

Université 20 Août 1955-Skikda
Faculté de Technologie
Département : Génie électrique
Ref : D012120026D



جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة
كلية التكنولوجيا
قسم: الهندسة الكهربائية
المرجع: D012120026D

Thèse
Présentée en vue de l'obtention du diplôme de
Doctorat en sciences
Spécialité : Automatique
Option : Commande Avancée

Thème :

Sur la Commande Robuste des Systèmes Multivariables Industriels

Présentée par :
Karima Chaker

Dirigé par
MOUSSAOUI A. Professeur Université de Guelma

Soutenue publiquement le : 25/11/2020
Devant le jury composé de :

NOM	Grade	P/R/E	Université
Zennir Youcef	M.C.A	Président	Université de Skikda
Moussaoui Abdelkrim	Pr.	Rapporteur	Université de Guelma
Arbaoui Fayçal	M.C.A	Examineur	Université d'Annaba
Bensafia Yassine	M.C.A	Examineur	Université de Bouira
Guechi Elhadi	M.C.A	Examineur	Université de Skikda
Kourid Yahia	M.C.A	Examineur	Université de Souk Ahras

Résumé

Le domaine du contrôle actif des structures a connu un intérêt grandissant durant des années déjà à en juger par le nombre de méthodes de contrôle avancé appliquées afin de renforcer les structures face aux effets des séismes. Toutefois, l'actuel défi des chercheurs est d'appliquer un contrôle capable de se montrer efficace même en présence d'incertitudes dans les paramètres de la structure, à savoir la masse, les coefficients de rigidité et d'amortissements (incertitudes paramétriques) et d'incertitudes provenant d'erreurs dans le modèle même de la structure ou de phénomènes physiques (incertitudes dynamiques) tel que le temps de retard ou la saturation de l'actionneur. Ceci étant, ce travail vise à appliquer un contrôle robuste connu pour sa capacité à inclure une description précise de la nature exacte des incertitudes mixtes (paramétriques et dynamiques) auxquelles tout système est susceptible d'être soumis. Il s'agit d'un contrôle nommé **μ -synthèse**, car il associe pour son élaboration le principe de la **synthèse- H_∞** et de la **μ -analyse**. L'application de cette commande a d'abord été illustrée sur un premier procédé industriel représenté par un réacteur à gravure plasma CF₄/O₂, utilisé dans la fabrication des circuits intégrés. Puis, sur une structure civile de type bâtiment, soumise à un séisme afin de tester son efficacité à réduire ses déplacements en dépit de la présence d'incertitudes paramétrique et dynamique. Ainsi, on a considéré les incertitudes dans les coefficients de rigidité et d'amortissement pour ce qui est incertitudes paramétriques et les erreurs liées à la modélisation de la dynamique de l'actionneur ABS utilisé et des bruits de mesure liés aux capteurs pour les incertitudes dynamiques. Des résultats de simulations satisfaisants ont été obtenus suite à l'application des contrôleurs synthétisés sur le modèle nominal et le modèle perturbé d'une structure conçue à l'échelle en laboratoire (avec des dimensions réelles). Cette structure est placée sur une table vibrante pour reproduire l'action du séisme, modélisé dans notre étude par un filtre de Kanai-Tajimi attaqué par un bruit blanc. Une méthode de réduction d'ordre a été appliquée pour pallier à l'inconvénient de cette méthode de produire des contrôleurs d'ordre élevé mais sans altérer les performances du contrôleur initial.

Mots clés: Contrôle active des structures, séismes, μ -Synthèse, incertitudes mixtes.

ملخص:

على مدى العقد الماضي، شهدنا اهتماما كبيرا في طرق مكافحة الفعالة المطبقة في مجال التحكم النشط للهياكل، و تعزيز مقاومتها ضد الزلازل في وجود ارتياب في النموذج. لذا يستعمل في هذا العمل تحكم قوي يدعى μ -SYNTHESE معروف بقدرته على ادماج وصف دقيق لطبيعة ونوع الارتياحات المختلفة التي يمكّن ان يخضع لها أي نظام لمواجهة تأثير الزلازل. هذا التحكم صمم على اساس نظرية لها القدرة القوية في ادراج الارتياح في النموذج وحتى الارتياح الديناميكي المندرج من الطبيعة الفيزيائية لأجهزة السيطرة و التحكم. اختيرت هذه التقنية لمقدرتها على الوصف المحدد لطبيعة الارتياحات مهما كان نوعها حقيقية او مركبة. فهو يجمع بين تقنية التحليل بالأداة μ و التحكم بمبدأ SYNTHESE- H_{∞} حيث اثبتت فعاليته في العديد من التطبيقات التي سبق تجربتها مثل الصواريخ و مراقبة الاقمار الصناعية و التحكم في هبوط الطائرات و بالتحديد قيادة الطائرات بدون طيار. تم تطبيق التحكم المسمى μ - سنتيز بنجاح على نظام أول متمثل بمفاعل كيميائي معروف EIR CF4/0₂ مستخدم لصنع الذرات المدمجة وعلى مبنى مكون من ثلاثة طوابق. فان هدف استعمال μ - سنتيز المنصوص عليها فيما سبق هو ضمان استقرار الهيكل المدروس أي مبنى بثلاثة طوابق في حين حدوث زلزال حتى في حالات الارتياح في النموذج و في بعض معاملاته لا سيما الكتلة، المرونة و كذلك الاخطاء الناجمة عن الديناميكيات عالية التردد المهمة. و بعد تطبيق وحدة التحكم المدروسة باستعمال مبرمج MATLAB على نموذج البنية المصممة في المختبر مع الابعاد الحقيقية و تعريضها للاهتزاز لمحاكاة عمل الزلزال الممثل بالمرشح KANAI-TAJIMI, تم الحصول على تخفيض معتبر لردة المبنى على الهزة حتى في حالة اسوء ا. في تغيير معاملات نموذج

الكلمات المفاتيح:

μ -سنتيز، التحكم الفعال للهياكل، زلزال، الارتياحات المختلفة.

Abstract

Robust active controllers, designed to seismic excited building structure facing to parametric uncertainties (variations in masses, stiffness coefficients, damping coefficients...etc.) were studied these last years with recent focus to non-parametric ones (time delay, actuator saturation...etc.). Thus, this work aim to apply a robust control, called μ -synthesis, which take into account all types of uncertainties, namely parametric and dynamic: mixed uncertainties to produce better performance and stability while controlling structures. We fist successfully applied the μ -synthesis command on an industrial proceed of plasma etching reactor CF4/O2 used to fabricate integrated circuits. That helps to well illustrate the different steps of synthetizing controller by this command. After, one applied it on the principal study case of this work, formed by a structure submitted to seismic excitation to attest of its efficiency to ensure the structure stability and reduce its displacements despite the presence of different types of uncertainties. In fact, it is question of evaluating the robustness and performance of controllers synthesised based on μ -synthesis theory in presence of variations in the model parameters of a three floors seismic exited structure (stiffness and damping coefficients) and modelling errors in the ABS actuator dynamics. The μ -synthesis approach is chosen for its ability to directly incorporate performance and robustness objectives into multivariable control design. We perform simulations using state feedback control and a seismic excitation source modelled by Kanai-Tajimi filter attacked by a white noise. The resulting controllers achieve closely similar performances (level of vibrations attenuation) in nominal and worst case of uncertainties variation while accounting for the actuator limits and the sensors noise considerations and present a great benefit of costing low energy. At last, as the μ -synthesis generates controllers with too high order, a balanced realization method has been used to reduce the designed controller order without degrading its performance despite the presence of uncertainties

Key words: Structural active control, seismic excitation, μ -Synthesis control, mixed uncertainties.

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au sein de l'Université de Skikda.

Que le Professeur MOUSSAOUI Abdelkarim de l'Université de Guelma trouve ici l'expression de ma plus profonde gratitude pour m'avoir fait l'honneur d'avoir rapporté ce travail. Je tiens également à le remercier pour sa disponibilité et son aide précieuse tout au long de ces années.

Je tiens tout particulièrement à remercier le Dr. ZENNIR Youcef d'avoir accepté de présider ce jury et pour ses judicieux conseils.

Je remercie également les membres du jury : Dr. ARBAOUI Fayçal, Dr. BENSALIA Yassine, Dr. GUECHI Elhadi et le Dr. Kourd Yahia pour leur disponibilité et leur participation à ce jury ainsi qu'à leurs fructueux conseils qui ont servi à l'amélioration de la qualité de ce document.

Je tiens à adresser mes plus vifs remerciements au Dr. Sbartai Badreddine, professeur en génie civil, pour m'avoir accordée de son temps pour travailler à mes côtés, et de m'avoir éclairée dans le domaine des structures et du risque sismique.

Je pense aux longues et fructueuses heures de travail et de discussions aux termes desquelles la concrétisation de cette collaboration entre l'automatique et le génie civil a pu voir le jour. J'en profite également à cet effet, pour saluer la grande patience dont il a fait preuve et surtout de la qualité de son encadrement dans un domaine jusque-là inconnu pour moi.

DEDICACES

Je dédie en premier lieu ce travail à mes parents à qui je dois toute mon existence : à la mémoire de mon très cher et regretté *père* et à ma précieuse et incomparable *mère* qui a toujours été ma source d'inspiration et mon soutien émotionnel et spirituel.

Je dédie tout particulièrement ce mémoire, à mon mari *Badreddine* qui m'a toujours accompagné durant tous les moments difficiles que j'ai traversé dans ma vie, et surtout pour les sacrifices inconditionnels qu'il n'a jamais hésité à fournir afin de venir à bout de ce travail. Sans oublier la patience dont il est le seul capable à en faire preuve pour me supporter et me canaliser lorsque cela était nécessaire.

A ma petite famille à commencer par mon adorable *Rayane* née durant les dernières années consacrées à son achèvement, à mon unique et incomparable fils *Achref*, à mon aîné stupéfiante *Rosie* et à ma délicieuse *Racha*.

Je clôture par dédier également ce travail à mon frère, *Rédha*, mes sœurs, *Labiba*, *Mouna*, *Amina* et *Lamia*, à mes neveux et nièces et à tous mes proches et amis.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE 1 Etat de l'Art de la Commande des Systèmes	
1.1 Introduction	5
1.2 Systèmes de contrôle	5
1.2.1 Configuration des systèmes de contrôle	6
1.2.2 Notions adoptées dans le domaine du contrôle	8
1.2.3 Classification des systèmes de contrôle	9
1.3 Analyse des systèmes de contrôle en boucle fermée	10
1.4 Equations du système contrôlé	11
1.5 Automatique fréquentielle classique	13
1.5.1 Principe	13
1.5.2 Formalisation des cahiers des charges et compromis	14
1.5.3 Structures de correcteurs	15
1.5.3.1 Correcteur proportionnel	16
1.5.3.2 Correcteur proportionnel intégral	16
1.5.3.3 Correcteur à avance de phase	17
1.5.3.4 Correcteur proportionnel dérivé	17
1.5.3.5 Correcteur proportionnel dérivé intégral	17
1.6 Valeurs singulières et normes H_∞	18
1.6.1 Valeurs singulières	18
1.6.2 Nombre de conditionnement d'une matrice	19
1.6.3 Norme H_∞ d'un système	19
1.7 Automatique avancée et approche H_∞	20
1.7.1 Principe	20
1.7.2 Evolution vers l'automatique fréquentielle avancée	21
1.8 Conclusions	23
CHAPITRE 2 : Commande Robuste des Systèmes par la μ-Synthèse	
Partie I : Théorie et principes de base de la commande μ-Synthèse	
2.1 Introduction	24
2.2 Contexte générale	24
2.3 Description des incertitudes du modèle	25
2.3.1 Incertitudes paramétriques	26
2.3.2 Incertitudes dynamiques	27
2.4 Représentation des systèmes incertains sous la forme LFT	29
2.4.1 LFT haute	29
2.4.2 LFT basse	30
2.4.3 Modélisation des incertitudes	31

2.5	Robustesse des systèmes en boucle fermée	32
2.5.1	Marges de stabilité classique et leurs limites	33
2.5.1.1	Marge de gain	33
2.5.1.2	Marge de phase	34
2.5.1.3	Marge de retard	35
2.5.1.4	Marge de module	35
2.5.2	Analyse de la robustesse aux incertitudes	36
2.5.2.1	1 ^{er} Scenario: Analyse non structurée	37
2.5.2.2	2 ^{ème} Scenario: Analyse structurée	39
2.5.3	Analyse de la Robustesse en performance	43
2.6	Commande robuste: μ -synthèse	44
2.6.1	Principe	44
2.6.2	Théorie de base	45
2.6.3	Synthèse du μ -contrôleur	47
2.6.4	Problème de réduction d'ordre	48
2.7	Conclusions	49

CHAPITRE 3 Contrôle actif des structures

3.1	Introduction	50
3.2	Bref état de l'art des systèmes de contrôle actif des structures	52
3.3	Contrôle d'une structure à un seul degré de liberté	56
3.3.1	Contrôle par boucle fermée	57
3.3.2	Contrôle par boucle ouverte	58
3.3.3	Contrôle par boucle ouverte-fermée	58
3.4	Contrôle d'une structure à deux degré de liberté	59
3.4.1	Système à deux degrés de liberté sollicité par deux forces dynamiques	59
3.4.2	Système à deux degré de liberté sollicité par un séisme	60
3.5	Contrôle d'une structure à plusieurs degrés de liberté	61
3.6	Formulation du problème de contrôle d'une structure de trois étages	63
3.6.1	Représentation du modèle de la structure dans l'espace d'état	64
3.7	Structure de trois étages à contrôler dans notre étude	65
3.8	Conclusions	66

CHAPITRE 4 Contrôle robuste par la μ synthèse : Applications

4.1	Introduction générale	67
-----	-----------------------	----

A. Premier procédé : Réacteur à Gravure Plasma CF/O2

4.2	Introduction	68
4.3	Plasma: description	68
4.4	Procédé à plasma: applications	69
4.5	Gravure de matériau par plasma: description et procédé	69

4.5.1 Définition de la gravure	69
4.5.2 Description de la gravure par plasma	69
4.6 Dispositifs et équipements de la gravure par plasma	70
4.5..1 Réacteur à couplage inductif ICP	71
4.5..2 Réacteur à couplage capacitif RIE	71
4.7 Gravure du silicium par plasma et équipements associés	71
4.7.1 Equipements de gravures LIE	72
4.8 Commande du réacteur à gravure plasma RIE CF4/O2 par la μ -synthèse	73
4.8.1 Modèle du réacteur RIE CF4/O2	74
4.8.2 Description du dispositif du réacteur RIE CF4/O2	75
4.9 Description des objectifs de contrôle	76
4.9.1 Spécifications sur la stabilité	78
4.9.2 Spécifications sur la performance	79
4.10 Résultats de l'application du μ -contrôleur	80
4.11 Conclusions	82

B. Deuxième Procédé : Structure Industrielle

4.12 Introduction	83
4.13 Application de la μ -synthèse au contrôle des structures	84
4.13.1 Description des objectifs de contrôle	85
4.13.2 Choix des fonctions de pondérations par la traduction des objectifs de contrôle	85
4.14 Formulation des objectifs de contrôle en un problème de rejet de perturbations Modèle de simulation de la structure à contrôler	86
4.15 Modèle de simulation de la structure à contrôler	86
4.16 Contrôle actif du modèle de la structure par la μ -synthèse	88
4.17 Résultats de simulation	90
4.17.1 Première configuration : contrôleur résultant μ_Cont1	92
4.17.2 Deuxième configuration : contrôleur résultant μ_Cont2	95
4.17.3 Troisième configuration : contrôleur résultant μ_Cont3	100
4.16 Discussions des résultats et conclusions	104
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	106
BIBLIOGRAPHIE	111

Liste des Figures

Chapitre 1

Figure 1.1 Description d'un système de contrôle.	6
Figure 1.2 Digramme-bloc.	6
Figure 1.3 Diagramme bloc d'un système de contrôle en boucle ouverte.	7
Figure 1.4 Diagramme bloc général d'un système de contrôle en boucle fermée.	7
Figure 1.5 Système MIMO.	10
Figure 1.6 Schéma de régulation.	12
Figure 1.7 Correcteur à un degré de liberté.	16

Chapitre 2

Figure 2.1 Incertitude paramétrique.	26
Figure 2.2 Incertitude additive.	27
Figure 2.3 Incertitude multiplicative en entrée.	28
Figure 2.4 Incertitude multiplicative en sortie.	28
Figure.2.5 Incertitude multiplicative directe en sortie.	28
Figure.2.6 Incertitude multiplicative inverse en sortie.	29
Figure 2.7 LFT Haute.	30
Figure 2.8 LFT Basse.	31
Figure 2.9 Connexion de M avec Δ .	38
Figure 2.10 Performance à analyser.	44
Figure 2.11 Performance robuste.	44
Figure 2.12 Position du problème de la μ -synthèse.	46
Figure 2.13 Algorithme de la 'D-K itération'.	48

Chapitre 3

Figure 3.1 Contrôle de système à un seul degré de liberté sans séisme.	56
Figure 3.2 Contrôle de système à un seul degré de liberté avec séisme.	57

Figure 3.3 Contrôle de système à deux degrés de liberté sans séisme	60
Figure 3.4 Contrôle de système à deux degré de liberté avec séisme	61
Figure 3.5 (a) Structure d'un bâtiment de trois étages (b) Système masses-ressorts-Amortissements.	64

Chapitre 4

A. Premier Procédé : Réacteur à Gravure par Plasma CF4/O2

Figure 4.1 Configuration du réacteur à gravure plasma RIE CF4/O2.	77
Figure 4.2 Nombre de conditionnement.	77
Figure 4.3 Gains principaux du réacteur RIE CF4/O2 en boucle ouverte.	78
Figure 4.4 Valeurs singulières maximales de la perturbation globale.	79
Figure 4.5 Spécifications sur les performances et la stabilité.	80
Figure 4.6 Gains principaux du transfert en boucle fermée de la sensibilité et de la sensibilité complémentaire par l'application du μ -contrôleur.	81
Figure 4.7 Gains principaux du système RIE CF4/O2.	81
Figure 4.8 Nombre de conditionnement après le μ -control.	82

B. Deuxième Procédé : Structure Industrielle

Figure 4.9 Diagramme de l'interconnexion du modèle de la structure avec les fonctions de pondération (objectives de contrôle).	87
Figure 4.10 Système masse-ressort-amortissement.	89
Figure 4.11 Représentation fréquentielle du filtre de Kanai-Tajimi.	91
Figure 4.12 Représentation temporelle du filtre de Kanai-Tajimi.	91
Figure.4.13 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage réalisé par μ_Cont1 sur le modèle nominale de la structure.	92
Figure 4.14 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du deuxième étage réalisé par μ_Cont1 sur le système nominal.	92
Figure 4.15 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du troisième étage réalisé par μ_Cont1 sur le modèle nominale de la structure.	93
Figure 4.16 Valeurs RMS de l'inter-déplacement des trios étages obtenues par μ_Cont1 sur le modèle nominale de la structure	93

Figure 4.17	Force de contrôle réalisée par μ_Cont1 .	94
Figure 4.18	Performance robuste obtenu suite à l'application de la μ -analyse.	95
Figure 4.19	Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage dans le cas du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont1 .	95
Figure 4.20	Approximation de l'ordre du contrôleur μ_Cont1 en fonction des marges de performance robuste.	95
Figure 4.21	Performance robuste du μ_Cont2 obtenue par la μ -analyse.	96
Figure 4.22	Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage du modèle nominale de la structure avant et après application de μ_Cont2 .	96
Figure 4.23	Représentation temporelle de l'accélération du premier étage du modèle nominal de la structure avant et après application de μ_Cont2 .	97
Figure 4.24	Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage dans le cas du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont2 .	98
Figure 4.25	L'effort de contrôle produit par le contrôleur μ_Cont2 .	99
Figure 4.26	Approximation de l'ordre du contrôleur μ_Cont2 en fonction des marges performance robuste.	99
Figure 4.27	Représentation temporelle de l'inter-déplacement et de l'accélération du premier étage avant et après application de μ_Cont3 sur le modèle nominale de la structure.	100
Figure 4.28	Valeurs RMS des vitesses et des accélérations des trois étages obtenues par l'application de μ_Cont3 sur le modèle nominale de la structure.	101
Figure 4.29	Valeurs RMS de l'inter-déplacement et des déplacements des trois étages obtenues par l'application de μ_Cont3 sur le modèle nominale de la structure.	101
Figure 4.30	Performances robustes obtenues par μ_Cont3 .	102
Figure 4.31	L'effort de contrôle produit par le contrôleur μ_Cont3 .	103
Figure 4.32	Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont3 (incertitudes extrêmes).	103
Figure 4.33	Représentation temporelle de l'inter-déplacement du deuxième étage du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont3 (incertitudes extrêmes).	103
Figure 4.34	Représentation temporelle de l'inter-déplacement du troisième étage du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont3 (incertitudes extrêmes).	104
Figure 4.35	Approximation de l'ordre du contrôleur μ_Cont3 en fonction des marges performance robuste.	104

Liste des Tableaux

Tab 1.1 Stabilité du système bouclé selon les spécifications (Scorletti et Fromion, 2009). 15

Tab 4.1 Valeurs RMS des déplacements et accélérations inter-étage des trois étages avant et après le contrôle par μ_Cont2 appliqué sur le modèle nominale de la structure. 98

Nomenclatures

ABS: Active Bracing System

C: Matrice amortissement de la structure

CAO : Conception Assistée par Ordinateur

D: Matrice de décomposition Diagonale

F₁(N,K): Transformation linéaire fractionnaire de N et K

K: Matrice de rigidité

LFT: Linear Fractional Transformation

M: Matrice de Masse de la structure

M(s): Matrice de transfert du système en boucle fermée

SISO: Single Input Single Output

MIMO: Multi Input Multi Output

N: Système incertain

s: Variable de Laplace dans le domaine fréquentiel

u(t): Force de contrôle

a(t): Accélération sismique

y(t): Déplacement de l'étage.

ẏ(t): Vitesse de l'étage.

ÿ(t): Accélération de l'étage.

Δ(s): Block des incertitudes structurées.

μ_Δ (M): Valeur singulière structuré de la matrice M par rapport à Δ.

BP : Basse Pression.

RF : Radio fréquence.

IBE : Ion Beam Etching : Gravure par faisceau d'ion.

RIE : Reactive Inon Etching : Gravure par ion réactif.

ICP : Inductively Coupled Plasma : Plasma à couplage inductif.

Introduction Générale

Introduction Générale

De nos jours, les systèmes de contrôle sont largement répandus. Ils trouvent de nombreuses débouchées dans des domaines très variés partant des applications *extraordinaires* de la science, de l'*industrie* et de la robotique jusqu'aux applications *simples* du quotidien voire même des applications très peu probables telles que les structures. Dans cette optique, s'inscrit le travail que nous présentons dans cette thèse. C'est-à-dire qu'une commande robuste multi variable, en l'occurrence *μ -synthèse*, est abordée sur deux *applications* très *différentes* mais tout autant *complexes* dans le domaine du contrôle.

En effet, la réputation de la commande *μ -synthèse*, est *mise à l'épreuve* à travers la *résolution* de *deux* types de *problèmes* très *distincts* afin de *tester* son *aptitude* à répondre aux différentes attentes de *performances* et de *robustesse* exigés aux *systèmes de contrôles* employant des *techniques de contrôle avancées*, vis-à-vis de *perturbations externes* et *internes* de nature très différentes.

Ainsi, la première application que l'on présente est très répandue et on la retrouve sous des formes très variées dans l'industrie. Il s'agit de *réacteur* fonctionnant sur la base de la *chimie des plasmas*. Cependant, le *deuxième procédé* est la preuve de la grande étendue de l'application des dispositifs de contrôle automatique à des *domaines très peu probables* tels que le *contrôle des structures*.

Le *premier procédé*, qui est un *réacteur* à gravure de silicium par *plasma*, est en fait connu sous le nom de *réacteur à gravure ionique réactive (RIE CF4/O2)*. Ce réacteur a préalablement fait l'objet d'un contrôle, ou les auteurs du travail ont suggéré, en conclusion, l'application d'une *commande robuste multivariable* pour *réduire* (voire éliminer) les *interactions* existantes entre les *variables de contrôle* à cause du *mauvais conditionnement* de ce procédé.

Le *second procédé*, qui représente en fait l'application principale de notre étude, consiste en une *structure* de trois étages en charpente métallique pouvant être assimilée aussi bien à une structure *industrielle* que *civile*. Le modèle de cette *structure* a été construit à l'*échelle*, sur une *table vibrante* pour simuler l'action du *séisme*. Placé entre la base et le premier étage de la structure, un *actionneur* à système de contreventement actif (*ABS*) est utilisé pour produire

l'effort mécanique nécessaire pour *contrer* l'action du *séisme* qui se transmet de la base aux *autres étages* de la structure.

L'*objectif* primordial escompté suite à l'application du contrôle par la *μ -synthèse*, se résume essentiellement à *réduire* la *sensibilité* de la structure *aux perturbations* aussi bien externes qu'internes. Pour ce qui est des *perturbations externes*, il s'agit de minimiser l'effet de la *charge sismique* aléatoire tant dis que pour les *perturbations internes*, il est question de réduire l'influence des *incertitudes paramétriques* et *dynamiques* (incertitudes mixtes), engendrées par des erreurs de modélisation, particulièrement quand elles *agissent simultanément*, sur les performances de la commande appliquée.

Plan du travail

Afin d'étayer ce qui vient d'être décrit dans l'introduction, cette thèse a été organisée de la manière suivante :

Dans le *premier chapitre*, pour mieux cerner la méthode de commande robuste que nous avons employée dans ce travail, nous présentons *l'état de l'art* de la théorie de la *commande des systèmes* à travers les définitions et *concepts de bases* qui régissent à la fois le domaine du *contrôle* et des *systèmes à contrôler*, en passant en revue l'*évolution* de la commande des systèmes vers la *commande robuste*.

Le *deuxième chapitre*, est consacré à la *présentation* des *principes d'analyse* et de *synthèse* de la loi de commande robuste, *μ -synthèse*, ainsi que les *différents outils* (représentation LFT, valeur singulière structurée μ , les incertitudes mixtes...) employés pour sa *conception*. L'accent est particulièrement mis sur l'*analyse* de la *robustesse* de la *stabilité* et des *performances* par le paramètre μ , via la *μ -analyse*. Par la suite, les étapes de calcul du contrôleur par l'*algorithme 'DK-itération'* sont présentées.

Dans le *troisième chapitre*, un aperçu sur *l'état de l'art* du *contrôle actif des structures* ainsi que la *modélisation* générale des systèmes de *structures* sont présentés (structure à n degrés de liberté) en établissant les *équations dynamiques* qui régissent le mouvement des structures ainsi que leurs *représentation* sous forme *d'espace d'état*.

Une étude particulière est accordée à la présentation des équations d'état et de mesure d'une *structure* de *trois étages* soumise à une *excitation* aléatoire basse fréquence en *entrée*,

modélisée par le filtre de *Kanai-Tajimi* pour *simuler* la charge dynamique qui lui est appliquée, le cas échéant un *séisme*.

Le *quatrième et dernier chapitre*, est consacré à l'*illustration* des étapes d'*application* de la commande μ -*synthèse* sur *deux procédés* très distincts : un *réacteur chimique* et une *structure*. L'*étape cruciale* abordée en premier lieu, pour *adapter* n'importe quel *problème de contrôle*, au problème de commande par la μ -*synthèse*, est la *formulation* des *objectifs* de contrôle en *condition* de *robustesse* et de *performances*. Il est donc *impératif* de réussir une *bonne traduction* du maximum de ces *objectifs* en des *gabarits fréquentiels* respectant une certaine condition pour espérer atteindre la robustesse aussi bien en stabilité ou en performances. Un *programme* informatique sous *Matlab* est *développé* pour la *synthèse* d'un contrôleur par la '*DK-itération algorithm*'.

L'*objectif* escompté suite à l'*application* de la μ -*synthèse* sur le procédé du *réacteur chimique* est l'*illustration des étapes de synthèse* d'un contrôleur sur un *procédé industriel* très *mal conditionné*, d'une part et d'autre part montrer l'aptitude du contrôle robuste multivariable abordé, à venir à bout des *soucis de modélisation* (dynamiques négligées et linéarisation) et de *couplage des réponses* du système (élimination des interactions existantes entre les variables de contrôle).

Pour ce qui est de l'*application principale* de ce travail, on utilise la commande μ -*synthèse* pour aborder le *problème de contrôle actif de structure*, à travers la recherche de l'effort nécessaire à produire pour *contrer* l'action du *séisme* sur une *structure* de trois étages en charpente métallique pouvant être assimilée aussi bien à une structure *industrielle* que *civile*. Les objectifs du contrôle sur les performances sont exprimés en termes de rejet de perturbation puis traduit en des caractéristiques que doivent présenter les fonctions de sensibilité correspondant. Pour les objectifs de stabilité, il faut construire le système incertain de la structure formé par l'ensemble des incertitudes auquel il est soumis. Les incertitudes paramétriques sur les coefficients d'amortissement et de rigidité, et les incertitudes dynamiques provenant des erreurs de modélisation de l'actionneur.

Les résultats de simulations de la mise en œuvre de trois configurations de contrôle ont abouti à des contrôleurs robustes synthétisés sur le modèle de la structure étudiée en faisant varier le nombre et l'emplacement des capteurs pour un seul actionneur placé entre le sol et la fondation de la structure.

Les μ -contrôleurs obtenus sont testés pour vérifier leurs efficacités à atteindre les objectifs désirés, pour le cas du système nominal et le cas du système perturbé. Une technique de réduction d'ordre est appliquée pour fournir des contrôleurs d'ordre inférieur, sans dégrader les performances des contrôleurs initiaux.

Une *conclusion générale* sous forme de *récapitulatif* concernant les *résultats de simulations* obtenus sur les *deux procédés* considérés dans *cette thèse* est présentée, où nous rappelons que la μ -synthèse a pour but de fournir des *contrôleurs* de sorte à *respecter* les *spécifications* de *robustesse* et *performance* fixés, pour chacun des procédés. Un bon *compromis* entre les différents *objectifs* de contrôle doit être *assuré* pour attester de l'*efficacité* des *contrôleurs* à répondre aux *exigences* d'un *cahier des charges*.

Finalemment, nous clôturons ce travail par la présentation des *perspectives* des *travaux futurs* que nous *comptons* entreprendre, à savoir la *vérification* des résultats obtenus *in-situ*. En effet, il n'est *pas* judicieux de *juger* des *résultats* obtenus par l'application d'une *méthode* si elle est la *plus adaptée* au *contrôle actif* des structures *uniquement* à travers des résultats de *simulation*. L'*expérimentation* est en réalité, et *restera*, le *véritable* moyen d'*affirmer* l'*utilité* et aussi la *praticité* des *contrôleurs synthétisés* en les plaçant dans les *conditions réelles* d'utilisation.

Chapitre 1

Etat de l'Art de la Commande des Systèmes

Etat de l'Art de la Commande des Systèmes

1.1 Introduction

Nous abordons dans le premier chapitre, le domaine très vaste du *contrôle des systèmes* du point de vue de son évolution à travers le temps vers la conception assistée par ordinateur (*CAO*). Ce qui depuis sa création, lui a permis de couvrir des processus très complexes et variés de l'ingénierie partant de l'automatique, robotique, mécatronique, informatique industrielle, jusqu'à atteindre des applications peu courantes de biologie, mécanique et même de génie civil. Les processus retenus pour l'étude dans le cadre de cette thèse sont précisément une illustration de l'étendue de ses applications puisque le premier système étudié est un réacteur chimique et le deuxième est une structure de génie civil.

Nous commençons donc par rappeler les concepts de base qui régissent à la fois le domaine du *contrôle* et des *systèmes* à contrôler, puis nous abordons certaines notions et principes habituellement employés pour décrire, analyser, et concevoir un système de contrôle, qui se définit justement de plusieurs manières selon son domaine d'application. Puis, nous traitons les *premières structures de commandes* apparues, connues sous le nom de *commandes fréquentielles classiques*, et de leur évolution, des décennies après, vers les méthodes de commandes robustes dites *automatiques fréquentielles avancées* ou encore *méthodes H_∞* . La lumière est particulièrement mise sur ces deux grandes approches de contrôle étant donné que la commande μ -synthèse, qui fait l'objet de ce travail, en découle directement.

1.2 Systèmes de contrôle

Un système n'est autre qu'une collection où un ensemble de certains éléments (sous-systèmes). Quand on réalise l'interconnexion de composants pour former un système de configuration qui va fournir une réponse désirée, on est en face d'un système de contrôle. En d'autres termes, un système de contrôle est un arrangement de composants physiques connectés ou reliés de telle sorte à commander, réguler, diriger ou gouverner d'autres systèmes ou lui-même. Pour identifier ou définir un système de contrôle il nous faut introduire les notions d'entrée et sortie. L'entrée représente le stimulus, l'excitation ou la commande appliquée, et la sortie représente la réponse actuelle générée par le système de contrôle. La sortie devrait être égale à la réponse engendrée par l'entrée. Les entrées peuvent être des variables physiques, ou abstraites tel qu'une référence ou des valeurs désirées de la

sortie du système de contrôle. Un système de contrôle peut avoir plus d'une entrée ou sortie représentant la réponse du système désirée et actuelle respectivement, comme le montre la figure.1.1, (Dukkipati, 2005).

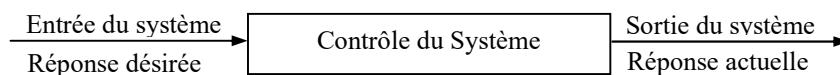


Figure 1.1 Description d'un système de contrôle

Dans cette thèse, nous retenons la définition des systèmes qui les présente comme étant un assemblage possédant un certain nombre d'entrées et de sorties réelles. Pour mieux comprendre, prenons l'exemple d'une automobile qui peut être assimilée à un système dont l'entrée est la position de la pédale tant-dis que la sortie est la vitesse, ou encore un compte bancaire est un système dont l'entrée est la somme déposée et la sortie est l'intérêt généré ou encore un sèche-linge qui est un système dont l'entrée est le nombre de cycle et la sortie est le linge séché, ...etc.

D'une manière générale, il existe trois types de systèmes de contrôle :

- Système de contrôle artificiel
- Système de contrôle naturel ou biologique
- Système dont les composants sont artificiels et naturels.

1.2.1 Configuration des systèmes de contrôle

Pour présenter les différentes configurations des systèmes de contrôle, nous avons besoin d'introduire deux notions importantes :

a. Bloc

Un bloc est un nombre d'éléments qui peuvent être groupés ensemble, avec des caractéristiques générales décrites par une relation d'entrée/sortie comme présenté par la figure.1.2. On peut également le définir comme étant une représentation schématique de la relation cause-à-effet entre les entrées et les sorties d'un système physique.

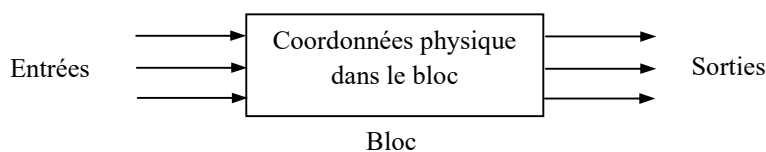


Figure 1.2 Diagramme-bloc.

b. Fonction de transfert

La fonction de transfert est une propriété spécifique aux éléments du système. Les caractéristiques de l'ensemble des éléments des entrées et sorties peuvent être décrites par une expression mathématique appropriée. Elle est définie comme étant le rapport de la sortie à l'entrée. Les systèmes de contrôle sont représentés suivant **deux types** de configurations.

- Système de contrôle en boucle ouverte
- Système de contrôle en boucle fermée.

b.1 Contrôle en boucle ouverte

La boucle ouverte est la forme la plus simple d'un dispositif de contrôle comme le montre la figure.1.3.

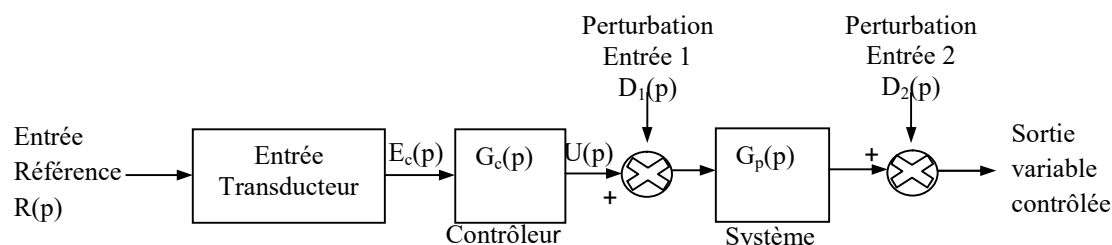


Figure 1.3 Diagramme bloc d'un système de contrôle en boucle ouverte

b.2 Contrôle en boucle fermée :

La boucle fermée se caractérise par une particularité très spécifique qui est une reproduction précise de l'entrée à partir de sa comparaison avec la sortie par rétroaction, comme on peut le voir dans la figure 1.4.

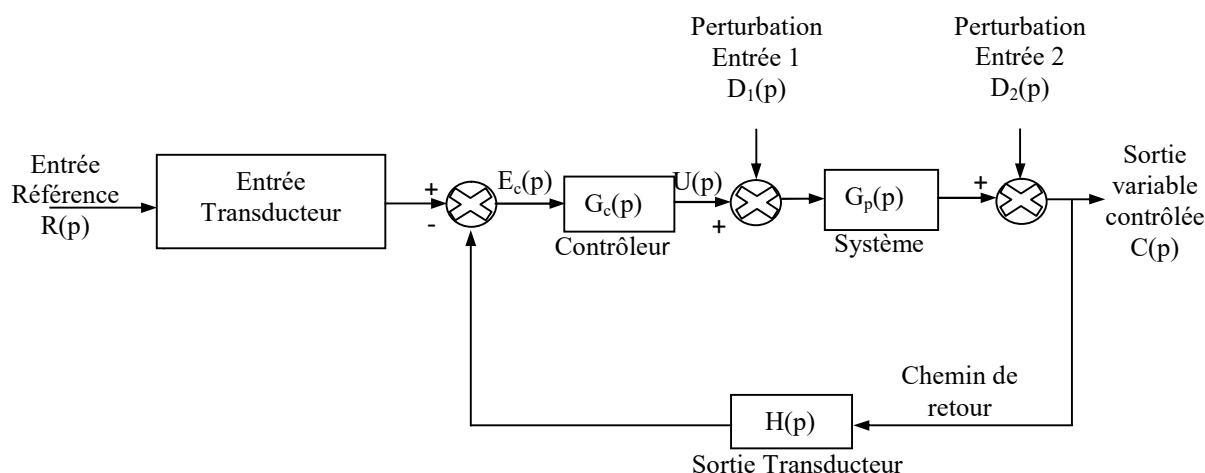


Figure.1.4 Diagramme bloc général d'un système de contrôle en boucle fermée

Les variables des figures 1.3 et 1.4 sont définies de sorte que $C(p)$ renferme les signaux de la sortie contrôlée; $D_1(p)$ et $D_2(p)$ sont des perturbations en entrée et en sortie du système respectivement et $E_a(p)$ l'erreur de contrôle. Tant dis que $G_a(p)$ représente la fonction de transfert de l'actionneur, $G_c(p)$ la fonction de transfert du contrôleur, $G_p(p)$ la fonction de transfert du système, $H(p)$ la fonction de transfert du capteur de la sortie et $R(p)$ la fonction de transfert du capteur de l'entrée de référence (Dorf et Bishop, 2001), (Dukkipati, 2004).

