\begin{cases} \mathbf{V}_E = \mathbf{V}_6 + \boldsymbol{\omega}_6 \times \mathbf{P}_0^E \\ \boldsymbol{\omega}_E = \boldsymbol{\omega}_6 \end{cases} \quad (\text{II.132})$$

Où \mathbf{P}_0^E est la projection de \mathbf{P}_6^E , donnée par (II.128), dans le repère de la base donné par,

$$\mathbf{P}_0^E = \mathbf{R}_0^6 \mathbf{P}_6^E \quad (\text{II.133})$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_E = \mathbf{V}_6 - \mathbf{P}_0^E \times \boldsymbol{\omega}_6 = \mathbf{V}_6 - \widehat{\mathbf{P}} \times \boldsymbol{\omega}_6 \\ \boldsymbol{\omega}_E = \boldsymbol{\omega}_6 \end{cases} \quad (\text{II.134})$$

Où $\widehat{\mathbf{P}}$ est la matrice antisymétrique du vecteur \mathbf{P}_0^E , donnée par,

$$\widehat{\mathbf{P}} = d_6 \begin{bmatrix} 0 & -r_{33} & r_{23} \\ r_{33} & 0 & -r_{13} \\ -r_{23} & r_{13} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.135})$$

En mettant (II.134) sous la forme matricielle,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_E \\ \boldsymbol{\omega}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -\widehat{\mathbf{P}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_6 \\ \boldsymbol{\omega}_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.136})$$

D'où,

$$\dot{\mathbf{X}}_E = \mathbf{M}_E \dot{\mathbf{X}}_6 \quad (\text{II.137})$$

Avec,

$$\mathbf{M}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -\hat{\mathbf{P}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.138})$$

En remplaçant $\dot{\mathbf{X}}_6$ par son expression donnée par (II.125), on a,

$$\dot{\mathbf{X}}_E = \mathbf{M}_E \mathbf{J}_0^6(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.139})$$

D'où,

$$\dot{\mathbf{X}}_E = \mathbf{J}_0^E(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.140})$$

Avec,

$$\mathbf{J}_0^E(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_E \mathbf{J}_0^6(\mathbf{q}) \quad (\text{II.141})$$

Les accélérations opérationnelles réelles de l'effecteur par rapport au repère \mathcal{R}_0 sont obtenues en dérivant l'équation (II.139), on a,

$$\ddot{\mathbf{X}}_E = \mathbf{J}_0^E(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_0^E(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{II.142})$$

Avec ,

$$\dot{\mathbf{J}}_0^E = \frac{d\mathbf{J}_0^E(\mathbf{q})}{dt} \quad (\text{II.143})$$

En dérivant (II.141), on trouve l'expression de $\dot{\mathbf{J}}_0^E$ comme suit,

$$\dot{\mathbf{J}}_0^E(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_E \dot{\mathbf{J}}_0^6(\mathbf{q}) + \dot{\mathbf{M}}_E \mathbf{J}_0^6(\mathbf{q}) \quad (\text{II.144})$$

Avec,

$$\dot{\mathbf{M}}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & -\dot{\hat{\mathbf{P}}} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \end{bmatrix}$$

Où,

$$\dot{\hat{\mathbf{P}}} = d_6 \begin{bmatrix} 0 & -\dot{r}_{33} & \dot{r}_{23} \\ \dot{r}_{33} & 0 & -\dot{r}_{13} \\ -\dot{r}_{23} & \dot{r}_{13} & 0 \end{bmatrix}$$

II.7.5. Modélisation Dynamique

Le modèle dynamique d'un robot manipulateur est donné par l'ensemble d'équations de mouvement reliant les couples, les positions, les vitesses et les accélérations des articulations. Cette dynamique est caractérisée par un modèle mathématique d'équations différentielles du second ordre très non linéaires et fortement couplées. De plus, l'inclusion de la dynamique des actionneurs dans le modèle global augmente l'ordre et la complexité de ce système, ce qui complique la tâche de commande. Dans cette section, nous allons présenter le modèle dynamique complet du manipulateur robotique Puma 560 dans l'espace libre (c.à.d. sans contact avec son environnement externe: $F_c = J^T(q)h_e = \mathbf{0}$) selon [53, 63-66].

II.7.5.1. Modélisation dynamique de la structure mécanique articulée

Le modèle dynamique régissant le comportement dynamique du bras Puma 560 utilisé dans ce travail, est celui proposé par [66]. Ainsi, on a,

$$\mathbf{B}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{F}_v\dot{q} + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{q}) + \mathbf{g}(q) = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_d$$

- $\mathbf{B}(q) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$: La matrice d'inertie.
- $\mathbf{C}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$: La matrice des forces centrifuges et de Coriolis.
- $\mathbf{g}(q) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$: Vecteur des forces ou des couples gravitationnelles.
- $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$: Vecteur des couples externe générées par les actionneurs.
- $\boldsymbol{\tau}_d \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$: Vecteur des forces ou des couples de perturbation.
- \mathbf{F}_v et \mathbf{F}_s : Matrices diagonales des coefficients des frottements visqueux et statique.

Pour le cas du bras manipulateur Puma 560, les matrices du modèle dynamique sont décrites dans l'Annexe B.

II.7.5.2. Modélisation des actionneurs

Les actionneurs du manipulateur Puma 560 sont des servomoteurs à courant continu à aimants permanents commandés par la tension des armatures. Les actionneurs sont reliés aux articulations à travers des engrenages mécaniques (Annexe C). La dynamique des moteurs à courant continu peut être représentée comme [63-66],

$$L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + R_a \cdot I_a + K_e \cdot \dot{q}_m = V_a \quad (\text{II. 145})$$

$I_a \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$: Vecteurs regroupant les courants de l'induit des actionneurs.

$$I_a = [i_{a1}, i_{a2}, \dots, i_{a6}]^T$$

$V_a \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$: Les tensions d'alimentation (de commande) des actionneurs.

$$V_a = [V_{a1}, V_{a2}, \dots, V_{a6}]^T$$

$R_a \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$: Matrice diagonale regroupant les résistances d'induits des actionneurs.

$$R_a = \text{Diag}(R_{a1}, R_{a2}, \dots, R_{a6})$$

$L_a \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$: Matrice des inductances d'induits des actionneurs.

$$L_a = \text{Diag}(L_{a1}, L_{a2}, \dots, L_{a6})$$

$K_e \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$: Matrice diagonale regroupant les constantes des forces contre-électromotrice de chaque actionneur.

$$K_e = \text{Diag}(K_{e1}, K_{e2}, \dots, K_{e6})$$

$\dot{q}_m \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$: La vitesse de rotation angulaire des actionneurs.

$$\dot{q}_m = N \cdot \dot{q}$$

Avec,

$$N = \text{Diag}(N_1, N_2, \dots, N_6)$$

Matrice des rapports de transmission dans des engrenages des actionneurs.

Les couples produits par les trois actionneurs sont donnés par l'expression matricielle :

$$\tau = N \cdot K_T \cdot I_a \quad (\text{II.146})$$

K_T : La matrice diagonale des constantes des couples des actionneurs.

$$K_T = \text{Diag}(K_{T1}, K_{T2}, \dots, K_{T6})$$

II.7.5.3. Mise du modèle sous forme d'une représentation d'état

Le modèle complet du robot manipulateur donné par le système d'équation (II.115), (II.145) et (II.146) peut réécrit sous la forme d'une représentation d'état reliant les grandeurs d'entrée (tensions d'alimentation des actionneurs) aux grandeurs de sortie (déplacements angulaires des articulations), en définissant le vecteur d'état $x \in \mathbb{R}^{18 \times 1}$,

$$x = [q^T \quad \dot{q}^T \quad I_a^T]^T$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ B^{-1}(q)(-C(q, \dot{q})\dot{q} - F_v\dot{q} - F_s \text{sign}(\dot{q}) - g(q)) + B^{-1}(q) \cdot \tau \\ -L_a^{-1} \cdot R_a \cdot I_a - L_a^{-1} \cdot K_e \cdot \dot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ L_a^{-1} \end{bmatrix} \cdot V_a \quad (\text{II.147})$$

Le modèle complet du manipulateur Puma 560 avec considération de la dynamique des actionneurs est d'ordre global $n = 18$. L'ordre élevé va compliquer la phase de synthèse des lois de commande.

Afin de faciliter la tâche de commande, nous proposons de simplifier le modèle proposé en négligeant l'inductance de l'induit des actionneurs comme proposé dans [43],

$$L_{ai} \approx 0$$

De l'équation (II.145), l'expression du courant devient,

$$I_a = R_a^{-1} \cdot [V_a - K_e \cdot \dot{q}_m] \quad (\text{II.148})$$

De l'équation (II.146), l'expression du couple devient,

$$\tau = N \cdot K_T \cdot R_a^{-1} \cdot [V_a - K_e \cdot \dot{q}_m] \quad (\text{II.149})$$

Enfin, l'équation dynamique simplifiée du robot manipulateur est obtenu en substituant l'expression (II.149) dans l'équation (II.115),

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + F_s \text{sign}(\dot{q}) + g(q) + N \cdot K_T \cdot R_a^{-1} \cdot K_e \cdot \dot{q}_m = N \cdot K_T \cdot R_a^{-1} \cdot V_a \quad (\text{II.150})$$

Cette expression peut être mise sous la forme,

$$B(q) \cdot \ddot{q} + h(q, \dot{q}) = K \cdot V_a \quad (\text{II.151})$$

Avec,

$$h(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + F_s \text{sign}(\dot{q}) + g(q) + N \cdot K_T \cdot R_a^{-1} \cdot K_e \cdot \dot{q}_m$$

$$K = N \cdot K_T \cdot R_a^{-1}$$

Le modèle dynamique simplifié donné par l'équation (II.147) peut être simplifié sous la forme d'état,

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x) + G(x) \cdot U \\ y = [x_1, \dots, x_6]^T \end{cases} \quad (\text{II.152})$$

$$x^T = [x_1, x_2, \dots, x_{12}]^T = [q^T \dot{q}^T]^T \quad (\text{II.153})$$

x : Le nouveau vecteur d'état de dimensions 12x1.

$$U = [u_1, \dots, u_6]^T = V_a \quad (\text{II.154})$$

y : Les sorties à commander.

U : Le vecteur de commande de dimensions 6x1

$$F(x) = [f_1(x), \dots, f_{12}(x)]^T = [x_7, \dots, x_{12}, (-\mathbf{B}^{-1}(x) \cdot \mathbf{h}(x))^T]^T \quad (\text{II.155})$$

$F(x)$: Vecteur de dimensions 12x1.

$$G(x) = [\mathbf{0}_{6 \times 6}^T (\mathbf{B}^{-1}(x) \cdot \mathbf{K})^T]^T \quad (\text{II.156})$$

$G(x)$: Matrice de commande de dimensions 12x6.

Le schéma bloc du modèle dynamique complet du robot manipulateur Puma 560 est présenté par la figure ci-dessous,

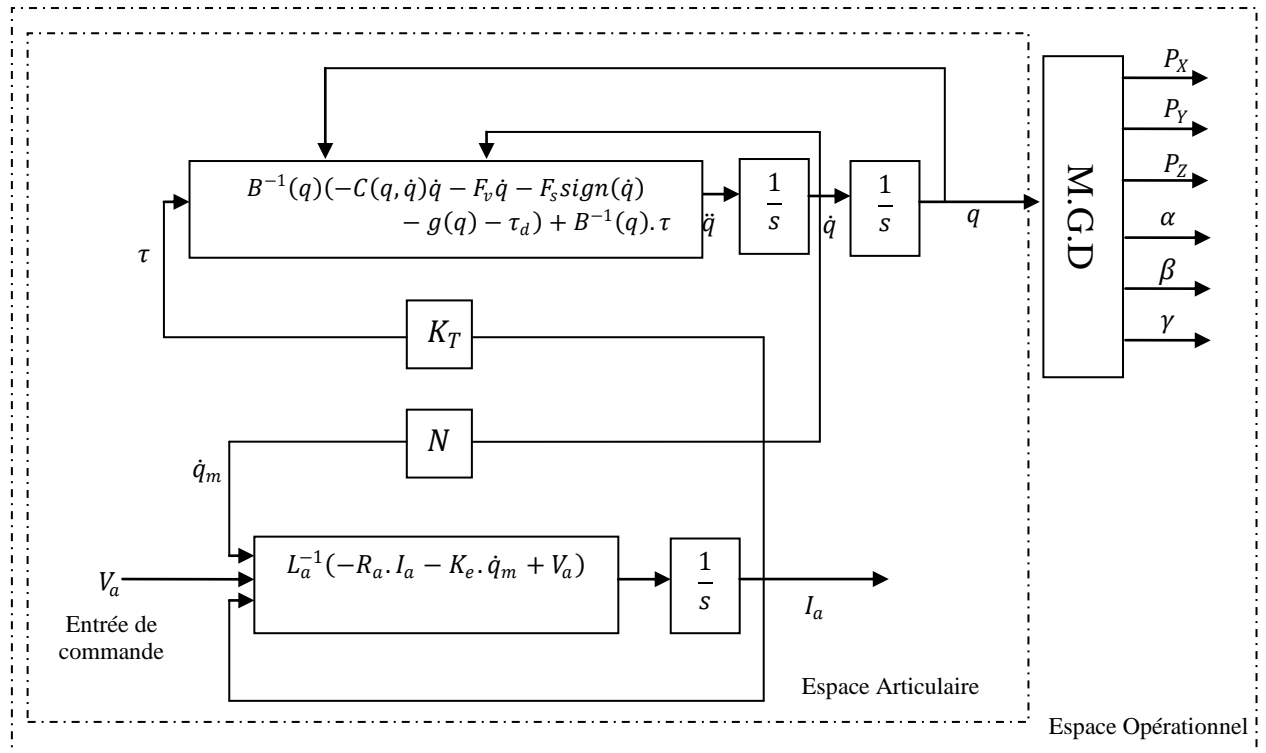


Figure II.26. Schéma bloc du robot manipulateur dans l'espace opérationnel.

II.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes de base et les différents types de modélisation des robots manipulateurs. Dans le cadre des applications visées par ce travail, les modèles géométriques servent à calculer l'attitude (position et orientation) dans l'espace opérationnel, Les formalismes d'Euler-Lagrange nous a permet d'établir le système d'équations différentielles reliant les coordonnées articulaires aux forces et/ou couples généralisés. Cette procédure nous permet de décrire la dynamique du robot PUMA 560 dans l'espace tridimensionnel. Le modèle, ainsi obtenu, a permis de mettre en évidence la difficulté de commande de ce genre de systèmes, étant donné les fortes non-linéarités et le fort couplage des dynamique qui régissent leurs fonctionnement.

Au cours de cette étude, nous avons remarqué que le comportement dynamique du robot manipulateur exige des trajectoires bien spécifiques (continue en position, en vitesse et en accélération), permettant ainsi le contrôle du robot avec des commandes lisses et physiquement acceptables. Par conséquent, le prochain chapitre traite les principales techniques de génération de mouvements souples (ou planification des trajectoires) rencontrés dans le domaine de la robotique.

CHAPITRE III

Techniques de Génération de Mouvements
--

Sommaire :

III.1.	Introduction.....	94
III.2.	Génération de mouvements.....	94
III.3.	Mouvements entre deux points dans l'espace articulaire.....	95
III.3.1.	Trajectoires polynomiales.....	95
III.3.2.	Trajectoires trigonométriques.....	100
III.3.3.	Composition des trajectoires élémentaires (Mouvements à sept segments).....	102
III.4.	Génération de mouvement dans l'espace opérationnel.....	109
III.4.1.	Définition de la trajectoire.....	109
III.4.2.	Définition d'une trajectoire par les primitives de mouvement	109
III.4.3.	Orientation de l'organe terminal.....	111
III.4.4.	Exemple de modélisation d'une trajectoire conique.....	113
III.5.	Conclusion.....	117

III.1. Introduction

En robotique, L'objectif de la planification des trajectoires est de générer les entrées de référence au système de contrôle du mouvement qui garantit que le manipulateur exécute les trajectoires planifiées correctement. L'utilisateur spécifie généralement un certain nombre de paramètres pour décrire la trajectoire souhaitée. La planification consiste à générer une séquence temporelle des valeurs atteintes par une fonction d'interpolation (typiquement un polynôme) de la trajectoire désirée. Ce chapitre présente certaines techniques de génération de trajectoires dans le cas où le point initial et final du chemin sont assignés (mouvement point à point). Tout d'abord, on considère le problème de la planification de la trajectoire dans l'espace articulaire, puis on décrit les concepts de base de la planification de la trajectoire dans l'espace opérationnel.

III.2. Génération de mouvements

La génération de mouvements pour un robot désigne la fonction de calcul des consignes désirées (articulaires ou cartésiennes) en fonction du temps afin de réaliser une tâche décrite par une trajectoire composée de positions successives de l'outil du robot (abusivement appelées points) et de contraintes cinématiques ou dynamiques. On peut distinguer les classes de mouvements suivants selon [27, 28, 43, 56, 59, 61, 68],

- le mouvement entre deux points avec trajectoire libre entre les points ;
- le mouvement entre deux points via des points intermédiaires, spécifiés notamment pour éviter les obstacles, avec trajectoire libre entre les points intermédiaires ;
- le mouvement entre deux points avec trajectoire contrainte entre les points (trajectoire rectiligne par exemple) ;
- le mouvement entre deux points via des points intermédiaires avec trajectoire contrainte entre les points intermédiaires ;

Dans les deux premiers cas, la génération de mouvement peut se faire directement dans l'espace articulaire (voir figure III.1), dans les deux suivants, elle est décrite dans l'espace opérationnel (voir figure III.2). Le fondement mathématique de la génération de mouvements est le calcul d'une ou plusieurs fonctions d'interpolation qui construisent l'équation du mouvement à partir de contraintes spatiales et temporelles. La génération de mouvement dans l'espace articulaire présente plusieurs avantages [22],

- elle nécessite moins de calculs en ligne, puisqu'il n'y a pas d'appel au modèle géométrique ou cinématique inverse ;
- le mouvement n'est pas affecté par le passage sur les configurations singulières ;

- les contraintes de vitesses et de couples maximaux sont directement déduites des limites physiques des actionneurs.

En contrepartie, la géométrie de la trajectoire de l'outil dans l'espace opérationnel est imprévisible. Ce type de mouvement est par conséquent approprié pour réaliser des déplacements rapides dans un espace dégagé. La génération de mouvement dans l'espace opérationnel permet de contrôler la géométrie de la trajectoire. En revanche [22],

- elle implique la transformation en coordonnées articulaires de chaque point de la trajectoire ;
- elle peut être mise en échec lorsque la trajectoire calculée passe par une position singulière, ou lorsque la trajectoire impose une reconfiguration du robot ;

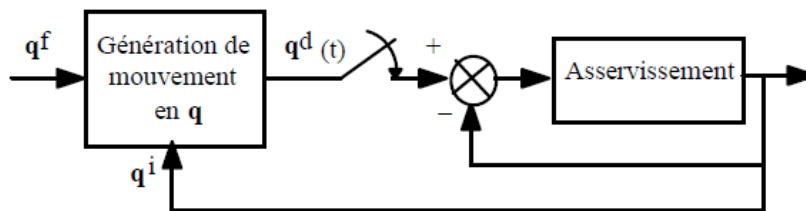


Figure III.1. Génération de mouvement dans l'espace articulaire [22].

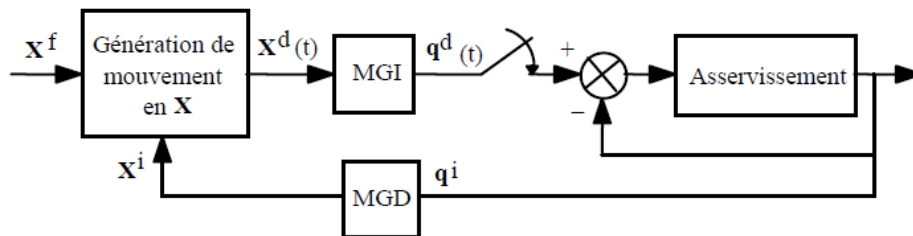


Figure III.2. Génération de mouvement dans l'espace opérationnel [22].

(les exposants i, f et d désignent respectivement les positions initiales, finales et désirées)

III.3. Mouvements entre deux points dans l'espace articulaire

III.3.1. Trajectoires polynomiales

Dans le cas le plus simple, un mouvement est défini par l'attribution aux instants initiale et finale t_0 et t_1 , les conditions sur la position, la vitesse et l'accélération. D'un point de vue mathématique, le problème est alors de trouver la fonction,

$$q = q(t), \quad t \in [t_0, t_1] \quad (\text{III.1})$$

Où les $n + 1$ coefficients a_i sont déterminés de telle sorte que les contraintes initiales et finales sont satisfaites. Le degré n du polynôme dépend du nombre de conditions à satisfaire

et de la "finesse" souhaitée du mouvement résultant. Étant donné que le nombre de conditions aux limites est généralement pair, le degré n du polynôme est impair, à savoir trois, cinq, sept, et ainsi de suite.

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n \quad (\text{III.2})$$

En général, outre les conditions initiales et finales sur la trajectoire, d'autres conditions peuvent être imposées aux dérivées temporelles de la trajectoire (vitesse, accélération, jerk, ...) à des instants génériques $t_j \in [t_0, t_1]$. En d'autres termes, on pourrait être intéressé par la détermination d'une fonction polynomiale $q(t)$ dont la $k^{\text{ième}}$ dérivée temporelle prend une valeur bien spécifiée à un instant donné t_j , $q^{(k)}(t_j)$. Mathématiquement, ces conditions peuvent être décrites comme [27, 28, 43, 56, 59, 61, 68],

$$k! a_k + (k+1)! a_{k+1} t_j + \dots + \frac{n!}{(n-k)!} a_n t_j^{n-k} = q^{(k)}(t_j) \quad (\text{III.3})$$

Où, sous la forme matricielle,

$$\mathbf{M} \mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (\text{III.4})$$

Avec, \mathbf{M} une matrice $(n+1) \times (n+1)$, \mathbf{b} le vecteur des $(n+1)$ conditions à satisfaire, $\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_n]^T$ le vecteurs des paramètres du polynôme à déterminer.

(a)-Trajectoires linéaires (à vitesse constante).

$$q(t) = a_0 + a_1(t - t_0) \quad (\text{III.5})$$

Les paramètres a_0 et a_1 , sont calculés comme la solution du système,

$$\begin{cases} q(t_0) = q_0 = a_0 \\ q(t_1) = q_1 = a_0 + a_1(t_1 - t_0) \end{cases} \quad , \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.6})$$

Avec, $T = t_1 - t_0$

$$\begin{cases} a_0 = q_0 \\ a_1 = \frac{q_1 - q_0}{t_1 - t_0} = \frac{h}{T} \end{cases} \quad \dot{q}(t) = \frac{h}{T} = a_1 \quad (\text{III.7})$$

(b)-Trajectoires paraboliques (à accélération constante).

Cette trajectoire est caractérisée avec une accélération à valeur absolue constante, et à signes opposés dans les phases d'accélération/décélération. Analytiquement, elle est composée de deux polynômes des deuxièmes degrés ; le premier pour la phase t_0 à t_f (le point de flexion), et le deuxième pour la phase t_f à t_1 .

Considérons le cas d'une trajectoire symétrique par rapport à son point milieu défini par,

$$t_f = \frac{t_0 + t_1}{2}, \quad q_f = q(t_f) = \frac{q_0 + q_1}{2}$$

Notons que dans ce cas,

$$T_a = t_f - t_0 = \frac{T}{2}; \quad q_f - q_0 = \frac{h}{2}$$

Dans la première phase (phase d'accélération), la trajectoire est définie comme,

$$q_a(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2, \quad t \in [t_0, t_f] \quad (\text{III.8})$$

Les paramètres a_0 , a_1 et a_2 sont déterminés à partir des conditions imposées à la trajectoire aux points q_0 , q_f et la condition initiale de la vitesse v_0 .

$$\begin{cases} q_a(t_0) = q_0 = a_0 \\ q_a(t_f) = q_f = a_0 + a_1(t_f - t_0) + a_2(t_f - t_0)^2 \\ \dot{q}_a(t_0) = v_0 = a_1 \end{cases}$$

On obtient,

$$a_0 = q_0; \quad a_1 = v_0; \quad a_2 = \frac{2}{T^2}(h - v_0T) \quad (\text{III.9})$$

Durant la deuxième phase (phase de décélération), la trajectoire est définie comme,

$$q_b(t) = a_3 + a_4(t - t_f) + a_5(t - t_f)^2, \quad t \in [t_f, t_1] \quad (\text{III.10})$$

Si v_1 est la vitesse imposée à l'instant finale $t=t_1$,

$$\begin{cases} q_b(t_f) = q_f = a_3 \\ q_b(t_1) = q_1 = a_3 + a_4(t_1 - t_f) + a_5(t_1 - t_f)^2 \\ \dot{q}_b(t_1) = v_1 = a_4 + 2a_5(t_1 - t_f) \end{cases}$$

Alors,

$$a_3 = q_f = \frac{q_0 + q_1}{2}; \quad a_4 = 2\frac{h}{T} - v_1; \quad a_5 = 2\frac{h}{T^2}(v_1T - h) \quad (\text{III.11})$$

L'expression globale de la trajectoire est donnée par,

1. Phase d'accélération $t \in [t_0, t_f]$

$$\begin{cases} q_a(t) = q_0 + v_0(t - t_0) + \frac{2}{T^2}(h - v_0T)(t - t_0)^2 \\ \dot{q}_a(t) = v_0 + \frac{4}{T^2}(h - v_0T)(t - t_0) \\ \ddot{q}_a(t) = \frac{4}{T^2}(h - v_0T) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

2. Phase de décélération $t \in [t_f, t_1]$

$$\begin{cases} q_b(t) = q_f + \left(2\frac{h}{T} - v_1\right)(t - t_f) + 2\frac{h}{T^2}(v_1T - h)(t - t_f)^2 \\ \dot{q}_b(t) = 2\frac{h}{T} - v_1 + 4\frac{h}{T^2}(v_1T - h)(t - t_f) \\ \ddot{q}_b(t) = 4\frac{h}{T^2}(v_1T - h) \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Notons que la vitesse au point d'inflexion atteint son maximum,

$$v_{max} = \dot{q}_a(t_f) = 2\frac{h}{T} - v_0$$

- Si $v_0=0$, on remarque que la vitesse résultante a doublé par rapport au mouvement précédent à vitesse constante. Le jerk est toujours nul sauf au point d'inflexion, où l'accélération change de signe, où il prend une valeur infinie.
- Si $v_0 \neq v_1$, le profile de vitesse est discontinu à l'instant $t=t_f$.

(c)-Trajectoires cubiques (à jerk constant).

Dans ce cas les positions et les vitesses sont imposées aux extrémités de la trajectoire,

$$\begin{cases} q(t_0) = q_0 \\ q(t_1) = q_1 \\ \dot{q}(t_0) = v_0 \\ \dot{q}(t_1) = v_1 \end{cases}$$

$$q(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 + a_3(t - t_0)^3, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (\text{III.14})$$

Les quatre paramètres sont données par,

$$\begin{cases} a_0 = q_0 \\ a_1 = v_0 \\ a_2 = \frac{3h - (2v_0 + v_1)T}{T^2} \\ a_3 = \frac{-2h + (v_0 + v_1)T}{T^3} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

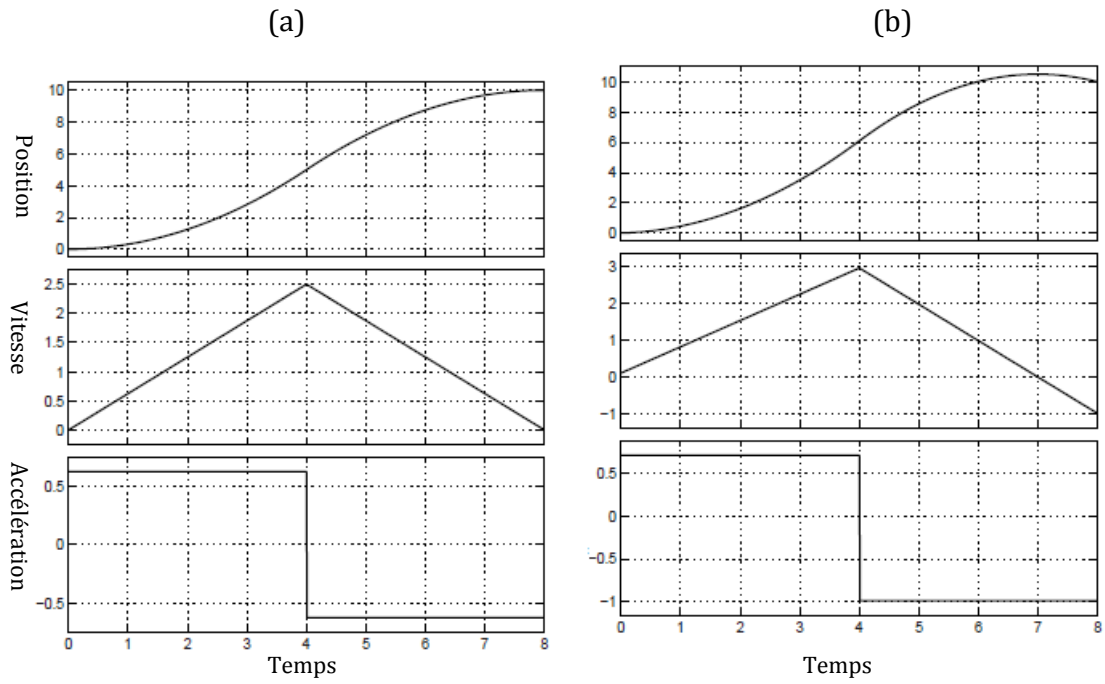


Figure III.3. Trajectoires paraboliques: (a)- $v_1=v_0=0$. (b)- $v_0 > v_1$.

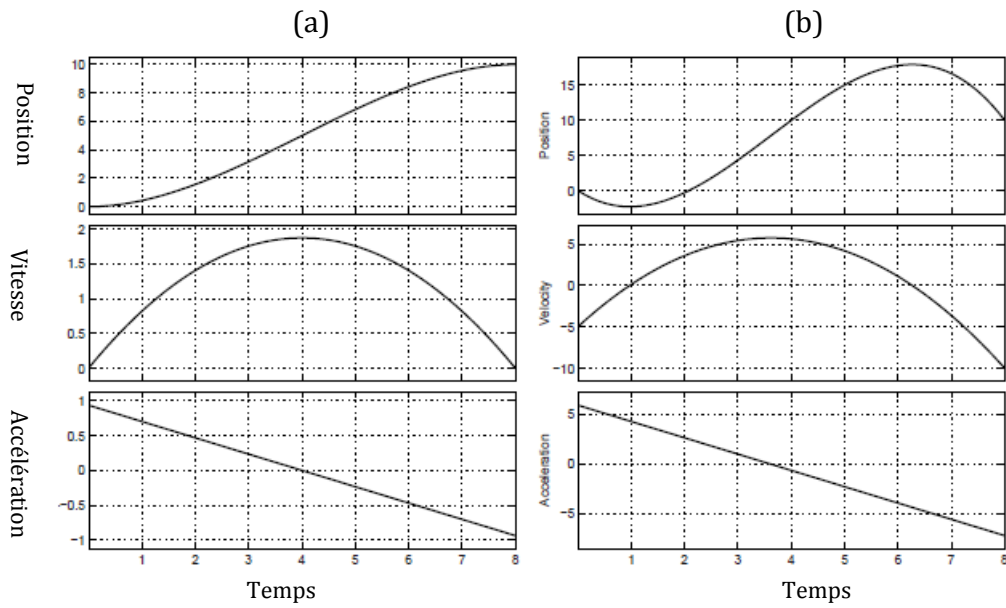


Figure III.4. Trajectoires cubiques (à jerk constant): (a)- $v_1=v_0=0$. (b)- $v_0, v_1 < 0$.

III.3.2. Trajectoires trigonométriques

Dans cette section, les expressions analytiques des trajectoires basées sur des fonctions trigonométriques seront décrites. Ces trajectoires présentent des dérivées non nulles pour n'importe quel ordre [28, 59, 68]. Cependant, ces dérivées peuvent être discontinues aux instants t_0 et t_1 .

(a)-Trajectoires harmoniques.

Un mouvement harmonique est caractérisé par un profil d'accélération proportionnel au profil de position, avec un signe opposé. La description mathématique du mouvement harmonique peut être déduite graphiquement de la figure ci-dessous,

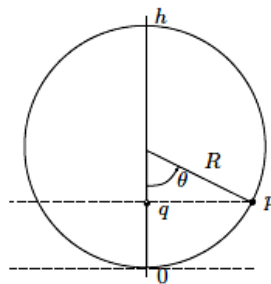


Figure III. 5. Construction géométrique du mouvement harmonique.

Dans le cas général, la trajectoire harmonique est définie comme [68],

$$q(t) = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi(t - t_0)}{T} \right) + q_0 \quad (\text{III. 16})$$

Avec, $h = q_1 - q_0$ et $T = t_1 - t_0$, d'où,

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \frac{\pi h}{2T} \sin \frac{\pi(t - t_0)}{T} \\ \ddot{q}(t) = \frac{\pi^2 h}{2T^2} \cos \frac{\pi(t - t_0)}{T} \\ q^{(3)}(t) = -\frac{\pi^3 h}{2T^3} \sin \frac{\pi(t - t_0)}{T} \end{cases} \quad (\text{III. 17})$$

(b)- Mouvements cycloïdales.

Le mouvement harmonique présente une accélération discontinue, figure III.8b, et donc un jerk infini aux instants t_0 et t_1 . Cette discontinuité peut engendrer des effets indésirables. Pour surmonter cet inconvénient, un profil d'accélération continu peut être obtenu avec une trajectoire cycloïdale, décrite par un cercle de circonférence h roulant le long d'une droite, figure III.6 [68].

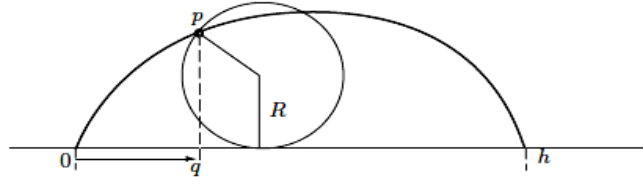


Figure III.6. Construction géométrique du mouvement cycloïdale.

$$q(t) = (q_1 - q_0) \left(\frac{t - t_0}{t_1 - t_0} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi(t - t_0)}{t_1 - t_0} \right) + q_0$$

$$= h \left(\frac{t - t_0}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi(t - t_0)}{T} \right) + q_0 \quad (\text{III. 18})$$

D'où,

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \frac{\pi}{T} \left(1 - \cos \frac{2\pi(t - t_0)}{T} \right) \\ \ddot{q}(t) = \frac{2\pi h}{T^2} \sin \frac{2\pi(t - t_0)}{T} \\ q^{(3)}(t) = -\frac{4\pi^2 h}{2T^3} \cos \frac{2\pi(t - t_0)}{T} \end{cases}$$

(c)- Trajectoires elliptiques.

Comme pour le cas d'une trajectoire harmonique, une trajectoire elliptique est obtenue par la projection d'un point se déplaçant sur une ellipse, sur le petit rayon [68],

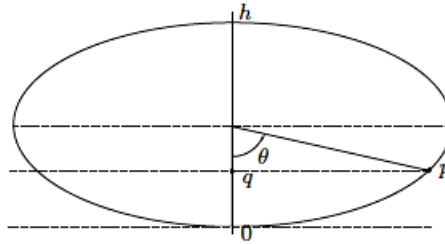


Figure III.7. Construction géométrique du mouvement elliptique.

$$q(t) = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{\cos \frac{\pi(t - t_0)}{T}}{\sqrt{1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t - t_0)}{T}}} \right) + q_0 \quad (\text{III. 19})$$

Avec $\alpha = \frac{n^2-1}{n^2}$, n est le rapport entre le rayon majeur et mineur de l'ellipse.

Il est clair que le mouvement harmonique est obtenu en mettant $n=1$.

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \frac{\pi h}{2T} \frac{\sin \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{n^2 \sqrt{\left(1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}\right)^3}} \\ \ddot{q}(t) = \frac{\pi^2 h}{2T^2} \cos\left(\frac{\pi(t-t_0)}{T}\right) \frac{1 + 2\alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}}{n^2 \sqrt{\left(1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi(t-t_0)}{T}\right)^5}} \end{cases} \quad (\text{III. 20})$$

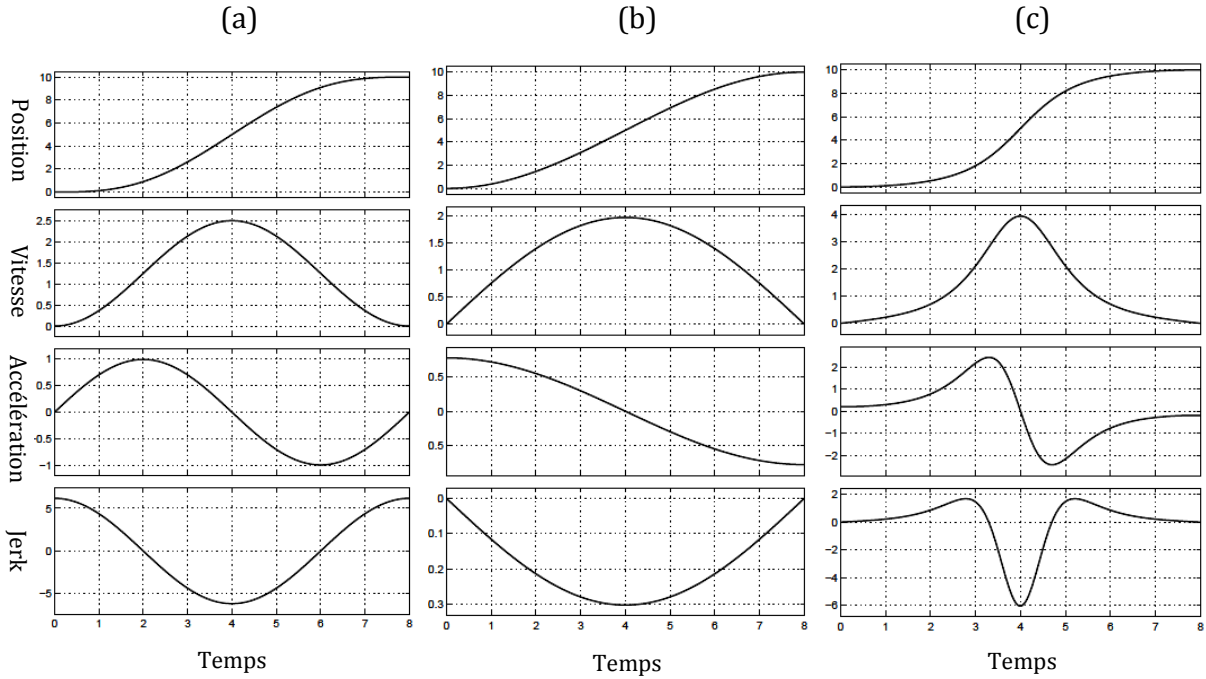


Figure III.8. Trajectoires trigonométriques: (a)- harmoniques. (b)- cycloïdales. (c)-elliptiques.

