

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



جامعة 20 أوت 1955- سكيكدة-

كلية العلوم
قسم الفيزياء

رقم: DP202305ME

مذكرة ماستر

شعبة: الفيزياء

تخصص: فيزياء طاقوية والطاقات المتجددة

تحت عنوان

محاكاة عددية للانتقال المقترن للحرارة والمادة في الأوساط
المسامية: تطبيق في حالة تجفيف المانجو

مقدمة من طرف:

الطالبة فتيحة بعداش

نوقشت يوم 2023/07/03 أمام اللجنة المكونة من:

رئيسا	جامعة 20 أوت 1955-سكيكدة-	أستاذة مساعدة "أ"	كوثر ضيف
مقررا	جامعة 20 أوت 1955-سكيكدة-	أستاذة محاضرة "أ"	نسيمة سطحي
ممتحنا	جامعة 20 أوت 1955-سكيكدة-	أستاذة مساعدة "أ"	عليمة مقرمان

السنة الجامعية: 2022/2023

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الشكر والتقدير

أتوجه بشكري إلى كل من ساعدني في إنجاز هذا العمل من قريب أو بعيد.

وأشكر كلية العلوم بجامعة سكيكدة 20 أوت 1955 لما وصلت إليه.

كما أشكر كل معلم أفادني بعلمه، من أولى المراحل الدراسية لي حتى هذه المرحلة، وأتقدم بأسمى عبارات الشكر والعرفان لأهل الفضل الذين قدموا لي يد المساعدة لإنجاز هذا العمل المتواضع، وأخص بالذكر الدكتورة "سطحي نسيمة" التي تفضلت بالإشراف على هذه المذكرة فمنحتني من وقتها الثمين وتوجيهاتها ونصائحها القيمة فجزاها الله عني كل خير.

وأخص كذلك شكري وعرفاني للأستاذة الكرام الذين قبلوا مناقشة مذكرتي

الأستاذة ك. ضيف والأستاذة ع. مقرمان

الإهداء

الى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة ونصح الأمة الى نبي الرحمة ونور العالمين
سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم

الى من كانوا يضيئون لي الطريق ويتنازلون عن حقهم لإرضائي والعيش في
هناء الى من زرعوا في نفسي الإرادة والتسامح والإبداع الى من وضع الله
بين أيديهم سر الحياة واستمرارها والبقاء لكم

كل الشكر والوفاء أمة الغالية وأبي العزيز

الى سندي وقوتي وملأني بعد الله إلى من آثروني على أنفسهم إلى من
علموني علم الحياة

إلى من أظهروا لي ما هو أجمل من الحياة إخوتي

إلى من سرنا سويًا ونحن نشق الطريق معًا نحو النجاح والإبداع إلى من
عرفت كيف أجدهم وعلموني ان لا اضيعهم صديقاتي

أحلى عبارات العلم الى من صاغوا لنا علمهم حروفًا ومن فكرهم منارة تنير

لنا سيرة العلم والنجاح أساتذتنا الكرام

فهرس المحتويات

اهداء

شكر وتقدير

مقدمة عامة

1

الفصل الأول: عموميات ومفاهيم

4	المقدمة
4	1.1.I الوسط المسامي
4	1.1.1.I تعريفه
4	2.1.I خصائص الوسط المسامي
4	1.2.1.I المسامية
5	2.2.1.I النفاذية
5	2.I التجفيف
5	1.2.I تعريفه
6	2.2.I طرق التجفيف
6	1.2.2.I التجفيف الشمسي الطبيعي (التقليدي)
6	2.2.2.I التجفيف الصناعي
7	3.2.I العوامل الأساسية التي تؤثر على عملية التجفيف
7	1.3.2.I درجة الحرارة
8	2.3.2.I رطوبة الهواء
9	3.3.2.I الضغط
9	4.3.2.I سرعة الهواء
9	3.I الظواهر الفيزيائية التي تحدث خلال عملية التجفيف (طرق الانتقال)
10	1.3.I الانتقال الحراري
10	1.1.3.I التجفيف بالحمل الحراري
10	2.1.3.I التجفيف بالتوصيل الحراري
11	3.1.3.I التجفيف بالإشعاع الحراري
11	2.3.I الانتقال الكتلي
12	1.2.3.I الانتشار الجزيئي
12	2.2.3.I الانتقال الكتلي الحلي
13	4.I سرعة التجفيف
13	5.I حركية التجفيف (فترة التجفيف)
15	6.I أشكال الماء في الأوساط المسامية

15	1.6.I توزيع الماء داخل الجسم المسامي
15	2.6.I محتوى الماء
16	3.6.I نشاط الماء في المنتج
16	الخلاصة

الفصل الثاني: الصياغة الرياضية للانتقال المقترن للحرارة والمادة

18	مقدمة
18	1.II نظريات (نماذج) وصفية لظاهرة التجفيف
18	1.1.II نموذج انتشار السائل (نموذج Sherwood 1929)
19	2.1.II نظرية Luikov (1934)
19	3.1.II نظرية الشعيرات (1937)
19	4.1.II نظرية Pei و Krischer-Berger (1938)
20	5.1.II نظرية Philip و De Vries (1957)
20	6.1.II نظرية Whitaker (1977)
21	2.II الوصف والنمذجة الرياضية للمشكلة المدروسة
21	1.2.II تحديد الظواهر الفيزيائية
21	2.2.II الفرضيات
22	3.2.II معادلات التوازن
23	4.2.II الشروط الحدية
24	3.II الصياغة العددية للمشكلة المدروسة
24	1.3.II عرض الطريقة
25	2.3.II تفصيل معادلات الفروق المحدودة
28	4.II حل المعادلات الجبرية
29	خلاصة

الفصل الثالث: النتائج والمناقشة

31	مقدمة
31	1.III حركية التجفيف
31	1.1.III التوزيع الزمني
33	2.1.III التوزيع المكاني والزمني
34	2.III تأثير خصائص هواء التجفيف
34	1.2.III تأثير درجة حرارة هواء التجفيف
36	2.2.III تأثير معامل النقل الحراري
37	3.III تأثير سمك شريحة المانجو
39	الخلاصة
40	الخاتمة العامة

41	قائمة المراجع والمصادر
	الملخص
	Abstracts
	Résumé

فهرس الجداول

الصفحة	العنوان	الرقم
31	الخصائص الفيزيائية الحرارية للمانجو	1.III
31	الخصائص الفيزيائية لهواء التجفيف	2.III

فهرس الأشكال

الصفحة	الشكل	الرقم
04	منظر تحت المجهر يوضح المسامية.	1.I
06	تجفيف شمسي طبيعي للمحاصيل الزراعية.	2. I
07	مجفف صناعي يعمل بالكهرباء.	3.I
12	رسم تخطيطي لانتقال الحرارة والكتلة أثناء التجفيف.	4.I
14	مخطط يوضح حركية التجفيف.	5.1
15	توزيع الماء داخل الجسم الصلب المسامي.	6.I
21	تمثيل شريحة المانجو.	1.II
32	التطور الزمني لمتوسط المحتوى المائي.	1.III
32	التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة.	2.III
33	التوزيع المكاني والزمني لمحتوى الماء.	3.III
34	توزيع درجة الحرارة.	4.III
35	تأثير درجة هواء التجفيف على التطور الزمني لمتوسط المحتوى المائي لشريحة المانجو.	5.III
35	تأثير درجة هواء التجفيف على التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة لشريحة المانجو.	6.III
36	تأثير درجة معامل النقل الحراري على التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة لشريحة المانجو.	7.III
37	تأثير درجة معامل النقل الحراري على التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة لشريحة المانجو.	8.III
38	تأثير سمك شريحة المانجو.	9.III
38	تأثير سمك شريحة المانجو.	10. III

قائمة الرموز والاصطلاحات

الصفحة	الاصطلاحات	الرقم
(m ³ /s)	تدفق الهواء الرطب.	ϕ
(m)	الطول الذي يجتاز الهواء الرطب	L_h
(Pa.s)	اللزوجة التحركية	μ
(m ²)	مساحة المقطع الذي يجتاز منه الهواء الرطب	S_h
(Pa)	التغير في الضغط من جهة الى أخرى في المادة	ΔP
(kg/m ³)	الكتلة الحجمية للهواء الرطب	ρ
(m/s ²)	تسارع الجاذبية الأرضية	g
(%)	الرطوبة النسبية	H_r
(Pa)	الضغط الجزئي للبخر	P_v
(Pa)	ضغط تشبع البخر	P_s
(kg _v)	كتلة بخار الماء	M_v
(kg _a)	كتلة هواء جافة	M_a
(kg _v /kg _a)	الرطوبة المطلقة	H_a
(%)	درجة تشبع	ϕ
(W)	كمية الحرارة المحولة بالحمل الحراري في وحدة الزمن	Q
(m ²)	سطح التبادل الحراري بالحمل	A
(W/m ² . K)	معامل التجفيف بالحمل	A
(W)	تدفق الحرارة بالتوصيل	Q
(m ²)	سطح التبادل الحراري بالتوصيل.	A
(W/m. K)	الموصلية الحرارية للمنتج	Λ
(W)	تدفق الحرارة بالتوصيل	Q
(m ²)	سطح التبادل الحراري بالتوصيل	A
(W/m. K)	الموصلية الحرارية للمنتج	Λ
(w)	تدفق الحرارة بالإشعاع	Q
(k)	درجة حرارة مصدر الانبعاث	T_1

(k)	درجة حرارة المنتج	T_2
(m^2)	سطح الجسم المتلقي للإشعاع	A_1
(m^2)	السطح المرسل للأشعة تحت الحمراء	A_2
(w)	تدفق الحرارة بالإشعاع	Q
(mol/m×جزئية.s)	معامل الانتشار	D_{AB}
(mol/l)	التركيز	C
(m)	المسافة المقطوعة	
(kg d'eau /m ² .s)	سرعة التجفيف	R
(kg)	كتلة الماء المتبخر	M_v
(kg)	كتلة المادة وهي جافة	M_s
(kg d'eau /Kg M _s)	رطوبة المنتج في نهاية التجفيف	ω_e
(kg d'eau / Kg M _s)	رطوبة المنتج في بداية التجفيف	ω_s
(m^2)	مساحة المادة المجففة	S
(s)	زمن التجفيف	dt
Kg/m^3	الكتلة الحجمية	ρ_0
J/(kg. K)	الحرارة النوعية	C_p
W/(m. K)	توصيل حراري	λ
m^2/s	الانتشار	D
/	معدل التبخر	ε
/	معامل التدرج الحراري	Δ
°C	درجة حرارة الهواء	T_a
%	رطوبة الهواء	H_r
(Kg/Kg)	المحتوى المائي الاولي	ω_0
°C	درجة حرارة المنتج الاولي	T_0

مقدمة عامة

مقدمة عامة

تحدث عمليات النقل المقترن للحرارة والمادة في الأوساط المسامية في العديد من العمليات الطبيعية والصناعية، وكانت هذه الظواهر لأكثر من قرن من الزمان موضوعاً لأبحاث كثيرة، تغطي مجالات متنوعة مثل الأرصاد الجوية، الإلكترونيات، الأفران، صناعة المواد الغذائية والتجفيف، ويحظى هذا الأخير باهتمام كثير من الباحثين في مختلف التخصصات.

من الناحية الفيزيائية، ينتج التجفيف بالحمل الحراري عن انتقال الحرارة ونقل الكتلة الذي يحدث عندما يتعرض الجسم الرطب لتأثير تدفق الهواء الساخن. وبالفعل فإن الاختلاف في درجة الحرارة وتلك الخاصة بتركيز الرطوبة سيؤدي إلى انتقال هذه الرطوبة من الجسم إلى الوسط الخارجي والتي تكون غالباً مصحوبة بتسخين المنتج.

ويعد التجفيف إحدى الطرائق القديمة المستعملة بشكل واسع لحفظ الغذاء وقد استعمل منذ العصور القديمة من قبل البابليون والمصريون والرومان واليونانيين في حفظ بعض أنواع الفاكهة والخضر والمحاصيل الحبوبية، حيث يعمل التجفيف على منع نمو الأحياء المجهرية والبكتيريا وكذلك التخمر الذي يتسبب في تلف الأغذية [1].

يتم تنفيذ النمذجة الرياضية لظاهرة الانتقال المتزامن للحرارة والمادة التي تحدث داخل المواد أثناء عملية التجفيف من خلال نهج مجهري يتكون من إدخال القوانين الفيزيائية التجريبية للعمليات الأولية في معادلات حفظ الكتلة والحرارة بالاعتماد على ما يسمى بالمقياس "العياني" والذي يتم فيه تشبيه الوسط المسامي بوسط متخيل مستمر ومتجانس تكون أبعاده كبيرة مقارنة بأبعاد المسام.