1.2.2 Notions adoptées dans le domaine du contrôle

En se basant sur le digramme bloc d'un système de contrôle de la figure 1.4, nous allons présenter les principales notions qui régissent le contrôle des systèmes.

Éléments de la rétroaction : Les éléments de la rétroaction établissent le lien fondamental entre la sortie contrôlée $C(p)$ et le premier signal de retour $B(p)$. Ils incluent également les capteurs de la sortie contrôlée, contrôleurs ainsi que tous ses éléments.

Boucle : Une boucle est un chemin qui démarre et se termine au même point, au long duquel on ne peut rencontrer plus d'un nœud.

Gain de boucle : Le gain de boucle est le gain du chemin de la boucle.

Comparateur : Ils sont représenté dans les figures 1.3 et 1.4 par un cercle avec un signe plus ou moins suivant la situation, il peut recevoir un nombre illimité de signaux en entrée mais produit un seul signal en sortie.

Rétroaction négative : La boucle de retour négative implique que le point de départ est un comparateur de soustraction.

Rétroaction positive : La boucle de retour positive implique que le point de départ est un comparateur d'addition.

Chemin ; Un chemin est tout choix d'une succession continue de branches traversées dans la même direction.

Gain du chemin : Le produit des gains de branches rencontrées en traversant un chemin est appelé gain du chemin.

Chemin de retour : Le chemin de retour est le chemin de transmission allant de la sortie de retour contrôlée jusqu'au point de départ.

Chemin directe. Le chemin direct est le chemin de transmission allant du point de départ jusqu'à la sortie contrôlée.

Transducteur : Le transducteur est un dispositif qui convertit une énergie d'une forme à une autre.

Transducteur de l'entrée : Il convertit la forme du signal d'entrée en un signal utilisable par le contrôleur.

Processus ou système contrôlé : Il représente l'objet contrôlé du système de control par rétroaction.

Signal de référence : Il est représenté par $R(p)$ dans les figures 1.3 et 1.4 où le signal de référence est un signal externe appliqué au système de contrôle, généralement au premier comparateur (de départ), pour exercer une action spécifique sur le système. Il représente typiquement la réponse idéale du système.

Signal d'erreur : C'est le signal de référence plus ou moins le signal de retour primaire.

Actionneur : C'est le dispositif qui permet au système de fournir la sortie. C'est un dispositif essentiel pour fournir la force motrice au système.

Bande passante : L'intervalle de fréquence dans lequel l'affaiblissement de la réponse fréquentielle du système atteint 3décibels de la valeur de sa basse fréquence.

Diagramme bloc. C'est une représentation simplifiée de la relation cause-à-effet entre les entrées et les sorties du système. (Fillips et Harbour, 2000).

1.2.3 Classification des systèmes de contrôle

Très souvent les systèmes de contrôle sont divisés en deux classes :

- Servomécanismes
 - Régulateurs.
- **Servomécanisme :** Les systèmes de contrôle par rétroaction utilisés pour le contrôle de la position, la vitesse, et l'accélération sont appelés *servomécanisme* et sont très commun dans l'industrie et les applications militaires. Un servomécanisme est un amplificateur de puissance d'un système de contrôle en boucle fermée dans lequel la variable de contrôle est une position mécanique, une dérivée temporelle de la position tel que la vitesse ou l'accélération. A titre d'exemple le système d'atterrissage automatique des avions est un servomécanisme, ou encore, le système de contrôle d'un bras de robot industriel qu'on force à suivre un chemin spécifique dans l'espace.
 - **Régulateurs.** C'est un système de régulation dans lequel l'entrée de référence ou de commande est constante, pour l'intervalle de temps entier durant lequel le système est opérationnel. Le système de contrôle de la vitesse au ralenti est un système de régulation. Un autre exemple de système de regulation est typiquement le système de contrôle appliqué à l'être humain pour maintenir la température de son corps fixe dans un environnement où la température est variable.

En fait, il existe d'autres types de classification des systèmes qui ne se basent pas uniquement sur les caractéristiques physiques de ces systèmes mais plutôt sur leurs propriétés mathématiques. En effet, les systèmes dit *systèmes invariants* dans le temps sont des systèmes dont la relation entrée-sortie ne change pas au fil du temps. Ceci étant, pour toute entrée u appliquée à différents instants, nous avons :

$$y(t) = S(u(t)) \Rightarrow y(t + T) = S(u(t + T)) \quad (1.1)$$

où T est un temps de retard quelconque.

Par contre, s'il existe une entrée u et une constante de temps T tel que l'équation (1.1) n'est pas vérifiée, en est en face d'un *système variant* dans le temps.

Une autre classification n'exigeant pas une explication particulière, se base simplement sur le nombre d'entrées et sorties du système. Ainsi, un système *SISO* (single input single output) est un système qui possède une seule entrée et une seule sortie.

Par opposition, un système est dit *MIMO* (multi input multi output) s'il possède plusieurs entrées et plusieurs sorties, comme représenté dans la figure 1.5, (Scorletti et Fromion, 2009).

Une dernière classification des systèmes se base sur le fait qu'ils soient continus ou discrets. Un système est donc appelé *système à temps continue* si ses entrées et sorties sont des fonctions d'une variable de temps continue tant dis que le *système à temps discret* est un système dont les entrées et sorties sont des fonctions d'une variable de temps discrète (Skogestad et Postlethwaite, 2007).

Dans notre travail, il est question d'un système multivariable continue linéaire et invariant dans le temps (LTI).

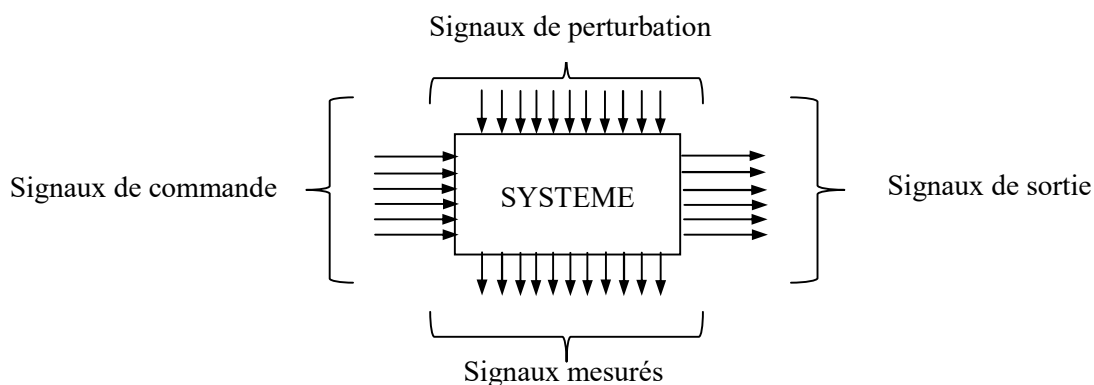


Figure 1.5 Système MIMO

1.3 Analyse des systèmes de contrôle en boucle fermée

Dans le contrôle en boucle ouverte, le contrôleur ne connaît pas la sortie du système, c'est pourquoi ce type de contrôle est utilisé lorsqu'il est difficile de mesurer la sortie. Il n'existe pas beaucoup d'exemples de systèmes de contrôle en boucle ouverte, toutefois nous pouvons citer les systèmes de contrôle du flux du trafic, les machines à laver ou à sécher le linge car dans ces cas-ci on ne peut pas évaluer la quantité de la sortie à contrôler.

La rétroaction ou encore le feedback est la propriété des systèmes de contrôle en boucle fermée. Elle permet de comparer la sortie avec l'entrée afin de former l'action de contrôle appropriée en fonction de l'entrée et de la sortie. Pour un contrôle plus adaptative et précis, une relation est fournie pour relier la sortie à l'entrée d'un système de contrôle. Un signal d'action proportionnel à la différence de l'entrée et la sortie doit être envoyé par l'intermédiaire du système pour corriger l'erreur. En général, la rétroaction est utilisée lorsqu'il existe une relation cause-à-effet entre les variables système. (Fllips et Harbour, 2000).

La présence d'une boucle de rétroaction (feedback) dans un système de contrôle présente une importance capitale car elle permet de :

- Augmenter la précision.
- Réduire la sensibilité du rapport sortie/entrée aux variations dans les caractéristiques du système et à d'autres paramètres.
- Réduire les effets des non-linéarités et des distorsions.
- Augmenter la bande passante.
- Réduire les effets des perturbations extérieures et des bruits de mesure.

Les applications du *contrôle des systèmes*, précisément en boucle fermée, sont très nombreuses et surtout très variées allant du domaine de l'industrie, jusqu'à des applications courantes de notre vie quotidienne. Il n'est donc pas étonnant de rencontrer dans nos maisons ce type de contrôle pour réguler la température dans les chambres, dans un réfrigérateur ou dans les fours par exemple. D'autres applications, très rencontrées dans notre quotidien, sont des systèmes de contrôle tels que les moteurs, les roues, le régulateur de vitesse, le groupe motopropulseur des voitures modernes, ...etc.

1.4 Equations du système contrôlé

En examinant le schéma de régulation de la figure 1.6, nous distinguons des signaux qui définissent le lien entre les différents éléments du diagramme-bloc. Ainsi, u et y désignent

l'entrée et la sortie du système, d_u et d_y sont des perturbations qui agissent sur l'entrée et la sortie respectivement et b représente le bruit de mesure. G et K désignent le modèle du système à régler et le régulateur. Ces opérateurs sont supposés être causaux, linéaires et stationnaires, ce qui permet de les représenter par leur réponse impulsionnelle dans le cas des systèmes SISO, et par leurs matrices de réponses impulsionnelles dans le cas des systèmes MIMO. Nous pouvons également obtenir leurs représentations dans le domaine de Laplace, sous forme de fonctions (ou matrices) de transfert propres.

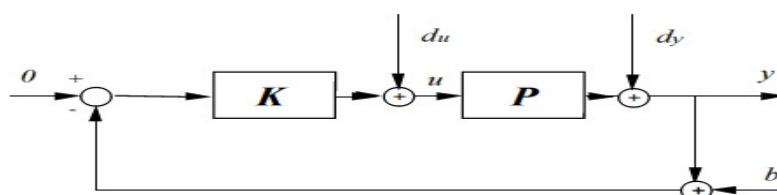


Figure 1.6 Schéma de régulation (Scorletti et Formion, 2009)

Les équations qui régissent le diagramme de la Figure 1.6, ou par abus de langage, un signal temporel et sa transformée de Laplace apparaîtront écrit de la même manière :

$$y = Sd_y + PSd_u - Tb \quad (1.2)$$

$$u = Sd_u - KS(b + d_y) \quad (1.3)$$

où

$$S = \frac{1}{1+PK} \quad (1.4)$$

et

$$T = \frac{PK}{1+PK} \quad (1.5)$$

Les fonctions de transfert S et T sont appelées **fonction de sensibilité** et **fonction de sensibilité complémentaire** respectivement, du fait de la relation particulière qui lie ces deux fonctions

$$S + T = 1 \quad (1.6)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte se définit par :

$$L = PK \quad (1.7)$$

Notons cependant, que dans le cas multivariable, le produit des matrices n'est pas commutatif. Par conséquent, on distingue la **matrice de transfert de la boucle ouverte en entrée**, notée L_e , et la **matrice de transfert de la boucle ouverte en sortie**, notée L_s .

où

$$L_e = KP \quad (1.8)$$

et

$$L_s = KP \quad (1.9)$$

De même, on peut distinguer les matrices de sensibilité en entrée et en sortie S_e et S_s , respectivement, et les matrices de sensibilité complémentaire qui leurs sont associées, T_e et T_s .

$$S_i = (I + L_i)^{-1} \quad (1.10)$$

$$T_i = (I + L_i)^{-1}L_i \quad (1.11)$$

avec

I désigne la matrice identité de dimension convenable et i ($= e, s$).

On a également la relation suivante :

$$S_i + T_i = I \quad (1.12)$$

Les équations de la boucle fermée deviennent alors :

$$y = S_s d_y + S_s P d_u - T_s b \quad (1.13)$$

$$u = S_e d_u - S_e K(b + d_y) \quad (1.14)$$

1.5 Automatique fréquentielle classique

Les méthodes fréquentielles classiques, sont des méthodes de calculs de *correcteurs* pour les systèmes tels que décrits dans les paragraphes précédents. Le correcteur est conçu *pas à pas* par réglage à la main, en se basant principalement sur le transfert $L(p)$ en boucle ouverte.

$$L(p) = K(p)G(p) \quad (1.15)$$

1.5.1 Principe

L'idée de base consiste à transformer les objectifs de contrôle, réunis dans ce qui est communément appelé *cahier des charges*, à savoir stabilité, suivi de référence, rejet de perturbations, limitation de la commande...etc, en des contraintes portant sur les fonctions de transfert du système en boucle ouverte, en exploitant le lien établi qui existe entre la boucle ouverte et la boucle fermée.

On procède alors à la traduction de ces contraintes en une ou plusieurs représentations graphiques grâce aux diagrammes de **Bode**, **Nyquist** ou **Black**, ce qui accorde aux méthodes de contrôle classiques l'intérêt attractive dont elles sont célèbres.

Ainsi, la stabilité est assurée par le fait que toutes les fonctions de transfert en boucle fermée sont stables. Pour assurer la performance, il est nécessaire de contraindre le module de la réponse fréquentielle de fonctions de transfert en boucle fermée concernées. A titre d'exemple, prenons la spécification de suivi de trajectoire, dans ce cas les fonctions de transfert considérées sont :

$$T_{r \rightarrow y} = T(p) \quad (1.16)$$

$$T_{r \rightarrow \epsilon} = S(p) \quad (1.17)$$

En réalité, parvenir à concevoir des contrôleurs efficaces par ces méthodes, dépend étroitement du succès de deux étapes essentielles. La première étape consiste en la recherche des contraintes adéquates que doit satisfaire le transfert $L(p)$ de la boucle ouverte pour satisfaire les spécifications désirées, tant dis que la seconde consiste en le calcul effectif du correcteur. Cette dernière étape est elle-même basée sur deux étapes "*Choix de la structure du correcteur*", (correcteur proportionnel, correcteur proportionnel intégrale avec ou sans avance de phase, correcteur dérivée,...etc), et "*Réglage des paramètres du correcteur*", en fixant le gain dans le cas du proportionnel, la fréquence de coupure dans le cas du proportionnel intégral,...etc.

1.5.2 Formalisation des cahiers des charges et compromis

Nous pouvons dire que la synthèse de correcteurs par les méthodes fréquentielles classiques exige une grande dextérité et un fin doigté que l'on acquiert indéniablement au fil d'années d'expériences. Ceci revient au fait que les contraintes imposées aux correcteurs peuvent se montrer conflictuelles, comme par exemple vouloir augmenter la rapidité d'un système bouclé peut amener à augmenter la fréquence de coupure (translatée vers les hautes fréquences), ce qui peut entraîner un effet de bruits sur la commande. c'est l'étape "*Analyse du correcteur*" qui est en mesure de révéler si la robustesse et les performances du correcteur sont satisfaisantes.

Le cahier des charges peut contenir quatre classes de spécifications.

- **Suivi de trajectoires de référence ou consignes** : il s'agit d'étudier l'influence du signal de référence $r(t)$ sur le signal d'erreur $\epsilon(t)$.

- **Rejet ou atténuation de signaux de perturbations** : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de perturbations $d_u(t)$ et $d_y(t)$ sur le signal d'erreur $\epsilon(t)$.
- **Atténuation des bruits de mesure** : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de bruits $b(t)$ sur le signal de commande $u(t)$ et sur le signal de sortie $y(t)$.
- **Commande modérée** : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de référence $r(t)$ et des signaux de perturbations sur le signal de commande $u(t)$.

Une autre spécification très importante doit absolument être prise en compte est la stabilité du système bouclé. Chaque spécification peut être étudiée en examinant les fonctions de transfert (matrice de transfert pour les systèmes MIMO), reliant les signaux d'entrée et sortie concernés (voir Tableau 1.1)

Tableau 1.1 Stabilité du système bouclé selon les spécifications (Scorletti et Fromion, 2009)

Spécifications	Fonctions de transfert associées	Notions usuelles
Suivi de trajectoires de références	$T_{r \rightarrow \epsilon}(p)$	$S(p)$
Rejet/atténuation de perturbation	$T_{d_y \rightarrow \epsilon}(p)$	$G(p)S(p)$
Atténuation des bruits sur commande	$T_{b \rightarrow u}(p)$	$-K(p)S(p)$
Atténuation des bruits sur sortie	$T_{b \rightarrow \epsilon}(p)$	$T(p)$
Commande modérée	$T_{r \rightarrow \epsilon}(p), T_{d_u \rightarrow u}(p), T_{d_y \rightarrow u}(p)$	$K(p)S(p)$ et $T(p)$

Dans le cas où les spécifications du cahier des charges ne sont pas atteintes, plusieurs causes peuvent entrer en jeu tel qu'une mauvaise détermination des paramètres du correcteur, choix peu pertinent de sa structure, mauvaise traduction des gabarits ou encore des performances désirées irréalistes. Nous allons voir par la suite que les méthodes basées sur l'approche H_∞ permettent de surmonter ces difficultés et faciliter la conception de correcteurs en fournissant des algorithmes de calcul de correcteur efficaces permettant de réduire la complexité et le temps accordés à la synthèse de correcteurs (Scorletti et Fromion, 2009).

1.5.3 Structures de correcteurs

Pour mieux comprendre le fondement de l'automatique fréquentielle classique, nous présentons ici quelques structures de correcteurs, qui assurent certaines spécifications des cahier des charges, à titre illustratif. Nous allons considérer les correcteurs à un degré de liberté ayant la structure de la figure 1.7 et vérifiant l'équation 1.18.

$$u(p) = K(p) \cdot (r(p) - y(p)) = K(p) \cdot \epsilon(p) \quad (1.18)$$

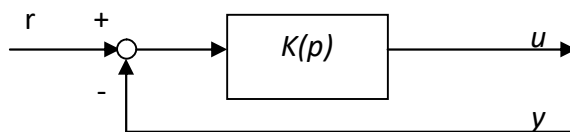


Figure 1.7 Correcteur à un degrés de liberté (Scorletti et Formion, 2009)

1.5.3.1 Correcteur proportionnel

Le signal de commande $u(t)$ est simplement proportionnel à l'erreur de suivi $e(t)$. Le paramètre à régler est le gain k^c . La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit alors :

$$L(p) = k^c G(p) \quad (1.19)$$

Le paramètre k^c est réglé de telle sorte à fixer la bande passante w_c permettant d'obtenir un certain temps de réponse pour le suivi d'un échelon.

Ainsi, ce correcteur présente l'intérêt d'agir sur la rapidité du suivi d'échelon. En effet le système est d'autant plus rapide que le gain du correcteur est grand. Aussi, plus le gain est grand en boucle ouverte (BO) et plus le système est précis (erreur statique faible) mais moins il est stable du fait que la marge de phase et le dépassement du suivi de l'échelon sont d'autant plus meilleur que le gain est petit. Ceci conduit à rechercher un compromis entre rapidité/précision et stabilité.

1.5.3.2 Correcteur proportionnel intégral

Un proportionnel intégral doit avoir la structure suivante

$$K(p) = k^c \cdot \frac{p+a}{p} \quad (1.20)$$

Pour ce correcteur, il est nécessaire de fixer deux paramètres : a et k^c . L'introduction d'un zéro stable en $-a$ permet d'augmenter la phase du correcteur aux alentours de $w=a$ pour compenser le déphasage de -90° , ramené par l'intégrateur dont le rôle est le rejet de perturbation en forme d'échelon.

Pour le réglage du paramètre a , il faut procéder de façon itérative en tenant compte d'un compromis entre la rapidité du rejet de perturbation en échelon qui est d'autant plus importante que a est grand et la marge de phase et le dépassement du suivi d'échelon qui est d'autant meilleure que a est petit. Pour ce, on procède suivant les étapes suivantes :

- choix initial de a et k^c
- examen des tracés fréquentiels de la boucle ouverte et des réponses temporelles et fréquentielles des fonctions de transfert en boucle fermée.

- si les spécifications des cahiers des charges n'est pas rempli, réglage de a et/ou k^c et retour à l'étape 2.

1.5.3.3 Correcteur à avance de phase

Pour ce correcteur, prenons une structure du PI auquel on peut rajouter une ou plusieurs avance de phase, pour obtenir une structure de la forme

$$K(p) = k^c \cdot \frac{p+a}{p} \cdot \frac{\tau_1 p+1}{\tau_2 p+1} \quad (1.21)$$

C'est à travers le réglage des paramètres (k^c , a , τ_1 , τ_2) qu'est fixé la structure du correcteur, qui conduit à un effet avance de phase, comme son nom l'indique, sur une gamme de pulsations donnée. Ceci étant, on peut être amené, dans certains cas, à l'introduction dans la boucle ouverte d'une avance de phase à une pulsation précise pour améliorer la marge de phase afin de répondre à certaines spécifications de robustesse, de limitation du dépassement, de marge de gain,...etc.

1.5.3.4 Correcteur proportionnel dérivé

On cherche à améliorer la stabilité sans toucher à la précision. On va pour cela augmenter la phase du système en BO à la fréquence proche de ω_c . Pour apporter une phase positive, on utilise un correcteur dérivé où l'avance de phase intervient à partir de $\omega = 2\pi/T$, si l'avance de phase se produit pour des pulsations plus hautes, elle est inutile et le correcteur est inefficace.

$$K(p) = \frac{1+a\tau p}{1+\tau p} \quad (1.22)$$

Inconvénients : physiquement difficile à réaliser, amplifications du bruit et des signaux hautes fréquences, pour éviter la saturation des actionneurs, au lieu de dériver l'erreur on dérive la sortie.

1.5.3.5 Correcteur proportionnel dérivé intégral

C'est la combinaison de 3 types de corrections : L'action proportionnel pour augmenter le gain et améliorer le temps de réponse, l'action dérivée pour avancer la phase aux hautes fréquences autour de ω_{pi} , qui est une action stabilisatrice. Et enfin, l'action intégrale pour garantir la précision qui agit aux basses fréquences.

Représentation mathématique du PID :

$$K(p) = A \left[1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right] = K_p \frac{(1+T_i p)(1+T_d p)}{T_i p} \quad (1.23)$$

1.6 Valeurs singulières et normes H_∞

Cette section présente les principaux outils utilisés, concernant la commande avancée des systèmes multivariables, pour la conception de correcteurs. Les valeurs singulières d'une matrice de transfert permettent de généraliser la notion de gain aux systèmes multivariables et permettent également de définir la norme H_∞ d'un système linéaire, (Magni et al., 1997).

1.6.1 Valeurs singulières

Pour un système à une entrée et une sortie, la réponse fréquentielle peut être étudiée en traçant le diagramme de Bode, c'est-à-dire le tracé du module de la fonction de transfert et le tracé de la phase en fonction de la pulsation ω . Dans le cas des systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties, seul le tracé du module peut être généralisé. On trace alors les valeurs singulières minimales et maximales de $H(j\omega)$ en fonction de la pulsation ω , ce qui est cohérent avec la discussion précédente.

Considérons un système linéaire invariant avec un vecteur d'entrée $e(t)$ et un vecteur de sortie $s(t)$ de dimensions respectives m et p . Soit $G(p)$ sa matrice de transfert. En réponse à une excitation harmonique $e(t) = E e^{j\omega t}$, $E \in \mathbb{C}^m$, la sortie du système s'écrit :

$$s(t) = G(j\omega) E e^{j\omega t} \quad (1.24)$$

Une valeur singulière, définie par l'équation (1.25), n'est autre que la racine carrée des valeurs propres de $G(j\omega)$ multiplié par sa conjuguée.

$$\sigma_i(G(j\omega)) := \sqrt{\lambda_i((G(j\omega)G(-j\omega)^T))} = \sqrt{\lambda_i((G(j\omega)^T G(j\omega)))} \quad (1.25)$$

$\|G(j\omega)\|_\infty$ est donc la valeur singulière la plus élevée du gain du système sur l'ensemble des pulsations (pour un système monovarié ça correspond à $|G(j\omega)|$). Étant donné que le produit $G(j\omega)G(j\omega)^T$ est une matrice hermitienne semi-définie positive, par conséquent les valeurs propres sont réelles positives ou nulles, d'où l'utilisation de leurs racines carrées.

Il en résulte un classement des valeurs singulières noté $\bar{\sigma}(G)$ pour la valeur singulière la plus grande et $\underline{\sigma}(G)$ pour la valeur singulière la plus petite.

$$\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \sigma_1(G(j\omega)) \geq \sigma_1(G(j\omega)) \geq \sigma_1(G(j\omega)) \geq \dots \geq \underline{\sigma}(G(j\omega)) \geq 0 \quad (1.26)$$

Les valeurs singulières $\sigma_i(G(j\omega))$ sont en fait la généralisation de la notion de gain aux systèmes multivariables. Elles sont représentées dans le plan de Bode. Le gain pour un système multivariable, à une fréquence donnée, est compris entre les valeurs singulières inférieure et supérieure.

1.6.2 Nombre de conditionnement d'une matrice

Les valeurs singulières nous informent également sur un aspect très important concernant les systèmes multivariables. Ainsi, un système à plusieurs entrées et plusieurs sorties est dit *mal conditionné* si le *rapport* entre les valeurs singulières maximale et minimale est *important*. Ce rapport est appelé *nombre de conditionnement* et sa signification est tirée du fait que ce nombre nous renseigne sur la difficulté à inverser la matrice de transfert du système, et par conséquent le système sera jugé difficile à commander. En effet, il faut comprendre qu'une petite perturbation peut modifier le système et de ce fait le déterminant de sa matrice de transfert conduisant à sa singularité. De ce fait, même un changement d'échelle ou d'unité sur les entrées et les sorties du système peut conduire à la modification des valeurs singulières de la matrice de fonctions de transfert. De façon générale, il est préférable de travailler sur des signaux d'entrées et de sorties de même ordre de grandeur, car un choix pertinent de l'ordre de grandeur des signaux considérés peut diminuer le nombre de conditionnement.

1.6.3 Norme H_∞ d'un système

Considérons le système linéaire invariant dans le temps décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (1.27)$$

et soit la matrice de transfert correspondante au système décrit par (1.27) est :

$$G(p) = C (pI - A)^{-1} B + D \quad (1.28)$$

L'ensemble des matrices de transfert $G(p)$ correspondant à un système stable est noté usuellement \mathbb{RH}_∞ . Ainsi, pour toute matrice $G(p)$ dans \mathbb{RH}_∞ , une norme appelée H_∞ est définie tel que :

$$\|G(p)\|_\infty := \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \overline{\sigma}(G(j\omega)) \quad (1.29)$$

$\|G(j\omega)\|_\infty$ représente la valeur la plus élevée du gain du système sur l'ensemble des pulsations, tandis que pour un système monovarié la valeur la plus élevée est $|G(j\omega)|$. Alors, pour un ensemble de pulsations ω choisi, il existe un réel positif γ , majorant la norme (1.29) de sorte que

$$\|G(p)\|_\infty < \gamma \quad (1.30)$$

1.7 Automatique avancée et approche H_∞

1.7.1 Principe

La présentation dans les paragraphes précédents, des principes de certaines méthodes, de synthèse de correcteurs pour des systèmes linéaires stationnaires, dites *classiques*, permet de mieux aborder le principe des méthodes de synthèse de correcteurs apparues à la fin des années 80.

Il s'agit des nouvelles approches de l'automatique avancée, basées sur l'approche H_∞ qui étendent de façon importante les outils classiques de l'automatique fréquentielle. En effet, dans une grande mesure, ces méthodes de synthèse permettent de pallier aux limitations des outils classiques, en l'occurrence la difficulté du processus de conception du correcteur qui limite l'exploration de différents compromis entre les spécifications des cahiers des charges ainsi que la difficulté d'évaluer quel est la meilleure structure du régulateur (choix de la structure et réglage des paramètres) par rapport à un compromis désiré. Ces points sont particulièrement importants du fait qu'un cahier des charges n'est jamais définitivement fixe, et qu'il est appelé à fortement évoluer au cours du temps.

Ceci étant, dans les nouvelles approches de l'automatique fréquentielle, le premier point intéressant est qu'elles sont basées sur une traduction assez directe du cahier des charges en un critère mathématique à vérifier, en général une fonction à minimiser (problème de minimisation ou d'optimisation).

La formulation mathématique utilise la norme H_∞ , d'où le nom donné à ces méthodes de commande H_∞ . Une fois le critère mathématique défini, la recherche du correcteur se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation.

De fait, ces méthodes utilisent la puissance de calcul disponible sur les ordinateurs actuels. Il est véritablement question de méthodes de *conception assistées par ordinateur (CAO)*. Tout l'intérêt de l'automatique fréquentielle avancée par rapport aux méthodes dites classiques, apparaît lors d'une mise au point rapide de correcteurs, y compris pour des problèmes difficiles d'automatique, permettant ainsi d'explorer plusieurs cahiers des charges, (Paraskevopoulos, 2003), (Magni et al., 1997).

La commande appliquée dans ce travail est la μ -synthèse, elle s'inscrit parmi les méthodes de commandes avancées associant l'approche H_∞ et la μ -analyse. Elle est appliquée pour sa capacité à inclure une prise en compte *à priori* et *explicite* des objectifs de robustesse par une description précise de la nature physique des incertitudes lors de la conception de la loi de commande. Elle permet ainsi, d'assurer stabilité, marges de stabilité, précision, et

performances dynamiques...etc, sur la base d'un modèle de synthèse imparfait appelé *modèle incertain*. Puis vient l'étape de l'analyse ou il faudra vérifier toutes ces propriétés *à posteriori*, en utilisant en général un modèle plus précis que celui de la synthèse.

On alternera ainsi ces deux étapes, synthèse du correcteur et analyse des propriétés, jusqu'à ce que les résultats obtenus soient jugés satisfaisants. Notons cependant qu'on ne peut inclure tous les objectifs d'un cahier des charges explicitement dans la loi de synthèse du contrôleur pour atteindre les propriétés de performances et de stabilité sans procéder à des compromis. Nous allons fournir dans le chapitre suivant, les idées de base nécessaires pour élaborer une loi de commande selon cette approche.

1.7.2 Evolution vers l'automatique fréquentielle avancée : bref historique

Tout automaticien expérimenté sait pertinemment que pour la conception d'une loi de commande assurant stabilité, marge de stabilité, précision, performances dynamiques, ...etc, il se base sur un modèle approché du modèle physique réel, d'où l'intérêt d'intégrer des critères de **robustesse** lors de sa conception.

Les nouvelles approches de commande avancées ont le mérite d'avoir remis au goût du jour l'automatique fréquentielle, abandonnée avec l'apparition de la représentation dans l'espace d'état. Cependant, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, contrairement aux méthodes fréquentielles classiques, ces méthodes ont l'avantage de traiter simplement les systèmes multivariables. D'autre part, elles peuvent se vanter en comparaison avec les méthodes de commande modernes, d'avoir intégré la prise en compte de spécifications de robustesse des performances, ce qui leur vaut amplement le nom de « **Commande Robuste Multivariable** ».

Ceci étant, le problème soulevé par les nouvelles approches de commandes robustes est d'exiger un maximum de garantie, **à priori**, pour s'assurer que le correcteur conçu soit effectivement capable de maintenir la stabilité et certaines performances en dépit d'éventuelles incertitudes, erreurs de modélisation ou de phénomènes physiques imparfaitement traduits par des modèles mathématiques.

Ainsi, à partir du milieu des années 80, la commande robuste a fait couler beaucoup d'encre par la problématique qu'elle a soulevée. En effet, énormément de chercheurs ont consacré des efforts considérables dont l'aboutissement donna lieu à un grand nombre de publications faisant apparaître l'approche H_∞ comme étant le moyen le plus naturel pour la formulation de la robustesse. L'engouement que cette approche a suscité n'est sûrement pas fortuit, mais manifestement la conséquence de résultats convaincants obtenus dans de nombreux travaux.

Ce sont ceux de (Zames, 1981), suivi par d'autres travaux parus quelques années plus tard, écrits en collaboration avec d'autres auteurs (Francis and Zames, 1984), (Francis et al., 1984) que le problème de rejet de perturbation a commencé à être traité explicitement. Ils seront suivis par (Doyle et Stein, 1981) qui sont véritablement les précurseurs de la formulation de la commande robuste en terme de H_∞ .

Cependant (Kimura, 1984) reste celui qui a posé le problème de synthèse de commande et proposé sa résolution par la technique d'interpolation (Nirvana-Pick) en utilisant explicitement le cadre H_∞ .

En fait, ce sont (Doyle, 1984) et (Francis et Zames, 1984) qui ont effectivement réalisé des articles de référence en synthétisant tous les travaux parus auparavant par leur unification dans la nouvelle notion de '*Problème Standard*'.

Il faut attendre les années 87 et 88 pour voir apparaître les travaux de (Glover et Doyle, 1988), qui sont vécus comme une réelle révolution très importante de la recherche grâce à la résolution du 'Problème Standard' avec l'algorithme Glover-Doyle, par l'utilisation de la représentation d'état, qui aboutit à une solution très proche de la commande LQG.

En fait, d'un point de vue purement mathématique, les bases théoriques employés concernant l'espace H_∞ dit 'Espace Hardy' et l'interpolation de Nevanlina-Pick et même de youla qui sera utilisée par la suite, sont très anciennes et remontent aux années 20 et 30. Elles ont été remise au goût du jour et ont permis de réaliser une avancée considérable pour fournir des outils indispensables pour l'étude de la robustesse d'une commande. En réalité, c'est la prise en compte à priori d'objectifs de robustesse dans la boucle de régulation qui a donné naissance au formalisme de l'*approche H_∞* .

En revanche, cette vision s'est retrouvé très vite limitée à une description très grossière d'incertitudes de modèles qui ne permettent pas de prendre en compte la nature physique des incertitudes. Une vision plus réaliste est de considerer cette approche comme une façon particulière de calculer un correcteur sans que toutes les exigences de performance et de robustesse soient prises en compte à priori.

La notion de valeur singulière structurée introduite par (Doyle, 1982) est venue compléter le traitement de ce type de problème avec moins de conservatisme que l'approche H_∞ car en fait le recours à la valeur singulière structurée μ permet d'obtenir une condition nécessaire et suffisante de stabilité. A ce propos, nous pouvons citer les travaux de (Stoorgovel, 1992) et de Doyle et ses collabarateurs (Doyle et al., 1992) qui regorgent d'éclairages sur les problèmes de synthèse par l'approche H_∞ et la μ -synthèse, qui se sera amplement abordée dans le deuxième chaipitre.

1. 8 Conclusions

Nous avons montré dans ce chapitre, que le contrôle des systèmes dynamiques est une discipline largement développée durant des décennies, ayant fait l'objet de nombreux travaux et publications. L'incroyable essor connu dans ce domaine est principalement dû à l'émergence d'algorithmes de contrôle basés théoriquement sur un background mathématique avancé et complexe permettant de doter les nouvelles commandes développées dans ce domaine de la robustesse et de l'efficacité suffisantes pour contrôler les applications de l'ingénierie les plus difficiles, tels que les réacteurs chimiques, voire même les plus improbables, telles que les structures de génie civil.

Chapitre 2

Commande Robuste μ -Synthèse

Théorie et Principes de Base

Commande Robuste μ -Synthèse

Théorie et Principes de Base

2.1 Introduction

Le plus grand défi des chercheurs dans le domaine du contrôle robuste des systèmes, est d'accroître inlassablement les performances et robustesse de ces systèmes pour réussir à assurer un bon contrôle dans les réelles conditions d'implémentation. En d'autres termes, le souci principal est de valider un bon contrôle non pas sur le modèle des systèmes, mais principalement sur le système réel. Une des approches développées dans ce sens, adopte la stratégie d'intégrer à priori, dans la loi de synthèse, les exigences de performance et de robustesse afin de pouvoir faire face aux différents types de perturbations internes et externes auxquelles un système peut être soumis. Dans cette optique s'inscrit la commande étudiée dans notre travail, laquelle sera amplement abordée dans ce chapitre, avec toute la théorie de base et les critères qui la régissent. Pour tester les performances de cette commande, un chapitre est consacré à son application à deux types de processus, l'un industriel connu pour être difficile à contrôler tel que le réacteur à gravure par plasma, puis à un autre processus inédit dans le monde du contrôle qui est celui des structures.

2.2 Contexte générale

La μ -synthèse est une commande qui se base principalement sur le calcul de la valeur singulière structurée μ , combinée au contrôle H_∞ . En effet, la vss μ joue un rôle central aussi bien pour la synthèse du contrôleur que pour l'analyse de la robustesse en stabilité et en performances.

En fait, cette méthode se base sur la considération des incertitudes auxquelles un système est confronté, sous une forme particulière appelée *incertitudes structurées* (Yong, 1994), (Yong et al, 1995).

Esuite, elle consiste en la minimisation de la valeur singulière structurée du modèle incertain du système, de sorte à maximiser la marge des incertitudes tolérables. De plus, le μ -contrôleur doit garantir que le gain H_∞ du transfert en boucle fermée de la combinaison pondérée reliant les sorties à contrôler, aux entrées de perturbations, soit minimisé pour assurer un bon rejet des perturbations (Morton, 1985).

Ceci étant, il est indispensable pour aborder la μ -synthèse, de faire appel à certains outils nécessaires à la formulation de loi de synthèse. Ainsi, on procède d'abord à la modélisation des différentes sources d'incertitudes pour pouvoir construire le système incertain sous la forme *Linear Fractional Transformation* (LFT), qui permet d'extraire explicitement le bloc des incertitudes pour mieux analyser la robustesse des systèmes multivariables. En effet, il est montré que la structure des incertitudes est déterminante pour le choix du critère de robustesse à appliquer pour l'analyse de la robustesse en stabilité.

A ce propos, le calcul de la valeur singulière structurée μ du système incertain une fois formé, permet de pallier à l'insuffisance du **théorème du petit gain** à traiter le cas des incertitudes mixtes structurées, et constitue l'outil de base de l'énoncé du nouveau **théorème du petit gain généralisé** ou **structuré**. Toujours par le biais d'une analyse par le paramètre μ , appelée la μ -analyse, nous verrons comment un critère de robustesse en performance peut se transformer en un critère de robustesse en stabilité (Magni, Doll, 1998).

Arrivé à ce stade, on est en mesure d'aborder avec le plus de clarté que possible le problème posé par la **μ -synthèse** pour le calcul de correcteurs, en mettant particulièrement la lumière sur le lien existant entre les commandes **μ -synthèse** et **H_∞** , étant donné qu'elles proposent toutes deux une solution étroitement liée à la seule différence qu'elles ne considèrent pas les incertitudes de la même manière.

Pour une meilleure clarté, toute étude portera d'abord sur le cas des systèmes monovariables, puis on indiquera les modifications à faire pour le cas des systèmes multivariables.

Comme nous allons le voir à la fin de ce chapitre, la recherche de correcteur tel que le stipule la **μ -synthèse** conduit à un problème d'optimisation qui ne peut être résolu de manière exacte.

Néanmoins, une des procédures possibles propose une solution approchée, mais toutefois efficace, qui consiste en une méthode itérative connue par la « ***D-K itérations*** » (Apkarian et al, 1993).

2.3 Description des incertitudes de Modèle

La mise en équation d'un processus physique nécessite des approximations, d'où résultent des incertitudes de modèles. La quantification de ces incertitudes d'une façon appropriée est l'étape incontournable avant de chercher à concevoir une loi de commande qui puisse maintenir un certain niveau de performance en dépit de leurs présences, c'est ***le principe même de la robustesse***.