III.3.3. Composition des trajectoires élémentaires (Mouvements à sept segments)

La figure III. 9 montre une série de sept segments, chacun lié à un mouvement élémentaire. Nous souhaitons que $q(t)$ soit de classe C^2 sur $[T_0, T_f]$, et donc $\dot{q}(t)$ de classe C^1 et $\ddot{q}(t)$ de classe C^0 sur le même intervalle. Ceci afin de garantir un lissage minimum de la courbe de position aux instants de commutation. En chacun de ces points de commutation, ceci se traduit par des contraintes égalités entre les limites à gauche et à droite des positions, vitesses et accélérations [68-70].

Les trois phases d'accélération (de durée T_a), de vitesse constante, de durée (T_v) et de décélération (de durée T_d) sont divisées en sept segments,

1. Mouvement à jerk maximal sur $[T_0, T_{j1}]$ de durée T_{j1}
2. Mouvement à accélération maximale sur $[T_{j1}, T_d - T_{j1}]$ de durée T_{a1}

3. Mouvement à jerk minimal sur $[T_d - T_{j1}, T_a]$ de durée T_{j1}
4. Mouvement à vitesse maximale sur $[T_a, T_a + T_v]$ de durée T_v
5. Mouvement à jerk minimal sur $[T - T_d, T - T_d + T_{j2}]$ de durée T_{j2}
6. Mouvement à accélération minimale sur $[T - T_d + T_{j2}, T - T_{j2}]$ de durée T_{a2}
7. Mouvement à jerk maximal sur $[T - T_{j2}, T]$ de durée T_{j2}

La durée totale de la trajectoire T ,

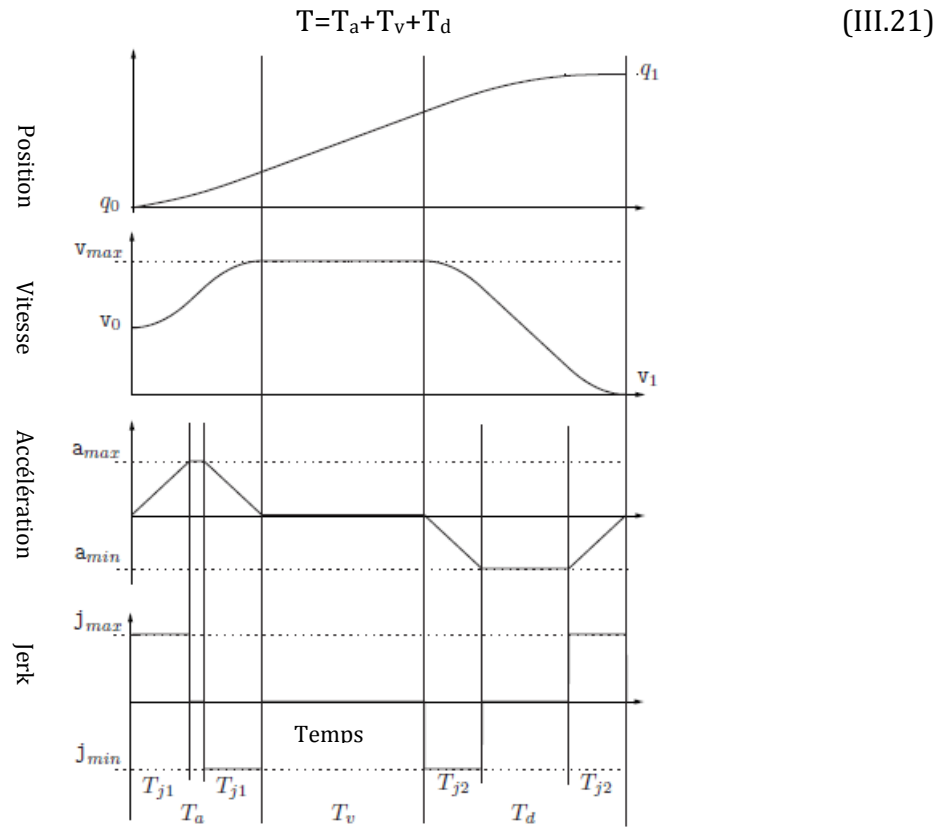


Figure III.9. Trajectoires à sept segments.

Supposons que,

$$j_{\min} = -j_{\max}, \quad a_{\min} = -a_{\max}, \quad v_{\min} = -v_{\max}$$

Où j_{\min} et j_{\max} sont respectivement les valeurs minimales et maximales du jerk. Avec ces conditions, il est préférable de construire la trajectoire qui atteint ces valeurs limites du jerk, d'accélération et de vitesse tout en minimisant la durée totale T de la trajectoire.

Considérons le cas $q_1 > q_0$, et supposons les conditions aux limites,

$$\begin{aligned} \dot{q}(t_0) &= v_0, & \dot{q}(t_1) &= v_1 \\ \ddot{q}(t_0) &= 0, & \ddot{q}(t_1) &= 0 \end{aligned}$$

Etant donné les valeurs maximales du jerk, d'accélération, de vitesse, et le déplacement désiré $h = q_1 - q_0$, la trajectoire est donnée par les expressions (III.35)-(III.37). Cependant, on doit s'assurer que la trajectoire est réalisable pour les contraintes fixées. Par exemple le cas où le déplacement désiré h est inférieur par rapport à la différence de vitesses v_0 et v_1 , il se peut qu'il n'est pas possible de faire varier la vitesse (sous les contraintes imposées) en accomplissant le déplacement h . pour cette raison définissons l'intervalle,

$$T_j^* = \min \left\{ \sqrt{\frac{|v_1 - v_0|}{j_{\max}}}, \frac{a_{\max}}{j_{\max}} \right\} \quad (\text{III. 22})$$

Si $T_j^* = \frac{a_{\max}}{j_{\max}}$, l'accélération atteint son maximum, et un segment à jerk nul peut exister.

Donc, la trajectoire est réalisable si,

$$q_1 - q_0 > \begin{cases} T_j^*(v_0 + v_1) & \text{Si } T_j^* < \frac{a_{\max}}{j_{\max}} \\ \frac{1}{2}(v_0 + v_1) \left[T_j^* + \frac{|v_1 - v_0|}{a_{\max}} \right] & \text{Si } T_j^* = \frac{a_{\max}}{j_{\max}} \end{cases} \quad (\text{III. 23})$$

Si cette inégalité est vraie, il est possible de calculer les paramètres de la trajectoire. Dans ce cas, définissons la valeur maximale atteinte par la vitesse durant le mouvement,

$$v_{\text{lim}} = \max(\dot{q}(t)) \quad (\text{III.24})$$

Il existe de cas,

- Cas 1 : $v_{\text{lim}} = v_{\text{max}}$
- Cas 2 : $v_{\text{lim}} < v_{\text{max}}$

Dans le deuxième cas, qui ne peut se vérifier qu'après le calcul des paramètres de la trajectoire, la vitesse maximale n'est pas atteinte, et il n'y a que les phases d'accélération et de décélération (pas de segment à vitesse constante).

Dans ces deux cas, il est possible que l'accélération maximale (positive ou négative) ne soit pas atteinte.

• **Cas 1:** $v_{\text{lim}} = v_{\text{max}}$

Pour vérifier si les accélérations maximales et minimales ($a_{\min} = -a_{\max}$) sont atteintes, considérons les conditions suivantes,

$$\text{○ Si } (v_{\text{max}} - v_0)j_{\max} < a_{\max}^2, \quad a_{\max} \text{ n'est pas atteinte} \quad (\text{III.25})$$

$$\text{○ Si } (v_{\text{max}} - v_1)j_{\max} < a_{\max}^2, \quad a_{\min} \text{ n'est pas atteinte} \quad (\text{III.26})$$

Donc, si (III.25) est vérifiée, les intervalles des segments d'accélération peuvent être calculés comme,

$$T_{j1} = \sqrt{\frac{v_{\max} - v_0}{j_{\max}}}, \quad T_a = 2T_{j1} \quad (\text{III. 27})$$

Sinon,

$$T_{j1} = \frac{a_{\max}}{j_{\max}}, \quad T_a = T_{j1} + \frac{v_{\max} - v_0}{a_{\max}} \quad (\text{III. 28})$$

Si (III.26) est vérifiée, les intervalles des segments d'accélération peuvent être calculés comme,

$$T_{j2} = \sqrt{\frac{v_{\max} - v_1}{j_{\max}}}, \quad T_d = 2T_{j2} \quad (\text{III. 29})$$

Sinon,

$$T_{j2} = \frac{a_{\max}}{j_{\max}}, \quad T_d = T_{j2} + \frac{v_{\max} - v_1}{a_{\max}} \quad (\text{III. 30})$$

Finalement, il est possible de déterminer la durée du segment à vitesse constante,

$$T_v = \frac{q_1 - q_0}{v_{\max}} - \frac{T_a}{2} \left(1 + \frac{v_0}{v_{\max}}\right) - \frac{T_d}{2} \left(1 + \frac{v_1}{v_{\max}}\right) \quad (\text{III. 31})$$

Si $T_v > 0$, la vitesse maximale est atteinte, et les valeurs calculées par les expressions (III.27)-(III.31) sont utilisées pour calculer la trajectoire.

Si $T_v < 0$, cela indique que la vitesse limite v_{lim} est inférieure à la vitesse maximale, et donc le deuxième cas doit être considéré.

- **Cas 2 :** $v_{\text{lim}} < v_{\max}$

Dans ce cas le segment à vitesse constante n'existe pas ($T_v=0$). Les durées d'accélération et de décélération sont facilement calculées quand les accélérations maximales/minimales sont atteintes,

$$T_{j1} = T_{j2} = T_j = \frac{a_{\max}}{j_{\max}} \quad (\text{III. 32a})$$

Et,

$$T_a = \frac{\frac{a_{\max}^2}{j_{\max}} - 2v_0 + \sqrt{\Delta}}{2a_{\max}}, \quad T_d = \frac{\frac{a_{\max}^2}{j_{\max}} - 2v_1 + \sqrt{\Delta}}{2a_{\max}} \quad (\text{III. 32b})$$

Avec,

$$\Delta = \frac{a_{\max}^4}{j_{\max}^2} + 2(v_0^2 + v_1^2) + a_{\max} \left(4(q_1 - q_0) - 2 \frac{a_{\max}}{j_{\max}} (v_0 + v_1) \right) \quad (\text{III. 33})$$

Si $T_a < 2T_j$ ou $T_d < 2T_j$, l'accélération maximale (minimale) ne sera pas atteinte sur au moins un segment, et donc il n'est pas possible d'utiliser les équations (III.32a) et (III.32b).

Dans ce cas, il est très difficile de déterminer les paramètres de la trajectoire. Une solution sous optimale est obtenue en diminuant $a_{\max} = \gamma a_{\max}$ ($0 < \gamma < 1$) et en calculant les durées des segments de nouveau avec (III.32 a) et (III.32 b), jusqu'à les conditions $T_a > 2T_j$ et $T_d > 2T_j$ soient satisfaites.

Il faut souligner que lors des calculs récursifs, il se peut que T_a ou T_d devienne négative. Dans ce cas, seulement une phase de décélération ou d'accélération existe.

- Si $T_a < 0$, donc $v_0 > v_1$ la phase d'accélération n'existe pas, alors T_a est mise à 0.

$$T_d = 2 \frac{q_1 - q_0}{v_0 + v_1} \quad (\text{III. 34a})$$

$$T_{j2} = \frac{j_{\max} (q_1 - q_0) - \sqrt{j_{\max} (j_{\max} (q_1 - q_0)^2 + (v_0 + v_1)^2 (v_1 - v_0))}}{j_{\max} (v_1 + v_0)} \quad (\text{III. 34b})$$

- Si $T_d < 0$, donc $v_1 > v_0$ la phase de décélération n'existe pas, alors T_d est mise à 0.

$$T_a = 2 \frac{q_1 - q_0}{v_0 + v_1} \quad (\text{III. 35a})$$

$$T_{j1} = \frac{j_{\max} (q_1 - q_0) - \sqrt{j_{\max} (j_{\max} (q_1 - q_0)^2 + (v_0 + v_1)^2 (v_1 - v_0))}}{j_{\max} (v_1 + v_0)} \quad (\text{III. 35b})$$

Après avoir calculé la durée de chaque segment, il est possible de calculer les valeurs maximales/minimales de l'accélération et de la vitesse,

$$a_{\lim a} = j_{\max} T_{j1}, \quad a_{\lim d} = j_{\max} T_{j2} \quad (\text{III.36})$$

$$v_{\lim} = v_0 + (T_a - T_{j1})a_{\lim a} = v_1 - (T_d - T_{j2})a_{\lim d} \quad (\text{III.37})$$

L'expression de la trajectoire pour chaque segment est définie comme [68, 69],

1. Phase d'accélération $t \in [0, T_a]$

(a)- Mouvement à jerk constant $t \in [0, T_j]$

$$\begin{cases} q(t) = q_0 + v_0 t + j_{\max} \frac{t^3}{6} \\ \dot{q}(t) = v_0 + j_{\max} \frac{t^2}{2} \\ \ddot{q}(t) = j_{\max} t \\ q^{(3)}(t) = j_{\max} \end{cases} \quad (\text{III.38a})$$

(b)-Mouvement à accélération constante $t \in [T_j, T_a - T_j]$

$$\begin{cases} q(t) = q_0 + v_0 t + \frac{a_{\text{lim a}}}{6} (3t^2 - 3T_{j1}t + T_{j1}^2) \\ \dot{q}(t) = v_0 + a_{\text{lim a}} \left(t - \frac{T_{j1}}{2} \right) \\ \ddot{q}(t) = j_{\text{max}} T_{j1} = a_{\text{lim a}} \\ q^{(3)}(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.38b})$$

(c)-Mouvement à jerk constant $t \in [T_a - T_j, T_a]$

$$\begin{cases} q(t) = q_0 + (v_{\text{lim}} + v_0) \frac{T_a}{2} - v_{\text{lim}} (T_a - t) - j_{\text{min}} \frac{(T_a - t)^3}{6} \\ \dot{q}(t) = v_{\text{lim}} + j_{\text{min}} \frac{(T_a - t)^2}{2} \\ \ddot{q}(t) = -j_{\text{min}} (T_a - t) \\ q^{(3)}(t) = j_{\text{min}} = -j_{\text{max}} \end{cases} \quad (\text{III.38c})$$

2. Mouvement à vitesse constante $t \in [T_a, T_a + T_v]$

$$\begin{cases} q(t) = q_0 + (v_{\text{lim}} + v_0) \frac{T_a}{2} + v_{\text{lim}} (T_a - t) \\ \dot{q}(t) = v_{\text{lim}} \\ \ddot{q}(t) = 0 \\ q^{(3)}(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

3. Phase de décélération $t \in [T - T_d, T]$

(a)-Mouvement à jerk constant $t \in [T - T_d, T - T_d + T_j]$

$$\begin{cases} q(t) = q_1 - (v_{\text{lim}} + v_1) \frac{T_d}{2} + v_{\text{lim}} (t - T + T_d) - j_{\text{max}} \frac{(t - T + T_d)^3}{6} \\ \dot{q}(t) = v_{\text{lim}} - j_{\text{max}} \frac{(t - T + T_d)^2}{2} \\ \ddot{q}(t) = -j_{\text{max}} (t - T + T_d) \\ q^{(3)}(t) = j_{\text{min}} = -j_{\text{max}} \end{cases} \quad (\text{III.40a})$$

(b)-Mouvement à accélération constante $t \in [T - T_d + T_j, T - T_j]$

$$\begin{cases} q(t) = q_1 - (v_{\text{lim}} + v_1) \frac{T_d}{2} + v_{\text{lim}} (t - T + T_d) + \\ + \frac{a_{\text{lim d}}}{6} (3(t - T + T_d)^2 - 3T_{j2}(t - T + T_d) + T_{j2}^2) \\ \dot{q}(t) = v_{\text{lim}} + a_{\text{lim d}} \left(t - T + T_d - \frac{T_{j2}}{2} \right) \\ \ddot{q}(t) = -j_{\text{max}} T_{j2} = a_{\text{lim d}} \\ q^{(3)}(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.40b})$$

(c)-Mouvement à jerk constant $t \in [T - T_j, T]$

$$\begin{cases} q(t) = q_1 - v_1(T - t) - j_{\max} \frac{(T - t)^3}{6} \\ \dot{q}(t) = v_1 + j_{\max} \frac{(T - t)^2}{2} \\ \ddot{q}(t) = -j_{\max} (T - t) \\ q^{(3)}(t) = j_{\max} \end{cases} \quad (\text{III. 40c})$$

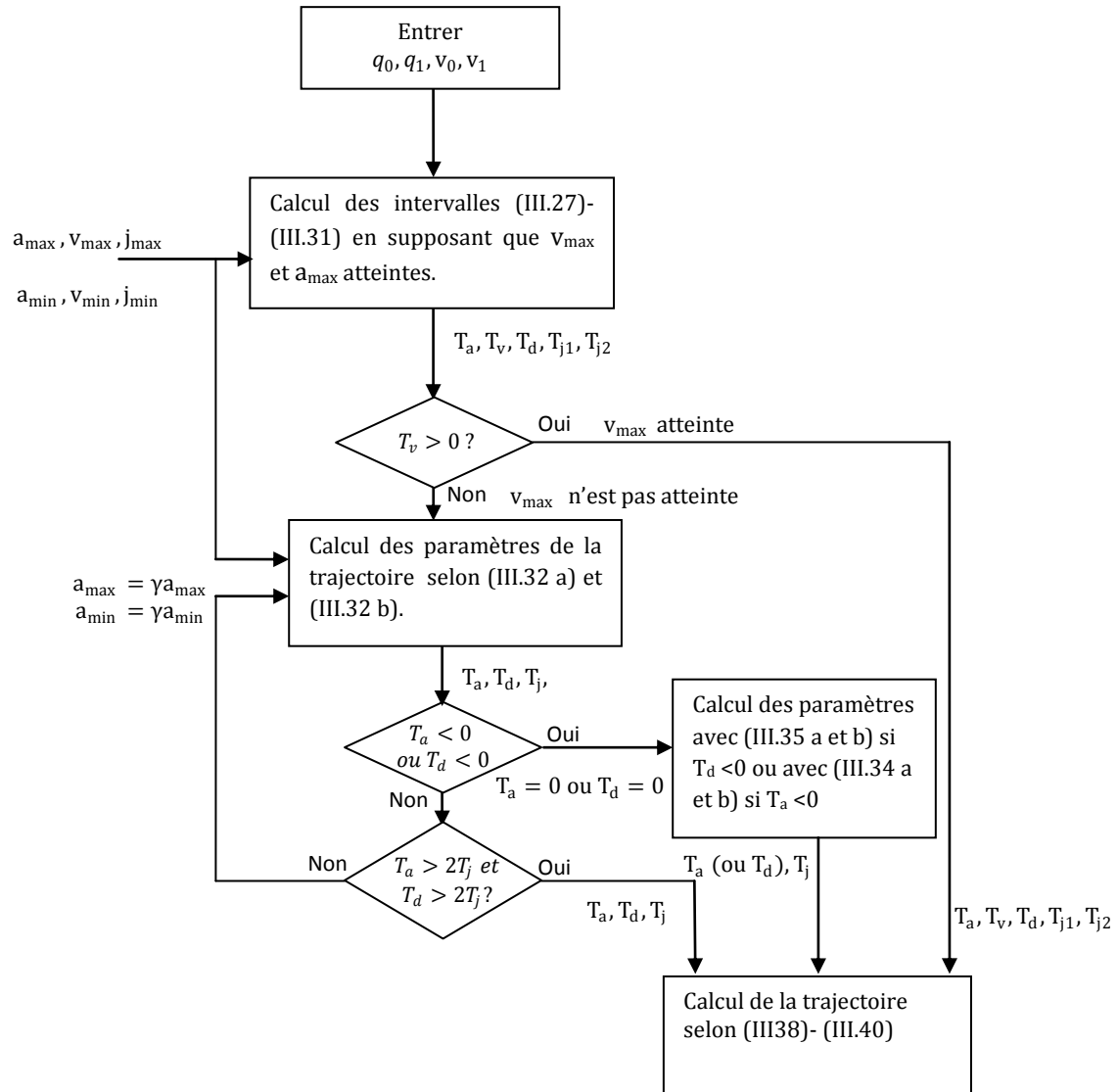


Figure III. 10. Algorithme de calcul de la trajectoire à sept segments [68].

III.4. Génération de mouvement dans l'espace opérationnel

Pour certaines applications, il est nécessaire de contrôler la trajectoire de l'organe terminal au cours du temps par une loi horaire.

III.4.1. Définition de la trajectoire

La trajectoire de l'organe terminal (position et orientation) peut être décrite à l'aide d'un arc paramétré $s(u)$ dans l'espace opérationnel, $s(u)$ étant de classe C^2 et défini de $[0; 1]$ dans \mathcal{R}^3 .

Afin de déterminer la loi horaire de l'organe terminal, on utilise l'abscisse curviligne et un profil de vitesse. L'abscisse curviligne de $\mathbf{P}(u)$ est définie par [27, 68],

$$s(u) = \int_0^u \left\| \frac{d\mathbf{P}}{du} \right\| du \quad (\text{III. 41})$$

On souhaite généralement imposer une vitesse tangentielle constante v sur cette trajectoire, soit,

$$\frac{ds}{dt}(u) = v(u) = \frac{d}{dt} \int_0^u \left\| \frac{d\mathbf{P}}{du} \right\| du \quad (\text{III. 42})$$

III.4.2. Définition d'une trajectoire par les primitives de mouvement

(a)- Mouvements rectilignes

Pour une trajectoire rectiligne entre une position initiale \mathbf{P}_0 et une position finale \mathbf{P}_1 , on a [27, 28, 59, 68],

$$\mathbf{P}(u) = \mathbf{P}_0 + (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0)u \quad (\text{III.43})$$

Si on souhaite imposer une vitesse v constante sur cette trajectoire, le temps de parcours est T , alors,

$$v = \frac{\|\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0\|}{T} \quad (\text{III. 44})$$

Et donc,

$$u(t) = \frac{t}{T} = \frac{v}{\|\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0\|} t \quad (\text{III. 45})$$

La loi horaire dans l'espace opérationnel s'écrit au final,

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0 + \frac{(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0)}{\|\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0\|} vt \quad (\text{III. 46})$$

(b)- Mouvements circulaires

Un autre mouvement typique, est le mouvement à travers un arc circulaire à partir d'un point P_0 avec un centre situé sur un axe défini par le vecteur unitaire z_1 est un point générique d [27, 68] (Voir figure III.11).

Définissant d'abord le vecteur r ,

$$r = P_0 - d \quad (III.47)$$

Le centre de mouvement o_1 est défini comme,

$$o_1 = d + (r^T z_1) z_1 \quad (III.48)$$

Par conséquent le rayon du mouvement est donné par,

$$\rho = \|P_0 - o_1\| \quad (III.49)$$

La représentation paramétrique de l'arc circulaire dans le repaire \mathcal{R}_1 ,

$$P_1(u) = \begin{bmatrix} \rho \cos u \\ \rho \sin u \\ 0 \end{bmatrix}, \quad 0 \leq u \leq \theta \quad (III.50)$$

Cet arc est défini dans le repaire de base \mathcal{R}_0 par l'expression,

$$P_1(u) = o_1 + RP_1(u) \quad (III.51)$$

Avec R est la matrice de rotation du repaire \mathcal{R}_1 dans le repaire \mathcal{R}_0 .

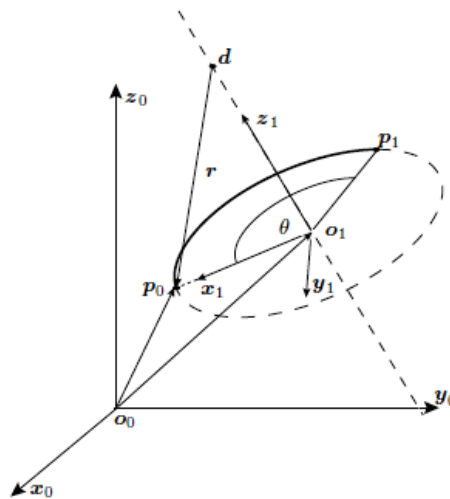


Figure III. 11. Mouvement à travers un arc circulaire.

III.4.3. Orientation de l'organe terminal

L'orientation de l'organe terminal est généralement exprimée par une matrice de rotation composée de trois vecteurs orthonormés définissant l'orientation de l'organe terminal par rapport au repaire de base.

$$\mathbf{R} = [\mathbf{n} \ \mathbf{s} \ \mathbf{a}] \quad (\text{III.52})$$

Par conséquent, pour définir l'orientation de l'O.T à chaque position de la trajectoire désirée, une matrice de rotation \mathbf{R}_k doit être spécifiée à chaque point \mathbf{p}_k est une technique d'interpolation est utilisée entre ces points [27, 28, 59, 68].

(a)- Cas ou la position et l'orientation de l'organe terminal sont indépendantes

Etant donné deux bases avec des origines communes, il est toujours possible de trouver un vecteur \mathbf{w} , ou le repaire final peut être obtenu par le moyen d'une rotation ν autour de l'axe \mathbf{w} .

Supposons que la base initiale \mathcal{R}_0 est donnée par la matrice de rotation \mathbf{R}_0 dans le repaire de base ; et la finale \mathcal{R}_F est donnée par la matrice de rotation \mathbf{R}_1 dans le repaire de base. La matrice décrivant cette transformation [27, 28, 59, 68],

$$\mathbf{R}_0^1 = \mathbf{R}_0^T \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{III.53})$$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2 \sin \theta_t} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (\text{III.54})$$

Avec,

$$\theta_t = \left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2} \right) \quad (\text{III.55})$$

Le mouvement de l'O.T de \mathcal{R}_0 à \mathcal{R}_F est défini comme,

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}_0 \mathbf{R}_t(\theta(t)) \quad (\text{III.56})$$

Où $\mathbf{R}_t(\theta(t))$ est une matrice dépendante du temps,

$$\mathbf{R}_t(0) = I, \quad \mathbf{R}_t(\theta_t) = \mathbf{R}_0^1$$

$R_t(\theta)$ est définie comme,

$$R_t(\theta) = \begin{bmatrix} w_x^2(1 - C_\theta) + C_\theta & w_x w_y(1 - C_\theta) - w_z S_\theta & w_x w_z(1 - C_\theta) + w_y S_\theta \\ w_x w_y(1 - C_\theta) + w_z S_\theta & w_y^2(1 - C_\theta) + C_\theta & w_y w_z(1 - C_\theta) - w_x S_\theta \\ w_x w_z(1 - C_\theta) - w_y S_\theta & w_y w_z(1 - C_\theta) + w_x S_\theta & w_z^2(1 - C_\theta) + C_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{III.57})$$

A ce point, l'orientation de l'O.T de \mathcal{R}_0 à \mathcal{R}_F ne dépend que de θ , qu'il faut l'assigner la loi de mouvement $\theta(t)$.

(b)- Cas ou la position et l'orientation de l'organe terminal sont couplées

Dans beaucoup d'applications, la position et l'orientation dans l'espace opérationnel sont couplées. Dans ce cas, la technique utilisée consiste à utiliser l'orientation de la trajectoire à un point donné pour orienter l'O.T.

Supposons que la loi de la trajectoire est exprimée en fonction de la coordonnée curviligne s ,

$$\Gamma: s \mapsto \mathbf{P}(s) \quad s \in [0, l]$$

Il est possible de déterminer directement la base (base de Frenet) de cette trajectoire, définie par les trois vecteurs unitaires [27, 68],

- Le vecteur tangent e_t
- La Normale e_n
- La bi normale e_b

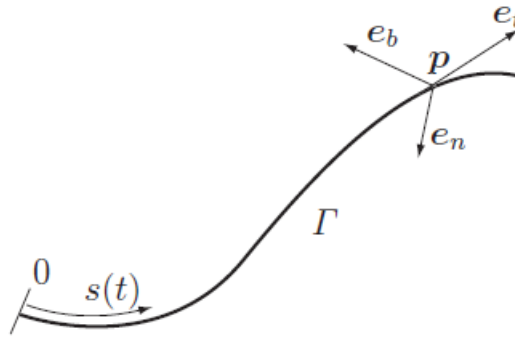


Figure III.12. Définition du repaire de Frenet sur une courbe donnée sous forme paramétrique.

Les vecteurs de cette base sont définis comme,

$$e_t = \frac{d\mathbf{P}}{ds}; \quad e_n = \frac{1}{\left| \frac{d^2\mathbf{P}}{ds^2} \right|} \frac{d^2\mathbf{P}}{ds^2}; \quad e_b = e_t \times e_n \quad (\text{III. 58})$$

III.4.4. Exemple de modélisation d'une trajectoire conique

Le mouvement de la pointe du robot consiste à suivre une courbe, bornée par deux points, sur la surface d'un cône, tout en restant perpendiculaire à cette surface comme indiqué sur les figures III.13 et III.14. Cette trajectoire a été présentée dans la référence [44].

Le cône est défini par sa hauteur H , le rayon de sa base R et son centre O_C , tel que,

$$\mathbf{O}_C = [x_C \ y_C \ z_C]^T \quad (\text{III.59})$$

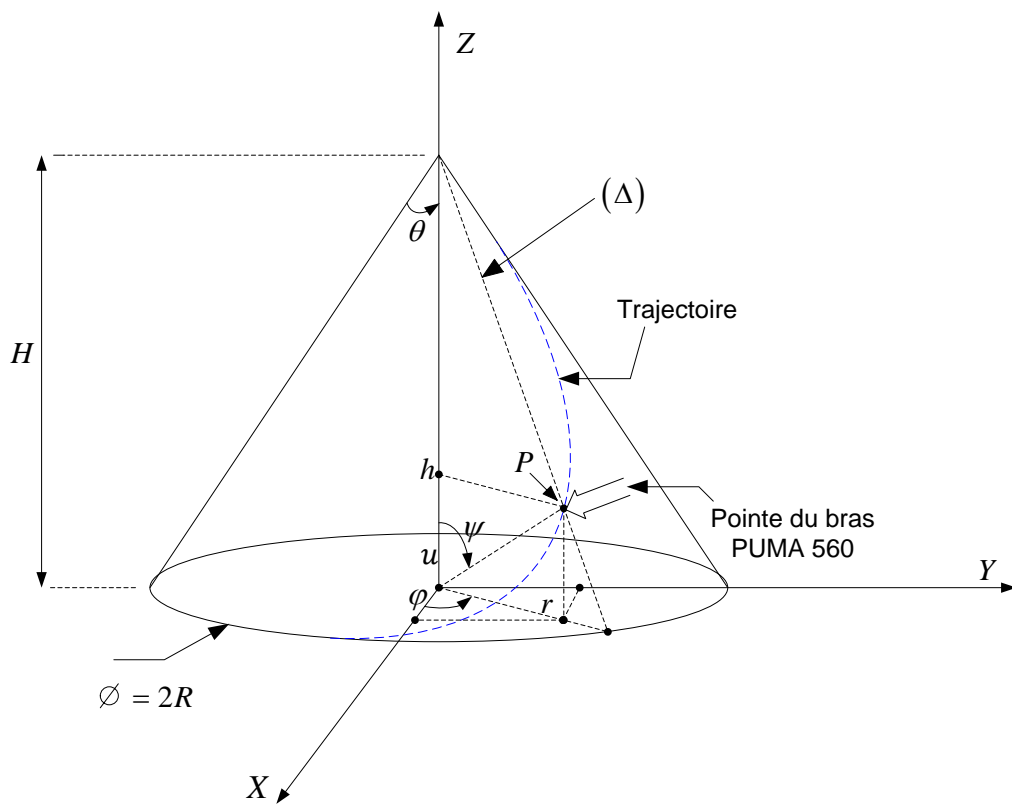


Figure III.13. Exemple d'une trajectoire conique.

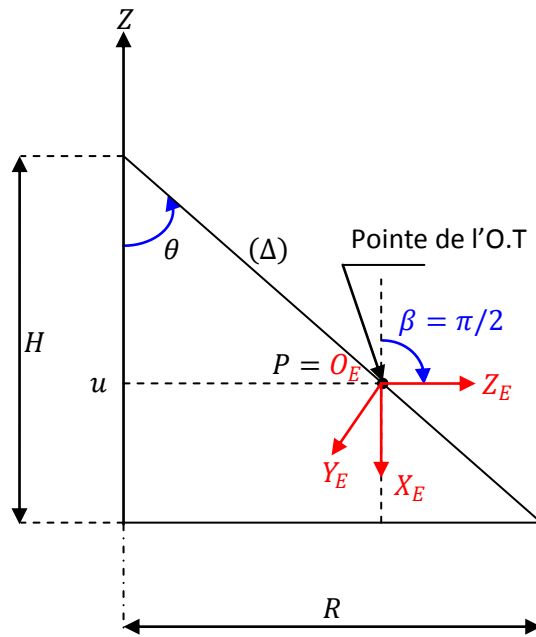


Figure III.14. Plan de coupe.

(a)-Equations de positionnement

La position du point P est repérée par le système d'équations suivant,

$$\begin{cases} P_X = X_C + r \cos \varphi \\ P_Y = Y_C + r \sin \varphi \\ P_Z = Z_C + u \end{cases} \quad \text{(III.60)}$$

Avec,

$$\begin{cases} \text{tg} \theta = \frac{R}{H} = \frac{r}{H - u} \\ r = (H - u) \frac{R}{H} \end{cases} \quad \text{(III.61)}$$

(b)-Equations d'angles d'Euler correspondant à l'orientation

La pointe du bras doit être parallèle à l'axe fixe Z au point P comme indiqué sur la figure II.14. Le point P se trouve sur le plan de coupe repéré par l'angle φ comme indiqué sur les figures III.13 et III.14, alors, l'angle $\alpha = \varphi$. Pour qu'on ait $Z_E // Z$, la condition sur l'angle β , est alors : $\beta = \pi/2$. De plus, l'angle γ peut être quelconque.

D'où l'orientation avec les angles d'Euler selon la représentation ZYZ est,

$$\begin{cases} \alpha = \varphi \\ \beta = \pi/2 \\ \gamma \text{ quelconque} \end{cases} \quad \text{(III.62)}$$

(d)-Génération de la trajectoire conique désirée

On choisit de générer u pour l'obtention de la trajectoire désirée. En appliquant la loi du mouvement à sept segments défini par la section III.3.3 sur la variable u considérée comme variable indépendante, on aura,

$$u^{(3)}(t) = \begin{cases} j_{\max} & \text{si } 0 \leq t \leq T_{j1} \\ -j_{\max} & \text{si } T_d - T_{j1} \leq t \leq T_a \\ -j_{\max} & \text{si } T - T_d \leq t \leq T - T_d + T_{j2} \\ j_{\max} & \text{si } T - T_{j2} \leq t \leq T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.63})$$

Par conséquent, les variables φ et r sont définies comme,

$$\begin{cases} \varphi(t) = k_1 u(t) + k_2 \\ r(t) = (H - u(t)) \frac{R}{H} \end{cases} \quad (\text{III.64})$$

Avec,

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\varphi^f - \varphi^i}{u^f - u^i} \\ k_2 = \frac{u^f \varphi^i - u^i \varphi^f}{u^f - u^i} \end{cases}$$

Où les indices i et f désignent les valeurs initiales et finales.

Pour les données considérées dans ce travail, les résultats de simulation de la trajectoire conique sont illustrés par les figures ci-dessous,

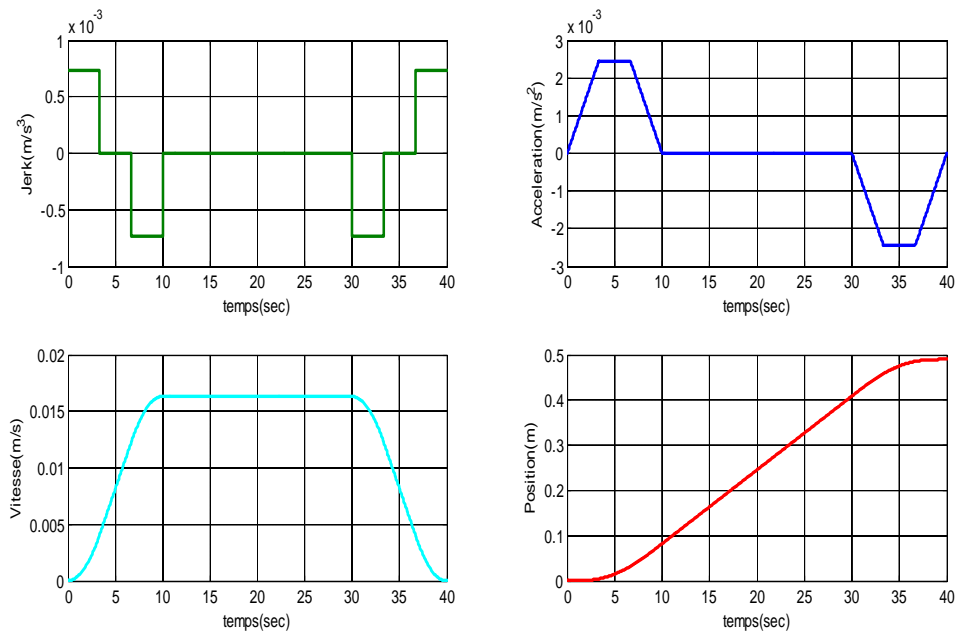


Figure III.15. Evolution temporelle de la variable $u(t)$ et ses dérivées.