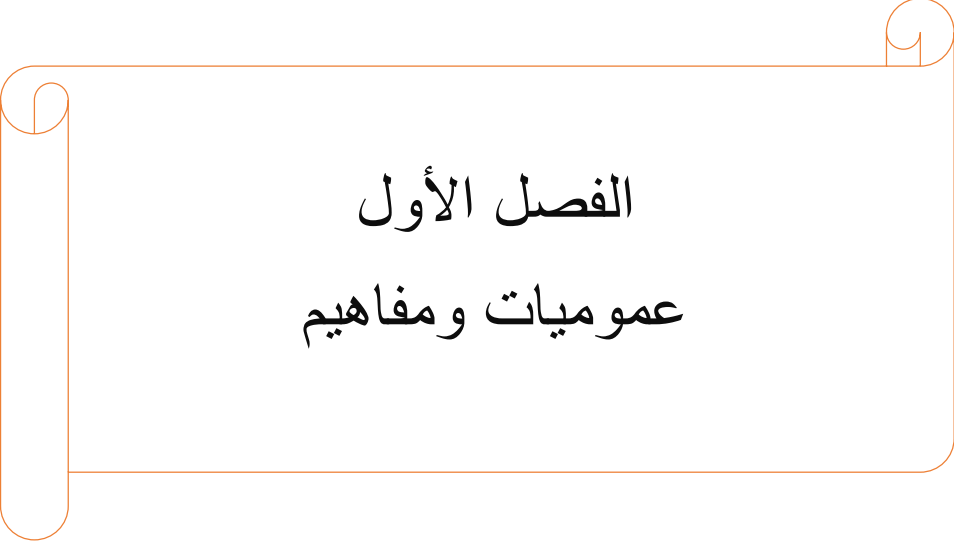
من بين الدراسات العلمية المتعمقة التي أجريت على العمليات الانتقال المتزامن للحرارة والرطوبة في المواد الغذائية أثناء عملية التجفيف، نستشهد بعمل "Hannachi" [2] التي قدمت دراسة تحليلية لعمليات النقل المقترنة داخل منتج غذائي بوجود مصدر للحرارة، و"Jahromi et al." [3] الذين درسوا المبادئ الأساسية للخصائص الفيزيائية لثمرة التمر من أجل تسهيل تصميم بعض الآلات لمعالجتها، أما "مال الله غزال" [4] فقد تضمن البحث الذي أجرته عملية التجفيف الشمسي للباميا بمعاملات مختلفة أثناء إعدادها وتحضيرها، في حين استعان "Abouo et al." [5] على دراسة تجفيف المانجو بدرجات حرارة وقيم مختلفة لسلك شرائح المانجو عن طريق النمذجة التجريبية، وقد اهتم "Adeyeye et al." [6] خلال البحث الذي قدموه على تقييم تقنيات مختلفة لتجفيف الطعام وتحسين معايير التجفيف للحصول على منتجات غذائية جيدة ومقبولة.

هذا العمل عبارة عن دراسة عددية لآليات انتقال الحرارة والرطوبة أثناء تجفيف الأوساط المسامية وبالتحديد شرائح المانجو. تحتوي هذه المذكرة بالإضافة للمقدمة العامة والخاتمة العامة ثلاثة فصول مقدمة على النحو التالي:

تم تخصيص الفصل الأول في المقام الأول لتعريف الخصائص الرئيسية للوسط المسامي، وكذلك دراسة عموميات حول المجففات الشمسية وتعريف بعض المفاهيم التي تخصها، كما تم التطرق إلى أهم مراحل التجفيف والعوامل التي تؤثر عليها.

أما الفصل الثاني فيتكون من ثلاثة أجزاء: يستعرض الجزء الأول النماذج المختلفة المستخدمة لوصف الانتقال المتزامن للحرارة والمادة في الوسائط المسامية. في حين ان الجزء الثاني خصص للنمذجة الرياضية للمعادلات التي تدرس ظاهرة تجفيف. اما الجزء الأخير فقد خصص للصياغة العددية للمشكلة المدروسة التي تتم باستخدام طريقة الفروق المحدودة.

الفصل الثالث نجمع فيه النتائج الرئيسية لهذه الدراسة التي تم الحصول عليها بعد حل المعادلات التفاضلية وتحليلها ومناقشتها.



الفصل الأول

عموميات ومفاهيم

المقدمة

إن ظاهرة انتقال الحرارة خلال الأوساط المسامية من الظواهر المهمة التي يمكن استغلالها في العديد من المجالات الصناعية والطبيعية كترشيح وتجفيف وتكثيف الغازات على الاسطح. ويعد تجفيف المادة أحد الطرائق شائعة الاستعمال في حفظ الاغذية وقد استعملت في حفظ بعض أنواع الفواكه والخضر والمحاصيل الحبوبية واللحوم والاسماك... [7].

1.I الوسط المسامي

1.1.I تعريفه

يعرف الوسط المسامي بأنه كل جسم صلب يحتوي على فراغات تدعى بالمسامات ومن مزايا هذه المسامات أنها متصلة بعضها ببعض وتحتوي على مائع داخلها، أما الجزء الصلب فيطلق عليه باسم مصفوفة ويوجد شكلين:

- شكل غير مدعم: المصفوفة الصلبة مشكلة من حبيبات غير متصلة بعضها البعض (الرمل، الحصى...).
- شكل مدعم: في هذه الحالة، المصفوفة الصلبة ملتحمة مع بعضها البعض بحيث لا يتم ملاحظة أي شقوق بين الحبيبات (الصخر، النسيج النباتي والحيواني...).

في الشروط الطبيعية، الحجم المسامي يكون مشغول بمادة غازية (خليط بين الهواء الجاف وبخار الماء) أو الماء في حالة سائل.

2.1.I خصائص الوسط المسامي

1.21.I المسامية

المسامية هي نسبة حجم الفراغ على الحجم الكلي للجسم المسامي.

(1.I)

$$\varepsilon = \text{حجم الفراغ} / \text{الحجم الكلي}$$



الشكل (1.I): منظر تحت المجهر يوضح المسامية.

جزء من السائل الموجود داخل الجسم المسامي له علاقة مباشرة بهذه المسامية وهو السائل الساكن، من وجهة ديناميك الموائع نعتبر هذا السائل كجزء من المادة الصلبة، ومن هذا نستنتج ان هناك مسامية حركية او مسامية

مؤثرة لها علاقة بحركة السائل. إذن يمكن تعريف المسامية المؤثرة بنسبة حجم الماء المتحرك (الغير مستقر) على الحجم الكلي للجسم المسامي.

$$(2.1) \quad \varepsilon_e = \text{حجم الماء المتحرك} / \text{الحجم الكلي}$$

2.2.1.1 النفاذية

النفاذية خاصية مميزة للجسم المسامي منفصلة كلياً عن خصائص المائع، توضح لنا كفاءة الوسط في اجتياز المائع له بتأثير التدرج في الضغط، وتحسب بالعلاقة [8].

$$(3.1) \quad K = \frac{\varphi \cdot L_h \cdot \mu}{S_h \cdot \Delta P}$$

حيث:

- φ : تدفق الهواء الرطب.
- L_h : الطول الذي يجتاز الهواء الرطب.
- μ : اللزوجة الديناميكية.
- S_h : مساحة المقطع الذي يجتاز منه الهواء الرطب.
- ΔP : التغير في الضغط من جهة الى أخرى في المادة.

معامل النفاذية (k)، هو معيار متعلق بسرعة السيولة في قانون دارسي (*Darcy*)، ويحسب بالعلاقة:

$$(4.1) \quad k = \frac{K \cdot \rho \cdot g}{\mu}$$

حيث:

- K : النفاذية
- ρ : الكتلة الحجمية للهواء الرطب .
- g : تسارع الجاذبية الأرضية.

2.I التجفيف

1.2.I تعريفه

التجفيف هو عبارة عن عملية داخلية الهدف منها القضاء جزئياً أو كلياً على الماء الموجود في الجسم الرطب عن طريق تبخيره، تنطوي هذه العملية على نقل للحرارة (إمداد حراري) ونقل للكتلة (السائل الموجود في المادة الصلبة يتحول إلى بخار في هواء التجفيف) [9]. وهو عملية تستخدم لإزالة المياه من الجسم الرطب، وهذا الأخير قد يكون جسم صلب أو سائل والهدف من تجفيف المنتج هو تخفيض محتواه المائي، بحيث يصل نشاطه المائي إلى قيمة تسمح بحفظه عند درجة حرارة عادية على مدرات زمنية طويلة (بدرجة السنة) [10].

2.2.I طرق التجفيف

1.2.2.I التجفيف الشمسي الطبيعي (التقليدي)

تستعمل هذه الطريقة في تجفيف المواد الغذائية حيث تعتمد على تعريضها للهواء وحرارة الشمس الطبيعية لفترات زمنية طويلة، وهي ابسط طريقة للتجفيف [11]. ويتم توزيع الأغذية على الرفوف أو الحصير أو في اسرة، أو حتى على الأرض بشكل مستوي مما يسمح للشمس والرياح بتجفيفها مع شرط تقليبيها إلى ان تجف [12]. كما يوضح الشكل (3. I) :



الشكل (2. I): تجفيف شمسي طبيعي للمحاصيل الزراعية [13].

للتجفيف الشمسي الطبيعي العديد من الفوائد والإيجابيات نذكر منها: إعطاء نوعية لا بأس بها من الأغذية المجففة، طاقة شمسية متوفرة طوال السنة وبدون تكلفة، لا تتطلب وسائل ومعدات باهظة الثمن، تقنية سهلة لا تتطلب معرفة ولا دراسة معمقة ويمكن لكل فرد القيام بها. لكن لهذه الطريقة العديد من المساوئ والسلبيات: فهو بطيء في التجفيف وغير منتظم، تتطلب تدخلا بشريا منتظما، وحماية الأغذية وجمعها في حالة هطول لأمطار، تحتاج هذه الطريقة إلى زمن ومساحة كبيرين للتجفيف، تعرض الأغذية الى التلوث بالغبار والإصابة بالحشرات وتعرضها للتطوير والقوارض مما يؤدي الى تشويه منظرها او اتلافها كليا، احتمال تغير البنية الميكروبيولوجية، اللون والطعم لتعرضها مباشرة لأشعة الشمس مما ينتج عنه نوعية رديئة [13].

2.2.2.I التجفيف الصناعي

يحدث بتأثير الهواء المسخن او الغازات الناتجة عن الاحتراق. لقد استخدمت هذه الطريقة في الأماكن التي يقل فيها الإشعاع الشمسي فقد كانت تعتمد على طاقة الكتل الحيوية، وذلك بوضع المادة في وعاء خاص يتم تعريضه الى هواء حار صادر نتيجة حرق الأخشاب أو غيرها من الكتل الحيوية، وقد تطورت هذه الطريقة باستخدام الأفران الحرارية التي تعتمد على الغاز أو الكهرباء كمصدر للطاقة [14]، وهذا ما يوضحه الشكل (4. I) :



الشكل (3.1): مجفف صناعي يعمل بالكهرباء [13].

للمجففات الصناعية عدة مزايا مقارنة بالمجففات الشمسية الطبيعية فالأغذية المجففة المتحصل عليها تكون أكثر جودة من الاغذية المجففة طبيعيا كما تتوفر على النظافة والشروط الصحية والحفاظ على المنتج من عوامل التلوث، وكذلك التحكم الجيد في سير عملية التجفيف كما انه يستغرق وقت اقل من التجفيف الشمسي الطبيعي وإمكانية استمرار عملية التجفيف ليلا، كذلك في الأيام التي تشهد تقلبات جوية [15]. ولكن لها أيضا سلبيات خاصة من جهة استهلاك الطاقة نذكر منها: تكلفة التشغيل الباهظة لاعتمادها في تسخين الهواء على الطاقة الكهربائية أو الغاز، بعض المناطق الريفية بعيدة عن الشبكة الكهربائية ومحطات التزود بالطاقة.

3.2.I العوامل الأساسية التي تؤثر على عملية التجفيف

هناك العديد من العوامل التي تؤثر على عملية التجفيف ومنها:

1.3.2.I درجة الحرارة

تعتبر درجة الحرارة من أهم العوامل التي تؤثر على المجففات الشمسية ولها أنواع أساسية وهي:

• درجة الحرارة الجافة

وهي درجة حرارة مشار إليها في ميزان الحرارة، كما انه يجب وضع مقياس حرارة في هواء الطلق من اجل الحصول على هذه الحرارة [16].

• درجة الحرارة الرطبة

تمثل درجة حرارة توازن كتلة الماء التي تتبخر في الهواء، وفي هذه الحالة تؤخذ الحرارة اللازمة لتبخر من الهواء بطريقة عملية، ويجب الأخذ بعين اعتبار إن درجة الحرارة الرطبة هي درجة الحرارة التي تؤخذ عن طريق مادة الصلبة المبللة في فترة السرعة الثابتة من عملية التجفيف، ويتم وضع هذا مقياس في هواء تدفقه سريع نسبيا.

• درجة الحرارة الورد (الندى)

إذا تم تبريد الهواء إلى ضغط مستمر، سوف ترتفع رطوبته إلى القيمة 100% مما يؤدي إلى توازن بخار السائل وظهور أول قطرات من الماء المكثف، حيث يرمز إلى درجة حرارة الندى بالرمز T_r . لذلك تعتبر درجة حرارة الندى درجة الحرارة اللازمة لتبريد الهواء الرطب من أجل الوصول إلى التشبع.

2.3.2.I رطوبة الهواء

يمثل هذا المتغير النسبة بين الضغط الجزئي (P_v) وضغط بخار التشبع، وتكون الرطوبة النسبية للهواء 100% عندما يكون الهواء متشبعًا تمامًا، وبالنظر إلى كتلة الهواء الرطب التي تحتل حجم معين في درجة حرارة T تحت ضغط [17].

$$(5.I) \quad M_h = M_a + M_v$$

■ P يمثل ضغط الهواء الرطب ويساوي مجموع الضغوط الجزئية للهواء جاف وضغط بخار الماء [17].

$$(6.I) \quad P = P_a + P_v$$

وتنقسم رطوبة الهواء إلى عدة أنواع:

• الرطوبة النسبية

الرطوبة النسبية أو كما تسمى أيضا بدرجة الرطوبة هي النسبة بين الضغط الجزئي لبخار الماء الموجود في الهواء على ضغط الهواء في حالة التشبع [25]. وتعطى بالعلاقة:

$$(7.I) \quad H_r = \frac{P_v}{P_s(T)} 100 \quad 0\% \leq H_r \leq 100$$

حيث:

H_r : الرطوبة النسبية .

P_v : الضغط الجزئي للبخار.

P_s : ضغط تشبع البخار.

• الرطوبة المطلقة

تمثل الرطوبة المطلقة النسبة بين كتلة بخار الماء محتواه في حجم من الهواء الرطب على كتلة الهواء الجافة، ويطلق على الرطوبة المطلقة في الكثير من الأحيان بنسبة الخلط. ويرمز لها بالرمز (H_a) وتعطى بالعلاقة التالية [18]:

$$(8.I) \quad H_a = \frac{M_a}{M_v} [kg_v/kg_a]$$

M_v : كتلة بخار الماء.