Il convient donc de les distinguer suivant leurs *origines*, car nous pouvons rencontrer plusieurs sources d'incertitudes. Il en résulte donc deux catégories d'incertitudes de modèle provenant ou bien de paramètres connus approximativement ou variant en fonctionnement, ou alors d'incertitudes liées à la dynamique même du modèle en haute fréquence.

Cette distinction est très intéressante dans la mesure où elle permet de les réunir en deux classes. La première classe, est appelée *incertitude paramétrique* (réelle), alors que la seconde classe, est appelée *incertitude dynamique* (dépendant de la fréquence). De manière générale, quel que soit la nature des incertitudes qui interviennent dans la modélisation des systèmes incertains, deux formes de représentation sont à la base de leurs formulations : la forme *additive* ou *multiplicative*.

2.3.1 Incertitude paramétrique

Il s'agit donc d'incertitudes réelles, comme le montre la figure (2.1), englobant toutes les incertitudes qui affectent les paramètres du système physique à étudier, ce qui dans le cas du modèle d'une structure, concerne la masse, les coefficients de la rigidité et de l'amortissement, que l'on peut exprimer sous la forme additive de l'équation (2.1), ou la forme multiplicative de l'équation (2.2), (Young et al, 1995),

a- Forme additive

$$k = k_0 + r_a \delta, |\delta| \leq 1 \quad (2.1)$$

où $k_{min} \leq k_0 \leq k_{max}$ avec $r_a := \frac{k_{max} - k_{min}}{2}$

b- Forme multiplicative

$$k = k_o(1 + r_m \delta), |\delta| \leq 1 \quad (2.2)$$

où, $k_o = \frac{k_{max} + k_{min}}{2}$ avec $r_m = \frac{k_{min} - k_{max}}{k_{min} - k_{max}}$

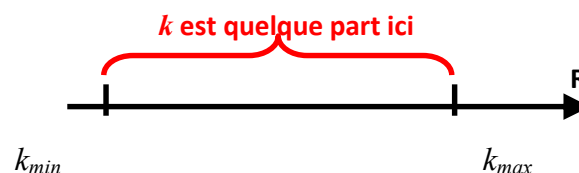


Figure 2.1 Incertitude paramétrique

2.3.2 Incertitude dynamique

Il s'agit d'une incertitude complexe dépendant de la fréquence et renfermant les incertitudes induites par la simplification d'un modèle complexe ou résultant de dynamiques hautes fréquences mal connues ou des non linéarités volontairement négligées, représentées par des fonctions (matrices) de transfert inconnues. Ces incertitudes peuvent se mettre sous les deux formes *additive* ou *multiplicative*.

Nous adoptons les considérations suivantes pour toutes les formes qui s'en suivent, G_o est le modèle nominal du système, W est une matrice de pondération et $\Delta \in H_\infty$ est un ensemble de fonctions de transferts stables avec $\|\Delta\|_\infty \leq 1$.

1. Forme additive

La forme additive, représentée par la figure 2.2 est en général bien adaptée pour la modélisation des non-linéarités, et se définit par l'équation (2.3).

$$G(p) = G_o(p) + W(p)\Delta(p) \quad (2.3)$$

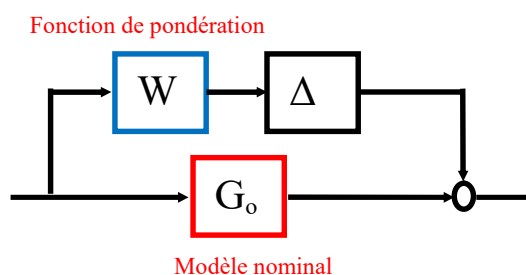


Figure 2.2 Incertitude additive

2. Forme multiplicative

La forme multiplicative de l'incertitude est adaptée pour prendre en compte les erreurs de modélisation des capteurs, des actionneurs ainsi que les dynamiques négligées. Il existe deux classes de formes multiplicatives : en entrée et en sortie.

a- Forme multiplicative en entrée

L'incertitude agit en entrée du système, comme le montre la figure (2.3), et se définit par l'équation (2.4).

$$G(p) = G_o(p)(1 + W(p)\Delta(p)) \quad (2.4)$$

c. Forme multiplicative en sortie

L'incertitude agit en sortie du système, comme le montre la figure (2.4), et se définit par l'équation (2.5).

$$G(p) = (1 + W(p)\Delta(p))G_{0(p)} \tag{2.5}$$

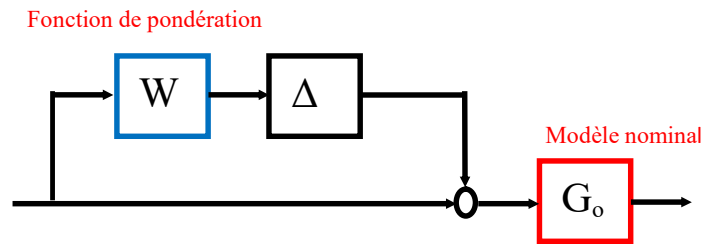


Figure 2.3 Incertitude multiplicative directe en entrée

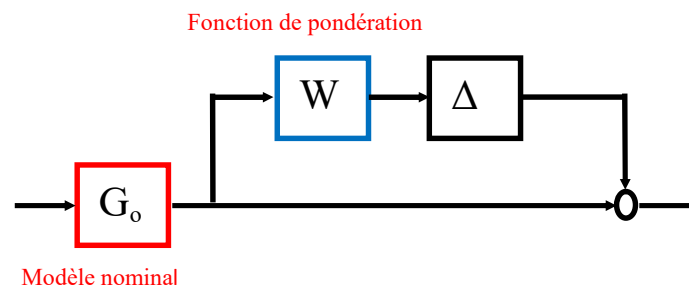


Figure 2.4 Incertitude multiplicative directe en sortie

De la même façon, nous pouvons définir des *incertitudes multiplicatives inverses* en entrée et en sortie.

c. Forme multiplicative inverse en entrée

Dans ce cas la famille de modèle se définit par l'équation (2.6), comme illustré par la figure (2.5).

$$G(p) = (1 + W(p)\Delta(p))^{-1} G_0(p) \tag{2.6}$$

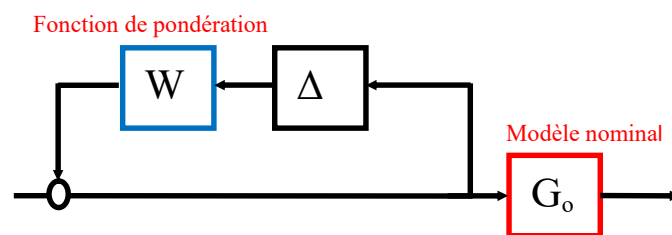


Figure 2.5 Incertitude multiplicative inverse en entrée

d. Forme multiplicative inverse en sortie

Dans ce cas la famille de modèle se définit par l'équation (2.7), comme illustré par la figure (2.6).

$$G(p) = G_{0(p)}(1 + W(p)\Delta(p))^{-1} \quad (2.7)$$

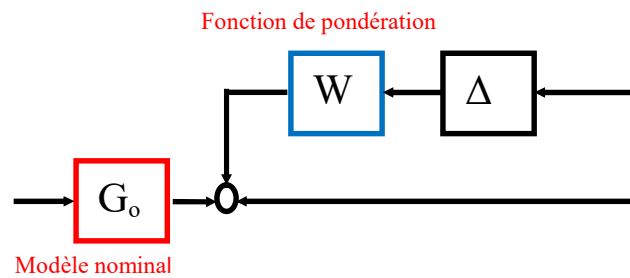


Figure 2.6 Incertitude multiplicative inverse en sortie

2.4 Représentation des systèmes incertains sous la forme LFT

On désigne sous le nom LFT un système pouvant s'écrire sous la forme d'une matrice d'interconnexion connectée par un retour d'état avec des éléments de nature diverses. La transformation linéaire fractionnaire LFT est le plus souvent adoptée pour une meilleure définition des systèmes incertains.

En effet, elle permet de trouver un tracé, autre que le schéma fonctionnel d'une structure en boucle fermée, pour représenter la connexion entre le système à contrôler, bouclé sur le correcteur et l'ensemble des incertitudes auxquelles il est soumis.

La capacité d'une LFT à extraire explicitement les incertitudes de modèles (paramétriques ou dynamiques) et de les réunir dans un seul ensemble ou bloc la rend particulièrement intéressante pour de nombreux systèmes incertains dans le sens où elle offre une connaissance préalable du processus étudié en reflétant comment les incertitudes affectent ce système. Cette transformation offre, suivant la nécessité, deux formes de représentation : LFT *haute* et LFT *basse*.

2.4.1 LFT haute

Une LFT haute, comme le montre la figure (2.7), est une représentation générale d'un système soumis à des incertitudes de modèle. Les interconnexions des entrées w avec les sorties y , et des signaux z et v faisant intervenir les incertitudes, sont modélisés par la matrice de transfert $M(s)$ du système bouclé sur le correcteur dans le cas d'un asservissement. Toutes les incertitudes de modèles sont rassemblées dans la matrice $\Delta(s)$.

La relation entre ces différents signaux est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} Z(p) = M_{zw}W + M_{zu}U \\ Y(p) = M_{yw}W + M_{yu}U \\ W(p) = \Delta(p)Z(p) \end{cases} \quad (2.8)$$

Le transfert entre $Y(p)$ et $U(p)$, s'écrit comme suit

$$Y(p) = (M_{yu} + M_{yw}\Delta(p)(I - M_{zw}\Delta(p))^{-1}M_{zu})U(p) \quad (2.9)$$

en posant :

$$M(p) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, \text{ avec } M_{11} = M_{zw}, M_{12} = M_{zu}, M_{21} = M_{yw}, M_{22} = M_{yu}.$$

on reformule le transfert entre $Y(p)$ et $U(p)$, alors la *LFT haute* notée $F_h(M(p), \Delta(p))$, où l'indice h indique que Δ est connecté sur la partie *haute* de $M(p)$, est définie par:

$$\mathcal{F}_h = M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} \quad (2.10)$$

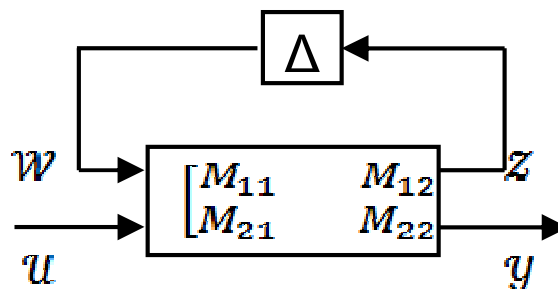


Figure 2.7 LFT haute

2.4.2 LFT basse

De la même sorte, il est possible de définir une LFT basse, notée $F_b(M(p), \Delta(p))$ et représentée sur la figure (2.8), comme étant une représentation générale du système soumis à des incertitudes de modèle qui désigne le bouclage par le *bas* de $M(p)$ et $\Delta(p)$, indiqué par l'indice b :

$$\mathcal{F}_b = M_{11} + M_{12}\Delta(I - M_{22}\Delta)^{-1}M_{21} \quad (2.11)$$

où, la relation entre les différents signaux de l'interconnexion est donnée par :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \Rightarrow y = \mathcal{F}_b(M, \Delta) \\ w = \Delta z \end{cases} \quad (2.12)$$

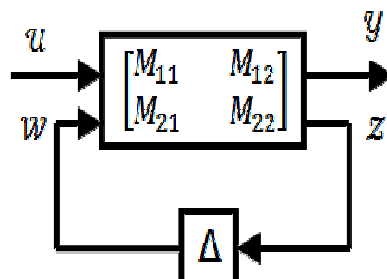


Figure 2.8 LFT basse

2.4.3 Modélisation des incertitudes

La représentation LFT, définie dans le paragraphe précédent, a été introduite pour mieux représenter les différentes structures modélisant le *système physique incertain* sous la forme d'un *système nominal bouclé sur les incertitudes* engendrées par les erreurs de modélisation.

Ainsi, la figure (2.7) ci-dessus, représente la LFT haute utilisée dorénavant pour modéliser la connexion du système incertain avec le bloc des incertitudes, quel que soit leurs types. Il est clair qu'avec l'hypothèse $\Delta(p)$ stable et $M(p)$ stable, c'est le bouclage de $\Delta(p)$ sur $M(p)$ qui est source d'instabilité, d'où la structure (formulation) de $\Delta(p)$ est particulièrement déterminante pour l'étude de la robustesse de la stabilité. En effet, il existe différentes formulations des incertitudes en rapport avec les différentes sources existantes, néanmoins il est intéressant de les classer selon ces deux principales structures: *incertitude non-structurée* et *incertitude structurée*.

a. Incertitude non-structurée

On appelle incertitude non-structurée un bloc d'incertitude contenant une seule formulation d'incertitude et formé par une matrice ayant une structure quelconque de la forme (2.13). Ce cas se présente lorsqu'en modélisant une incertitude, on ne tient aucun compte de sa nature physique mais seulement de sa norme maximale admissible. L'incertitude non structurée se définit par un ensemble d'incertitudes de matrice de transfert stable Δ , formé comme suit (Morton, 1985) :

$$\Delta = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix}, \Delta_{ij} \in H_{\infty} \right\} \quad (2.13)$$

où, les $\Delta_{ij}(p)$ qui constituent ce bloc sont quelconques mais dépendants de la fréquence.

b. Incertitude structurée (mixte)

Quand l'incertitude est définie par une contrainte sur sa réponse fréquentielle $\Delta(j\omega)$ on parle d'*incertitude dynamique* ou *incertitude complexe*, et quand l'incertitude est un paramètre physique, sa réponse fréquentielle étant réelle on parle alors d'*incertitude réelle*.

L'utilisation simultanée de différentes formulations d'incertitudes à la fois, conduit à les regrouper suivant une structure particulière, de telle sorte à ce que la matrice des incertitudes obtenue soit organisée en blocs diagonaux, où chaque bloc correspond à une formulation différente des incertitudes (Ferrerres et al, 1985).

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{ccccccc} \delta_1 I_{r_1} & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & \delta_s I_{r_s} & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \Delta_1(p) & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & \Delta_s(p) \end{array} \right\}, \delta_i \in \mathbb{R} \quad \Delta_i \subset \mathbb{C}^{n \times n} \quad (2.14)$$

Dans la structure (2.14), toutes les incertitudes sont structurées de telle sorte que la matrice résultante comprend des blocs matrices complexes Δ_i représentant les réponses fréquentielles des incertitudes dynamiques, et des blocs de scalaires répétés réels δ_j représentant les réponses fréquentielles des incertitudes paramétriques, c'est-à-dire des incertitudes sur les paramètres du système à analyser. Comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant, la structure des incertitudes $\Delta(p)$ est déterminante lors de l'étude de la robustesse, car il en découle le choix du critère et des outils appropriés pour l'analyse de la robustesse. En effet, dans le cas d'une incertitude structurée nous allons obtenir une condition sous la forme d'un indicateur, calculé sur les matrices complexes $M(j\omega)$ pour $\omega \in [0, +\infty]$. Pour obtenir une condition similaire à celle de la robustesse étudiée avec des incertitudes non structurées, on définit un nouvel indicateur pour une matrice complexe, indicateur qui est en fait la généralisation de la valeur singulière maximale $\bar{\delta}$ (Doyle, 1985).

2.5 Robustesse des systèmes en boucle fermée

En réalité, la préoccupation primordiale dont on doit se soucier lors de la synthèse d'un correcteur sur la base d'un modèle approché du système, doit être d'assurer qu'il soit effectivement en mesure de maintenir la stabilité et un certain nombre de performances lorsqu'il asservira le système physique réel.

Indéniablement, le moyen qui permet d'y parvenir est sans équivoque de doter ce correcteur d'un maximum de garantie au moment de sa conception pour que cela se réalise vraiment. C'est le principe même de la robustesse qui, de tout temps, a été le plus grand défi des chercheurs en automatique (Scorletti, Formion, 2009).

2.5.1 Marges de stabilité classiques et leurs limites

Il s'agit de poser des marges de sécurités pour que le système puisse assurer le maintien de la stabilité et de certaines performances en dépit de toute erreur, changement ou imprévision dans le système étudié.

Pour les marges classiques, les erreurs habituellement prises en compte pour l'étude de la stabilité d'un système sont l'erreur sur le gain (marge de gain) et sur la phase (marge de phase).

2.5.1.1 Marge de gain

La première erreur prise en compte, est celle existant entre le modèle du système G_{mod} et le système réel $G_{réel}$, qui est classiquement considérée comme une erreur portant sur le **gain statique** de la fonction de transfert $G_{réel}(p)$.

En supposant :

$$G_{mod}(p) = K_{mod}H(p) \quad (2.15)$$

où $H(p)$ est une fonction de transfert de gain statique égale à 1. Le système réel s'exprime alors comme suit:

$$G_{réel} = K_{réel}H(p) \quad (2.16)$$

Avec la supposition que $K_{réel} \geq K_{mod}$, l'étude de la stabilité du système bouclé conduit à chercher la valeur de $K_{réel}$ pour laquelle le système se mettra à osciller, voire devenir instable. Ceci revient à démontrer la stabilité en boucle fermée pour tout système $G_{réel}(p)$ tel que :

$$G_{réel}(p) \in \{G(p)/\exists K \in [K_{mod}, K_{mod}\Delta G[, G(p) = KH(p)\}. \quad (2.17)$$

Pour les systèmes SISO, l'application du critère de Nyquist permet de ramener l'étude de la stabilité du système en boucle fermée à l'étude de certaines caractéristiques de la réponse fréquentielle de la fonction de transfert du système en boucle ouverte :

Critère de stabilité de Nyquist

Pour un système stable en BO, pour qu'il reste stable en BF, le tracé de sa fonction de transfert en BO dans le plan de Nyquist ne doit ni recouvrir ni encercler le point $(-1,0)$. Si le tracé recouvre le point $(-1,0)$, sans l'encercler, alors le système bouclé sur le correcteur est un oscillateur de pulsation propre ω_{180} pulsation pour laquelle $L(j\omega_{180}) = -1$. Si le tracé entoure le point $(-1,0)$, alors le système en boucle fermée est instable. (Scorletti et Formion, 2009).

A la suite de l'application de ce critère, il en sort que puisque la distance entre n'importe quel point du tracé de Nyquist et le point -1 est donné par le module $|L(j\omega)|$, alors toute variation conduisant le gain du système de sa valeur réel $K_{réel}$ vers sa valeur supposée K_{mod} est *modélisée* par une **Homothétie** de centre 0 et rapport $\frac{K_{réel}}{K_{mod}}$.

Si on nomme A, le point qui recouvre le point $(-1,0)$ après transformation par l'Homothétie de K_{mod} vers $K_{réel}$, alors on peut dire que la variation du gain ΔG se définit comme étant :

$$\Delta G = \frac{1}{\text{distance}(0,A)} \quad (2.18)$$

2.5.1.2 Marge de phase

De la même manière que pour le gain statique, il est généralement considéré une erreur sur la phase du système, c'est-à-dire que l'on considère qu'il existe une différence entre la phase du système réel et la phase de son modèle, c'est-à-dire qu'il existe un scalaire θ tel que :

$$\forall \omega, \arg(G_{mod}(j\omega)) - \arg(G_{réel}(j\omega)) = \theta \quad (2.19)$$

$$\forall \omega, G_{réel}(j\omega) = e^{-j\theta} G_{mod}(j\omega) \quad (2.20)$$

En fait, contrairement à la marge de gain, la marge de phase est difficile à interpréter physiquement si ce n'est qu'elle peut être définie comme étant la plus petite erreur commise sur la phase qui peut entraîner l'oscillation du système en boucle fermée, et se déduit dans le plan de Nyquist par la rotation de centre 0 et d'angle θ qui fait passer le tracé en boucle ouverte $L_{mod}(j\omega)$ au tracé $L_{réel}(j\omega)$. Si la pulsation ω_c est telle que $|L(j\omega)|=1$, alors la marge de phase notée $\Delta\phi$, est donnée par :

$$\Delta\phi = \arg(L(j\omega_c)) + 180^\circ \quad (2.21)$$

2.5.1.3 Marge de retard

C'est la plus petite valeur ΔR de la constante de retard τ telle que le système rebouclé sur $e^{-\tau}L(j\omega)$ soit oscillant. Ainsi, tout système rebouclé sur $e^{-\tau}L(j\omega)$ sera stable pour $\tau < \Delta R$.

En conséquence, la marge de retard peut se calculer mathématiquement comme :

$$\Delta R = \frac{\Delta\phi}{\omega_c} \quad (2.22)$$

Par suite, une fois la fréquence de coupure ω_c fixée, il est simple de choisir une marge de phase compatible avec la marge de retard. La marge de retard est utile à plusieurs égards. En effet, mis à part qu'une boucle de régulation contient le plus souvent des retards parasites, elle est utilisée pour assurer la robustesse vis-à-vis des dynamiques négligées ne présentant pas de résonance.

2.1.5.4 Marge de module

Les marges de gain, de phase et de retard ne suffisant parfois pas à assurer une bonne robustesse, étant donné qu'il est possible qu'elles soient bonnes mais que le lieu de Nyquist de la boucle ouverte soit très proche du point -1, il est essentiel de définir une autre marge qui permet de maintenir la distance du lieu de Nyquist suffisamment éloignée de l'instabilité. Cette distance est appelé *marge de module*, elle se calcule par :

$$M_m = \inf\{|1 + L(j\omega)| : \omega \in \mathfrak{R}\} \quad (2.23)$$

ou encore

$$M_m = \frac{1}{\|S\|_\infty} \quad (2.24)$$

Limites des marges classiques à garantir la stabilité en cas de présence d'autres types d'erreurs:

Il faut savoir que si la marge de gain correspond à une incertitude d'un type très spécifique portant sur le gain du système, indépendamment de la pulsation ω , la marge de phase s'interprète difficilement si ce n'est par la définition de la marge de retard, et donc un autre type très particulier d'incertitudes. Aussi, même si la marge de module mesure correctement la distance entre le point (-1,0) et le tracé de la fonction de transfert en boucle fermée, elle n'a pas d'interprétation en termes d'incertitude ou d'erreur entre le modèle et le système réel.

Ceci étant, on peut rencontrer d'autres types d'incertitudes qui sont physiquement motivés mais qui ne correspondent pas forcément aux marges classiques de stabilité.

En effet, les incertitudes dynamiques, portant sur la structure du système et les incertitudes paramétriques portant sur les paramètres de la structure du système ne trouvent pas de prise en compte claire et explicite par ces marges-là. Sans compter que ces marges de stabilité ne sont pas adaptées à l'étude de la robustesse des systèmes multivariables. Par conséquent, il est indispensable de faire appel à une autre approche plus efficace pour modéliser les incertitudes afin de mieux en tenir compte (Helmersson 1995).

2.5.2 Analyse de la robustesse aux incertitudes

L'étude de la robustesse étant de garantir une certaine propriété, en l'occurrence la stabilité, en dépit de *l'ensemble des incertitudes* auxquelles un système est susceptible d'être soumis, il est judicieux pour résoudre le problème ainsi posés sans risquer d'augmenter *sa complexité* d'origine, de le considérer suivant deux scénarios :

- **Premier scénario** : toutes les incertitudes sont réunies dans un seul bloc appelées incertitudes *non-structurées*. Elles y sont décrites sans préciser leurs formes pour chercher simplement quelle est la valeur admissible de leurs normes qui garantit la stabilité du système. L'outil adéquat pour traiter le problème décrit de cette façon est la norme H_∞ . On obtient dans ce cas une *condition de robustesse* de la stabilité assez simple grâce au *théorème du petit gain*. Cette condition peut parfaitement s'interpréter sous la forme d'un gabarit sur l'un des transferts de la boucle fermée même si elle peut s'avérer dans certains cas très pessimiste ou conservative. Cependant, elle présente l'avantage d'être explicitement prise en compte lors de la synthèse d'une loi de commande, qui porte le nom de la norme employée pour borner les incertitudes, à savoir la *synthèse H_∞* .
- **Deuxième scénario**, les incertitudes sont réunies dans un seul bloc et décrites en précisant leurs formes, elles sont dans ce cas dites *structurées*. A ce moment-là, on fait appel à un outil plus adapté pour les borner, il s'agit de la *valeur singulière structurée*. Ce choix est motivé par le fait que toute synthèse H_∞ ne conduit pas nécessairement à une loi de commande robuste. En effet, une fois le théorème du petit gain appliqué à des problèmes réalistes, il conduit généralement à des conditions beaucoup trop sévères parfois même irréalisables. Ainsi, l'analyse du système incertain une fois formé, par la valeur singulière structurée, apparaît plus pertinente

puisqu'elle permet de pallier à l'insuffisance du *théorème du petit gain* à traiter le cas des incertitudes mixtes (paramétrique et dynamique) structurées.

Ce qui constitue l'outil de base de l'énoncé du nouveau *théorème du petit gain généralisé* ou *structuré*, donnant naissance à une nouvelle loi de commande robuste, portant le nom de l'outil employé, soit la *μ -synthèse* (Young et al, 1995).

2.5.2.1 Premier scénario : Analyse non structuré

Comme on l'a précisé plus haut, la robustesse est analysée sans tenir compte d'une quelconque structure du bloc des incertitudes et par conséquent on fait abstraction de leurs natures physiques. On se contente juste de chercher une limite maximale à ces incertitudes, en utilisant la norme H_∞ , qui représente une borne au-delà de laquelle le cahier des charges ne sera pas rempli. En fait, ceci constitue le principe même de l'approche H_∞ , qui a permis la prise en compte, a priori, d'objectifs de robustesse aboutissant à une *condition de stabilité robuste* vis-à-vis de l'ensemble des incertitudes réunies dans un seul bloc mais agissant *séparément* sur le système. Il s'agit du *théorème du petit gain* qui est l'outil incontournable utilisé pour l'étude de la robustesse des systèmes multivariables.

Avant, d'énoncer le *théorème du petit gain*, il est important de rappeler deux notions importantes qui sont à la base de la démonstration de ce critère, il s'agit de définir la *stabilité des systèmes multivariables* à travers l'énoncé du *critère de stabilité de Nyquist généralisé* aux systèmes multivariables.

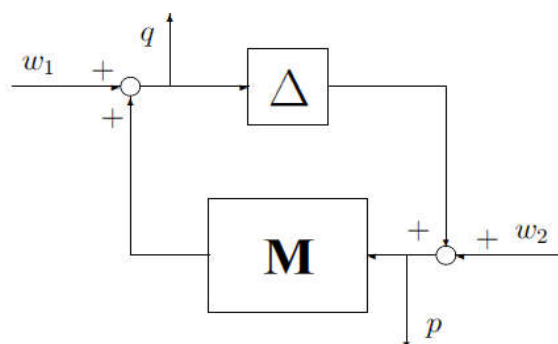
a. Stabilité interne (des systèmes multivariables)

Le système de la figure (2.9), appelé système bouclé (M, Δ) , est dit *stable de façon interne* si chacun des membres de la matrice de fonction de transfert défini par l'équation (2.25) est stable.

$$\begin{bmatrix} q(p) \\ P(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I - M(p)\Delta(p))^{-1} & (I - M(p)\Delta(p))^{-1}M(p) \\ (I - \Delta(p)M(p))^{-1}\Delta(p) & (I - \Delta(p)M(p))^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

b. Critère de Nyquist multivariable

Le système bouclé multivariable, de la figure (2.9), est stable si et seulement si le tracé de Nyquist de $(I + L(j\omega))$ quand ω va de $-\infty$ à $+\infty$ ne coupe pas le point 0 et l'encercle un nombre de fois égal au nombre de pôles instables de $L(j\omega)$, et ce dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Figure 2.9 Connexion de M avec Δ .

c. Théorème du petit gain

La famille des systèmes (M, Δ) est stable pour toutes les matrices de fonctions de transfert stable Δ tel que $\|\Delta\|_\infty \leq \beta$, si et seulement si $\|M\|_\infty \leq \frac{1}{\beta}$. Autant dans le cas des systèmes monovariables, il est possible d'évaluer la robustesse graphiquement, à partir du tracé de Nyquist, il n'est pas possible de le faire directement dans le cas multivariable à partir du tracé de $(I + L(j\omega))$. Toutefois, il est quand même mis à profit pour étudier la robustesse via le *théorème du petit gain*, où il en découle que la plus grande valeur du scalaire β qui satisfait le théorème, représente un indicateur qui permet de garantir que le correcteur va stabiliser le système en boucle fermée en dépit de la présence des incertitudes, c'est pourquoi elle est considérée comme *une marge de stabilité*.

d. Limites de l'étude de la robustesse par le théorème du petit gain

Etant donné que l'étude de la robustesse des systèmes bouclés implique l'application des notions fondamentales de l'automatique fréquentielle, le théorème du petit gain s'inspire largement de ces notions-là pour définir l'attitude à adopter en cas d'incertitudes pour parvenir à garantir la robustesse des systèmes multivariables. A ce propos, rappelons le fameux dilemme de l'automatique qui détient son origine d'un compromis incontournable.

Si un système est mal connu ou incertain, il doit être gouverné avec prudence car plus on pousse les performances du système, moins il sera robuste. En d'autres termes, dans la région fréquentielle où le système est bien connu on peut se permettre d'exiger un grand gain au régulateur pour qu'il soit performant tandis que dans la région où l'on connaît mal le système et pour qu'il soit robuste il doit avoir un petit gain sous peine d'amplifier les erreurs et d'engendrer l'instabilité. C'est bien là, le célèbre dilemme entre performance et robustesse qui régit l'énoncé du théorème du petit gain, lequel se base sur l'utilisation de la norme H_∞ pour rechercher la borne maximale des incertitudes qui garantisse que le système reste

stable. Ce théorème permet également de poser les conditions que doivent respecter les normes infinies des fonctions de sensibilité pour traduire correctement les performances.

Cependant, l'énoncé du critère de la robustesse à travers le théorème du petit gain offre une analyse pouvant s'avérer pessimiste car elle donne une condition nécessaire mais non suffisante de robustesse. En effet, cette analyse se trouve limitée à des descriptions très grossières d'incertitudes de modèle, qui ne permettent pas de prendre en compte la nature physique des incertitudes. De plus, seule une incertitude dynamique peut être prise en compte à la fois alors qu'en pratique le cas le plus réel rencontré est celui de systèmes incertains avec plusieurs types d'incertitudes agissant en différents points de la boucle de commande. C'est pourquoi cette approche est considérée comme un cas particulier de la procédure de calcul de correcteur robuste, puisque toutes les exigences de performance et de robustesse ne peuvent être prises en compte a priori, d'où la nécessité d'introduire un nouvel outil permettant de le faire.

2.5.2.2 Deuxième scénario : Analyse structurée

Une autre vision nettement plus réaliste, consiste à considérer la forme des incertitudes pour mieux prendre compte de leur nature physique et aboutir à des conditions de robustesse beaucoup moins sévères. Cependant, on peut considérer que le théorème du petit gain est une première approche qui a conduit à l'énoncé d'un nouveau critère, plus générale, dont l'analyse par la *valeur singulière structurée* est plus pertinente et aboutit à une condition nécessaire et suffisante de robustesse, comme nous allons le voir dans ce paragraphe. Mais d'abord définissons la *valeur singulière structurée*, qui est à la base de l'énoncé du nouveau théorème de stabilité, à savoir, le *théorème du petit structurée*.

a. Valeur singulière structurée

La notion de valeur singulière structurée μ , a été inventé par (Doyle, 1982) et (Safonov 1982) pour répondre au besoin de garantir des conditions nécessaire et suffisante de stabilité aux systèmes en dépit de la structure particulière que peut avoir les incertitudes. Le calcul de la valeur singulière structurée μ , s'avère être le moyen incontournable tant pour la synthèse de la loi de commande que pour l'analyse de sa robustesse. Pour mieux cerner son rôle, nous devons comprendre qu'à la base, son calcul permet de mesurer la taille d'une matrice complexe. Ceci étant, en utilisant les différentes formulations des incertitudes énumérées dans le paragraphe précédent, et en se basant sur l'énoncé du *théorème du petit gain*, il est possible d'établir un lien entre l'incertitude et le système physique incertain grâce au calcul de la *valeur singulière revisitée* en *valeur singulière structurée* (μ).

En effet, le théorème du petit gain stipule que (Young et al, 1995):

si, $(I - M \Delta)^{-1} \in RH_\infty$ et $\forall \Delta \in \frac{1}{\gamma} RH_\infty \Rightarrow \|M\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(M(j\omega)) < \gamma$ donc la marge de stabilité est $\|M\|_\infty^{-1} = \frac{1}{\gamma}$.

Inversement, s'il existe Δ tel que $(I - M\Delta)^{-1} \notin RH_\infty$ alors $\|\Delta\| > \frac{1}{\gamma}$.

par conséquent la marge de stabilité sera égale à :

$$\|M\|_\infty^{-1} = \{\inf\|\Delta\|_\infty : (I - M\Delta)^{-1} \notin RH_\infty, \Delta \in RH_\infty\}$$

Maintenant en considérant une matrice complexe $M \in \mathbb{C}^{p \times q}$ et $\frac{1}{\gamma} = \alpha$, alors on peut écrire que:

Si $\det(I - M\Delta) \neq 0$, $\forall \Delta \in \alpha \mathbb{C}^{p \times q} \Leftrightarrow \bar{\sigma}(M) < 1/\alpha$, la marge de stabilité dans ce cas sera égale à α . Nous pouvons déduire de ce raisonnement que :

S'il existe $\Delta / \det(I - M\Delta) = 0 \Rightarrow \|\Delta\| > \alpha$ et la marge de stabilité peut s'écrire comme étant:

$$\bar{\sigma}(M)^{-1} = \inf\{\|\Delta\| : \det(I - M\Delta) = 0, \Delta \in \mathbb{C}^{p \times q}\} \quad (2.26)$$

L'équation (2.26) est très intéressante car elle offre une nouvelle perspective sur la définition de la valeur singulière, en effet elle peut donc être considérée comme étant :

$$\bar{\sigma}(M) = \frac{1}{\inf\{\|\Delta\| : \det(I - M\Delta) = 0, \Delta \in \mathbb{C}^{p \times q}\}} \quad (2.27)$$

Si on considère maintenant un ensemble de matrices complexes structurées Δ tel que :

$\Delta = \{diag[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_K I_{r_K}, \Delta_1, \dots, \Delta_L] / \delta_k \in \mathbb{C}, \Delta_l \in \mathbb{C}^{m_l \times m_l}\}$, on aboutit à la définition suivante de la valeur singulière associée à la matrice structurée Δ , appelée **valeur singulière structurée** et donnée par

$$\mu_\Delta(M) = \frac{1}{\min_{\Delta \in \Delta} \{\bar{\sigma}(\Delta) = \det(I - M\Delta) = 0\}} \quad (2.28)$$

si $\det(I - M\Delta) \neq 0$, pour tout $\Delta \in \Delta$, alors $\mu_\Delta(M) = 0$.

Le calcul de la valeur singulière structurée est très difficile à effectuer numériquement et il n'existe aucun algorithme efficace qui permet de le réaliser. Cependant, il est d'usage de contourner ce problème en faisant recours au calcul des bornes supérieure et inférieure de μ au lieu de la valeur elle-même (Magni et Doll, 1998), (Helmerson, 1995).

Ainsi, si $\Delta = \mathbb{C}^{p \times q} \Rightarrow \mu_\Delta(M) = \bar{\sigma}(M)$ et si $\Delta = \{\delta I : \delta \in \mathbb{C}\} \Rightarrow \mu_\Delta(M) = \rho(M)$

d'où en général nous avons

$$\rho(M) \leq \mu_{\Delta}(M) \leq \bar{\sigma}(M) \quad (2.29)$$

Pour les besoins de calcul, nous allons présenter deux propriétés élémentaires de la valeur singulière structurée, qui permettent de faciliter la recherche des bornes de μ . Pour ce, introduisons deux ensembles \mathcal{D} et \mathcal{U} , formés de matrices hermitiennes semi-définies positives, ayant la structure suivante :

$$\mathcal{D} = \{\text{diag}[D_1, \dots, D_K, d_1 I_{m_1}, \dots, d_{L-1} I_{m_{L-1}}, I_{m_L}]\} \text{ avec } D_k \in \mathbb{C}^{p \times q}, D_k = D_k^*, d_l \in \mathbb{R}, d_l > 0,$$

et,

$$\mathcal{U} = \{U \in \Delta : UU^* = I\}. \text{ Pour tout } \Delta \in \Delta, U \in \mathcal{U} \text{ et } D \in \mathcal{D}, \text{ nous avons :}$$

Propriété 1

$$\|U\Delta\| = \|\Delta U\| = \|\Delta\| \Rightarrow \mu_{\Delta}(M) = \mu_{\Delta}(UM) = \mu_{\Delta}(MU)$$

Propriété 2

$$D\Delta = \Delta D \Rightarrow \mu_{\Delta}(M) = \mu_{\Delta}(DMD^{-1})$$

Ces deux propriétés permettent de reformuler l'équation (2.29) comme suit:

$$\sup_{U \in \mathcal{U}} (\rho(UM)) \leq \mu_{\Delta}(M) \leq \inf_{D \in \mathcal{D}} \|DMD^{-1}\| \quad (2.30)$$

Cependant, il faut savoir que la borne supérieure de μ représente la vraie évaluation de sa valeur, étant donné que la résolution du problème de minimisation qu'elle soulève est convexe et possède un minimum global, contrairement au problème de la borne inférieure qui n'est pas convexe et possède plusieurs maxima locaux. Ceci étant, on considère que

$$\mu_{\Delta}(M) = \inf_{D \in \mathcal{D}} \|DMD^{-1}\| \quad (2.31)$$

b. Théorème du petit gain structuré : Condition nécessaire et suffisante de robustesse

Le recours à la valeur singulière structurée dans le cas des incertitudes structurées offre un très bon indicateur de robustesse. En effet, le calcul de $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$ revient à chercher la plus petite incertitude, $\Delta \in \underline{\Delta}$ pour laquelle le système de la figure (2.9) est déstabilisé.

En d'autres termes, ceci revient à déterminer le plus grand ensemble d'incertitudes $\Delta(j\omega)$ pour lequel la famille des systèmes (M, Δ) reste stable.

Ceci aboutit à une marge de stabilité de la forme (2.32).

$$\frac{1}{\sup \mu_{\Delta}(M(j\omega))}, \text{ pour } \omega \in [0, +\infty] \quad (2.32)$$

Ceci conduit à énoncer un théorème qui représente en réalité la généralisation du **théorème du petit gain** pour le cas des **incertitudes structurées**, qui permet de chercher le plus grand ensemble d'incertitudes qui assure au système incertain la stabilité. Donc de la définition de $\mu_{\Delta}(M(j\omega))$, on déduit le théorème suivant (Duc et Font, 1999) :

Enoncé du théorème du petit gain structuré

Si $M(p)$ n'a que des pôles à partie réelle négative, alors le système bouclé de la figure (2.9) est stable pour toute incertitude $\Delta(p)$ de la forme (2.14) telle que $\|\Delta(p)\|_{\infty} < \alpha$ si et seulement si :

$$\forall \omega, \mu_{\Delta}(M(j\omega)) \leq \alpha^{-1} \quad (2.33)$$

▪ **Définition de la μ -analyse**

On appelle **μ -analyse**, l'analyse de la robustesse d'un système par la mise en œuvre du **théorème du petit gain structuré**. En effet, se basant sur le résultat de ce théorème, la **μ -analyse** consiste à évaluer un réel positif μ , le plus faible possible, qui soit un majorant de $\mu_{\Delta}M(j\omega)$ sur l'axe imaginaire de sorte que la robustesse de la stabilité est assurée pour tout $\Delta(j\omega)$ de norme H_{∞} inférieure ou égale à $1/\mu$.