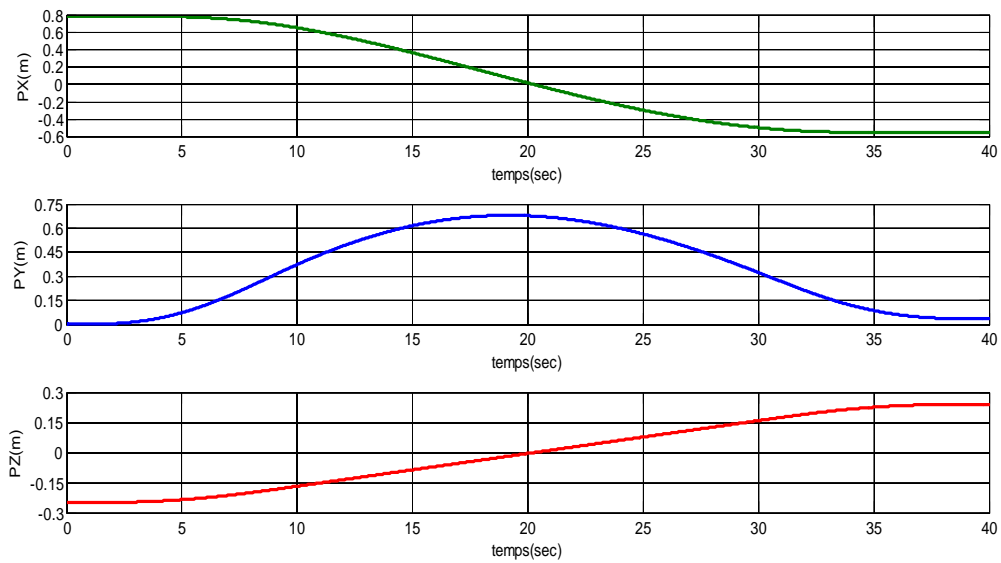


Figure III.16. Evolution temporelle des projections de la trajectoire conique sur les axes x, y et z.

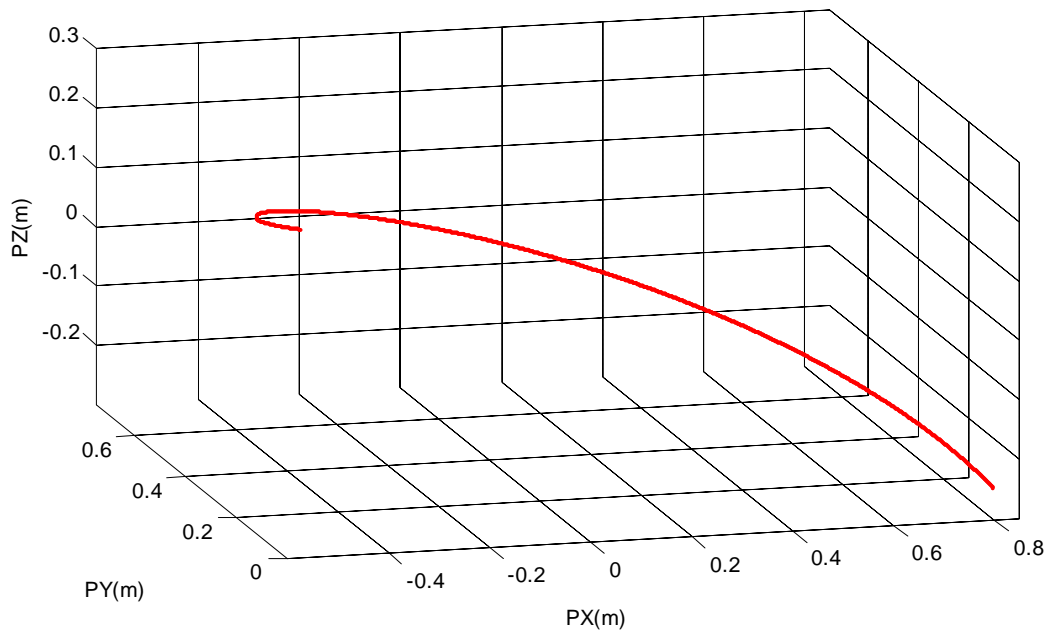


Figure III.17. Evolution de la trajectoire conique dans l'espace tridimensionnel.

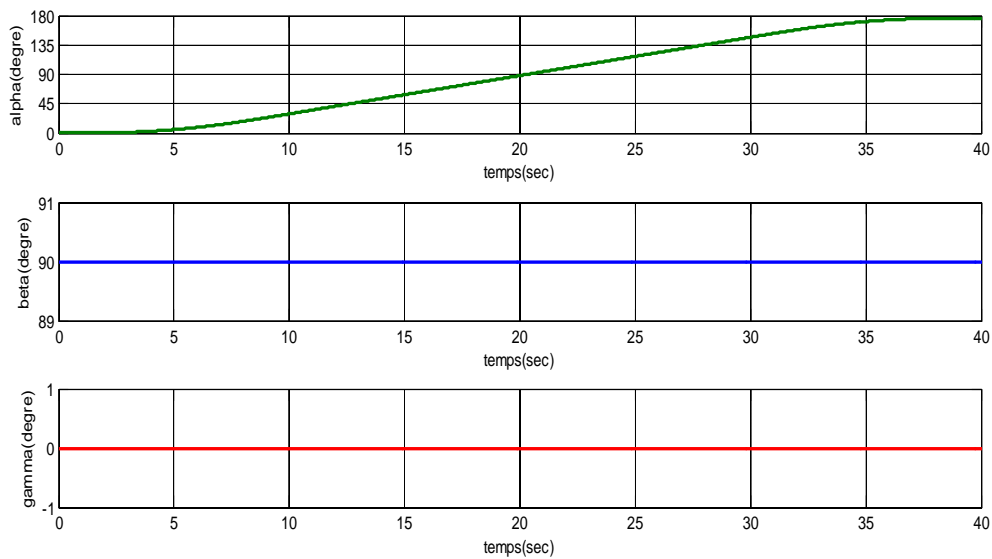


Figure III.18. Evolution temporelle des angles de l'orientation désirée du poignet α , β et γ selon la représentation ZYZ d'Euler.

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté plusieurs méthodes de génération de trajectoires couramment utilisées en robotique. Nous avons commencé par des trajectoires de l'espace articulaire reliant deux points. Différents modèles ont été étudiés, à savoir les modèles polynomiaux, qui sont implémentés dans la plupart des contrôleurs industriels, et les modèles trigonométriques. La méthode de base que nous avons présentée, définit une spline de sept segments cubiques en dimension un, elle s'étend facilement à plusieurs dimensions et à différentes conditions de mouvement. Nous avons ensuite abordé le problème de la génération de trajectoire point à point dans l'espace opérationnel pour le cas des trajectoires rectilignes et circulaires, où nous avons montré que les mêmes générateurs de trajectoires, détaillés pour les variables articulaires, peuvent être appliqués pour ces mouvements en considérant la représentation temporelle du paramètre u . Les manœuvres de rotation du poignet nécessitent des chemins de rotation. Un chemin de rotation peut être mathématiquement défini comme un trajet cartésien en utilisant les matrices de rotation et la formule de Rodriguez pour le cas où la position et l'orientation de l'O.T sont indépendantes, ou la formule de Frenet s'ils sont couplés.

A la fin du chapitre, nous avons présenté l'exemple de modélisation d'une trajectoire circulaire en forme conique. Cette trajectoire sera prise comme trajectoire de référence pour les lois de commandes qui seront développées dans le prochain chapitre.

CHAPITRE IV

Commande du Modèle de Robot Manipulateur Puma 560 à 6 d.d.l

Sommaire :

IV.1.	Introduction.....	120
IV.2.	Commande par articulation.....	122
IV.3.	Techniques de commande multi variables.....	124
IV.3.1.	Commande P.I.D.....	125
IV.3.2.	Commande par la dynamique inverse.....	130
IV.3.3.	Commande linéarisante entrées/sorties.....	131
IV.3.3.1.	Le degré relatif du système.....	132
IV.3.3.2.	Bouclage linéarisant.....	133
IV.3.3.3.	Mise sous forme canonique.....	134
IV.3.3.4.	Teste de Robustesse.....	139
IV.4.	Commandes multi variables robustes.....	141
IV.4.1.	Commande linéarisante robuste.....	141
IV.4.1.1.	Conception de la loi de commande de la boucle externe..	142
IV.4.2.	Commande par rejet actif de perturbation ADRC.....	147
IV.4.2.1.	Application de l'ADRC pour la commande du manipulateur Puma 560.....	150
IV.4.3.	Commande par mode de glissement.....	153
IV.4.3.1.	Surface de glissement.....	153
IV.4.3.2.	Condition de convergence.....	154
IV.4.3.3.	Calcul de la loi de commande.....	155
IV.4.3.4.	Robustesse des modes glissants vis-à-vis des perturbations.....	156

IV.4.3.5. Phénomène de réticence.....	157
IV.4.3.6. Modes glissants d'ordre supérieurs.....	158
IV.4.3.7. Commande du manipulateur Puma 560 par modes glissants d'ordre un.....	159
IV.4.4. Commande adaptative neuronale par modes de glissement.....	162
IV.4.4.1. Synthèse de la loi de commande.....	164
IV.4.4.2. Problème des minimums locaux.....	167
IV.4.4.3. Etude de la stabilité.....	168
IV.5. Application des algorithmes proposés pour une trajectoire de référence en forme de papillon.....	171
IV.6. Analyse comparative des résultats des simulations.....	174
IV.7. Conclusion.....	177

IV.1. Introduction

La commande avancée des robots manipulateurs a été largement étudiée par des chercheurs universitaires et industriels depuis le début des années 1970.

Dans ce chapitre, on propose d'étudier quelques techniques robustes pour la commande en mouvement (commande dans l'espace libre) des manipulateurs robotiques rigides. La commande en contact avec l'environnement extérieur (commande dans l'espace contraint), comme par exemple le cas de la commande en effort, ne sera pas traitée dans ce travail. Les actionneurs sont supposés être des moteurs électriques. De plus, même si le frottement est la source dominante d'erreurs dans certains cas, par exemple, à basse vitesse, les méthodes de commande spécialement conçues pour traiter le frottement ne seront pas couvertes.

Le problème de la commande d'un robot manipulateur peut être formulé comme la détermination de l'évolution des forces généralisées (forces ou couples) que les actionneurs doivent exercer pour garantir l'exécution de la tâche tout en satisfaisant certains critères de performance. Différentes techniques sont utilisées pour la commande des bras manipulateurs. La conception mécanique du bras manipulateur a une influence sur le choix du schéma de commande. Un robot manipulateur est une structure mécanique complexe dont les inerties par rapport aux axes des articulations varient non seulement en fonction de la charge mais aussi en fonction de la configuration, des vitesses et des accélérations [69].

La plupart des robots utilisent des servomoteurs électriques comme actionneurs. Dans le cas de servomoteurs ayant de faibles rapports de réduction, ce sont les servomoteurs qui doivent compenser les effets des variations des forces d'inertie et de gravité. Dans le cas de servomoteurs avec de forts rapports de réduction, l'inertie vue par les moteurs varie beaucoup moins et il est alors possible de modéliser le robot par un système linéaire qui permet de découpler les articulations. Cette technique de commande est communément appelée commande articulation par articulation ou commande mono axe [27, 31, 43, 69, 72].

Le passage à une approche de commande multi variable ou encore appelée la commande multiaxes devient nécessaire en raison des limites de la commande mono axe à répondre à des performances très exigeantes dans le cas de systèmes fortement non linéaires et couplés, tels que les robots poly-articulés. En réalité, l'approche commande mono axe est très pénalisante car elle ne prend pas en compte la variabilité de l'inertie ainsi que les effets de couplage dans le calcul de la commande. Par ailleurs, l'approche multiaxes devient indispensable lors de l'utilisation d'une motorisation directe ou d'une motorisation à faible rapport de réduction qui permettent d'obtenir des rendements plus importants mais accentuent les effets de couplage [27, 31].

Indépendamment du type de la structure mécanique du manipulateur, il convient de remarquer que les spécifications de la tâche (mouvements et forces de l'effecteur) sont généralement données dans l'espace opérationnel, alors que les actions de commande (forces généralisées générées par les actionneurs) sont effectuées dans l'espace articulaire. Ce fait conduit naturellement à considérer deux types généraux de systèmes de commande, à savoir, un schéma de commande dans l'espace articulaire (figure IV.1) et un schéma de commande dans l'espace opérationnel (figure IV.2). Dans les deux schémas, la structure de contrôle est réalisée en boucles fermées, pour exploiter les bonnes caractéristiques fournies par le retour d'informations, c'est-à-dire, la robustesse face aux incertitudes de modélisation, et la réduction des effets des perturbations.

Le problème de commande dans l'espace articulaire est divisé en deux sous-problèmes. Tout d'abord, la cinématique inverse du manipulateur est résolue pour transformer les exigences de mouvement X_d de l'espace opérationnel en le mouvement correspondant q_d de l'espace articulaire. Ensuite, un schéma de commande dans l'espace articulaire est conçu pour permettre au mouvement réel q de suivre les entrées de référence q_d . Cependant, cette solution présente l'inconvénient de ne pas pouvoir influencer directement les variables spatiales opérationnelles X_e , qui sont contrôlées en boucle ouverte à travers la structure mécanique du manipulateur. Il est alors clair que toute incertitude sur cette structure (ex. tolérance de construction, jeu d'engrenage, élasticité...etc.) ou toute imprécision dans la connaissance de la pose de l'effecteur final par rapport à un objet à manipuler entraîne une perte de précision sur les variables de l'espace opérationnel X .

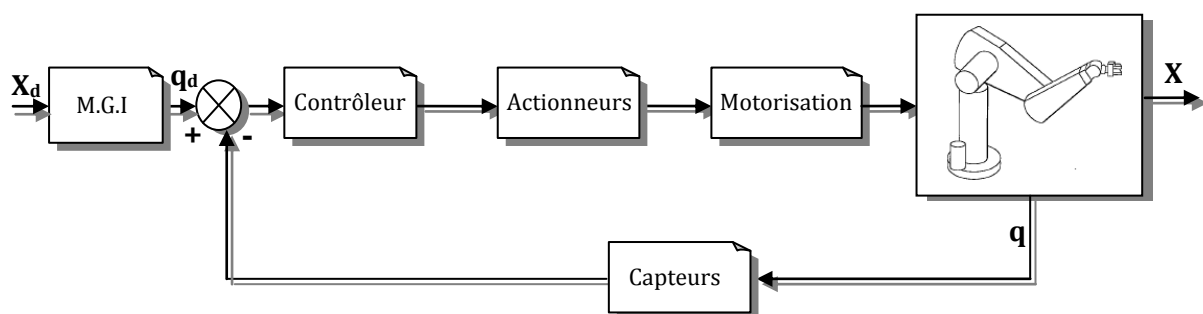


Figure IV.1. Schéma général de la commande dans l'espace articulaire.

La commande dans l'espace opérationnel suit une approche globale nécessitant une plus grande complexité algorithmique; car la cinématique inverse est maintenant intégrée dans la boucle de commande. Son avantage conceptuel concerne la possibilité d'agir directement sur les variables de l'espace opérationnel. Cependant, Ceci n'est qu'un avantage potentiel, car la mesure des variables spatiales opérationnelles est souvent n'est pas effectuée

directement, mais par l'évaluation des fonctions cinématiques directes à partir des variables articulaires mesurées.

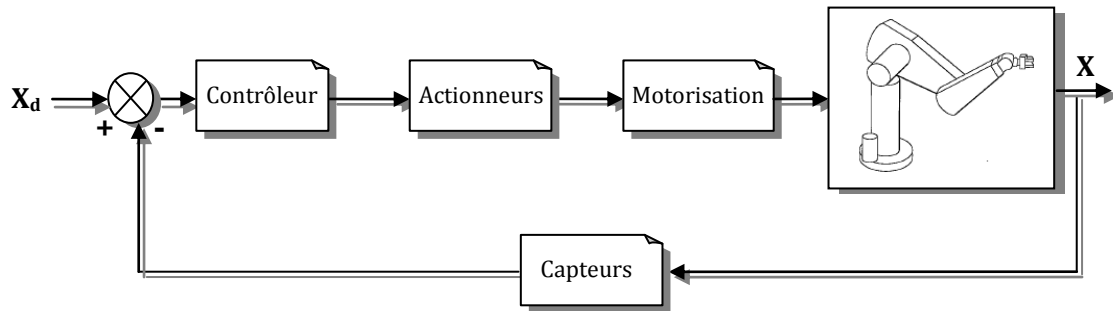


Figure IV.2. Schéma général de la commande dans l'espace opérationnel.

Dans ce chapitre, nous allons développer des lois de commande multi-variables dans l'espace articulaire par l'utilisation de plusieurs techniques comme,

1. Commande PD avec et sans compensation de gravité.
2. Commande linéarisante entrées sorties classique par placement de pôles.
3. Commande linéarisante robuste (RNFLC).
4. Commande par rejet actif de perturbation avec observateur d'état étendu (ADRC).
5. Commande par modes de glissement (SMC)
6. Commande adaptative neuronale par modes de glissement (ANN SMC).

Finalement, nous concluons ce chapitre par une analyse comparative entre les différentes techniques de commande robustes proposées (ADRC), (RNFLC), (SMC) et (ANN SMC).

IV.2. Commande par articulation

Dans les chaînes de motorisation des bras de robots manipulateurs, il est d'usage de recourir à des réducteurs à fort rapport de réduction tels que les roue-vis sans fin, les vis à billes et les harmonic drives. En effet, ces derniers permettent de transformer une entrée côté moteur caractérisée par un faible couple et une vitesse élevée à une sortie appliquée sur l'axe du robot de couple élevé et de vitesse faible. A l'inverse d'une motorisation directe, cette approche permet de réduire les effets liés à la variabilité de l'inertie et les effets de couplage, ce qui facilite en conséquence l'asservissement du système. Toutefois, cette approche accentue les effets liés aux frottements et en général conduit à des chaînes de motorisation de faible rendement.

En analysant, l'équation dynamique du mouvement d'un robot (Chapitre II-6.1.3), on note qu'elle peut être réécrite comme l'association de l'équation dynamique de la structure mécanique articulée, et l'équation dynamique des actionneurs électriques, comme suit,

$$\begin{cases} J_m \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{F}_m \dot{\mathbf{q}}_m = \boldsymbol{\tau}_m - \mathbf{N}^{-1} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{B}'(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}'(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\tau}_m \approx \mathbf{K}_T \cdot \mathbf{R}_a^{-1} [\mathbf{V}_a - \mathbf{K}_e \cdot \dot{\mathbf{q}}_m] \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

En exprimant cette équation du côté moteur ($\mathbf{q}_m = \mathbf{N}\mathbf{q}$), on obtient [27, 31, 43, 72],

$$(\mathbf{J}_m + \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}'(\mathbf{q}) \mathbf{N}^{-1}) \ddot{\mathbf{q}}_m + (\mathbf{F}_m + \mathbf{N}^{-1} \mathbf{C}'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{N}^{-1}) \dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{N}^{-1} \mathbf{g}'(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}_m \quad (\text{IV.2})$$

Avec,

- $\mathbf{J}_m = \mathbf{diag}(J_{m1}, J_{m2}, \dots, J_{mn})$, La matrice inertie des moteurs ;
- $\mathbf{F}_m = \mathbf{diag}(f_{m1}, f_{m2}, \dots, f_{mn})$, La matrice des coefficients de frottement visqueux des moteurs;

La dernière équation peut être mise sous la forme indicielle suivante,

$$\left(J_{mk} + \frac{1}{N_{kk}^2} B'_{kk}(\mathbf{q}) \right) \ddot{q}_{mk} + \left(f_{mk} + \frac{K_{Tkk} K_{ekk}}{R_{kk}} \right) \dot{q}_{mk} = \frac{K_{Tkk}}{R_{kk}} V_{ak} - d_k \quad (\text{IV.3})$$

Avec,

$$d_k = \frac{1}{N_{kk}} \left(\sum_{i,j} c_{ijk} \dot{q}_i \dot{q}_j + g_k \right)$$

Cette expression nous confirme que lors de l'utilisation des rapports de réduction élevés ($N_{kk} \gg 1$) dans la chaîne de motorisation, l'effet de dynamique et de couplage entre axes devient négligeable. En conséquence, l'utilisation d'une approche de commande mono axe (mono variable), où on commande chaque articulation (axe) indépendamment des autres, est tout à fait justifiée dans ce cas [27, 31, 43, 72]. Le manipulateur global est considéré comme une série de sous-systèmes (axes) linéaires découplés, figure IV.4. C'est pourquoi qu'on nomme cette technique de commande en anglais « Independent joint control ».

Le schéma d'une articulation (un axe) robotique est donné par la figure ci-dessous,

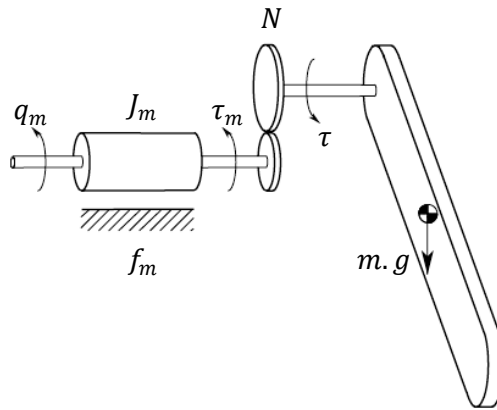


Figure IV.3. Schéma simplifié d'une articulation (un axe) robotique rigide.

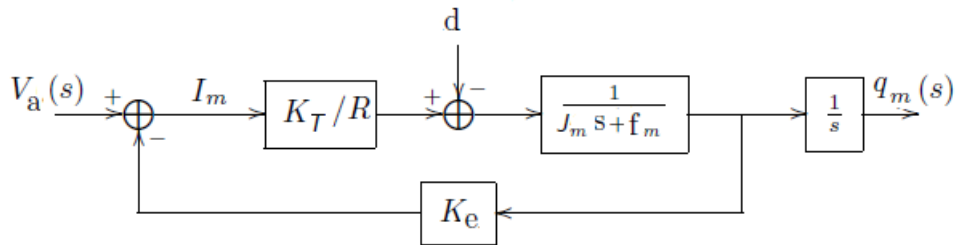


Figure IV.4. Schéma bloc de l'articulation robotique considérée.

À ce stade, la commande en mouvement du manipulateur peut être assurée en appliquant la théorie des systèmes linéaires mono variables. L'effet de l'interaction résiduelle avec les autres articulations (l'entrée d) est, généralement, considérée comme une entrée de perturbation.

Dans le contexte de cette thèse, nous considérons uniquement l'utilisation de lois de commande multi axes.

IV.3. Techniques de commandes multi variables

Dans la section précédente, nous avons discuté la commande du manipulateur comme étant une série de sous-systèmes simples à entrées / sorties uniques. Les effets de couplage entre les articulations ont été considérés comme des perturbations pour les systèmes individuels. En réalité, les équations dynamiques d'un robot manipulateur forment un système complexe, non linéaire et multi variable. Donc, dans le reste de ce chapitre, nous traitons le problème de commande des robots manipulateurs dans le cadre d'un contrôle non linéaire et multi variable. Cette approche nous permet de fournir une analyse plus rigoureuse de la performance des systèmes de commande, et nous permet également de concevoir des lois

de contrôle non linéaire robustes qui garantissent la stabilité et le suivi des trajectoires arbitraires.

Nous avons montré, dans le chapitre précédent, que les équations de mouvement d'un manipulateur rigide à n-segments, en l'absence des forces de contact avec l'environnement extérieur, et en négligeant la dynamique des actionneurs électrique à courant continu, et la dynamique de la friction statique (difficile à modéliser avec précision); peut être décrite par le modèle dynamique du second ordre donné ci-dessous,

$$B(q) \cdot \ddot{q} + h(q, \dot{q}) = K \cdot V_a \quad (IV.4)$$

Avec,

$$\begin{cases} h(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + N \cdot K_T \cdot R_a^{-1} \cdot K_e \cdot N \cdot \dot{q} \\ K = N \cdot K_T \cdot R_a^{-1} \end{cases} \quad (IV.5)$$

IV.3.1. Commande P.I.D

Le schéma de base de cette technique est donné par la figure IV.5a. La loi de commande est définie selon [27, 31, 74, 75] par l'expression suivante,

$$u = K_P e - K_D \dot{q} \quad (IV.6)$$

Avec,

- $e = q_d - q$, l'erreur de poursuite entre le déplacement articulaire désiré et le déplacement articulaire réel.
- K_P, K_D , sont deux matrices diagonales (définies positives) des gains proportionnels et dérivés respectivement.

Tout d'abord, montrons que dans le cas d'absence du vecteur de gravité dans le modèle dynamique du manipulateur (IV.7), la loi PD (IV.6) assure la poursuite asymptotique du déplacement désiré.

Pour atteindre cet objectif, remarquons que le modèle dynamique du manipulateur rigide considéré (IV.4), peut être réécrit sous la forme suivante,

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) = u \quad (IV.7)$$

Avec,

$$\begin{cases} F = F_v + N \cdot K_T \cdot R_a^{-1} \cdot K_e \cdot N \\ u = K \cdot V_a \end{cases}$$

Ensuite, considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante définie selon [27, 31, 74],

$$V = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} / 2 + \mathbf{e}^T \mathbf{K}_P \mathbf{e} / 2 \quad (\text{IV.8})$$

La dérivation de cette fonction par rapport au temps, en supposant \mathbf{q}_d constant, nous donne,

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} / 2 - \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{K}_P \mathbf{e} \quad (\text{IV.9})$$

Remplaçons le terme $\mathbf{B}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}$ par sa valeur à partir de l'équation (IV.7) dans (IV.9), nous aurons,

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{q}}^T (\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{F} \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{u} - \mathbf{K}_P \mathbf{e}) \quad (\text{IV.10})$$

Le premier terme du deuxième membre est nul comme $\mathbf{N} = \dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ est une matrice antisymétrique [43, 75] (Voir Annexe B) ; le second terme est défini négatif, alors le choix de la loi de commande PD donnée par l'expression (IV.6) nous donne,

$$\dot{V} = -\dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{K}_D + \mathbf{F}) \dot{\mathbf{q}} \leq 0 \quad (\text{IV.11})$$

L'équation précédente montre que la fonction de Lyapunov candidate V est décroissante tant que $\dot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0}$ pour n'importe quelle trajectoire. Il est clair que le système atteint un point d'équilibre. Pour trouver ce point notons que $\dot{V} = 0$ seulement pour $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$.

Etant donné que la dynamique du système sans terme de gravité $\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{0}$, et sous l'effet de la loi de commande PD (IV.6), est donnée par l'équation ci-dessous,

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{K}_P \mathbf{e} - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{IV.12})$$

Au point d'équilibre ($\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$), nous aurons la condition suivante,

$$\mathbf{K}_P \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (\text{IV.13})$$

Par conséquent,

$$\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (\text{IV.14})$$

La preuve, montrée précédemment, montre rigoureusement que tout les point d'équilibres du manipulateur le long de la trajectoire désirée sont globalement et asymptotiquement stables sous la loi de commande PD quelque soit le choix des matrices des gains \mathbf{K}_P et \mathbf{K}_D tant qu'elles sont définies positives.

Dans le cas ou le terme de gravité $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ est présent dans le modèle dynamique du manipulateur (IV.7), l'équation (IV.10) devient,

$$\dot{V} = -\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{F} \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{u} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{K}_P \mathbf{e}) \quad (\text{IV.15})$$

En supposant que le système est stable en boucle fermée, chaque configuration articulaire atteinte par le manipulateur satisfait,

$$K_P(q_d - q) = g(q) \quad (IV.16)$$

L'interprétation physique de ce résultat, est que pour une configuration donnée, l'actionneur doit toujours assurer, à l'équilibre, un couple non nulle pour compenser l'effet des couples de la gravité. Pour diminuer cette erreur statique, il faut augmenter le gain proportionnel K_P .

Pour éliminer cette erreur statique, on peut juste modifier la loi de commande PD (IV.6) comme présenté dans [27, 31, 74-76],

$$u = K_P e + K_D \dot{q} + g(q) \quad (IV.17)$$

Cette commande modifiée permet de compenser les effets des termes gravitationnels. La convergence peut être facilement démontrée en procédant de façon similaire à celle déjà présentée pour la loi P.D sans compensation de gravité. Cependant, cette loi nécessite une implémentation à base de microprocesseur pour pouvoir calculer le terme de gravitation $g(q)$ à chaque instant à partir des équations de Lagrange. Dans le cas où ces termes de gravitation sont inconnues, cette loi ne peut être implémentée.

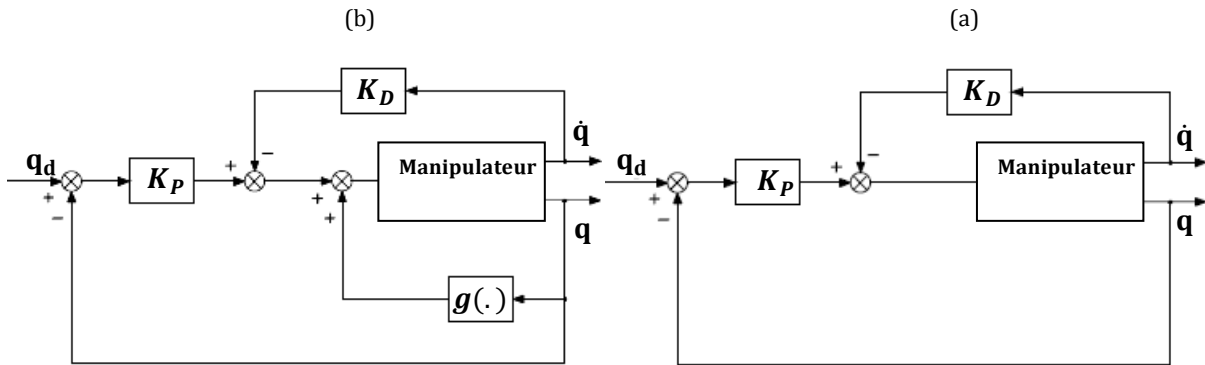


Figure IV.5. Schéma de la commande P.D : (a)-sans compensation de gravité.
(b)- avec compensation de la gravité.

L'application de la loi de commande P.D sans compensation de gravité au modèle nominal du manipulateur PUMA 560 (sans perturbation et sans incertitudes sur le modèle), nous a permis d'obtenir, en simulation, les résultats présentés ci-dessous. La trajectoire conique, présentée à la fin du chapitre précédent, est choisie comme trajectoire de référence.

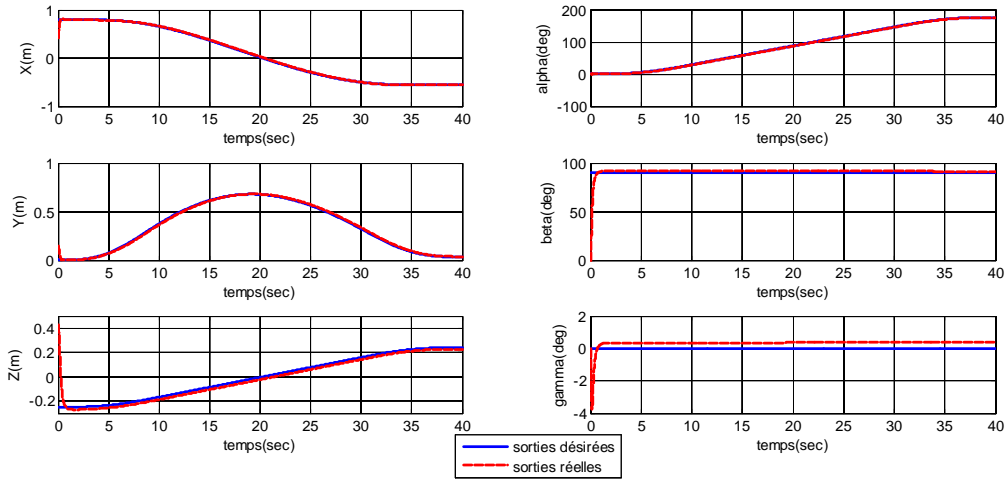


Figure IV.6a. Commande PD : Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.

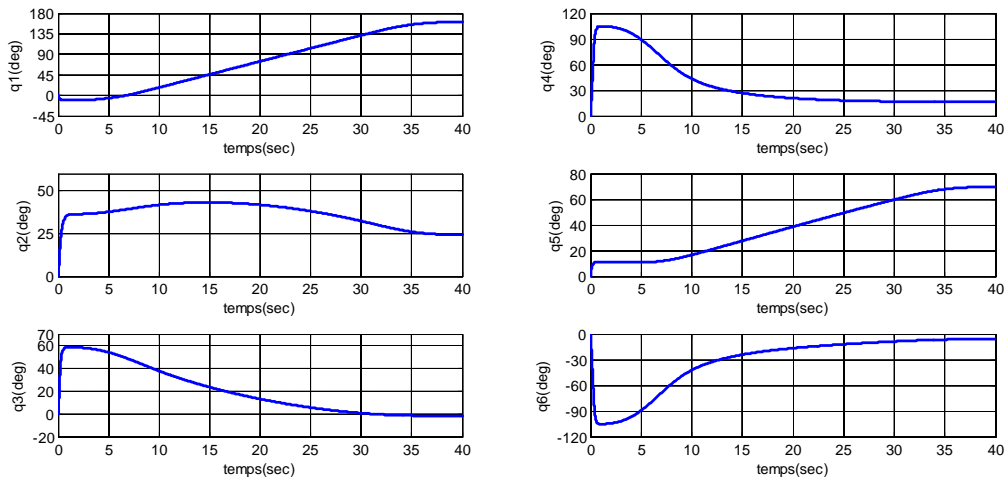


Figure IV.6b. Commande PD : Evolution temporelle des variables articulaires.

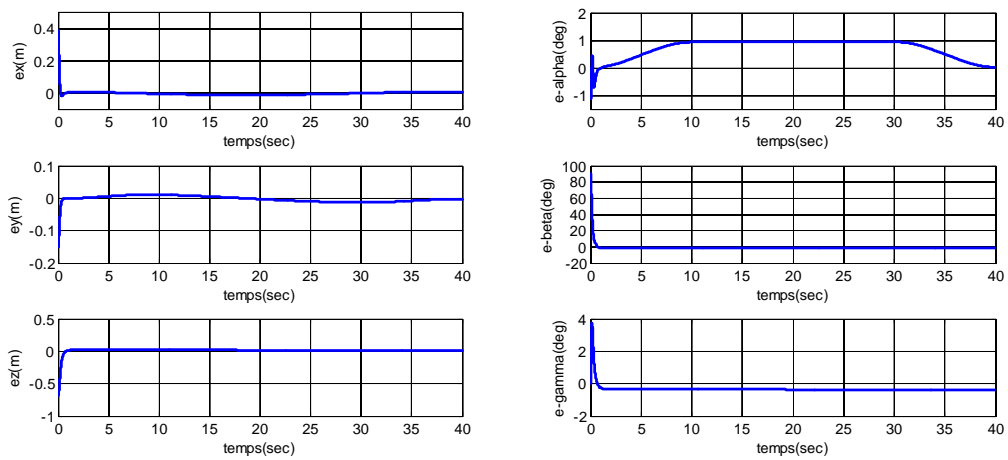


Figure IV.6c. Commande PD : Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel.

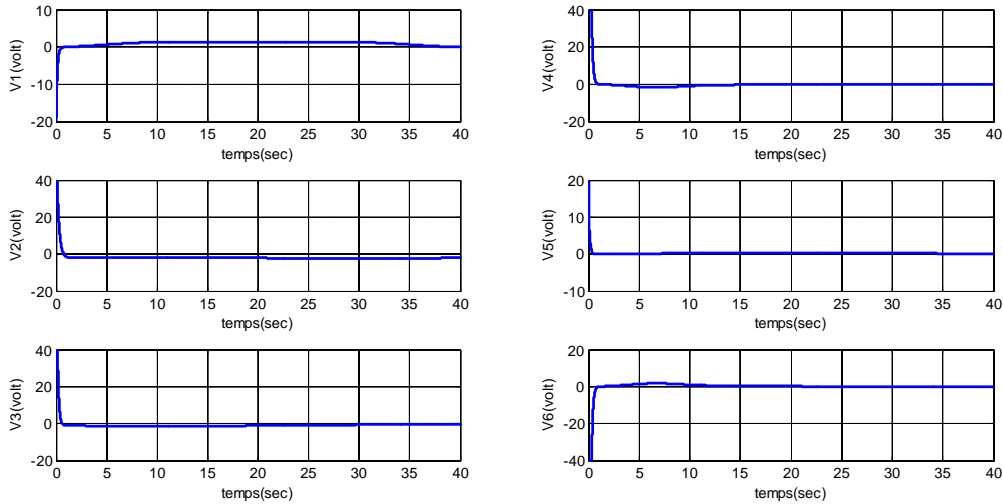


Figure IV.6d. Commande PD : Evolution temporelle des entrées de commande pour chaque articulation.

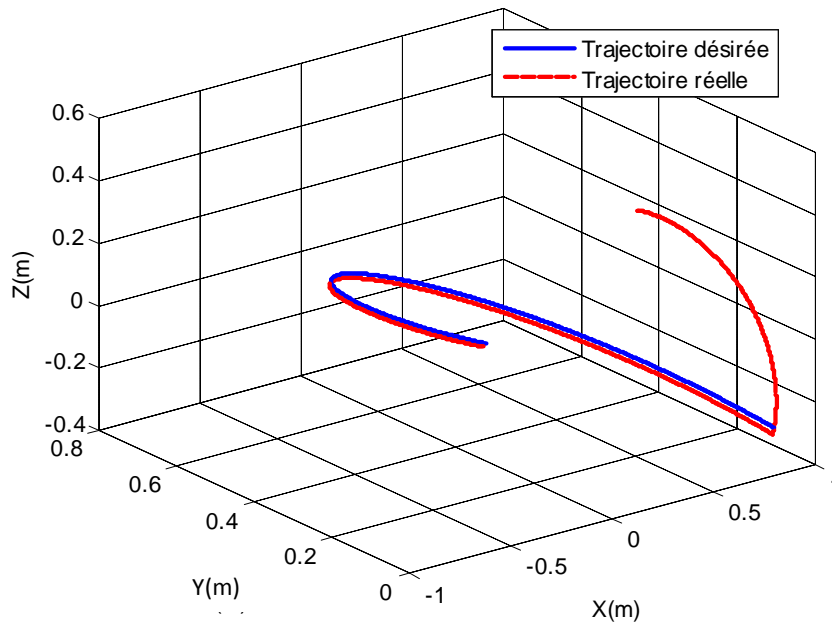


Figure IV.6e. Commande PD : Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.

Les résultats de simulation montrent que la loi de commande P.D sans compensation de la gravité, appliquée pour la commande du modèle nominal, sans considération des effets des perturbations, donne des résultats assez satisfaisants. Cependant, on remarque clairement l'écart statique de poursuite suivant la direction z, notamment sur la figure IV.6e. Cet écart permanent est dû à l'effet de la gravité, comme expliqué précédemment. Afin d'éliminer cet imprécision, il faut prendre en compte le vecteur de gravité du modèle dans la loi de commande comme exprimé dans la loi (IV.17).