M_a : كتلة هواء جافة.

H_a : الرطوبة المطلقة.

يمكن أن تكتب الرطوبة المطلقة بدلالة الضغط كما يلي [19]:

$$(9.I) \quad H_a = 0.622 \cdot \frac{P_v}{P - P_v}$$

• درجة التشبع

وتمثل النسبة بين الرطوبة المحددة للهواء ورطوبة الهواء المشبع في نفس درجة الحرارة. وتعطى درجة التشبع

بالعلاقة التالية [18]:

$$(10.I) \quad \varphi = \frac{H_a}{H_{as}} [\%]$$

حيث:

φ : درجة تشبع.

H_a : الرطوبة المطلقة.

H_{as} : رطوبة الهواء المشبع.

3.3.2.1 الضغط

يحتوي الهواء الرطب على مزيج من الهواء الجاف وبخار الماء، فعند احتواء الهواء الرطب على كمية كبيرة من بخار الماء عند درجة حرارة معينة ففي هذه الحالة يتم استخدام ضاغط بخار المشبع الذي يرمز إليه (Pv-sat). يكون البخار قريب من سطح المنتج الذي تتم عليه عملية التجفيف [17].

4.3.2.1 سرعة الهواء

بالنسبة لجميع القيم الثابتة لدرجة الحرارة أو الرطوبة النسبية، تتميز سرعة الهواء بإزاحة كتلة الهواء الناتجة عن قوة تدرج الضغط. وكلما ازدادت سرعة الهواء على سطح المنتج كلما كانت عملية التجفيف أسرع، تؤدي سرعة الرياح المنخفضة أيضاً إلى تقليل التبخر مما يؤدي إلى عدم وجود حركة حول المنتج المراد تجفيفه [20].

3.I الظواهر الفيزيائية التي تحدث خلال عملية التجفيف (طرق الانتقال)

أثناء عملية التجفيف يلاحظ حدوث ظاهرتين فيزيائيتين متداخلتين فيما بينهما، وهذا ناتج عن التفاعل الحاصل بين المنتج المراد تجفيفه والهواء الذي يحتويه، فالظاهرة الأولى وهي الانتقال الحراري الذي يحدث من الهواء باتجاه المنتج والظاهرة الثانية وهي الانتقال الكتلي (بخار الماء) من المنتج باتجاه الهواء [9].

1.3.I الانتقال الحراري

يتم انتقال الحرارة بسبب حدوث فرق في درجة الحرارة بين الهواء والمنتج وذلك راجع لرفع درجة حرارة الهواء في الغرفة، ويؤدي هذا الانتقال إلى خفض درجة الحرارة فيها وبالتالي خفض الضغط في غرفة التجفيف، وعموما أثناء عملية التجفيف يحدث الانتقال الحراري بأنواعه الثلاثة: التوصيل، الحمل والإشعاع، ويتم استخدامها بمفردها أو في توليفة مع بعضها البعض.

1.1.3.I التجفيف بالحمل الحراري

عادة يكون الحمل الحراري الأسلوب الأكثر شيوعا لنقل الطاقة في عملية التجفيف، فهو يتم عن طريق الاتصال بين مائع متحرك وسطح ما، والذي قد يكون على شكل جزيئات، قطرات أو لويحات [21] ويتم وفق المعادلة التالية:

$$Q = \alpha \cdot A \cdot (T_a - T_s) \quad (11.I)$$

حيث:

Q: كمية الحرارة المحولة بالحمل الحراري في وحدة الزمن.

A: سطح التبادل الحراري بالحمل.

α : معامل التجفيف بالحمل.

ونستطيع تمييز نوعين من الحمل:

➤ الحمل الطبيعي:

في هذه الحالة حركة المائع متعلقة بالتغير في كتلته الحجمية مع درجة الحرارة، هذا التغير (الفرق) يخلق قوة جاذبة تساعد في انتقال جزيئات المائع.

➤ الحمل القسري:

حركة المائع في هذه الحالة مستقلة تماما عن الظاهرة الحرارية، حيث تجرى بطريقة ميكانيكية مثل مضخة أو مروحة.

2.1.3.I التجفيف بالتوصيل الحراري

وهنا يتم توفير الطاقة الحرارية اللازمة للتجفيف عن طريق الاتصال المباشر بين المنتج والجدار الساخن، التوصيل يمكن أن يحدث بسهولة في المواد الصلبة، ومن ثم في المواد السائلة وبصعوبة يحدث في الغازات ولا يمكن حدوث التوصيل في الفراغ مثل الفضاء الخارجي.

عند وجود تدرج حراري في جسم معين، فإن الحرارة تنتقل من المنطقة ذات درجة الحرارة العالية إلى المنطقة ذات درجة الحرارة المنخفضة.

يعطى تدفق الحرارة بالتوصيل الحراري بالعلاقة التالية:

$$(12.I) \quad \frac{Q}{A} = \lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

Q : تدفق الحرارة بالتوصيل.

A : سطح التبادل الحراري بالتوصيل.

λ : الموصلية الحرارية للمنتج.

$\frac{dT}{dx}$: التدرج في درجة الحرارة بين الجدار الساخن والمنتج.

3.1.3.I التجفيف بالإشعاع الحراري

في هذه الحالة يتم نقل الطاقة اللازمة للتبخير عن طريق الإشعاع، عملية التجفيف هذه فعالة جدا لإزالة الماء خاصة عندما يكون المنتج المراد تجفيفه غير حساس للحرارة [21]. هذا النوع من الانتقال يحدث في المجففات الشمسية المباشرة، حيث ان سطح المادة المجففة يسخن مباشرة بواسطة الأشعة القادمة من الشمس. كمية الحرارة Q المنقولة إلى المنتج المراد تجفيف لكل وحدة زمنية محددة بقانون ستيفان- بولتزمان.

$$(13.I) \quad Q = A_1 C \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \varphi$$

$$(14.I) \quad C = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1 \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}{A_2}}$$

Q : تدفق الحرارة بالإشعاع.

T_1 : درجة حرارة مصدر الانبعاث.

T_2 : درجة حرارة المنتج.

A_1 : سطح الجسم المتلقي للإشعاع.

A_2 : السطح المرسل للأشعة تحت الحمراء.

φ : عامل معقد يأخذ بعين الاعتبار الوضع النسبي للمصدر والمنتج (عندما يحيط المرسل بالمنتج يكون $\varphi = 1$).

ε_1 : الإنبعاثية للمنتج.

ε_2 : إنبعاثية المرسل.

σ : ثابت ستيفان – بولتزمان ($\sigma = 5.673 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$).

2.3.I الانتقال الكتلي

نقل الحرارة ونقل الكتلة هي عمليات حركية يمكن أن تحدث وتجري دراستها بشكل منفصل أو مشترك، ودراستها بشكل منفصل يكون أبسط، ولكن إذا قمنا بدراستها بشكل مشترك سندرك بسهولة أن كلتا العملتين يتم نمذجتهما بواسطة معادلات رياضية مماثلة في حالة الانتشار والحمل الحراري لا يوجد تشابه كبير بين انتقال الكتلة والإشعاع

الحراري، حيث يتم انتقال الكتلة في الأوساط المادية التي يكون فيها فرق في التركيز (كتلي أو مولي)، ويتم ذلك إما بالانتشار الجزيئي أو بالحمل إلى غاية تساوي التركيز.

1.2.3.I الانتشار الجزيئي

انتقال الكتلة بالانتشار الجزيئي، هو تشابه مباشر لانتقال الحرارة بالتوصيل، والانتشار الجزيئي يتم في مائع بحركة منتظمة في سريان رقائقي [9].

وينص قانون فيك على أنه عند وجود خليط من المادة A والمادة B بتركيز أعلى للمادة A فإنه ينشأ سريان من المادة A في اتجاه انخفاض التركيز. إذا كانت المادة A في الخليط تنتقل في اتجاه x فإن قانون فيك يعطى كالآتي.

$$(15.I) \quad N_A = D_{AB} \frac{dC}{dx}$$

N_A : عدد الجزيئات لكل لتر.

D_{AB} : معامل الانتشار.

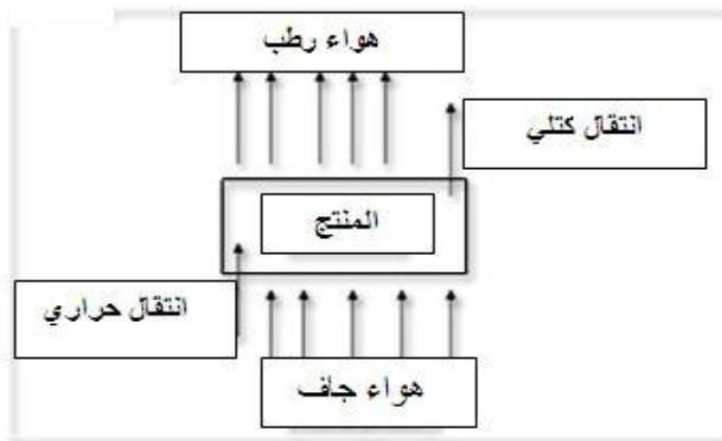
C : التركيز.

x : المسافة المقطوعة.

2.2.3.I الانتقال الكتلي الحلمي

في الانتقال الكتلي بالحمل تنقل الكتلة (أو كمية المادة) مباشرة للمائع المذاب. والحمل هو شكل من أشكال الانتقال السريع بالمقارنة بالانتشار الجزيئي. وعند ترك المائع المذاب يتحرك لوحده أو بفعل التيار الكتلي الناتج من زيادة ذوبان المادة، نسمي هذا النوع بالحمل الكتلي الطبيعي (الحر)، لكن عند التأثير على المائع بقوة كعامل ميكانيكي (مروحة) نسمي الحمل بالحمل الكتلي القسري.

ويخلص الشكل (10.I)، الظواهر الحاصلة أثناء التجفيف:



الشكل (4.I): رسم تخطيطي لانتقال الحرارة والكتلة أثناء التجفيف [16].

4.I سرعة التجفيف

تعرف سرعة التجفيف على انها النسبة بين كتلة الماء المتبخر من المنتج لكل وحدة زمنية وكتلة المادة وهي مجففة، أو ببساطة الفرق في المحتوى الرطوبي (Δm) للفاصل الزمني (Δt)، وهو المقدار الذي يميز وتيرة التحول [22].
سرعة التجفيف دالة لعدة عوامل أهمها [22]:

✚ الطبيعة، المسامية، الشكل والرطوبة للمنتج .

✚ درجة الحرارة، الرطوبة وسرعة الهواء.

وتكتب عبارة سرعة التجفيف كما يلي [23]:

$$(16.I) \quad R = \frac{-dM_v}{S \cdot dt} = \frac{M_s \cdot d\omega}{S \cdot dt}$$

$$(17.I) \quad M_v = M_s \cdot d\omega$$

$$(18.I) \quad d\omega = \omega_e - \omega_s$$

R : سرعة التجفيف.

M_v : كتلة الماء المتبخر.

M_s : كتلة المادة وهي جافة.

$d\omega$: رطوبة المنتج في بداية ونهاية عملية التجفيف.

ω_e : رطوبة المنتج في نهاية التجفيف.

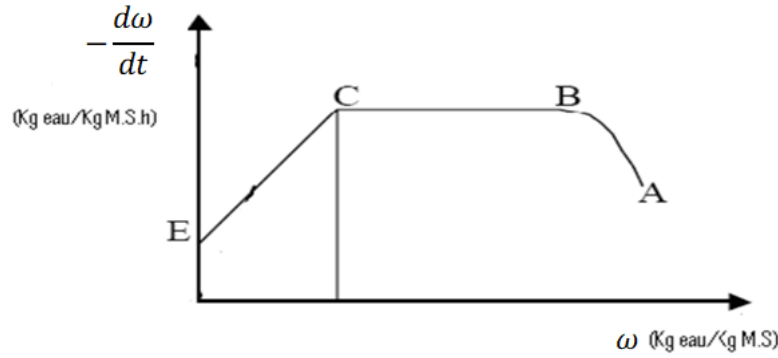
ω_s : رطوبة المنتج في بداية التجفيف.

S : مساحة المادة المجففة.

dt : زمن التجفيف.

5.I حركية التجفيف (فترة التجفيف)

يتم دراسة حركية تجفيف المنتجات من خلال منحنيات تدرس تطور سرعة التجفيف كدالة للزمن مما يعطي سرعة التجفيف ($-d\omega/dt$) ويتم تبخر الماء على سطح المنتج الذي تتم عليه عملية التجفيف بحيث ينتقل الماء من الداخل نحو سطح المنتج بقوة سرعة التجفيف، ومن اجل فهم ظاهرة هجرة المياه في المنتجات المبتلة يجب الأخذ بعين الاعتبار انتقال كتلة وانتقال حرارة في آن واحد [24].



الشكل (5.1): مخطط يوضح حركية التجفيف

يمكن تمييز ثلاث مراحل أساسية من خلال الشكل وهي:

✚ مرحلة التزايد (A-B)

في هذه الفترة يتم تحريك المنتج بواسطة الهواء الساخن، حيث يحدث تبادل للحرارة بين المنتج والهواء الجاف والذي يكون على شكل بخار، الذي يسبب اختلاف في رطوبة المنتج ولكن ليس بالدرجة الكبيرة. مما يؤدي إلى نشوء اختلاف في درجة حرارة المنتج على فترات زمنية معينة (ترتفع أو تنخفض)، الحرارة زائدة التي يوفرها الهواء الساخن تتسبب في جعل المنتج أكثر دفئا والذي يساهم في عملية التوازن. تعرف هذه فترة بفترة الإحماء ما يميزها أنها قصيرة جدا، وتظهر في الواقع إذا كانت المنتجات ذات حجم كبير، وبسبب وجود فرق في درجة الحرارة بين الهواء والمنتج هذا ما أدى بالعلماء إلى عدم الاهتمام بهذه الفترة [25].