La **μ -analyse** constitue donc le moyen le plus simple, mais incontestablement efficace, pour étudier la robustesse en stabilité de tout système incertain. En fait, elle correspond à l'extension du **critère de stabilité multivariable de Nyquist** en une **condition de stabilité robuste** par le calcul des bornes supérieures et inférieures de $\mu_{\Delta}(M(p))$ pour tout bloc complexe d'incertitudes structurées $\Delta(p)$ sur une gamme de fréquences.

▪ **Enoncé de la μ -analyse**

Le système de la figure (2.9) est internement stable, pour tout bloc d'incertitudes structurées Δ , avec $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$, si et seulement si : $\det(I - M(j\omega)\Delta(j\omega)) \neq 0, \forall \omega \in \mathbb{R}, \forall \Delta \in \mathbb{C}$ avec $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1 \Leftrightarrow \mu(M(j\omega)) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)); \det(I - M(j\omega)\Delta(j\omega)) = 0\}} \leq 1$.

Pour clore le raisonnement par la vss, nous pouvons dire que la *μ -analyse* a permis de généraliser et de formaliser mathématiquement les outils classiques de la robustesse introduites aux années 30. En fait, la préoccupation de satisfaction d'un cahier des charges en présence d'incertitudes *à la fois paramétrique et dynamique (complexe)* sur les éléments de la boucle de commande, est à la base de la naissance de l'analyse par la vss μ , pour quantifier la limite maximale des incertitudes pour lesquelles le cahier des charge reste respecté.

C'est pourquoi, d'un point de vue purement pratique, lors de l'application de la *μ -analyse*, il est peu recommandé de travailler uniquement avec des incertitudes réelles. En effet, le bloc Δ sera de mauvaise qualité, s'il est assimilé à tort à des incertitudes complexes, souvent la présence d'une seule incertitude complexe suffit à donner à $\mu(M(p))$ une allure régulière.

2.5.3 Analyse de la robustesse en performance

La robustesse face aux incertitudes de modèle, qu'elles soient paramétriques ou dynamiques, soulevées par l'étude de la stabilité, n'est pas l'unique propriété qu'un système doit vérifier pour être robuste en cas de perturbations.

Typiquement, il existe d'autres types de perturbations exogènes agissant sur le système. Le cas échéant des structures, il question des séismes, des rafales de vent ou encore des bruits de mesure liés aux capteurs. Ces types de perturbations peuvent également entraîner des erreurs de poursuite et/ou de régulation. Par conséquent, la nécessité de réaliser un test de **performances** pour indiquer le degré de dégradation par rapport à un certain niveau de perturbations, est aussi important que la **robustesse en stabilité**. En effet, cette dernière assure au système de rester stable en dépit des perturbations, il est cependant nécessaire de vérifier si les performances sont également atteintes en dépit de ces perturbations, c'est ce qu'on appelle **robustesse en performance**.

Ceci étant, la question est de savoir comment le *théorème du petit gain* peut être utilisé pour évaluer les performances robustes d'un système. Pour ce, nous devons d'abord nous rappeler comment sont caractérisées les performances des systèmes multivariables. Dans le domaine du contrôle des systèmes MIMO, pour garantir la réalisation de bonnes performances, on utilise la norme H_∞ , où il est d'usage d'introduire des fonctions de pondérations sur les signaux concernés par les performances exigées, lesquels prendront la forme de filtres appliqués pour privilégier un domaine fréquentiel particulier. Ainsi, considérer le problème de la robustesse en performance revient à vouloir assurer que l'une des fonctions de transfert, en l'occurrence la sensibilité S_Δ où $S_\Delta = \mathcal{F}_h(M, \Delta)$, vérifie un gabarit fréquentiel donné par

une pondération de la forme (2.34) pour la famille des systèmes interconnecté de la figure 2.10.

$$\|W_1 S_\Delta\|_\infty \leq 1 \tag{2.34}$$

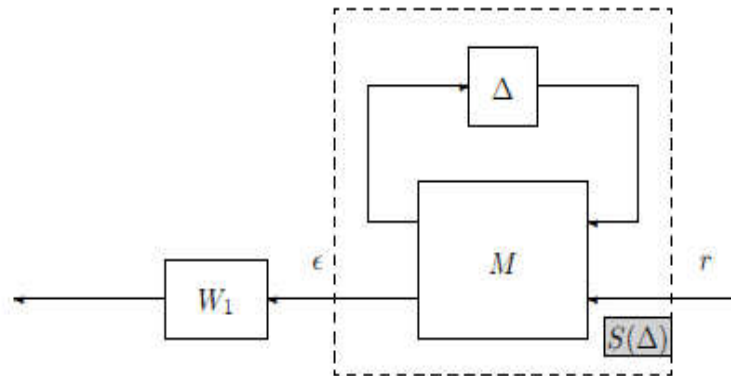


Figure 2.10 Performance à analyser

Etant donné que n'importe quelle spécification de performance peut être exprimée en terme de limitation par la norme H_∞ , dans le cas des systèmes incertains, $T = W_1 S_\Delta$ représente donc une matrice de transfert incertaine et pondérée de sorte que :

$$\|T\|_\infty = \max_{\omega \in R} \bar{\sigma}(T(j\omega)) \leq 1 \tag{2.35}$$

Par conséquent, pour que le système contrôlé, de la figure (2.11) présente des performances robustes de la forme (2.35), on applique le théorème du petit gain *à l'envers*. Par conséquent, on aura $\|S_\Delta W_1\|_\infty \leq 1$, si et seulement si le système interconnecté de la figure (2.11) est stable pour toute fonction de transfert Δ_{perf} stable tel que $\Delta_{perf} \leq 1$.

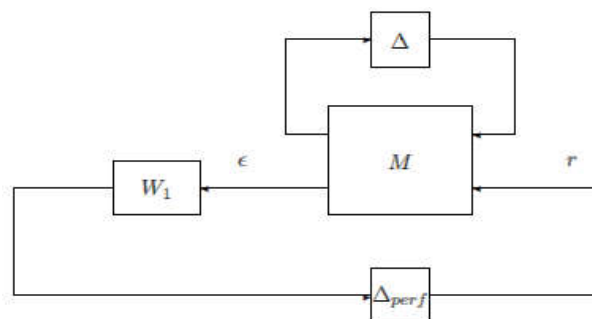


Figure 2.11 Performance robuste

Si maintenant on considère P comme étant le système incertain soumis à des incertitudes structurées réunies dans le bloc Δ , et K le contrôleur à concevoir comme le montre la figure (2.12), alors le problème de la μ -synthèse consiste à concevoir un contrôleur K stabilisateur, en résolvant le *problème de minimisation* (2.37) suivant

$$\min_{K \rightarrow stab} \|\mathcal{F}_b(P, K)\|_{\mu_{K \rightarrow stab}} \tag{2.37}$$

Le calcul de μ implique de poser un problème de minimisation, qui s'avère aussi difficile à résoudre analytiquement que numériquement. C'est pourquoi, pour contourner ce problème, il est préférable de calculer les bornes de μ au lieu de la valeur μ elle-même. Toutefois, comme le problème de la borne inférieure μ est non convexe, il peut alors y avoir plusieurs maxima locaux. On lui préférera à la place le calcul de la borne supérieure surtout qu'il offre une condition suffisante de stabilité robuste et conduit à un problème de minimisation convexe ou le minimum global peut être trouvée numériquement.

Le problème posé par (2.37) est alors approximé par une minimisation de la borne supérieure de μ par la norme H_∞ sur une gamme de fréquences comme le montre (2.38).

$$\min_{K \rightarrow stab} \left(\inf_{D, D^{-1} \in H_\infty} \|D \mathcal{F}_b(P, K) D^{-1}\|_\infty \right) \tag{2.38}$$

sous la condition

$$D(p)\Delta(p) = \Delta(p)D(p) \tag{2.39}$$

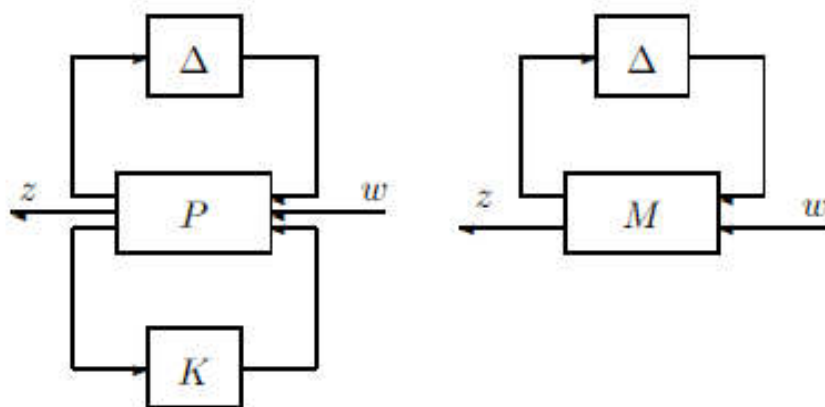


Figure 2.12 Position du problème de la μ -synthèse

2.6.3 Synthèse du μ -contrôleur

Pour trouver le minimum local de la fonction coût donné par l'équation (2.38) et par conséquent rechercher le contrôleur qui assure ce minimum, une procédure possible pour synthétiser le μ -contrôleur est d'exécuter l'algorithme de la **D-K itération** résumé dans la figure (2.13), où la μ -analyse est dérivée une fois que le contrôleur K est fixé.

Si la valeur μ minimisée fournit par cette algorithme est **inférieure à un**, alors le contrôleur K est **robustement stable**. Cette procédure de conception est rendue automatique par l'application des étapes suivantes.

- **Algorithme de la D-K itération**

Etape 0

Fixer le nombre maximum d'itération et le niveau de tolérance à $\epsilon > 0$, puis choisir un filtre de mise à l'échelle $D \in D_L$.

Etape 1 (D fixe et recherche de K) : γ -iteration

Fixer D , puis appliquer la procédure **γ -iteration** pour chercher un contrôleur H_∞ -optimal K avec $\gamma < \gamma_{inf} + \epsilon$ de sorte que $\|DFD^{-1}\|_\infty < \gamma$. Si $\gamma < \delta^{-1}$ alors K est un contrôleur robuste et le problème est résolu. Sinon, aller à l'étape 2.

Etape 2 (K fixe et recherche de D) : μ -analyse

Fixer K , puis calculer approximativement un nouveau filtre de mise à l'échelle D en minimisant $\bar{\sigma}[D(j\omega)F(j\omega)D(j\omega)^{-1}]$ par rapport à $D(j\omega)$. si la procédure aboutit sur un filtre tel que $\bar{\sigma}[D(j\omega)F(j\omega)D(j\omega)^{-1}] < \delta^{-1}$, pour tout ω , donc K est un contrôleur robuste et le problème est résolu. Sinon aller à l'étape 3.

Etape 3

Si le nombre maximal des itérations est atteint, il n'existe pas de solution qui offre un contrôleur robuste stabilisant le problème. Sinon, reprendre le travail à partir de l'étape 1.

En fait, la première étape n'est autre que la procédure standard de recherche de contrôleur H_∞ -optimal résolu par la procédure **γ -itération** tandis que la deuxième étape consiste en la résolution d'un problème d'**optimisation convexe**(minimisation de $\bar{\sigma}[D(j\omega)F(j\omega)D(j\omega)^{-1}]$ par rapport à $D(j\omega)$), qui peut être résolu par une optimisation numérique sur un ensemble de fréquences $\{\omega_i\}$, où on retient le filtre rationnel de mise à l'échelle D qui approxime ce problème parmi l'ensemble des filtres optimisés $\{D(j\omega_i)\}$.

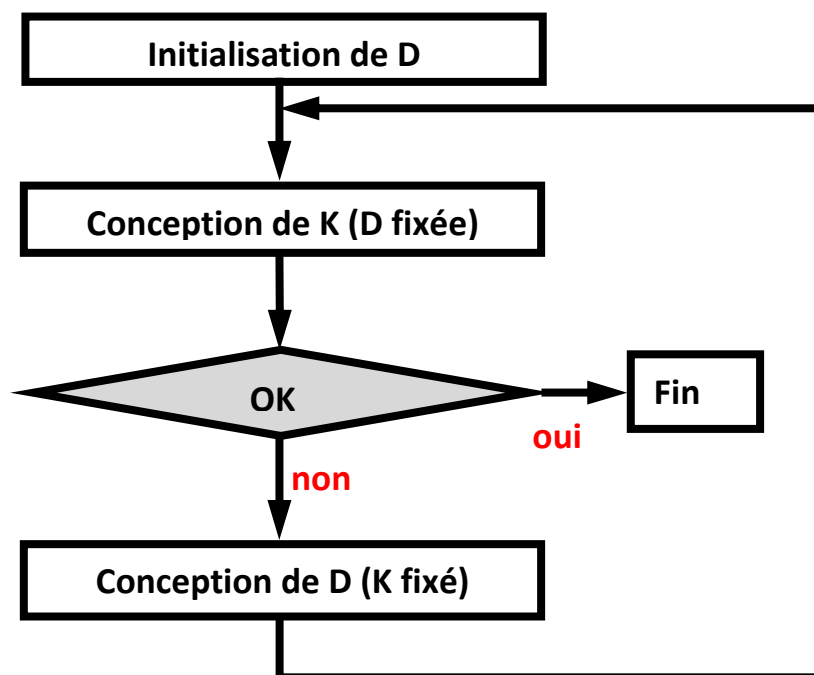


Figure 2.13. Algorithme de la ‘D-K itération’

2.6.4 Problème de réduction d’ordre

Il est connu que les méthodes de synthèse automatique de lois de commandes mènent à des correcteurs en général d’ordre très élevé, telle que LQG , H^∞ , μ -synthèse,...etc. Ceci est d’autant vrai que l’ordre final du μ -contrôleur obtenu suite à l’application de l’algorithme *D-K itération* est égale à l’ordre du système augmenté par les pondérations, plus l’ordre du filtre D et de son inverse D^{-1} . De plus, ce contrôleur peut également présenter des pôles et des zéros très proches, d’où la nécessité de simplifier proprement car il peut poser des problèmes lors de sa mise en œuvre sur un calculateur numérique.

D’autre part, le modèle du système considéré pour la synthèse d’une loi de commande peut également présenter un problème d’ordre élevé. Ainsi, si le modèle est trop riche en dynamiques et par conséquent présente un ordre trop important, on est parfois amené à vérifier l’intérêt de modéliser des dynamiques de constantes de temps par exemple de l’ordre de 10^{-3} pendant que le temps de réponse de la boucle fermée recherché est de l’ordre de 10s. Ceci impose donc de ne modéliser que les dynamiques pertinentes par rapport au cahier des charges.

De manière générale, pour des raisons purement mathématique, il est impératif d'assurer que le contrôleur ait un ordre au moins égale à l'ordre du système à contrôler pour obtenir un algorithme de synthèse efficace, car plus son ordre est faible, moins la formulation du problème mène à un algorithme fiable, d'autant plus qu'il n'est pas commode d'un point de vue pratique, d'aboutir à un contrôleur d'ordre élevé.

Toute cette discussion aboutit au fait que l'étape de réduction de l'ordre du modèle et du correcteur est incontournable. Pour ce qui de la réduction d'ordre du modèle du système, la condition essentielle à vérifier après réduction est que le modèle réduit obtenu doit être capable de mettre au point un correcteur qui soit effectivement fonctionnel sur le modèle d'ordre complet. Tant dis que pour le correcteur d'ordre réduit, celui-ci doit assurer les même performances que le correcteur complet (stabilité, robustesse, performance, etc.).

D'un point de vue mathématique, ceci revient à définir une distance entre la fonction de transfert à réduire $G(p)$ et la fonction de transfert réduite $G_r(p)$. Etant donné que la norme H^∞ définit une distance, alors ceci se traduit par un problème de minimisation H^∞ exprimé de la sorte :

$$\min_{G_r \text{ stable d'ordre } r} \|G(p) - G_r(p)\|_\infty \quad (2.40)$$

2.7 Conclusions

Maintenant que l'on a exposé dans ce chapitre toute la théorie qui accompagne le calcul de correcteurs robustes vis-à-vis d'incertitudes, paramétriques et dynamiques, par la commande robuste μ -synthèse, Il apparaît clairement que sa complexité provient directement de l'association de ces deux points :

- Faire intervenir la théorie de la robustesse des systèmes multivariables posée par l'automatique fréquentielle avancée, (théorème du petit gain généralisé, représentation et quantification des incertitudes de modèles, représentation LFT des systèmes interconnectés, ... etc) pour bien définir le problème à résoudre.
- Application des algorithmes d'optimisation pour fournir une solution itérative approchée néanmoins efficace au problème de synthèse de correcteurs tel qu'il a été posé.

CHAPITRE 3

Contrôle Actif des Structures

Contrôle Actif des Structures

3.1 Introduction

De nos jours, les *systèmes de contrôle* sont largement répandus et trouvent de nombreuses débouchées dans des domaines très variés. En plus des applications *extraordinaires* de la *science* , de l' *industrie* et de la *robotique* , un nouveau domaine a émergé ces dernières décennies connu sous le nom de *contrôle actif des structures* . Le souci majeur qui a conduit à son apparition est de chercher constamment à *améliorer* les *performances* de certaines structures telles que les ouvrages d'art, bâtiments historiques, buildings modernes, structures industrielles à haut risque (réacteur chimique, centrale nucléaire), ... etc. Il s'agit d' *augmenter l'indice de sécurité* de ces structures contre les effets des *sollicitations extérieures* particulièrement les *séismes* .

En réalité, la construction de *structures résistantes* aux actions des *séismes* , a depuis toujours été l'un des plus *grands défis* pour les chercheurs investis dans ce domaine. Leur principal challenge étant de conférer aux structures la capacité de lutter *activement* , ils se sont vu *tourner vers* les techniques de *contrôle des systèmes* pour pallier au *manque d'efficacité* des *moyens* de lutte *classiquement* utilisés. On entend par *activement* , la production de l' *effort* nécessaire *proportionnellement* aux *forces dynamiques* engendrées par la *sollicitation sismique* au *moment même* où elle se produit.

Ceci étant, le *contrôle actif des structures* s'est positionné comme étant *la nouvelle stratégie* qui a fait couler le plus d'ancre ces deux dernières décennies et *reste encore à explorer* pour faire face de manière plus efficaces aux innombrables dégâts humains et matériels causés jusqu'à ce jour par ce phénomène naturel dévastateur.

En effet, l' *engouement* qu'a connu cette discipline est engendré par une réelle *évolution* dans la *perception* générale des *structures modernes* et l'émergence de nouvelles constructions dites *structures actives* . Concrètement, il est question de l' *introduction* de la paire *capteur/actionneur* et dispositif de contrôle pour *modifier la réponse* des *structures* face à des *sollicitations externes* .

Ainsi l'idée de base du *contrôle actif* tend *au lieu de rigidifier la structure* aveuglément pour affronter des actions dynamiques extérieures dont on ignore la puissance, il est plus judicieux

d'automatiser la structure en lui permettant de *s'y opposer* de *manière contrôlée* en produisant des *forces de réaction adaptées, au moment* où ces actions *se produisent*.

Dans ce contexte, *différentes approches de contrôle*, allant des commandes classiques (PI, PD, PID,...etc.) jusqu'aux commandes modernes (commande optimale, LQR, LQG,...etc.), ont été appliquées dans de nombreuses études principalement *sur des structures* génie civile (bâtiments), ouvrages souples (passerelles, ponts suspendus et ponts à haubans), ou les câbles actifs des structures flexibles. Elles ont même fait l'objet, pour certaines d'entre elles, de *travaux d'expérimentations* confirmant leur efficacité à *atténuer* l'effet des *vibrations* induites par les *séismes* sur les structures considérées.

Cependant, malgré les *résultats appréciables* réalisés par l'application de ces méthodes de contrôle, certaines expérimentations ont révélés des *problèmes pratiques* qui jusque-là n'étaient *pas* automatiquement *inclus* dans la procédure de contrôle. En effet, l'application du *contrôle actif* implique l'utilisation de *matériels* incluant des *capteurs* et des *actionneurs*, ce qui a conduit à poser de nouveaux *problèmes* inhérents aux propriétés ainsi qu'aux *limites* de ce matériel de contrôle.

Ainsi, la *saturation* des *actionneurs* ou les *bruits* de mesures induit par les *capteurs* sont susceptibles d'*introduire* des *incertitudes* qui risquent d'*altérer* les *performances*. De plus, les contrôleurs conçus à partir d'algorithmes basés sur un modèle de calcul, nécessitent une identification précise du modèle de comportement pour obtenir un rejet efficace des perturbations. En d'autres termes, des *erreurs de modélisation* sont également susceptibles d'affecter le contrôle sous formes d'*incertitudes* engendrées par des *sources différentes*.

Compte tenu des exigences de sécurité et de *performance* sans cesse *en croissance* et des *problèmes pratiques* que l'on vient de soulever, la *conception* de *contrôleurs* plus *robustes* qui *assurent* aux structures de *résister à* de hautes *actions dynamiques en dépit* de la *présence* de *multiples erreurs* agissent au même moment et qui risquent de compromettre la procédure de contrôle, s'*impose* comme une évidence.

De ce fait, *l'application principale* étudiée dans cette thèse, consiste en une *structure dynamique* (avec charge sismique) sur laquelle un *contrôleur robuste* a été synthétisé en utilisant une technique de contrôle robuste, la *μ -synthèse*, car elle est connue pour avoir préalablement fait ses preuves dans plusieurs domaines de l'ingénierie face à ce type de challenge.

3.2 Bref état de l'art des systèmes de contrôle actif des structures

Il y a différentes stratégies pour rendre une structure active. La stratégie du contrôle actif est de placer des actionneurs dans la structure qui appliqueront les forces nécessaires pour compenser les forces de la nature (séisme et vent) et les vibrations de la structure. En d'autres termes, une structure est rendue active, en plaçant un nombre prédéterminé d'éléments de contrôle. Ces éléments comportent un capteur, un dispositif de contrôle à rétroaction et un actionneur. Le capteur mesure les déplacements le long des degrés de liberté. Le dispositif de contrôle détermine la correction appropriée à apporter à la réponse incontrôlée, et l'actionneur applique la force requise à cet effet.

Un tel système est donc constitué de trois composants physiques essentiels: capteurs, actionneurs et un ordinateur, d'où le besoin d'un algorithme de contrôle qui déterminera l'ampleur des forces de contrôle à un moment donné.

Il faut toutefois noter qu'il existe d'autres stratégies et systèmes physiques pour faire face aux effets des charges dynamiques sur les structures. Cependant, quelque soit la technique employée, l'objectif prépondérant étant de minimiser les vibrations en temps réel, ceci conduit nécessairement à favoriser les solutions qui proposent des algorithmes de contrôle numériques efficaces. Ceci étant, le contrôle actif des structures est un domaine vaste et multidisciplinaire, englobant aussi bien la mécanique, l'automatique, le génie civil, voire même le domaine des matériaux intelligents. Les systèmes de contrôle actif des structures peuvent être regroupés en trois catégories:

- Active Bracing System (ABS) : Système de contreventement actif
- Active Tuned Mass Damper (ATMD): Amortissement Actif par Masse Ajustée
- Active Tendons System (ATS) : Système de Tendons Actifs.

a. Active Bracing System (ABS)

Le contrôle actif utilisant des contreventements structurels (ABS) a été l'un des mécanismes de contrôle les plus étudiés. Les systèmes de ce type sont généralement constitués d'un ensemble de contreventements précontraints reliés à une structure, leurs tensions étant contrôlées par des servomécanismes électrohydrauliques. Une des raisons pour favoriser un tel mécanisme de commande vient du fait que les contreventements sont déjà des éléments existants dans de nombreuses structures. Ainsi, le contrôle de contreventement actif peut utiliser des éléments structurels existants et ainsi minimiser les ajouts et les modifications importantes en préservant la structure telle qu'elle a été construite.

C'est intéressant, par exemple, dans le cas de la modernisation ou du renforcement d'une structure existante. (Adeli et Saleh, 1984) ont présenté un modèle de calcul pour le contrôle actif des grandes structures utilisant des actionneurs distribués soumis à différents types de charges dynamiques, tels que l'impact du vent et des tremblements de terre. Les équations différentielles gouvernant les systèmes en boucle ouverte et en boucle fermée ont été formulées, et une approche récursive est utilisée pour calculer la réponse de la structure.

(Hanagan et Murray, 1984) ont utilisé des actionneurs pour réduire les vibrations du plancher causées par l'utilisation des occupants tel que les structures sollicités par les foules, notamment les stades, les salles de sports et les théâtres. Ils ont évalué le modèle sur un plancher d'essai à grande échelle, représentatif d'un plancher typique d'une structure de bâtiment de bureaux. Des expériences numériques et physiques ont montré que les vibrations provoquées par appui des talons peuvent être efficacement réduites.

Par la suite, (Hanagan et al. 1988) ont présenté une méthode pour un placement optimal des nombres d'actionneurs et de capteurs afin de réduire les vibrations dans les systèmes de plancher.

Comme ce type d'actionneur s'est montré incapable de produire suffisamment de force pour contrecarrer le mouvement de la structure, l'actionneur devient de ce fait saturé, c'est pourquoi (Agrawal et al., 1989) ont étudié l'effet de la saturation de l'actionneur sur la stabilité d'une structure. Ils ont montré que les actionneurs saturés n'étaient pas préjudiciables pour la stabilité d'une charpente à trois dimensions. (Chase et al., 1992) ont également étudié l'effet de la saturation par l'utilisation d'un contrôleur H_∞ qui s'est avéré stable pour les systèmes d'actionneurs étudiés (simples et multiples), sur une structure de type portique 2D longue de cinq étages.

(Saleh et Adeli, 1993) ont étudié le contrôle actif de structures de bâtiments tridimensionnelles irrégulières représentant des structures spatiales, en utilisant des algorithmes performants qui emploient des modèles de la structure pour obtenir le contrôle désiré. Ils ont testé, la charge de vent horizontale impulsive et périodique sur les joints extérieurs de la structure pour simuler l'effet d'une tornade. Ils ont étudié également différents schémas pour le placement des actionneurs tout le long de la structure. Ils ont conclu que les contrôleurs sont plus efficaces s'ils sont placés dans les endroits de la structure non-contreventés et que l'arrangement optimal pour le placement des contrôleurs dépend de la hauteur et de l'aspect de la structure.

b. Active Tuned Masse Damper (ATMD)

Comme les amortisseurs de masses à réglage actif (TMD) ont des caractéristiques de fréquence et d'amortissement fixes, ils sont utilisés pour régler la fréquence de vibration à une fréquence fixe donnée, normalement correspondant à la fréquence fondamentale des vibrations d'une structure. Les systèmes TMD ont été développés en tant que systèmes innovant pour le contrôle passif des vibrations des structures de bâtiments dans les années 1970, (Fig.3.1). Depuis lors, ils ont été mis en œuvre dans un certain nombre d'immeubles de grande hauteur.

L'idée de base de ce type de système est de compenser les déplacements latéraux d'une structure avec une masse ou un pendule en acier que l'on place au sommet de cette structure. Le premier bâtiment aux États-Unis à être conçu avec un TMD pour une tour de 70 étages (Park Tower à Chicago) achevée en 2000. Le deuxième plus haut bâtiment du monde, Taipei 101, utilise également un système TMD avec un pendule en acier de 660 tonnes utilisé pour compenser les déplacements latéraux du bâtiment causés par une forte rafale de vent.

Malgré l'émergence de cette technologie qui date presque de quatre décennies dans la pratique en tant que solution innovante et pertinente, les systèmes TMD présentent plusieurs lacunes. Premièrement, il n'est pas possible de calculer avec précision la fréquence fondamentale de vibration d'une structure. Deuxièmement, cette fréquence change lors d'un événement dynamique extrême, tel qu'un fort mouvement du sol.

Les systèmes TMD peuvent être partiellement efficaces lorsque la fréquence fondamentale de la structure domine la réponse, ce qui peut être le cas pour les vibrations sous les vents ordinaires. Les systèmes TMD ne sont pas aussi efficaces pour les structures irrégulières soumises à de forts mouvements du sol, lorsque plusieurs modes de vibration différents peuvent contribuer de manière significative à la réponse dynamique de la structure.

Ainsi, l'une des premières versions des approches de contrôle actif des vibrations des structures a été l'amélioration des systèmes TMD en des systèmes masses-amortisseurs à réglage actif (ATMD). Ce système est également connu sous le nom de pilote de masse active (AMD).

Dans un système ATMD, un actionneur placé entre la structure et le système TMD applique une force calculée en temps réel. (Wu et Yang, 1998) discutent de l'utilisation d'un système ATMD composé de trois actionneurs pour contrôler le mouvement de la tour de transmission de Nanjing TV en Chine. Pour l'algorithme de contrôle, ils ont utilisé les stratégies Linear Quadratic Gaussian (LQG), H_∞ et Continuous Sliding Mode Control (SMC), et ont constaté que les trois contrôles ont bien fonctionné pour atténuer la vibration de la structure.

La majorité des recherches publiées sur ces systèmes est limitée à un seul ATMD. Quelques chercheurs ont préconisé l'utilisation de plusieurs ATMD dans une structure donnée. (Ikeda et al, 2001) discutent de la performance d'un système ATMD installé dans un bâtiment de dix étages en acier à Tokyo en 1989.

Le système utilise deux ATMD pour contrôler les vibrations latérales et de torsion par l'algorithme de contrôle LQR. Depuis son installation, le bâtiment a été soumis à des charges de vent et de typhon, avec des réductions de 26% et 11% des vibrations latérales et de torsion lors des tremblements de terre, et une réduction de 33% des pics de vent.

(Li et al, 2003) préconisent l'utilisation de plusieurs ATMD pour contrôler les vibrations dues aux mouvements du sol et montrent que plusieurs ATMD plus petits fonctionnent mieux qu'un seul grand ATMD. (Guclu et Yazici, 2008) ont comparé les performances d'un contrôleur proportionnel-dérivé (PD) et d'un contrôleur par logique flou (Fuzzy Logic).

c. Active Tendons Systèmes (ATS)

Un système de tendons actifs (ATS) est utilisé par (Bossens et Preumont, 2001) avec des actionneurs hydrauliques ou piézoélectriques pour contrôler les vibrations de deux modèles différents de ponts à haubans soumis à des charges de vent, (Fig.3.1).

Les tendons actifs sont des tendons réaménagés placés entre les étages d'une structure, de la même manière que les contreventements transversaux, ou à l'extrémité des câbles dans des ponts à haubans. Les actionneurs sont utilisés pour ajuster le niveau de tension dans les câbles, contrôlant ainsi l'ampleur de la force de contrôle appliquée à la structure.

(Rodellar et al., 2002) présentent un schéma de contrôle actif des tendons pour un pont piétonnier à haubans de 142,5 m de long. Le pont contrôlé a été soumis au tremblement de terre de Taft de 1952. Le système de tendon actif a été capable de réduire considérablement la réponse du pont.

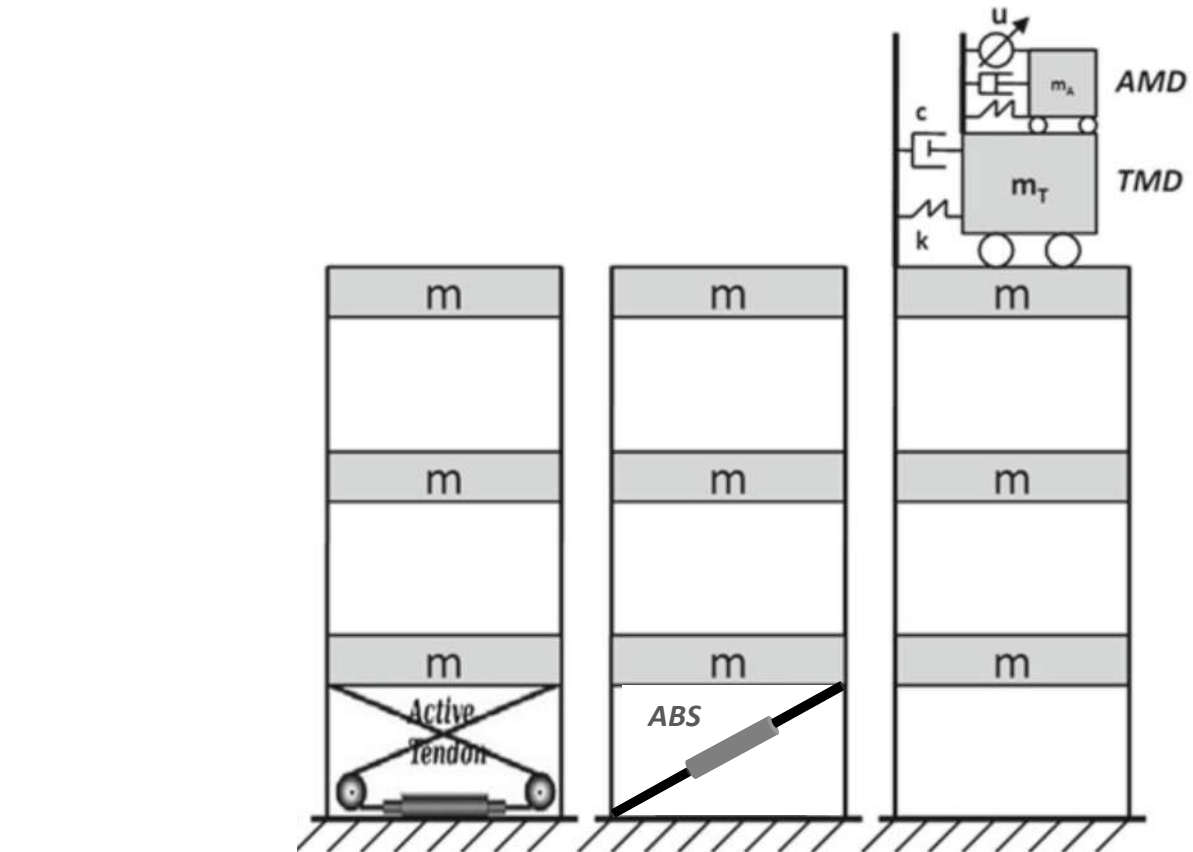


Figure.3.1 Implémentation typique des dispositifs de contrôle sur les structures.

3.3 Contrôle d'une structure à un seul degré de liberté

Considérons un système à un seul degré de liberté sans chargement externe mais avec une force de contrôle $F_c(t)$ appliquée à la masse m (Fig.3.2a). L'équation d'équilibre dynamique du mouvement est présentée comme suit

$$\sum F = F_s + F_d + F_c = -kx(t) - c\dot{x}(t) + F_c(t) = m\ddot{x}(t) \quad (3.1)$$

En réarrangeant l'équation 3.1, on aura

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_c(t) \quad (3.2)$$

Quand le système est sollicité par une force externe $F_e(t)$ en addition à la force de contrôle, l'équation 3.1 devient

$$\sum F = F_s + F_d + F_c = -kx(t) - c\dot{x}(t) + F_c(t) + F_e(t) = m\ddot{x}(t) \quad (3.3)$$

En réarrangeant l'équation 3.3, on aura

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_c(t) + F_e(t) \quad (3.4)$$

Finalement, pour une analyse sismique, la force externe appliquée est remplacée par l'accélération temporelle du sol $a(t)$, (Fig.3.2). Alors, l'équation 3.4 devient,

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = m a(t) + F_c(t) \tag{3.5}$$

La force de contrôle peut prendre plusieurs formes, l'objectif de base du contrôle des structures est de sélectionner une force qui produit la réponse désiré. La réponse du système et de la force de contrôle sélectionnée dépendent de la force externe appliquée ou du signal sismique provenant du sol. En général, trois types de contrôle sont utilisés par les ingénieurs:

- Contrôle par boucle fermée.
- Contrôle par boucle ouverte.
- Contrôle par boucle ouverte-fermée.

3.3.1 Contrôle par boucle fermée

Quand la force de contrôle est en fonction du déplacement et la vitesse de la structure, ce type de contrôle des structures est appelé *contrôle par boucle fermée*. La loi de contrôle peut être exprimée par la relation suivante:

$$F_c(t) = f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) \tag{3.6}$$

En substituant l'équation (3.6) dans l'équation (3.4), on aura l'expression suivante:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) + f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) \tag{3.7}$$

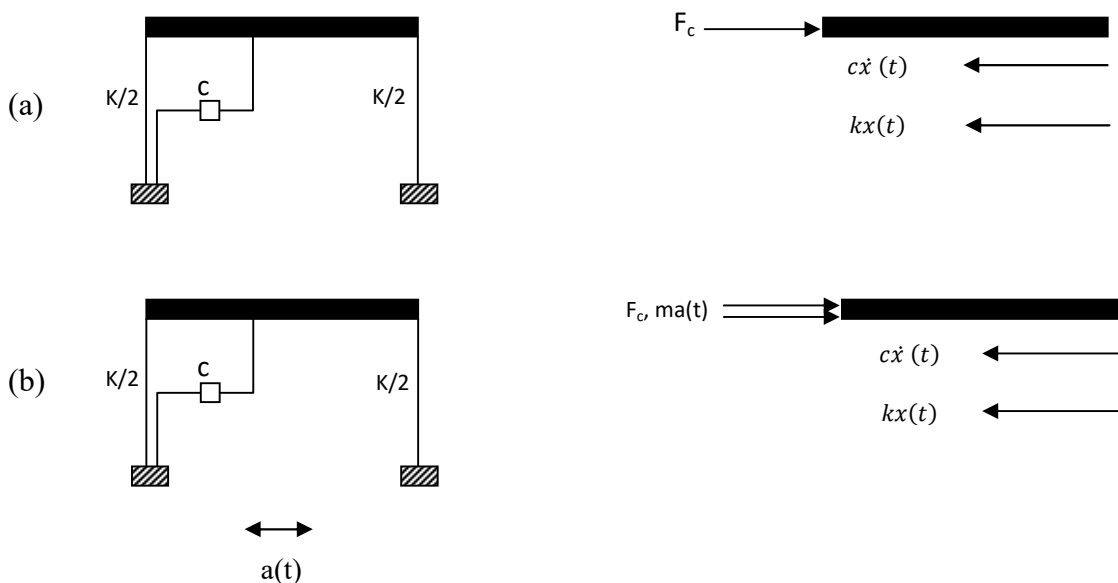


Figure. 3.2 Contrôle de système à un seul degré de liberté : (a) sans séisme (b) avec séisme.

L'objectif pour tous les problèmes de contrôle des structures est de résoudre l'équation différentielle non-linéaire du second ordre (3.7) pour différentes formes de f_{c1} et f_{c2} et ainsi déterminer la forme spécifique de f_{c1} et f_{c2} qui produit la réponse désirée du système.

3.3.2 Contrôle par boucle ouverte

Quand la force de contrôle est en fonction de la force externe appliquée sur la structure, ce type de contrôle des structures est appelé *contrôle par boucle ouverte*. La loi de contrôle peut être exprimée par la relation suivante:

$$F_c(t) = f_c(F_e(t)) \quad (3.8)$$

En substituant l'équation (3.8) dans l'équation (3.4), on aura l'expression suivante:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) + f_c(F_e(t)) \quad (3.9)$$

De la même manière que le contrôle par boucle fermée, l'objectif de la boucle ouverte d'un système est de sélectionner la force de contrôle de la boucle ouverte et ainsi résoudre l'équation différentielle non-linéaire du second ordre (3.9) pour obtenir la réponse désiré du système.