IV.3.2. Commande par la dynamique inverse

Considérons toujours l'équation dynamique d'un manipulateur rigide à n -segments,

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u} \quad (\text{IV.18})$$

Avec,

$$\mathbf{u} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{V}_a$$

L'idée de cette technique de commande est de chercher un bouclage non linéaire,

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \quad (\text{IV.19})$$

Lorsque ce bouclage non linéaire est remplacé dans le modèle (IV.18), on aura un système linéaire en boucle fermée. Dans le cas général d'un système non linéaire quelconque, cette méthode est difficile, voir impossible, à appliquer. Cependant, pour le cas du manipulateur rigide régit par l'équation dynamique (IV.18), la solution est simple.

Pour atteindre cet objectif, considérons la loi de commande suivante, définie selon les références [27, 31, 43, 75, 76],

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (\text{IV.20})$$

Comme la matrice d'inertie \mathbf{B} est inversible (voir l'Annexe B), le remplacement de cette loi de commande dans le modèle (IV.18) nous mène au système bouclé régit par l'équation ci-dessous,

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{v} \quad (\text{IV.21})$$

Le terme \mathbf{v} désigne la nouvelle entrée de commande. L'équation (IV.21) est connue sous le nom du système à double intégrateur comme elle représente une série de n systèmes linéaires, mono variables parfaitement découplés, et modélisés avec des intégrateurs doubles. La loi (IV.20) est appelée la commande par dynamique inverse.

Comme v_i , les éléments du vecteur \mathbf{v} , sont utilisés pour la commande des systèmes linéaires du second ordre. Le choix le plus simple, selon [27, 31, 43, 75, 76], est de mettre,

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}_P \mathbf{q} - \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{r} \quad (\text{IV.22})$$

Avec,

- $\mathbf{K}_P, \mathbf{K}_D$ sont deux matrices diagonales des gains de position et de vitesse respectivement.

Par conséquent, l'équation dynamique du système (IV.18) exprimée en boucle fermée devient donnée par l'expression suivante,

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_P \mathbf{q} = \mathbf{r} \quad (\text{IV.23})$$

Pour une trajectoire donnée $(\mathbf{q}_d(t), \dot{\mathbf{q}}_d(t), \ddot{\mathbf{q}}_d(t))$, et si on choisi l'entrée de référence $\mathbf{r}(t)$ comme donné ci-dessous,

$$\mathbf{r}(t) = \ddot{\mathbf{q}}_d(t) + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{q}}_d(t) + \mathbf{K}_P \mathbf{q}_d(t) \quad (\text{IV.24})$$

La dynamique de l'erreur de poursuite satisfait l'équation,

$$\ddot{\mathbf{e}}(t) + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}}(t) + \mathbf{K}_P \mathbf{e}(t) = \mathbf{0} \quad (\text{IV.25})$$

Un choix simple des gains $\mathbf{K}_P, \mathbf{K}_D$ peut être défini comme donné dans [31],

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_P &= \text{Diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_n^2) \\ \mathbf{K}_D &= \text{Diag}(2\omega_1, \dots, 2\omega_n) \end{aligned}$$

Ce qui résulte en un système complètement découplé en boucle fermée, avec une dynamique linéaire du second ordre à amortissement critique et une fréquence naturelle ω_i pour chaque articulation. La fréquence naturelle détermine la vitesse de réponse de l'articulation.

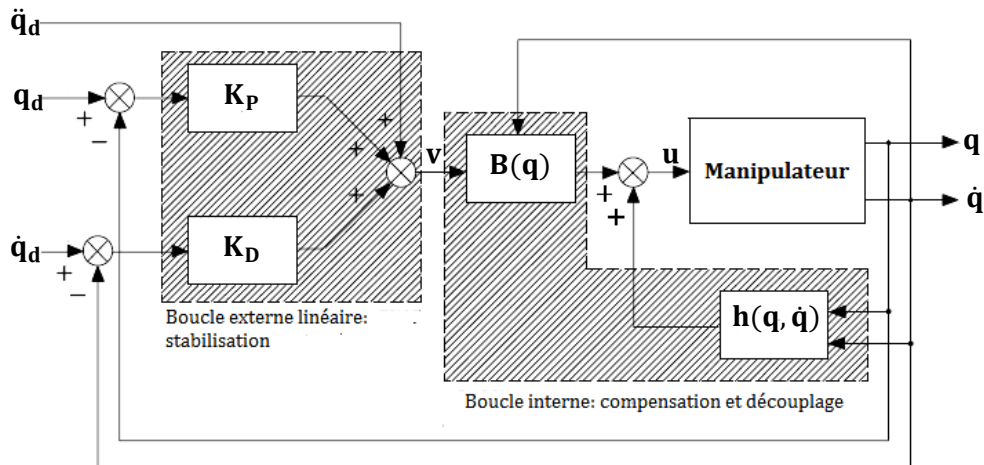


Figure IV.7. Schéma de la commande par dynamique inverse ou par couple calculé.

IV.3.3. Commande linéarisante entrées/sorties

Cette approche peut être vue comme la généralisation du concept de la commande par dynamique inverse utilisée pour les manipulateurs à transmissions rigides. L'idée de cette technique est de concevoir une loi de commande par un retour d'état non linéaire comme une boucle interne chargée de la linéarisation exacte du système non linéaire après avoir effectué un changement de coordonnées convenable dans l'espace d'état. Ensuite, une deuxième boucle externe peut être élaborée dans le système des nouvelles coordonnées afin

de satisfaire les spécifications désirées en boucle fermée (ex. les performances de poursuite, le rejet des perturbations...etc.) [31, 43, 77-81].

Soit le système non linéaire carré (même nombre d'entrées sorties) suivant,

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x)u_i \\ y_i = h_i(x) \quad i = 1, \dots, p \end{cases} \quad (\text{IV.26})$$

Avec $x \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$.

$u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]^T \in \mathbb{R}^p$ Le vecteur de commande.

$y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T \in \mathbb{R}^p$ Le vecteur de sortie du système.

$f(x) \in \mathbb{R}^n$ et $g_i(x) \in \mathbb{R}^n$ des champs de vecteurs lisses, et $h_i(x)$ est une fonction lisse.

IV.4.3.1. Le degré relatif du système

Soit la sortie y_i du système (IV.26). La sortie est dite de degré relatif r_i au voisinage d'un point x si [77-81, 84],

$$L_g L_f^i h_i(x) = 0 \quad \text{pour } 0 \leq i \leq r - 2$$

$$L_g L_f^{r-1} h_i(x) \neq 0$$

Où $L_f h_i(x)$ est la dérivée de Lie de $h(x)$ selon le champ de vecteur $f(x)$. Les propriétés de la dérivée de Lie sont présentées ci-dessous,

$$1. L_f h(x) = \frac{\partial h_i(x)}{\partial x} \cdot f(x) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_i(x)}{\partial x_j} \cdot f_j(x)$$

$$2. L_f^k h_i(x) = L_f \left(L_f^{k-1} h_i(x) \right)$$

$$3. L_f^0 h_i(x) = h_i(x)$$

$$4. L_{g_j} L_f^k h_i(x) = L_{g_j} \left(L_f^k h_i(x) \right)$$

Le degré relatif d'un système non linéaire, r_i , représente le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie afin de faire apparaître explicitement au moins une entrée de commande.

Le degré relatif total du système $r = \sum_{i=1}^p r_i$ doit être inférieur ou égale à l'ordre du système n ($r \leq n$).

IV.4.3.2. Bouclage linéarisant

Supposons que $r=n$, alors toutes les dynamiques du système acceptent une linéarisation exacte par le moyen d'un retour d'état non linéaire. Le problème consiste à trouver une relation entre l'entrée et la sortie, en dérivant chaque sortie jusqu'au moins une entrée apparaisse [31, 77, 78, 81, 84],

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} h_i(x) + \sum_{j=1}^p L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(x) u_j \quad (IV.27)$$

Où $L_{g_j} L_f^i h_i(x) = 0$ pour $1 \leq i \leq r_i - 2 \quad \forall j \in \{1, \dots, p\}$

La loi de commande u qui permet de linéariser la relation entre l'entrée et la sortie, est obtenue en mettant l'expression (IV.27) sous forme matricielle,

$$[y_1^{r_1} \dots y_p^{r_p}]^T = A(x) + E(x)u \quad (IV.28)$$

Avec,

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_p(x) \end{bmatrix} \quad E(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_p(x) & L_{g_2} L_f^{r_p-1} h_p(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_p(x) \end{bmatrix}$$

$E(x)$ est appelée la matrice de découplage du système.

Si on suppose que $E(x)$ n'est pas singulière, la loi de commande linéarisante est donnée par l'expression ci-dessous selon [31, 77, 78, 81, 84],

$$u = E(x)^{-1}[-A(x) + v] \quad (IV.29)$$

La linéarisation n'est possible que si $E(x)$ est inversible. Remplaçant (IV.29) dans (IV.28) le système équivalent devient linéaire et totalement découplé de la forme,

$$[y_1^{(r_1)} \dots y_p^{(r_p)}]^T = [v_1 \dots v_p]^T \quad (IV.30)$$

Ce qui nous permet de lui imposer n'importe quelle dynamique stable par le nouveau vecteur d'entrée $v = [v_1 \dots v_p]^T$.

IV.4.3.3. Mise sous forme canonique

Si le système (III.23) est de la forme canonique suivante,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{r_1-1} = x_{r_1} \\ \dot{x}_{r_1} = f_1(x) + \sum_{j=1}^p g_{1j}(x)u_j \\ \dot{x}_{r_1+1} = x_{r_1+2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{r_1+r_2-1} = x_{r_1+r_2} \\ \dot{x}_{r_1+r_2} = f_2(x) + \sum_{j=1}^p g_{2j}(x)u_j \\ \vdots \\ \dot{x}_r = f_r(x) + \sum_{j=1}^p g_{pj}(x)u_j \end{cases} \quad (IV.31)$$

Avec,

$$x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, y_2, \dot{y}_2, \dots, y_2^{(r_2-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}]^T \quad (IV.32)$$

Le retour d'état (IV.29), seul, permet une linéarisation exacte du système (IV.31).

Si le système (IV.27) n'est pas de la forme (IV.31), il faut envisager le changement de variables suivant dans l'espace d'état, avant de pouvoir appliquer le bouclage linéarisant (IV.29) [31, 77, 78],

$$z = T(x) \quad (IV.33)$$

Avec,

$$z = [z_1 \dots z_{r_1} z_{r_1+1} \dots z_n]^T; \quad T(x) = [T_1(x), \dots, T_{r_1}(x), T_{r_1+1}(x), \dots, T_n(x)]^T$$

Et,

$$\begin{bmatrix} T_1(x) \\ \vdots \\ T_n(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [h_1(x), L_f h_1(x), \dots, L_f^{r_1-1} h_1(x)]^T \\ \vdots \\ [h_p(x), L_f h_p(x), \dots, L_f^{r_p-1} h_p(x)]^T \end{bmatrix} \quad (IV.34)$$

Qui permet de transformer le système (IV.27), sous la nouvelle forme canonique suivante,

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{r_1-1} = z_{r_1} \\ \dot{z}_{r_1} = L_f^{r_1} h_1 + \sum_{j=1}^p L_{g_j} L_f^{r_1-1} h_1 u_j \\ \dot{z}_{r_1+1} = z_{r_1+2} \\ \vdots \\ \dot{z}_n = L_f^{r_p} h_p + \sum_{j=1}^p L_{g_j} L_f^{r_p-1} h_p u_j \end{cases} \quad (IV.35)$$

Avec l'équation de sortie,

$$\begin{cases} y_1 = z_1 \\ y_2 = z_{r_1+1} \\ \vdots \\ y_p = z_{r_1+\dots+r_{p-1}+1} \end{cases} \quad (IV.36)$$

Pour le cas du manipulateur rigide, le modèle dynamique par (IV.18) peut être facilement mis sous la forme canonique (IV.27) selon [31, 43, 71, 81],

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\mathbf{B}(x_1)^{-1}\mathbf{h}(x_1, x_2) + \mathbf{B}(x_1)^{-1}u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (IV.37)$$

Avec, $x_1 = \mathbf{q}$, $x_2 = \dot{\mathbf{q}}$,

Dans ce cas le bouclage linéarisant est facilement obtenu à partir de (IV.29), en remarquant selon [81] que,

$$\begin{aligned} A(x) &= -\mathbf{B}(x_1)^{-1}\mathbf{h}(x_1, x_2), \quad E(x) = \mathbf{B}(x_1)^{-1} \\ u &= \mathbf{B}(x_1)v + \mathbf{h}(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (IV.38)$$

Remplaçons (IV.38) dans (IV.37), nous aurons,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = v \end{cases} \quad (IV.39)$$

L'équation (IV.39) représente un ensemble de n système linéaires du deuxième ordre de la forme [81],

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i} \\ \dot{x}_{2i} = v_i \quad i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (IV.40)$$

Comparons les lois de commande (IV.20) et (IV.38), nous pouvons clairement remarquer que pour le cas des manipulateurs rigides, la commande linéarisante et la commande par dynamique inverse sont identiques [27, 31, 43].

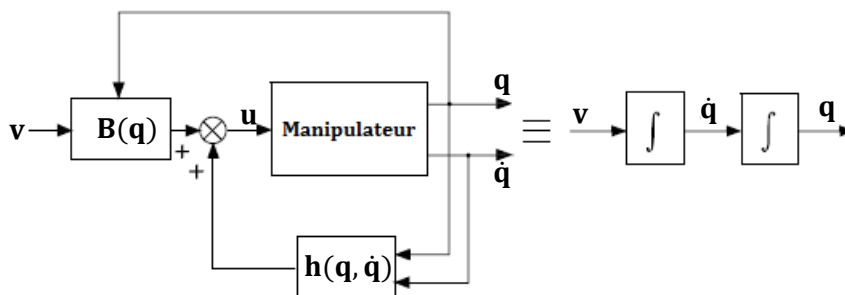


Figure IV.8. Principe de la commande par linéarisation exacte pour manipulateurs à transmissions rigides.

Pour le cas des manipulateurs à transmissions flexibles, considérons l'articulation flexible de la figure ci-dessous,

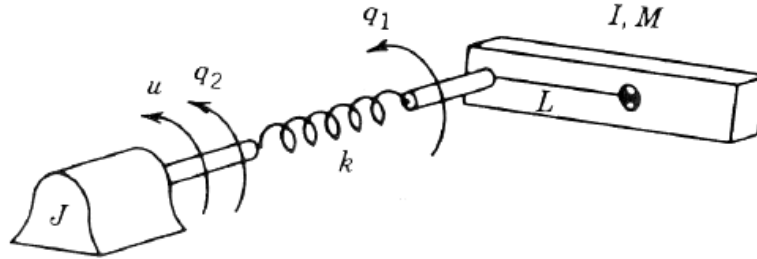


Figure IV.9. Exemple d'une articulation robotique à transmissions flexible.

Où,

- M : Masse du segment de l'articulation.
- I : Moment d'inertie du segment autour de l'axe de rotation.
- J : Moment d'inertie de l'arbre de l'actionneur
- k : Coefficient de raideur en torsion du système transmission.
- u : Couple de l'actionneur.
- q_1 : Position angulaire du segment de l'articulation.
- q_2 : Position angulaire de l'arbre de l'actionneur.
- L : Distance entre l'axe de rotation et le centre de masse du segment

L'équation dynamique de l'articulation est donnée par le système suivant selon [31, 124, 131],

$$\begin{cases} I\ddot{q}_1 + Mgl\sin(q_1) + k(q_1 - q_2) = 0 \\ J\ddot{q}_2 + k(q_1 - q_2) = u \end{cases} \quad (\text{IV.41})$$

Le système (IV.41) peut être mis sous la forme d'état ci-dessous,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{MgL}{I}\sin(x_1) - \frac{k}{I}(x_1 - x_3) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{k}{J}(x_1 - x_3) + \frac{1}{J}u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

Avec,

$$\begin{cases} x_1 = q_1, & x_2 = \dot{q}_1 \\ x_3 = q_2, & x_4 = \dot{q}_2 \end{cases}$$

Ce système et de la forme (IV.27), où,

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{MgL}{I} \sin(x_1) - \frac{k}{I} (x_1 - x_3) \\ x_4 \\ \frac{k}{J} (x_1 - x_3) \end{bmatrix}; g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ J \end{bmatrix}$$

En remarquant, à partir des équations (IV.41), que la dérivée quatrième de la sortie $y^{(4)}$ contient explicitement le terme de commande ; nous concluons, facilement, que le degré relatif du système $r=4$. Comme $r=n$, le système admet une linéarisation exacte.

Comme ce système n'est pas de la forme canonique (IV.31), la transformation suivante peut le ramener sous cette forme,

$$\begin{cases} z_1 = T_1(x) = x_1 \\ z_2 = T_2(x) = L_f T_1 = x_2 \\ z_3 = T_3(x) = L_f T_2 = -\frac{MgL}{I} \sin(x_1) - \frac{k}{I} (x_1 - x_3) \\ z_4 = T_4(x) = L_f T_3 = -\frac{MgL}{I} \cos(x_1) - \frac{k}{I} (x_2 - x_4) \end{cases} \quad (IV.43)$$

Enfin le bouclage linéarisant donné par (IV.29), est défini comme suit pour ce système mono variable,

$$u = \frac{1}{L_g T_4(x)} (v - L_f T_4(x)) = \beta(x)v + \alpha(x) \quad (IV.44)$$

Avec,

$$\beta(x) = \frac{IJ}{k}$$

$$\alpha(x) = \frac{MgLJ}{k} \sin(x_1) \left(x_2^2 + \frac{MgL}{I} \cos(x_1) + \frac{k}{I} \right) + \frac{k}{I} (x_1 - x_3) \left(\frac{k}{I} + \frac{k}{J} + \frac{MgL}{I} \cos(x_1) \right)$$

Par conséquent, le modèle du système dans le nouveau système de coordonnées est donné par,

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \dot{z}_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = v \end{cases} \quad (IV.45)$$

Les résultats de simulation obtenus lors de l'application de la commande linéarisante de pour le modèle nominal du manipulateur PUMA 560 sont présentés par les figures suivantes,

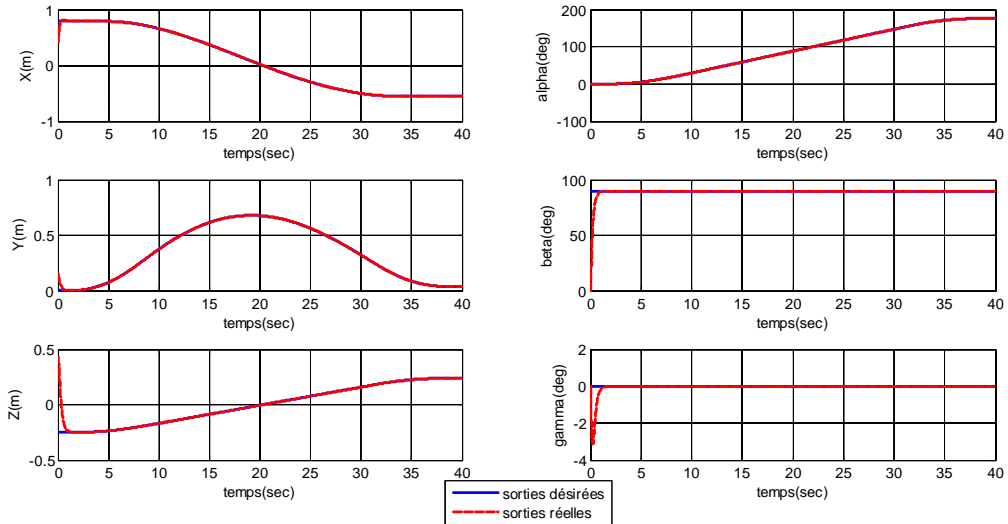


Figure IV.10a. Commande Linéarisante : Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.

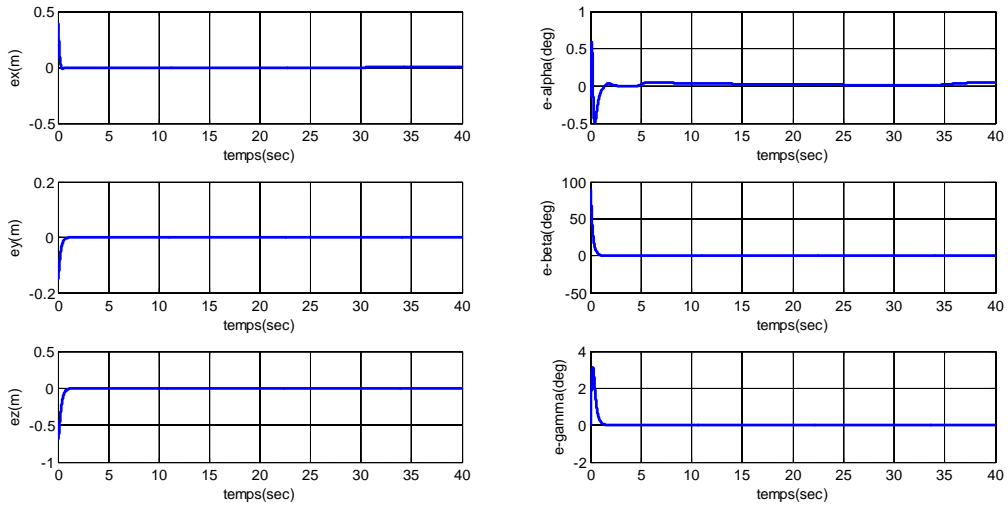


Figure IV.10b. Commande Linéarisante : Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel.

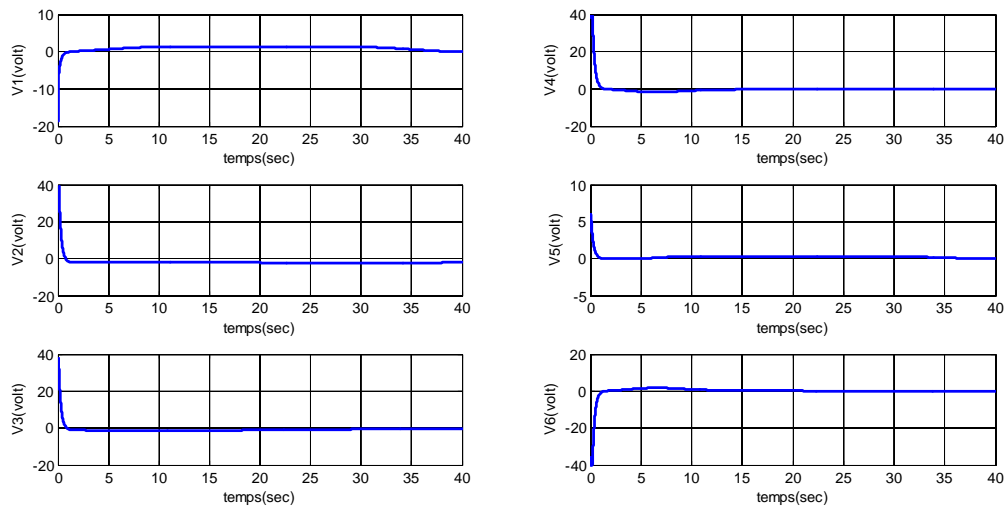


Figure IV.10c. Commande Linéarisante : Entrées de commande pour chaque articulation.

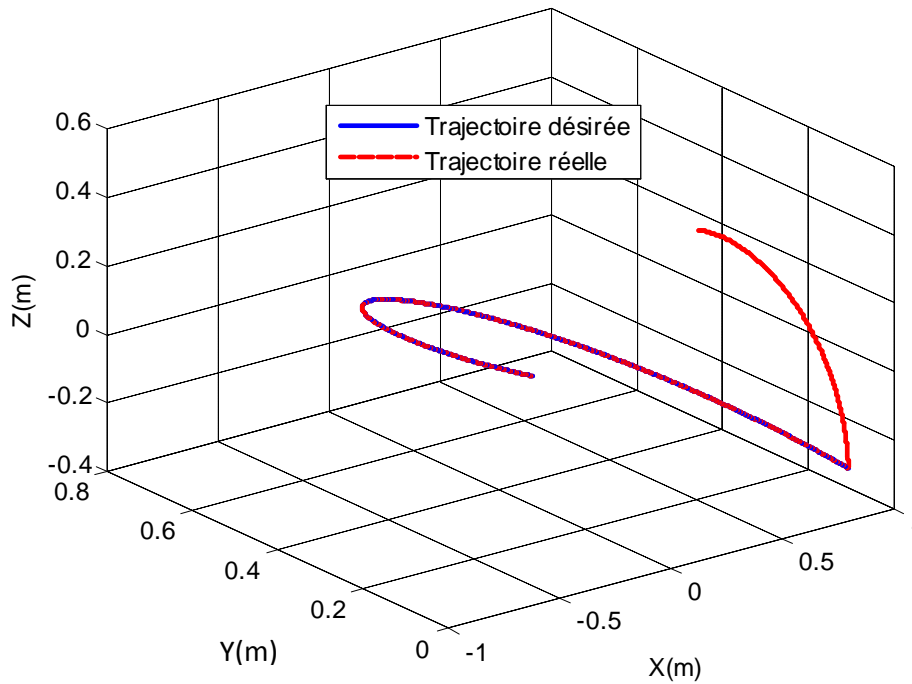


Figure IV.10e. Commande Linéarisante: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.

Les résultats de simulation confirment l'efficacité de cette technique de commande, où on remarque sur la figure IV. 10b que les erreurs de suivi tendent vers zéro. Cependant, comme cette loi est appliquée sur le model nominal du manipulateur, on doit s'assurer de la robustesse de la stabilité et des performances de poursuite de cette méthode en introduisant des incertitudes paramétriques et des entrée de perturbation dans le model nominal. Les résultats de l'essai de robustesse sont discutés dans la section suivante.

IV.4.3.4. Teste de Robustesse

Afin de vérifier la robustesse de la loi de commande linéarisante, on propose d'introduire des incertitudes paramétriques dans le modèle nominal (IV.18) du manipulateur et des couples de perturbations au niveau de chaque articulation. Par conséquent, le model perturbé sera défini par la suite du travail comme suit,

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{B} = \widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - \mathbf{B}(\mathbf{q}) = \mathbf{0.1}\widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) & \left(\mathbf{10\% de } \widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) \right) \\ \Delta \mathbf{h} = \widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0.1}\widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) & \left(\mathbf{10\% de } \widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right) \end{cases}$$

Où $\widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}), \widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ représentent les valeurs nominales de \mathbf{B} et $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$.

Les couples de perturbation sont définis selon [65, 120] comme,

$$\tau_i(t) = 7.5 \sin(4.3575t) + 3.5. \sin(9.825) + 3.5 \sin(2.7075) - 4.5$$

Les résultats de simulation pour le modèle perturbé sont présents ci-dessous,

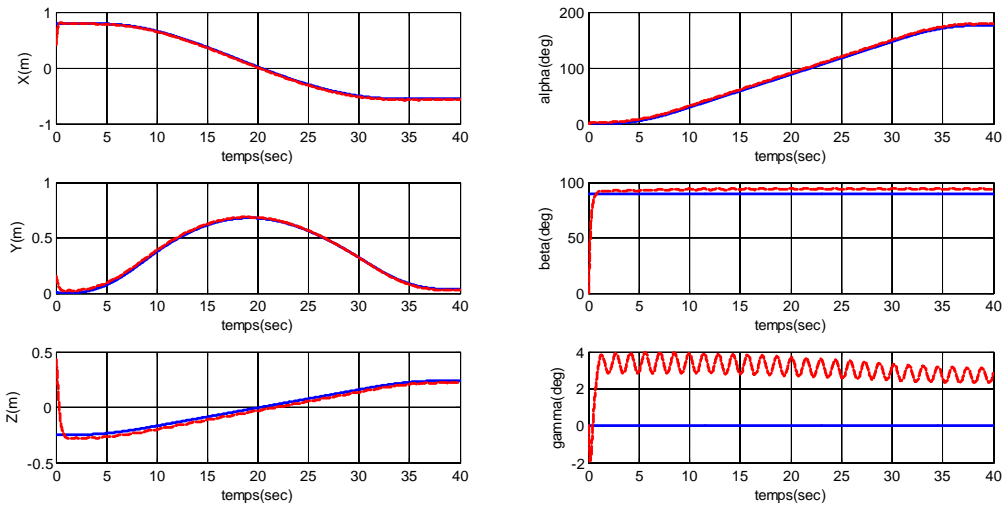


Figure IV.11a. Commande Linéarisante : Grandeurs de référence et grandeurs réelles après l'introduction des incertitudes paramétriques et des couples de perturbation.

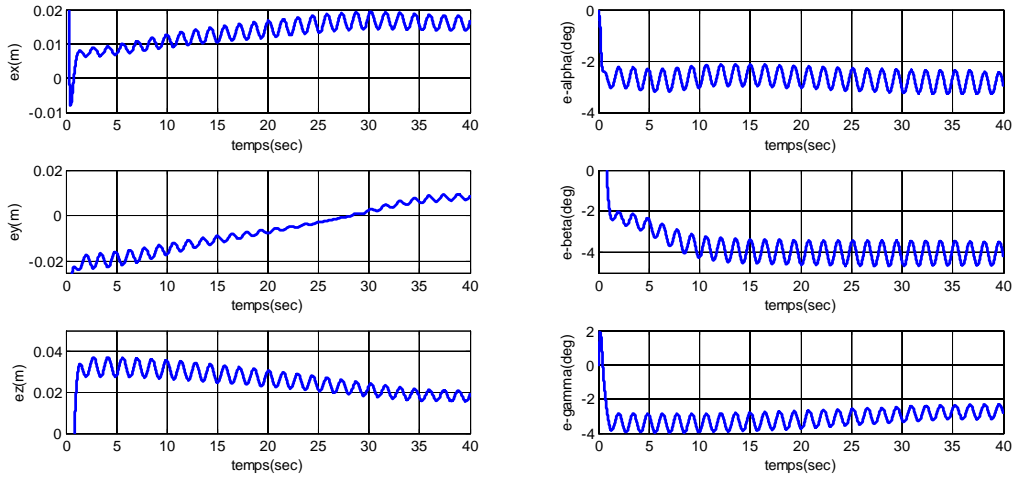


Figure IV.11b. Commande Linéarisante : Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.

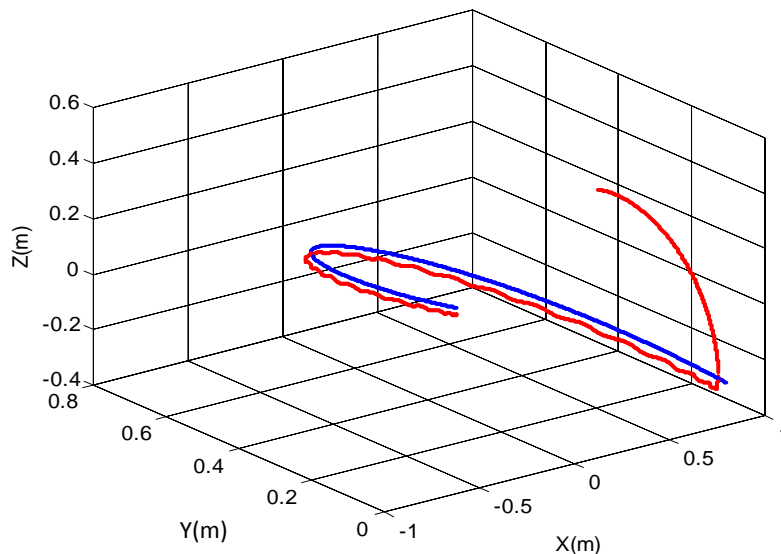


Figure IV.11e. Commande Linéarisante: Effets des perturbations sur les performances de poursuite dans l'espace tridimensionnel.

Il est clair que les performances du suivi ont été beaucoup dégradées, et le système en boucle fermée risque même de diverger si les incertitudes et les perturbations deviennent un peu plus importantes, le même constat est vrai pour le cas de la commande P.D. Ce résultat était attendu dès le départ, car les lois de commande linéarisante et P.D ne sont pas connus comme des lois de commande à caractère fortement robustes. C'est pour cette raison qu'on proposera d'étudier, par la suite, certaines lois à caractère fortement robuste.

IV.4. Commandes multi variables robustes

IV.4.1. Commande linéarisante robuste

L'approche de la commande linéarisante entrées/sorties nécessite la connaissance exacte du modèle du système pour pouvoir compenser ses non linéarités. Dans le cas d'une implémentation pratique, il faut prendre en considération les différentes sources d'incertitudes comme les erreurs de modélisation, les variations inconnues des charges manipulées, et les erreurs de calcul. Considérons de nouveau le modèle du manipulateur rigide (IV.18),

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u} \quad (\text{IV.46})$$

En tenant compte de l'incertitude sur le modèle du système, on peut exprimer la loi de commande non linéaire (IV.20) comme suit [27, 43, 31, 82, 83],

$$\mathbf{u} = \widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (\text{IV.47})$$

Où $\widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}), \widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ représentent les valeurs nominales de \mathbf{B}, \mathbf{h} . L'incertitude ou l'erreur du modèle est représentée par,

$$\begin{cases} \Delta\mathbf{B} = \widehat{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - \mathbf{B}(\mathbf{q}) \\ \Delta\mathbf{h} = \widehat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{cases} \quad (\text{IV.48})$$

A partir des équations (IV.46) et (IV.7), on trouve,

$$\widehat{\mathbf{B}}\mathbf{v} + \widehat{\mathbf{h}} = \mathbf{B}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}$$

On peut l'exprimer de la façon suivante,

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} &= \mathbf{B}^{-1}\widehat{\mathbf{B}}\mathbf{v} + \mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{h} \\ &= \mathbf{v} + (\mathbf{B}^{-1}\widehat{\mathbf{B}} - \mathbf{I})\mathbf{v} + \mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{h} \end{aligned} \quad (\text{IV.49})$$

Nous définissons les grandeurs ci-dessous comme dans [27, 31, 43, 82, 83],

$$\begin{cases} \mathbf{E} = (\mathbf{B}^{-1}\widehat{\mathbf{B}} - \mathbf{I}) \\ \boldsymbol{\eta} = \mathbf{E}\mathbf{v} + \mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{h} \end{cases} \quad (\text{IV.50})$$

Si nous remplaçons (IV.50) dans (IV.49), nous obtenons l'équation du système linéarisé avec la prise en compte des erreurs du modèle,

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}(\mathbf{v}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (\text{IV.51})$$

IV.4.1.1. Conception de la loi de commande de la boucle externe

Il ya plusieurs méthodes pour assurer la robustesse de la commande linéarisante. Nous allons traiter l'approche connue sous la théorie de la stabilité garantie des systèmes incertains, basé sur la théorie de Lyapunov (Lyapunov second method). Dans cette approche, la loi de commande \mathbf{v} de la boucle externe est définie comme dans [27, 31, 43, 82, 83],

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}_d(t) + \mathbf{K}_D(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}_P(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + \Delta\mathbf{v} \quad (\text{IV.52})$$

Ce qui donne la dynamique de poursuite ci-dessous,

$$(\ddot{\mathbf{q}}_d(t) - \ddot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}_D(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}_P(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + \Delta\mathbf{v} + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \quad (\text{IV.53})$$

Cette dynamique peut être mise sous la forme d'état suivante,

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}\{\Delta\mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}\} \quad (\text{IV.54})$$

Avec,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_P & -\mathbf{K}_D \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_d - \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}$$

Le terme de commande $\Delta\mathbf{v}$ est un terme additionnel conçu spécialement pour compenser l'effet déstabilisateur de l'incertitude $\boldsymbol{\eta}$. L'idée est de calculer une borne supérieur scalaire $\rho(\mathbf{e}, t)$ de la norme Euclidienne de $\boldsymbol{\eta}$ [27, 31, 43, 82, 83],

$$\|\boldsymbol{\eta}\| \leq \rho(\mathbf{e}, t) \quad (\text{IV.55})$$

La substitution de la loi (IV.52) dans l'expression de $\boldsymbol{\eta}$ (IV.50) donne,

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{E}\Delta\mathbf{v} + \mathbf{E}(\ddot{\mathbf{q}}_d(t) + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_P\mathbf{e}) + \mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{h} \quad (\text{IV.56})$$

Supposons que cette borne $\rho(\mathbf{e}, t)$ est de la forme donnée par [31],

$$\|\boldsymbol{\eta}\| \leq \alpha\|\Delta\mathbf{v}\| + \gamma_1\|\mathbf{e}\| + \gamma_2\|\mathbf{e}\|^2 + \gamma_3 \quad (\text{IV.57})$$

Avec,

$$\alpha = \|\mathbf{E}\| = \|\mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{B}} - \mathbf{I}\|$$

Les constantes γ_i sont positives, et supposons de plus,

$$\|\Delta\mathbf{v}\| \leq \rho(\mathbf{e}, t) \quad (\text{IV.58})$$

Par conséquent, nous aurons la condition suivante,

$$\|\boldsymbol{\eta}\| \leq \alpha\rho(e, t) + \gamma_1\|e\| + \gamma_2\|e\|^2 + \gamma_3 = \rho(e, t) \quad (\text{IV.59})$$

Finalement, à partir de (IV.59) la borne $\rho(e, t)$ est définie comme,

$$\rho(e, t) = \frac{1}{1 - \alpha} (\gamma_1\|e\| + \gamma_2\|e\|^2 + \gamma_3) \quad (\text{IV.60})$$

Comme \mathbf{K}_P et \mathbf{K}_D sont choisis pour que la matrice A soit une matrice de Hurwitz, choisissons les deux matrices définies positives $P > 0$ et $Q > 0$ tel que la matrice P est la solution symétrique satisfaisant l'équation de Lyapunov suivante,

$$A^T P + P A = -Q \quad (\text{IV.61})$$

La loi de commande $\Delta \mathbf{v}$ est définie comme [27, 31, 43, 82, 83],

$$\Delta \mathbf{v} = \begin{cases} -\rho(e, t) \frac{B^T P e}{\|B^T P e\|}, & \text{si } \|B^T P e\| \neq 0 \\ 0, & \text{si } \|B^T P e\| = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.62})$$

Cette loi assure que la fonction de Lyapunov V décrite ci-dessous est décroissante [27, 31],

$$V = e^T P e \quad (\text{IV.63})$$

Pour démontrer que $\dot{V} \leq 0$ calculons cette dérivée,

$$\dot{V} = -e^T Q e + 2e^T P B \{\Delta \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}\} \quad (\text{IV.64})$$

Pour simplifier cette expression, posons $w = B^T P e$ et considérons le deuxième terme du second membre de l'expression ci-dessus, $w^T \{\Delta \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}\}$. Si $w = 0$ ce terme disparaît et $\dot{V} \leq 0$.