✚ مرحلة السرعة الثابتة (B-C)

تتميز هذه المرحلة بثبوت معدل التجفيف لمعظم المنتجات، حيث تنتقل الرطوبة إلى سطح المنتج مع توافق درجة حرارة سطح المنتج مع درجة الحرارة الرطبة لتجفيف الهواء، وهذه هي درجة الحرارة التي تتساوي عندها درجة حرارة الهواء مع درجة الحرارة اللازمة لتبخير الماء. ولا تتدخل طبيعة المنتج في هذه فترة ولكن لشكله تأثير كبير على تدفق الماء المتبخر.

✚ مرحلة التباطؤ (C-E)

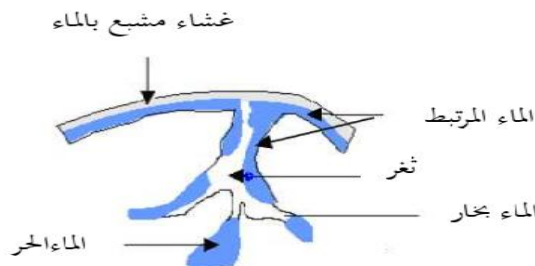
تسمى هذه مرحلة بمرحلة التباطؤ لعدم وجود قوى كافية لنقل الماء إلى سطح المنتج ويستحيل أن تبقى سرعة التجفيف ثابتة والتي تبدأ بالانخفاض تدريجيا، نتيجة لهذا الانخفاض يتناقص معدل التجفيف. وهناك العديد من الظواهر التي تحدث في هذه الفترة يمكن أخذها بعين الاعتبار وهي [26].

6.I أشكال الماء في الأوساط المسامية

1.6.I توزيع الماء داخل الجسم المسامي

باعتبار أن أغلب المنتجات أجسام مسامية فإن توزيع الماء داخلها يكون كالتالي:

- **الماء المرتبط:** يشكل طبقة رقيقة (غشاء) مع جدار الثغر، وهو موجود في شكل سائل، وهي تتحرك وتنفذ من خلال الأغشية الخلوية من التركيز العالي إلى التركيز المنخفض، وعموماً فإن هذا النوع من المياه يمكن بعملية التجفيف السيطرة عليه وإزاحته ببعض الطاقة الحرارية [8].
- **الماء المتحد:** هذه المياه لا يمكن السيطرة عليه وإزاحته لأنه من أصل وتركيب الثمرة ونسبته بسيطة ولا تحتاج إلى الإزاحة لأن بإزاحتها يتغير تركيب الثمرة وشكلها.
- **الماء الحر:** ويملأ أغلب أجزاء فراغات الجسم وهو موجود على شكل سائل بواسطة القوة الشعيرية، وهذه المياه تكون قريبة من السطح (القشرة) وتتبخر من خلال تعرض المنتج لأي حرارة مباشرة كأشعة الشمس وبذلك فهي تفقد ببساطة، والكمية العظمى من الماء الحر لها علاقة مباشرة مع مسامية الوسط (ε). أما الفراغ الخالي من الماء السائل فيحتوي على بخار الماء.
- **بخار الماء:** ويتواجد في الفراغ الخالي من الماء السائل، وهو ممزوج بالهواء الجاف.



الشكل (6.I): توزيع الماء داخل الجسم الصلب المسامي [8].

2.6.I محتوى الماء

محتوى الماء للمادة الصلبة يطلق عليه أيضاً بالرطوبة المطلقة، ويعبر عن كتلة السائل الواردة في المنتج مع مقارنتها بالكتلة الجافة. تعطى علاقة محتوى الماء الجاف بالعلاقة التالية [22]:

$$(19.I) \quad \omega_a = \frac{M_h - M_s}{M_s}$$

ω_a : محتوى ماء جاف.

M_h : كتلة سائل واردة.

M_s : كتلة جافة للمنتج.

3.6.I نشاط الماء في المنتج

يرمز إلى نشاط الماء في المنتج بالرمز (A_w) . ويتعلق برطوبة المنتج، حيث يعبر نشاط الماء في المنتج بأنه النسبة بين ضغط الجزئي لبخار الماء على سطح المنتج (P_{vp}) عند ضغط بخار التشبع (P_{vs}) . وتكتب علاقة نشاط الماء في المنتج بالشكل [17].

$$(20.I) \quad A_w = \frac{P_{vp}}{P_{vs}}$$

حيث:

A_w : نشاط الماء في المنتج.

P_{vp} : ضغط بخار ماء في هواء مشبع.

P_{vs} : ضغط بخار ماء على سطح منتج.

الخلاصة

خلال هذا الفصل تم التعرف على خصائص الوسط المسامي، وكذلك العوامل الأساسية التي تؤثر على المجففات الشمسية من درجات حرارة ورطوبة وسرعة الهواء وضغط، كما يوضح هذا الفصل اهم ظاهرتين فيزيائيتين تحدثان أثناء عملية التجفيف، وهما الانتقال الحراري الذي تم شرح كيفية التجفيف بالأنواع الثلاثة (التجفيف بالحمل - التجفيف بالتوصيل - التجفيف بالإشعاع)، وكذلك الانتقال الكتلي وقد تبين أنه السبب في ظهور بخار الماء أثناء التجفيف، كما يتبين أن له سرعة وحركية مع ذكر أهم مراحل تجفيف المنتج، والعوامل التي تؤثر عليها.

الفصل الثاني
الصياغة الرياضية للانتقال المقترن
للحرارة والمادة

مقدمة

نقدم في هذا الفصل الصيغة الرياضية للانتقال الحرارة والكتلة داخل وسط مسامي التي تحدث اثناء عمليات معالجة الطعام او حفظه بشكل عام، واثناء التجفيف بشكل خاص. تتضمن هذه الصيغة معادلات النقل في المواد (الحرارة والرطوبة)، والتي تكون مصحوبة بالشروط الأولية والشروط الحدودية.

1.II نظريات (نماذج) وصفية لظاهرة التجفيف

تم استخدام طرق مختلفة على مجموعة متنوعة من المنتجات لوصف آليات التجفيف. هذه الأساليب النظرية، التي تسمح بالتنبؤ بالنقل الداخلي للمادة والحرارة في منتج اثناء التجفيف، بشكل عام تفترض هيمنة آلية نقل واحدة او أكثر. يمكن اقتراح التصنيف التالي:

- النماذج الحركية التي تفرض ان الخطوة المحددة هي نقل الماء السائل من قلب المنتج الى السطح دون مراعاة مدخلات الطاقة. من بين هذه النماذج، يمكننا الاستشهاد بحالة انتشار السائل متساوي الحرارة، وحالة هجرة المياه عن طريق الشعيرات (نموذج شيرود).
 - النماذج الحركية التي تحدث فيها المادة والحرارة في وقت واحد. يتم نقل الرطوبة بشكل أساسي عن طريق آليات الانتشار، يقتصر الانتشار على المرحلة الغازية، والانتشار المتزامن خلال عدة مراحل (نموذج كريشر...).
 - النماذج التي تأخذ في الاعتبار عمليات نقل المادة والحرارة مع حدوث تبادل لأحدهما على الاخر وفقا لمبدأ الديناميكا الحرارية للعمليات التي لا رجعة فيها (نموذج ليكوف...).
- يشكل هذان النموذجان الاخيران نماذج اقتران النقل [27].

1.1.II نموذج انتشار السائل (نموذج Sherwood 1929)

تفترض هذه النظرية أن حركة الماء نحو سطح المادة الصلبة يحكمها قانون Fick. وهو ما يعكس ظاهرة هجرة بخار الماء من وسط ذو التركيز العالي للماء إلى وسط ذو التركيز المنخفض للماء [28]، وبعبارة أخرى، (من لب المادة نحو سطحها، ثم على السطح يحدث التبخر بسبب مصدر طاقة خارجي). هذه النظرية صالحة في حالة تجفيف الطعام والحبوب، ولكنه ليس هو الحال بالنسبة للمنتجات الأخرى. يعتمد الانتشار على العديد من العوامل، مثل طبيعة المادة الصلبة، وطبيعة الرطوبة، ومحتوى الرطوبة، ودرجة الحرارة [29].

2.1.II نظرية Luikov (1934)

اكتشف Luikov ظاهرة الانتشار الحراري للرطوبة بحيث اقترح أن درجة حرارة التدرج هو واحدة من العوامل التي تسبب نقل الرطوبة وقد اعتمد على استخدام المعادلات الأساسية لديناميكا الحرارية غير العكوسة للتحقق من أن نقل البخار والسائل ينقسم إلى قسمين: تدرج التركيز، وتدرج درجة الحرارة [30].

$$(1. II) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \text{div} \left[D \left(\overline{\text{grad}}(\omega) - \delta \overline{\text{grad}}(T) \right) \right]$$

$$(2. II) \quad C_p \delta_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} \left[\lambda \left(\overline{\text{grad}}(\omega) \right) \right] - L_v \epsilon \rho_0 \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

حيث:

$$(3. II) \quad \delta = \frac{D_{vt} + D_{vt}}{D_v + D_l}$$

δ : يسمى معامل الهجرة الحرارية.

3.1.II نظرية الشعيرات (1937)

تقتض هذه النظرية أن حركة الماء في المسام ناتجة عن قدرة الشفط، التي تم دراسة آليتها بواسطة Jurin. يتم تطبيق هذه النظرية على المنتجات المسامية أو المنتجات الحبيبية. يوضح Ceaglske و Hougen أنه بالنسبة لتجفيف مادة حبيبية صلبة، تدفق المياه يرجع بالكامل إلى قوى شعيرات، ومستقلة تماما عن التركيز [30].

4.1.II نظرية Pei و Krischer-Berger (1938)

افترض العالم Krischer، أن أثناء عملية التجفيف يتم انتقال الرطوبة في الحالة السائلة بسبب قوى الشعيرات، وفي حالة البخار بسبب تدرج تركيز البخار، لذلك اثبت كل Pei و Berger من أن نقل السائل يكون بسبب قوى الشعيرات وتدرج التركيز، وانتشار البخار راجع إلى التدرج في ضغط البخار [30].

$$(4. II) \quad \begin{cases} J_l = -D_l \rho_l \overline{\text{grad}}(w) \\ J_v = -D_v \rho_v \overline{\text{grad}}(P_v) \end{cases}$$

لدينا: D_v و D_l ، على التوالي قيم معاملات انتشار السائل والبخار يمكن تحديد قيمة P_v ، باستخدام متساوي درجة حرارة الامتصاص.

5.1.II نظرية De Vries و Philip (1957)

تفترض هذه النظرية أن حركة الماء ترجع إلى المسامية وانتشار البخار. وبالتالي فهي تعتمد على تطوير نظام معادلات تصف الرطوبة ونقل الحرارة في المواد التي يسهل اختراقها [31].

$$(5. II) \quad \begin{cases} \vec{J}_l = D_l \overline{\text{grad}}(w) - D_{lt} \rho_0 \overline{\text{grad}}(T) - D_i \\ \vec{J}_v = D_v \overline{\text{grad}}(w) - D_{vt} \rho_0 \overline{\text{grad}}(T) \end{cases}$$

$$(6. II) \quad \begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} = \text{div} [D (\overline{\text{grad}}(w) + D \overline{\text{grad}}(T))] \\ C_p \delta_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} [D (\overline{\text{grad}}(T))] + L_v \text{div}[D \overline{\text{grad}}(w)] \end{cases}$$

L_v : هي الحرارة الكامنة لتبخي الماء.

D : معامل الانتشار الكلي المعطى بهذه العلاقة:

$$(7. II) \quad D = D_l + D_v$$

6.1.II نظرية Whitaker (1977)

اقترح Whitaker طريقة جديدة لكتابة معادلات الحرارة ونقل الكتلة في الوسائط المسامية. حيث يطبق نظام معادلات حفظ الحرارة والكتلة وقوانين الديناميكا الحرارية للحالات الثلاث الموجودة في الوسط (الصلبة والسائلة والغازية). يمكن اعتبار هذه الدراسة نقطة انطلاق للنظريات الحديثة، لأنها تعطي توافق جيد للغاية مع النتائج التجريبية [32].

✚ معادلة الطاقة

$$(8. II) \quad \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_l c_{pl} + \overline{\rho_g^g} c_{pg}^g) \nabla T + \Delta l_v \dot{m} = \nabla(\lambda_{eff} T)$$

✚ معادلة استمرارية المرحلة السائلة

$$(9. II) \quad \frac{\partial \dot{\epsilon}_l}{\partial t} + \nabla_{vt} + \frac{\dot{m}}{\rho_l} = 0$$

✚ معادلة انتشار البخار في الطور الغازي

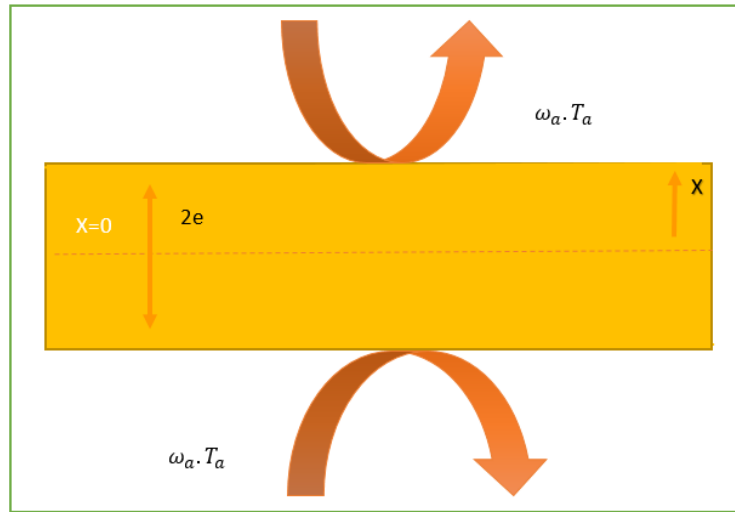
$$(10. II) \quad \frac{\partial \varepsilon_g \rho_v^g}{\partial t} + \nabla(\rho_v^g V^g) = \dot{m} + \nabla \left[\frac{\rho_v^g}{\rho_g^g} D_{eff} \nabla \left(\frac{\rho_v^g}{\rho_g^g} \right) \right]$$

2.II الوصف والنمذجة الرياضية للمشكلة المدروسة

1.2.II تحديد الظواهر الفيزيائية

هذا العمل عبارة عن محاكاة رياضية للانتقال المقترن للحرارة والمادة خلال عملية التجفيف وكتطبيق لهذه المحاكاة اخترنا شرائح المانجو كموضوع للدراسة حيث ركزنا اهتمامنا بشكل خاص على الدراسة التجريبية لتجفيف شرائح المانجو في فرن دثر (Thermoscientific) في ثلاث (03) درجات حرارة مختلفة التي اقترحها [5] Abouo.