3.3.3 Contrôle par boucle ouverte-fermée

Quand la force de contrôle est en fonction de la force externe appliquée à la structure ainsi qu'au déplacement et à la vitesse de la structure, cela implique que ce type de contrôle des structures est appelé *contrôle par boucle ouverte-fermée*.

La loi de contrôle peut être exprimée par la relation suivante:

$$F_c(t) = f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) + f_c(F_e(t)) \quad (3.10)$$

En substituant l'équation (3.10) dans l'équation (3.4), on aura l'expression suivante:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_e(t) + f_{c1}(x(t)) + f_{c2}(\dot{x}(t)) + f_c(F_e(t)) \quad (3.11)$$

De la même manière que le contrôle par boucle fermée et boucle ouverte, l'objectif de la boucle ouverte-fermée d'un système est de résoudre l'équation différentielle non-linéaire de second ordre (3.11) pour différentes formes de f_{c1} , f_{c2} et f_c .

En conclusion, l'équation (3.4) montre que la réponse d'un système à un seul degré de liberté avec une force de contrôle, résulte de la contribution des deux termes du côté droit de l'équation.

Le premier terme représente la force externe (séisme ou vent), qui en générale n'est pas sous le contrôle de l'ingénieur des structures. Le second terme représente la force de contrôle, et sa forme mathématique et sa conception physique est sous le contrôle de l'ingénieur des structures. L'objectif de base du contrôle d'une structure peut être résumé dans les équations (3.6), (3.8) et (3.10). Le second terme du côté droit de l'équation (3.4), $F_c(t)$, est utilisé pour atteindre les objectifs de performance souhaités suite aux contraintes physiques qui ont été établies pour la structure considérée.

3.4 Contrôle d'une structure à deux degrés de liberté

Les formulations mathématiques du contrôle de structures sont basées sur l'approche de l'espace d'état et sur les équations dynamiques des structures. La présentation de la solution sera présentée sous forme matricielle car la représentation dans l'espace d'état utilise la représentation matricielle.

3.4.1 Système à deux degrés de liberté sollicité par deux forces dynamiques

Considérons un système à deux degrés de libertés sollicité par deux forces dynamiques appliquées au niveau de chaque étage (Fig 3.3). En sommant les forces externes appliquées et les forces de contrôle sur les deux masses, on aura:

$$-c_1\dot{x}_1(t) - c_2(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) - k_1x_1(t) - k_2(x_2(t) - x_1(t)) + F_1(t) + F_{c1}(t) = m_1\ddot{x}_1(t) \quad (3.12a)$$

$$-c_2(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) - k_2(x_2(t) - x_1(t)) + F_2(t) + F_{c2}(t) = m_2\ddot{x}_2(t) \quad (3.12b)$$

où $F_{c1}(t)$ est la force de contrôle appliquée au premier plancher et $F_{c2}(t)$ est la force de contrôle au second plancher.

Sous forme matricielle, l'équation 3.12 s'écrit alors comme suit:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

avec

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{X}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{X}}(t) = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_e(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_c(t) = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix}$$

Ainsi, l'équation 3.13 devient:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(\mathbf{t}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K}\mathbf{X}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}_e(\mathbf{t}) + \mathbf{f}_c(\mathbf{t}) \quad (3.14)$$

Dans le contrôle en boucle fermée, la force de contrôle est en fonction du déplacement et de la vitesse, ainsi on aura l'expression suivante :

$$\mathbf{f}_c(\mathbf{t}) = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{c11}(\mathbf{X}(t)) + f_{c12}(\dot{\mathbf{X}}(t)) \\ f_{c21}(\mathbf{X}(t)) + f_{c22}(\dot{\mathbf{X}}(t)) \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Cependant le contrôle en boucle ouverte, la force de contrôle est en fonction de la force externe appliquée, ainsi on aura l'expression suivante

$$\mathbf{f}_c(\mathbf{t}) = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{c1}(\mathbf{F}_e(t)) \\ f_{c2}(\mathbf{F}_e(t)) \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Finalement, pour le contrôle en boucle ouverte-fermée, la force de contrôle est la somme des équations 3.15 et 3.16, ainsi on aura l'expression suivante

$$\mathbf{f}_c(\mathbf{t}) = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{c11}(\mathbf{X}(t)) + f_{c12}(\dot{\mathbf{X}}(t)) + f_{c1}(\mathbf{F}_e(t)) \\ f_{c21}(\mathbf{X}(t)) + f_{c22}(\dot{\mathbf{X}}(t)) + f_{c2}(\mathbf{F}_e(t)) \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

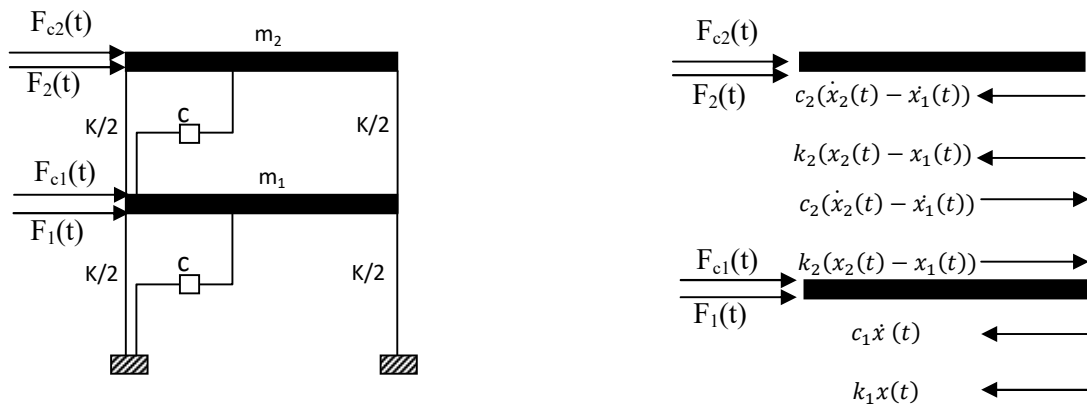


Figure 3.3 Contrôle d'un système à deux degrés de liberté sans séisme

3.4.2 Système à deux degrés de liberté sollicité par un séisme

Considérons que la structure de la figure 3.3 est soumise à un séisme. Cela implique que l'analyse peut être faite en remplaçant le système de force appliquée de l'équation 3.13 par une force sismique dépendante de la matrice de masse de la structure et de l'accélération $a(t)$ du sol induite par le séisme.

On aura:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} a(t) + \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

où sous forme matricielle

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\{I\}a(t) + \mathbf{f}c(t) \quad (3.19)$$

avec

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}; \mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}; \mathbf{f}c = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ F_{c2}(t) \end{Bmatrix};$$

$$\{I\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

3.5 Contrôle d'une structure à plusieurs degrés de liberté

Le contrôle du système structurel présenté dans la section 3.4 pour un système à deux degrés de libertés est maintenant étendu à un système à plusieurs degrés de liberté. Pour une structure sans contrôle, l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) \quad (3.20)$$

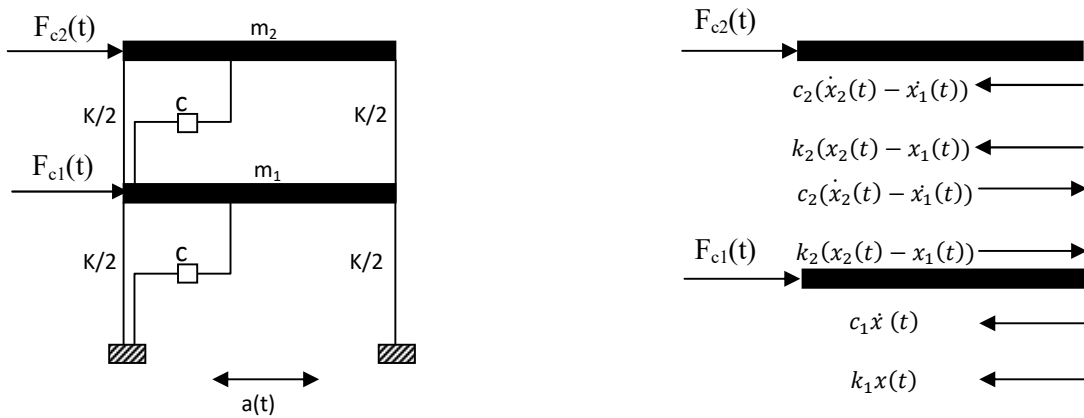


Figure 3.4 Contrôle de structures à deux degrés de liberté avec séisme

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{X}(t) = \{x_1(t) \quad \cdots \quad x_n(t)\}^T; \quad \mathbf{F}_e(t) = \{F_1(t) \quad \cdots \quad F_n(t)\}^T$$

où

n : représente le nombre total de degrés de liberté.

Cependant pour le cas d'une structure avec contrôle, l'équation (3.19) devient

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}\mathbf{e}(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) \quad (3.21)$$

où

$$\mathbf{f}_c(t) = \begin{Bmatrix} F_{c1}(t) \\ \vdots \\ F_{cp}(t) \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & \cdots & D_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{n1} & \cdots & D_{np} \end{bmatrix}$$

avec

p : le nombre total des forces de contrôle

\mathbf{D} : matrice des forces de contrôle

Dans le contrôle en boucle fermée, la force de contrôle est fonction du déplacement et la vitesse tel que :

$$F_{ci}(t) = f_{ci1}(X(t)) + f_{ci2}(\dot{X}(t)); \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.22)$$

Pour le contrôle en boucle ouverte, la force de contrôle est en fonction de la force externe appliquée tel que :

$$F_{ci}(t) = f_{ci}(F_e(t)); \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.23)$$

En dernier, le contrôle en boucle ouverte-fermée, la force de contrôle est la somme des dernières équations (3.21) et (3.22) tel que :

$$F_{ci}(t) = f_{ci1}(X(t)) + f_{ci2}(\dot{X}(t)) + f_{ci}(F_e(t)); \quad i = 1, \dots, p.$$

Pour résoudre l'équation (3.20), on utilise généralement la méthode numérique de la représentation dans l'espace d'état. Ainsi, l'équation (3.20) peut être réécrite comme suit :

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

En utilisant l'équation (3.24), l'équation (3.20) s'écrit alors :

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}(t) \\ \ddot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{MK} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \dot{\mathbf{X}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_e(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

où

$\mathbf{0}$ est une matrice nulle et \mathbf{I} est une matrice identité.

En posant :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -MK & -M^{-1}C \end{bmatrix}; F(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}F_e(t) \end{Bmatrix}; B = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}D \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

L'équation (3.24) s'écrit en espace d'état comme suit :

$$\dot{z}(t) = \mathbf{A}z(t) + F(t) + \mathbf{B}f_c(t) \quad (3.27)$$

3.6 Formulation du problème de contrôle d'une structure de 03 étages

La formulation du problème de contrôle des structures passe par l'étape de modélisation qui, le cas échéant, consiste en la représentation des équations du mouvement qui gouvernent les structures dynamiques dans l'espace d'état. Ainsi, une structure linéaire de type bâtiment de trois étages, comme le montre la figure (3.5), soumise à une excitation sismique horizontale est régit par l'équation générale du mouvement, donnée par l'équation suivante :

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = -Ma(t) + f_c(t) \quad (3.28)$$

où,

$$X(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)]^T$$

avec $x_i(t)$ représente le déplacement relatif du $n^{\text{ième}}$ étage à partir du sol ; $\dot{X}(t)$ et $\ddot{X}(t)$ sont les vecteurs de la vitesse et de l'accélération ;

$$f_c(t) = [F_{c1}(t) F_{c2}(t) F_{c3}(t)]^T,$$

où

$F_{ci}(t)$, ($i = 1,2,3$) est la $r^{\text{ième}}$ force de contrôle au $r^{\text{ième}}$ étage

et

$a(t)$ est l'accélération du séisme ;

$M, C, K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont les matrices de masse, amortissement et rigidité de la structure respectivement.

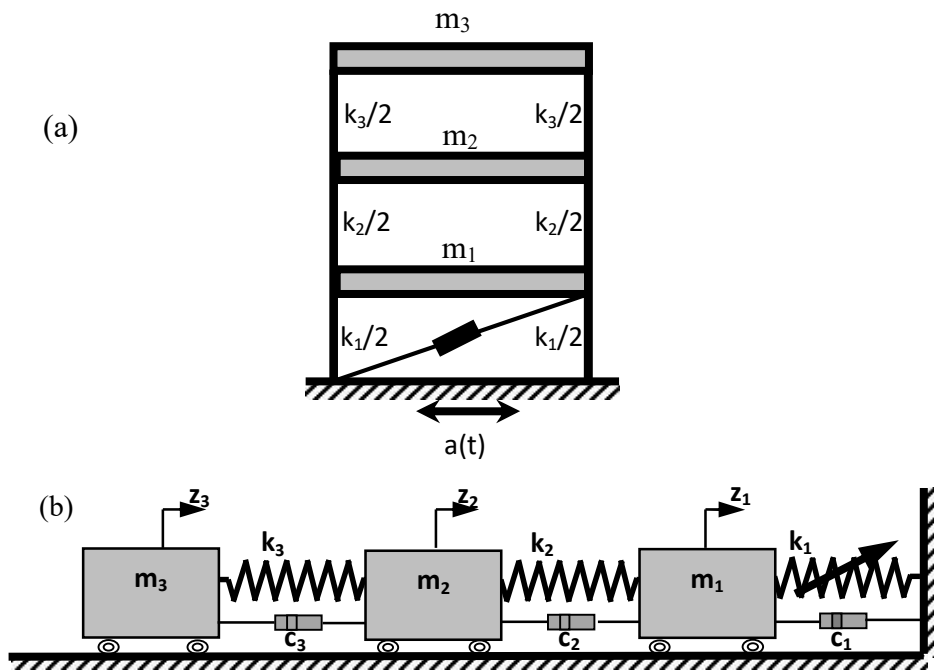


Figure 3.5 (a) Structure d'un bâtiment de trois étages.

(b) Système masses-ressorts-amortissements.

3.6.1 Représentation du modèle de la structure dans l'espace d'état

L'équation (3.27) s'exprime dans la représentation d'état en faisant un changement de variable tel que $z(t) = [X(t) \quad \dot{X}(t)]$, qui devient

$$\dot{z}(t) = Az(t) + CF_e(t) + Bf_c(t) \tag{3.28}$$

où, A , B et C sont définies comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(k_1 + k_2)/m_1 & k_2/m_1 & 0 & -(c + c_2)/m_1 & c_2/m_1 & 0 \\ k_2/m_2 & -(k_2 + k_3)/m_2 & k_3/m_2 & c_2/m_2 & -(c_2 + c_3)/m_2 & c_3/m_2 \\ 0 & k_3/m_3 & -k_3/m_3 & 0 & c_3/m_3 & -c_3/m_3 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/m_1 & -1 \\ 0 & -1 \\ 1/m_3 & -1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.7 Structure de trois étages à contrôler dans notre étude

Pour la simulation numérique, nous avons étudié un modèle d'une structure construite à l'échelle, pour laquelle un système de contreventement actif (ABS) a été appliqué (Lim et al, 2006), (Ding et al, 2013). Il s'agit d'une structure industrielle en charpente simulant un bâtiment de trois étages avec un degré de liberté par étage, résultant en un total de trois degrés de liberté. La structure de ce bâtiment est de forme rectangulaire avec une surface de 4.5m x 3m par étage et avec une hauteur de 9 m.

Pour la modélisation de cette structure, elle est substituée par un système équivalent de trois masses-ressorts-amortissements avec des caractéristiques identiques pour les trois étages, comme c'est représenté dans la figure 3.4. Les trois masses sont identiques et valent 1000 kg chacune, les coefficients de rigidité sont également identiques pour tous les étages et valent 98000 KN/m. Le facteur d'amortissement a été pris égale à 1.5%, ce qui correspond à un coefficient d'amortissement de 1407 Nm/s^2 pour chaque étage. Les fréquences propres correspondantes sont 7.5, 22.5 et 37.5 rd/s pour les trois modes respectivement.

Le premier type d'incertitudes considérées dans notre étude, est les incertitudes paramétriques qui concernent les coefficients de l'amortissement C (20%) et les coefficients de rigidités K (30%), des trois étages de la structure. Toute variation dans ces coefficients affecte directement le calcul de la force de rappel $\mathbf{K} \cdot \mathbf{z}$ et la force d'amortissement $\mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{z}}$, qui interviennent dans l'équation dynamique qui modélise le mouvement de la structure. Ce qui augmente le risque de produire une force de contrôle inefficace lors des réelles conditions d'implémentation du contrôleur synthétisé à la base de ces paramètres incertains. La mesure des déplacements $z_{i=1:3}$ et des vitesses $\dot{z}_{i=1:3}$ des trois étages, est utilisée dans la boucle de contrôle (vecteur d'état), constituant l'objectif de contrôle.

Un actionneur ABS (Active Bracing System) est attaché, tour à tour, entre le sol et le premier étage de la structure, là où elle subit le maximum de déformation (énergie de déformation maximale), ou au troisième étage là où les déplacements de la structure sont maximums. L'actionneur ABS représente le composant actif du système à contrôler, en produisant une force mécanique pour contrer celle exercée par le séisme sur la structure, une dynamique non-négligeable est introduite au système de contrôle qu'il faut nécessairement prendre en compte sous peine de ne pas correctement modéliser le système à contrôler.

Ainsi, le deuxième type d'incertitude qu'on considère dans notre étude est une incertitude dynamique inhérente à la nature même de l'actionneur employé pour le contrôle.

Une fonction de transfert du premier ordre est utilisée pour cet effet, seulement elle ne peut modéliser que le comportement nominal de l'actionneur. Ceci étant, les variations possibles dans la dynamique de l'actionneur, sont prises en compte sous forme d'une incertitude dynamique agissant en entrée du système, et sera traitée comme une erreur multiplicative modélisée par une fonction de pondération.

3.8 Conclusions

Nous avons présentés dans ce chapitre un aperçu sur les principales stratégies utilisées dans le domaine du contrôle actif des structures. Ces techniques confèrent aux structures la capacité de résister activement aux séismes en renforçant les moyens de lutte par une paire de capteur/actionneur et d'un dispositif de contrôle. Ce qui permet de fournir aux structures l'effort nécessaire pour contrer les séismes au moment où ils se produisent. Aussi, pour illustrer l'application de la μ -synthèse au contrôle active des structures, nous avons présenté le modèle numérique d'une structure de trois étages construite à l'échelle, tirée à partir des travaux de (Ding et al, 2013). Le dispositif de contrôle employé est un système de contreventement actif (ABS) installé entre la fondation de la structure et le premier étage.

CHAPITRE 4

Contrôle robuste par la μ -Synthèse : Applications

Contrôle robuste par la μ -Synthèse : Applications

4.1 Introduction générale

Dans cette partie du travail, nous allons mettre à l'épreuve les performances de la commande μ -synthèse à travers la *résolution* de *deux* types de *problèmes* très *distincts* afin de *tester* son *aptitude* à répondre aux différentes attentes de *performances* et de *robustesses* exigés aux *systèmes de contrôles*, vis-à-vis de *perturbations externes* et *internes* de différentes natures. En effet, l'*objectif* primordial escompté suite à l'application du contrôle par la μ -synthèse, se résume essentiellement à obtenir de *bonnes performances* en dépit de l'action de toute perturbation extérieure. Tant dis que pour la robustesse, il s'agit de réduire l'influence des perturbations internes à savoir les *incertitudes paramétriques* et *dynamiques* (incertitudes mixtes), engendrées par les erreurs de modélisation, surtout quand elles *agissent simultanément*.

Ceci étant, le *premier procédé* que l'on a étudié est très répandu dans l'industrie de fabrication des circuits intégrés. Il s'agit de *réacteurs* fonctionnant sur la base de la *chimie des plasmas*. Cependant, le *deuxième procédé* est la preuve de la grande variété des applications du contrôle automatique, atteignant des *domaines jusque-là peu connus* tels que le *contrôle des structures*.

Le *procédé* du réacteur à gravure de silicium par , également connu sous le nom de *réacteur à gravure ionique réactive (RIE CF4/O2)*, a préalablement fait l'objet d'un contrôle, ou les auteurs du travail (Butler et al, 1991) ont suggéré l'application d'une *commande robuste multivariable* pour *réduire* (voire éliminer) les *interactions* existantes entre les *variables de contrôle* à cause du *mauvais conditionnement* de ce procédé. Quant au *second procédé*, il représente en réalité l'application principale de notre travail, et consiste en une *structure* de trois étages en charpente métallique pouvant être assimilée aussi bien à une structure *industrielle* que *civile*. Cette *structure* a été construite à l'*échelle* par (Ding et al, 2013), sur une *table vibrante* pour simuler l'action du *séisme*. Placé entre la base et le premier étage de la structure, un *actionneur* à système de contreventement actif (*ABS*) est utilisé pour produire l'effort mécanique nécessaire pour *contrer* l'action du *séisme* qui se transmet de la base aux *autres étages* de la structure.

A.Premier procédé: Réacteur à Gravure Plasmas CF4/O2

4.2 Introduction

Cette partie du chapitre 4 est réservée à l'*illustration* des étapes d'application de la commande μ -synthèse sur un *processus industriel* multivariable difficile à contrôler. En effet, certaines applications industrielles, tels que les *réacteurs chimiques* et en particulier à gravure par *plasma*, n'ont jamais cessé d'être au cœur des préoccupations des chercheurs car elles demeurent toujours des problèmes de contrôle complexes. Ce qui sans doute est le résultat d'une constante croissance des exigences de performance et de sécurité des systèmes de contrôle, visant à atteindre toujours plus de garanties en termes d'efficacité in situ. Incontestablement, les systèmes de contrôle dynamique et robuste sont le moyen actuel, incontournable, et le mieux adapté pour répondre à toutes ces exigences. La méthode de contrôle multivariable, μ -synthèse, appliquée dans ce travail puise fortement son efficacité dans la recherche par CAO (Commande Assistée par Ordinateur) du contrôleur, en minimisant un critère de contrôle qui n'est en fait qu'une formulation mathématique des performances désirées.

4.3 Plasma : description

Le terme *plasma* est employé pour désigner le quatrième état de la matière au même titre que le liquide, le solide et le gaz. Etant partiellement ou complètement ionisée, cet état de la matière est électriquement neutre permettant à ses particules d'interagir les uns avec les autres.

Les plasmas sont extrêmement répandus dans l'univers puisqu'ils représentent 99% de la matière ordinaire. Toutefois, ils passent presque inaperçus dans notre environnement proche, étant donné leurs conditions d'apparition très éloignées des conditions de température et de pression de l'atmosphère terrestre. On les retrouve naturellement dans les étoiles, les nébuleuses gazeuses, les aurores boréales, la foudre, le vent solaire, les queues des comètes, les étoiles filantes...etc.

4.4 Procédés à plasmas : applications

L'utilisation du *plasma* prend un sens différent suivant le domaine de son application. On le retrouve en biologie portant le sens du liquide dans lequel baignent les cellules du sang, alors qu'en physique il signifie l'état de la matière.

Cependant, en technologie, on retrouve les procédés à plasmas employés pour des applications très variées.

Telles que:

- La fabrication des écrans plats des téléviseurs modernes car il permet d'obtenir des images très lumineuses et très contrastées
- La propulsion des particules
- La fusion nucléaire
- Les décharges électriques utilisées pour les disjoncteurs à haute pression, lampe à gaz, torches, micro-ondes, générateur de rayons X
- Le traitement pour dépôt : gravure (semi-conducteurs) ou modification (dopage) de surfaces. C'est précisément ce type d'utilisation du plasma qui concerne le premier procédé industriel à commander dans cette étude, à savoir le réacteur à plasmas.

4.5 Gravure de matériau par plasma : Description et procédés

4.5.1 Définition de la gravure

La gravure d'un matériau, qui est une opération toujours précédée d'une phase appelée masquage (impression) par lithographie, consiste à éliminer toutes les zones non protégées par le masque pour former le motif de gravure et préserver les zones qui le sont. La gravure se distingue par des critères de performances tels que la précision (bonne résolution), sélectivité (seule la couche supportant le masque doit être préservée), la directivité (anisotropie : pas de gravure latérale en dessous de la couche du masque) et enfin la vitesse de gravure.

4.5.2 Description de la gravure par plasma

L'industrie de la microélectronique utilise la gravure par plasma pour obtenir des profils de gravures anisotropes depuis les années 70. Ce type de gravure peut être assimilable aux gravures classiquement rencontrées en industrie, c'est à dire chimique (par immersion de l'échantillon dans un liquide) ou mécanique (par bombardement de la surface de l'échantillon), selon l'équipement et les paramètres du procédé à plasma utilisé (pression, puissance plasma, température, etc.). Dans la gravure par plasma, il est important de bien

choisir le gaz gravant en fonction du matériau à graver, de sorte que le produit de réaction doit être aussi bien volatil et stable aux pressions et aux températures de travail.

Ainsi, on distingue deux techniques de gravure par plasma.

a. Gravure humide (chimique)

Elle est engendrée par la réaction des espèces chimiques présentes dans le plasma avec la surface du substrat. Le substrat est gravé de façon uniforme dans toutes les directions (isotropie), donnant des profils de gravure semi-sphériques ce qui peut poser des problèmes lors de gravure de très petites dimensions.

b. Gravure sèche (mécanique)

La deuxième gravure plasma est dite *sèche* (mécanique), elle est assimilable à une pulvérisation cathodique sauf que la cible est remplacée par le matériau à graver. Cette gravure se base sur la formation d'un plasma ionique énergétique qui va pulvériser le matériau que l'on souhaite graver par des ions positifs fortement accélérés. Ce qui engendre la gravure de la surface du substrat par bombardement grâce aux espèces ionisées, permettant d'obtenir une parfaite anisotropie (profil de gravure vertical) par rapport à une gravure humide isotrope (profil de gravure vertical et latéral).

c. Techniques de gravure

Selon la source d'ionisation de la composante chimique du gaz du plasma utilisé, il en découle trois techniques de gravures sèches :

- gravure par faisceau ionique, connue par son acronyme anglo-saxon **IBE** (Ion Beam Etching)
- gravure par faisceau ionique réactive, connue par **BRIE** ou **RIE** (Reactive Ionic Etching)
- gravure par attaque chimique gazeuse.

L'avantage de toutes ces techniques, est que le matériau est séparé du plasma. Cependant l'importante énergie amenée par les ions se transforme en effet Joule, d'où la nécessité d'un refroidissement important du porte-substrat.

4.6 Dispositifs et équipements de la gravure par plasma

Les procédés à plasmas, dédiés pour la gravure, utilisent des dispositifs appelés *réacteurs*, conçus avec une technologie semblable pour la plus part d'entre eux.

Ils sont tous dotés d'une source dans laquelle le plasma est créé ainsi qu'une chambre de diffusion du plasma, à la base de laquelle les substrats sont placés.

Les autres éléments communs de ces réacteurs peuvent inclure la configuration géométrique, le pompage, l'injection du gaz et le porte-substrat. Cependant, c'est le couplage de la puissance électrique au plasma et de la pression de la chambre qui les différencient le plus.

4.6.1 Réacteurs à couplages inductifs ICP (Inductively Coupled Plasmas)

Ils sont appelés ainsi parce que le champ électrique RF est induit dans le plasma par une antenne externe à la manière d'un transformateur. Ils permettent d'obtenir des fortes densités à basse pression. En fonction de la forme de l'antenne et de sa position, les réacteurs ICP se déclinent en différents types (TPC, DPS...). Pour les plus classiques (ICP symétrique), l'antenne est enroulée autour d'un tube isolant : la source. C'est là qu'est créé le plasma par l'action du champ magnétique RF. Le substrat peut être placé dans une chambre séparée située en dessous de la source à quelques dizaines de centimètres afin d'augmenter l'uniformité du plasma. L'énergie des ions peut être facilement contrôlée en polarisant le substrat par une alimentation RF ou DC indépendante de celle de la source.

4.6.2 Réacteurs à couplages capacitifs (RIE)

Par leurs constructions, les réacteurs RIE sont les plus simples. Ils sont constitués de deux électrodes planes. Le wafer est positionné sur l'électrode inférieure et une tension RF est appliquée entre les deux électrodes pour produire le plasma. Le champ électrique alternatif (à 13.56 MHz) permet aux électrons présents de gagner suffisamment d'énergie pour ioniser des atomes. Les électrons ainsi libérés vont à leur tour participer à l'ionisation du gaz. Par effet d'avalanche, toute la chambre sera rempli avec un plasma dont la densité et la température dépendront de la puissance RF appliquée ainsi que de la pression du gaz. Le plasma est séparé des électrodes et des parois par des gaines. Le champ RF est couplé au plasma par les capacités de gaine et ce sont ces gaines qui déterminent l'énergie des ions sur le substrat.

4.7 Gravure du silicium par plasma et équipements associés

Le procédé de gravure par plasma abordé dans ce travail s'intéresse à la gravure du silicium, un matériau très utilisé dans l'élaboration des composants électroniques ayant pour base des semi-conducteurs tels que les circuits intégrés. Ainsi, avec l'évolution des techniques de gravure, les conditions pour l'obtention des profils désirés tel que pour la miniaturisation des microprocesseurs ont été réunies grâce à la mise en place de réacteur de gravure anisotrope par voie sèche, c'est-à-dire par plasma.

Aujourd'hui, la gravure humide est utilisée pour le nettoyage des surfaces (élimination des contaminations métalliques ou organiques, élimination de l'oxyde natif sur Si...) ou encore pour enlever les résines après la gravure par plasma.

4.7.1 Equipements de gravure RIE (Reactive Ion Etching)

Ils existent des équipements de gravure nommés RIE (Reactive Ion Etching) qui permettent de réaliser des gravures anisotropes profondes avec des profils de gravure (flancs) très verticaux. Ces équipements comportent 2 sources radiofréquence RF (13.56 MHz). La première source appelée source ICP (Inductive Coupled Plasma) permet d'engendrer des plasmas de haute densité en augmentant le taux d'ionisation grâce à la polarisation RF d'une antenne (inductance) placée autour de la source. La seconde contrôle l'énergie des espèces ionisées arrivant sur le substrat. Les espèces transitent de la source ICP vers le substrat sous l'effet d'une polarisation continue.

Pour effectuer la gravure par plasma du silicium, deux procédés pour l'équipement de gravure DRIE sont disponibles : le procédé BOSCH et le procédé Cryogénique. Dans les deux procédés, la gravure du silicium s'effectue avec le SF₆. Le plasma SF₆ forme des radicaux fluorés qui réagissent avec le silicium pour créer des espèces volatiles SiF₄. La réaction du fluor avec le silicium est la suivante : $\text{Si} + 4\text{F}^{\cdot} \longrightarrow \text{SiF}_4$.

a. Le procédé BOSCH

A température ambiante, le procédé de gravure Bosch utilise une alternance de plasma de gravure (SF₆) et de plasma de passivation (C₄F₈, C₂F₆, CF₄ ou CHF₃). Le plasma SF₆ grave de manière isotrope le silicium, puis le plasma de passivation dépose une couche épaisse de protection très proche du Téflon du fait de la décomposition du C₄F₈. Une couche épaisse du polymère de type C_xF_y se dépose sur les flancs mais mince sur le fond du motif. L'épaisseur du dépôt de passivation est conditionnée par les paramètres du plasma de cette étape. L'étape de gravure suivante détruit la couche de passivation au fond du motif à l'aide du bombardement ionique. Le silicium non protégé par la couche de passivation est alors gravé dans cette même étape par les radicaux fluorés provenant du plasma SF₆.

En augmentant le nombre d'alternances des étapes de gravure et de passivation, une gravure profonde anisotrope peut être alors obtenue avec un fort rapport d'aspect. La passivation des flancs de la gravure permet d'obtenir une anisotropie profonde.

Inconvénients :

Un défaut apparaît lors de l'étape de passivation (polymérisation). En effet, le polymère se dépose sur les flancs et le fond du motif mais aussi sur les parois du réacteur.

La seule étape de plasma de gravure ne suffit pas à enlever complètement cette couche des parois du réacteur pendant le procédé.

Au cours du temps, il se crée un dépôt de plus en plus épais qui influe sur les paramètres plasma du procédé Bosch : il y a apparition d'une dérive des paramètres plasmas. Il est par conséquent, indispensable d'effectuer régulièrement un nettoyage des parois du réacteur pour obtenir des procédés reproductibles à long court.

b. Le procédé cryogénique

En gravure cryogénique ou cryogravure, le silicium refroidi à basse température ($\approx -100^\circ\text{C}$) est gravé par un plasma de chimie SF₆/O₂. La gravure et la passivation s'effectuent durant la même étape et à basse température. Le SF₆ est toujours l'agent gravant du silicium : le produit de réaction volatil stable est toujours le SiF₄. Mais de l'oxygène est ajouté au mélange gazeux pour permettre d'obtenir une protection des flancs durant la gravure. Cette couche de passivation est obtenue grâce à des espèces présentes dans le réacteur comme l'oxygène (O₂), le fluor (provenant du gaz de gravure SF₆) et le silicium (produit de la gravure). Pour donner une couche de passivation de la forme SiO_xF_y apparaît seulement sur le silicium à température cryogénique. Ce procédé présente l'avantage d'obtenir des vitesses de gravure plus importantes qu'en procédé Bosch. Aussi, le fait que l'anisotropie s'obtient suite à une passivation en continue ceci permet d'obtenir des flancs de motifs lisses. De plus, comme la couche de passivation ne se forme que sur du silicium refroidi à des températures très basses (cryogénique), elle ne se dépose pas sur les parois du réacteur, qui elles, restent à température ambiante. Par conséquent, il n'y a pas de dérive des paramètres causée par l'état de surface des parois du réacteur.

Inconvénients :

- Le procédé de cryo-gravure nécessite un contrôle strict de la température de surface du wafer de silicium pour obtenir une reproductibilité et une uniformité des profils.
- Le porte-substrat doit pouvoir établir une température de consigne au degrés-près.
- La technologie du porte-substrat devient donc complexe à cause de l'interaction de la technologie de la cryogénie (azote liquide) avec celle thermique (résistances chauffantes).

4.8 Commande du réacteur à gravure plasma (RIE CF₄/O₂) par la μ -synthèse

Nous abordons dans cette section la synthèse d'un contrôleur robuste au processus formé par le réacteur à gravure de silicium par plasmas (RIE CF₄/O₂), pour illustrer l'application de la commande μ -synthèse sur un procédé industriel multivariable, difficile à commander du fait de la complexité de l'interaction de ses différentes variables de fonctionnement.

4.8.1 Modèle du réacteur RIE CF₄/O₂

Le modèle de ce réacteur est tiré à partir des travaux de (Mclaughlin et al., 1991), (Butler et al., 1991), et représente le fruit d'essais expérimentaux mené sur un réacteur de gravure par plasma. Ce groupe de chercheurs est parvenu à développer des relations entre certaines variables manipulés incluant (la puissance d'alimentation, la pression, le taux du flux du gaz injecté pour la gravure et le taux de l'oxygène dans le réacteur) et des variables mesurées du réacteur chimique (le fluor [F], le di-fluor de carbone [CF₂], le dioxyde de carbone [CO₂] et du rapport courant DC/pression du milieu), d'une part et entre les variables manipulées du réacteur et les variables mesurant les performances désirées (le taux de gravure du Silicium, la sélectivité, l'anisotropie et l'uniformité des motifs gravés).

Dans la seconde partie de leur travail, en confrontant les résultats expérimentaux et analytiques de la réponse de la surface à traiter et grâce à l'exploitation de techniques statistiques de conception, ils sont parvenus à modéliser un large éventail de points de fonctionnement du réacteur avec un nombre limité d'expériences, dans un modèle multivariable formé par des matrices de fonctions de transfert (modèles d'entrées/sorties dynamiques dans le domaine Laplace).

Ainsi, le modèle du réacteur a pu être décrit par la matrice de transfert carrée à quatre entrées et quatre sorties, $G(p)$, définies par les entrées et sorties suivants.

Les entrées de ce processus se constituent par :

- O₂ : L'oxygène dans l'enceinte du réacteur
- Pr : La pression
- Pa : La puissance d'alimentation
- Fr : Le taux du flux injecté

Tant dis que les sorties sont :

- F : Le Fluor
- CF₂ : Le Di-fluore de carbone
- CO₂ : Le Dioxyde de carbone
- E/P : Le Rapport du courant continu et de la pression du milieu

$$G(P) = \begin{pmatrix} 0.671/(1+0.105 p) & 0.726/(1+0.105 p) & 0.190/(1+0.105 p) & 0 \\ 0 & 0.856/(1+0.053 p) & 0.587/(1+0.053 p) & 0 \\ 0 & 0.303/(1+0.105 p) & 0.709/(1+0.105 p) & 0.626/(1+0.105 p) \\ 0 & -106/(1+0.053 p) & 0.276/(1+0.053 p) & 0.004/(1+0.053 p) \end{pmatrix}$$

4.8.2 Description du dispositif du réacteur RIE CF4/O2

Le réacteur à couplage capacitif RIE (Reactif Ion Etching) utilisé dans cette étude (Butler et al, 1991), et modélisé par la matrice de transfert multivariable $G(p)$, possède une configuration représentée dans la figure (4.1). Il se constitue de deux électrodes planes parallèles, dont le diamètre de l'électrode inférieure est de 29.2 cm, et celui de l'électrode supérieure est de 3403 cm. Pour produire du plasma, une source de puissance 600W produisant une tension RF (radio fréquence), est couplée à chaque électrode par une capacité dont l'impédance est adaptée grâce à un système automatique. Un champ alternatif de 13.56 MHz est créé pour ioniser les atomes qui vont à leur tour ioniser le gaz gravant CF4. La densité du plasma produit dépend directement de la puissance RF et de la pression du gaz appliqué.

De plus, un compteur de courant continu à affichage numérique est installé pour mesurer la tension d'auto-polarisation. Aussi, chaque électrode est équipée d'un bouclier (espace sombre) pour éviter que du plasma parasite ne se forme en dehors de la chambre du réacteur. Les gaz décapant de chaque électrode sont mesurés individuellement par des régulateurs de débit massique, puis mélangés dans un collecteur avant d'entrer dans le réacteur.

Les gaz utilisés dans les expériences sont introduits dans le système par trois régulateurs de débit. Les trois lignes de gaz sont les suivantes: CF4, Ar-N2 (gaz actinomètre) et O2. Une fois que les gaz ont été mesurés et mélangés, ils sont introduits dans la chambre du réacteur par une vanne placée au centre de l'électrode supérieure. Une plaque de diffusion, fixée à l'électrode supérieure permet au gaz pénétrant d'être dispersé uniformément sur l'électrode. Le contrôle automatique de la pression a été réalisé indépendamment du débit du gaz réactif grâce à l'utilisation d'une vanne d'étranglement. La spectroscopie à émission optique a été choisie comme moyen non intrusif pour mesurer les concentrations d'espèces de plasma actives sans perturber le plasma de la chambre du réacteur.

Un système optique est couplé au réacteur par l'intermédiaire d'un câble à fibres optiques. L'émission optique échantillonnée à travers la fibre optique représente la valeur globale des missions d'espèces de plasma.

4.9 Description des objectifs de contrôle

L'étape cruciale abordée en premier lieu, pour adapter n'importe quel problème de contrôle abordé, au problème de commande par la μ -synthèse, est la formulation des objectifs de contrôle en condition de robustesse et de performances. Il est donc impératif de réussir une bonne traduction du maximum de ces objectifs en des gabarits fréquentiels respectant une certaine condition pour espérer atteindre la robustesse aussi bien en stabilité ou en performances.