Si $w \neq 0$,

$$\Delta \mathbf{v} = -\rho \frac{w}{\|w\|} \quad (\text{IV.65})$$

Le second terme de (IV.65) devient selon l'inégalité de Cauchy-Schwarz,

$$\begin{aligned} w^T \left(-\rho \frac{w}{\|w\|} + \boldsymbol{\eta} \right) &\leq -\rho\|w\| + \|w\|\|\boldsymbol{\eta}\| \\ &= \|w\|(-\rho + \|\boldsymbol{\eta}\|) \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.66})$$

Comme $\|\boldsymbol{\eta}\| \leq \rho(e, t)$.

Par conséquent,

$$\dot{V} < -e^T Q e \quad (\text{IV.67})$$

Ainsi, nous avons démontré que la loi de commande (IV.62) assure la convergence des trajectoires du système vers les trajectoires désirées malgré la présence de la perturbation η .

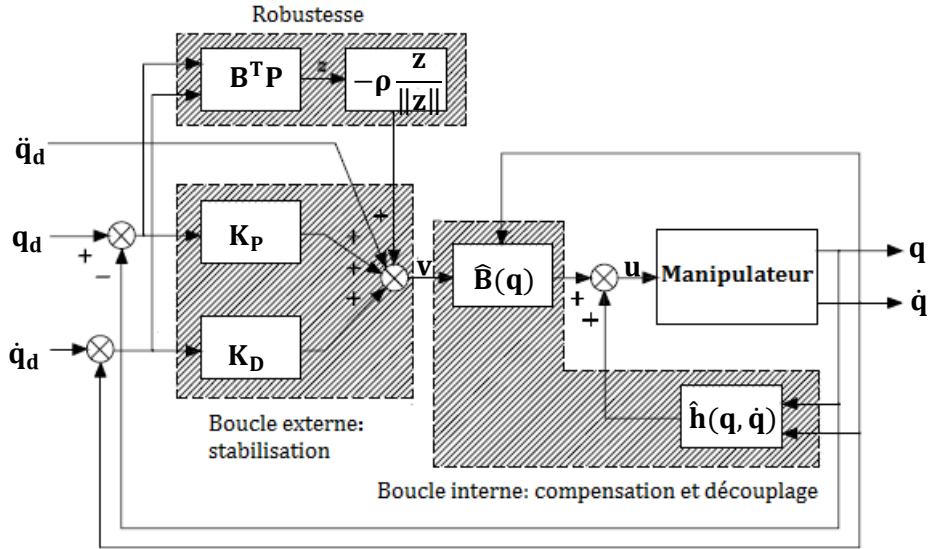


Figure IV.12. Schéma de la commande linéarisante robuste (RNFLC).

Les résultats de simulation obtenus pour cette technique de commande sont donnés par les figures ci-dessous,

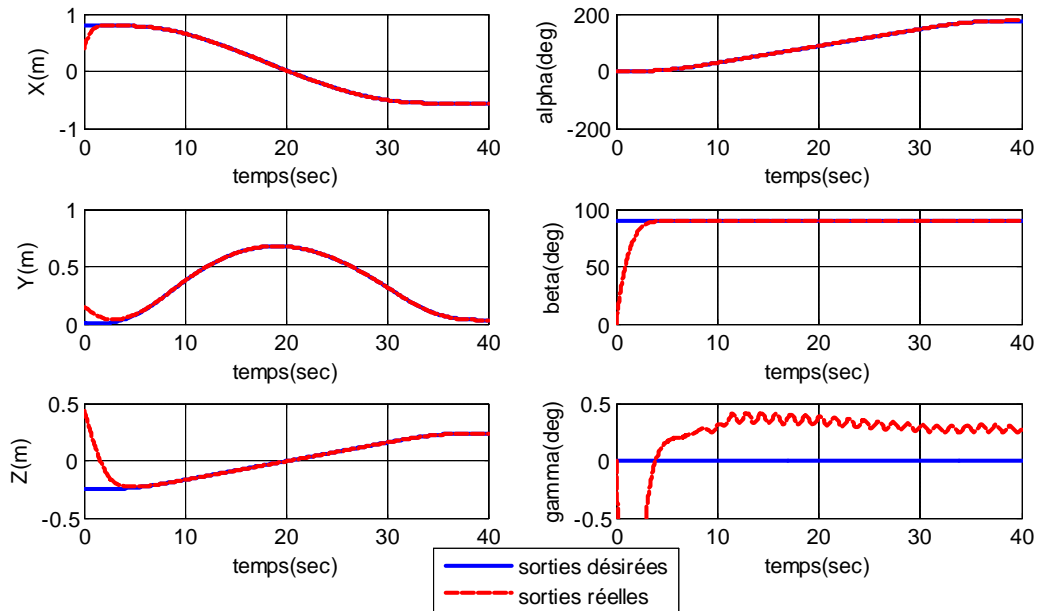


Figure IV.13a. Commande Linéarisante Robuste : Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.

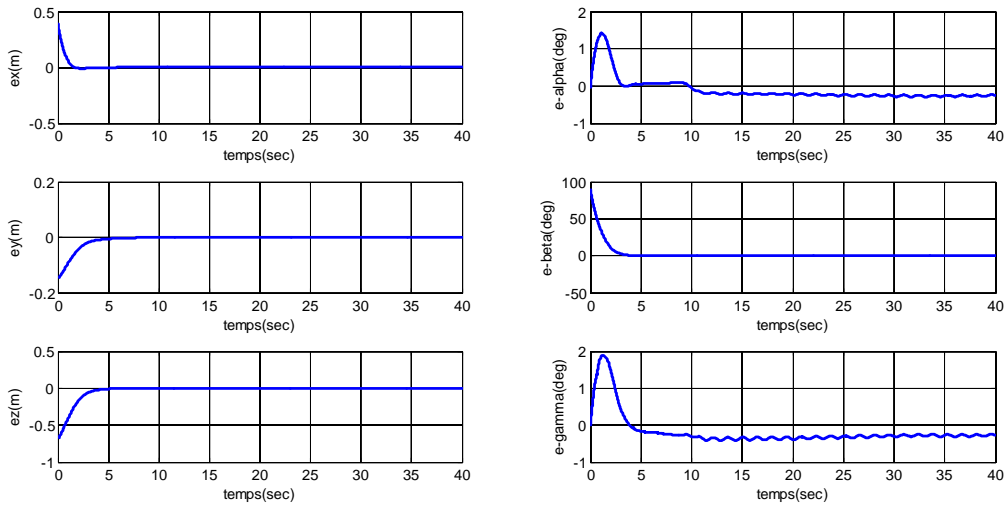


Figure IV.13b. Commande Linéarisante Robuste: Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.

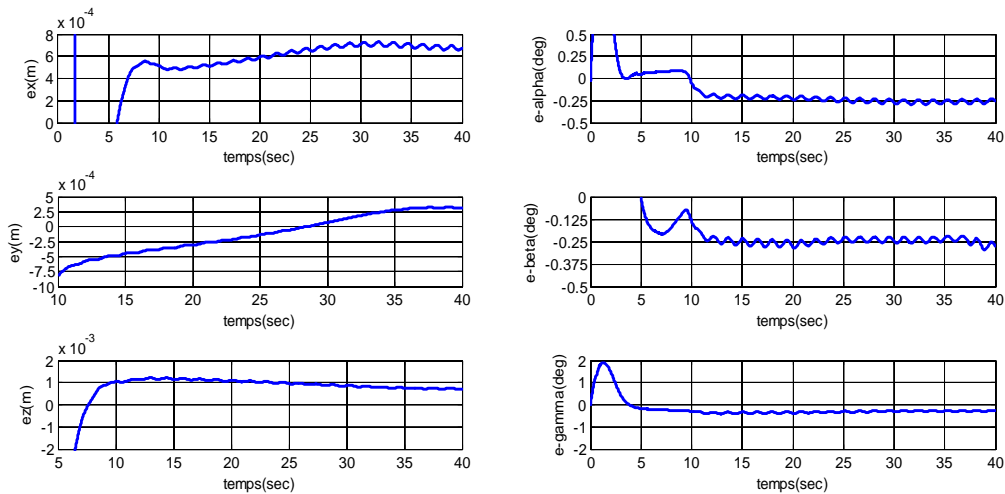


Figure IV.13c. Commande Linéarisante Robuste: Un zoom sur les erreurs de poursuite.

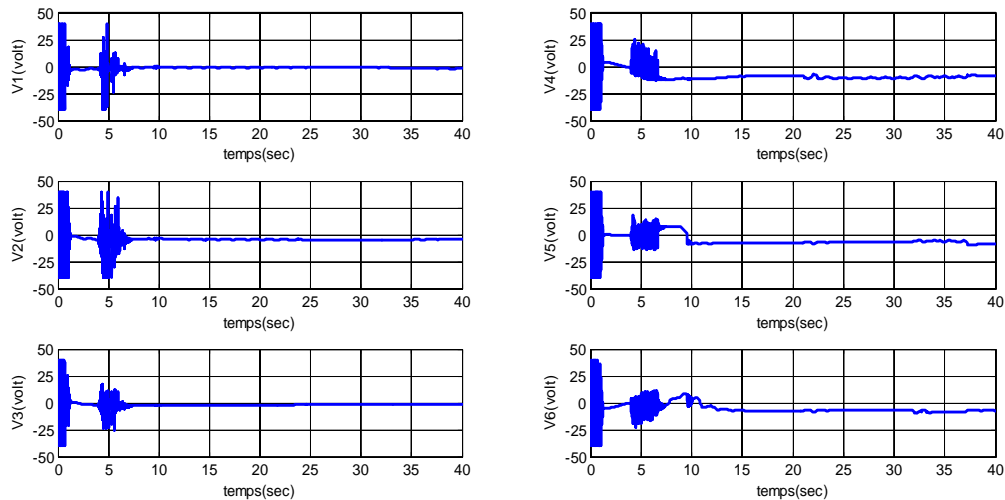


Figure IV.13d. Commande Linéarisante Robuste: Entrées de commande pour chaque articulation.

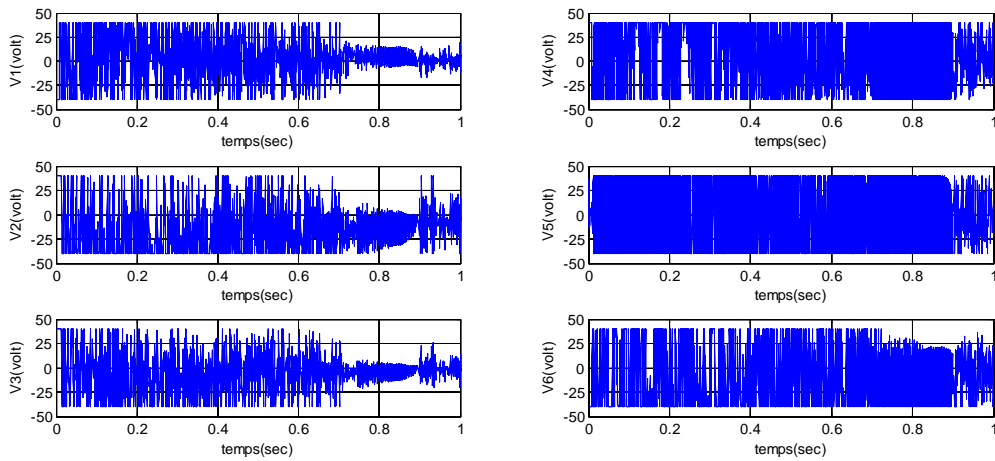


Figure IV.13e. Commande Linéarisante Robuste: zoom sur les entrées de commande.

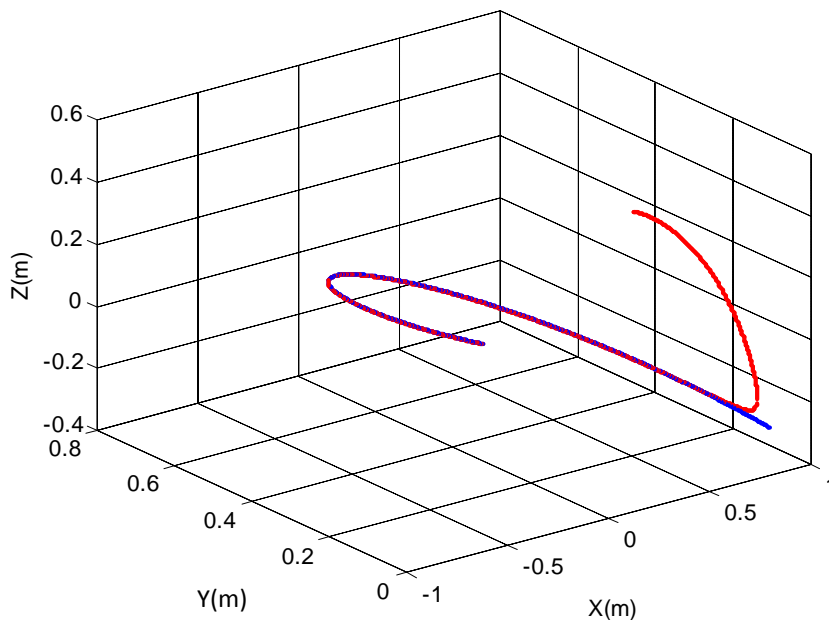


Figure IV.13f. Commande Linéarisante Robuste: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.

Comme on s'attendait des développements théoriques, l'introduction du terme supplémentaire Δv dans la commande linéarisante à beaucoup améliorer la robustesse des performances de suivi de cette technique. La figure VI. 13c montre les qualités supérieures que peut atteindre cet algorithme de commande, où on voit clairement que les erreurs de positionnement sont restés limités à une valeur inférieure à 0.8 mm, et les erreurs d'orientation à une valeur inférieure à 0.5 degré. Cependant, les entrées de commande, figures IV. 13d et IV.13e, comportent des fréquences très élevées dues aux discontinuités du terme Δv . Cet inconvénient à des effets très nocif sur la boucle d'asservissement, dans le cas des réalisations pratiques, allant de l'augmentation des pertes énergiques des moteur et les vibrations de la structure mécanique, jusqu'à l'usure des actionneurs et la divergences de la

boucle de commande en excitant les dynamiques de hautes fréquences négligées lors de la modélisation. Cet inconvénient est très connu dans le domaine de l'automatique sous le nom de la réticence ou le chattering en anglais.

IV.4.2. Commande par rejet actif de perturbation ADRC

Parmi les lois de contrôle robuste qui existent, on trouve la commande par rejet actif de perturbation connue sous l'abréviation en anglais ADRC (Active Disturbance Rejection Control).

L'ADRC a été d'abord proposée par J. Han dans les années 1990s [85, 86] et encore simplifiée et explicitée par Z. Gao dans [87, 88]. L'idée de cette approche, relativement récente, consiste à considérer les non linéarités et les perturbations du système comme un état supplémentaire estimé et compensé à chaque instant (en temps réel) en utilisant un observateur à état étendu (ESO). La compensation dynamique réduit le système approximativement à un simple intégrateur double qui peut être facilement contrôlé en utilisant une loi de commande linéaire [81, 85, 93]. En raison de sa robustesse et de fort rejet de perturbation, L'ADRC a été appliquée avec succès dans de nombreux domaines [81, 85, 86, 93].

Afin d'expliquer cette technique de commande, considérons le système mono variables d'ordre deux décrit par l'équation suivante [87, 88, 89, 92, 93],

$$\ddot{y} = f(y, \dot{y}, w) + bu \quad (\text{IV.68})$$

Où $f(\cdot)$ représente la dynamique du modèle et de la perturbation, w est une entrée de perturbation inconnue, u est l'entrée de commande, et y est la sortie mesurée. On suppose que la valeur du paramètre b est connue. Le système (IV.68) est ensuite modifié comme suit,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu \\ \dot{x}_3 = \hat{f}(\cdot) \end{cases} \quad (\text{IV.69})$$

Où, $x_1 = y, x_2 = \dot{y}, x_3 = f(y, \dot{y}, w)$. La fonction f est traitée comme un état augmenté. Ici f et \hat{f} sont inconnus. En considérant $f(y, \dot{y}, w)$ comme un état, on peut maintenant l'estimer en utilisant un estimateur (observateur) d'état. Les auteurs dans [81, 89, 90, 91, 92, 93] ont proposé l'observateur non linéaire suivant pour le système (IV.69),

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A. \hat{x} + B. u + L. fal(e, \alpha_i, \delta) \\ y = C. \hat{x} \end{cases} \quad (\text{IV.70})$$

Où,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad 0], L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}$$

L'erreur de l'observateur est $e = y - \hat{x}_1$.

$fal(e, \alpha_i, \delta)$ est définie comme une fonction exponentielle de gain modifié,

$$fal(e, \alpha_i, \delta)|_{i=1,2,3} = \begin{cases} |e|^{\alpha_i} \cdot sign(e), & \text{si } |e| > \delta \\ \frac{e}{\delta^{1-\alpha_i}}, & \text{sinon} \end{cases} \quad (IV.71)$$

Si on choisi $0 < \alpha_i < 1$, $fal(e, \alpha_i, \delta)$ représente un gain élevé lorsque l'erreur d'observation est faible. La valeur $\delta > 0$ petite est utilisée pour limiter le gain au voisinage de l'origine.

Ainsi, l'observateur réduit à l'ensemble d'équations d'état suivantes, est désigné sous le nom d'un observateur à état étendu (Extended state observer ESO),

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + L_1 fal(e, \alpha_1, \delta) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + L_2 fal(e, \alpha_2, \delta) + bu \\ \dot{\hat{x}}_3 = L_3 fal(e, \alpha_2, \delta) \end{cases} \quad (IV.72)$$

Notons que si l'erreur est petite ($|e| \leq \delta < 1$), l'observateur ESO devient un observateur linéaire (de Luenberger),

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \beta_1 e \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + \beta_2 e + be \\ \dot{\hat{x}}_3 = \beta_3 e \end{cases} \quad (IV.73)$$

Avec,

$$\beta_i = \frac{L_i}{\delta^{1-\alpha_i}}$$

Les paramètres β_i sont généralement choisis comme dans [81, 90, 91, 92, 93],

$$s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3 = (s + \omega_0)^3 \quad (IV.74)$$

ω_0 est la bande passante de l'observateur, et s est l'opérateur de Laplace.

En utilisant la méthode de placement de pôles donnée par l'équation (IV.74), pour le cas $|e| \leq \delta$ (c.à.d. observateur linéaire), les gains de l'observateur peuvent être évalués comme suit,

$$\frac{L_1}{\delta^{1-\alpha_1}} = 3\omega_0$$

$$\frac{L_2}{\delta^{1-\alpha_2}} = 3\omega_0^2$$

$$\frac{L_3}{\delta^{1-\alpha_3}} = \omega_0^3$$

La commande active de rejet de perturbation ADRC, est alors définie comme une méthode de commande où la valeur de $f(y, \dot{y}, w)$ est estimée en temps réel et compensée par l'utilisation du signal de commande u .

Comme $\hat{x}_3 \rightarrow f$, il est utilisé pour éliminer activement la fonction f par l'application de la commande,

$$u = (u_0 - \hat{x}_3)/b \quad (IV.75)$$

Cette expression réduit le système (IV.68) à,

$$\ddot{y} = (f - \hat{x}_3) + u_0 \quad (IV.76)$$

Quand $\hat{x}_3 \rightarrow f$,

$$\ddot{y} \approx u_0 \quad (IV.77)$$

Le système réduit (IV.77) est de type intégrateur double de gain unité, ce qui permet l'utilisation de la loi de commande linéaire suivante,

$$u_0 = \ddot{y}_{ref} + 2\zeta\omega_n\dot{e} + \omega_n^2 e = \ddot{y}_{ref} + K_D\dot{e} + K_p e \quad (IV.78)$$

Où y_d est le signal de référence. Les gains de l'observateur L_i et les gains du correcteur linéaire peuvent être calculés par un placement de pôle adéquat. La figure IV.14 montre la configuration de l'ADRC.

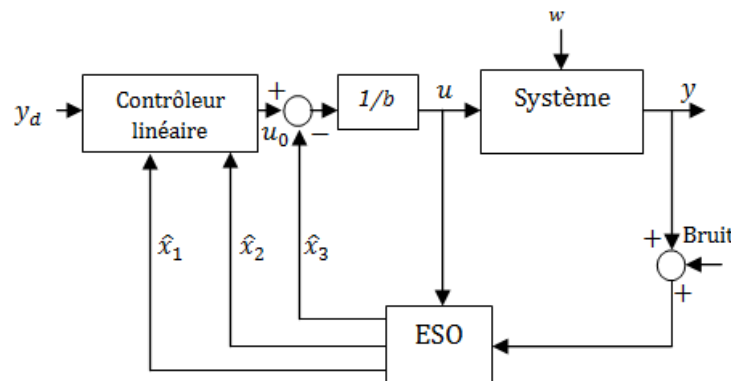


Figure IV.14. Schéma global de la commande ADRC.

L'application de la loi de commande (IV.78) pour le système (IV.77) nous donne la dynamique de poursuite en boucle fermée [89, 93],

$$\ddot{e} + 2\zeta\omega_n \dot{e} + \omega_n^2 e = 0 \quad (\text{IV.79})$$

ω_n, ζ sont respectivement la bande passante et l'amortissement du système en boucle fermée. La bande passante de l'observateur ω_0 est choisie généralement comme,

$$\omega_0 = (3 \sim 5)\omega_n$$

IV.4.2.1. Application de l'ADRC pour la commande du manipulateur Puma 560

Remarquons que le modèle (IV.51) du manipulateur linéarisé par la loi de commande (IV.47), peut être réécrit comme une série de sous systèmes découplés du deuxième ordre comme indiqué ci-dessous [81, 93],

$$\ddot{q}_i = \eta_i(v, q, \dot{q}) + v_i \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{IV.80})$$

Alors, ils sont de la forme (IV.68), où,

$$\begin{cases} x_{i1} = q_i \\ x_{i2} = \dot{q}_i \\ x_{i3} = f(\cdot) = \eta_i(v, q, \dot{q}) \\ b = 1 \end{cases} \quad (\text{IV.81})$$

Par conséquent, la loi de commande ADRC peut être facilement élaborée pour chaque articulation. Pour notre manipulateur, les résultats sont donnés par les figures suivantes,

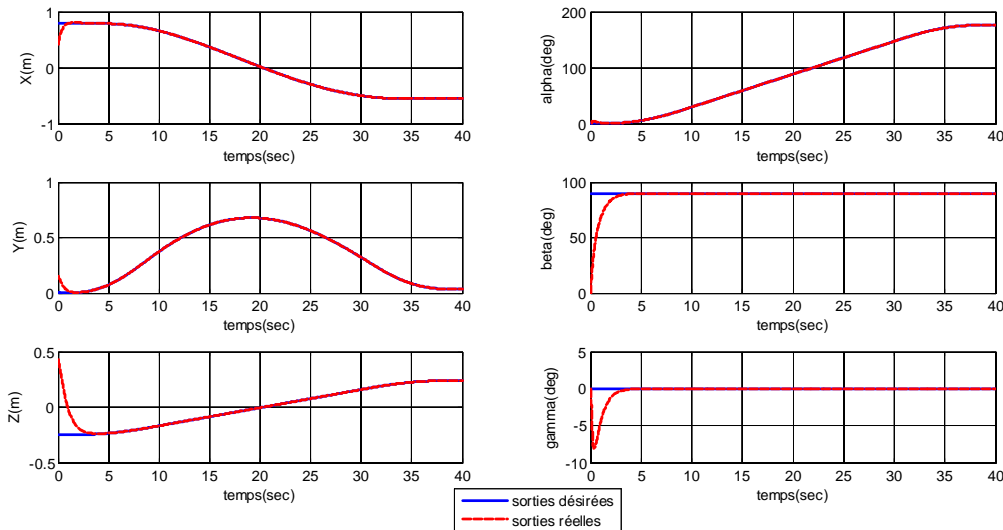


Figure IV.15a. Commande ADRC: Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.

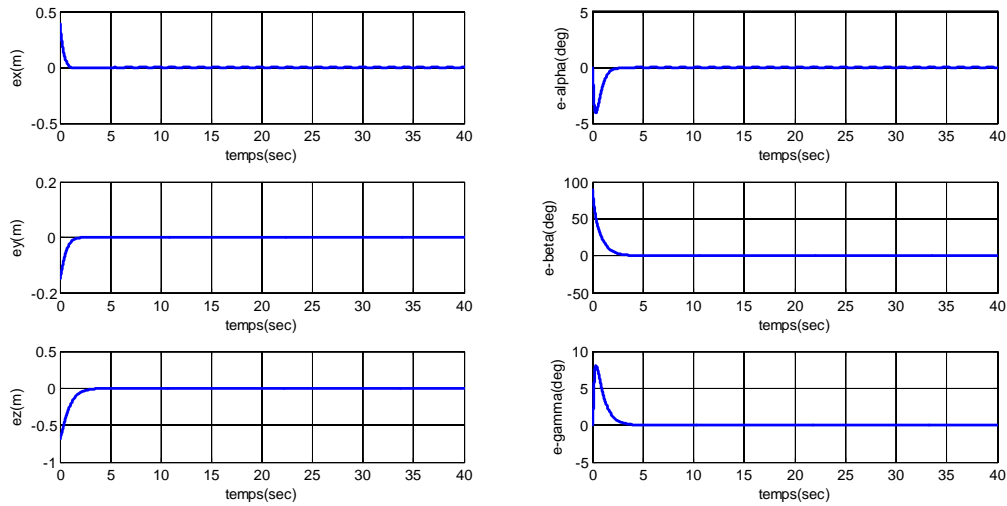


Figure IV.15b. Commande ADRC: Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.

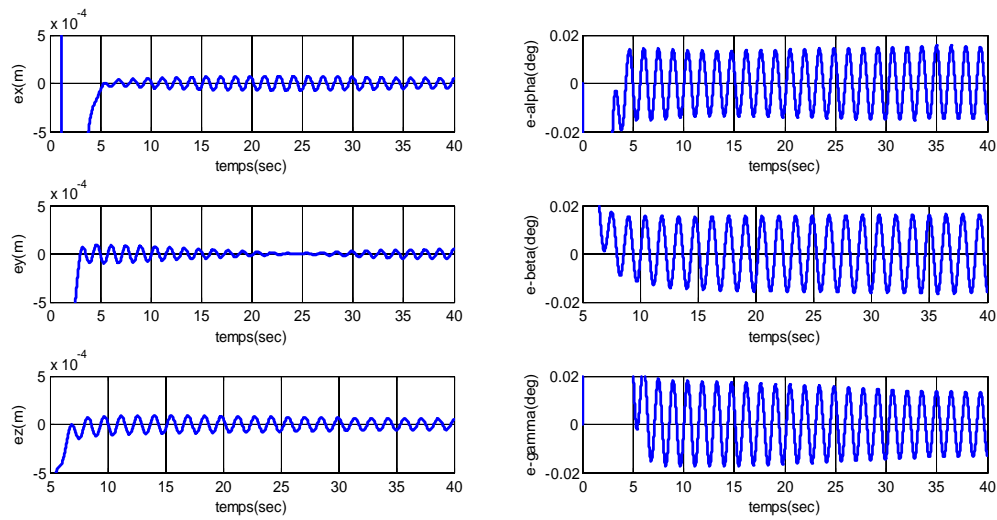


Figure IV.15c. Commande ADRC: Zoom sur les erreurs de poursuite.

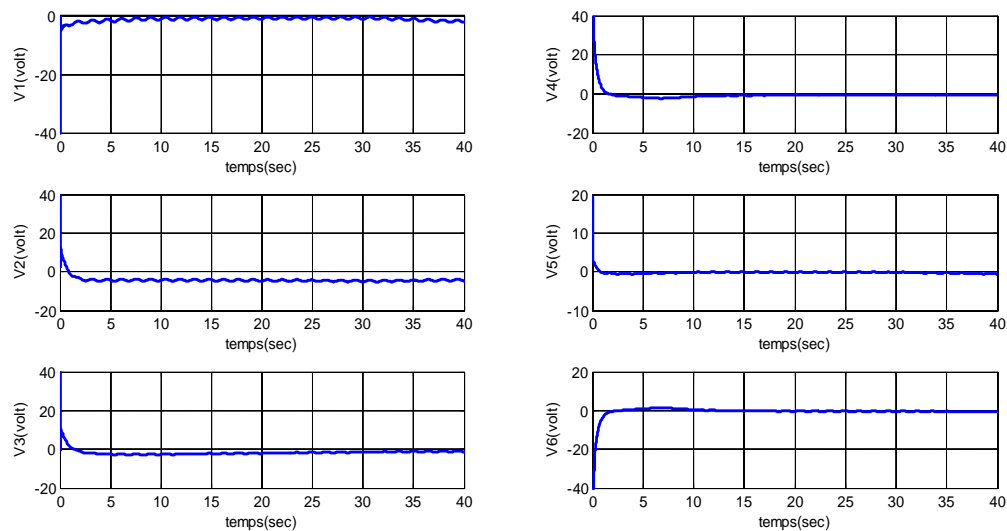


Figure IV.15d. Commande ADRC: Entrées de commande pour chaque articulation.

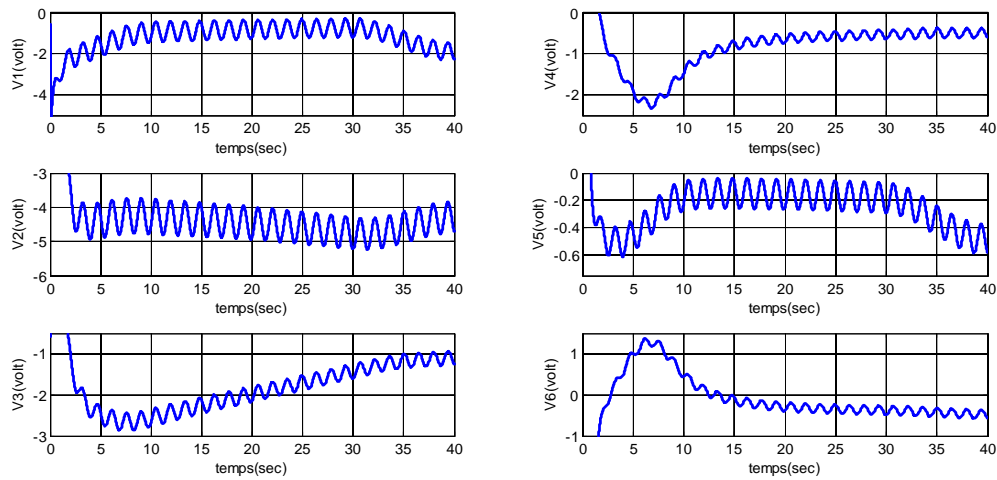


Figure IV.15e. Commande ADRC: Zoom sur les entrées de commande.

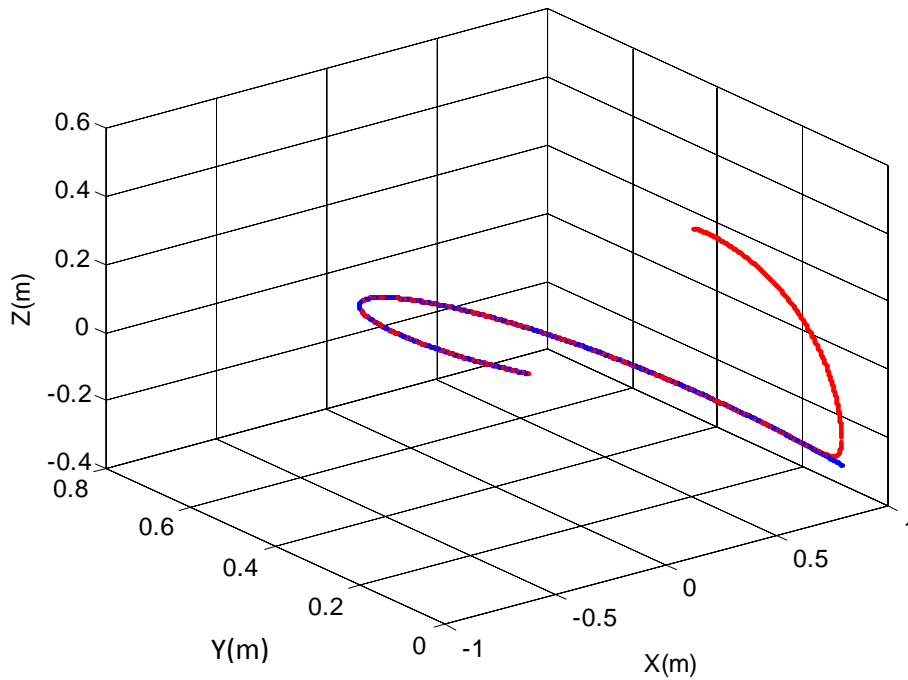


Figure IV.15f. Commande ADRC: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.

Le remplacement du contrôleur de la boucle externe de commande de la loi linéarisante robuste RNFLC par un contrôleur à rejet actif de perturbation ADRC, n'a pas eu juste comme effet d'augmenté considérablement la robustesse des performances de suivi, les figures IV. 15c montre des erreurs de poursuite beaucoup plus faibles que celles de la RNFLC avec des erreurs de positionnement moins de 0.1 mm et 0.02degré pour l'orientation ; mais en plus, il a parfaitement éliminé le phénomène de réticence « chattering», où la figure IV. 15d montre des signaux de commande beaucoup plus lisses avec des amplitudes moins importantes, ce qui va sûrement améliorer l'efficacité énergétique du système asservi.

IV.4.3. Commande par mode de glissement

La commande par mode de glissement a connu un grand succès depuis plusieurs années, cela est dû à la simplicité de sa mise en œuvre est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des variations paramétriques. Elle consiste à amener la trajectoire d'état du système commandé vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre (origine du plan de phase) [96, 97].

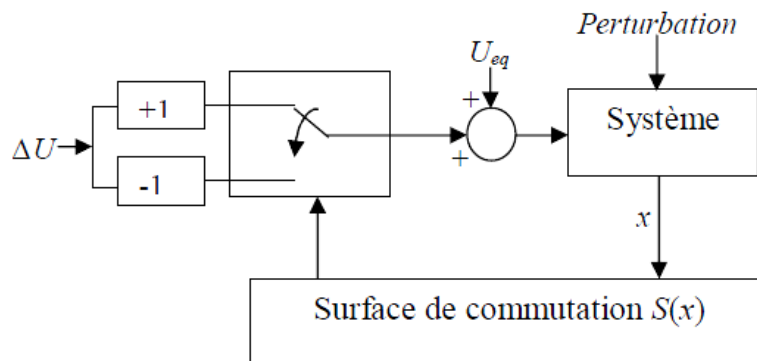


Figure IV.16. Schéma de la commande par mode de glissement.

La conception de la loi de commande peut être effectuée en trois étapes [96, 97],

- Le choix de la surface de glissement.
- L'établissement des conditions de convergence.
- La détermination de la loi de commande.

IV.4.3.1. Surface de glissement

Afin de concevoir la loi de commande par mode de glissement, considérons le système non linéaire de la forme (IV.82) selon [61, 95, 99, 100],

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t).u \quad (IV.82)$$

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+(x, t) & \text{si } s_i(x, t) > 0 \\ u_i^-(x, t) & \text{si } s_i(x, t) < 0 \end{cases}, \quad u \in R^m$$

Avec,

- $s_i(x, t)$: Est la i ème composante de la fonction de commutation (surface de glissement) vectorielle $s(x, t)$.
- $x \in R^n$: Le vecteur d'état.

- $u \in R^m$: Les entrées de commande.
- $y \in R^p$: Les sorties à commander.
- r_i : Le degré relatif de la sortie y_i .
- $f(x, t) \in R^n, g(x, t) \in R^{n \times m}$: Deux fonctions non linéaires.

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à commander glisse sur cette surface et tend vers l'origine du plan de phase en régime permanent. Ainsi, cette surface définit le comportement dynamique désirée du système en boucle fermée (système à commander plus la loi de commande). Dans la littérature, nous trouvons différentes formes des surfaces de glissement, ou chaque type de surfaces présente de meilleures performances pour une application donnée [94, 95, 96, 97]. Dans notre cas, nous nous intéresserons à un choix particulier qui est linéaire par rapport aux variables à commander (positions angulaires des deux articulations) [22, 94],

$$s_i(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_i \right)^{r_i-1} \cdot e_i \quad (\text{IV.83})$$

Où,

- e_i : Erreur entre la variable à commander et sa grandeur de référence $e_i = y_i - y_{ref_i}$.
- λ_i : Constante positive.
- r_i : Degré relatif de la sortie à commander par rapport à l'entrée de commande (le nombre de fois qu'il faut dériver la sortie à commander pour faire apparaitre au moins un terme de commande).

Alors,

$$s(x, t) = [s_1(x, t), s_2(x, t), \dots, s_m(x, t)]^T$$

IV.4.3.2. Condition de convergence

La condition de convergence permet au système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il s'agit alors de formuler une fonction scalaire positive $V(x, t) > 0$ pour les variables d'états du système qui est définie par la fonction de Lyapounov suivante,

$$V(x, t) = \frac{1}{2} s(x, t)^T \cdot s(x, t) \quad (\text{IV.84})$$

L'idée est de choisir la loi de commande pour faire décroître cette fonction afin de garantir l'attraction de la variable à commander vers sa valeur de référence. Pour que la fonction de

Lyapounov décroisse, il suffit de s'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci est vérifié par la condition suivante [61, 94-97, 100],

$$s^T \dot{s} < 0 \quad (\text{IV.85})$$

Cette condition (IV.85), est appelée condition de glissement.

IV.4.3.3. Calcul de la loi de commande

La structure d'un contrôleur comporte deux composantes, une première concernant la linéarisation exacte et une deuxième stabilisante. Cette dernière est très importante dans la technique de commande par mode de glissement, car elle est utilisée pour éliminer les effets d'imprécision du modèle et de rejeter les perturbations extérieures. La loi de commande est définie par [22, 94-99],

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_n(t) \quad (\text{IV.86})$$

- u_{eq} : Correspond à la composante équivalente.
- u_n : Correspond à la composante non linéaire discontinue.

La composante équivalente sert à maintenir la variable à commander sur la surface de glissement $s(x, t) = 0$. La commande équivalente est déduite en considérant que la de la surface de glissement est nulle $\dot{s}(x, t) = 0$. Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commander Elle peut être aussi interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{max} et u_{min} [22, 61, 94-100].

$$\dot{s}(x, t) = \frac{\partial s}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.87})$$

En remplaçant (IV.82) et (IV.83) dans (IV.87), nous trouvons,

$$\begin{aligned} \dot{s}(x, t) &= \frac{\partial s}{\partial x} (f(x, t) + g(x, t) \cdot u) + \frac{\partial s}{\partial t} \\ \dot{s}(x) = 0 &\Rightarrow u_{eq} = -(Gg)^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial t} + Gf(x) \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.88})$$

Avec,

$$G = \frac{\partial s}{\partial x}$$

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que : $G \cdot g(x, t)$ soit inversible.