نعتبر شرائح المانجو التي تمت دراستها والتي من المفترض أن تكون وسطاً مسامياً عبارة عن مركز لمجموعة من ظواهر انتقال الكتلة والحرارة التي تحدث أثناء عمليات معالجة الطعام أو حفظه بشكل عام وأثناء التجفيف بشكل خاص الشكل (1.II).



الشكل 1.II : تمثيل شريحة المانجو

2.2.II الفرضيات

حتى نتمكن من وضع المعادلة الرياضية التي ندرس الظواهر الفيزيائية المختلفة التي تحدث أثناء عملية التجفيف، نستعين بالفرضيات التالية:

- لا يوجد تشوه أثناء التجفيف: تعتبر شريحة المانجو جسماً صلباً ومسامياً، وتمتلئ مسامها بالماء.

- التدفق احادي الطور: بالنسبة لشريحة من المانجو، يكون سمكها صغيرا جدا مقارنة بالاتجاهات. ما يجعل السطح الجانبي الذي يعتمد على السماكة سيكون بنفس ترتيب الحجم. وبالتالي، فإن التبادلات الجانبية، الحرارية او الجماعية، لا تكاد تذكر بالمقارنة مع عمليات النقل التي تحدث على الاسطح الأخرى.
- الخصائص الفيزيائية للمنتج ثابتة: هذه معاملات فيزيائية (الكثافة، معامل الانتشار...) والمعاملات الفيزيائية الحرارية (التوصيل الحراري، الحرارة النوعية...).
- تظل الخصائص الفيزيائية للهواء ثابتة أيضا طول فترة التجفيف: نظرا لان النمذجة تتعلق فقط بشريحة من المانجو، فان خصائص الهواء الجاف ستتأثر قليلا بالتبادلات، لذلك يمكننا اهمال آثارها. هذا يعني ان درجة الحرارة وجميع المعلمات الأخرى المحددة أعلاه للهواء الرطب (الرطوبة ودرجة حرارة المصباح الرطب والضغط وما الى ذلك) ثابتة.
- توزيعات درجة الحرارة والرطوبة يفترض ان تكون موحدة في البداية في المنتج. لم يكن هناك تدفق حراري او هجرة مائية قبل عملية التجفيف.
- كل الحرارة التي يتم احضارها الى المانجو ناتجة عن الحمل الحراري بهواء التجفيف.
- الحرارة القادمة من الاشعاع والتي تأتي من التوصيل بين الجسم واي مادة أخرى (أي جدار من المجفف او أي جهاز اخر) لا يكاد يذكر [27].

3.2.II معادلات التوازن

بالنظر الى هذه الفرضيات، يتم تحديد مجال درجة الحرارة $T(x, t)$ والرطوبة $\omega(x, t)$ من نظام المعادلات التفاضلية الجزئية.

- انتقال الكتلة في طور البخار

$$(11. II) \quad \frac{\partial}{\partial t} = (\rho_0 \omega_0) + \text{div} \vec{J}_v = I_v$$

\vec{J}_v : كثافة تدفق كتلة البخار بالانتشار الجزيئي

$$(12. II) \quad \vec{J}_v = -\rho_0 D_v [\nabla \omega_v + \nabla T]$$

- انتقال الكتلة في الطور السائل

$$(13. II) \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 \omega_l) + \text{div} \vec{J}_l = I_l$$

مع العلم ان حركة السائل تخضع لقانون باراي، من خلال إظهار درجة الحرارة ∇T وتدرجات الرطوبة $\nabla \omega$ فإن كثافة تدفق الكتلة في الطور السائل \bar{J}_v تأخذ الشكل التالي:

$$(14. II) \quad \bar{J}_v = -\rho_0 D_l [\nabla \omega + \delta_l \nabla T]$$

D_l : الانتشار الكتلي للرطوبة في الطور السائل.

δ_l : معامل الهجرة الحرارية في الطور السائل.

بشكل عام، تكون كتلة البخار ضئيلة مقارنة بكتلة السائل، وبالتالي فإن تركيز الرطوبة في الوسط المسامي يساوي محتوى الرطوبة في الطور السائل.

$$(15. II) \quad \omega = \omega_v + \omega_l$$

$$I_v = -I_l = \dot{m}$$

لذلك تتم كتابة معادلة النقل الجماعي لجميع المراحل:

$$(16. II) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = \nabla (D \nabla \omega + D \delta \nabla T)$$

$$D = D_v + D_l$$

$$(17. II) \quad \delta = \frac{\delta_v D_v + \delta_l D_l}{D}$$

• انتقال الحرارة

ان التعبير عن الحفاظ على المحتوى الحراري في المرحلة الصلبة والسائلة والبخارية ينتج عنه معادلة حفظ الطاقة:

$$(18. II) \quad \rho_0 c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda \nabla T) \dot{\varepsilon} l_v \rho_0 \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

4.2.II الشروط الحدية

لحل معادلات التحويل التي تم وضعها سابقا، يتم اخذ شروط الحدود الخاصة بمشكلتنا في الاعتبار، وهي: تدفقات الكتلة والحرارة.

منتصف الشريحة (الوجه المقاوم للماء والحافظ للحرارة)

بسبب التماثل الموجود على مستوى السطح نأخذ بعين الاعتبار الظواهر الفيزيائية التي تحدث على نصف الشريحة فقط والتي نعبر عنها على النحو التالي:

$$(19. II) \quad \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0$$

$$(20. II) \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

الجهة المعرضة لهواء التجفيف (وسط مسامي-وسط مائع)

$$(21. II) \quad \rho_0 D \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_{x=e} + \rho_0 D \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=e} + j_m = 0$$

$$(22. II) \quad -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=e} + j_q + l_v \dot{m} = 0$$

$$(23. II) \quad j_q = h_c (T_a - T_x) = e$$

$$(24. II) \quad j_m = h_m (\omega_x = e - \omega_a)$$

h_c : معامل انتقال الحرارة بالحمل الحراري.

h_m : معامل نقل الكتلة عبر السطح الحر.

T_a : درجة حرارة المنطقة بعيدة عن الوسط.

$T_{x=0}$: درجة حرارة المنطقة البعيدة عن وسيط الواجهة.

ω_a : كمية الماء في الهواء المحيط.

$\omega_{x=e}$: الكسر الكتلي للرطوبة في الوسط.

3.II الصياغة العددية للمشكلة المدروسة

1.3.II عرض الطريقة

يمكن تحويل المعادلة التفاضلية الجزئية إلى مجموعة كبيرة من المعادلات البسيطة المطبقة على أجزاء أو نقاط متناهية في الصغر مع اعتبار الشروط الابتدائية والحدودية، حيث يكون هناك رابط بين هذه الأجزاء أو النقاط. ولكن لكثرة العمليات حسابية المتكررة يستخدم الحاسوب في الوقت الراهن للقيام بها، وهذه الطرائق متعددة وكثيرة أهمها: طريقة الفروق المحدودة، طريقة العناصر المحدودة، طريقة الحجوم المحدودة.

نستخدم طريقة الفروق المحدودة لأن ميزتها البساطة في الكتابة وانخفاض تكلفة الحساب. تتكون هذه الطريقة من استبدال المشتقات الجزئية بفروق مقسمة أو مجموعات من القيم النقطية في عدد محدود من النقاط المنفصلة أو العقد الشبكية في المجال. يمكن أن تكون الطريقة التي نواصل بينها لعمل الاختلافات والحسابات ودقة المعادلات شبكة المجال

تتكون طريقة الفروق المنتهية من تقدير المشكلة المدروسة عن طريق تقسيم المجال الحسابي إلى عدة مجالات فرعية تسمى عناصر الشكل الخطي للأطوال المترابطة عند نقاط العقد. ويتم تحديد مجال صحة المعادلات

التفاضلية على جسم شريحة المانجو الخاصة بنا، نظرا لان نظامنا احادي الاتجاه فإنه يتم عمل الشبكة في اتجاه واحد للفضاء.

2.3.II تفصيل معادلات الفروق المحدودة

$$(25. II) \quad \begin{cases} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_i^{t+\Delta t} - u_i^t}{\Delta t} \\ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i = \frac{u_{i-1}^{t+\Delta t} - 2u_i^{t+\Delta t} + u_{i+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x^2} \end{cases}$$

حيث u هو الوضع العام ل \square و T

بالنسبة للمشتقات المكانية للنظام من الرتبة 1 التي نلتقي بها عند الحدود، نكتب:

$$(26. II) \quad \begin{cases} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0^{t+\Delta t} = \frac{u_2^{t+\Delta t} - u_1^{t+\Delta t}}{\Delta x} \\ \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=e} = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_e^{t+\Delta t} = \frac{u_n^{t+\Delta t} - u_{n-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x} \end{cases}$$

على الرغم من الترابط المتبادل، نكتب معادلة الفضاء المنفصلة التي تحكم انتقال المادة وتقدير معادلة نقل الحرارة.

• تقدير معادلة النقل الشامل

$$(27. II) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + D\delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$(28. II) \quad \begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\omega_i^{t+\Delta t} - \omega_i^t}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \frac{\omega_{i-1}^{t+\Delta t} - \omega_i^{t+\Delta t} + \omega_{i+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1}^{t+\Delta t} - T_i^{t+\Delta t} + T_{i+1}^{t+\Delta t}}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{t+\Delta t} - T_i^t}{\Delta t} \end{cases}$$

$$2 \leq i \leq n - 1$$

وفقا للمعادلتين (27.II) و (28.II) نحصل بعد ذلك على:

$$(29. II) \quad \frac{\omega_i^{t+\Delta t} - \omega_i^t}{\Delta t} = D \left(\frac{\omega_{i-1}^{t+\Delta t} + \omega_{i+1}^{t+\Delta t} + 2\omega_i^{t+\Delta t}}{\Delta x^2} \right) + D\delta \left(\frac{T_{i-1}^{t+\Delta t} + T_{i+1}^{t+\Delta t} + T_i^{t+\Delta t}}{\Delta x^2} \right)$$

لذلك يمكننا ان نكتب:

$$(30. II) \quad (2A + 1)\omega_i^{t+\Delta t} - A\omega_{i-1}^{t+\Delta t} - A\omega_{i+1}^{t+\Delta t} - BT_{i-1}^{t+\Delta t} - BT_{i+1}^{t+\Delta t} + 2BT_i^{t+\Delta t} = \omega_i^t$$

$$(31. II) \quad A = \frac{\Delta t D}{\Delta x^2} \quad \text{و} \quad B = \frac{\Delta t D \delta}{\Delta x^2}$$

تدوين المصفوفة لهذا النظام هو:

$$(32. II) \quad \begin{bmatrix} -A & 2A+1 & -A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A & 2A+1 & -A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -A & 2A+1 & -A & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -A & 2A+1 & -A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_2^{t+\Delta t} \\ \omega_3^{t+\Delta t} \\ \omega_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ \omega_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix}$$

$$(33. II) \quad \begin{bmatrix} -B & 2B & -B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B & 2B & -B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B & 2B & -B & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -B & 2B & -B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_2^{t+\Delta t} \\ T_3^{t+\Delta t} \\ T_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ T_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_2^t \\ \omega_3^t \\ \omega_4^t \\ \vdots \\ \omega_n^t \end{Bmatrix}$$

$$(34. II) \quad [A_1] \begin{Bmatrix} \omega_2^{t+\Delta t} \\ \omega_3^{t+\Delta t} \\ \omega_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ \omega_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} + [B_1] \begin{Bmatrix} T_2^{t+\Delta t} \\ T_3^{t+\Delta t} \\ T_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ T_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_2^t \\ \omega_3^t \\ \omega_4^t \\ \vdots \\ \omega_n^t \end{Bmatrix}$$

• تقدير معادلة الحرارة

$$(35. II) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p} \frac{\partial T}{\partial x^2} + \frac{\dot{\epsilon} l_v}{c_p} \frac{\partial \omega}{\partial t}$$

$$2 \leq i \leq n-1$$

وفقا للمعادلتين (28.II), (35.II) نحصل بعد ذلك على:

$$(36. II) \quad \frac{T_i^{t+\Delta t} - T_i^t}{\Delta t} = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p} \left(\frac{T_{i-1}^{t+\Delta t} + T_{i+1}^{t+\Delta t} - 2T_i^{t+\Delta t}}{\Delta x^2} \right) + \frac{\dot{\epsilon} l_v}{c_p} \left(\frac{\omega_i^{t+\Delta t} - \omega_i^t}{\Delta t} \right)$$

لذلك يمكننا ان نكتب:

$$(37. II) \quad -M + (2M+1)T_i^{t+\Delta t} - MT_i^{t+\Delta t} - (N+L)\omega_{i-1}^{t+\Delta t} + 2(N+L)\omega_i^{t+\Delta t} - (N+L)\omega_{i+1}^{t+\Delta t} = T_i^t$$

$$(38. II) \quad M = \frac{\Delta t \lambda}{\rho_0 c_p \Delta x^2} \quad N = \frac{\Delta t D \dot{\epsilon} l_v}{c_p \Delta x^2} \quad L = \frac{\Delta t \epsilon \dot{D} \delta}{\rho_0 c_p \Delta x^2}$$