Pour ce, considérons de plus près le modèle multivariable 4x4 du réacteur RIE modélisé par (McLaughlin et al., 1991) pour mieux définir les objectifs de contrôle. Ce système est très mal conditionné, présentant un nombre de conditionnement atteignant 2300 en basse fréquence, tel qu'il apparaît dans la figure (4.2). Le problème du mauvais conditionnement apparaît également très clairement dans la figure (4.3), qui montre les gains principaux du système du réacteur.

Le problème du mauvais conditionnement est souligné par le fait que trois gains principaux sont assez proches et que le gain minimal est très éloignés des autres.

Ce réacteur a été contrôlé par (Butler et al, 1991) en utilisant quatre contrôleurs PI monovariante, où la paire de variables pour chaque boucle a été obtenu par l'application d'une analyse par la méthode RGA (Relative Gain Array). Sans grande surprise, il était difficile de contrôler un système mal conditionné comme celui du CF₄/O₂, et des interactions multivariantes ont été observées dans la réponse du système par l'application de la stratégie de contrôle à boucle unique.

Au lieu de cela, les auteurs ont abandonné le modèle 4x4 du RIE au profit d'un modèle 3x3 pour tenter d'éliminer les interactions multivariantes existantes, et donc réduire le nombre de variable manipulées et contrôlées. Alors que pour garantir une meilleure modélisation des systèmes et donc un meilleur contrôle il est préconisé d'augmenter le nombre de ces variables (considérations de plus de dynamiques et de points de fonctionnement du système). C'est pour cette raison qu'ils concluent leur travail par la suggestion de faire appel à des méthodes de contrôle robuste multivariantes pour venir à bout des soucis de modélisation et de couplage des réponses du système (part II).

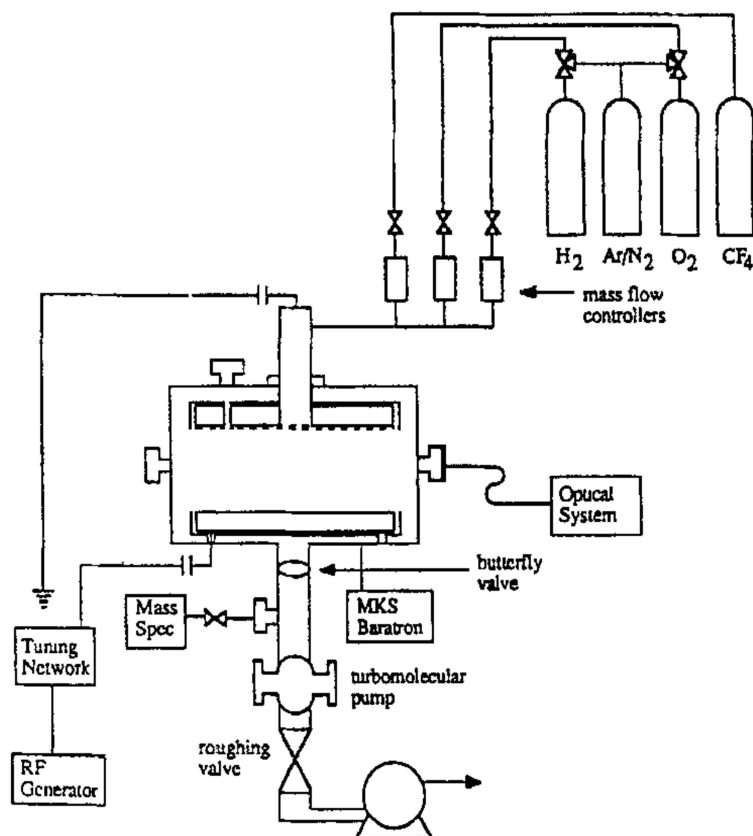


Figure 4.1 Configuration du réacteur à gravure plasma RIE CF₄/O₂, (McLaughlin et al. 1991).

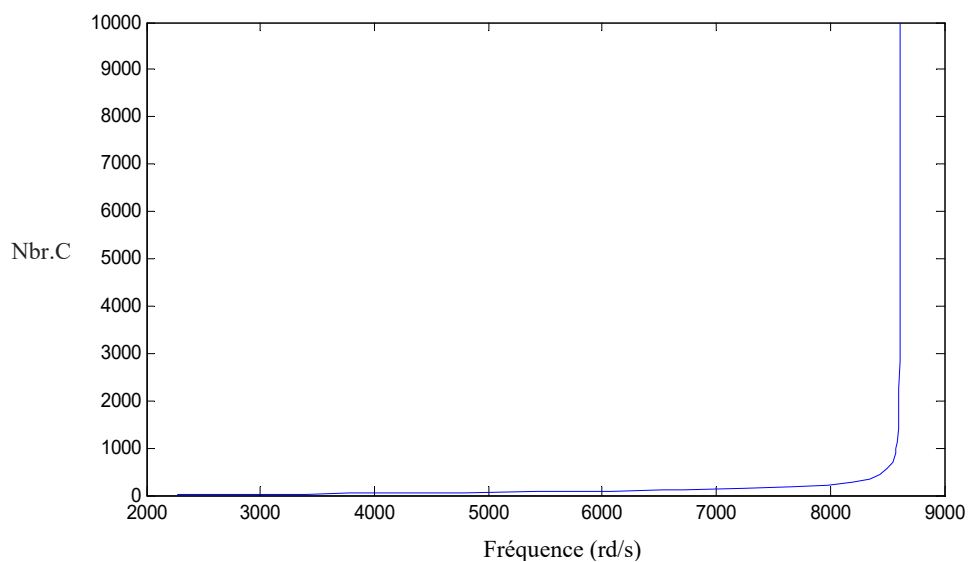


Figure 4.2 Nombre de conditionnement (Nbr.C) avant contrôle.

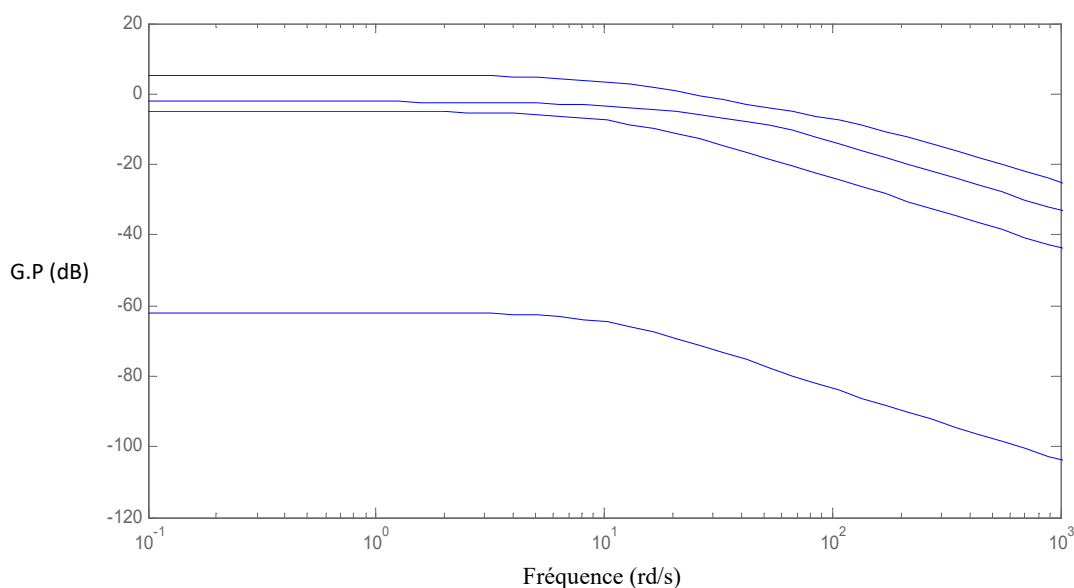


Figure 4.3 Gains principaux (G.P) du réacteur RIE CF4/O2 avant contrôle.

4.9.1 Spécification sur la stabilité

En se basant sur la description précédente, la stratégie adoptée pour atteindre les objectifs de robustesse, est la désensibilisation du système étudié aux différentes erreurs de modélisation. En effet, le modèle du réacteur obtenu représente le comportement d'un certain fonctionnement d'un nombre donné d'entrées/sorties, ou d'autres dynamiques et nonlinéarités sont négligées.

Pour ce, il faut poser un modèle des incertitudes qui tient compte des éventuelles erreurs dans les constantes de temps lors de la modélisation du système du réacteur RIE CF4/O2 (dynamiques négligées et linéarisation). On est en face d'une incertitude dynamique relative à la structure même du système à commander. Nous avons donc :

$$G_{réel}(p) = G_{mod}(p)(I_{4 \times 4} + W_t \Delta(p)) \quad (4.1)$$

où $\|\Delta(p)\|_{\infty} \leq 1$ et $I_{4 \times 4}$ est la matrice identité.

$$G(p) = G_{mod}(p)$$

$$W_t = \frac{0.07p+0.7}{0.032p} \quad (4.2)$$

où w_t modélise l'ensemble des variations des incertitudes dynamiques du système en fonction de la fréquence.

L'équation (4.2) indique qu'en basse fréquence, on ne peut tolérer 70% d'erreurs mais qu'en haute fréquence les erreurs peuvent croître et excéder les 100%, voir figure (4.4).

W_t est une fonction de pondération des incertitudes qui est bornée par une spécification sur la stabilité qui n'est autre que la condition suffisante de robustesse.

L'application du théorème du petit gain structurée garantit la stabilité du système en boucle fermée en présence de ce type d'incertitudes. Ainsi, nous avons :

$$\|\Delta\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \mu(G_{mod}(j\omega)) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)); \det(I-M(j\omega)\Delta(j\omega))=0\}} \leq 1 \quad (4.3)$$

Dans l'équation (4.3), le recours à la valeur singulière structurée dans le cas des incertitudes structurées offre un très bon indicateur de robustesse.

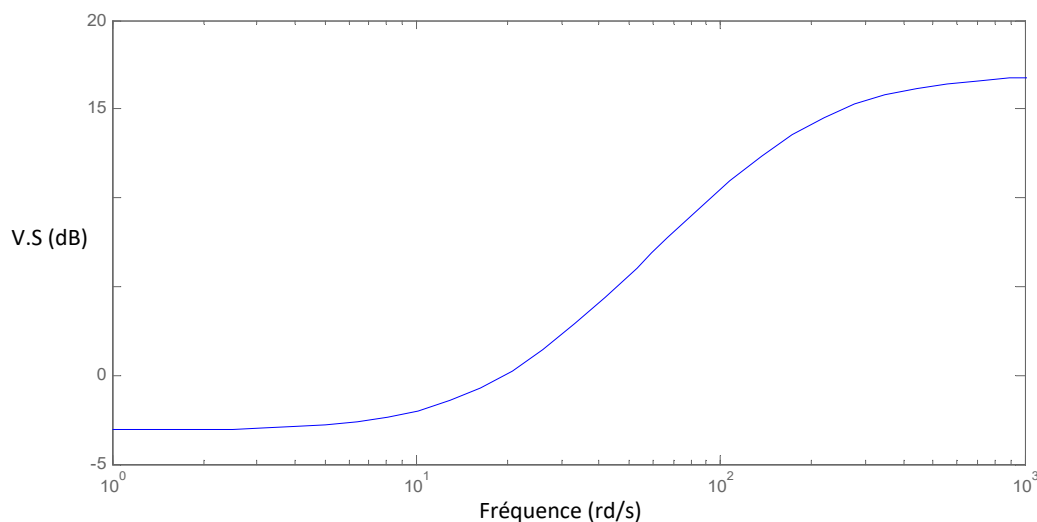


Figure 4.4 Valeurs singulières maximales de la perturbation globale (V.S.).

4.9.2 Spécifications sur les performances

Pour les objectifs de performance, ils sont choisis de sorte à assurer au système du réacteur des réponses avec une erreur statique nulle, un temps de réponse en boucle ouverte du même ordre que la boucle fermée, et un découplage des variables commandées du système.

Pour atteindre cet objectif de performance, on prend une fonction de pondération w_p de la forme :

$$w_p = \frac{0.25p+0.5}{0.05p+0.025} \quad (4.4)$$

D'où la matrice des performances W_p aura la forme

$$W_p = w_p(p) \cdot I_{4 \times 4} \quad (4.5)$$

W_p est une fonction de pondération qui décrit les objectifs de performances, à partir de laquelle on déduit une borne sur la sensibilité constituant une spécification de performance, comme le montre la figure (4.5).

4.10 Résultats de l'application du μ -contrôleur

Si maintenant on considère le système incertain construit par la connexion des incertitudes structurées réunies avec le bloc Δ , alors le problème de la μ -synthèse consiste à concevoir un contrôleur K stabilisateur, en résolvant le *problème de minimisation* (4.6) suivant :

$$\min_{K \rightarrow stab} \|\mathcal{F}_b(P, K)\|_{\mu_{K \rightarrow stab}} \quad (4.6)$$

Ce qui revient à poser le problème de la μ -synthèse ainsi : on a le problème d'optimisation suivant

$$\min_{K \rightarrow stab} \left(\inf_{D, D^{-1} \in H_\infty} \|D \mathcal{F}_b(P, K) D^{-1}\|_\infty \right) \quad (4.7)$$

En appliquant l'algorithme de la '*D-K itération*', il est possible de développer un programme avec le logiciel Matlab (2013), pour synthétiser automatiquement un contrôleur K , qui est la solution (si elle existe) du problème d'optimisation posé par (4.7). La valeur μ est égale à 1.13, ce qui confirme que le contrôleur réussit à rencontrer les spécifications de performances et stabilité, comme peuvent le confirmer les figures (4.6) et (4.7), (4.8).

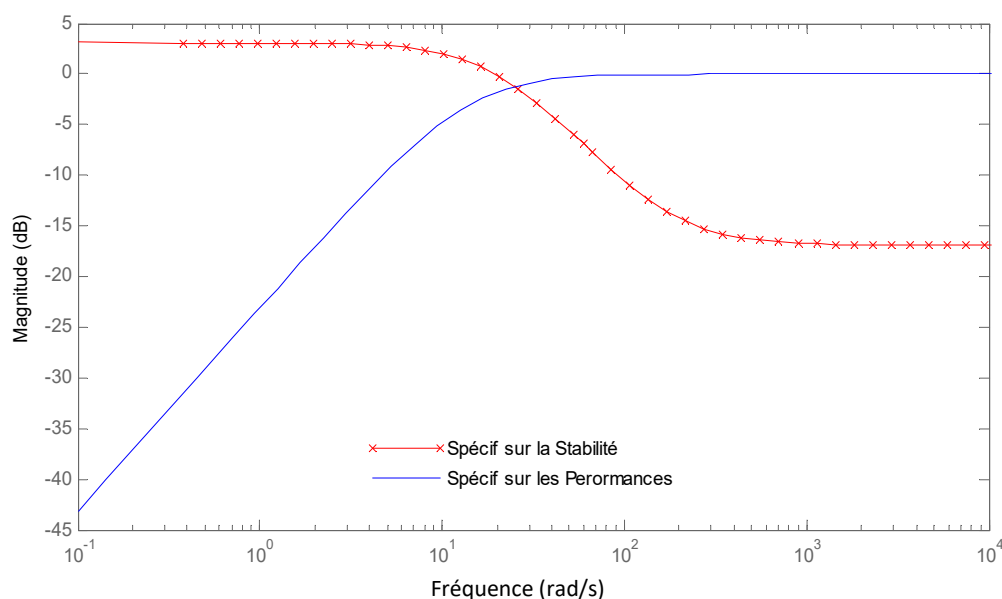


Figure 4.5 Spécifications sur les performances et la stabilité.

En effet, la figure (4.7), montre une nette amélioration de la réponse du système en boucle, dans le domaine fréquentiel c'est-à-dire que le μ -contrôleur est en mesure d'assurer un parfait découplage des quatre sorties de contrôle.

Cette constatation est appuyée par les résultats de la figure (4.6), qui montre que la réponse du système respecte les spécifications de performance et de stabilité.

Le nombre de conditionnement après contrôle, (proche de 1 en basse fréquence), révèle également un parfait découplage des réponses du système commandé comme le montre la figure (4.8).

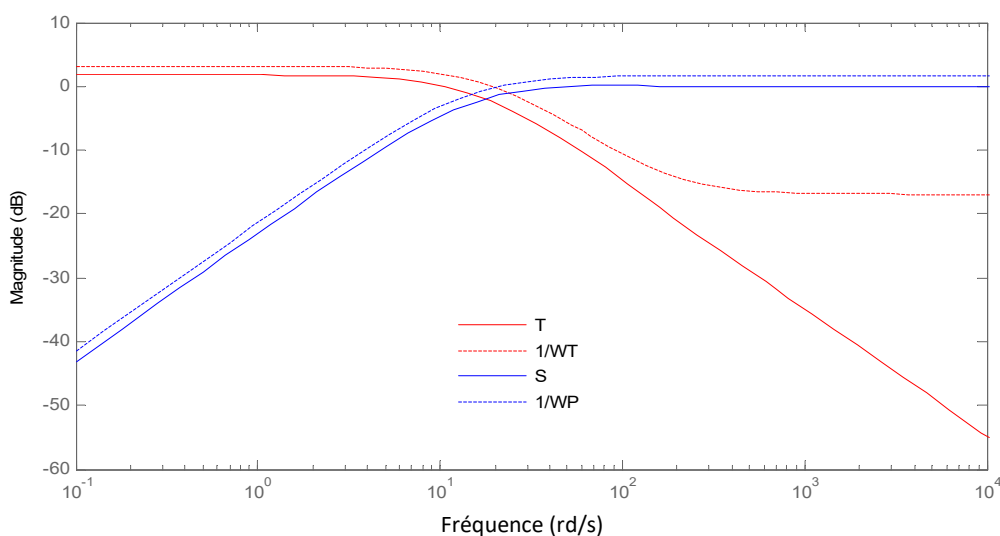


Figure 4.6 Gains principaux maximums du transfert en boucle fermée de la sensibilité et de la sensibilité complémentaire après l'application du μ -contrôleur.

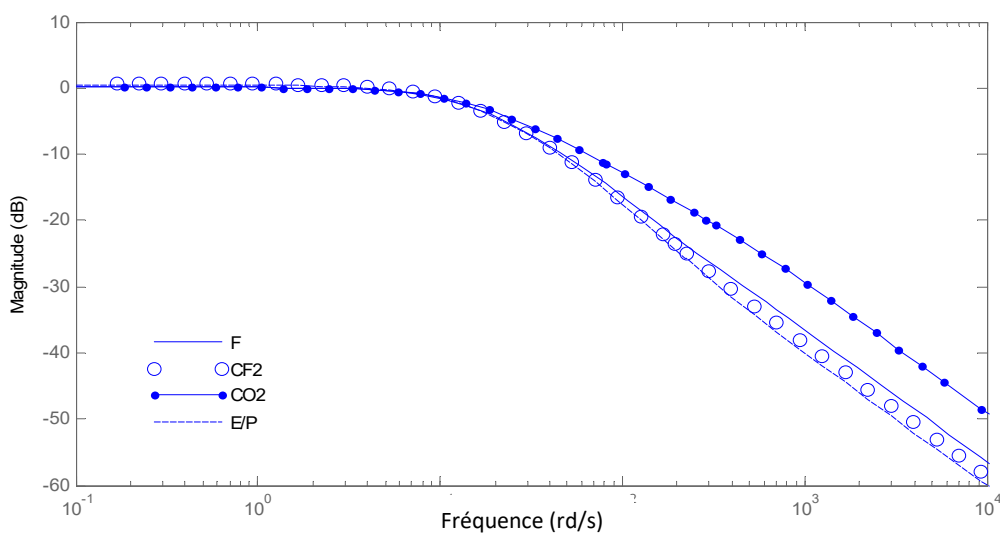


Figure 4.7 Gains principaux du réacteur RIE CF4/O2 après contrôle.

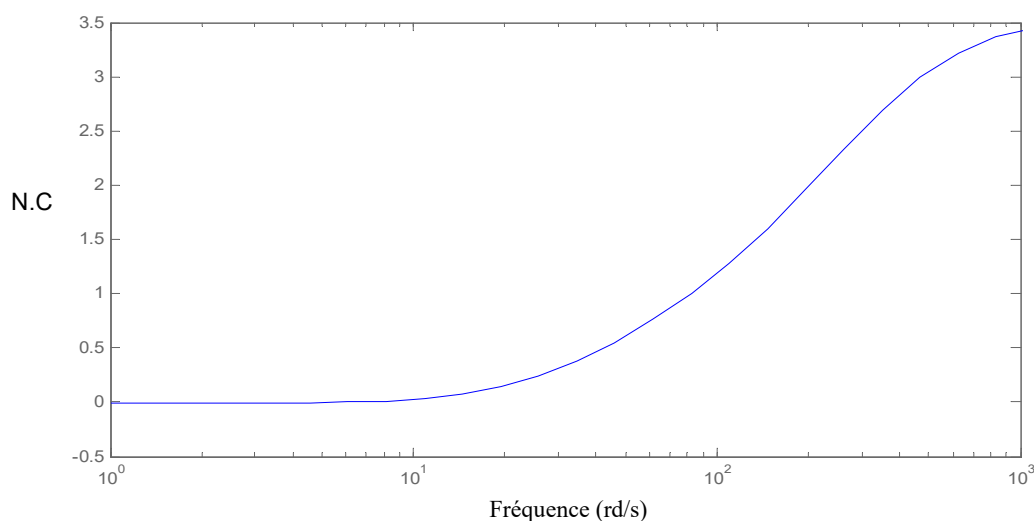


Figure 4.8 Nombre de conditionnement (N.C) après le μ -contrôle.

4.11 Conclusions

Rappelons que le but escompté par l'application de la μ -synthèse dans ce cas-ci est de proposer un bon contrôle du procédé de gravure du silicium, formé par le réacteur à plasma CF₄/O₂. Ce processus a déjà fait l'objet d'un contrôle révélant son très mal conditionnement, puisqu'il présentait un nombre de conditionnement atteignant 2300. D'où la difficulté que les auteurs ont trouvé à supprimer les interactions entre les différentes variables de contrôle où sorties commandés, se reflétant par des réponses oscillatoires couplées avec dépassement significatif dans le domaine temporel. L'une des principales caractéristiques de ce type de contrôle est l'utilisation du système sous sa description fréquentielle, permettant une utilisation plus flexible de la boucle fermée, par conséquent, les résultats de notre contrôle sont présentés dans le domaine fréquentiel. L'objectif était donc, l'illustration des étapes de synthèse d'un contrôleur par la μ -synthèse sur ce premier procédé industriel très mal conditionné, d'une part et d'autre part réussir à montrer, par le biais de cet exemple, l'aptitude du contrôle robuste multivariable abordé, à venir à bout des soucis de modélisation (dynamiques négligées et linéarisation) et de couplage des réponses du système (élimination des interactions existantes entre les variables de contrôle). Nous pouvons dire que nous avons réussi à synthétiser un contrôleur par la μ -synthèse sur ce premier procédé industriel très mal conditionné, d'une part et d'autre part nous avons montré, grâce à cet exemple, l'aptitude du contrôle robuste multivariable abordé, à faire face aux problèmes de modélisation (dynamiques négligées et linéarisation) et de couplage des réponses du système (élimination des interactions existantes entre les variables de contrôle).

B. Deuxième Procédé : Structure Industrielle

4.12 Introduction

Dans la deuxième partie de ce chapitre, on s'intéresse à la résolution d'un *problème particulier* de contrôle qui est celui du *contrôle actif des structures*, où il est question de renforcer les structures, afin de résister aux charges dynamiques auxquelles elles sont exposées, principalement en zone sismique, en leur fournissant une solution active qui leur permet de s'opposer à l'action du séisme lorsqu'il se produit.

Concrètement, pour employer la μ -synthèse sur ce type de problème, on étudie le modèle d'une structure en charpente métallique de trois étages, modélisées par le système masse-ressort-ammortissement et construite à l'échelle réelle en laboratoire sur une table vibrante pour simuler l'effet du séisme (Ding et al, 2013). Initialement, un actionneur de type ABS est placé au premier étage pour contrer le séisme vu que la déformation est maximale à cet étage, tandis qu'un capteur est placé au même étage pour la mesure des déplacements, ce qui constituera l'information utile à l'élaboration de l'action de contrôle (feedback).

Par la suite, compte tenu du coût élevé de la maintenance du matériel associé au contrôle actif des structures, nous testons différentes configurations de placement de la paire capteur/actionneur ainsi que différents vecteur de retour, pour l'évaluation de la meilleure disposition et le nombre optimal de capteurs/actionneurs qui conduit aux performances optimales.

4.13 Application de la μ -synthèse au contrôle des structures

D'après la théorie de la μ -synthèse exposée au deuxième chapitre, atteindre les objectifs de robustesse passe par la désensibilisation du système étudié aux différentes erreurs de modélisation auxquelles il peut être soumis. De ce fait, pour ce qui est des structures, il est question de considérer des modèles d'incertitudes qui tiennent compte d'éventuelles variations dans les coefficients du modèle de la structure, tel que la masse, la rigidité et l'amortissement et des erreurs dans le modèle de l'actionneur, ainsi que les inévitables bruits qui s'additionnent aux mesures effectuées. Tant dis que pour les objectifs de performance, il est question de minimiser la réponse de la structure (déplacements et accélérations maximums) à la sollicitation sismique et l'effort de contrôle fourni par l'actionneur pour atteindre cet objectif.

Tous ces objectifs, sont ensuite réinterprétés en un problème de contrôle connu sous le nom de *rejet de perturbations*, dans lequel l'impact des signaux de bruits et du séisme sur la structure doit principalement être minimisé. Ainsi pour pouvoir mettre en œuvre une commande par la μ -synthèse sur le système de la structure étudiée, il est impératif de passer par l'étape de construction de modèles des incertitudes auxquelles le système est soumis ainsi que les fonctions de pondération qui ont permis la formulation des objectifs fixés en un problème de contrôle adapté à l'application de la μ -synthèse.

4.13.1 Description des objectifs de contrôle

Les objectives de contrôle sont résumés dans Fig.4.9. Les entrées du modèle sont la perturbation sismique, f_2 et la force de l'actionneur, f_1 . Les sorties du modèle sont tour à tour les déplacements z_i et les vitesses \dot{z}_i des trois étages, avec $i = 1: 3$. Ainsi, nous, nous pouvons recenser deux sources de perturbations externes agissant sur l'entrée du système :

- L'excitation sismique modélisée par le filtre W_{dist} appelé filtre de **Kanai-Tajimi** (Kanai, 1957 et Tajimi, 1960) dont l'*entrée* est un **bruit blanc** et la *sortie* possède un **pic de fréquence** correspondant à l'énergie maximale d'un **ensemble de séismes** actives à proximité de la faille. Par conséquent, le signal de perturbation f_2 est modélisé par un signal normalisé d , pondéré par la fonction de transfert W_{dist} dont la forme est donné par Eq (4.8).

$$W_{dist} = \frac{\sqrt{S_0} \cdot (2z_g s + \omega_g^2)}{s^2 + 2z_g s + \omega_g^2} \quad (4.8)$$

avec $\omega_g = 37.3 \text{ rd/s}$, $z_g = 0.3$ et

$$S_0 = \frac{0.03 \text{ g}}{\pi \omega_g (4z_g^2 + 1)} \quad (4.9)$$

où ω_g est la fréquence naturelle du sol, z_g est le facteur d'amortissement du sol, et S_0 est un coefficient représentant le gain du filtre.

- Les bruits qui s'associent lors de la mesure des sorties contrôlées par les capteurs. Dans ce cas-ci, ils sont pondérés par une constante reflétant une réduction de l'effet du bruit sur les mesures par un taux de 1/100.

$$W_n = 0.01 \quad (4.10)$$

4.13.2 Choix des fonctions de pondération pour la traduction les objectifs de contrôle

Notons que dans une procédure de conception de contrôleurs dictée par une prise en compte des considérations pratiques réelles, toutes les fonctions de pondérations devraient dépendre de la fréquence pour mieux modéliser la plage d'action à privilégier, (du matériel utilisé comme pour le spectre des bruits d'un capteur). Néanmoins, les pondérations constantes possèdent quant à elle, l'avantage de réduire le nombre des états du modèle du système pondéré, une fois bouclé, ce qui peut constituer un problème majeur pour les méthodes de contrôle qui fournissent des contrôleurs à ordre élevé, comme le cas échéant de la μ -synthèse. En effet, la priorité dans ce cas, est plutôt d'utiliser des fonctions de transfert qui répondent aux exigences tout en possédant le poids le plus bas (ordre) car ça augmente directement l'ordre du contrôleur, qui lui-même sera soumis à une réduction d'ordre, comme on verra par la suite, pour faire en sorte que la commande soit réellement réalisable. Ainsi, pour exprimer les objectifs de contrôle les pondérations sont choisies de sorte que :

- Pour les objectifs de performance, la pondération W_p est choisi un filtre du premier ordre choisi pour imposer une réduction des déplacements de la structure de 80%, aux alentours de la fréquence fondamentale, ou les déplacements z_i des trois étages, correspondent aux sorties contrôlées.

$$W_p = \alpha \cdot \frac{\alpha}{s+\alpha} = 80 \cdot \frac{8.5}{s+8.5} \quad (4.11)$$

où $a = 8.5$ rd/s, représente la fréquence de coupure du filtre et $\alpha = 80$.

- L'approximation de la dynamique rajoutée par le dispositif de l'actionneur est modélisée par G_{act} , qui est une fonction de transfert du premier ordre reflétant le fonctionnement nominale de l'actionneur.

$$G_{act} = \frac{K_{act}}{T_{act}s+1} \quad (4.12)$$

avec

$$K_{act} = a_1, T_{act} = c/a_2 \cdot k \text{ où } a_1 = 20, a_2 = 10, k = 1500 \text{ et } c = 30000.$$

- Les différences entre le modèle d'approximation de l'actionneur et le dispositif physique réel est représentée par une famille de modèles, et ce en considérant 10% et 20% d'erreurs sur K_{act} et T_{act} respectivement. Ces incertitudes sont traitées comme une dynamique négligée.

Ces incertitudes sont représentées par une incertitude multiplicative en entrée du système et modélisée par la fonction de pondération W_{unc} , obtenue par une approximation graphique essai/erreur.

$$W_{unc} = \frac{0.38s - 0.5475}{s + 5.475} \quad (4.13)$$

- Pour limiter l'amplitude maximale de la force que peut atteindre l'actionneur et prendre compte des limitations purement mécanique du matériel de contrôle utilisé, nous utilisons une fonction de pondération constante W_{act} correspondant à une limite de force de (+/- 1000N).

$$W_{act} = 0.001 \quad (4.14)$$

4.14 Formulation des objectifs de contrôle en un problème de rejet de perturbations

Le but de ce contrôle étant d'assurer le rejet des perturbations, représentées par les signaux de bruits et par l'excitation sismique, il est donc question de minimiser la réponse de la structure face à ces signaux. Dans ce cas-là, le problème de contrôle correspondant est modélisé par le schéma de la figure (4.1), d'où on peut être établir ce qui suit :

- Les capteurs mesurent les déplacements bruités z_{1n} , z_{2n} , z_{3n} des trois étages de la structure, sur la base desquels le contrôleur fournit la force de commande f_1 qui sera appliquer via l'actionneur dont la fonction de transfert est G_{act}
- La force fourni par l'actionneur est pénalisée par un facteur de 0,001 sur toutes les fréquences, ce qu'on peut modéliser par une pondération constante $W_{act} = 10^{-3}$.
- La perturbation sismique est modélisée par un filtre du second ordre de Kanai Tajimi, pondéré par W_{dist} . Le signal de perturbation normalisé f_2 est appliqué à l'entrée du système.
- L'objectif de performance est pondéré par W_p , elle reflète l'atténuation de la perturbation sismique sur la structure par un facteur de 80 en-dessous de la fréquence de coupure 8.5 rd/s .

4.15 Modèle de simulation de la structure à contrôler

Pour la simulation numérique, le modèle de la structure à contrôler représente une structure en charpente simulant un bâtiment de trois étages avec un degré de liberté par étage, résultant en un total de trois degrés de liberté. La structure de ce bâtiment est de forme rectangulaire avec une surface de 4.5 m x 3 m par étage et avec une hauteur de 9 m.

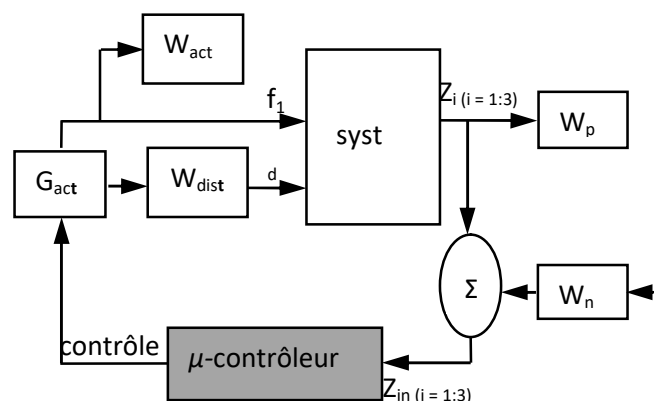


Figure. 4.9 Diagramme de l'interconnexion du modèle de la structure avec les fonctions de pondération (objectives de contrôle).

Pour la modélisation de cette structure, un système équivalent de trois masse-ressort-amortissement avec des caractéristiques identiques pour tous les étages est utilisé, comme c'est représenté dans la figure (4.10). La masse des trois étages étant identique, est égale à 1000kg, le coefficient de rigidité est également identique pour tous les étages et vaut 98000 KN/m. Le facteur d'amortissement est de 1.5%, ce qui correspond à un coefficient d'amortissement de 1407Nm/s^2 pour chaque étage. Les fréquences naturelles correspondent à 7.5, 22.5 et 37.5 rd/s pour les trois modes respectivement.

Les incertitudes paramétriques considérées concernent, l'amortissement (20%) et la rigidité (30%) des trois étages de la structure. Toutes variations dans ces paramètres affectent directement le calcul du modèle qui représente la structure, ce qui risque d'engendrer également un calcul erroné de la force de contrôle qui va contrer le séisme menant à une éventuelle inefficacité dans les conditions réelles d'implémentation du contrôleur.

Le deuxième type d'incertitudes inclus dans notre étude est directement lié à la nature de l'actionneur utilisé. Un actionneur ABS (Active Bracing System) est attaché entre le sol et le premier étage de la structure, là où la déformation induite par le séisme est maximale, et constitue l'élément actif à rajouter à la structure. Ce type d'actionneur exerce une force mécanique sur la structure induisant une dynamique non-négligeable qu'il est important de considérer dans le modèle du système à contrôler.

Une fonction de transfert du premier ordre est utilisée pour cet effet, seulement elle ne peut modéliser que le comportement nominal de l'actionneur.

Les différences entre le modèle d'approximation de l'actionneur et le dispositif physique réel est représentée par une famille de modèles, et ce en considérant 10% et 20% d'erreurs sur K_{act}

et T_{act} respectivement. Les variations dans ces paramètres sont traitées comme une dynamique négligée modélisée par une incertitude multiplicative en entrée du système. La mesure des déplacements et des vitesses des trois étages $z_{i=1:3}$ est utilisée dans la boucle de contrôle, en d'autres termes elle représente l'objectif de contrôle.

4.16 Contrôle actif du modèle de la structure par la μ -synthèse.

A l'aide du logiciel Matlab (2013), nous avons développé des contrôleurs par le biais de l'algorithme de la *D-K itération* pour résoudre le problème de la μ -synthèse dans le cadre du contrôle actif de la structure décrite dans le paragraphe précédent. Notre objectif est donc de synthétiser des correcteurs, en utilisant la théorie de la μ -synthèse. On attend de ces correcteurs, non seulement de réduire la sensibilité de la structure aux perturbations externes, le cas échéant une charge sismique produisant des accélérations qui peuvent conduire à sa destruction, mais également de minimiser l'effet des perturbations internes provenant des incertitudes paramétriques et dynamiques (incertitudes mixtes) liées aux erreurs de modélisation qui peuvent agir simultanément en différents points du processus de contrôle, risquant de compromettre les objectifs de performances.

D'un point de vue pratique, l'idéal est d'employer le moins de matériels possibles, notamment de capteurs et d'actionneurs principalement de type ABS, en raison du coût élevé de sa maintenance pour un événement qui ne se produit que hasardeusement. Ainsi, il est nécessaire de chercher la meilleure configuration d'actionneurs et de capteurs, faisant par exemple faire varier leurs nombres et leurs emplacements, pour trouver la combinaison optimale qui conduit aux performances désirées. Ceci étant, pour le contrôle actif des structures les objectifs de performance visent bien évidemment l'atténuation des vibrations induites par le séisme mais pour le minimum de moyens investis pour que la solution de ce problème ne soit trop complexe et surtout qu'elle soit effectivement réalisable. Ce qui peut nous mener à résumer les objectifs en la recherche d'un bon compromis entre réduction de la réponse de la structure à la sollicitation sismique et limitation de l'effort de contrôle produit à cet effet.

Pour ce tout contrôleur- μ obtenu est testé pour vérifier son aptitude à atteindre les objectifs désirés, ce qui revient à déterminer la valeur $\text{ssv } \mu$ du gain de boucle réalisé par le transfert du modèle reliant les perturbations à la sortie mesurée, aussi bien pour le cas du système nominal que le cas du système perturbé. Si les bornes de μ sont inférieures à un, on pourra confirmer la robustesse des performances de ce contrôleur.

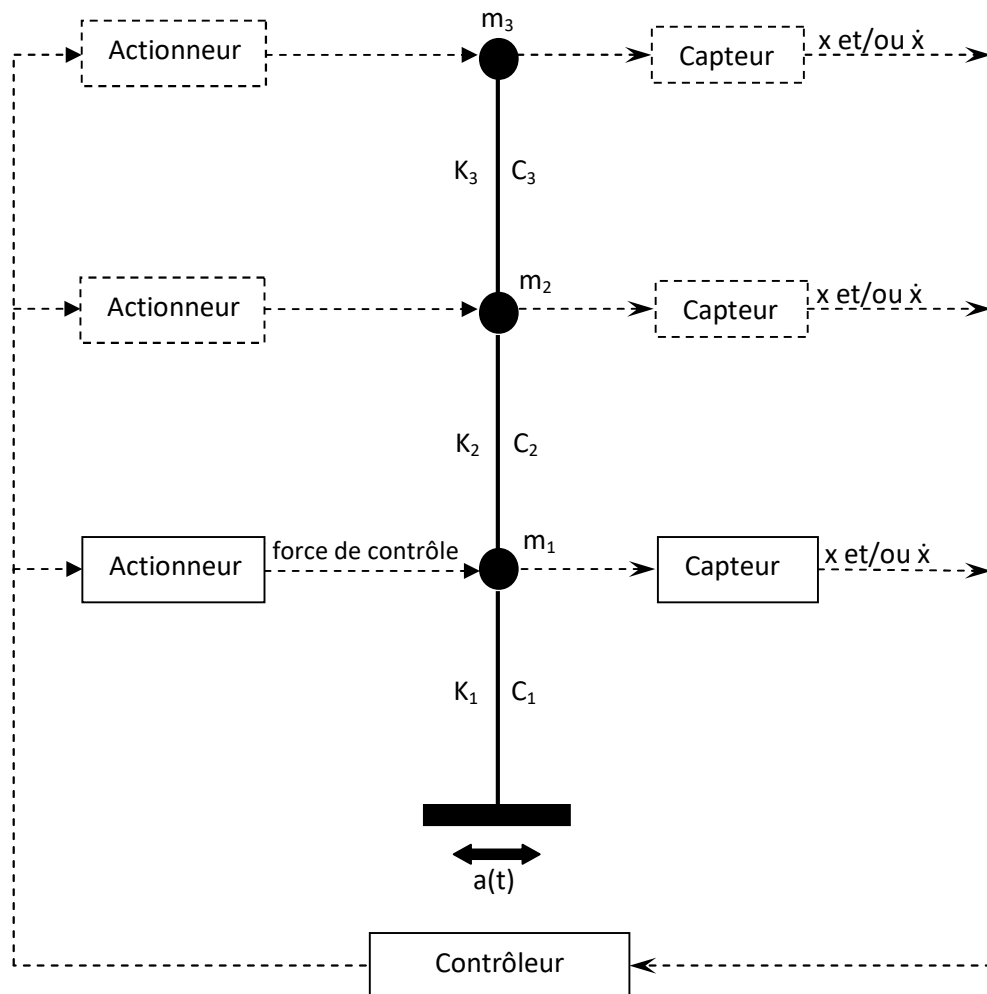


Figure 4.10 Système masse-ressort-amortissement

A cet effet, nous abordons ce problème suivant plusieurs configurations impliquant différentes positions et types de capteurs, et par conséquent on fait varier le vecteur de sortie mesurée pour le même emplacement de l'actionneur ABS, car dans le cas des structures non flexibles, l'endroit idéale pour placer l'actionneur est indiscutablement l'étage où l'énergie de déformation est la plus importante.