La trajectoire d'état en mode de glissement est obtenue par la substitution de u_{eq} dans l'équation (IV.82) on obtient,

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)(Gg)^{-1} \left(\frac{\partial s}{\partial t} + Gf(x) \right) \quad (IV.89)$$

IV.4.3.4. Robustesse des modes glissants vis-à-vis des perturbations

Considérons le système perturbé suivant selon [95, 99, 100],

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t).u + p(x, t) \quad (IV.90)$$

Où p représente l'effet des incertitudes paramétriques sur le modèle ou des perturbations externes.

Le régime glissant sur s , du système perturbé (IV.90), est invariant vis-à-vis de p , si et seulement si le vecteur de perturbation p vérifie la condition suivante [95, 99, 100],

$$p \in Vect \{g(x, t)\} \quad (IV.91)$$

Avec, $Vect$ l'espace engendré par la base $g(x, t)$.

La condition (IV.91) est appelée condition de recouvrement ou « matching condition ».

Remarque. Pour une convergence en temps fini vers la surface de glissement, la condition d'attractivité (IV.85) qui ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement, est remplacée par une condition plus fine dite de η -attractivité [95, 99, 100] donnée par,

$$s^T \dot{s} < -\eta \|s\| \quad (IV.92)$$

Dans ce cas on peut assurer que la surface $s(x, t) = 0$ va être rejointe en un temps fini t_f tel que,

$$t_f < \frac{s(t=0)}{\eta} \quad (IV.93)$$

IV.4.3.5. Phénomène de réticence

La forme la plus simple que peut prendre la loi de commande u_n afin de satisfaire la condition d'attractivité (IV.92) est celle d'un relais [61, 94, 95, 99, 100],

$$u_n = -k \cdot \text{sign}(s) \quad (\text{IV.94})$$

La fonction sign est définie comme suit,

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} +1 & \text{si } s > 0 \\ 0 & \text{si } s = 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases} \quad (\text{IV.95})$$

k : Constante positive qui représente le gain de la commande discontinue u_n .

Du point de vue de la synthèse de commande, on procède généralement au choix de la surface de commutation $s(x, t) = 0$ en fixant le plus souvent la dynamique de glissement, puis on en déduit une commande discontinue $u_n(x, t)$ du type (IV.94) qui rend cette surface attractive et assure ainsi l'apparition du mode de glissement. Ce mode de glissement idéal est illustré par la figure IV.17. Un mode de glissement idéal correspond à une commande qui commute à une fréquence infinie, or il n'existe aucun organe de commande pouvant réaliser cette opération.

Malgré les différents avantages de la commande par modes de glissement, son utilisation a été entravée par un inconvénient majeur qu'on appelle réticence, broutement ou encore « chattering » en Anglais (Figure IV.18). La réticence est une conséquence naturelle du comportement dynamique réel de l'ensemble actionneur-système à commander. Elle est à l'origine des commutations persistantes de la commande qui peuvent provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande, ou exciter les dynamiques de hautes fréquences non considérées dans la modélisation, ce qui peut mener jusqu'à la déstabilisation du système bouclé. Dans la littérature, on trouve plusieurs méthodes pour limiter ce phénomène. L'approche la plus simple, dite approche de couches limites, consiste à remplacer la fonction signe par une fonction plus lisse [94, 99, 100].

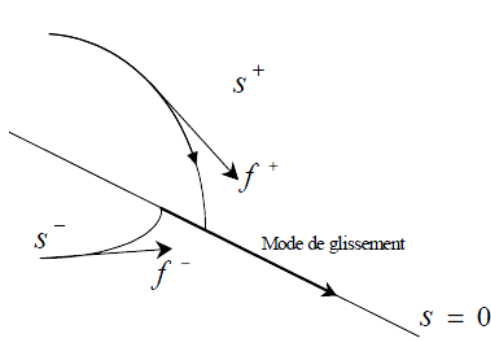


Figure IV.17. Mode de glissement idéal.

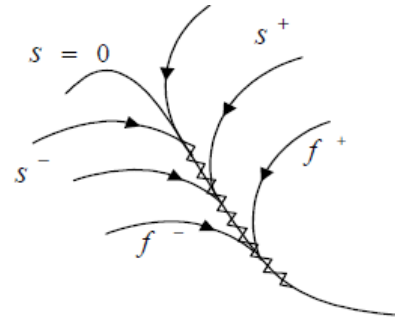


Figure IV.18. Mode de glissement avec réticence.

Parmi les fonctions utilisées, on trouve la fonction saturation définie comme dans [94, 99,100],

$$sat\left(\frac{s}{\phi}\right) = \begin{cases} s/\phi & \text{si } |s| \leq \phi \\ \text{sign}(s) & \text{si } |s| > \phi \end{cases} \quad (\text{IV.96})$$

IV.4.3.6. Modes glissants d'ordre supérieurs

Le principe de la commande par modes glissants d'ordre supérieur, consiste à contraindre le système à évoluer sur une surface de glissement déterminée par [22, 99, 100, 101],

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0,$$

r étant l'ordre de la commande, avec $s^{(i)}$ la $i^{\text{ème}}$ dérivée de la fonction s par rapport au temps. Outre la conservation des propriétés de robustesse, cette approche permet de réduire le phénomène de réticence et d'obtenir de meilleures performances.

En d'autres termes, si nous avons une période d'échantillonnage δ , la précision sera de l'ordre de $O(\delta^2)$, alors qu'elle ne serait que de l'ordre de $O(\delta)$ pour le premier ordre.

Dans la littérature nous trouvons deux types de modes glissants d'ordre r idéaux et réels, dont les définitions sont les suivantes d'après [99, 100],

Définition 1. La trajectoire $(t, x(t))$ ayant pour condition initiale $(0, x_0)$ est une trajectoire à modes glissants idéaux d'ordre r par rapport à la surface $s = 0$, s'il existe $t_1 > 0$ tel que $\forall t \geq t_1$, les égalités suivantes soient vérifiées $s(t, x(t)) = \dot{s}(t, x(t)) = \dots = s^{(r-1)}(t, x(t)) = 0$. La notion de modes glissants idéaux n'a pour but que d'exprimer une solution théorique, mathématiquement possible mais irréalisable pratiquement (à cause des imperfections et limitations physiques des organes de commutation). Elle permet d'atteindre de façon plus lisse la surface de contrainte. Ceci est généralement lié à un phénomène d'intégration des discontinuités de la commande.

Définition 2. Une commande par modes glissants réels sur $s = 0$ est dite d'ordre $r > 0$ par rapport à une fonction à valeur réelle $\gamma(\epsilon)$, tels que $\epsilon \rightarrow 0 \Rightarrow \gamma(\epsilon) \rightarrow 0$, si pour n'importe quel ensemble compact appartenant au domaine de définition, il existe $t_1 > 0$ tel que et une constante $C > 0$ telle que $\forall t \geq t_1$ l'inégalité suivante soit vérifiée :

$$|s(t, x(t, \epsilon))| \leq C |\gamma(\epsilon)|^r .$$

La notion de modes glissants réels permet d'exprimer la dépendance de l'algorithme à modes glissants par rapport aux imperfections physiques du système réel (retard d'un actionneur, échantillonnage de la mesure, gain non infini de la fonction signe en zéro, etc...). Cet aspect est très important pour les systèmes à structure variable quand il s'agit de passer à une application réelle.

IV.4.3.7. Commande du manipulateur Puma 560 par modes glissants d'ordre un

Pour notre étude, nous n'aborderons que la commande par modes de glissement d'ordre un ou classique. Pour cela, considérons de nouveau le modèle (IV.7),

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -B(x_1)^{-1}(C(x_1, x_2)x_2 + Fx_2 + g(x_1)) + B(x_1)^{-1}u \\ y = x_1 \end{cases}$$

Avec,

$$x_1 = \mathbf{q}, \quad x_2 = \dot{\mathbf{q}},$$

Par conséquent, les fonctions $f(x)$, $g(x)$ sont définies comme,

$$f(x) = -B(x_1)^{-1}(C(x_1, x_2)x_2 + Fx_2 + g(x_1)), \quad g(x) = B(x_1)^{-1}$$

Remarquons que le degré relatif de la sortie à commander x_1 est égal à 2,

$$y^{(2)} = x_1^{(2)} = f(x) + g(x)u \quad (IV.97)$$

La surface de glissement est définie comme,

$$s(x) = (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + \lambda(x_1 - x_{1d}) \quad (IV.98)$$

Avec,

$$\lambda = \text{Diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$$

Finalement, la commande par modes de glissement définie comme [22, 99, 100],

$$u = B(x_1)(B(x_1)^{-1}(C(x_1, x_2)x_2 + Fx_2 + g(x_1)) + \ddot{q}_d(t) - \lambda\dot{e}(t) - K \cdot \text{sign}(S(x)))$$

La commande équivalente est définie par l'expression ci-dessous,

$$\begin{aligned} u_{eq} &= C(x_1, x_2)x_2 + Fx_2 + g(x_1) + B(x_1)(\ddot{q}_d(t) - \lambda\dot{e}(t)) \\ &= B(x_1)(\ddot{q}_d(t) - \lambda\dot{e}(t)) + h(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (IV.99)$$

La commande non linéaire discontinue est donnée par,

$$u_{disc} = -B(x_1).K.sign(S(x)) \quad (IV.100)$$

Les résultats obtenus par modes glissement d'ordre un (méthode conventionnelle) sont illustrés par les figures ci-dessous,

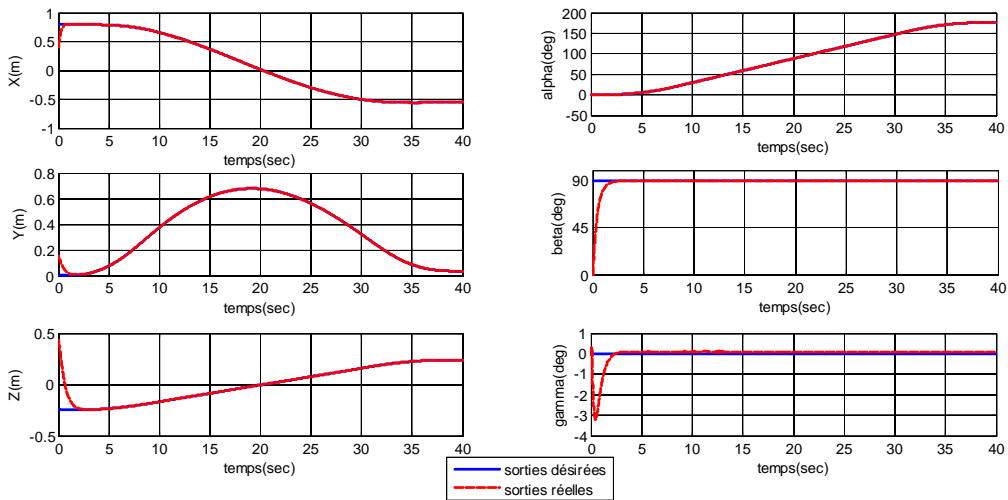


Figure IV.19a. Commande par modes de glissement conventionnels: Grandeurs de référence et grandeurs réelles.

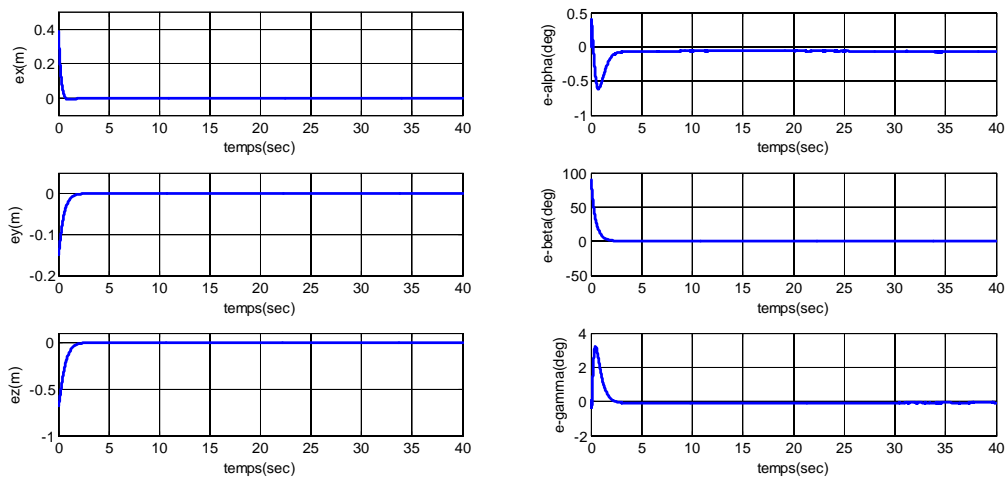


Figure IV.19b. Commande Modes de glissement conventionnels : Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.

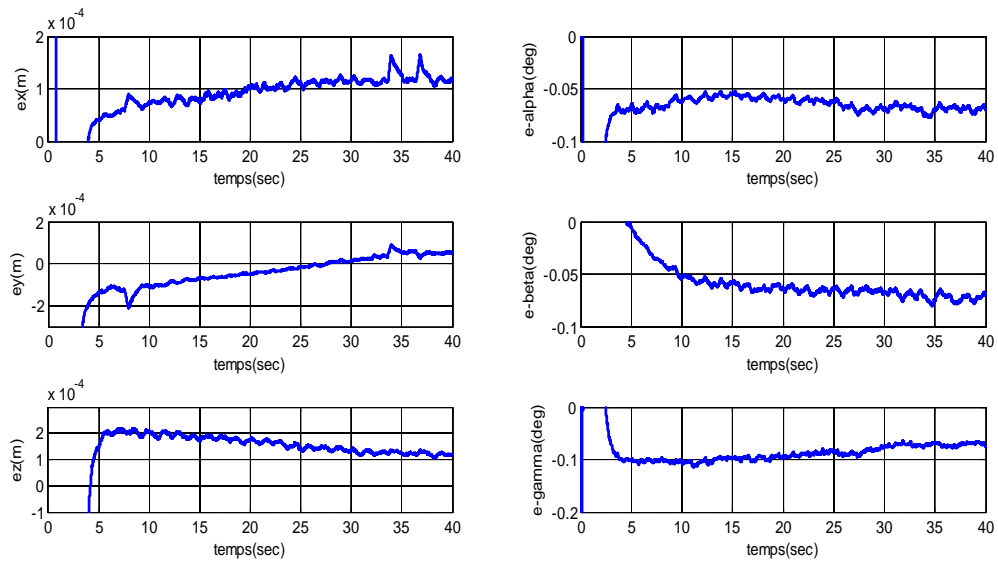


Figure IV.19c. Commande Modes de glissement conventionnels : Zoom sur les erreurs de poursuite.

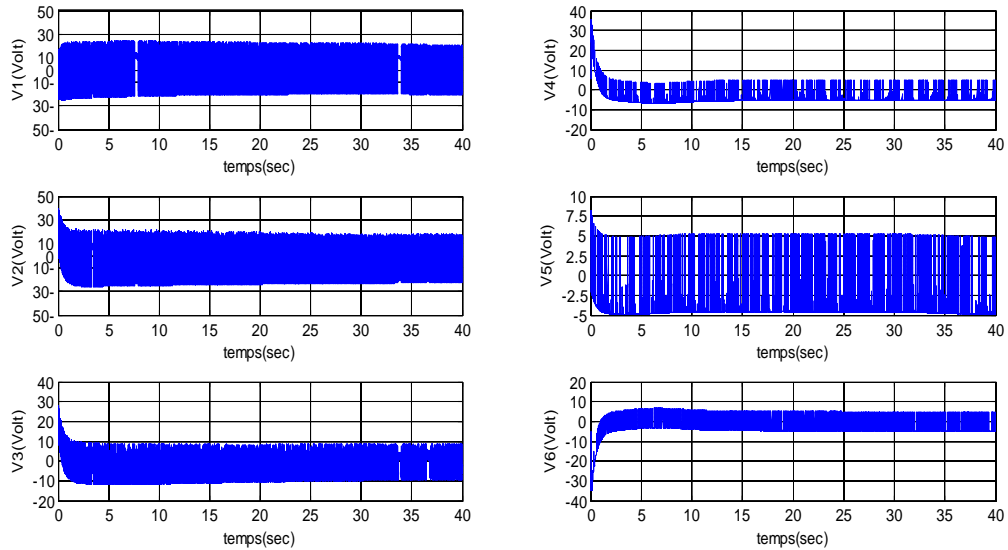


Figure IV.19d. Commande Mode de glissement conventionnel: Entrées de commande pour chaque articulation.

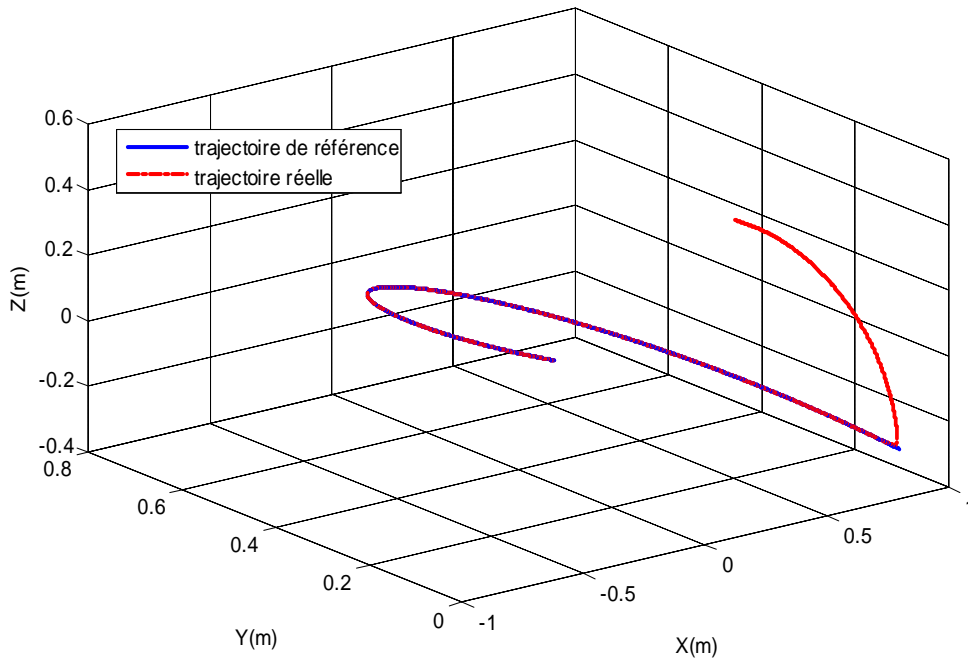


Figure IV.19e. Commande Mode de glissement conventionnel: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.

Les résultats de simulation montrent le caractère robuste de la commande par modes de glissement avec des performances de suivi proches à celles obtenues avec la loi ADRC, où on remarque sur la figure IV.19c que les erreurs de positionnement en régime permanent sont inférieures 0.2 mm et les erreurs d'orientation inférieures à 0.15 degré. Cependant, comme pour le cas de la loi RNFLC, la figure IV. 19d montre des signaux de commande qui contiennent des fréquences très élevées avec des amplitudes importantes, ce qui va sûrement engendrer les effets nuisibles du phénomène de réticence dans la boucle d'asservissement, et diminuera l'efficacité énergétique de ce contrôleur.

IV.4.4. Commande adaptative neuronale par modes de glissement

Comme nous l'avons déjà vu, la commande par mode de glissement conventionnelle présente certains inconvénients structurels importants qui limitent sa mise en œuvre dans des applications pratiques. Le premier inconvénient réside dans le phénomène de réticence, dû au terme de commande discontinu qui peut exciter les dynamiques à hautes fréquences, négligées lors de la phase de modélisation, ce qui peut provoquer des effets nocifs sur le système contrôlé (usure du mécanisme et actionneurs dans les systèmes mécaniques...etc. voir l'instabilité du système en boucle fermée) [104, 105, 106]. Le second inconvénient est dû à la difficulté de calcul de la commande équivalente lorsque la modélisation du système est très difficile, ou lorsque le système est soumis à une large gamme de variations de

paramètres, ou de perturbations externes [103, 107]. Les solutions les plus couramment utilisées pour la réduction du phénomène de réticence sont l'approche de la couche limite (Boundary Layer), où une approximation continue du terme de contrôle discontinu est utilisée à la place de la fonction de signe à l'intérieur d'une zone autour de la surface de glissement, cette zone est appelée la couche limite. Cependant, la largeur de cette couche produit une relation inverse entre les performances de commande et l'élimination du chattering. La deuxième approche proposée est la commande par modes glissants d'ordres supérieurs; Malheureusement, la conception de la commande nécessite une procédure de calcul complexe [107, 119].

Ces dernières années, les outils de l'intelligence artificielle (IA), telles que les réseaux neuronaux artificiels, et les systèmes de logique floue, ont été appliquées avec succès pour surmonter les problèmes pratiques rencontrés dans la mise en œuvre des contrôleurs par mode de glissement [102, 103, 107-118]. Dans l'application des contrôleurs par mode de glissement basés sur les réseaux de neurones artificiels pour surmonter les inconvénients de la méthode conventionnelle, peu d'idées principales ont été considérées. La première tente à exploiter les capacités d'apprentissage de réseaux de neurones pour estimer en temps réel la loi de commande équivalentes ou les imprécisions du modèle [102, 103, 107, 112, 113], le rôle du réseau neuronal est alors de compenser les termes non linéaires et les effets des perturbations; si ce terme de compensation est suffisamment précis, la commande discontinue, responsable du phénomène de réticence, tend vers à zéro. La deuxième idée cherche à déterminer en temps réel le gain de la commande de corrective (discontinue) adéquat, juste nécessaire pour éliminer les effets de perturbations, afin de réduire l'amplitude du chattering [114, 115, 116, 117, 118].

Parmi les différentes approches trouvées dans la littérature, dans cette thèse, on s'intéressera à l'approche développée par Y. Yildiz et al. Dans la référence [112]. Ce choix se justifie par la simplicité de la conception et la facilité d'implémentation pratique de cet algorithme de commande basé sur des bases mathématiques solides. De plus, le système en boucle fermée peut atteindre une très bonne robustesse tout en éliminant les effets nuisibles du phénomène de réticence. La conception de la loi de commande est divisée en deux phases. Premièrement, la forme du classique de la commande par mode de glissement est ajustée afin d'avoir un terme de contrôle correctif continu et lisse, en utilisant le théorème de stabilité de Lyapunov; où la dérivée temporelle de la fonction candidate de Lyapunov a été présélectionnée pour satisfaire une certaine forme quadratique particulière.

Deuxièmement, un réseau neurones linéaires (ADALINE) adaptatif est développé afin d'estimer en temps réel la commande équivalent au voisinage de la surface de glissement par le moyen d'un mécanisme auto-ajustement approprié.

IV.4.4.1. Synthèse de la loi de commande

Considérons le système non linéaire régi par le modèle d'état de la forme suivante [112, 120],

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + B(x)u + d(x, t) \\ y = [y_1, \dots, y_m]^T \end{cases} \quad (IV.101)$$

Où,

- $y \in \mathbb{R}^m$ désigne le vecteur de sortie.
- $x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(r_m-1)}]^T \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état, avec $\sum_{i=1}^m r_i = n$ est le degré relatif du système.
- $f(x) \in \mathbb{R}^n$ est une fonction supposée inconnue (ou partiellement connue), continue et bornée.
- $B(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est la matrice de commande dont les éléments sont continus et bornés et $rank(B(x)) = m$.
- $d(x, t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur de perturbation inconnu est supposé borné.

Les deux fonctions $f(x)$ et $d(x, t)$ sont supposées satisfaire à la condition de recouvrement (IV.91) et tous leurs composants sont supposés bornés $|f_i(x)| \leq M_i$ et $|d_i(x, t)| \leq N_i$.

Si on suppose que $y_d = [y_{1d}, \dots, y_{md}]^T$ représente le vecteur des trajectoires désirées, l'objectif de la loi de commande est d'éliminer l'erreur de poursuite définie comme,

$$e_t = [e_{t_1}, \dot{e}_{t_1}, \dots, e_{t_1}^{(r_1-1)}, \dots, e_{t_m}, \dot{e}_{t_m}, \dots, e_{t_m}^{(r_m-1)}]^T = x_d - x \quad (IV.102)$$

Où,

$$e_{t_i} = y_{id} - y_i$$

$$x_d = [y_{1d}, \dot{y}_{1d}, \dots, y_{1d}^{(r_1-1)}, \dots, y_{md}, \dot{y}_{md}, \dots, y_{md}^{(r_m-1)}]^T$$

Pour le système (IV.101), nous définissons l'ensemble des surfaces de glissement dans l'espace d'erreur comme suit,

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^{(r_1-1)} + \alpha_{11} e_1^{(r_1-2)} + \dots + \alpha_{1(r_1-1)} e_1 \\ e_2^{(r_2-1)} + \alpha_{21} e_2^{(r_2-2)} + \dots + \alpha_{2(r_2-1)} e_2 \\ \vdots \\ e_m^{(r_m-1)} + \alpha_{m1} e_m^{(r_m-2)} + \dots + \alpha_{m(r_m-1)} e_m \end{bmatrix} \quad (IV.103)$$

Par conséquent l'équation de la surface de glissement est donnée par,

$$\sigma = G \cdot e_t = 0 \quad (IV.104)$$

Avec, $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et les racines des équations caractéristiques des équations différentielles, $e_i^{(r_i-1)} + \alpha_{i1} e_i^{(r_i-2)} + \dots + \alpha_{i(r_i-1)} e_i = 0$, sont supposées réelles négatives.

Afin d'éliminer le phénomène de réticence, choisissons la fonction de Lyapunov candidate suivante,

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \quad (IV.105)$$

Pour rendre la dérivée temporelle de cette fonction de Lyapunov définie négative et satisfait à une certaine forme présélectionnée, nous devons trouver l'entrée de contrôle adéquate.

Pour atteindre cet objectif, écrivons la dérivée temporelle de cette fonction sous forme d'une fonction définie négative de la forme,

$$\dot{V} = -\sigma^T D \sigma \quad (IV.106)$$

Où, $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$ est une matrice symétrique définie positive afin satisfaire la condition de passivité de Lyapunov.

En prenant la dérivée temporelle de la fonction (IV.105) et en la remplaçant dans l'expression (IV.106), nous arrivons à la condition suivante,

$$\sigma^T (\dot{\sigma} + D\sigma) = 0 \quad (IV.107)$$

Pour $\sigma \neq 0$, la loi de commande doit satisfaire à l'équation ci-dessous,

$$(\dot{\sigma} + D\sigma) = [G(\dot{x}_d - f(x) - B(x)u - d(x,t)) + D\sigma] = 0 \quad (IV.108)$$

Enfin, la loi de commande qui vérifie la condition précédente est donnée par l'expression suivante [112, 120],

$$u = -(GB)^{-1}(G(f + d - \dot{x}_d) - D\sigma) = u_{eq} + (GB)^{-1}D\sigma \quad (IV.109)$$

Il est clair que la loi de commande ne contient pas un terme discontinu. Par conséquent, le phénomène de réticence est parfaitement éliminé. Cependant, la commande équivalente ne peut être jamais calculée avec exactitude puisque f et d ne sont jamais connus avec exactitude, de plus elles ne sont pas mesurables. Par conséquent, on propose d'estimer cette

commande équivalente à l'aide du réseau de neurones linéaire et adaptatif (ADALINE) présenté par la figure ci-dessous [112, 120],

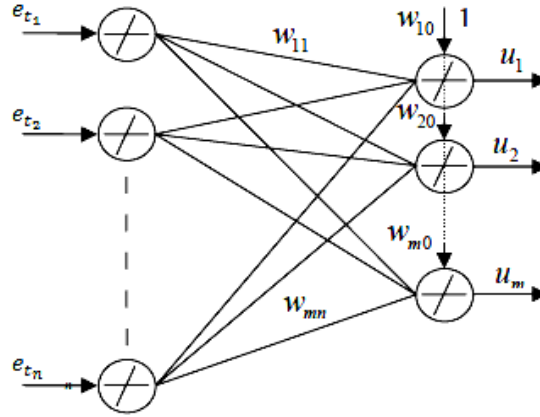


Figure IV.20. Structure ADALINE du réseau de neurones proposé pour estimé la commande équivalente.

$$u_i = \sum_{j=1}^n e_{t_j} w_{ij} + 1w_{i0}, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{IV.110})$$

Où, e_{t_j} est la $j^{\text{ème}}$ ligne de e_t , et les w_{ij} sont les poids du réseau.

Le mécanisme d'adaptation est développé de manière à trouver le réseau de neurones linéaire qui minimise la fonction de coût quadratique (III.107), afin de satisfaire la condition (III.103) déterminée à partir du critère de stabilité de Lyapunov [112, 120],

$$E = \frac{1}{2} (\dot{\sigma} + D\sigma)^T (\dot{\sigma} + D\sigma) \quad (\text{IV.111})$$

En raison de la simplicité de la structure du réseau de neurones sélectionné, la procédure d'apprentissage en ligne peut être facilement calculée à l'aide de l'algorithme d'optimisation de rétro-propagation du gradient. Il était prouvé dans [112], que la fonction de coût choisie ne possède pas de minimums locaux par rapport aux paramètres du contrôleur (les poids du réseau). Alors sous les conditions citées ci-dessous (IV.110) et (IV.111), le choix des paramètres du réseau assure que le minimum global sera atteint, et les conditions de glissement seront vérifiées.

$$\dot{w}_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = -\eta \frac{\partial E}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial w_{ij}} = \eta (\dot{\sigma} + D\sigma)^T G B_i(x) e_{t_j} \quad (\text{IV.112})$$

Où, $B_i(x)$ est la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $B(x)$.

Pour les biais w_{i0} , la mise à jour des poids sont calculés en utilisant la même procédure,

$$\dot{w}_{i0} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{i0}} = \eta (\dot{\sigma} + D\sigma)^T G B_i(x) \quad (\text{IV.113})$$

Notons que la synthèse de la loi de commande ne nécessite pas la connaissance des vecteurs f et d . Ainsi, du point de vue commande, ils peuvent être considérés comme des fonctions inconnues satisfaisant à certaines conditions particulières mentionnées ci-dessus.

IV.4.4.2. Problème des minimums locaux

Un des problèmes majeurs des algorithmes d'optimisation par rétro-propagation est la sensibilité aux minimums locaux, où le système ne peut pas atteindre le minimum global en convergeant vers certain minimum local. L'étude de la forme de la fonction de coût (IV.111), montre que les minimums locaux n'existent pas pour la formulation choisie dans l'espace des paramètres du contrôleur.

Si la dérivée seconde d'une fonction par rapport à une variable ne change pas de signe, Alors la fonction ne change pas de courbure, ce qui signifie que cette fonction n'a pas de minimums locaux pour cette variable. Prenons la dérivée seconde de la fonction de coût (IV.111) par rapport aux poids w_{ij} ,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial w_{ij}^2} = -\eta \left(\frac{\partial (\dot{\sigma} + D\sigma)^T}{\partial w_{ij}} \right) G B_i(x) e_{t_j} = -\eta \left(\frac{\partial (\dot{\sigma} + D\sigma)^T}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial w_{ij}} \right) G B_i(x) e_{t_j} \quad (\text{IV.114})$$

Substituant (IV.104) et (IV.110) dans (IV.114), nous trouvons,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial w_{ij}^2} = -\eta \left(\frac{\partial (G\dot{x}_d - G\dot{x})^T}{\partial u_i} \right) G B_i(x) e_{t_j}^2 \quad (\text{IV.115})$$

Le remplacement (IV.101) dans (IV.115) donne,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial w_{ij}^2} = \eta \left(\frac{\partial (f(x)^T G^T + u^T B(x)^T G^T + d^T G^T)}{\partial u_i} \right) G B_i(x) e_{t_j}^2 \quad (\text{IV.116})$$

Prenant la dérivée par rapport à u_i ,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial w_{ij}^2} = \eta B_i(x)^T G^T G B_i(x) e_{t_j}^2 = \eta \|G B_i(x)\|_2^2 e_{t_j}^2 > 0 \quad (\text{IV.117})$$

De façon similaire pour les biais, on démontre,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial w_{i0}^2} = \eta B_i(x)^T G^T G B_i(x) = \eta \|G B_i(x)\|_2^2 > 0 \quad (\text{IV.118})$$

Par conséquent, pour la fonction de coût choisie il n'existe pas de minimums locaux par rapport aux poids du réseau de neurones choisi.

IV.4.4.3. Etude de la stabilité

Choisissons la fonction de Lyapunov suivante qui est la même que la fonction du coût (IV.111),

$$V = \frac{1}{2}(\dot{\sigma} + D\sigma)^T(\dot{\sigma} + D\sigma) \quad (IV.119)$$

Il est clair que, $V > 0$ pour $\dot{\sigma} + D\sigma \neq 0$, et $V = 0$ pour $\dot{\sigma} + D\sigma = 0$. La dérivation temporelle de V donne,

$$\dot{V} = -\sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n \frac{\partial V}{\partial w_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial t} + g(\gamma)\dot{\gamma} \quad (IV.120)$$

Avec $g(\gamma)$ représente la dérivée de V par rapport aux autres variables que les paramètres du contrôleur.

Remarquant que $\dot{w}_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}$ de (IV.112), et $V = E$, l'expression (IV.120) devient,

$$\dot{V} = -\eta \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n \left(\frac{\partial V}{\partial w_{ij}} \right)^2 + g(\gamma)\dot{\gamma} \quad (IV.121)$$

Il est clair que pour le système soit stable, il faut que le gain d'adaptation soit suffisamment grand pour assurer que la dérivée de Lyapunov soit négative. Cette condition peut avoir des effets nocifs pour des applications réels.

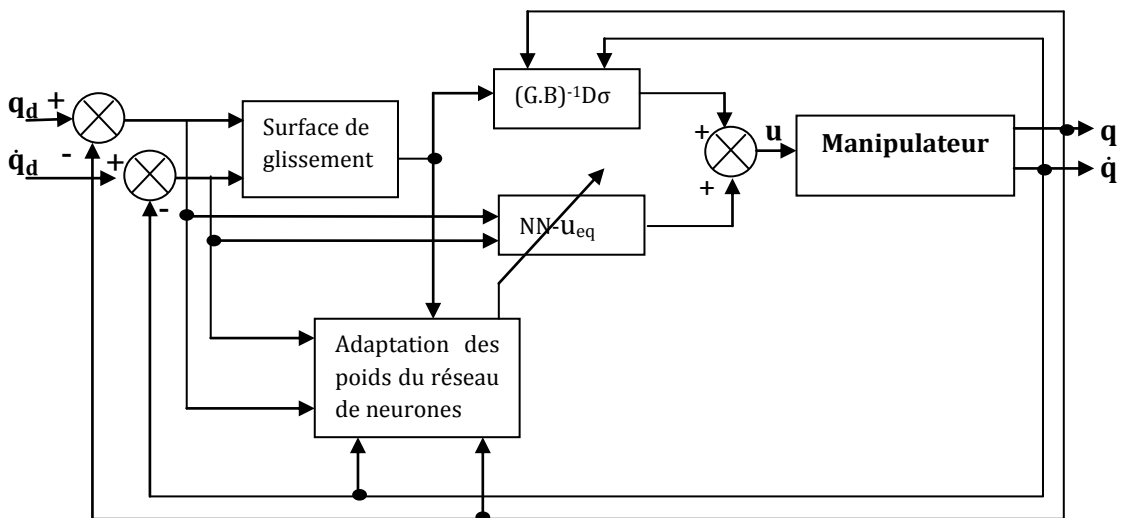


Figure IV.21. Schéma de la commande adaptative par modes de glissement neuronales proposée.

Les résultats de simulation, obtenus en appliquant cet algorithme de commande pour le manipulateur Puma 560 proposé dans cette thèse, sont illustrés par les figures suivantes,

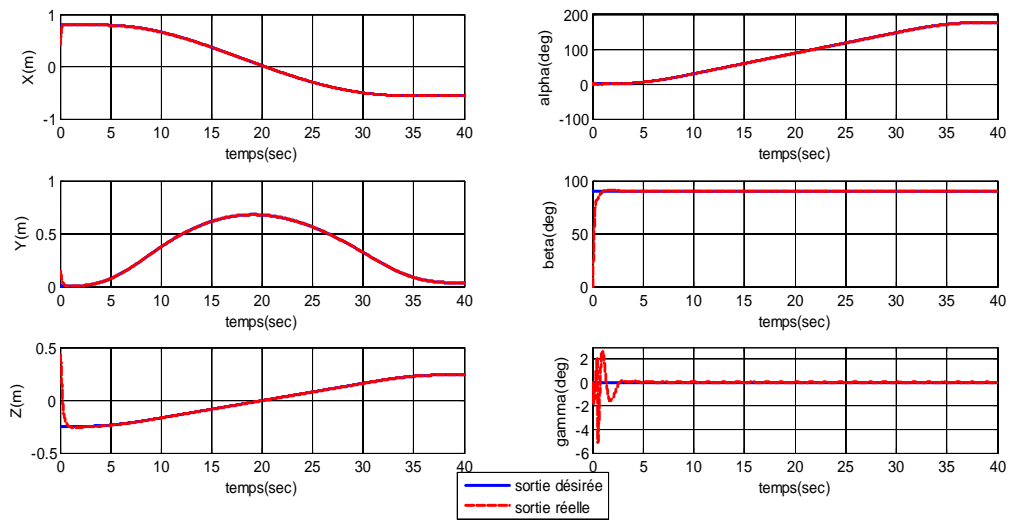


Figure IV.22a. Commande par mode de glissement neuronal: Grandeurs de référence et grandeurs réelles dans l'espace opérationnel.