تدوين المصفوفة لهذا النظام هو:

$$(39. II) \quad \begin{bmatrix} -M & 2M+1 & -M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M & 2M+1 & -M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M & 2M+1 & -M & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -M & 2M+1 & -M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_2^{t+\Delta t} \\ T_3^{t+\Delta t} \\ T_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ T_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_2^{t+\Delta t} \\ \omega_3^{t+\Delta t} \\ \omega_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ \omega_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} T_2^t \\ T_3^t \\ T_4^t \\ \vdots \\ T_n^t \end{Bmatrix}$$

$$(39. II) \quad \begin{bmatrix} -M & 2M+1 & -M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M & 2M+1 & -M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M & 2M+1 & -M & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -M & 2M+1 & -M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ \vdots \\ T_n \end{Bmatrix}$$

$$(40. II) \quad + \begin{bmatrix} -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -(N+L) & 2(N+L) & -(N+L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_2^{t+\Delta t} \\ \omega_3^{t+\Delta t} \\ \omega_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ \omega_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} T_2^t \\ T_3^t \\ T_4^t \\ \vdots \\ T_n^t \end{Bmatrix}$$

أو

$$[A_2] \begin{Bmatrix} T_2^{t+\Delta t} \\ T_3^{t+\Delta t} \\ T_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ T_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} + [B_2] \begin{Bmatrix} \omega_2^{t+\Delta t} \\ \omega_3^{t+\Delta t} \\ \omega_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ \omega_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_2^t \\ T_3^t \\ T_4^t \\ \vdots \\ T_n^t \end{Bmatrix}$$

• تقدير شروط الحدود

$$i = 1(x = 0)$$

انه وجه غير نافذ وثابت الحرارة، لذلك فإن الشروط الأخيرة هي:

(41. II)

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

(42. II)

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{\omega_2^{t+\Delta t} - \omega_1^{t+\Delta t}}{\Delta x} = 0 \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{T_2^{t+\Delta t} - T_1^{t+\Delta t}}{\Delta x} = 0 \end{cases}$$

(43. II)

$$\begin{cases} -\omega_1^{t+\Delta t} + \omega_2^{t+\Delta t} = 0 \\ -T_1^{t+\Delta t} + T_2^{t+\Delta t} = 0 \end{cases}$$

وعلى الجانب الآخر لدينا:

(44. II)

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)_{x=e} = \frac{\omega_n^{t+\Delta t} - \omega_{n-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x} \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=e} = \frac{T_n^{t+\Delta t} - T_{n-1}^{t+\Delta t}}{\Delta x} \end{cases}$$

على هذا الوجه، الشروط الحدية هي المعادلتان (21.II) و(22.II) ثم تحافظ على الشكل التالي:

(45. II)

$$\dot{Y} = -\omega_n^{t+\Delta t} + \omega_{n-1}^{t+\Delta t} - T_n^{t+\Delta t} + T_{n-1}^{t+\Delta t}$$

(46. II)

$$\dot{Z} = T_{n-1}^{t+\Delta t} - T_n^{t+\Delta t}$$

(47. II)

$$\dot{Y} = \frac{j_m \Delta x}{\rho_0 D} \quad \dot{Z} = \frac{j_q l_v \varepsilon \Delta x}{\lambda}$$

4.II حل المعادلات الجبرية

يتم تحويل معادلات انتقال الحرارة والكتلة الى نظامي المصفوفة (35. II) و (41.II) ، هذين النظامين من معادلات 2n التي يسمح فيها نظام المعادلات المعروضين أعلاه هما التعبير العددي لظاهرة انتقال الحرارة والرطوبة التي تحدث اثناء التجفيف، ونظرا لان هذا الانتقال مترامن داخل الشريحة، فإن الأنظمة مترابطة ولا يمكن حل أي منها بشكل فردي.

$$(48. II) \quad \begin{bmatrix} [A_1] & [B_1] \\ [A_2] & [B_2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_2^{t+\Delta t} \\ \omega_3^{t+\Delta t} \\ \omega_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ \omega_n^{t+\Delta t} \\ \omega_2^{t+\Delta t} \\ \omega_3^{t+\Delta t} \\ \omega_4^{t+\Delta t} \\ \vdots \\ \omega_n^{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_1^t \\ \omega_2^t \\ \omega_n^t \\ T_1^t \\ T_2^t \\ T_n^t \end{Bmatrix}$$

$$(49. II) \quad [K] \{Y\} = [\dot{Y}]$$

تم حل هذا النظام بواسطة طريقة التحليل LU مع الاستبدال، حيث يتم الحصول على الحل عندما يصبح الفرق بين حسابين متتاليين للمجهول اقل من قيمة معينة.

استخدمنا برنامج حساب بلغة FORTRAN، لحل المعادلات التي تصف انتقال الحرارة والرطوبة في شريحة المانجو. يتكون هذا البرنامج من برنامج رئيسي، و (03) برامج فرعية يتم استدعاؤها حسب ترتيب منطقيا ودقيقا لتلبية احتياجات كل خطوة لتحديد مختلف الخواص الفيزيائية.

خلاصة

في هذا الفصل، أجرينا نمذجة رياضية لدراسة انتقال الحرارة والكتلة من خلال شريحة المانجو المعرضة للظروف المحيطة. تم حل المعادلات التي تم الحصول عليها باستخدام طريقة الفروق المحدودة. وسيتم عرض جميع النتائج التي تم الحصول عليها في الفصل التالي.

الفصل الثالث النتائج والمناقشة

مقدمة

في هذا الفصل سنعرض جميع النتائج التي تم الحصول عليها عن طريق المحاكاة العددية للانتقال المقترن للحرارة والمادة اثناء تجفيف شريحة مانجو بسمك (e=1.5 cm)، مبدئياً مشبعة وفي حالة توازن حراري. الخصائص الفيزيائية والحرارية للشريحة ولهواء التجفيف المستعمل خلال هذه الدراسة مجمعة في الجدولين (1.III) و(2.III) على التوالي [33]:

الجدول(1.III) : الخصائص الفيزيائية الحرارية للمانجو

القيمة	الوحدة	الرمز	
1033	Kg/m ³	ρ_0	الكتلة الحجمية
3726	J / (kg. K)	Cp	الحرارة النوعية
0.4398	W/(m. K)	λ	توصيل حراري
2×10^{-10}	m ² /s	D	الانتشار
0.5	/	ϵ'	معدل التبخر
0	/	δ	معامل التدرج الحراري

الجدول (2.III): الخصائص الفيزيائية لهواء التجفيف

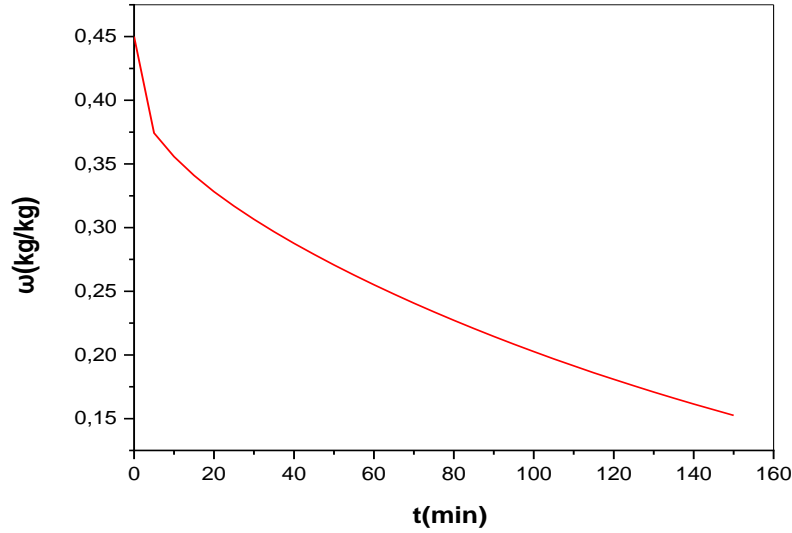
القيمة	الوحدة	الرمز	
70	°C	T_a	درجة حرارة الهواء
14	%	Hr	رطوبة الهواء
4.5	(Kg/Kg)	ω_0	المحتوى المائي الاولي
32	°C	T_0	درجة حرارة المنتج الاولي

1.III حركية التجفيف

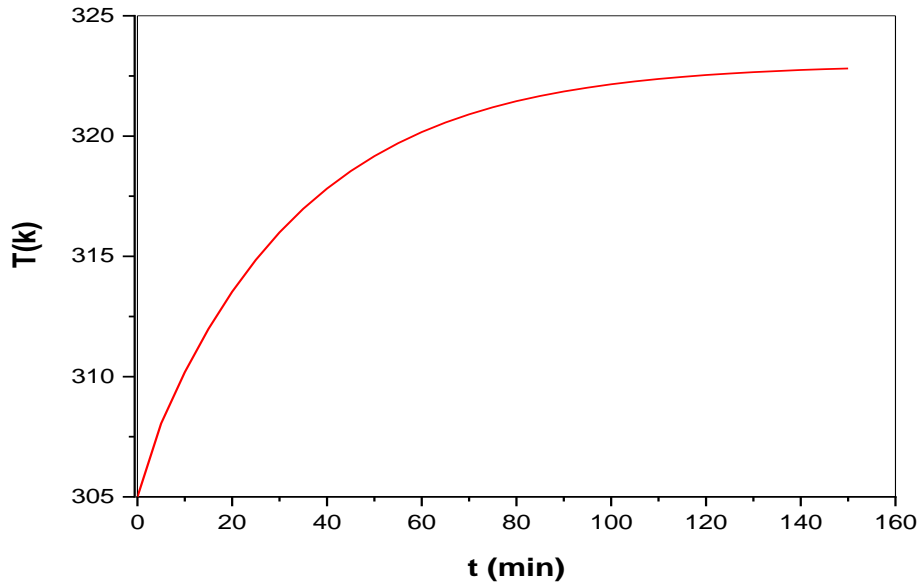
1.1.III التوزيع الزمني

يمثل الشكل (1.III) منحنى التطور الزمني لمتوسط المحتوى المائي لشريحة المانجو، نلاحظ انخفاضاً خطياً في كمية الرطوبة في الوسط المدروس خلال العشر دقائق الأولى، مما يتسبب في التبخر الذي يحدث فقط على السطح وينتج عنه ارتفاع سريع في متوسط درجة حرارة شريحة المانجو (الشكل 2.III). وانتقال المادة في هذه المرحلة يشبه الى حد كبير عملية تبخر الماء في السطح الحر للسائل، وتستمر هذه الآلية في الانتقال الكتلي حتى تصبح القوة الشعرية التي تنقل الرطوبة في شكل سائل الى السطح الداخلي لشريحة المانجو باتجاه السطح الخارجي ضعيفة والمرحلة السائلة متقطعة ولا تتدفق وبالتالي يتوقف النقل. بعد حوالي ساعة ونصف، نلاحظ

ان درجة حرارة شريحة المانجو تصبح ثابتة تقريبا. وقد لوحظت هذه النتيجة على مواد أخرى مثل تطور بخار الماء داخل الوسط المسامي [34]، والنمذجة الرياضية للتجفيف في فرن لشرائح المانجو [35]، ونمذجة النقل الحراري والمقترن الجماعي داخل مادة خزفية [36].



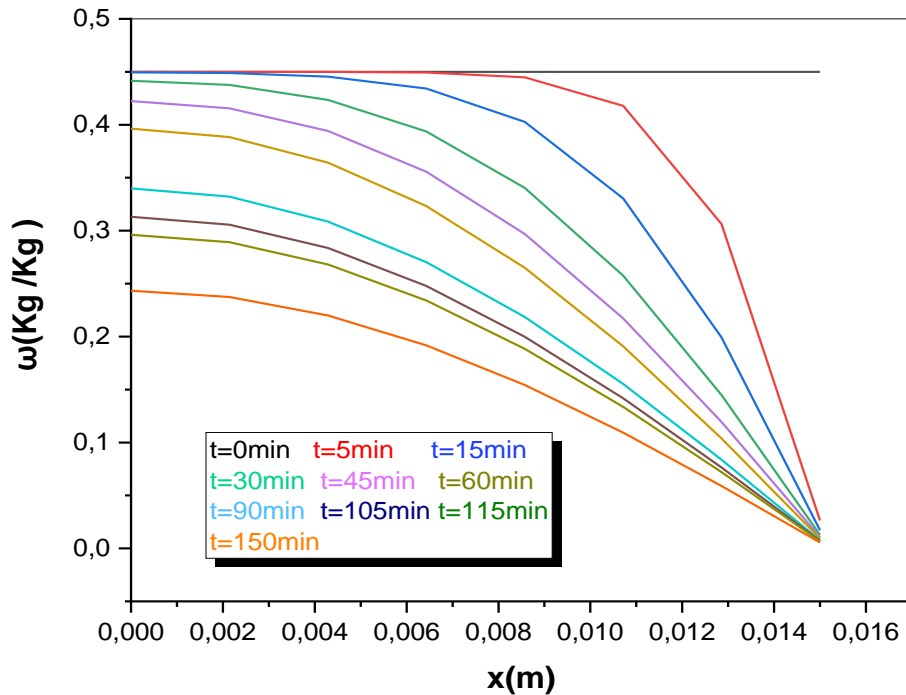
الشكل (1.III): التطور الزمني لمتوسط المحتوى المائي.