Il faudra par la suite comparer les performances de chacun des contrôleurs résultants afin de déterminer la meilleure configuration capteurs/actionneur qui conduira aux performances optimales désirées. Ainsi, trois configurations particulières sont retenues pour l'élaboration de la commande, en changeant l'emplacement des capteurs aboutissant à chaque fois à un vecteur de sorties mesurées différent, pour fournir un contrôleur multivariable.

Pour ce qui est des incertitudes paramétriques, nous considérons à chaque fois que ce sont la rigidité et l'amortissement des trois étages qui sont concernés par les incertitudes.

Ceci dit on tient compte des incertitudes sur les rigidités à travers les paramètres k_1, k_2, k_3 , et l'amortissement à travers les paramètres c_1, c_2, c_3 .

Les configurations impliquant à chaque fois différentes possibilités de mesures de la sortie commandée sont les suivantes :

1. Première configuration :

- *Capteurs* : mesure des déplacements de chaque étage;
- *Actionneur* : placé au 1^{er} étage;
- *Contrôleur résultant* : μ_Cont1

Le vecteur de mesure constitué par le déplacement des trois étages représente le vecteur d'entrée du contrôleur, tandis que la force appliquée par l'actionneur, placée au premier étage ou l'énergie de déformation est la plus importante, constitue sa sortie.

2. Deuxième configuration :

- *Capteurs* : mesure de la vitesse de chaque étage
- *Actionneur* : placé 1^{er} étage.
- *Contrôleur résultant* : μ_Cont2

Le vecteur de mesure constitué par les vitesses représente le vecteur d'entrée du contrôleur, tandis que la force appliquée pour contrer le séisme est fourni par un seul actionneur placé au dernier étage ou le déplacement est le plus important, constitue sa sortie.

3. Troisième configuration :

- *Capteurs*: trois déplacements et trois vitesses (vecteur d'état)
- *Actionneurs* : placé au 1^{er} étage
- *Contrôleur résultant* : μ_Cont3

La mesure constitué par les déplacements ainsi que les vitesses des trois étages, représente le vecteur d'entrée du contrôleur (vecteur d'état), tandis que sa sortie est une force fournie par un actionneur placé au premier étage là où l'énergie de déformation est la plus importante.

4.17 Résultats de simulation

Dans ce qui suit, on utilise le filtre de Kanai-Tajimi, représenté dans le domaine fréquentiel et temporel par les figures (4.11) et (4.12), respectivement, pour simuler l'effet d'un ensemble de séismes réels. Pour l'évaluation des performances des trois μ -contrôleurs synthétisés, en plus de la représentation temporelle de la réponse de la structure à la sollicitation sismique avant et après contrôle, nous faisons également appel à un indice de performance très utilisé

dans le contrôle actif des structures, qui est la racine de la moyenne des carrés de la réponse, appelée *valeur RMS (Root Mean Square)*.

Ainsi, pour toutes les simulations, l'excitation sismique est introduite sous forme d'un filtre de **Kanai-Tajimi**, dont l'entrée est un bruit blanc et la sortie possède un pic de fréquence correspondant à l'énergie maximale d'un ensemble de séismes réels, agissant à proximité de la faille.

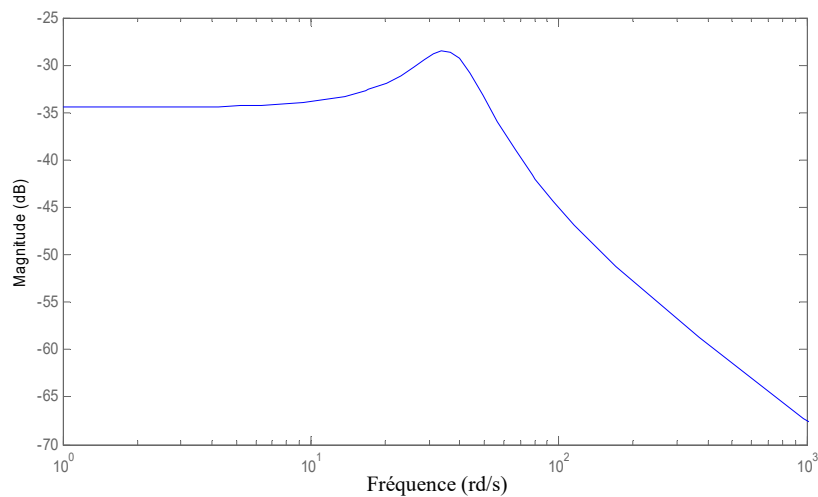


Figure 4.11 Représentation fréquentielle du filtre de KanaiTajimi.

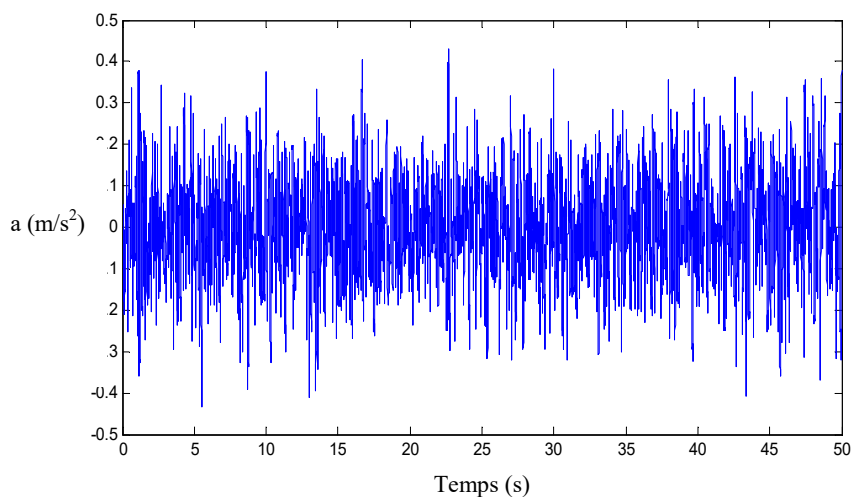


Figure 4.12 Représentation temporelle du filtre de KanaiTajimi.

4.17.1 Première configuration : contrôleur résultant μ_Cont1

Les figures (4.13), (4.14) et (4.15) montrent les réponses temporelles de l'inter-déplacement du premier, deuxième et troisième étage, respectivement obtenus en utilisant le modèle nominal de la structure avant et après contrôle par μ_Cont1 . A partir de ces figures, nous pouvons aisément voir que μ_Cont1 est parfaitement en mesure de faire face aux vibrations induites par la perturbation causée par le séisme sur la structure assez rapidement. Les réponses de la structure sont réduites avec une moyenne de 69% d'atténuation de l'inter-déplacement des trois étages de la structure, comme on peut le voir clairement dans la Figure (4.16), représentant les valeurs RMS des réponses des trois étages, suite à l'utilisation du modèle nominale de la structure.

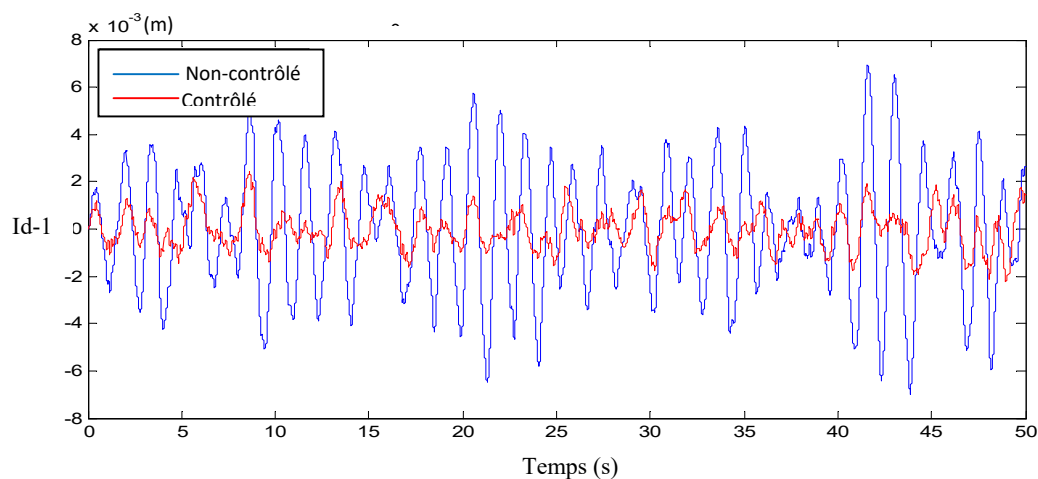


Figure 4.13 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage Id-1 réalisé par μ_Cont1 sur le modèle nominale de la structure.

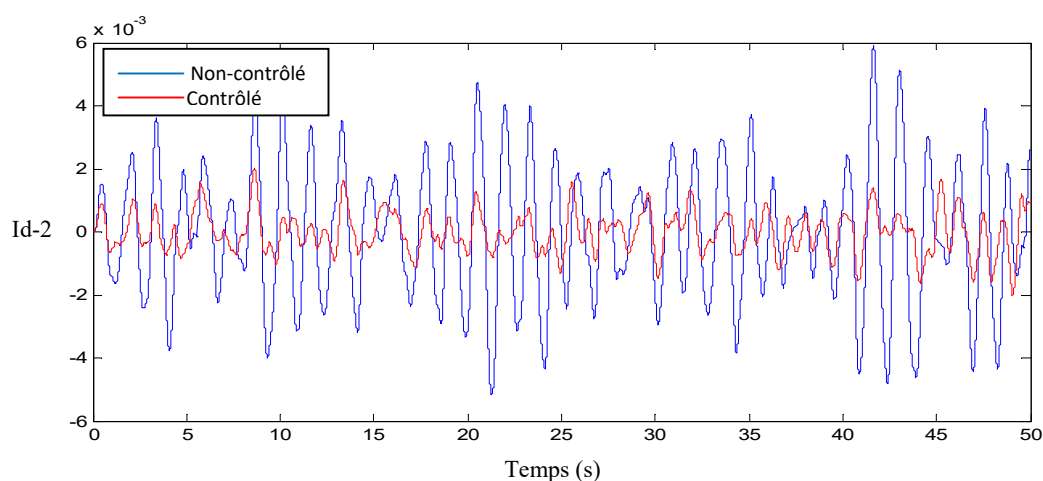


Figure 4.14 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du deuxième étage Id-2 réalisé par μ_Cont1 sur le système nominal.

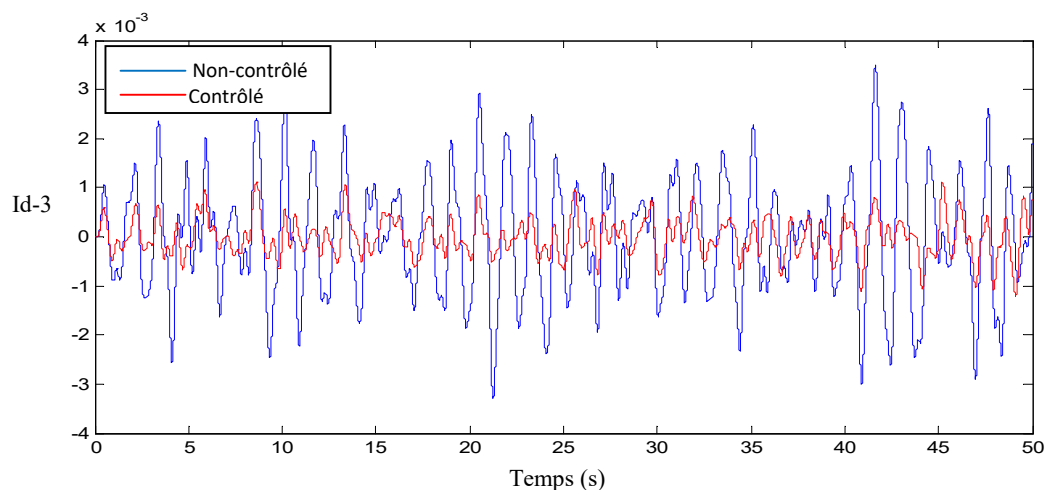


Figure 4.15 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du troisième étage Id-3 réalisé par μ_Cont1 sur le modèle nominale de la structure.

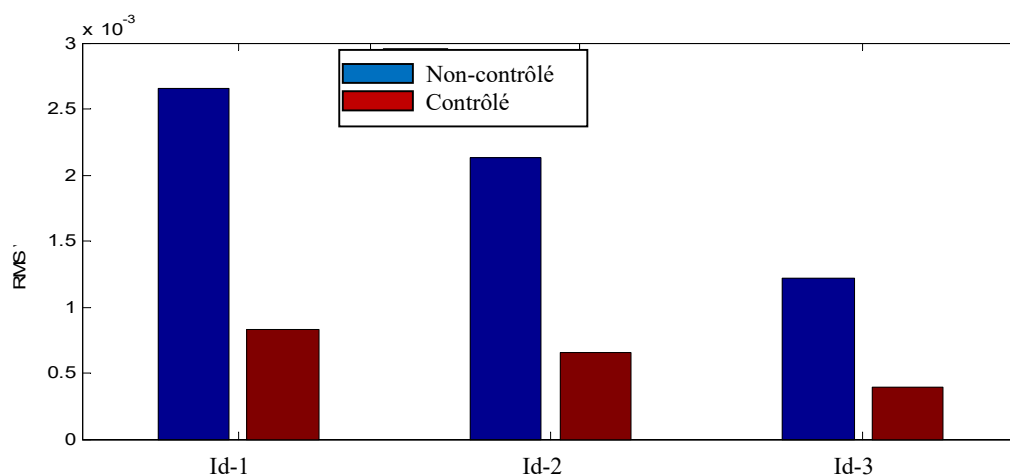


Figure 4.16 Valeurs RMS de l'inter-déplacement des trois étages obtenues par μ_Cont1 sur le modèle nominale de la structure : Id-1 (68, 67%), Id-2 (68,96 %), Id-3(67, 61%).

Les valeurs RMS de l'inter-déplacement des trois étages sont représentées dans un même graphe, figure (4.16), pour mieux apprécier la réduction obtenue par le contrôleur μ_Cont1 . Pour ce qui est du coût de l'action à fournir pour atteindre les performances désirées, le gain du transfert en boucle fermée qui relie la perturbation (séisme) à la commande (effort de contrôle F) est calculé puis représentée dans le domaine temporel dans la figure (4.17). Par conséquent, on peut voir que le coût produit par μ_Cont1 afin d'atteindre les performances souhaitées, n'excède pas un maximum de 395 N. Ceci s'explique par le fait d'avoir introduit une limitation de l'effort réalisé par l'actionneur imposé par le matériel utilisé, et exprimé par la pondération qui impose de ne pas dépasser un seuil de 1000N.

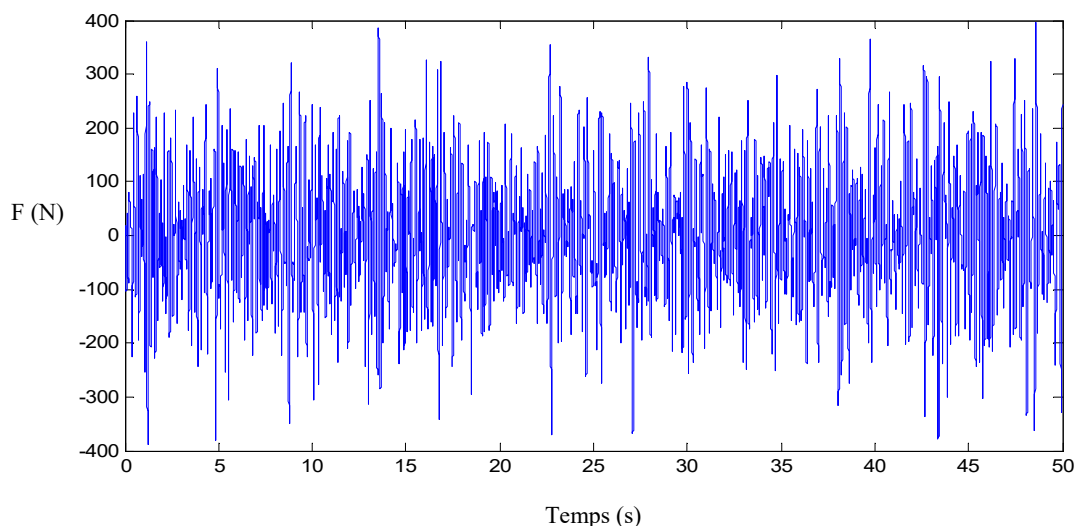


Figure.4.17 Force de contrôle F réalisée par μ_Cont1 .

La figure (4.19) représente la réponse temporelle de l'inter-déplacement du premier étage obtenu par le contrôleur μ_Cont1 pour le système nominale et perturbé du modèle de la structure pour lequel les incertitudes atteignent les valeurs les plus défavorables (worst-case). Nous pouvons aisément constater que le contrôleur μ_Cont1 est effectivement robuste, vu qu'il parvient à garder des réponses très proches aussi bien dans le cas nominal que très perturbé. En d'autres termes, il garantit le maintien des mêmes performances en cas d'écart considérable dans les valeurs de la rigidité et de l'amortissement de la structure, atteignant jusqu'à $k_1 = 78400 \text{ KN/m}$, $k_2 = 78400 \text{ KN/m}$ et $k_3 = 78400 \text{ KN/m}$, pour la rigidité et $c_1 = 1764 \text{ N.m/s}^2$, $c_2 = 1764 \text{ N.m/s}^2$, $c_3 = 1764 \text{ N.m/s}^2$, pour l'amortissement. En effet, la valeur de μ correspondant à la réponse de la structure en boucle fermée du transfert reliant la perturbation à l'inter-déplacement du premier étage étant égale à 0.8159, elle est donc inférieure à 1 garantissant la robustesse du contrôleur μ_Cont1 , comme on peut voir dans la Figure (4.18).

Comme le contrôleur μ_Cont1 généré par l'application de la μ -synthèse présente un ordre élevé de 35, la procédure de synthèse est poursuivie par une étape de réduction d'ordre du modèle par une méthode appelée 'Balanced Realisation', qui permet de fournir un contrôleur d'ordre moins élevé sans dégrader les performances du contrôleur initial.

La figure (4.20) montre les performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur μ_Cont1 réduit, il est aisé de constater qu'à partir d'un ordre égal à 14, le contrôleur μ_Cont1 réduit est en mesure d'atteindre le même niveau de performance.

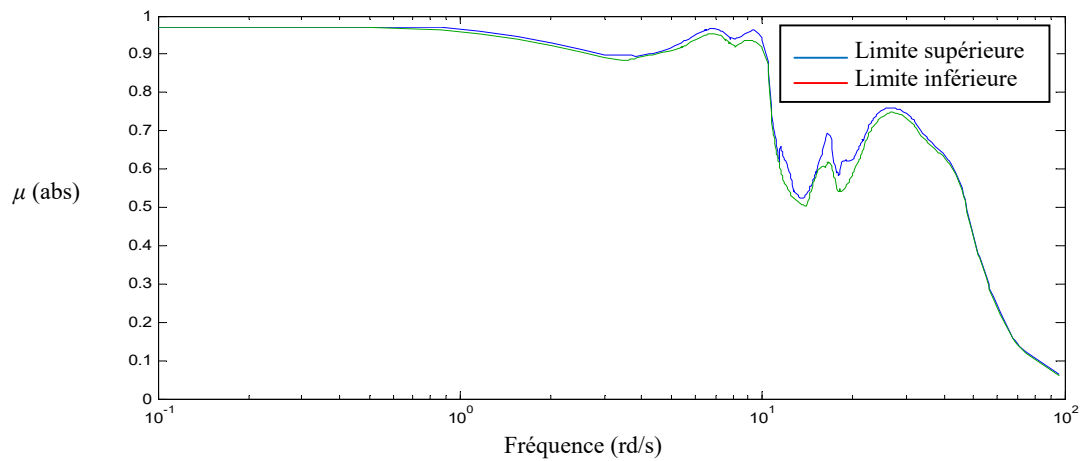


Figure 4.18 Performance robuste obtenue suite à l'application de la μ -analyse.

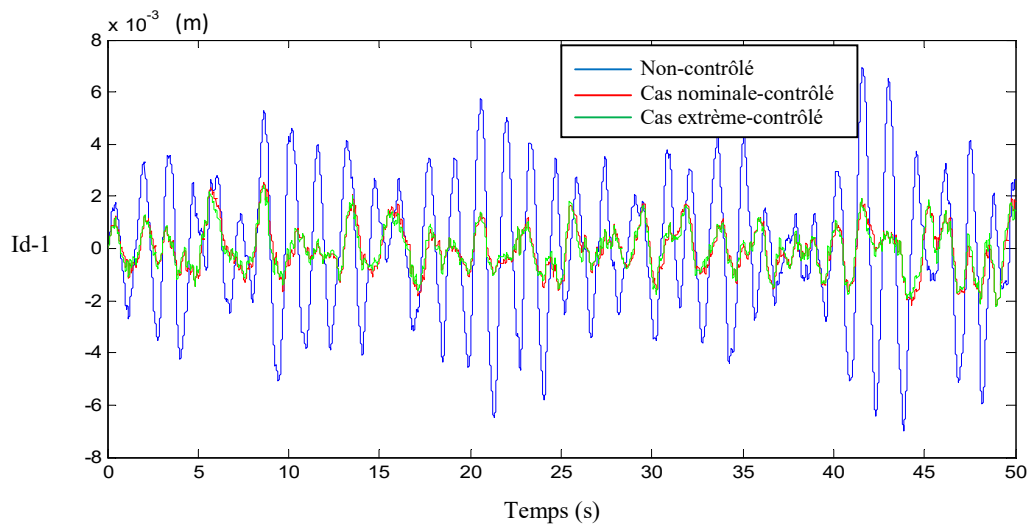


Figure 4.19 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage dans le cas du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont1 . (Cas d'incertitudes extrêmes).

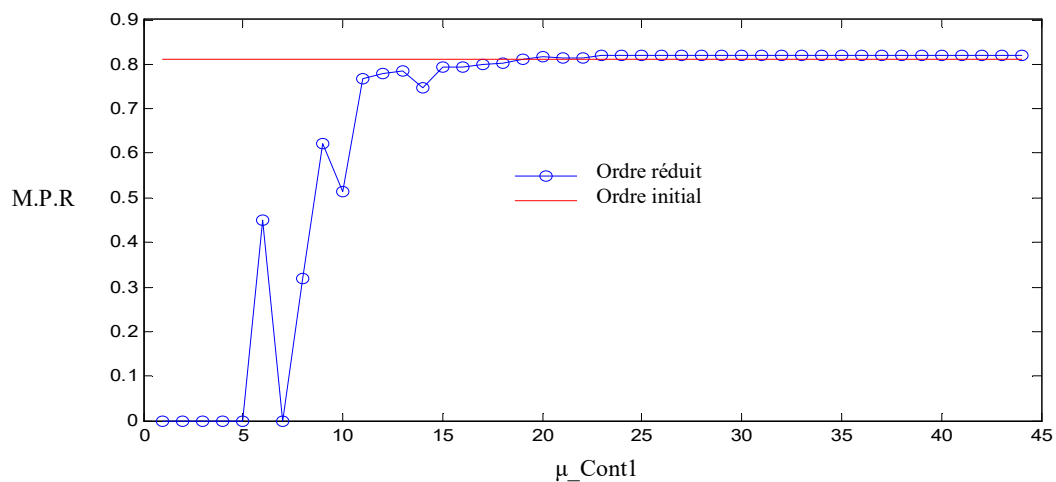


Figure 4.20 Approximation de l'ordre du contrôleur μ_Cont1 en fonction des marges performance robuste (M.P.R.).

4.17.2 Deuxième configuration : contrôleur résultant μ_Cont2

Les figures (4.22) et (4.23) montrent les réponses temporelles de l'inter-déplacement et de l'accélération et du premier étage obtenus en utilisant le modèle nominal de la structure avant et après application de μ_Cont2 . A partir de ces figures, nous pouvons aisément voir que le contrôleur est parfaitement en mesure de faire face aux vibrations induites par la perturbation assez rapidement. Les réponses de la structure sont considérablement réduites réalisant aux alentours de 78% d'atténuation pour le déplacement et 41% pour l'accélération concernant le premier étage de la structure.

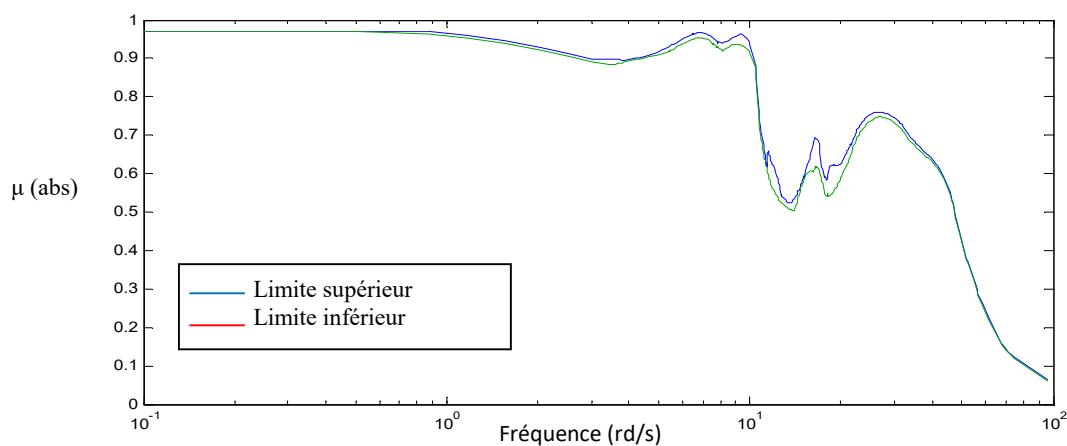


Figure 4.21 Performance robuste du μ_Cont2 obtenue par la μ -analyse.

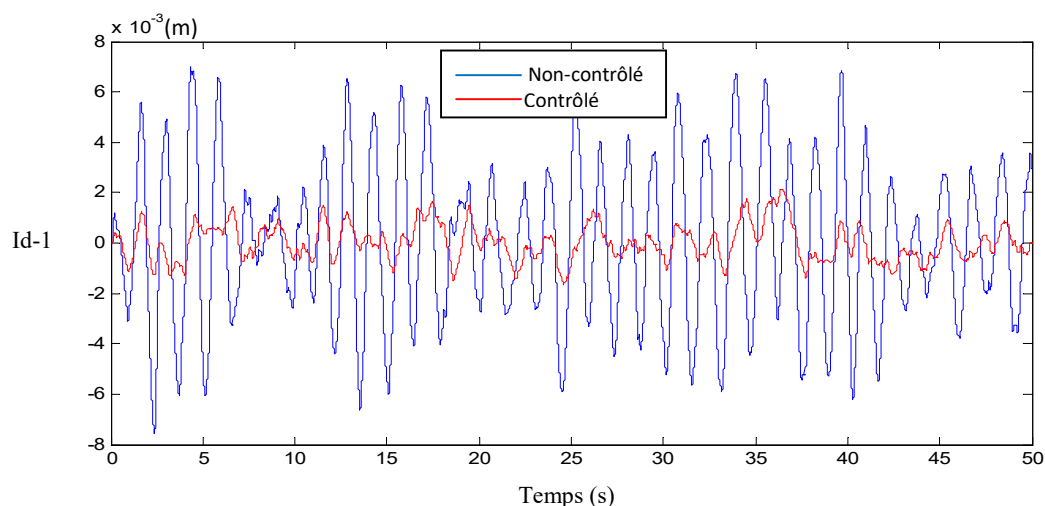


Figure 4.22 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage du modèle nominale de la structure avant et après application de μ_Cont2 .

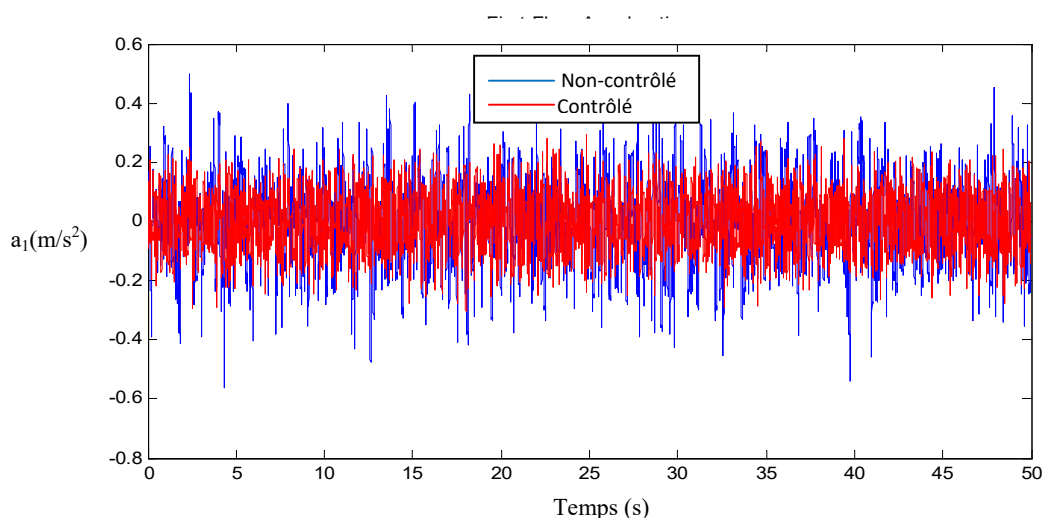


Figure 4.23 Représentation temporelle de l'accélération du premier étage du modèle nominal de la structure avant et après application de μ_Cont2 .

Les valeurs RMS des déplacements et des accélérations des trois étages obtenues grâce au contrôleur μ_Cont2 sur le modèle nominal de la structure sont résumées dans TAB 1, avant et après contrôle. Ces valeurs montrent que la totalité des réponses de la structure sont considérablement atténuées. .

La figure (4.24) représente la réponse temporelle de l'inter-déplacement du premier étage obtenu par le contrôleur μ_Cont2 pour le cas nominal et perturbé du modèle de la structure pour lequel les incertitudes atteignent les valeurs les plus défavorables (worst-case). Nous pouvons clairement voir que le μ -contrôleur μ_Cont2 est vraiment robuste puisqu'il est parvenu à garder des réponses étroitement similaires dans les deux cas permettant ainsi le maintien des mêmes performances en cas de dégradation sévères de la rigidité et de l'amortissement de la structure. En effet, puisque la valeur μ correspondant à la réponse de la structure en boucle fermée du transfert reliant la perturbation à l'inter-déplacement du premier étage, est égale à 0.9821, voir figure (4.21), elle est proche de 1 prouvant les performances robustesses obtenues par le contrôleur μ_Cont2 .

Pour ce qui est du coût de l'action à fournir pour atteindre les performances désirées, le gain du transfert en boucle fermée qui relie la perturbation (séisme) à la commande (effort de contrôle) est calculé puis représentée dans le domaine temporel dans la Figure (4.25). Par conséquent, on peut voir que le coût produit par μ_Cont2 afin d'atteindre les performances souhaitées, n'excède pas un maximum de 549 N.

Ce qui correspond parfaitement à la limitation de l'effort fournit par l'actionneur exprimé par la pondération qui impose de ne pas dépasser un seuil limitée à 1000N.

Tab 4.1. Valeurs RMS des déplacements et accélérations inter-étage des trois étages avant et après le contrôle par μ_Cont2 appliqué sur le modèle nominale de la structure.

	RMS Avant Contrôle		RMS Après μ_Cont2	
	Id	Accl	Id	Accl
1 ^{er} Etage	$3,1 \cdot 10^{-3}$	0,1435	$5,530 \cdot 10^{-4}$	0.0857
2eme Etage	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,1638	$4,708 \cdot 10^{-4}$	0.1046
3éme Etage	$1,4 \cdot 10^{-3}$	0,184	$5,2985 \cdot 10^{-4}$	0.104

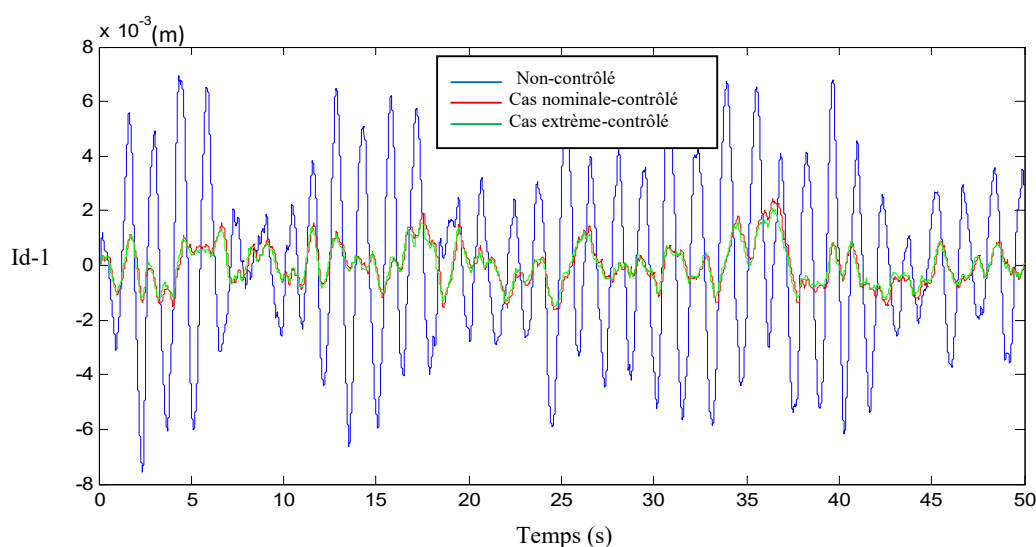


Figure 4.24 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage dans le cas du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont2 . (Incertitudes extrêmes).

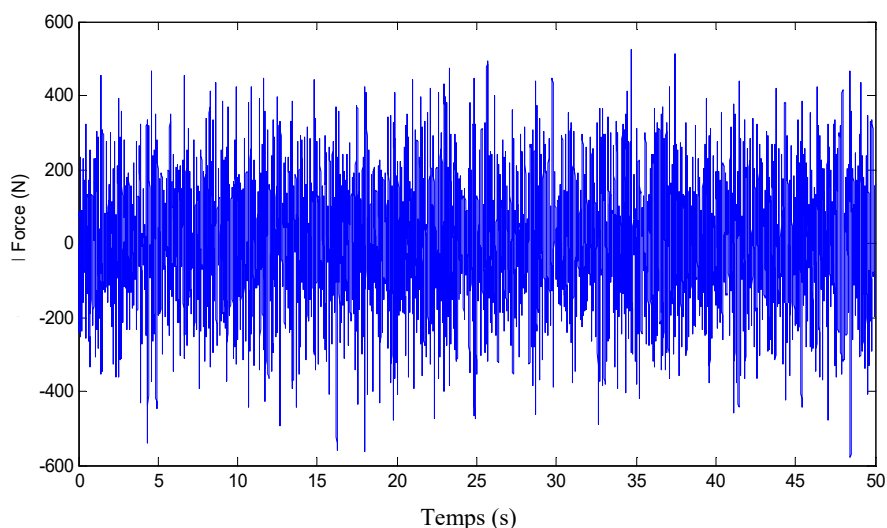


Figure 4.25 L'effort de contrôle produit par le contrôleur μ_Cont2 .

Le contrôleur μ_Cont2 généré par l'algorithme de la DK-itération présente un ordre de 30, ce qui d'un point de vue pratique est un inconvénient que l'on surmonte en poursuivant la procédure de synthèse par une technique de réduction d'ordre du modèle, appelé 'Balanced Realisation', permettant de diminuer l'ordre du contrôleur sans dégrader ses performances. La figure (4.26) montre les performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur μ_Cont2 réduit, il est aisé de constater qu'à partir d'un ordre égale à 9, le contrôleur μ_Cont2 réduit est en mesure d'atteindre le même niveau de performance, (l'ordre 12 fournit également des performances similaires au contrôleur initial qui a un ordre de 30).

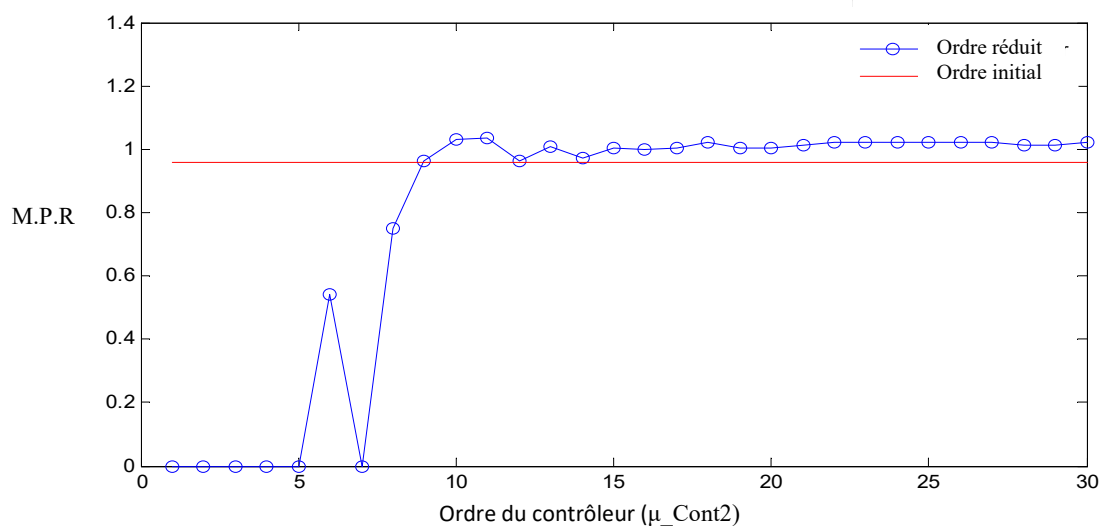


Figure 4.26 Approximation de l'ordre du contrôleur μ_Cont2 en fonction des marges de performance robuste.