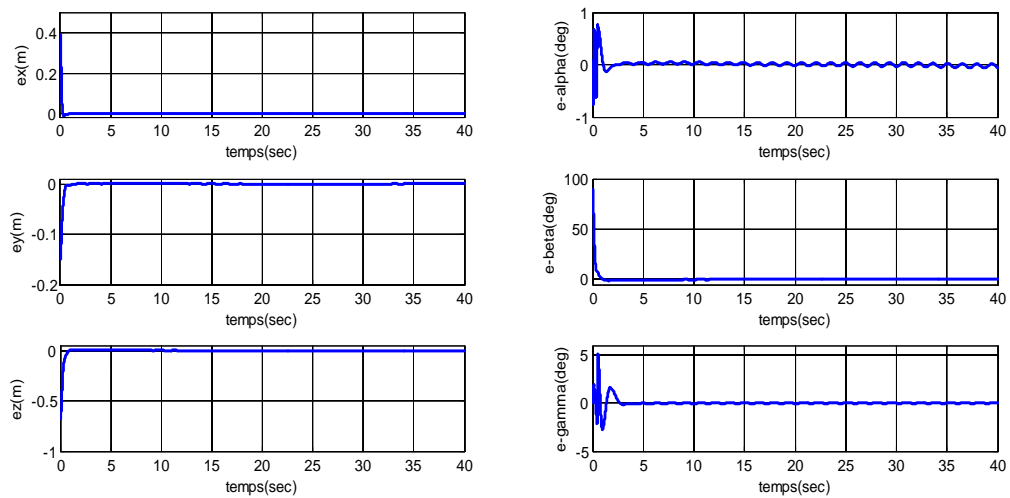


Figure IV.22b. Commande par mode de glissement neuronal: Erreurs de poursuite dans l'espace opérationnel pour le modèle perturbé.

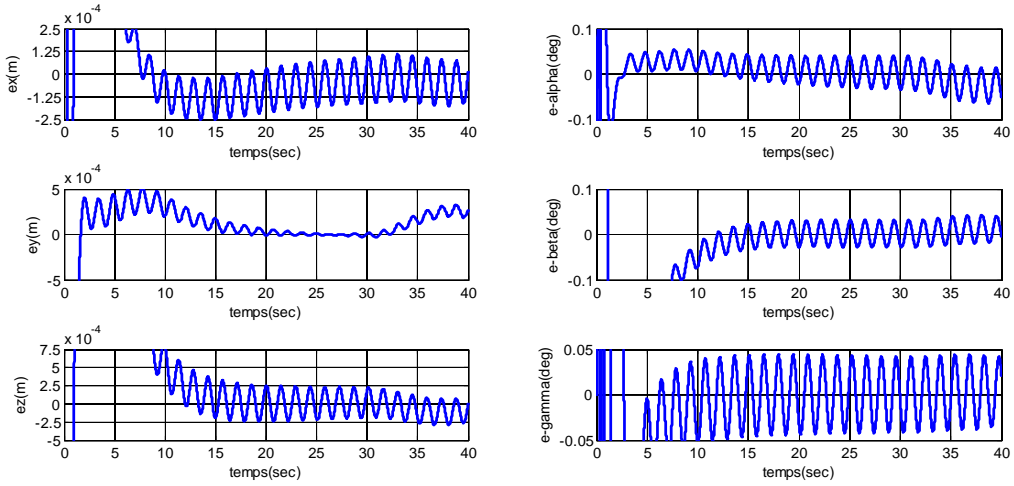


Figure IV.22c. Commande par mode de glissement neuronal: Zoom sur les erreurs de poursuite.

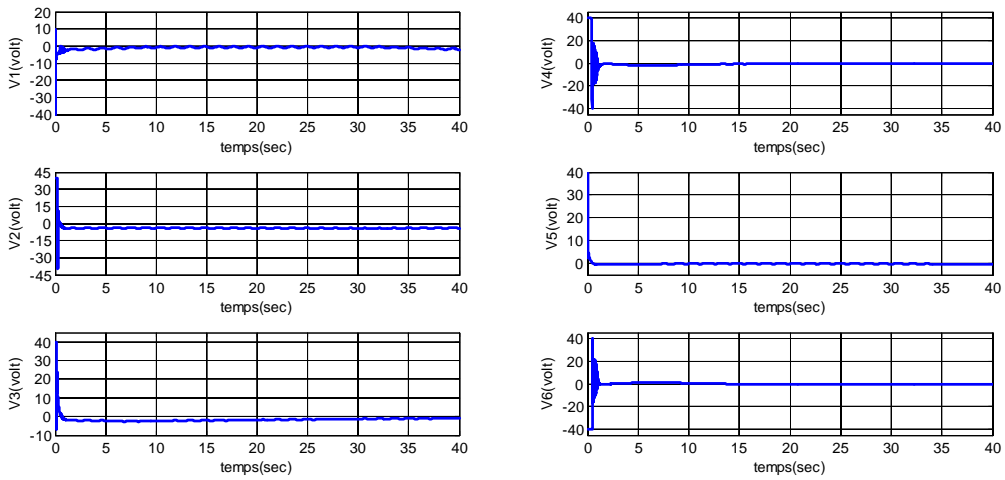


Figure IV.22d. Commande adaptative par mode de glissement neuronal: Entrées de commande pour chaque articulation.

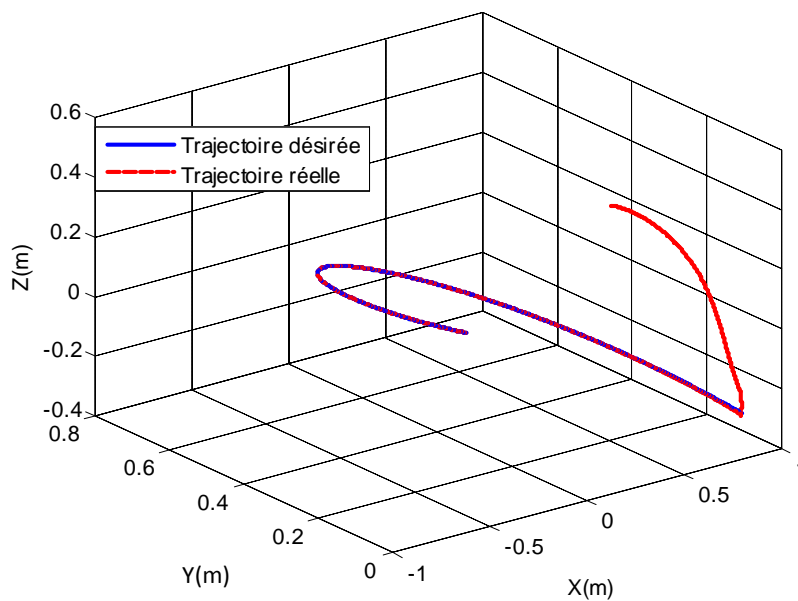


Figure IV.22e. Commande adaptative par mode de glissement neuronal: Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace tridimensionnel.

Les résultats de simulation pour cette loi de commande, montrent une très bonne robustesse, avec des performances de suivi très élevées et proches de celles obtenus avec l'ADRC, et la loi SMC. La figure IV. 22c montre des erreurs de poursuite très faibles qui sont inférieures à 0.25mm pour le positionnement, et inférieures 0.05 degré pour l'orientation. De plus, la figure IV. 22d montre des signaux de commande qui ne contiennent pas des fréquences élevées avec des amplitudes relativement faibles, ce qui implique une bonne efficacité énergétique de la boucle d'asservissement.

IV.5. Application des algorithmes proposés pour une trajectoire de référence en forme de papillon

Afin de pouvoir mener une étude comparative plus objective entre les différentes stratégies de commande, on propose une deuxième trajectoire de référence plus fine dans le plan x-y. Cette trajectoire introduite dans [65] et qui a la forme d'un papillon (butterfly trajectory) est définie comme,

$$\begin{cases} x_d = 0.02 \cos(t) \left(e^{\cos(t)} - 2 \cos(4t) - \sin^5\left(\frac{t}{12}\right) \right) + 0.35 \\ y_d = 0.02 \sin(t) \left(e^{\cos(t)} - 2 \cos(4t) - \sin^5\left(\frac{t}{12}\right) \right) + 0.2 \\ z_d = 0 \\ \alpha_d = \text{Atan2}(y_d, x_d) \\ \beta_d = 175^\circ \\ \gamma_d = 0^\circ \end{cases}$$

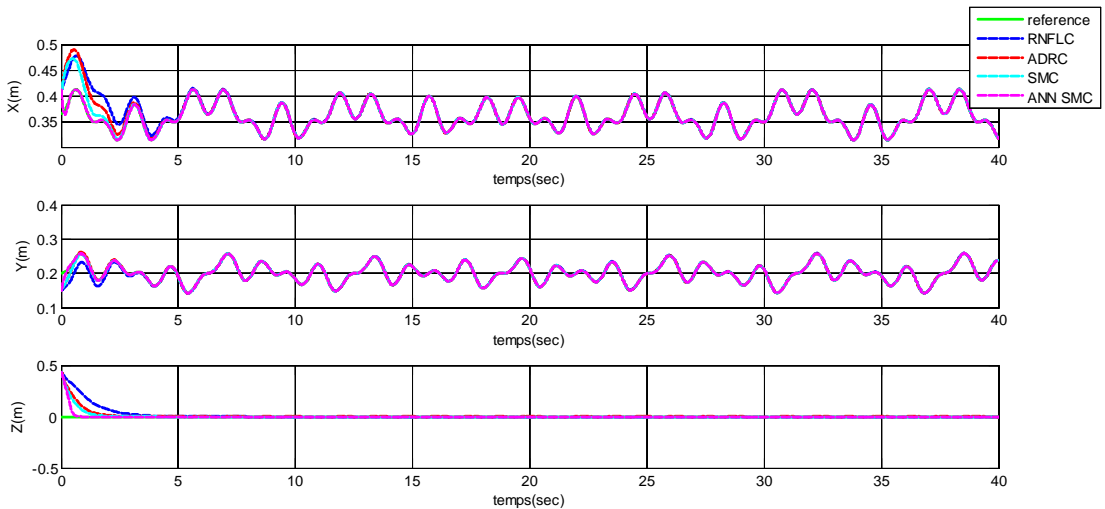


Figure IV.23. Evolution temporelle des positions réelles et désirées.

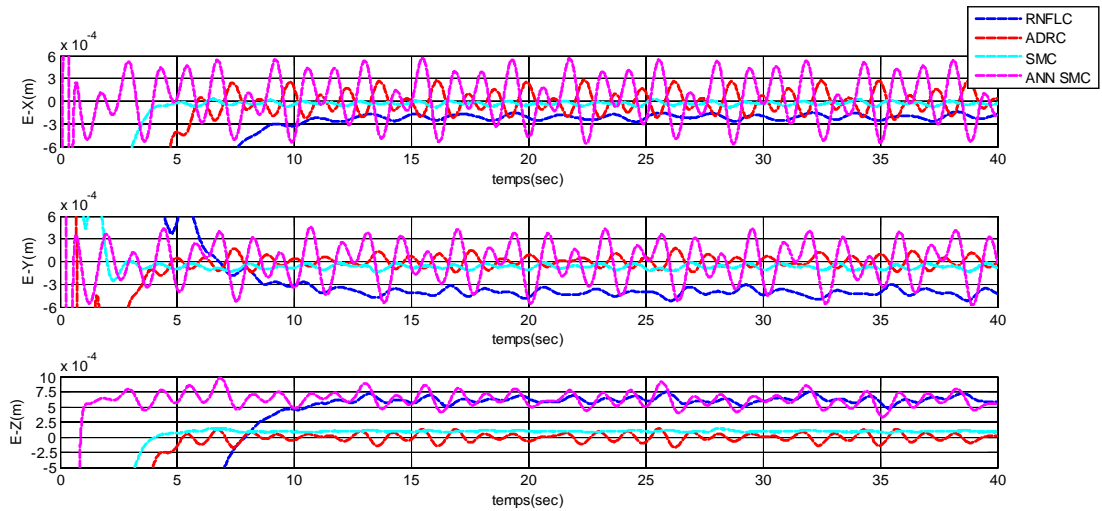


Figure IV.24. Erreurs de poursuite pour les positions spatiales de l'organe terminal.

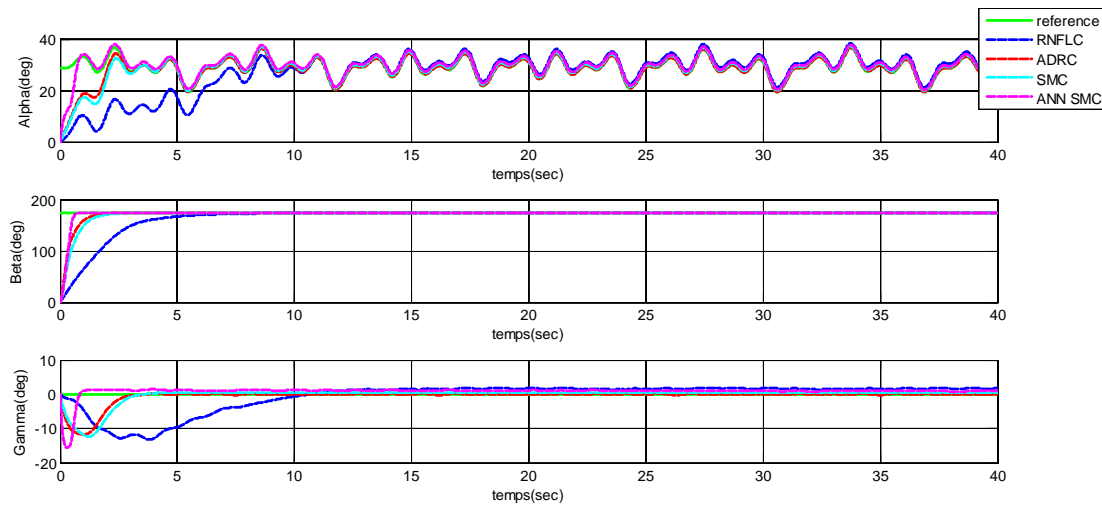


Figure IV.25. Evolution temporelle des angles d'orientation réels et désirés de l'organe terminal.

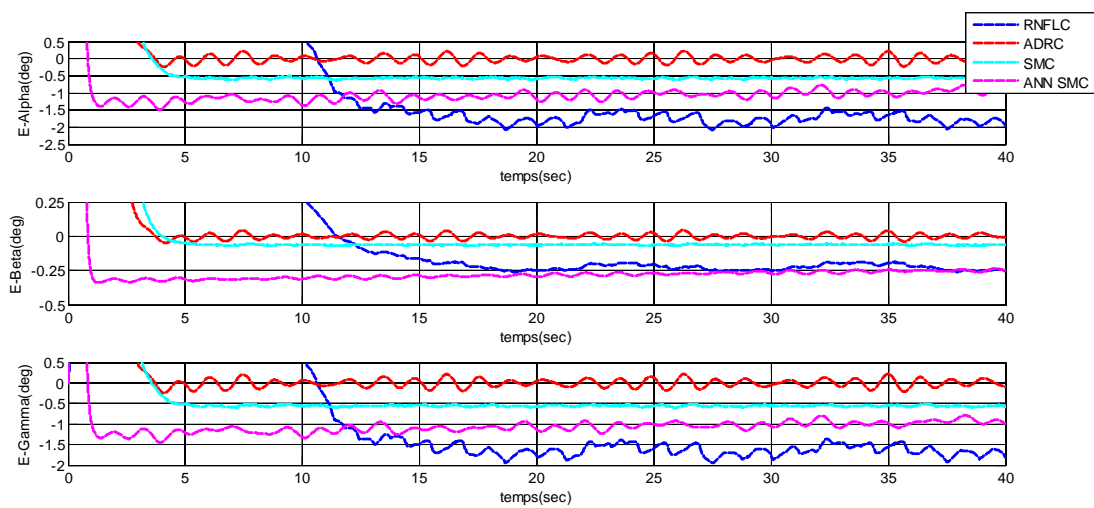


Figure IV.26. Zoom sur les erreurs de poursuite des angles d'orientation.

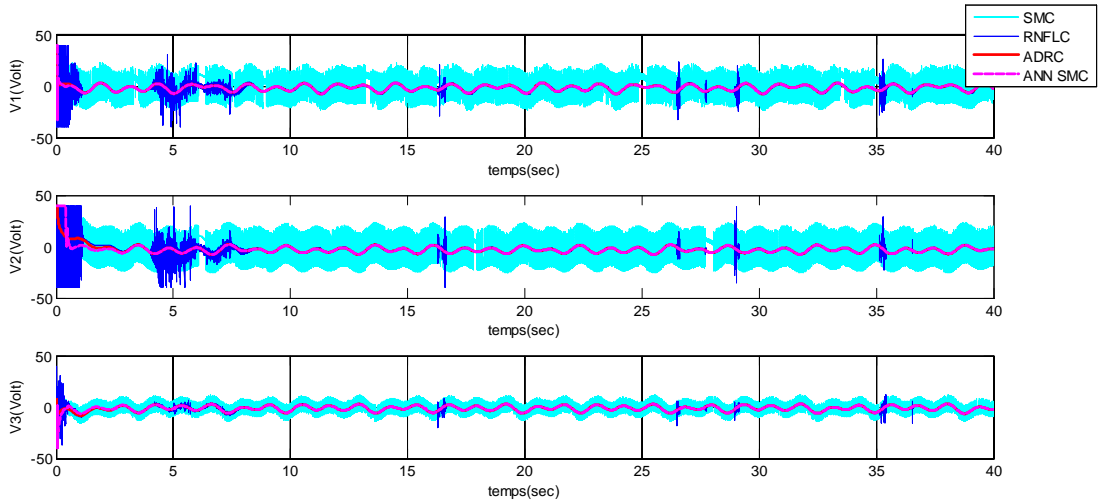


Figure IV.27. Evolution temporelle des entrées de commande pour les articulations du porteur.

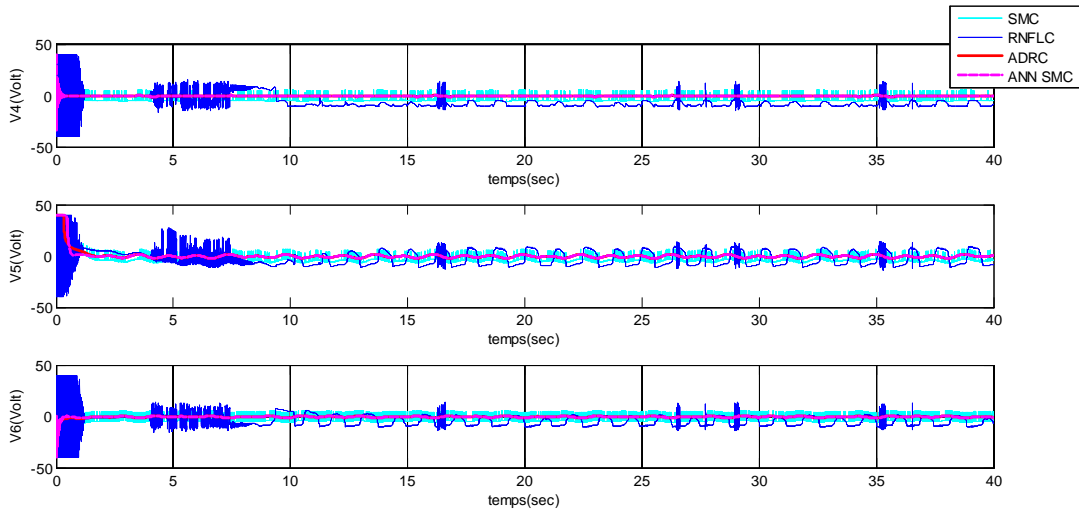


Figure IV.28. Evolution temporelle des entrées de commande pour les articulations du poignet.

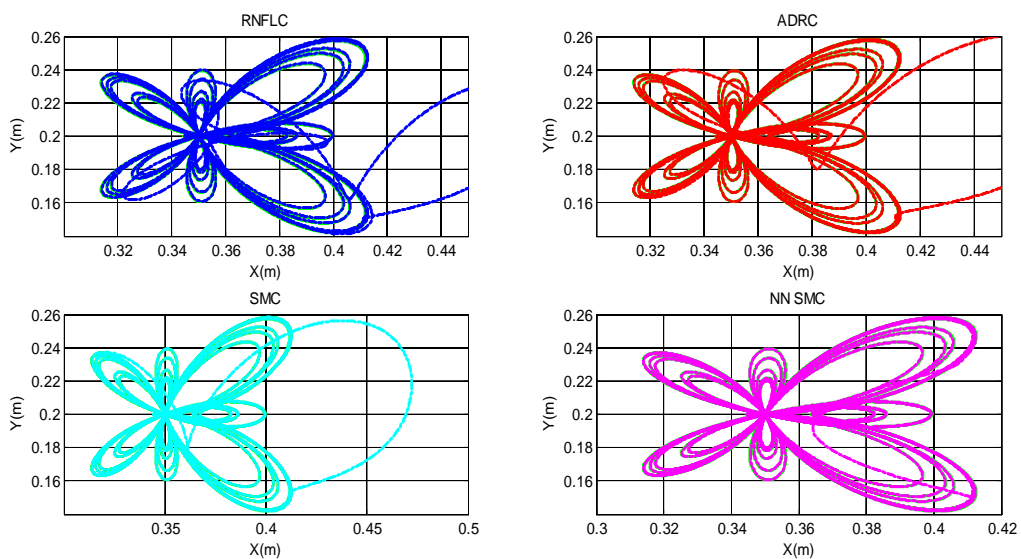


Figure IV.29. Trajectoire de référence et trajectoire réelle dans l'espace opérationnel.

Les résultats des simulations, obtenus pour la deuxième trajectoire de référence, confirment la forte robustesse des algorithmes de commande développées au cours de cette thèse vis-à-vis des erreurs du modèle et des couples de perturbation. Cependant, les figures IV.23, IV.24, IV.25 et IV.26 montrent qu'alors que les lois de commande RNFLC, SMC, et l'ADRC ont presque conservé leurs qualités de suivi; les qualités de suivi de la commande NN_SMC se sont sensiblement diminuées, malgré qu'elle converge beaucoup plus rapidement que les autres lois. Au cours des simulations, nous avons remarqué que pour que la loi de commande adaptative neuronale par modes glissants garde de bonnes performances de suivi, nous étions obligés de réajuster ces paramètres (Matrice D , et coefficient d'apprentissage η) chaque fois que les conditions de la simulation change (ex. changement de la trajectoire de référence). Cet inconvénient est peut être l'un des points de faiblesse de cette technique proposée dans cette thèse.

En ce qui concerne les entrées de commande, représentées par les figures IV.27, et IV.28, les lois de commande RNFLC et SMC présentent des fréquences très élevées avec des amplitudes beaucoup plus fortes que l'ADRC et l'ANN_SMC ; ces entrées peuvent avoir des effets nocifs sur la boucle d'asservissement, comme expliqué dans les sections précédentes, ainsi qu'ils vont nécessairement diminuer l'efficacité énergétique du système de contrôle. Pour les lois ADRC et ANN_SMC, les entrées sont plus lisses et d'amplitudes beaucoup plus faibles, ce qui les rendent plus préférables pour les applications pratiques, où ils peuvent atteindre des résultats très satisfaisants avec une consommation d'énergie plus faible, ce qui implique une bonne efficacité énergétique.

IV.6. Analyse comparative des résultats des simulations

Pour illustrer l'efficacité de chaque loi pour la commande du modèle perturbé, c.-à-d. soumis aux effets des couples de perturbation et aux effets des incertitudes paramétriques, nous allons se baser sur les deux critères de l'intégrale de l'erreur absolue, ainsi que l'énergie totale nécessaire pour chaque loi afin de pouvoir mesurer les performances de suivi et l'efficacité énergétique de chaque technique de commande. Une loi est dite énergétiquement efficace d'autant que l'énergie nécessaire à la commande est faible.

Le critère de l'intégrale de l'erreur absolue (IAE : Integral of Absolute Error), qui peut être vu comme une mesure de l'erreur moyenne de poursuite, est défini comme suit,

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (IV.122)$$

Où T est le temps de simulation.

L'énergie totale de commande est définie par,

$$J = \int_0^T u(t)^T u(t) dt \quad (IV. 123)$$

Les résultats ainsi obtenus pour chaque trajectoire sont données par les tableaux ci-dessous,

Commande	Performances de suivi						Energie de commande
	ex	ey	ez	eα	eβ	eγ	J
IAE_pid	0.3667	0.2746	1.5948	0.5301	2.7154	0.8874	2.9026x 10 ³
IAE_rnflc	0.2457	0.2615	1.0374	0.1737	1.7122	0.2595	14.029x 10 ³
IAE_adrc	0.1346	0.0832	0.6285	0.0712	1.1421	0.1710	2.0439x 10 ³
IAE_smc	0.1008	0.0818	0.4384	0.0562	0.7592	0.1083	28.758x 10 ³
IAE_ann_smc	0.0532	0.0298	0.1865	0.0489	0.3028	0.0256	3.7613x 10 ³

Tableau IV.1. Critères de comparaison entre les différentes techniques pour la première trajectoire.

Commande	Performances de suivi						Energie de commande
	ex	ey	ez	eα	eβ	eγ	J
IAE_pid	0.3575	0.4455	0.6956	14.190	2.5645	13.539	2.7168x 10 ³
IAE_rnflc	0.1772	0.0742	0.5284	2.9365	5.4396	1.9730	12.496x 10 ³
IAE_adrc	0.1283	0.0223	0.2746	0.6197	1.3166	0.4017	2.2951x 10 ³
IAE_smc	0.0765	0.0202	0.2176	1.0019	1.6987	0.7342	20.606x 10 ³
IAE_ann_smc	0.0145	0.0151	0.1464	0.9353	1.1404	0.8777	3.1468x 10 ³

Tableau IV.2. Critères de comparaison entre les différentes techniques pour la deuxième trajectoire.

Afin de simplifier ces résultats et rendre l'analyse des données plus simples, on propose de prendre la loi PD comme référence de comparaison. Les performances de suivi calculées en pourcent, ainsi que les rapports d'énergies de commande pour chaque trajectoire sont présentées dans les tableaux suivants,

Commande	(IAE_commande/IAE_pid) x100 (%)						(J_commande/J_pid) x100 (%)
rnflc	67	95	65	33	63	29	483
adrc	37	30	39	13	42	19	70
smc	27	30	27	11	28	12	991
ann_smc	15	11	12	09	11	03	130

Tableau IV.3. Critères de comparaison relatifs entre les différentes techniques pour la première trajectoire.

Commande	(IAE_commande/IAE_pid) x100 (%)						(J_commande/J_pid) x100 (%)
rnflc	50	17	76	21	212	15	460
adrc	36	05	40	04	51	03	84
smc	21	05	31	07	66	05	758
ann_smc	04	03	21	07	44	06	116

Tableau IV.4. Critères de comparaison relatifs entre les différentes techniques pour la deuxième trajectoire.

Les résultats ainsi simplifiés sont représentés sur les figures ci-dessous,

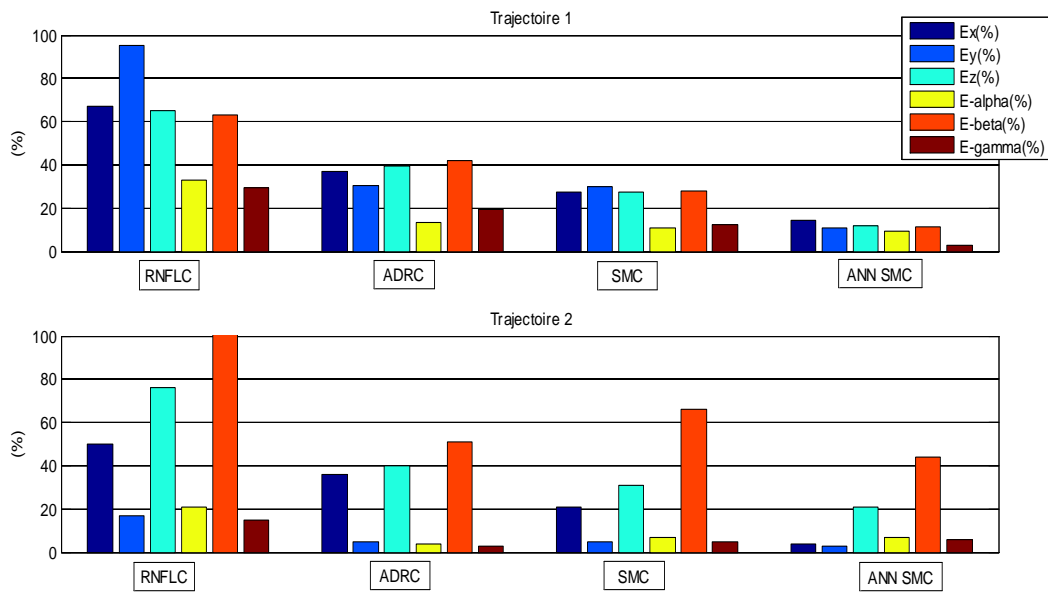


Figure IV.30. Comparaison entre les différentes techniques de commande proposées du point de vue performance de suivi pour chaque d.d.1.

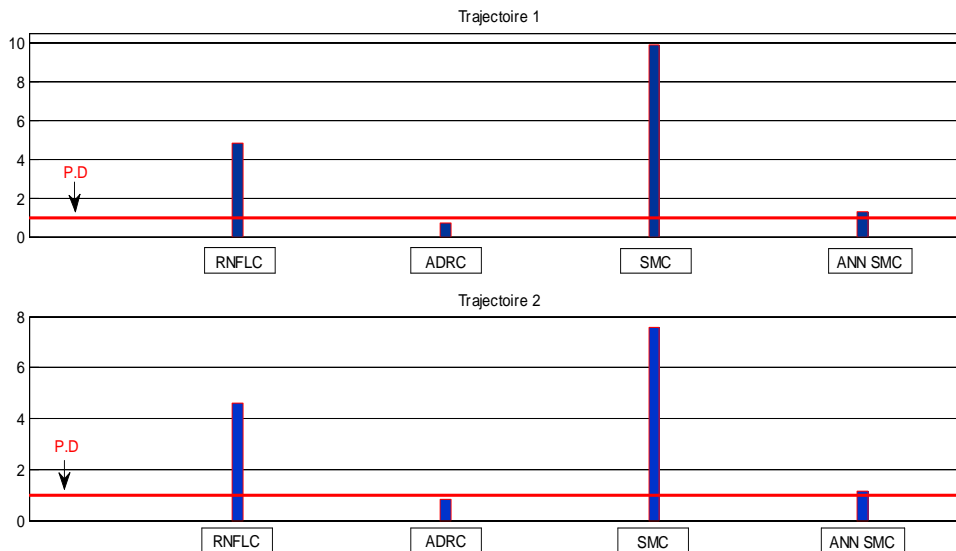


Figure IV.31. Energie de commande pour chaque technique et pour chaque trajectoire par rapport à la loi P.D.

D'après la figure IV. 30, on remarque que malgré la qualité du suivi diffère d'un degré de liberté à un autre pour chaque loi de commande, il est clair, globalement, que la meilleure performance de poursuite selon l'indice de l'intégrale de l'erreur de poursuite absolue est assurée par les lois de commande à rejet actif de perturbation (l'ADRC), la commande par modes de glissement conventionnelle (SMC), et par la loi de commande adaptative neuronale par modes de glissement (ANN_SMC).

D'après l'indice de performance de l'énergie de commande, figure IV. 31, on remarque que les lois de commande ADRC et ANN_SMC consomment beaucoup moins d'énergie, par rapport aux autres lois robustes proposées dans cette thèse, pour assurer les qualités du suivi requises; donc elles sont énergétiquement plus efficaces.

Par conséquent, selon les indices de performance choisis, nous concluons que le meilleur compromis est assuré par les lois ADRC et ANN_SMC. De plus, ces lois ne présentent pas des signaux de commande de hautes fréquences, ce qui favorise la possibilité de l'implantation pratique de ces deux techniques.

IV.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème de commande du modèle à 6 d.d.l du robot manipulateur PUMA 560 par différentes lois de commande: commande PD, commande par retour d'état non linéaire, commande linéarisante robuste RNFLC, commande active de rejet de perturbation ADRC, commande par modes de glissement conventionnelle SMC, et la commande adaptative neuronale par modes de glissement ANN SMC. A la fin du chapitre, nous avons établi les résultats de comparaison, en simulation numérique, pour les quatre lois de commande robuste RNFLC, ADRC, SMC et ANN SMC pour deux trajectoires désirées différentes de l'organe terminal du robot.

La technique de commande RNFLC utilise la deuxième méthode de Lyapunov et un retour d'état additionnel qui fournit un terme supplémentaire Δv pour surmonter les effets de l'incertitude et des perturbations. La base de la commande ADRC est l'observateur à état étendu ESO. L'estimation et la compensation du changement des paramètres du manipulateur et les variations de perturbation sont mises en application par l'ESO. En utilisant l'ESO, le découplage complet de modèle est obtenu. L'avantage principal de la méthode proposée est que les caractéristiques de la boucle fermée du manipulateur ne dépendent pas du modèle mathématique exact du système.

La commande par mode de glissement SMC a connu un grand succès depuis plusieurs années, cela est dû à la simplicité de sa mise en œuvre et sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des variations paramétriques. Elle consiste à amener la trajectoire d'état du système commandé vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre. Cependant, la commande par modes de glissement conventionnelle présente certains inconvénients structurels importants qui limitent sa mise en œuvre dans des applications pratiques.

Ces dernières années, les réseaux neuronaux artificiels, et les systèmes de logique floue ont été largement appliqués avec succès pour surmonter les problèmes pratiques rencontrés dans la mise en œuvre des contrôleurs par modes de glissement conventionnels. Dans ce chapitre, nous avons présenté un algorithme de conception d'une loi de commande adaptative neuronale par modes de glissement ANN SMC ; ou la forme classique de la commande SMC est ajustée afin d'avoir un terme de contrôle correctif continu et lisse pour éliminer le phénomène de réticence, le réseau neurones linéaires adaptatif (ADALINE) est développé afin d'estimer en temps réel la commande équivalent au voisinage de la surface de glissement par le moyen d'un mécanisme d'auto-ajustement approprié.

On peut conclure que les quatre algorithmes de commandes proposées produisent des performances dynamiques satisfaisantes et robustes vis à vis des incertitudes de modélisation et de la perturbation externe dans les diverses conditions de fonctionnement. Même pour de fortes entrées de perturbation, et selon les critères de comparaison choisis, les lois de commande ADRC et ANN SMC proposées montrent un meilleur suivi avec les conditions de performance prescrites pour une efficacité énergétique nettement supérieur à celle des autres techniques. Nous avons montré l'efficacité de chaque commande par rapport à la loi P.D en se basant sur les critères de l'intégrale de l'erreur absolue, ainsi que l'énergie totale nécessaire pour chaque loi de commande.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les travaux, présentés dans cette thèse, traitent principalement de la modélisation et de la commande des robots manipulateurs industriels à chaîne cinématique ouverte de type anthropomorphe avec une application sur le manipulateur PUMA 560 à six degrés de liberté.

Nos contributions ont porté essentiellement sur les deux aspects suivants :

- modélisation détaillée du robot manipulateur PUMA 560 à six degrés de liberté ;
- développement de nouvelles stratégies de commande robustes pour ce type de robots manipulateurs.

En ce qui concerne la modélisation, un modèle dynamique complet a été développé pour le manipulateur industriel PUMA 560 possédant 6 d.d.l. L'effort de modélisation, basé essentiellement sur les équations de mouvement d'Euler-Lagrange, a conduit au développement d'un modèle non linéaire du troisième ordre. La méthode d'Euler-Lagrange a permis de modéliser le manipulateur comme un ensemble d'équations différentielles de second ordre où les entrées sont les couples de chaque articulation alors que les sorties sont les positions, les vitesses et les accélérations des articulations du robot. Étant donné que les seules entrées du PUMA 560 sont les tensions nécessaires à la commande des moteurs à courant continu, il était nécessaire d'inclure la dynamique de ces moteurs pour obtenir le modèle de robot le plus complet possible. La prise en compte de la dynamique des actionneurs a conduit à un modèle dynamique de troisième ordre avec des entrées en tension et des sorties en positions, vitesses et accélérations. Comme la plus part des commandes sont réalisées dans l'espace articulaire, alors qu'il est plus pratique d'établir des lois de commande dans l'espace de la tâche pour manipuler réellement et directement des objets dans cet espace, il était plus que nécessaire d'aborder le problème de la modélisation géométrique des manipulateurs industriels.

Le modèle mathématique obtenu présente un caractère très non linéaire avec un fort couplage entre les degrés de liberté, aussi il peut être soumis à de larges variations paramétriques et de fortes perturbations externes, de ce fait nous étions obligés d'utiliser des techniques de commande non linéaire robustes. Quatre techniques de commandes différentes sont proposées:

- commande linéarisante robuste RNFLC,
- commande active de rejet de perturbation ADRC,
- commande par mode de glissement SMC,
- et la commande adaptative neuronale par mode de glissement ANN SMC et pour deux trajectoires désirées différentes.

La technique de commande RNFLC utilise la deuxième méthode de Lyapunov et un retour d'état additionnel qui fournit un terme supplémentaire Δv pour surmonter les effets de l'incertitude et des perturbations. La base de la commande (ADRC) est l'observateur à état étendu ESO. L'estimation et la compensation du changement des paramètres du manipulateur et des variations de perturbation, considérés comme un état supplémentaire, sont obtenues par l'ESO. Le découplage complet du manipulateur est ainsi réalisé. L'avantage principal de la méthode proposée est que les caractéristiques de la boucle fermée du robot ne dépendent pas du modèle mathématique exact du système.

La caractéristique principale de la commande par modes glissants est sa structure variable avec commutation sous certaines conditions prédéfinies lors de la synthèse de part et d'autre d'une surface choisie a priori, appelée surface de glissement. Le système commandé est dit alors en régime glissant et sa dynamique devient insensible aux variations paramétriques, aux erreurs de modélisation, et à certaines perturbations externes. La mise en œuvre d'une telle commande est relativement simple. En effet, elle ne nécessite pas une représentation exacte du processus, ce qui est un avantage considérable. Cependant, l'utilisation de cette approche a longtemps été limitée par les vibrations résiduelles en hautes fréquences qui se manifestent sur les grandeurs asservies et les variables de commande. Ce phénomène est appelé réticence.

Ces dernières années, les réseaux neuronaux artificiels, et les systèmes de logique floue ont été largement appliqués avec succès pour palier les problèmes pratiques rencontrés dans la mise en œuvre des contrôleurs par modes de glissements conventionnel. Dans cette thèse, nous avons présenté un algorithme de conception d'une loi de commande adaptative neuronale par modes de glissement ANN SMC ; ou la forme classique de la commande SMC est ajustée afin d'avoir un terme de contrôle correctif continu et lisse pour éliminer le phénomène de réticence, le réseau neurones linéaires adaptatif (ADALINE) est développé afin d'estimer en temps réel la commande équivalent au voisinage de la surface de glissement par le moyen d'un mécanisme auto-ajustement approprié.

Les résultats, obtenus en simulation, montrent clairement que les quatre algorithmes de commande proposés dans cette thèse sont capables de produire des performances dynamiques très satisfaisantes et robustes vis à vis des incertitudes de modélisation et de la perturbation externe dans diverses conditions de fonctionnement.