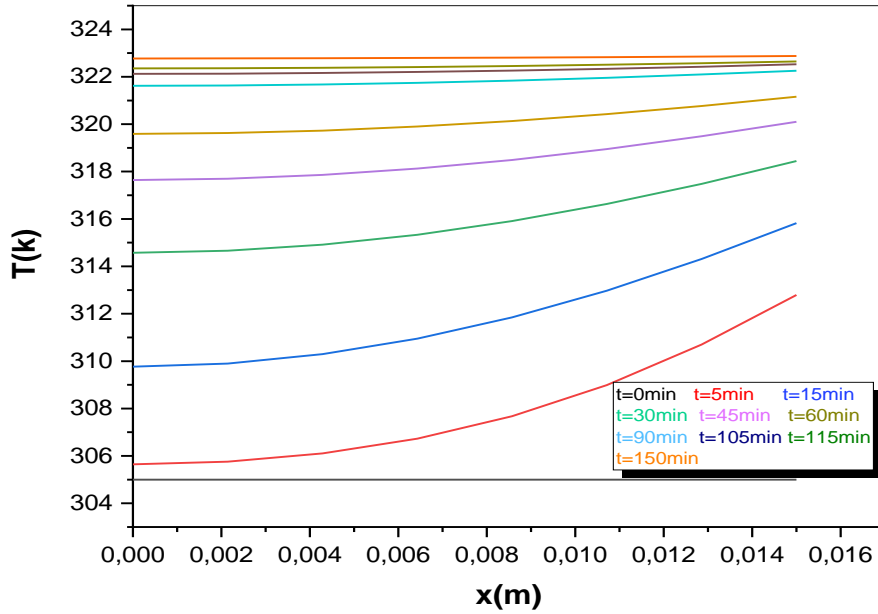
الشكل (2.III): التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة.

2.1.III التوزيع المكاني والزمني

توضح المنحنيات المختلفة في الشكل (3.III) توزيع المحتوى المائي في الوسط المدروس وفي أزمنة مختلفة أثناء عملية التجفيف، حيث نلاحظ أنه منذ لحظة معينة في جهة الشريحة المعرضة لهواء التجفيف يصبح محتوى الماء منخفضاً بدرجة كبيرة مما يؤدي الى توقف تدفق المائع في حالته السائلة وبالتالي يتوقف انتقال الرطوبة في الطور السائل نحو هذا الجزء من الشريحة، ويصبح محتوى الماء منخفضاً جداً في هذه المنطقة. يؤدي هذا أيضاً الى انخفاض الضغط الجزئي لبخار الماء والذي يتسبب بدوره في انتشار البخار باتجاه السطح وبالتالي زيادة التبخر داخل الوسط المسامي. علاوة على ذلك، توضح المنحنيات في الشكل (III.4) أن تدرج درجة الحرارة مرتفع دائماً وأن المادة تتطور نحو حالة التوازن.



الشكل (3.III): التوزيع المكاني والزمني لمحتوى الماء.



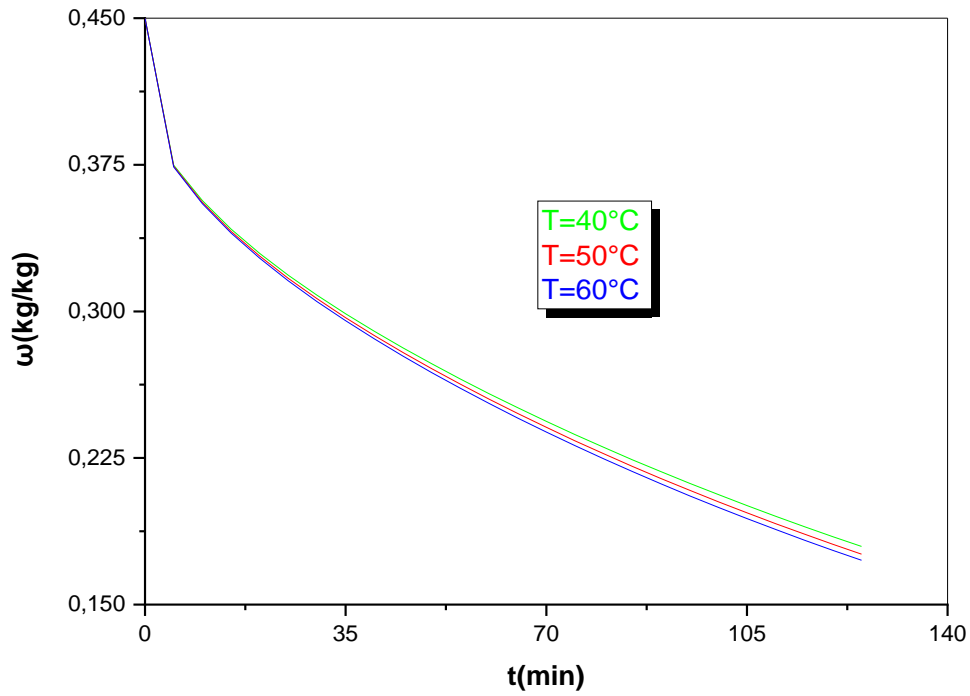
الشكل (III.4): توزيع درجة الحرارة.

2.III تأثير خصائص هواء التجفيف

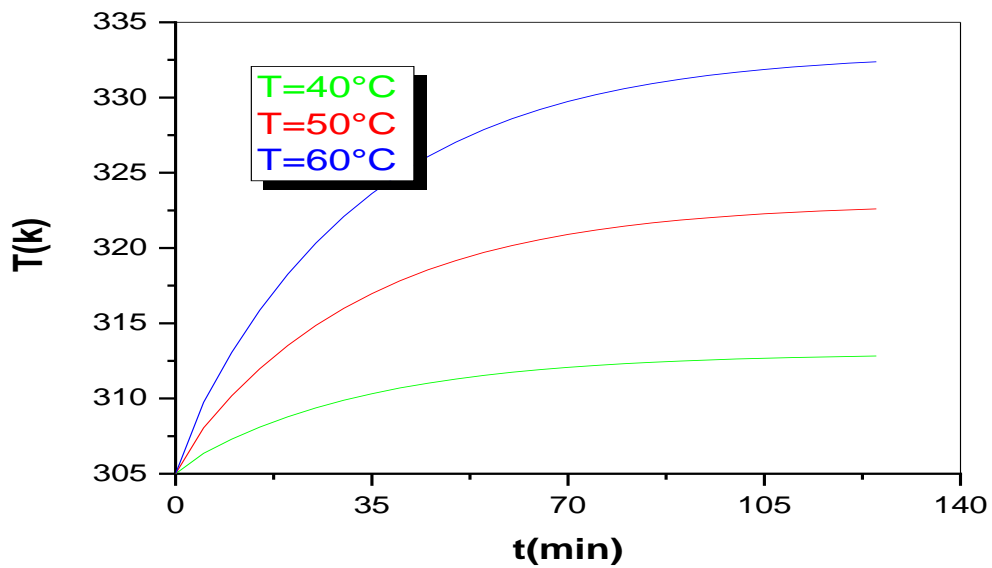
1.2.III تأثير درجة حرارة هواء التجفيف

توضح المنحنيات في الشكل (5.III) تطور فقد المحتوى المائي لشريحة المانجو اثناء التجفيف في درجات حرارة مختلفة لهواء التجفيف، حيث نلاحظ ان نسبة الرطوبة المتوسطة تنخفض في جميع الحالات وتكون نسبة الانخفاض أكبر كلما زادت درجة حرارة هواء التجفيف فتكون أكبر عند درجة حرارة 60 درجة مئوية أي هناك علاقة عكسية بين ارتفاع درجة الحرارة وانخفاض محتوى الرطوبة بالنسبة للزمن.

اما بالنسبة للمنحنيات الشكل (6. III) فان متوسط درجة الحرارة تزداد مع زيادة درجة حرارة هواء التجفيف بمرور الوقت.



الشكل (5.III): تأثير درجة هواء التجفيف على التطور الزمني لمتوسط المحتوى المائي لشريحة المانجو.

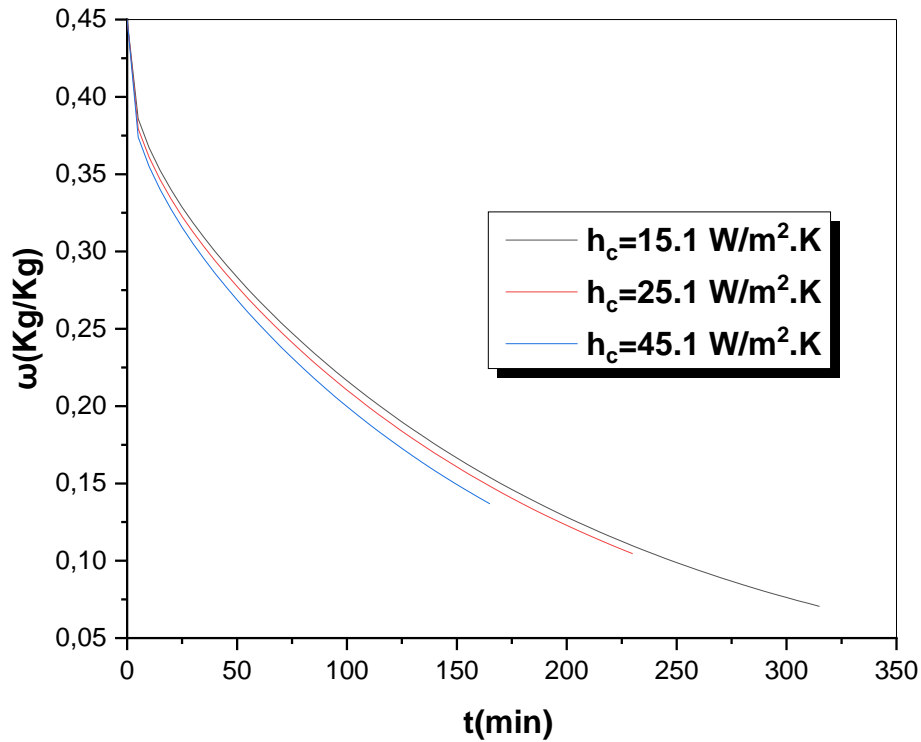


الشكل (6.III): تأثير درجة هواء التجفيف على التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة لشريحة المانجو.

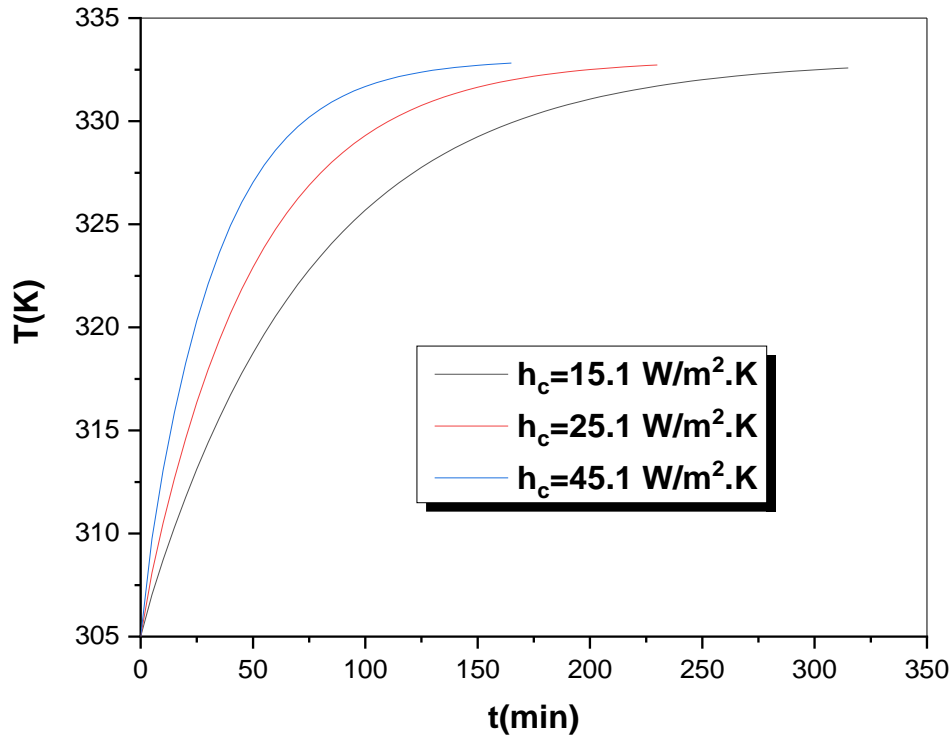
2.2.III تأثير معامل النقل الحراري

يوضح الشكلان 7.III و 8.III تطور متوسط محتوى الرطوبة للمادة المدروسة ومتوسط درجة حرارتها بدلالة الزمن من اجل قيم المختلفة لمعامل النقل الحراري.

يوضح تحليل هذه المنحنيات أن الزيادة في القيمة العددية لمعامل النقل الحراري يؤدي الى زيادة درجة الحرارة وأيضاً الى التسريع في عملية نقل الرطوبة والطاقة. وهذا يرجع بشكل أساسي إلى ان زيادة معامل الحمل الحراري يعمل على زيادة الحمل الحراري على سطح المادة وبالتالي زيادة معدل التجفيف.



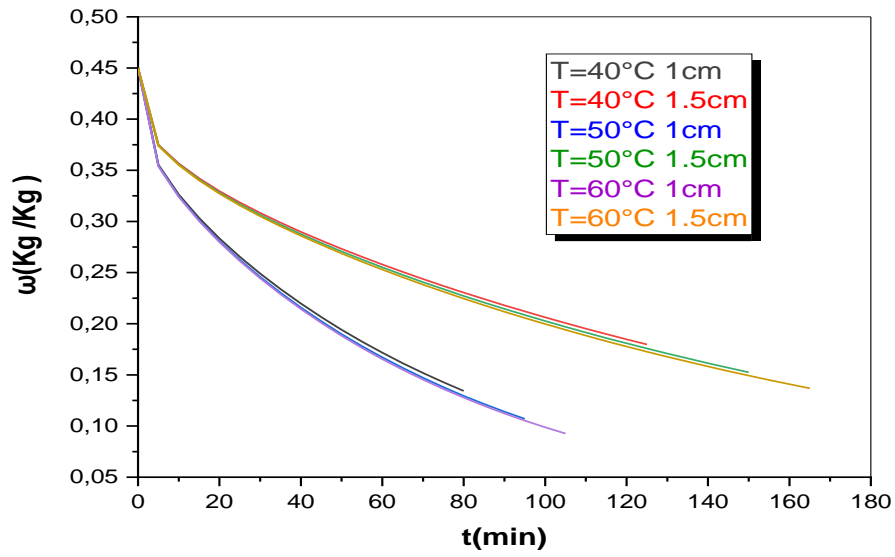
الشكل (7.III): تأثير درجة معامل النقل الحراري على التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة لشريحة المانجو.