4.17.3 Troisième configuration : contrôleur résultant μ_Cont3

La figure (4.27) montre les réponses temporelles de l'accélération et de l'inter-déplacement du premier étage, suite à l'application de μ_Cont3 en utilisant le modèle nominal de la structure. A partir de ces figures, nous pouvons constater que le contrôleur réduit considérablement les vibrations induites par le séisme. Les réponses de la structure sont réduites à un très bon pourcentage, avoisinant les 80%, %79 et 75% d'atténuation pour l'inter-déplacement du premier, deuxième et troisième étage respectivement. Tant dis que la réduction atteint 40%, 33% et 38% pour les accélérations du premier, deuxième et troisième étage respectivement comme on peut l'apprécier dans les figures (4.28) et (4.29) représentant les valeurs *RMS* de ces réponses.

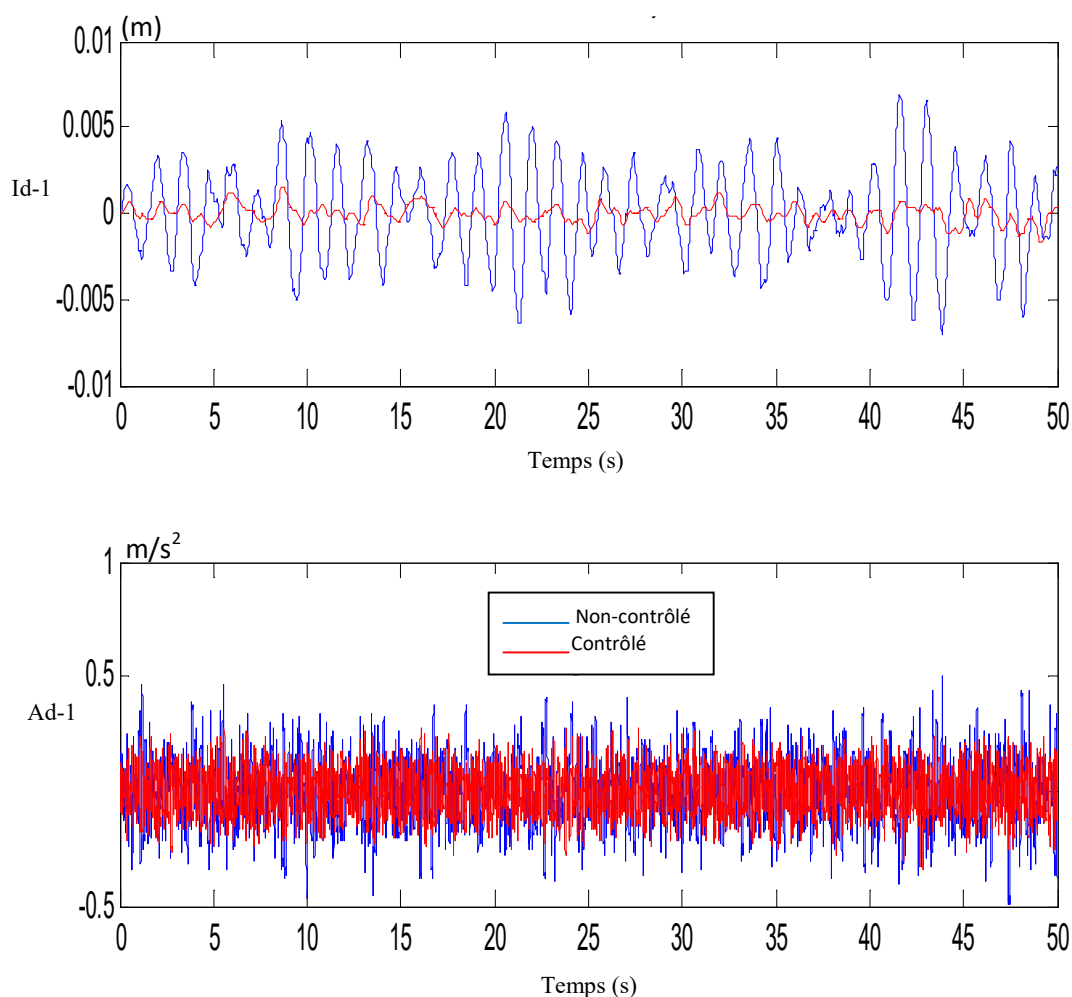


Figure 4.27 Représentation temporelle de l'inter-déplacement (Id-1) et de l'accélération (Ad-1) du premier étage avant et après application de μ_Cont3 sur le modèle nominale de la structure.

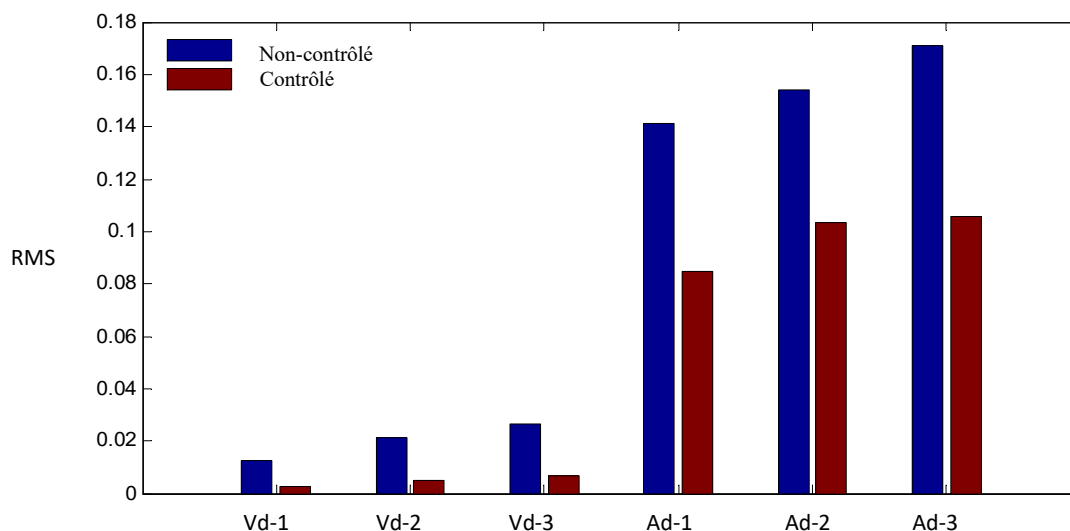


Figure 4.28 Valeurs RMS des vitesses (Vd) et des accélérations (Ad) des trois étages obtenues par l'application de μ_Cont3 sur le modèle nominale de la structure.

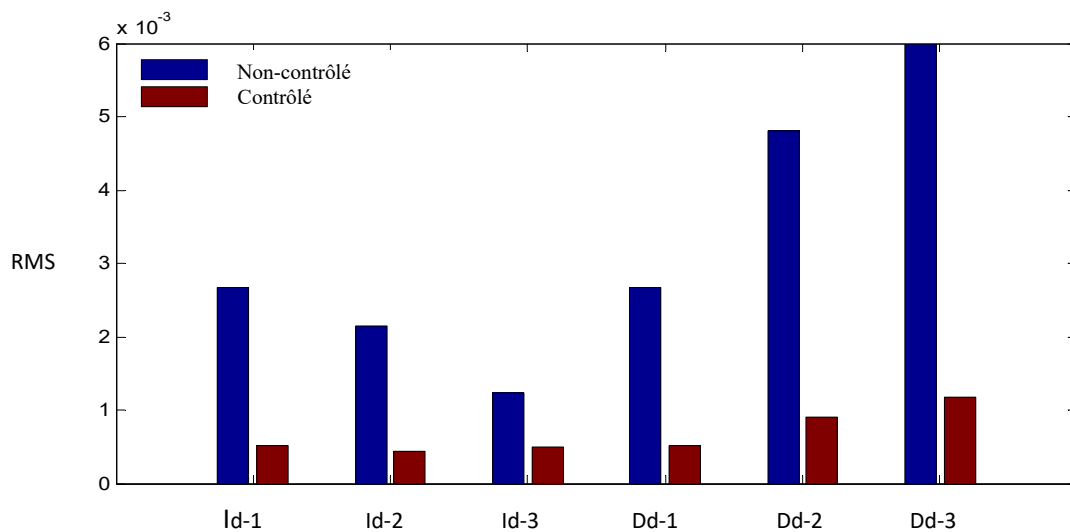


Figure 4.29 Valeurs RMS de l'inter-déplacement (Id) et des déplacements (Dd) des trois étages obtenues par l'application de μ_Cont3 sur le modèle nominale de la structure.

Les figures (4.32), (4.33) et (4.34) représentent les réponses temporelles de l'inter-déplacement du premier, deuxième et troisième étage obtenu par l'application du contrôleur μ_Cont3 sur le modèle nominal et perturbé de la structure, pour lequel les incertitudes atteignent les valeurs les plus défavorables (worst-case).

Il est clair que le μ -contrôleur μ_Cont3 est robuste, puisque qu'il a réussi à réaliser des réponses très satisfaisantes et surtout sans détérioration aussi bien sur le modèle nominale et perturbé de la structure, permettant des performances similaires même en cas d'incertitudes extrêmes sur la rigidité et l'amortissement de la structure. Ceci étant, la valeur μ correspondant à la réponse de la structure en boucle fermée du transfert reliant la perturbation au vecteur de sortie est égale à 1.21, voir Figure (4.30). Elle est aux alentours de 1, exprimant la robustesse du contrôleur μ_Cont3 et sa capacité à remplir la majorité, soit une grande partie des exigences du cahier des charges en dépit des perturbations.

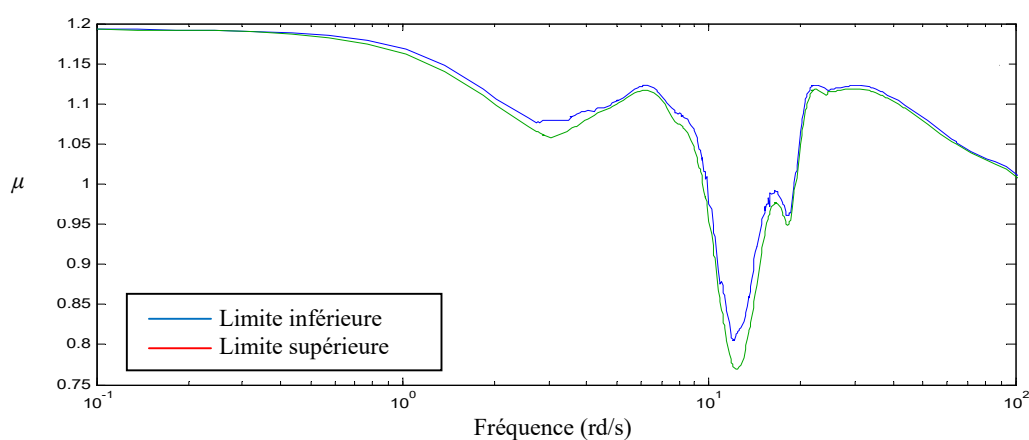


Figure 4.30 Performances robustes obtenues par μ_Cont3 .

La Figure (4.31) montre le coût de l'action fourni par μ_Cont3 pour atteindre les performances réalisées dans les paragraphes précédents, où il est question de représenter le gain du transfert en boucle fermée qui relie la perturbation (séisme) à la commande (effort de contrôle) dans le domaine temporel. On peut voir que le coût produit par μ_Cont3 pour atteindre les performances désirées, nécessite une force maximum de 763.47 N. Ceci répond tout à fait à l'exigence de la limitation de l'effort de contrôle, imposé par des contraintes pratiques liées au matériel utilisé (actionneur ABS), exprimé par une pondération qui impose de ne pas excéder une limite de 1000N.

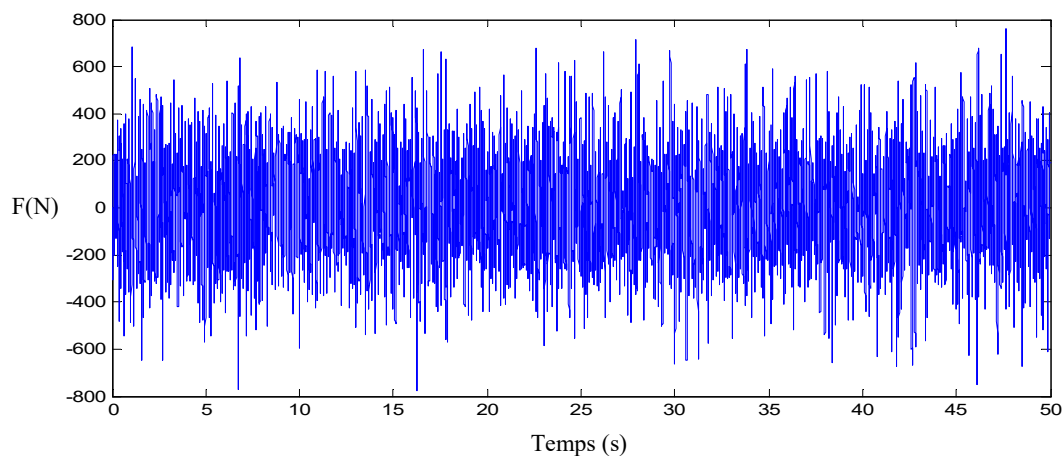


Figure 4.31 L'effort de contrôle (F) produit par le contrôleur μ_Cont3 .

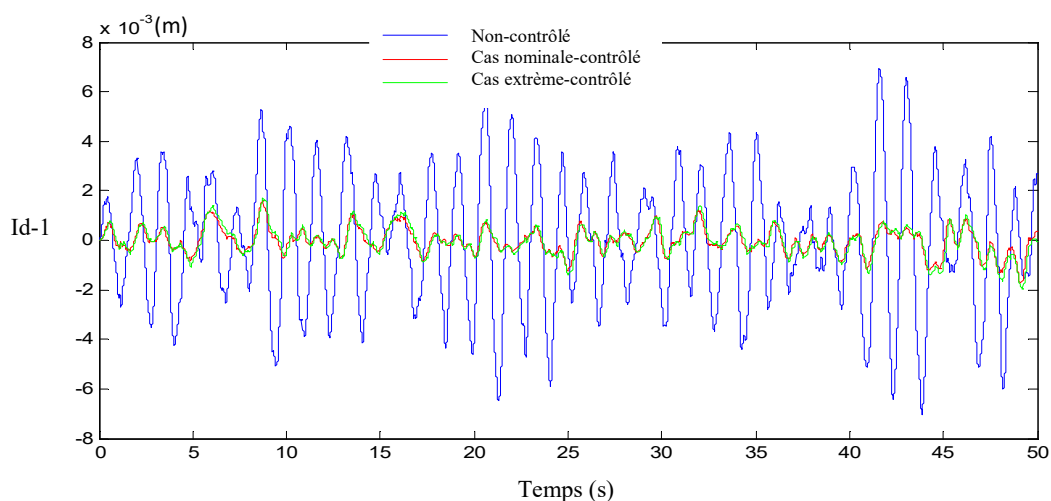


Figure 4.32 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du premier étage ($Id-1$) du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont3 (incertitudes extrêmes).

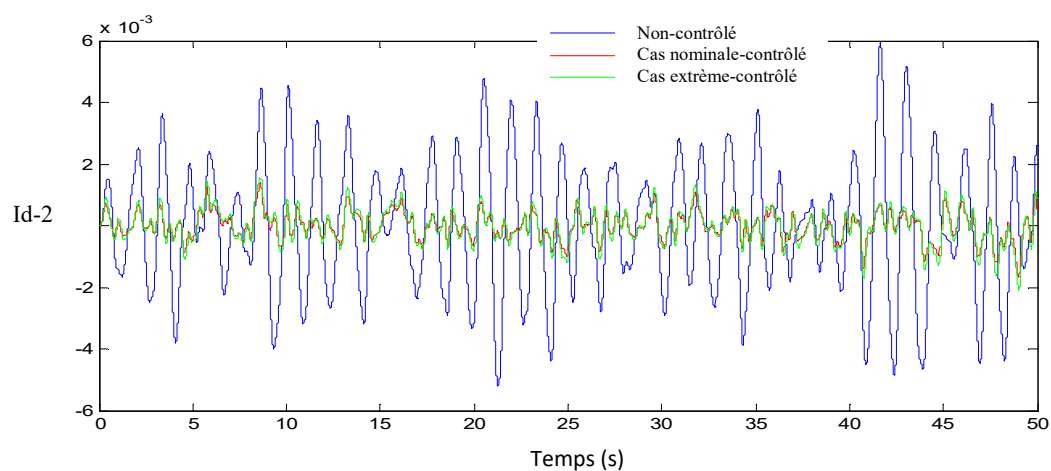


Figure 4.33 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du deuxième étage ($Id-2$) du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont3 (incertitudes extrêmes).

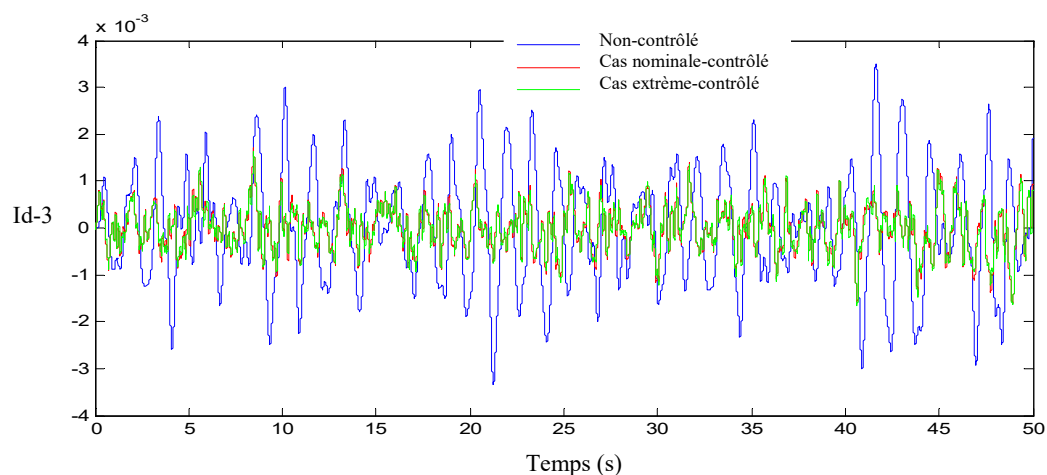


Figure 4.34 Représentation temporelle de l'inter-déplacement du troisième (Id-3) étage du système nominal et perturbé obtenu par μ_Cont3 (incertitudes extrêmes).

La figure (4.35) montre les performances robustes en fonction de l'ordre du contrôleur μ_Cont2 réduit, il est aisé de constater qu'à partir d'un ordre égale à 14, le contrôleur μ_Cont3 réduit est en mesure d'atteindre le même niveau de performance,

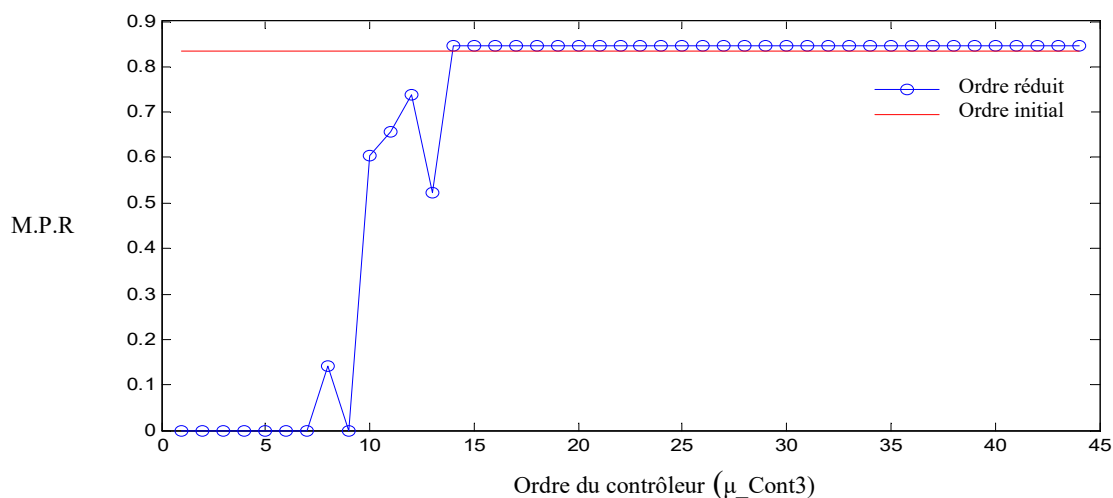


Figure 4.35 Approximation de l'ordre du contrôleur μ_Cont3 en fonction des marges de performance robuste (MP).

4.16 Discussions des résultats et conclusions

Nous avons mis en œuvre trois configurations différentes pour la synthèse de contrôleurs par la théorie de la μ -synthèse, pour le contrôle actif d'une structure dont le modèle est incertain et qui est soumise à une charge dynamique aléatoire induite par l'action du séisme, lequel est

simulé dans ce travail par le filtre de Kanai-Tajimi. On est parvenu, résultats de simulations à l'appui, à synthétiser des contrôleurs robustes capables de réduire considérablement l'effet du séisme sur la réponse de la structure à cette sollicitation sismique. Le but de cette analyse est de rechercher lequel des trois contrôleurs synthétisés présente le meilleur rapport coût/performance.

Il en ressort d'après les résultats, que pour le premier contrôleur synthétisé correspondant à la première configuration, nous avons obtenu un pourcentage de réduction aux alentours de 69% d'atténuation des déplacements inter-étages de la structure pour un coût de l'effort de contrôle approchant un maximum de 395N. De ce fait, ce premier contrôleur a réussi à atteindre les performances désirées en utilisant les déplacements des trois étages de la structure comme vecteur d'entrée du contrôleur.

Pour ce qui est de la deuxième configuration, où il était question d'utiliser l'information fournie par les vitesses des trois étages comme vecteur d'entrée du contrôleur, nous avons obtenu une atténuation de l'inter-déplacement de la structure aux environs de 78% et pour l'accélération de 41% et ce pour un coût de 549 N. On peut dire que ce contrôleur a amélioré les performances obtenues par rapport à la première configuration en termes de pourcentage de réduction de la réponse de la structure, mais au prix d'un effort de contrôle plus important soit une augmentation de 28%.

Dans la troisième et dernière configuration, tout le vecteur d'état est utilisé comme vecteur d'entrée du contrôleur, permettant d'atteindre aux alentours de 80% de réduction de la réponse de la structure à la sollicitation dynamique pour un effort de contrôle égalant 768.47N.

Pour tirer une conclusion à la suite de cette analyse, il est important de prendre en compte le compromis entre réduction de la réponse et effort de contrôle. Il est clair que pour un effort de contrôle important la réduction de la réponse est importante. Cependant, cela ne peut être appliqué dans les réelles conditions d'implémentation sans tenir compte d'un aspect très important lié aux limites du matériel utilisé, qui est la saturation de l'actionneur. De ce point de vue-là, on privilégie la configuration qui assure une bonne réduction de la réponse pour un effort de contrôle raisonnable. Ainsi, pour une réduction équivalente, on choisira la configuration qui met en œuvre le moins de capteurs et actionneur (première configuration). De toutes les façons, le cas échéant des trois configurations étudiés, la réduction de la réponse de la structure est entre 70% et 80% pour un effort de contrôle entre 400N et 800N, ce qui reste une réduction très satisfaisante pour un effort raisonnable accomplie par les trois μ -contrôleurs synthétisés.

Introduction Générale

Conclusions Générales et Perspectives

1. Conclusions générales

Cette thèse est principalement dédiée à l'évaluation des performances du contrôle robuste multivariable par la μ -synthèse. Pour ce, nous avons synthétisé des contrôleurs par cette méthode sur deux procédés industriels complètement différents.

Le premier procédé, abordé à titre illustratif de la commande μ -synthèse, est un procédé très répandu de nos jours, retrouvé dans des applications très variées de l'industrie. Il s'agit de réacteurs fonctionnant sur la base de la chimie des plasmas. Ce procédé réalise la gravure du silicium par plasma à basse pression (BP), grâce à un réacteur à gravure ionique réactive (RIE CF₄/O₂), radio fréquence (RF), à couplage capacitifs, modélisé suite à un nombre limité d'expériences réalisées. Ce réacteur a déjà fait l'objet d'une modélisation et d'un contrôle. Pour son contrôle, il a fallu abandonner le modèle linéarisé 4x4 du RIE au profit d'un modèle 3x3 afin de réduire les interactions multivariables existantes à cause du mauvais conditionnement du procédé. Quatre contrôleurs PI monovariables ont été appliqués, où la paire de variables pour chaque boucle était obtenu par l'application d'une analyse par RGA. La nécessité de faire appel à des méthodes de contrôle robuste multivariable pour améliorer le contrôle de ce procédé s'est avéré indispensable. Une illustration des étapes de synthèse du contrôleur par la μ -synthèse a été effectuée sur ce premier procédé industriel très mal conditionné. De plus, on est parvenu à montrer, par le biais de cet exemple, l'aptitude du contrôle robuste multivariable abordé, à venir à bout des soucis de modélisation (dynamiques négligées et linéarisation) et de couplage des réponses du système (élimination des interactions existantes entre les variables de contrôle).

Le deuxième procédé abordé dans cette thèse, représente le cas principal de notre étude, et concerne une structure en charpente métallique, pouvant aussi bien modéliser une structure industrielle que civile. Cette structure qui comporte trois étages, est supposée être exposée à des sollicitations sismiques, pour aborder un problème récent de contrôle, connu par *contrôle actif des structures*.

La théorie de la commande μ -synthèse est mise à profit pour la résolution de ce problème particulier de contrôle où il est question de renforcer les structures, afin de résister aux charges dynamiques auxquelles elles sont exposées.

Il est principalement question dans cette thèse, de charges sismiques contrées grâce à une solution automatisée permettant aux structures de s'opposer à leurs action lorsqu'elles se produisent de manière hazardeuse. Concrètement, l'application de la *μ -synthèse* pour le calcul d'un contrôleur a été effectuée sur un modèle du système masse-ressort-ammortissement qui sert à modéliser les structures.

La structure étudiée est construite à l'échelle réelle en laboratoire sur une table vibrante pour simuler l'effet du séisme. Initialement, un actionneur de type ABS est placé au premier étage pour contrer le seisme vu que la déformation est maximale à cet étage, tandis qu'un capteur est placé au même étage pour la mesure des déplacements, ce qui a constitué l'information utile à l'élaboration de l'action de contrôle (feedback). Par la suite, compte tenu du cout élevé de la maintenance du matériel associé au contrôle actif des structures, nous avons testé différentes configurations de placement de la paire capteur/actionneur ainsi que différents vecteur de retour. Une analyse a été effectuée pour rechercher lequel des trois configurations présente le meilleur rapport coût/performance pour pouvoir attester de la meilleure disposition et du nombre optimal de capteurs/actionneurs, qui conduisent aux performances optimales.

Les bons résultats obtenus, montrent que cette méthode a été appliqué avec succès, permettant de réaliser un bon compromis entre réduction de la réponse de la structure et produire un effort de contrôle raisonnable avec le minimum de moyen sur la structure considérée (3 mesures et une seule action). Comparé aux nombreuses autres approches déjà appliquées dans la littérature, les contrôleurs synthétisés ont pu réaliser des résultats équivalents aussi bien dans le cas nominal que dans le pire cas des incertitudes, prouvant leurs robustesses à faire face aux incertitudes et ce pour le même effort de contrôle.

Ces résultats permettent de mettre en évidence certains avantages de l'approche de contrôle en question, favorisant son application dans le domaine du contrôle actif des structures :

- Ce contrôle est adapté pour considérer les compromis sous forme de fonctions de pondération, pour atteindre de très près les performances désirées.
- Ce contrôle prend naturellement en compte en même temps les incertitudes paramétriques et dynamiques affectant le système, pour se rapprocher étroitement du modèle réel augmentant ainsi les chances d'efficacité du contrôleur lors de son implémentation.
- Ce contrôle a permis de limiter le coût de l'énergie fournie pour l'effort de contrôle ainsi que les moyens utilisés (nombre d'actionneurs), tout en assurant une bonne réduction de la réponse de la structure.

2. Perspectives

En réalité, il est inconcevable d'attester, ou pas d'ailleurs, de la méthode la plus adaptée au contrôle actif des structures uniquement à travers des résultats de simulation. Les exigences attendues de la tâche de contrôle doivent être évaluées par rapport à nombres d'aspects incluant des considérations pratiques telles que le coût, la robustesse et la complexité du contrôleur. Pour ce qui est de la robustesse et du coût, la méthode a réussi à les atteindre en simulation, quand à la complexité des contrôleurs synthétisés par la μ -synthèse, pour en venir à bout une réduction d'ordre du modèle a été utilisée pour le rendre plus facile à mettre en œuvre en pratique. L'expérimentation restera le véritable moyen d'affirmer l'utilité et la praticité de ces contrôleurs en les plaçant dans les conditions réelles d'utilisation. Néanmoins, en considérant les résultats de simulation satisfaisants que nous avons obtenus, on peut quand même dire que cette approche est un moyen puissant qui fait face aux incertitudes paramétrique et dynamique puisque la structure à contrôler est exposée simultanément à diverses perturbations de différentes sources et ce en produisant un effort de contrôle raisonnable.

On prévoit de conduire des tests expérimentaux au sein du laboratoire du contrôle actif des structures de l'ULB (Université Libre de Bruxelles), où a été construite une structure de type pont. Un contrôle actif, par les méthodes classiques de commandes, a été testé sur ce pont et sera comparé au contrôle par la μ -synthèse que nous sommes en phase de développer. Ce pont est un modèle réduit d'une vraie structure bâtie sur une zone à forte activité sismique (Italie). Cette structure a été construite à l'identique mais à échelle réduite, laquelle nous avons eu la chance d'assister à la finalisation de sa construction ainsi que l'implémentation de la commande qu'ils ont développée pour la contrôler en utilisant un actionneur particulier qui est un matériau piézoélectrique faisant partie des matériaux dits *intelligent*.

D'autres travaux sont également prévus concernant la prise en compte des propriétés du sol et de l'interaction sol-structure sur la commande développée, et l'application en appliquant plusieurs types de séismes à fortes intensités pour pousser les perturbations externes à l'extrême et évaluer les performances de la commande μ -synthèse.

D'autres perspectives sont prévues pour des travaux futurs, concernant la prise en compte des propriétés du sol et de l'interaction sol-structure sur la commande développée, en appliquant plusieurs types de séismes à fortes intensités pour pousser les conditions à l'extrême et pouvoir attester des bonnes performances de la commande μ -synthèse.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

Adeli, H. and Saleh, A. Optimal control of adaptive/smart bridge structures, *Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123(2)*, p. 218–226, 1997.

Apkarian, P., Chretien, J.P., Gahin et, P. and Biannic, J.M. μ -synthesis by D-K iterations with constant scaling, *American Control conference*, p. 3192-3196, San Francisco, USA, 1993.

Balle, J. A., Goenewald, G. and Malakarn, T. Bounded real lemma for structured noncommutative multidimensional linear systems and robust control, *Multidimensionnal Systems and Signal Processing, vol. 17(2-3)*, p. 119-150, 2006.

Balas, G.J. Synthesis of Controllers for the Active Mass Driver Systems in the Presence of Uncertainty, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27(11)*: 1189-1202, 1998.

Beck, C., Doyle, J. and Glover, F. Mode reduction of multi-dimensional and uncertainty and uncertain systems, *IEEE Trans. Autom. Control., Vol. AC 41(10)*, p. 1466-1477, 1996.

Bossens, F. and Preumont, A. Active tendon control of cable-stayed bridges: a large-scale demonstration, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 30(7)*, p. 961–979, 2001.

Butler, S.W., McLaughlin, K.J., Edgar, T.F, Trachtenberg, I. Development Techniques for Real-Time Monitoring and Control in Plasma Etching (Part II). *J. Electrochem. Soc., Vol.138 (9)*, p. 2727-2735, September 1991.

Chung, L.L., Lin, C.C. and Chu, S.Y. Optimal direct output feedback of structural control, *Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119(11)*, p. 2157–2173, 1993.

Doyle, J.C. Analysis of Feedback systems with Structured Uncertainties. *IEE Proceedings D Control Theory and Application, Vol. 129, (6)*: 242-250, November 1982.

Dorf, R.C., and Bishop, R.H, *Modern Control Systems*, 9th ed, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.

Doyle, J.C. *Analysis of feedback system with structured uncertainties, IEEE Proceeding, Part D*, pp 242-250, 1982.

Doyle, J.C. and Stein, G. Multivariable feedback design: Concepts for a classical /modern synthesis, *IEEE Trans. on Autom. Control. AC-26*, p. 4-16, 1981.

Doyle, J.C. Lecture notes in advances in multivariable control. *ONR/Honeywell workshop, Mineapolis, MN*, 1984.

Doyle, J.C., Francis, B.A. and Tannenbaum, A.R. *Feedback Control Theory*, New York, MacMilan, 1982.

- Doyle, J.C.** Structured uncertainty in control system design, *24th Conference on Decision and system design*, p. 260-265, Ft Lauderdale, Florida, USA, 1985.
- Duc, G.,** Font, S. *Commande H_∞ et μ -Analyse: des Outils pour la Robustesse*, Hermes, 1999.
- Dorsey, J.,** *Continious and Discrete Control Systems*, MC Graw Hill, New York, NY, 2002.
- Dukkipati, R.V.** *Engineering Systems Dynamics*, Narosa Publishing Hoose, New Delhi, India, 2004.
- Dukkipati, R.V.** *Control Systems*, Narosa Publishing Hoose, New Delhi, 2005.
- Ferreres, G.,** Fromion, V., Duc, G. and Msiad, H. Application of real/mixed μ computational technique to missile autopilot, *Int. J of Robust and Nonlinear control*, Vol. 6(8), p. 743-769, 1996.
- Francis, B.A.** and Zames, G. On H_∞ - optimal sensitivity theory for SISO feedback systems, *IEEE Trans. on Autom. Control.*, Vol. AC-36, p. 25-38, 1991.
- Francis, B.A.,** Helton, J.W., and Zames, G. H_∞ -optimal feedback controllers for linear multivariable systems, *IEEE Trans. On Autom. Control.*, Vol. AC-29, p. 888-900, 1984.
- Glover, K.** and Doyle, J.C. State space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ norm bound and relations to rish sensitivity, *Syst. Cont. Letters*, Vol. 11, p. 167-172, 1988.
- Guclu, R.** and Yazici, H. Vibration control of a structure with ATMD against earthquake using fuzzy logic controllers, *Journal of Sound and Vibration*, 313(1-2), p. 36-49, 2008.
- Helmersson, A.** A finite frequency method for μ analysis, *3rd European Control Conference*, pp. 171-176, Rome, Italy, 1995.
- Hanagan, L.M.** and Murray, T.M. Active control approach for reducing floor vibrations, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123(11), p. 1497-1505, 1997.
- Ikeda, Y.,** Sasaki, M., Sakamoto, M. and Kobori, T. Active mass driver system as the first application of active structural control, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 30(11), p. 1575-1595, 2001.
- Kanai, K.** Seismic-Empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground, *Bulletin of Earthquake Research Institute, Japan*, Vol. 35: 309-325, 1957.
- Kimoura, H.** Robuste stabilizability for a class of transfer functions, *IEEE Trans. On Autom. Control.*, Vol. AC-29, p. 788-793, 1984.
- Lin, C.C.,** Chen, C.L. and Wang, J.F. Vibration control of structures with initially accelerated passive tuned mass dampers under near fault earthquake excitation, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 25(1), p. 69-75, 2010.

- Li, H.J.**, Hu, S.L.J. and Jakubiak, C. H2 active vibration control of offshore platform subjected to wave loading, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 263(4), p. 709–724 2003.
- Lee, C.L.** and Wang, Y.P. Seismic structural control using an electric servomotor active mass driver system, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 33(6), p. 737–754, 2004.
- Li, C.**, Liu, Y. and Wang, Z. Active multiple tuned mass dampers: a new control strategy, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 129(7), p. 972–977, 2003.
- Magni, J.F.**, Bennani, S. and Terlouw, J. *Robust Flight Control: A Design Challenge*. Springer Verlag, 1997.
- Morton, B. G.** New application of μ to real parameter variation problems, *24th IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 242-250, Floride, USA, 1985.
- MacForlane, K.** and Glover, K. Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer Verlag, 1990.
- McLaughlin, K.J.** Butler, S.W, Edgar, T.F, Trachtenberg, I. Development Techniques for Real-Time Monitoring and Control in Plasma Etching (Part I). *J. Electrochem. Soc.*, Vol.138 (3), p. 789-799, March 1991.
- MATLAB.** *The Math works*, Inc., Natick, MA, 2013.
- Magni, J.F.** and Doll, C. μ Analysis for Flexible Systems, *Technical Report, ONERA-CERT*, 1998.
- Phillips, C.L.**, and Harbour, R.D. Feed-back Control Systems, 4th ed, *Prentice Hall, Upper Saddle River, Nj*, 2000.
- Paraskevopoulos, P.N.** *Modern Control Engineering*, Marcel Dekker, Inc, NewYork, NY, 2003.
- Poola, K.** And Tikku, A. Robuste performe against time-varying structured perturbations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-40, p. 1589-1602, 1995.
- Rodellar, J.**, Mañosa, V. and Monroy, C. An active tendon control scheme for cable-stayed bridges with model uncertainties and seismic excitation, *Structural Control and Health Monitoring*, 9(1), p. 75–94, 2002.
- Stoorgovel, A.A.** The discrete time H_∞ control problem with measurement feedback, *SIAM J. Control and Optimization*, Vol. 30(1), p. 182-202, 1992.
- Shauma, J.S.** Robust stability with time varying structured uncertainties, *IEEE Trans. Automatic. Control.*, Vol. AC-39, p. 714-724, 1994.
- Skogestad, S.**, and Postlethwaite, I. *Multivariable feedback control: Analysis and design*, John Wiley and Sons, 2007.

Santoso, F., Liu, M., and Egan, G.K. Robust μ -synthesis Loop Shaping for Altitude Flight Dynamics of a Flying-Wing Airframe, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 79(2), p.259-273.

Scorletti, G and Fromion, V. *Automatique Fréquentielle avancée*. Support de cours, DEA. Ecole centrale de Lyon. France. 2009. pp-216.

Tajimi, H. A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure during an Earthquake, *2nd control and dynamic World Conference on Earthquake Engineering*, pp. 781–798, Japan, 1960.

Vasičkanmová, A., Bakošová, M., Čirka, E. and Kalúz, M. Comparison of Robust Control Techniques for Use in Continuous Stirred Tank Reactor Control, *IFAC-Papers on Line*, Vol. 48(14), p.284-289, 2015.

Win, T., Hesketh, T., Eaton, R. Construction Tower Crane Sim Mechanics-Visualized Modelling, Tower Vibration Impact on Payload Swing Analysis and LQR Swing Control, *International Review on Modelling and Simulations (IREMOS)*, Vol. 7(6): 979-993, 2014.

Wu, J.C. and Yang, J.N. Active control of transmission tower under stochastic wind, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 124(11), p. 1302–1312, 1998.

Yan, N., Wang, C.M. and Balendra, T. Optimal damper characteristics of ATMD for buildings under wind loads, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 125(12), p. 1376–1383, 1999.

Yamamoto, M., Aizawa, S., Higashino, M. and Toyama, K. Practical application of active mass dampers with hydraulic actuator, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 30(11), p. 1697–1717, 2001.

Young, P.M. and Doyle, J.C. A lower bound for the mixed μ problem, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-42(1), p. 123-128, 1997.

Young, P.M., Newlin, M.P. and Doyle, J.C. Computing bounds for the mixed μ problem, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, Vol. 5, p. 573-590, 1990.

Young, P.M. Controller design with real parametric uncertainty, *Int. J. Control*, Vol. 65, p. 469-509, 1994.

Zhou, K., Doyle, J.C. and Glover, K. *Robust and optimal control*. Prentice-Hall, 1996.