Ces travaux de recherche présentés dans cette thèse ont donné lieu à trois communications dans des conférences internationales [60, 81, 129], et trois publications dans des revues scientifiques internationales [93, 101, 120].

Les perspectives de notre travail concernent essentiellement:

- L'implantation pratique des algorithmes de commande proposés afin de tester leurs validités.
- Applications des commandes proposées, si possible, pour des manipulateurs flexibles : flexibilité d'articulation ou de segment.
- Commande directe dans l'espace opérationnel cartésien.
- Développement des lois de commande robustes dans l'espace contraint comme :
 - ❑ La commande en Compliance.
 - ❑ La commande hybride Position/Force

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] L. F. C. Janer, *Vers la maîtrise du développement d'un contrôleur temps réel sûr de fonctionnement pour les robots manipulateurs*, Thèse de Doctorat L'Institut National des Sciences Appliquées, 1999.
- [2] Wikipedia, the free encyclopedia, *Robotics*,
URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Robotics>, Consulté le: 07/11/2016.
- [3] *Fanuc : Introduction à la robotique*, Rapport du constructeur de robot Japonais FANUC.
URL: <http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/techniques/4836/4836-fanuc-introduction-la-robotique-juin-2014.pdf>. Téléchargé le 14/08/2016.
- [4] H. I. Christensen, *Industrial Robotics Introduction*, Université UC San Diego, 2011.
URL: <https://robotics-vo.us/sites/default/files/01-Industry-Robotics-Intro.pdf>. Consulté le 17/06/2016.
- [5] Wikipedia, the free encyclopedia, *Isaac Asimov*,
URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Asimov, Consulté le: 07/11/2016.
- [6] *World Robotics Magazine 2016: Chapter 1.2*, International Federation of Robotics, <http://www.ifr.org>,
URL: https://ifr.org/img/office/Industrial_Robots_2016_Chapter_1_2.pdf.
- [7] ISO 8373:2012(fr), *Robots et composants robotiques — Vocabulaire*,
URL : <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:8373:ed2:v1:fr>, Consulté le: 07/11/2016.
- [8] A. Warszawski, *Industrialized and Automated Building Systems*, E & FN Spon -Taylor & Francis, 1999, ISBN 0-203-27785-6.
- [9] B. Singh, N. Sellappan, Kumaradhas P., *Evolution of Industrial Robots and their Applications*, International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, Vol. 3, No. 5, 2013.
- [10] *History of Industrial Robots- From the first installation until today*, International Federation of Robotics – IFR, 2012. <http://www.ifr.org>.
- [11] M. Hägele, K. Nilsson, J. N. Pires, *Springer handbook of robotics*, part f, Chap. 42. *Industrial Robotics*, Springer, 2008.
- [12] *La Robotique*, Rapport du constructeur de robot français STÄUBLI.
URL: http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/techniques/5875/5875-la-robotique-industrielle-eduscol-2015_0.pdf. Téléchargé le 14/08/2016.

-
- [13] *Robotisation – mode d'emploi*, Symop (Syndicat des entreprises de technologies de production) & Techniques de l'Ingénieur, 2011, ISBN : 978-2-85059-127-3.
- [14] P. Gorle, A. Clive, *International Federation of Robotics Report: Positive Impact of Industrial Robots on Employment*, METRA MARTECH, 2011.
- [15] H. K. Rampersad, *State of the art in robotic assembly*, Industrial Robot, Vol. 22 No. 2, pp. 10-13, 1995.
- [16] Commission économique des Nations Unies pour l'Europe, *Fin 2003, plus de 26 000 robots industriels étaient en fonction dans l'industrie française, soit plus 8% sur 2002*, Communiqué de presse ECE/STAT/04/P02, Genève, le 20 octobre 2004.
- [17] International Federation of Robotics, *Survey: 1.3 million industrial robots to enter service by 2018*, press release, Frankfurt, 25 February 2016.
- [18] A. Preumont, *Théorie Générale des Systèmes Articulés-Introduction à la Robotique*, Cours de l'Université Libre de Bruxelles, 2001.
- [19] *MELFA Robots Industriels*, Guide de MITSUBICHI ELECTRIC Factory Automation.
URL: http://www.esco.be/Download/Documents/Mitsubishi_robot_cat_Fr.pdf. Téléchargé le 15/08/2016.
- [20] A. Glaser, *Industrial Robotics: How to Implement the Right System for Your Plant*, Industrial Press Inc., 2009, ISBN 978-0-83 1 1-3358-0.
- [21] A. Cherfia, *Analyse Cinématique des Robots Parallèles*, Thèse de Doctorat d'Etat de l'Université de Constantine, 2007.
- [22] E. Dombre, W. Khalil, *Modeling, Performance Analysis and Control of Robot Manipulators*, ISTE Ltd, 2007, ISBN-13: 978-1-905209-10-1.
- [23] V. Robin, *Contribution à la mise en œuvre et l'optimisation d'une cellule robotisée : application au parachèvement de pièces de fonderie*, Thèse de Doctorat de l'Université Blaise Pascal – Clermont II, 2007.
- [24] Encyclopédie libre Wikipedia, *Liaison (mécanique)*.
URL: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Liaison_\(mécanique\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Liaison_(mécanique))
- [25] A. Hamlili, *Contribution à La Modélisation Dynamique des Systèmes Articulés*, Thèse de Doctorat de l'école Nationale des ponts et Chaussées, 1993.
- [26] J. N. Pires, *INDUSTRIAL ROBOTS PROGRAMMING: Building Applications for the Factories of the Future*, Springer Science+Business Media, LLC, 2007, ISBN 0-387-23325-3.
- [27] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, G. Oriolo, *Robotics: Modelling, Planning and Control*, Springer-Verlag, 2009, ISBN: 978-1-84628-641-4.
- [28] R. N. Jazar, *Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control*, Springer Science+Business Media, LLC. 2007, ISBN-IO: 0-387-32475-5.
-

- [29] S. Breton, *Une approche neuronale du contrôle robotique utilisant la vision binoculaire par reconstruction tridimensionnelle*, Thèse de Doctorat l'Université De Haute-Alsace, 1999.
- [30] M. BAILI, *Analyse et Classification de Manipulateurs 3R à Axes Orthogonaux*, Thèse de Doctorat de l'École Centrale de Nantes, 2004.
- [31] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control-First Edition*, JOHN WILEY & SONS, INC., 2006.
- [32] Encyclopédie libre Wikipedia, *Automatic tool changer*.
URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Automatic_tool_changer.
- [33] *Automatic Tool Changer (ATC) Installation Manual*, ShopBot Tools, Inc., 2016.
URL: <http://www.shopbottools.com/ShopBotDocs/files/ATCCombinedManual.pdf>.
- [34] *ROBOTIQUE : Les Préhenseurs Adaptatifs*, Bulletin Technique N°39 de l'Institut MAUPERTUIS, Avril 2014.
- [35] G. J. Monkman, S. Hesse, R. Steinmann, H. Schunk, *Robot Grippers*, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2007, ISBN: 978-3-527-40619-7.
- [36] K. S. Fu, R. C. Gonzalez, C. S. G. Lee, *ROBOTICS: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*, McGraw-Hill, Inc., 1987, ISBN 0-07-022625-3.
- [37] Appin Knowledge Solutions, *Robotics*, Infinity Science Press LLC, 2007, ISBN: 978-1-934015-02-5.
- [38] R. Clavel, *Conception d'un Robot Parallèle Rapide à 4 Degrés de Liberté*, Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1991.
- [39] R. Rizk, *Etude de la Précision et de la Rigidité des Robots Parallèles à Mouvements Découplés*. Thèse de Doctorat de l'Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006.
- [40] M. H. Daachi, *Contribution à la Commande et à l'Identification de Robots à Architectures Parallèles*, Thèse de Doctorat de l'Université Ferhat Abbas -Sétif 1, 2012.
- [41] G. Mies, *Robotics 2010: Development of Robotics and Automation in industry*, *Debreceni Műszaki Közlemények-Debrecen informations techniques (journal Hongrois)*, Issue2, 2010.
- [42] A. Colin, *Bras de manipulation et robots industriels*, Techniques de l'Ingénieur, traité L'entreprise industrielle, article A 9 150.
- [43] F. L. Lewis, D. M. Dawson, and C. T. Abdallah, *Robot Manipulator Control Theory and Practice*, Marcel Dekker, Inc., 2004, ISBN: 0-8247-4072-6.
- [44] R. Mebarki, *Commande du Robot PUMA 560 en Force/Position par la Méthode de L'Impédance*, mémoire d'ingénieur d'état de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 2005.

- [45] E. Prassler, K. Kosuge, *Springer handbook of robotics- part f*, Chap. 54. Domestic Robots, Springer, 2008.
- [46] *World Robotics Magazine 2016: Executive Summary*, International Federation of Robotics, <http://www.ifr.org>.
URL:http://www.diag.uniroma1.it/~deluca/rob1_en/2016_WorldRobotics_ExecSummary_Industrial.pdf.
- [47] *World Robotics 2016 Preview*, IFR CEO Round Table report, 22 June 2016, Munich.
URL: http://www.ifr.org/index.php?id=59&df=Presentation_CEO_RT.pdf. Téléchargé le 13/08/2016
- [48] *World Robotics Magazine 2011: Executive Summary*, International Federation of Robotics, <http://www.ifr.org>.
URL:http://www.dis.uniroma1.it/~deluca/rob1_en/2011_WorldRobotics_ExecSummary.pdf. Téléchargé le 20/08/2016.
- [49] *World Robotics Magazine 2012: Executive Summary*, International Federation of Robotics, <http://www.ifr.org>.
URL :http://www.bara.org.uk/pdf/2012/world-robotics/Executive_Summary_WR_2012.pdf. Téléchargé le 19/08/2016.
- [50] *World Robotics Magazine 2013: Executive Summary*, International Federation of Robotics, <http://www.ifr.org>.
URL:homes.cs.washington.edu/~todorov/courses/cseP590/readings/WorldRobotics2013.pdf. Téléchargé le 19/08/2016.
- [51] *World Robotics Magazine 2015- Market 2014- Forecasts 2015-2018*, IFR Robot Suppliers Committee meeting report, 8 July 2015, CIROS Shanghai.
URL :[http://www.korearobot.or.kr/download032.asp?down_num=186&bid=board05&gid=root&file=3_Worldrobotics%20market%20\(1\).pdf](http://www.korearobot.or.kr/download032.asp?down_num=186&bid=board05&gid=root&file=3_Worldrobotics%20market%20(1).pdf). Téléchargé le 10/09/2016.
- [52] *The new hire: How a new generation of robots is transforming manufacturing*, Rapport de l'enquête de recherche menée par l'agence américaine Zpryme (research, media, & events agency), Septembre 2014.
URL:<https://www.pwc.com/us/en/industrial-products/assets/industrial-robot-trends-in-manufacturing-report.pdf>. Téléchargé le 08/11/2016.
- [53] P. Corke, *Visual control of robots: high-performance visual servoing*, Research Studies Press, 1996.
- [54] W. Khalil, E. Dombre, *Modélisation identification et commande des robots*, 2e édition, HERMES Science Publication, Paris, 1999.

-
- [55] A. Ghosal, *Manipulator Kinematics*, Book Chapter in Handbook of Manufacturing Engineering and Technology, 2014, pp.1777-1808, DOI: 10.1007/978-1-4471-4670-4_90.
- [56] J. J. Craig, *Introduction to Robotics- Mechanics and Control*, Pearson Education, Inc., 2005, ISBN: 0-13-123-629-6.
- [57] C. D. Crane, J. Duffy, *Kinematic analysis of robot manipulators*, Cambridge University Press, 1998.
- [58] R. P. Paul, *Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control- The Computer Control of robot Manipulators'*, MIT Press, 1981.
- [59] R. N. Jazar, *Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control*, Second Edition, Springer, 2010.
- [60] A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Commande d'une Articulation Robotique par Mode Glissant du Deuxième Ordre*, International Conference on Electro-Energy ICEE, November, 10-11, 2014, Skikda, Algeria.
- [61] R. Husson, *Control Methods for Electrical Machines*, ISTE Ltd, 2009, ISBN: 978-1-84821-093-6
- [62] F. Piltan, M. H. Yarmahmoudi, M. Shamsodini, E. Mazlomian, A. Hosainpour, *PUMA-560 Robot Manipulator Position Computed Torque Control Methods Using MATLAB/SIMULINK and Their Integration into Graduate Nonlinear Control and MATLAB Courses*, International Journal of Robotics and Automation, Vol. 3, Issue 3, 2012, pp. 167-191.
- [63] M. Abderrahim, *Modeling of Robotic Manipulators*, PhD thesis, University of Glasgow, 1996.
- [64] B. Armstrong, O. Khatib, J. Burdick, *The Explicit Dynamic Model and Inertial Parameters of the PUMA 560 Arm*, 1986 IEEE International Conference on Robotics and automation, San Francisco (USA) April 7-10, vol. 3, 1986, pp. 510-518.
- [65] S. A. Mazhari, S. Kumar, *PUMA 560 Optimal Trajectory Control using Genetic Algorithm, Simulated Annealing and Generalized Pattern Search Techniques*, World Academy of Science, Engineering and Technology, vol. 41, 2008, pp. 800-809.
- [66] S. Alavandar, M.J. Nigam, *Fuzzy PD + I control of a six DOF robot manipulator*, Industrial Robot: An International Journal, Vol. 35 No. 2, 2008, pp. 125 – 132.
- [67] M. M. Fateh, *Dynamic Modeling of Robot Manipulators in D-H Frames*, World Applied Sciences Journal, Vol. 6, No.1, 2009, pp. 39-44.
- [68] L. Biagiotti, C. Melchiorri, *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2008, ISBN: 978-3-540-85628-3.
- [69] I. H. Aguilar, *Commande des bras manipulateurs et retour visuel pour des applications à la robotique de service*, Thèse de Doctorat de l'Université Toulouse III, 2007.
- [70] B. K. Ghosh, N. Xi, T. J. Tarn, *Control in Robotics and Automation-Sensor- Based Integration*, Academic Press, 1999, ISBN 0-12-281845-8.
-

- [71] E. Zakeri, S. A. Moezi, M. Zare, M. P. Rad, *Control of Puma-560 robot Using Feedback Linearization control method and Kalman filter estimator for Regulation and Tracking Purpose*, Journal of mathematics and computer science Vol. 11, pp. 264-276, 2014.
- [72] O. Al Assad, *Etude d'une méthodologie de modélisation et de commande d'un robot multiaxe pour une application en radiologie médicale*, Thèse de Doctorat de l'Université de Paris-Sud 11, 2009.
- [73] P. Hamon, *Modélisation et identification dynamiques des robots avec un modèle de frottement sec fonction de la charge et de la vitesse*, Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 2011.
- [74] R. M. Murray, Z. Li, S. S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press, 1994.
- [75] R. Kelly, V. Santibáñez, A. Loría, *Control of Robot Manipulators in Joint Space*, Springer-Verlag London, 2005, ISBN-10: 1852339942.
- [76] T. j. Bajd, M. Mihelj, J. Lenarcic, A. Stanovnik, M. Munih, *Robotics*, Springer Dordrecht Heidelberg London New York, 2010, ISBN: 978-90-481-3775-6.
- [77] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 3e edition, Springer-Verlag 1995.
- [78] Q. Lu, Y. Sun, and S. Mei, *Nonlinear Control Systems and Power System Dynamics*, Kluwer Academic Publishers 2001.
- [79] Y. Bendaha, B. Mazari, et M. Chebre, *Commande Adaptative Linéarisante par Géométrie Différentielle d'un Moteur Asynchrone*, Acta Electrotehnica, Vol. 53, No. 2, 2012, pp. 115-120.
- [80] A. Bentaallah, A. Meroufel, A. Massoum, A. Bendaoud, et K. Medles, *Commande Non Linéaire d'une Machine Asynchrone sans Capteur Mécanique avec Observateur du Flux Rotorique par Mode Glissant*, Acta Electrotehnica, Vol. 48, NO. 1, 2007, pp. 3-9.
- [81] A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Commande à Rejet Actif de Perturbation d'une Articulation Robotique*, International Conference on Technology Advances in Electrical Engineering ICTAEE'14, 27-28 octobre 2014, SKIKDA-Algérie.
- [82] A. Martini, F. Léonard, and G. Abba, *Robust and active trajectory tracking for an autonomous helicopter under wind gust*. ICINCO International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, Angers, France, 2: pp. 333-340, 2007.
- [83] A. Martini, *Modélisation et Commande de vol d'un hélicoptère drone soumis à une rafale de vent*, Thèse de Doctorat de l'Université Paul verlaine – metz, 2008.
- [84] C. I. Pop, E. H. Dulf, *Robust Feedback Linearization Control for Reference Tracking and Disturbance Rejection in Nonlinear Systems*, Recent Advances in Robust Control – Novel Approaches and Design Methods, 2011, pp. 273-290.
- [85] S. Liu, X. Mei, F. Kong, *Research on Unwinding Tension System Control Based on Active Disturbance Rejection Control*, 2nd International Conference on Materials, Mechatronics and Automation, 2012, pp. 252-257.

-
- [86] J. Zhang, J. Feng, Y. Zhou, F. Fang and H. Yue, *Linear Active Disturbance Rejection Control of Waste Heat Recovery Systems with Organic Rankine Cycles*, *Energies*, Vol. 5, 2012, pp. 5111-5125.
- [87] Z. Gao, *Active Disturbance Rejection Control: A Paradigm Shift in Feedback Control System Design*, Proceedings of the 2006 American Control Conference Minneapolis, Minnesota, USA, pp. 2399-2405, 2006.
- [88] Q. Zheng, L. Q. Gao, Z. Gao, *On Stability Analysis of Active Disturbance Rejection Control for Nonlinear Time-Varying Plants with Unknown Dynamics*, Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control New Orleans, LA, USA, pp 3501-3506, 2007.
- [89] K.B. Goh, M.W. Dunnigan and B.W. Williams, *Speed Control of a Vector-Controlled Induction Machine Using Sliding Mode Techniques in the Presence of Non-linear Load Dynamics*, Control 2004, University of Bath, UK, September 2004.
- [90] J. Han From, *PID to Active Disturbance Rejection Control*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 56, No. 3, 2009, pp. 900-906.
- [91] Q. Zheng, L. Q. Gao, Z. Gao, *On Estimation of Plant Dynamics and Disturbance from Input-Output Data in Real Time*, 16th IEEE International Conference on Control Applications Part of IEEE Multi-conference on Systems and Control Singapore, pp.1167-1172, 2007.
- [92] X. Yang, Y. Huang, *Capabilities of Extended State Observer for Estimating Uncertainties*, 2009 American Control Conference Hyatt Regency Riverfront, St. Louis, MO, USA, pp. 3700-3705, 2009.
- [93] A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Active Disturbance Rejection Control of a SCARA Robot Arm*, International Journal of u- and e- Service, Science and Technology Vol.8, No.1, 2015, pp. 435-446.
- [94] J. J. Slotine, W. Li, *Applied Non Linear Control*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, U.S.A, 1991, ISBN 0-13-040890-5.
- [95] V. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer-Verlag, U.S.A, 1992.
- [96] A. Benaissa, M. K. Fellah, *Commande par Mode de Glissement d'un Convertisseur AC/DC avec Correction du Facteur de puissance*, *Acta Electrotehnica* 47, 2006, pp. 67-72.
- [97] B. Belabbes, A. Meroufel, M. K. Fellah, M. Abid, *Commande à Structure Variable avec Linéarisation Exacte de L'écart d'un moteur synchrone à aimants permanents*, *Acta Electrotehnica* 49, 2008, pp. 167-173.
- [98] A. Sabanovic, L. M. Fridman, S. Spurgeon, *Variable Structure Systems from principles to implementation*, The Institution of Engineering and Technology, London, U.K., 2004.
- [99] H. Cherrid, *Commande et observateur par modes glissants d'ordre un et deux : application aux systèmes robotisés*, Thèse de doctorat de l'université Versailles Saint Quentin, 2001.
-

-
- [100] M. C. S. Alaoui, *Commande et Observateur par Modes glissants d'un système de pompage et d'un bras manipulateur*, Thèse de Doctorat de l'université sidi Mohammed Ben Abdallah, Maroc, 2009.
- [101] A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Mode Glissant du second Ordre Appliqué pour l'Asservissement de Position d'une Articulation Robotique Rigide*, ACTA Electrotehnica, Mediamira Science Publisher, Vol.55, No.4, 2014, pp. 145-149.
- [102] H. Lee, D. Nam, C. H. Park, *A Sliding Mode Controller Using Neural Networks for Robot Manipulator*, ESANN'2004 proceedings, Bruges (Belgium) April 28-30, 2004, pp. 193-198.
- [103] S. E. Shafiei, M. R. Soltanpour, *Neural Network Sliding-Mode-PID Controller Design for Electrically Driven Robot Manipulator*, International Journal of Innovative Computing, Information and Control, Vol. 7, No. 2, 2011, pp. 511-524.
- [104] K. D. Young, V. I. Utkin, Ümit Özgüner, *A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 7, No. 3, 1999, pp. 328-342.
- [105] M. Ertugrul, O. Kaynak, F. Kerestecioglu, *Gain adaptation in sliding mode control of robotic manipulators*, International Journal of Systems Science, Vol. 31, No. 9, 2000, pp.1099- 1106.
- [106] J. J. Slotine, *The robust Control of Robot Manipulators*, The International Journal of Robotics Research, vol. 4, no. 2, 1985, pp. 49-64.
- [107] T. D. Le, H. J. Kang, Y. S. Suh, *Chattering-Free Neuro-Sliding Mode Control of 2-DOF Planar Parallel Manipulators*, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 10, 2013, pp. 1-15.
- [108] K. Erbatur, O. Kaynak, *Use of Adaptive Fuzzy Systems in Parameter Tuning of Sliding-Mode Controllers*, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 6, No. 4, 2001, pp. 474-482.
- [109] Q. P. Ha, Q. H. Nguyen, D. C. Rye, H. F. Durrant-Whyte, *Fuzzy Sliding-Mode Controllers with Applications*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 1, 2001, pp. 38-46.
- [110] X. Yu, O. Kaynak, *Sliding-Mode Control With Soft Computing: A Survey*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 56, No. 9, 2009, pp. 3275-3285.
- [111] A. Sahamijoo, F. Piltan, M. Mazloom, M. Avazpour, H. Ghiasi, N. Sulaiman, *Methodologies of Chattering Attenuation in Sliding Mode Controller*, International Journal of Hybrid Information Technology, Vol. 9, No. 2, 2016, pp. 11-36.
- [112] Y. Yildiz, A. Šabanovic, K. Abidi, *Sliding-Mode Neuro-Controller for Uncertain Systems*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 54, No. 3, 2007, pp. 1676-1685.
- [113] W. S. Lin, C. S. Chen, *Robust adaptive sliding mode control using fuzzy modeling for a class of uncertain MIMO nonlinear systems*, IEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 149, No. 3, 2002, pp. 193-201.
- [114] D. T. Hoang, H. J. Kang, *Fuzzy Neural Sliding Mode Control for Robot Manipulator*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 9773, 2016, 541-550.
-

- [115] S. Song, X. Zhang, Z. Tan, *RBF Neural Network Based Sliding Mode Control of a Lower Limb Exoskeleton Suit*, Journal of Mechanical Engineering, Vol. 60, No. 6, 2014, pp. 437-446.
- [116] K. Huang, S. Zuo, *Neural Network-based Sliding Mode Control for Permanent Magnet Synchronous Motor*, The Open Electrical & Electronic Engineering Journal, Vol. 9, 2015, pp. 314-320.
- [117] M. M. Namazil , A. Rashidil , S. M. S-Nejadl , J.W. Ahn, *Chattering-Free Robust Adaptive Sliding-mode Control for Switched Reluctance Motor Drive*, IEEE Transportation Electrification Conference and Expo, Asia Pacific (ITEC) June 1 - 4, 2016, Busan (Korea), pp. 474-478.
- [118] Y. Chu, J. Fei, *Adaptive Global Sliding Mode Control for MEMS Gyroscope Using RBF Neural Network*, Mathematical Problems in Engineering, vol. 2015, 1-9.
- [119] K. J. Kim, J. B. Park, Y. H. Choi, *Chattering Free Sliding Mode Control*, SICE-ICASE International Joint Conference, Busan (Korea) October 18-21, 2006, pp. 732-735.
- [120] A. Medjebouri, L. Mehennaoui, *Adaptive Neuro-Sliding Mode Control of PUMA 560 Robot Manipulator*, Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems Vol.10, No.4, 2016, pp. 8-16.
- [121] P. S. Yadav, N. Singh, *Robust Control of Two Link Rigid Manipulator*, International Journal of Information and Electronics Engineering, Vol. 5, No. 3, 2015, pp. 198-203.
- [122] I. Levi, N. Berman, A. Ailon, *Robust Adaptive Nonlinear H^∞ Control for Robot Manipulators*, Proceedings of the 15th mediterranean Conference on Control & Automation, July 27-29, 2007, Athens-Greece,
- [123] E. Laroche, *Identification et Commande Robuste de Systèmes Electromécaniques*, Habilitation `à Diriger des Recherches de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, 2007.
- [124] M. Makarov, *Contribution à la modélisation et la commande robuste de robots manipulateurs à articulations flexibles. Applications à la robotique interactive*, Thèse de Doctorat du Supélec, 2013.
- [125] J. Yim, J. H. Park, *Nonlinear H^∞ Control of Robotic Manipulator*, IEEE SMC '99 Conference Proceedings, Vol. 2., 1999, pp. 866-871.
- [126] M. R. Soltanpour, S. E. Shafiei, *Robust Backstepping Control of Robot Manipulator in Task Space with Uncertainties in Kinematics and Dynamics*, Electronics And Electrical, No. 8, 1996, pp. 75-80.
- [127] N. Nikdel, M. A. Badamchizadeh, *Adaptive Backstepping Control for a 2-DOF Robot Manipulator: A State Augmentation Approach*, International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing, Vol. 5, No. 2, 2017, pp. 113-118.
- [128] F. Makhloufi, *Modélisation et commande des robots manipulateurs par les outils de l'intelligence artificielle*, Thèse de Doctorat de l'Université Badji Mokhtar d'Annaba, 2015.

- [129] A. Medjebouri, *Commande Linéarisante Entrées-Sorties d'un Bras Manipulateur de type SCARA*, Deuxième Conférence Internationale sur la Maintenance et la Sécurité Industrielle, Skikda le 28 et 29 Octobre 2013.
- [130] J. Qin, *Commande hybride position/force robuste d'un robot manipulateur utilisé en usinage et/ou en soudage*, Thèse de doctorat de l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, France, 2013.
- [131] S. Moberg, *Modeling and Control of Flexible Manipulators*, Phd. Thesis of Linköping University, Suede, 2010, ISBN 978-91-7393-289-9

Annexe A

Matrice Jacobienne de base du manipulateur PUMA 560

Les colonnes de la matrice jacobienne de base $J_0^6 = J$ définissant les vitesses opérationnelles du repère \mathcal{R}_6 dans le repère de la base \mathcal{R}_0 , sont données ci-dessous,

Colonne N=°1

$$J_{11} = -(a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2) S_1 - (d_2 + d_3) C_1$$

$$J_{21} = (a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2) C_1 - (d_2 + d_3) S_1$$

$$J_{31} = 0$$

$$J_{41} = 0$$

$$J_{51} = 0$$

$$J_{61} = 1$$

Colonne N=°2

$$J_{12} = -a_3 C_1 S_{23} + d_4 C_1 C_{23} - a_2 C_1 S_2$$

$$J_{22} = -a_3 S_1 S_{23} + d_4 S_1 C_{23} - a_2 S_1 S_2$$

$$J_{32} = -(a_3 C_{23} + d_4 S_{23} + a_2 C_2)$$

$$J_{42} = -S_1$$

$$J_{52} = C_1$$

$$J_{62} = 0$$

Colonne N=°3

$$J_{13} = d_4 C_1 C_{23} - a_3 C_1 S_{23}$$

$$J_{23} = d_4 S_1 C_{23} - a_3 S_1 S_{23}$$

$$J_{33} = -d_4 S_{23} - a_3 C_{23}$$

$$J_{43} = -S_1$$

$$J_{53} = C_1$$

$$J_{63} = 0$$

Colonne N=°4

$$J_{14} = 0$$

$$J_{24} = 0$$

$$J_{34} = 0$$

$$J_{44} = C_1 S_{23}$$

$$J_{54} = S_1 S_{23}$$

$$J_{64} = C_{23}$$

Colonne N=°5

$$J_{15} = 0$$

$$J_{25} = 0$$

$$J_{35} = 0$$

$$J_{45} = -C_1 C_{23} S_4 - S_1 C_4$$

$$J_{55} = -S_1 C_{23} S_4 + C_1 C_4$$

$$J_{65} = S_{23} S_4$$

Colonne N=°6

$$J_{16} = 0$$

$$J_{26} = 0$$

$$J_{36} = 0$$

$$J_{46} = C_1 (C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5) - S_1 S_4 S_5$$

$$J_{56} = S_1 (C_{23} C_4 S_5 + S_{23} C_5) + C_1 S_4 S_5$$

$$J_{66} = -S_{23} C_4 S_5 + C_{23} C_5$$

Annexe B

Modèle Dynamique du Robot PUMA 560

Les matrices du modèle dynamique du bras manipulateur PUMA 560, utilisées dans ce travail, sont celles proposé par [66].

B.1 Matrice d'inertie $\mathbf{B}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$

$$B_{11}=2.7+(1.38*c_2^2+0.3*s_{23}^2+0.744*c_2*s_{23})$$

$$B_{12}=0.69*s_2-0.134*c_{23}+0.0238*c_2$$

$$B_{13}=-0.134*c_{23}-0.00397*s_{23}$$

$$B_{22}=6.79+0.744s_3$$

$$B_{23}=0.333+0.372*s_3-0.011*c_3$$

$$B_{33}=1.16$$

$$B_{34}=-0.00125*s_4*s_5$$

$$B_{35}=0.00125*c_4*c_5$$

$$B_{44}=0.2$$

$$B_{55}=0.18$$

$$B_{66}=0.19$$

En tenant compte de la symétrie de la matrice d'inertie, le reste des éléments sont définis comme,

$$B_{21}=B_{12} ; B_{31}=B_{13} ; B_{41}=B_{14} ; B_{51}=B_{15} ; B_{61}=B_{16} ; B_{32}=B_{23} ; B_{42}=B_{24} ; B_{52}=B_{25} ; B_{62}=B_{26} ; B_{43}=B_{34} ;$$

$$B_{53}=B_{35} ; B_{63}=B_{36} ; B_{54}=B_{45} ; B_{64}=B_{46} ; B_{65}=B_{56}$$

Le reste des éléments de la matrice d'inertie sont nuls.

B.2 La matrice des forces centrifuges et de Coriolis $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$

$$C_{11} = -1.38 * c_1 * s_1 * \dot{q}_1 + 0.5 * (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) * (0.6 * s_{23} * c_{23} - 0.744 * s_2 * s_{23} + 0.744 * c_2 * c_{23})$$

$$C_{12} = 0.5 * \dot{q}_1 * (0.6 * s_{23} * c_{23} - 0.744 * s_2 * s_{23} + 0.744 * c_2 * c_{23}) + \\ + 0.5 * \dot{q}_2 * (1.38 * c_2 + 0.268 * s_{23} - 0.0476 * s_2) + 0.5 * \dot{q}_3 * (0.268 * s_{23} - 0.00397 * c_{23})$$

$$C_{13} = 0.5 * \dot{q}_1 * (0.6 * s_{23} * c_{23} + 0.744 * c_2 * c_{23}) + 0.5 * \dot{q}_2 * (0.268 * s_{23} - 0.00397 * c_{23}) + \\ + 0.5 * \dot{q}_3 * (0.268 * s_{23} - 0.00794 * c_{23})$$

$$C_{21} = 0.5 * \dot{q}_1 * (-0.6 * s_{23} * c_{23} + 0.744 * s_2 * s_{23} - 0.744 * c_2 * c_{23}) + 0.199 * \dot{q}_3 * c_{23}$$

$$C_{22} = 0.372 * \dot{q}_3 * c_3$$

$$C_{23} = 0.00199 * \dot{q}_1 * c_{23} + 0.372 * \dot{q}_2 * c_3 + 0.5 * \dot{q}_3 * (0.744 * c_3 + 0.022 * s_3)$$

$$C_{31} = 0.5 * \dot{q}_1 * (-0.6 * s_{23} * c_{33} + 0.744 * s_2 * s_{23} - 0.744 * c_2 * c_{23}) + 0.00199 * \dot{q}_3 * c_{33}$$

$$C_{32} = 0.372 * \dot{q}_3 * c_3$$

$$C_{33} = 0.00199 * \dot{q}_1 * c_{23} + 0.372 * \dot{q}_2 * c_3 + 0.5 * \dot{q}_3 * (0.744 * c_3 + 0.022 * s_3)$$

Le reste des éléments de la matrice sont nuls.

B.3 Le vecteur de gravité $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$

$$g_1 = g_6 = 0$$

$$g_2 = -37.196 * c_2 - 8.445 * s_{23} + 1.023 * s_2$$

$$g_3 = -8.445 * s_{23} + 0.25 * c_{23} - 0.0282 * (c_{23} * c_4 * s_5 + s_{23} * c_5)$$

$$g_4 = 0.028 * s_{23} * s_4 * s_5$$

$$g_5 = -0.028 * (c_{23} * s_5 + s_{23} * c_4 * c_5)$$

B.4 Le vecteur de frottement $\mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$

Les couples de frottements sont modélisés par la fonction non linéaire ci-dessous selon [53],

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}})$$

Avec,

$$F_{s_i} = \begin{cases} 0 & \text{if } \dot{q}_i = 0 \\ F_{s_i}^+ & \text{if } \dot{q}_i > 0 \\ F_{s_i}^- & \text{if } \dot{q}_i < 0 \end{cases}$$

Articulation	F_{v_i}	$F_{s_i}^+$	$F_{s_i}^-$
1	1.480×10^{-3}	0.435	0.395
2	0.817×10^{-3}	0.126	70.9×10^{-3}
3	1.380×10^{-3}	0.105	0.132
4	71.2×10^{-6}	11.2×10^{-3}	16.9×10^{-3}
5	82.6×10^{-6}	9.20×10^{-3}	14.5×10^{-3}
6	36.7×10^{-6}	9.30×10^{-3}	10.5×10^{-3}

Tableau B.1. Paramètres mesurés des couples de frottement du Robot PUMA 560-référencés par rapport aux moteurs- selon [53].

B.5. Propriétés des matrices des matrices du modèle dynamique.

Les matrices du modèles dynamique sont dotées des propriétés suivantes [31, 43, 75],

1. Matrice d'Inertie $\mathbf{B}(\mathbf{q})$

P.1. $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ est une matrice symétrique est définie positive.

P.2. $\mu_1 \mathbf{I} \leq \mathbf{B}(\mathbf{q}) \leq \mu_2 \mathbf{I}$ avec $(\mu_1 > 0, \mu_2 > 0)$

P.3. $b_1 \leq \|\mathbf{B}(\mathbf{q})\| \leq b_2$

P.4. La matrice $\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{q})$ existe, et elle est définie positive.

2. Matrice des forces Centrifuges/Coriolis $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$

P5. La matrice $(\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))$ est antisymétrique :

$$\mathbf{x}^T (\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{q}) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \mathbf{x} = 0 \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$$

3. Vecteur de la gravité $\mathbf{g}(\mathbf{q})$

P6. $\|\mathbf{g}(\mathbf{q})\| \leq g_b$

4. Vecteur de frottement $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})$

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}})$$

P7. $\|\mathbf{F}_v \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_s \text{sign}(\dot{\mathbf{q}})\| \leq f \|\dot{\mathbf{q}}\| + k$ avec $(f, k$ constantes positives)

Annexe C

Paramètres des Actionneurs du Robot PUMA 560

Les paramètres des actionneurs du Robot PUMA 560, selon [65], sont présentés dans le tableau ci-dessous,

Actionneur	R	L	K_e	K_T	N
1	1.6	0.0048	0.19	0.2611	62.55
2	1.6	0.0048	0.19	0.2611	107.81
3	1.6	0.0048	0.19	0.2611	53.15
4	3.9	0.0039	0.12	0.0988	76.04
5	3.9	0.0039	0.12	0.0988	71.92
6	3.9	0.0039	0.12	0.0988	76.65

Tableau C.1. Paramètres des actionneurs du Robot PUMA 560.

Annexe D

Butées du Robot PUMA 560

Les butées du Robot PUMA 560 selon [56] sont données par le tableau ci-dessous,

Articulation	q_{min} (degrés)	q_{max} (degrés)
q_1	-170	170
q_2	-225	45
q_3	-70	255
q_4	-135	135
q_5	-100	100
q_6	-180	180

Tableau D.1. Butées du Robot PUMA 560.

Annexe E

Paramètres des Contrôleurs Robustes Proposés

Commande RNFLC

Articulation	K_P	K_D
1	1000	500
2	1000	700
3	1000	800
4	1000	400
5	1000	400
6	1000	400

$$\alpha = 0.25, \quad Q = 10 * I_{12}, \quad \gamma_1 = 200, \quad \gamma_2 = 100, \quad \gamma_3 = 100,$$

Commande ADRC

Articulation	K_P	K_D	ESO						
			L_1	L_2	L_3	α_1	α_2	α_3	δ
1	1000	500	47.5	2.4×10^3	4×10^4	0.5	0.5	0.5	0.1
2	1000	700	47.5	2.4×10^3	4×10^4	0.5	0.5	0.5	0.1
3	1000	800	47.5	2.4×10^3	4×10^4	0.5	0.5	0.5	0.1
4	1000	400	47.5	2.4×10^3	4×10^4	0.5	0.5	0.5	0.1
5	1000	400	47.5	2.4×10^3	4×10^4	0.5	0.5	0.5	0.1
6	1000	400	47.5	2.4×10^3	4×10^4	0.5	0.5	0.5	0.1

Commande SMC

Articulation numéro i	$S_i = \dot{e}_i + \lambda_i e_i$	
	λ_i	K_i
1	2	50
2	2	50
3	2	50
4	2	50
5	2	50
6	2	50

Commande NN_SMC

Articulation numéro i	$\sigma_i = \alpha_{i1} \dot{e}_i + \alpha_{i2} e_i$	
	α_{i1}	α_{i2}
1	1	5
2	1	5
3	1	5
4	1	5
5	1	5
6	1	5

$$\eta = 2 \times 10^{-5}, \quad D = 10^4 * I_6$$