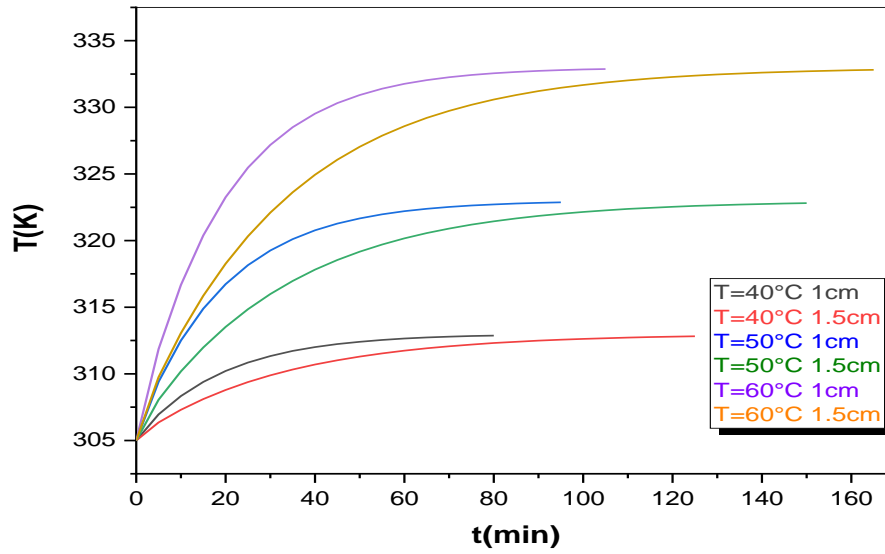
الشكل (8.III): تأثير درجة معامل النقل الحراري على التطور الزمني لمتوسط درجة الحرارة لشريحة المانجو.

3.III تأثير سمك شريحة المانجو

يمثل الشكل (9. III) منحنيات مختلفة توضح تأثير سمك شريحة المانجو خلال عملية التجفيف حيث نلاحظ ان الانخفاض في نسبة الرطوبة عند سمك (e = 1 cm) اكبر منه عند السمك (e = 1.5 cm). أما بالنسبة للمنحنيات الشكل (10. III) فنلاحظ عند درجات حرارة مختلفة انه كلما كان السمك اصغر كانت مدة التجفيف اقل. وبهذا نستنتج ان السمك يؤثر على نسبة الرطوبة وارتفاع درجة الحرارة خلال عملية التجفيف أي كلما كان السمك أصغر كانت نسبة الرطوبة ومدة التجفيف اقل.



الشكل (9.III): تأثير سمك شريحة المانجو.



الشكل (10. III): تأثير سمك شريحة المانجو.

الخلاصة

في هذا الفصل، قدمنا جميع النتائج التي تم الحصول عليها بعد حل المعادلات التفاضلية التي استعملناها لدراسة النقل المقترن للحرارة والكتلة والتي تم حلها باستخدام برنامج (Fortran) من خلال محاكاة عددية لشريحة المانجو مشبعة في البداية وخاضعة للظروف المحيطة. تسمح هذه النتائج بتتبع التغيرات في درجة الحرارة ومتوسط محتوى الرطوبة أثناء التجفيف وكذلك التوزيع المكاني والزمني لشرائح المانجو وتأثير سمك الشريحة.

الخاتمة العامة

يهدف هذا العمل إلى المساهمة في دراسة النقل المزدوج للحرارة والرطوبة في الأوساط المسامية أثناء التجفيف والتي تخضع لعدة عوامل. ركزنا اهتمامنا بشكل خاص على الدراسة العددية للتجفيف الحراري للمنتجات الغذائية وبالتحديد تجفيف شرائح المانجو في درجات حرارة أقل من نقطة الغليان وعند الضغط الجوي. تم الحصول على الصيغة الرياضية لآليات الانتقال المقترن باستخدام معادلات حفظ الحرارة والرطوبة، اما حل المعادلات التفاضلية الناتجة فقد تم باستخدام طريقة الفروق المحدودة. والتي تحول المعادلات التفاضلية إلى نظام معادلات جبرية. انصب تركيزنا على تمثيل حركية التجفيف عن طريق تمثيل التطور الزمني لكل من متوسط محتوى الرطوبة ومتوسط درجة. أتاحت النتائج المتحصل عليها تسليط الضوء على تطورات درجات الحرارة ومتوسط محتويات الماء خلال الزمن وكذلك التوزيعات المكانية والزمانية داخل المادة المدروسة.

أدى تحليل هذه النتائج إلى الاستنتاجات التالية:

- الانتقال المتزامن للحرارة والرطوبة داخل الأوساط المسامية يعتمد بشكل أساسي على درجة حرارة هواء التجفيف، حيث تكون أكثر شدة عند درجات الحرارة المرتفعة.
 - تتأثر عمليات النقل المقترن للحرارة والرطوبة بمعامل النقل الحراري بشدة، وتكون حركية التجفيف سريعة إذا كانت القيمة العددية لهذا المعامل كبيرة.
 - كلما كانت شريحة المانجو أصغر سمكاً، كلما كانت نسبة الرطوبة ومدة التجفيف أقل.
- يفتح هذا العمل العديد من وجهات النظر مثل:

- تأثير سرعة هواء التجفيف.
- تأثير الخصائص الفيزيائية للمادة المدروسة.
- تأثير نوعية المنتج المدروس.

قائمة المراجع والمصادر

المراجع الأجنبية

- [2] I. Hanachi, Etude De Transfert Couplé Dans Une Cavite Contenant Un Produit Granulaire Avec Une Source De Chaleur : Cas De Fermentation Application Agroalimentaire. Mémoire de Magister, université de Batna (2007).
- [3] M. K. Jahromi, S. S. Mohtasebi, A. Jafari, R. Mirasheh, S. Rafiee, Determination of some physical properties of date fruit (cv. Mazafati). Journal of Agricultural Technology, V. 4(2) : 1-9 (2008).
- [5] N. V. Abouo, A. Fofana, Y. D. N'guessan, N. E. Assidjo, Modélisation mathématique du séchage dans un four (air chaud) de tranches de mangue (*Mangiféra indica* L.). Int. J. Biol. Chem. Sci. 14(7): 2476-2490 (2020).
- [6] S. Adeyeye, T. Ashaolu, A. Babu, Food Drying: A Review. Agricultural Reviews (2022).
- [7] J. J. Bimbenet, Les échanges dans l'industrie agricole et alimentaire Cahiers du génie Industriel Alimentaire (G.I.A), Sepaic, Paris 2ème édition pp34. (1984)
- [10] Boussalia Amar, Contribution L' etude de shchage solaire de produits agricoles locaux diplôme de magister, université mentouri – constantine, algeria, 2010.
- [11] W. Wessi, Solar Drying, AEE INTEC, Austrian.
- [18] S. Boughali, Etude et optimisation du séchage solaire des produits agroalimentaires dans les zones arides et desertiques, diplôme de Doctorat, Universite Hadj Lakhdar Batna (2010).
- [21] A. Charreau, R. Cavaille, séchage théorie et pratique technique de l'ingénieur, génie des procédés, 2480-1;2480-23, (1991).
- [24] A. BAHADJ, Etude expérimentale de séchage solaire de la pomme de terre, Mémoire de Master, Université Kasdi Merbah Ouargla (2014).
- [25] B. Dadda, S. Kherrou, L. Serir, Réalisation d'un séchoir solaire indirect, SMSTS'08 (2008).
- [26] B. Touati, Etude théorique et expérimentale du séchage solaire des feuilles de la menthe verte (*Mentha viridis*), Thèse de doctorat, Université AbouBekr Belkaid – Tlemcen (2008).
- [27] https://drive.google.com/file/d/11jJc_Ms4oim21gfl7_NILqWhj1jXJ-UY/vieww?usp=drivesdk
- [28] A. Bondil, J. Hrabovsky, Isolation thermique, edition Eyrolles Cité par N. Chalal.

- [30] L. Bennamoun, Simulation numérique d'un séchoir solaire adaptation au climat local Magister, Université de Mentouri Constantine (2001).
- [31] D. Mihoubi, Déshydratations d'argile par compression et séchage, Aspects de modélisation et de simulation, Thèse de doctorat, université de Pan et des pays de l'Adour (2004).
- [32] S. Whitaker, Heat and mass transfert in granular parous media, Advances in drying I, Hemisphere publication, pp 23-61 (1980).
- [33] S. Yahaya, Modélisation des transferts de chaleur et de masse dans les aliments : Cas du séchage de la mangue, Aspects de modélisation et de simulation, Mémoire de Master, Institut international de l'eau et de l'environnement (2007).
- [34] L. G. Kavence, G. Dulikravich, Application of inverse concepts to drying, p44 (2005).
- [35] International energy agency. Catalogue of Material Properties, Annex XIV: Condensation and energy, Vol. 3, (1991).
- [36] <https://drive.google.com/file/d/1gKNiKLa6cxipQtuB8igXgIJj79q4uAtB/view?usp=drivesdk>

المراجع العربية

- [1] ا. الحلفي، قسم علوم الأغذية-كلية الزراعة-جامعة البصرة، المحاضرة الثامنة، صفحة 01
- [4] م. مال الله غزال، تقييم تأثير المعاملات الحرارية والتجفيف الشمسي على الخواص الحسية والكيميائية في محصول Abelmoschus esculentus الباميا، المجلة الأردنية في العلوم الزراعية، المجلد 10، العدد 3 (2014).
- [8] ع. مختار، المساهمة في تحسين مجفف الشمسي للمحاصيل الزراعية، مذكرة ماجستير، جامعة قاصدي مرباح ورقلة، (2011).
- [9] ص. سيف الدين، ح. جبجبي، الصناعات الغذائية، مجلة العلوم والتقنية الجزء الأول العدد 37، رجب (2008).
- [12] ا. الحلفي، غ. مجد، الأداء الحراري للمجفف الشمسي وتأثيره في بعض الصفات الهندسية للتجفيف، مجلة البصرة للعلوم الزراعية، المجلد 20، العدد 2، (2007).
- [13] ط. كاخيا، الكيمياء الصناعية الجزء الأول تكنولوجيا الصناعات الكيميائية اللاعضوية، علم الكيمياء، الصفحة 22.
- [14] م. حمد الفارس، الطاقة الشمسية، مجلة العلوم والتقنية الجزء الأول، العدد 34، (1995).

- [15] م. اشتية، ر. جاموس، التجفيف الشمسي للفواكه والخضروات: خبرات من فلسطين، مركز أبحاث التنوع الحيوي والبيئة (بيرك) ، تل ، نابلس ، فلسطين، ص. ب. 696 نابلس فلسطين (2010).
- [16] إ. آدم، ن. الطيب، تصميم مجفف شمسي خشبي يعمل بالخلايا الشمسية، بحث تكميلي لنيل درجة البكالوريوس، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا (2016).
- [17] م. محمد، ف. أحمد، م. السيد، النماذج الحسابية للنظم الحرارية الشمسية، مركز النشر العلمي في جامعة الملك عبد العزيز، جدة، المملكة العربية السعودية، 2000صفحة757.
- [19] ي. الوزه، تحسين أداء التجفيف الشمسي للمنتجات الزراعية (التبغ السوري)، رسالة ماجستير، جامعة تشرين، سوريا (2006)
- [20] ع. شعشع، تجفيف الفاكهة، نشرة صادرة عن معهد بحوث تكنولوجيا الأغذية، جمهورية مصر العربية (2003).
- [23] ر. شمس، ر. فرج، بيتك غيطك ومصنعك، المركز القومي لبحوث الإسكان والبناء، معهد التدريب والدراسات الحضريّة.

المخلص

في هذا العمل، اهتمنا بدراسة الانتقال المقترن للحرارة والرطوبة، في الأوساط المسامية اثناء عملية التجفيف لشرائح من المانجو.

وقد اعتمدنا في التمثيل الرياضي لهذه الظاهرة على استعمال معادلات حفظ المادة والحرارة مما أدى الى استخراج سلسلة من المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية، والتي تم حلها باستعمال الطريقة العددية المعروفة بالفروق المنتهية.

من خلال النتائج المتحصل عليها تمكنا من تمثيل تغير متوسط درجة حرارة الوسط المدروس، ورطوبته بدلالة الزمن، وكذلك تمكنا من تمثيل توزيعهما خلال أزمنة مختلفة، ودراسة تأثير خواص هواء التجفيف وسمك شريحة المانجو على حركية تجفيف المواد.

الكلمات المفتاحية: الأوساط المسامية، نقل الحرارة، نقل المادة، المانجو، التجفيف، النمذجة.

Abstracts

This work is a numerical study of coupled heat and mass transfer drying of mango slices. The mathematical formulation of this phenomenon is obtained with using of matter and heat conservation equations. The resultant differential equation has been resolved by the help of the finite differences method which consist to transform the differential equation in an algebraic equation system.

The obtained results permit to draw the temporal evolutions of the average rate of humidity and average temperature of studied material, and to study the effect of the drying air properties and the thickness of the mango slice on the material drying kinetics.

Keywords: porous media, heat transfer, matter transfer, mango, drying, modeling.

Résumé

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à l'étude des transferts de chaleur et de masse couplés dans les milieux poreux lors du processus de séchage des tranches de mangue.

La représentation mathématique de ce phénomène est faite par l'utilisation des équations de conservation de la matière et de l'énergie, ce qui a conduit à l'extraction d'une série d'équations différentielles aux dérivées partielles, qui ont été résolues par la méthode numérique dite des différences finies.

Les résultats obtenus, ont permis de tracer l'évolution temporelle de la température et de l'humidité moyennes du milieu étudié, ainsi que représenter leurs distributions spatio-temporelles, et d'étudier l'effet des propriétés de l'air de séchage et de l'épaisseur de la tranche de mangue sur la cinétique de séchage.

Mots clés : milieux poreux, transfert de chaleur, transfert de matière, mangue, séchage, modélisation.